অধ্যায় ০৪

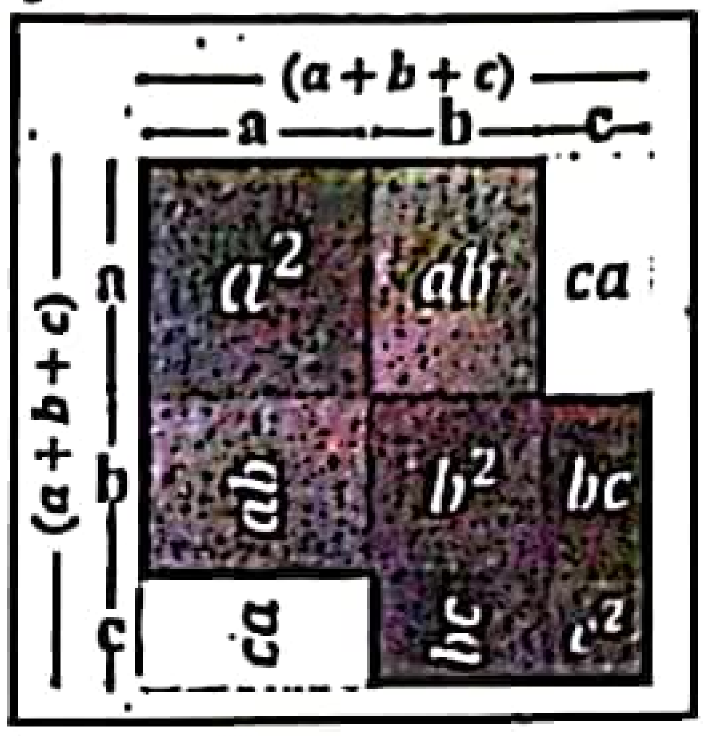
বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

আলোচ্য বিষয়াবলি

• বীজগণিতীয় সূত্রাবলি • ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত • উৎপাদকে বিশ্লেষণ • $x^2 + px + q$ আকারের রাশির উৎপাদক • $ax^2 + bx + c$ আকারের রাশির উৎপাদক • বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.।

অধ্যায়ের শিখনফল : অধ্যায়টি অনুশীলন করে আমি যা জানতে পারব–

- শিখনফল-১ : বীজগণিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে দ্বিপদী ও ত্রিপদী রাশির বর্গ নিরূপণ, সরলীকরণ ও মান নির্ণয় করতে পারব।
- শিখনফল-২ : বীজগণিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে দ্বিপদী ও ত্রিপদী রাশির ঘন নির্ণয়, সরলীকরণ ও মান নির্ণয় করতে পারব।
- শিখনফল-৩ : মধ্যপদ বিশ্লেষণের সাহায্যে রাশিমালার উৎপাদক বিশ্লেষণ করতে পারব।
- শিখনফল-৪ : বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় করতে পারব।



অনুশীলন

সেরা প্রস্তুতির জন্য 100% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে গাণিতিক সমস্যার সমাধান

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাবলিকে অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি, সংক্ষিপ্ত, সৃজনশীল ও অনুশীলনমূলক কাজ অংশে বিভক্ত করে শিখনফলের ধারায় উপস্থাপন করা হয়েছে। পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতি নিশ্চিত করতে সমাধানসমূহ ভালোভাবে প্র্যাকটিস কর।

অনুশীলনী ৪.১ : বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

এক নজরে অনুশীলনীর গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- **বীজগাণিতিক রাশি :** সংখ্যা নির্দেশক প্রতীক এবং প্রক্রিয়া চিহ্ন এর অর্থবোধক বিন্যাসকে বীজগাণিতিক রাশি বলা হয়। যেমন, $2a + 3b$ একটি বীজগাণিতিক রাশি। বীজগাণিতিক রাশিতে a, b, c, p, q, r, m, n, x, y, z ...... ইত্যাদি বর্ণের মাধ্যমে বিভিন্ন তথ্য প্রকাশ করা হয়।
- **ধ্রুবক :** বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত সংখ্যাগুলোকে ধ্রুবক বলে। এদের মান নির্দিষ্ট থাকে।
- **চলক :** বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত অক্ষর প্রতীকগুলোকে চলক বলে। এদের মান নির্দিষ্ট নয়, এরা বিভিন্ন মান ধারণ করতে পারে।
- **$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ সূত্রটির বীজগাণিতিক প্রমাণ :**

  প্রমাণ : $(a + b)^2$ এর অর্থ $(a + b)$ কে $(a + b)$ দ্বারা গুণ।

  $\therefore (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

  $= a(a + b) + b(a + b)$ [বহুপদী রাশিকে বহুপদী রাশি দ্বার গুণ]

  $= a^2 + ab + ba + b^2$

  $= a^2 + ab + ab + b^2$

  $\therefore (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

  অর্থাৎ, দুইটি রাশির যোগফলের বর্গ

  = প্রথম রাশির বর্গ + 2 × প্রথম রাশি × দ্বিতীয় রাশি + দ্বিতীয় রাশির বর্গ।

- **প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি :**

  সূত্র ১ : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

  সূত্র ২ : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

  সূত্র ৩ : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

  সূত্র ৪ : $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

  সূত্র ৫ : $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

- **প্রয়োজনীয় অনুসিদ্ধান্তসমূহ :**

  অনুসিদ্ধান্ত ১ : $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

  অনুসিদ্ধান্ত ২ : $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

  অনুসিদ্ধান্ত ৩ : $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

  অনুসিদ্ধান্ত ৪ : $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

  অনুসিদ্ধান্ত ৫ : $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

  অনুসিদ্ধান্ত ৬ : $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$

  বা, $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

  অনুসিদ্ধান্ত ৭ : $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac)$

  অনুসিদ্ধান্ত ৮ : $2(ab + bc + ac) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$

www.abswer.com

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান | পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি

গাণিতিক সমস্যার সমাধান

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় কর :

(ক) $5a + 7b$

সমাধান : $5a + 7b$ এর বর্গ
$= (5a + 7b)^2$
$= (5a)^2 + 2 \times 5a \times 7b + (7b)^2 = 25a^2 + 70ab + 49b^2$.

(খ) $6x + 3$

সমাধান : $6x + 3$ এর বর্গ
$= (6x + 3)^2$
$= (6x)^2 + 2 \times 6x \times 3 + (3)^2 = 36x^2 + 36x + 9$

(গ) $7p - 2q$

সমাধান : $(7p - 2q)$ এর বর্গ
$= (7p - 2q)^2$
$= (7p)^2 - 2 \times 7p \times 2q + (2q)^2 = 49p^2 - 28pq + 4q^2$

(ঘ) $ax - by$

সমাধান : $ax - by$ এর বর্গ
$= (ax - by)^2$
$= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2 = a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$.

(ঙ) $x^3 + xy$

সমাধান : $x^3 + xy$ এর বর্গ
$= (x^3 + xy)^2$
$= (x^3)^2 + 2 \times x^3 \times xy + (xy)^2 = x^6 + 2x^4y + x^2y^2$.

(চ) $11a - 12b$

সমাধান : $11a - 12b$ এর বর্গ
$= (11a - 12b)^2$
$= (11a)^2 - 2 \times 11a \times 12b + (12b)^2$
$= 121a^2 - 264ab + 144b^2$.

(ছ) $6x^2y - 5xy^2$

সমাধান : $6x^2y - 5xy^2$ এর বর্গ
$= (6x^2y - 5xy^2)^2$
$= (6x^2y)^2 - 2 \times 6x^2y \times 5xy^2 + (5xy^2)^2$
$= 36x^4y^2 - 60x^3y^3 + 25x^2y^4$.

(জ) $-x - y$

সমাধান : $-x - y$ এর বর্গ
$= (-x-y)^2 = \{-(x+y)\}^2 = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

(ঝ) $-xyz - abc$

সমাধান : $-xyz - abc$ এর বর্গ $= (-xyz - abc)^2$
$= \{-(xyz + abc)\}^2$
$= (xyz + abc)^2$
$= (xyz)^2 + 2 \times (xyz) \times (abc) + (abc)^2$
$= x^2y^2z^2 + 2abcxyz + a^2b^2c^2$.

(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$

সমাধান : $a^2x^3 - b^2y^4$ এর বর্গ
$= (a^2x^3 - b^2y^4)^2$
$= (a^2x^3)^2 - 2 \times a^2x^3 \times b^2y^4 + (b^2y^4)^2$
$= a^4x^6 - 2a^2b^2x^3y^4 + b^4y^8$.

(ট) 108

সমাধান : 108 এর বর্গ $= (108)^2$
$= (100 + 8)^2$
$= (100)^2 + 2 \times 100 \times 8 + (8)^2$
$= 10000 + 1600 + 64 = 11664$.

(ঠ) 606

সমাধান : 606 এর বর্গ $= (606)^2$
$= (600 + 6)^2$
$= (600)^2 + 2 \times 600 \times 6 + (6)^2$
$= 360000 + 7200 + 36 = 367236$.

(ড) 597

সমাধান : 597 এর বর্গ $= (597)^2$
$= (600 - 3)^2$
$= (600)^2 - 2 \times 600 \times 3 + (3)^2$
$= 360000 - 3600 + 9 = 360009 - 3600 = 356409$.

(ঢ) $a - b + c$

সমাধান : $a - b + c$ এর বর্গ $= (a - b + c)^2$
$= \{(a - b) + c\}^2$
$= (a-b)^2 + 2 \times (a-b)c + (c)^2$
$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$
$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$.

(ণ) $ax + b + 2$

সমাধান : $(ax + b + 2)$ এর বর্গ $= (ax + b + 2)^2$
$= \{(ax + b) + 2\}^2$
$= (ax + b)^2 + 2 \times (ax + b) \times 2 + (2)^2$
$= a^2x^2 + 2axb + b^2 + 4ax + 4b + 4$
$= a^2x^2 + b^2 + 2axb + 4b + 4ax + 4$.

(ত) $xy + yz - zx$

সমাধান : আমরা জানি,
$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
মনে করি, $a = xy$, $b = yz$ এবং $c = -zx$
$\therefore (xy + yz - zx)^2 = (xy)^2 + (yz)^2 + (-zx)^2 + 2 \times xy \times yz + 2 \times yz \times (-zx) + 2 \times (-zx) \times (xy)$
$= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 2xy^2z - 2xyz^2 - 2x^2yz$

(থ) $3p + 2q - 5r$

সমাধান : $3p + 2q - 5r$ এর বর্গ
$= (3p + 2q - 5r)^2 = \{3p + (2q - 5r)\}^2$
$= (3p)^2 + 2 \times 3p \times (2q - 5r) + (2q - 5r)^2$
$= 9p^2 + 6p(2p - 5r) + (2q)^2 - 2 \times 2q \times 5r + (5r)^2$
$= 9p^2 + 12pq - 30pr + 4q^2 - 20qr + 25r^2$
$= 9p^2 + 4q^2 + 25r^2 + 12pq - 20qr - 30pr$.

(দ) $x^2 - y^2 - z^2$

সমাধান : $x^2 - y^2 - z^2$ এর বর্গ
$= (x^2 - y^2 - z^2)^2$
$= \{(x^2 - y^2) - z^2\}^2$
$= (x^2 - y^2)^2 - 2 \times (x^2 - y^2) \times z^2 + (z^2)^2$
$= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2 + z^4$
$= x^4 - 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2 + z^4$
$= x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 + 2y^2z^2 - 2x^2z^2$.

(ধ) $7a^2 + 8b^2 - 5c^2$

সমাধান : $7a^2 + 8b^2 - 5c^2$ এর বর্গ
$= (7a^2 + 8b^2 - 5c^2)^2$
$= \{7a^2 + (8b^2 - 5c^2)\}^2$
$= (7a^2)^2 + 2 \times 7a^2 \times (8b^2 - 5c^2) + (8b^2 - 5c^2)^2$
$= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + (8b^2)^2 - 2 \times 8b^2 \times 5c^2 + (5c^2)^2$
$= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + 64b^4 - 80b^2c^2 + 25c^4$
$= 49a^4 + 64b^4 + 25c^4 + 112a^2b^2 - 80b^2c^2 - 70a^2c^2$.

www.abswer.com

www.abswer.com

২। সরল কর :

(ক) $(x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$

সমাধান : ধরি, $x+y=a$ এবং $x-y=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2+2ab+b^2$

$=(a+b)^2=(x+y+x-y)^2=(2x)^2=4x^2$

(খ) $(2a+3b)^2-2(2a+3b)(3b-a)+(3b-a)^2$.

সমাধান : ধরি, $2a+3b=x$ এবং $3b-a=y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^2-2xy+y^2$

$=(x-y)^2$

$=\{(2a+3b)-(3b-a)\}^2$

$=(2a+3b-3b+a)^2=(3a)^2=9a^2$.

(গ) $(3x^2+7y^2)^2+2(3x^2+7y^2)(3x^2-7y^2)+(3x^2-7y^2)^2$.

সমাধান : ধরি, $3x^2+7y^2=a$ এবং $3x^2-7y^2=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2+2ab+b^2$

$=(a+b)^2$

$=\{(3x^2+7y^2)+(3x^2-7y^2)\}^2$

$=(3x^2+7y^2+3x^2-7y^2)^2$

$=(6x^2)^2=36x^4$.

(ঘ) $(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

সমাধান : $(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

$=(8x+y)^2-2(8x+y)(5x+y)+(5x+y)^2$

ধরি, $8x+y=a$ এবং $5x+y=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2=(8x+y-5x-y)^2=(3x)^2=9x^2$.

(ঙ) $(5x^2-3x-2)^2+(2+5x^2-3x)^2-2(5x^2-3x-2)(2+5x^2-3x)$.

সমাধান : ধরি, $a=5x^2-3x-2$ এবং $b=2+5x^2-3x$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2+b^2-2ab=a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2=\{(5x^2-3x-2)-(2+5x^2-3x)\}^2$

$=(5x^2-3x-2-2-5x^2+3x)^2$

$=(-4)^2=16$.

৩। সূত্র প্রয়োগ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(x+7)(x-7)$

সমাধান : $(x+7)(x-7)$

$=(x)^2-(7)^2=x^2-49$

(খ) $(5x+13)(5x-13)$

সমাধান : $(5x+13)(5x-13)$

$=(5x)^2-(13)^2=25x^2-169$

(গ) $(xy+yz)(xy-yz)$

সমাধান : $(xy+yz)(xy-yz)$

$=(xy)^2-(yz)^2=x^2y^2-y^2z^2$

(ঘ) $(ax+b)(ax-b)$

সমাধান : $(ax+b)(ax-b)$

$=(ax)^2-(b)^2=a^2x^2-b^2$

(ঙ) $(a+3)(a+4)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore\ (a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+3\times4=a^2+7a+12$

(চ) $(ax+3)(ax+4)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore\ (ax+3)(ax+4)=(ax)^2+(3+4)ax+3\times4$

$=a^2x^2+7ax+12$

(ছ) $(6x+17)(6x-13)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$.

$\therefore (6x+17)(6x-13)=(6x)^2+\{17+(-13)\}6x+17\times(-13)$

$=(6x)^2+(17-13)6x-17\times13$

$=36x^2+24x-221$.

(জ) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$

সমাধান : $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$

$=\{(a^2)^2-(b^2)^2\}(a^4+b^4)$

$=(a^4-b^4)(a^4+b^4)=(a^4)^2-(b^4)^2=a^8-b^8$.

(ঝ) $(ax-by+cz)(ax+by-cz)$

সমাধান : $(ax-by+cz)(ax+by-cz)$

$=\{ax-(by-cz)\}\{ax+(by-cz)\}$

$=(ax)^2-(by-cz)^2$

$=a^2x^2-\{(by)^2-2\times by\times cz+(cz)^2\}$

$=a^2x^2-(b^2y^2-2bycz+c^2z^2)$

$=a^2x^2-b^2y^2+2bycz-c^2z^2$

$=a^2x^2-b^2y^2-c^2z^2+2bcyz$.

(ঞ) $(3a-10)(3a-5)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (3a-10)(3a-5)=(3a)^2+\{(-10)+(-5)\}3a+(-10).(-5)$

$=(3a)^2+(-15)\cdot3a+10\times5$

$=9a^2-45a+50$.

(ট) $(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$

সমাধান : $(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$

$=\{(5a+2b)-3c\}\{(5a+2b)+3c\}$

$=(5a+2b)^2-(3c)^2$

$=(5a)^2+2\times5a\times2b+(2b)^2-9c^2$

$=25a^2+20ab+4b^2-9c^2=25a^2+4b^2-9c^2+20ab$.

(ঠ) $(ax+by+5)(ax+by+3)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (ax+by+5)(ax+by+3)$

$=\{(ax+by)+5\}\{(ax+by)+3\}$

$=(ax+by)^2+(5+3)(ax+by)+5\times3$

$=(ax)^2+2\times ax\times by+(by)^2+8ax+8by+15$

$=a^2x^2+2abxy+b^2y^2+8ax+8by+15$

$=a^2x^2+b^2y^2+8ax+8by+2abxy+15$.

৪। $a=4$, $b=6$ এবং $c=3$ হলে, $4a^2b^2-16ab^2c+16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a=4$, $b=6$ এবং $c=3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=4a^2b^2-16ab^2c+16b^2c^2$

$=(2ab)^2-2\times2ab\times4bc+(4bc)^2$

$=(2ab-4bc)^2$

$=(2\times4\times6-4\times6\times3)^2$ [মান বসিয়ে]

$=(48-72)^2=(-24)^2=576$.

নির্ণেয় মান 576.

৫। $x-\frac{1}{x}=3$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $x-\frac{1}{x}=3$

প্রদত্ত রাশি $=x^2+\frac{1}{x^2}$

$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}$

$=(3)^2+2$ $[\because x-\frac{1}{x}=3]$

$=9+2=11$

নির্ণেয় মান 11.

www.abswer.com

www.abswer.com

৬। $a+\frac{1}{a}=4$ হলে, $a^4+\frac{1}{a^4}$ এর মান কত?

সমাধান : এখানে, $a+\frac{1}{a}=4$

প্রদত্ত রাশি $=a^4+\frac{1}{a^4}$

$=(a^2)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2\cdot a^2\cdot\frac{1}{a^2}$

$=\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\cdot a\cdot\frac{1}{a}\right\}^2-2$

$=\{(4)^2-2\}^2-2$ $[\because a+\frac{1}{a}=4]$

$=(16-2)^2-2=(14)^2-2=196-2=194$

নির্ণেয় মান 194.

৭। $m=6, n=7$ হলে, $16(m^2+n^2)^2+56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)+49(3m^2-2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $m=6$ এবং $n=7$

$=16(m^2+n^2)^2+56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)+49(3m^2-2n^2)^2$

$=\{4(m^2+n^2)\}^2+2\times4(m^2+n^2)\times7(3m^2-2n^2)+\{7(3m^2-2n^2)\}^2$

$=\{4(m^2+n^2)+7(3m^2-2n^2)\}^2$

$=\{4(6^2+7^2)+7(3\times6^2-2\times7^2)\}^2$ [মান বসিয়ে]

$=\{4(36+49)+7(108-98)\}^2$

$=(4\times85+7\times10)^2=(340+70)^2=(410)^2=168100$

নির্ণেয় মান 168100.

৮। $a-\frac{1}{a}=m$ হলে, দেখাও যে, $a^4+\frac{1}{a^4}=m^4+4m^2+2$. [সকল বোর্ড '১০]

সমাধান : দেওয়া আছে, $a-\frac{1}{a}=m$

বামপক্ষ $=a^4+\frac{1}{a^4}$

$=(a^2)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2\times a^2\times\frac{1}{a^2}$

$=\left\{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2\times a\times\frac{1}{a}\right\}^2-2$

$=\{(m)^2+2\}^2-2=(m^2+2)^2-2$

$=(m^2)^2+2\times m^2\times2+2^2-2$

$=m^4+4m^2+4-2$

$=m^4+4m^2+2=$ ডানপক্ষ

$\therefore a^4+\frac{1}{a^4}=m^4+4m^2+2$. (দেখানো হলো)

৯। $x-\frac{1}{x}=4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2+\frac{1}{x^2}=18$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=4$

বামপক্ষ $=x^2+\frac{1}{x^2}$

$=(x)^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2$

$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\times x\times\frac{1}{x}$

$=(4)^2+2$

$=16+2=18=$ ডানপক্ষ

$\therefore x^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2=18$. (প্রমাণিত)

১০। $m+\frac{1}{m}=2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4+\frac{1}{m^4}=2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $m+\frac{1}{m}=2$

বামপক্ষ $=m^4+\frac{1}{m^4}$

$=(m^2)^2+\left(\frac{1}{m^2}\right)^2=\left(m^2+\frac{1}{m^2}\right)^2-2\times m^2\times\frac{1}{m^2}$

$=\left\{\left(m+\frac{1}{m}\right)^2-2\times m\times\frac{1}{m}\right\}^2-2=\{(2)^2-2\}^2-2$

$=(4-2)^2-2=(2)^2-2=4-2=2=$ ডানপক্ষ

$\therefore m^4+\frac{1}{m^4}=2$. (প্রমাণিত)

১১। $x+y=12$ এবং $xy=27$ হলে, $(x-y)^2$ ও x^2+y^2 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+y=12$ এবং $xy=27$

প্রদত্ত রাশি $=(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$

$=(12)^2-4\times27=144-108=36.$

এবং $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=(12)^2-2\times27=144-54=90$

নির্ণেয় মান 36 ও 90.

১২। $a+b=13$ এবং $a-b=3$ হলে, $2a^2+2b^2$ ও ab এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b=13$ এবং $a-b=3$

প্রদত্ত রাশি $=2a^2+2b^2$

$=2(a^2+b^2)=(a+b)^2+(a-b)^2$

$=(13)^2+(3)^2=169+9=178.$

এবং $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{13}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{169}{4}-\frac{9}{4}=\frac{169-9}{4}=\frac{160}{4}=40$

নির্ণেয় মান 178 এবং 40.

১৩। দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর :

(ক) $(5p-3q)(p+7q)$

সমাধান : আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore(5p-3q)(p+7q)$

$=\left\{\frac{(5p-3q)+(p+7q)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(5p-3q)-(p+7q)}{2}\right\}^2$

$=\left(\frac{5p-3q+p+7q}{2}\right)^2-\left(\frac{5p-3q-p-7q}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{6p+4q}{2}\right)^2-\left(\frac{4p-10q}{2}\right)^2=\left\{\frac{2(3p+2q)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2(2p-5q)}{2}\right\}^2$

$=(3p+2q)^2-(2p-5q)^2$

$\therefore(5p-3q)(p+7q)=(3p+2q)^2-(2p-5q)^2$

(খ) $(6a+9b)(7b-8a)$

সমাধান : আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$.

$\therefore(6a+9b)(7b-8a)$

$=\left\{\frac{(6a+9b)+(7b-8a)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(6a+9b)-(7b-8a)}{2}\right\}^2$

$=\left(\frac{6a+9b+7b-8a}{2}\right)^2-\left(\frac{6a+9b-7b+8a}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{16b-2a}{2}\right)^2-\left(\frac{2b+14a}{2}\right)^2$

$=\left\{\frac{2(8b-a)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2(b+7a)}{2}\right\}^2=(8b-a)^2-(b+7a)^2.$

$\therefore(6a+9b)(7b-8a)=(8b-a)^2-(b+7a)^2.$

www.abswer.com

(গ) $(3x+5y)(7x-5y)$

সমাধান : আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (3x+5y)(7x-5y)$

$=\left(\frac{3x+5y+7x-5y}{2}\right)^2-\left(\frac{3x+5y-7x+5y}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{10x}{2}\right)^2-\left(\frac{10y-4x}{2}\right)^2$

$=\left\{\frac{2(5x)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{-2(-5y+2x)}{2}\right\}^2=(5x)^2-(2x-5y)^2.$

$\therefore (3x+5y)(7x-5y)=(5x)^2-(2x-5y)^2.$

(ঘ) $(5x+13)(5x-13)$

সমাধান : আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (5x+13)(5x-13)$

$=\left(\frac{5x+13+5x-13}{2}\right)^2-\left(\frac{5x+13-5x+13}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{10x}{2}\right)^2-\left(\frac{26}{2}\right)^2=(5x)^2-(13)^2.$

$\therefore (5x+13)(5x-13)=(5x)^2-(13)^2.$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৪ দুইটি সংখ্যা a ও b, যেখানে a > b। সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 12 এবং গুণফল 32.

ক. সূত্রের সাহায্যে গুণ কর : $(2x+3)(2x-7)$

খ. $2a^2+2b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $(a+2b)^2-5b^2=176.$

১৪নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $(2x+3)(2x-7)=(2x+3)(2x+(-7))$

$=(2x)^2+(3+(-7)).2x+3.(-7)$

$=4x^2+(3-7).2x-21$

$=4x^2-4\times 2x-21=4x^2-8x-21$

নির্ণেয় গুণফল $4x^2-8x-21.$

খ প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয় a ও b; যেখানে a > b.

শর্তমতে, $a+b=12$ এবং $ab=32$

প্রদত্ত রাশি $=2a^2+2b^2=2(a^2+b^2)$

$=2\{(a+b)^2-2ab\}$

$=2\{(12)^2-2\times 32\}$

$=2(144-64)=2\times 80=160$

নির্ণেয় মান 160.

গ খ-হতে প্রাপ্ত, $a+b=12$ এবং $ab=32$

এখন, $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

বা, $(a-b)^2=(12)^2-4\times 32=144-128$

বা, $(a-b)^2=16$

বা, $a-b=\pm\sqrt{16}$

$\therefore a-b=\pm 4$

যেহেতু, $a>b$; সেহেতু, $a-b=4$

বামপক্ষ $=(a+2b)^2-5b^2$

$=a^2+2.a.2b+(2b)^2-5b^2$

$=a^2+4ab+4b^2-5b^2$

$=a^2-b^2+4ab$

$=(a+b)(a-b)+4ab$

$=12\times 4+4\times 32=48+128=176=$ ডানপক্ষ

$\therefore (a+2b)^2-5b^2=176.$ (প্রমাণিত)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — টপিকের ধারায় প্রণীত

৪.১ বীজগাণিতীয় সূত্রাবলি ▸ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৪৭

১. $m^2-6m-1=0$ হলে, $m^2+\frac{1}{m^2}=$ কত? (মধ্যমান) [ঢা. বো. '১৯]

ঘ ক 32 খ 34 গ 36 ঘ 38

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $m^2-6m-1=0$

বা, $m^2-1=6m$

বা, $\frac{m^2}{m}-\frac{1}{m}=\frac{6m}{m}$

বা, $m-\frac{1}{m}=6$

$\therefore m^2+\frac{1}{m^2}=\left(m-\frac{1}{m}\right)^2+2\cdot m\cdot\frac{1}{m}=6^2+2=36+2=38.$

২. $x^2-\sqrt{5}x+1=0$ হলে, $x+\frac{1}{x}=$ কত? (সহজমান) [ঢা. বো. '১৯]

গ ক $-2\sqrt{5}$ খ $-\sqrt{5}$ গ $\sqrt{5}$ ঘ $5\sqrt{5}$

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x^2-\sqrt{5}x+1=0$

বা, $\frac{x^2}{x}-\frac{\sqrt{5}x}{x}+\frac{1}{x}=0$

বা, $x-\sqrt{5}+\frac{1}{x}=0$

$\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$

৩. $x+y=6$ এবং $x-y=4$ হলে, 5xy এর মান কত? (মধ্যমান) [ঢা. বো. '১৯]

গ ক 16 খ 24 গ 25 ঘ 36.

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x+y=6, x-y=4$

$\therefore 5xy=5\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}=5\left\{\left(\frac{6}{2}\right)^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2\right\}$

$=5(3^2-2^2)=5(9-4)=5\times 5=25.$

৪. $x^2+\frac{1}{x^2}=10$ হলে, $x+\frac{1}{x}$ এর মান কোনটি? (মধ্যমান) [য. বো. '১৯]

গ ক $\sqrt{6}$ খ $2\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{3}$ ঘ $\sqrt{14}$

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x^2+\frac{1}{x^2}=10$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}=10$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=10+2$ বা, $x+\frac{1}{x}=\sqrt{12}$ $\therefore x+\frac{1}{x}=2\sqrt{3}$

৫. $x-\frac{1}{x}=5$ হলে, $\left(x+\frac{1}{x}\right)$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)[কু. বো. '১৯]

ঘ ক $\sqrt{21}$ খ $\sqrt{23}$ গ $\sqrt{27}$ ঘ $\sqrt{29}$

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=5$

$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4\cdot x\cdot\frac{1}{x}=5^2+4=25+4=29.$

৬. $a=x+\frac{1}{x}$ এবং $b=\frac{1}{x}-x$, হলে, $(a-b)^2=$ কত? (সহজমান) [চ. বো. '১৯]

গ ক 2x খ 4x গ $4x^2$ ঘ 0

www.abswer.com

৭. $x - y = 2p$ এবং $px + qy = p^2 + q^2$ হলে, $(x, y) =$ কত? (কঠিনমান) [চ. বো. '১৯]
(ক) $(p - q, p + q)$ (খ) $(q - p, p + q)$
ঘ (গ) $(p + q, p - q)$ (ঘ) $(p + q, q - p)$
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x - y = 2p$ .... (i)
$px + qy = p^2 + q^2$ .... (ii)
(i) নং কে q দ্বারা গুণ করে পাই,
$qx - qy = 2pq$
$px + qy = p^2 + q^2$
$px + qx = p^2 + q^2 + 2pq$ [যোগ করে]
বা, $x(p + q) = (p + q)^2$
$\therefore x = p + q$
x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$p + q - y = 2p$
বা, $-y = 2p - p - q = p - q = -(q - p)$
$\therefore y = q - p$
$\therefore (x, y) = (p + q, q - p)$.

৮. $p + q = 7$ এবং $pq = 9$ হলে, $p^2 + q^2$ এর মান কোনটি? (সহজমান) [দি. বো. '১৯]
গ (ক) 67 (খ) 40 (গ) 31 (ঘ) 13
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $p + q = 7$ এবং $pq = 9$
$\therefore p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq$
$= 7^2 - 2 \times 9 = 31$.

৯. $m - \frac{1}{m} = 4$ হলে, $\left(m + \frac{1}{m}\right)^2$ এর মান কত? (মধ্যমান) [দি. বো. '১৯]
ক (ক) 20 (খ) 18 (গ) 14 (ঘ) 12
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $m - \frac{1}{m} = 4$
$\therefore \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 4 \cdot m \cdot \frac{1}{m}$
$= 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$.

১০. $a + b = 5$ এবং $a - b = 2$ হলে $a^2 + b^2$ এর মান কত? (মধ্যমান) [ব. বো. '১৯]
খ (ক) $\frac{21}{2}$ (খ) $\frac{29}{2}$ (গ) 21 (ঘ) 29
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $a + b = 5$ এবং $a - b = 2$
$\therefore a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2} = \frac{5^2 + 2^2}{2} = \frac{25 + 4}{2} = \frac{29}{2}$.

১১. $x^2 - 4x - 1 = 0$ হলে $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত, যখন $x \neq 0$? (কঠিনমান) [ব. বো. '১৯]
ঘ (ক) −4 (খ) −1 (গ) 4 (ঘ) 16
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x^2 - 4x - 1 = 0$
বা, $x^2 - 1 = 4x$
বা, $\frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = \frac{4x}{x}$
বা, $x - \frac{1}{x} = 4$ $\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2 = 16$.

১২. $-x + y$ এর বর্গ কত? (সহজমান) [ব. বো. '১৯]
(ক) $x^2 + y^2$ (খ) $x^2 + y^2 - 2xy$
খ (গ) $-x^2 - 2xy - y^2$ (ঘ) $x^2 + 2xy + y^2$
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $-x + y$ এর বর্গ $= (-x + y)^2$
$= (-x)^2 + 2(-x)(y) + (y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = x^2 + y^2 - 2xy$.

১৩. $a^2 - 3a - 1 = 0$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত? (মধ্যমান) [দি. বো. '১৯]
গ (ক) 5 (খ) 7 (গ) 11 (ঘ) 13
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $a^2 - 3a - 1 = 0$
বা, $a^2 - 1 = 3a$ বা, $\frac{a^2}{a} - \frac{1}{a} = \frac{3a}{a}$ $\therefore a - \frac{1}{a} = 3$
$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$.

১৪. $x + y = 7$ এবং $xy = 12$ হলে, $2(x - y)^2$ এর মান কত? (মধ্যমান) [দি. বো. '১৯]
খ (ক) 1 (খ) 2 (গ) 25 (ঘ) 75
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x + y = 7$ এবং $xy = 12$
$\therefore 2(x - y)^2 = 2\{(x + y)^2 - 4xy\}$
$= 2\{(7)^2 - 4 \times 12\}$
$= 2(49 - 48) = 2 \times 1 = 2$

১৫. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{6}$ হলে, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কোনটি? (সহজমান) [ব. বো. '১৮]
ক (ক) 2 (খ) 4 (গ) 32 (ঘ) 40

১৬. $(3x - 7)(7 + 3x)$ কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান) [চা. বো. '১৮]
ঘ (ক) $3x^2 - 49$ (খ) $(3x)^2 - (49)^2$ (গ) $9x^2 - 7$ (ঘ) $9x^2 - 49$

১৭. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ হলে $x - \frac{1}{x}$ এর মান কত? (মধ্যমান) [দি. বো. '১৮]
খ (ক) −2 (খ) 0 (গ) 2 (ঘ) 4
▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 2 - 2 = 0$
$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{0} = 0$.

১৮. $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান কত? (সহজমান) [রা. বো. '১৮]
খ (ক) 8 (খ) 12 (গ) 16 (ঘ) 20

১৯. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x - \frac{1}{x}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [কু. বো. '১৮]
ক (ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 3

২০. $x + 2y$ এর বর্গ কোনটি? (সহজমান) [চা. বো. '১৮]
(ক) $x^2 + 2xy + y^2$ (খ) $x^2 + 4xy + 4y^2$
খ (গ) $x^2 + 2xy + 4y^2$ (ঘ) $x^2 + xy + y^2$

২১. যদি $a + b = 5$, $a - b = 4$ হয়, তাহলে $a^2 - b^2 =$ কত? (মধ্যমান) [চা. বো. '১৮]
ঘ (ক) 9 (খ) 10 (গ) 15 (ঘ) 20

২২. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত? (মধ্যমান) [রা. বো. '১৮]
খ (ক) 5 (খ) 7 (গ) 11 (ঘ) 13

২৩. $a^2 - 1 = 5a$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজমান) [চ. বো. '১৮]
ঘ (ক) 21 (খ) 23 (গ) 25 (ঘ) 27

২৪. $(a + 13)$ ও $(a - 11)$ এর গুণফল নিচের কোনটি? (সহজমান) [দি. বো. '১৮]
(ক) $a^2 - 2a + 143$ (খ) $a^2 + 2a - 143$
খ (গ) $a^2 - 24a + 143$ (ঘ) $a^2 + 24a - 143$

২৫. নিচের কোনটি $a^2 + b^2$ এর মান নির্দেশ করে? (সহজমান)
(ক) $(a + b)^2 + 2ab$ (খ) $(a - b)^2 - 2ab$
গ (গ) $(a + b)^2 - 2ab$ (ঘ) $a^2 + 2ab + b^2$

২৬. $(a - b)^2 + 2ab =$ কত? (মধ্যমান)
ঘ (ক) $(a - b)^2$ (খ) $(a + b)^2$ (গ) $a^2 - b^2$ (ঘ) $a^2 + b^2$

২৭. $a + b = 3$ ও $a - b = 4$ হলে, $a^2 - b^2 =$ কত? (মধ্যমান)
গ (ক) 6 (খ) 7 (গ) 12 (ঘ) 1

২৮. $(2p + 4)$ কে $(2p - 4)$ দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে? (সহজমান)
ক (ক) $4p^2 - 16$ (খ) $2p^2 - 16$ (গ) $4p^2 - 4$ (ঘ) $4p^2 + 16$

২৯. $a = 2, b = 3, c = 4$ হলে, $(a + b + c)^2 =$ কত? (সহজমান)
গ (ক) 64 (খ) 49 (গ) 81 (ঘ) 65

www.abswer.com

www.abswer.com

৩০. $\left(2x-\frac{2}{x}\right)^2 = 12$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান কত? (মধ্যমান)
[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ঘ ক 34 খ 32 গ 7 ঘ 5

তথ্য-ব্যাখ্যা : এখানে, $\left(2x-\frac{2}{x}\right)^2 = 12$

বা, $2x-\frac{2}{x} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ বা, $2\left(x-\frac{1}{x}\right) = 2\sqrt{3}$

$\therefore x-\frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 + 2 = 3+2 = 5.$

৩১. x^2+2 এর সাথে কত যোগ করলে ঐ যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? (সহজমান)
[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ঘ ক y^2 খ 4 গ 2x ঘ $\frac{1}{x^2}$

৩২. $x^2+\frac{1}{x^2} = 2$ হলে $x-\frac{1}{x}$ -এর মান কত? (মধ্যমান)
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

খ ক −2 খ 0 গ 2 ঘ 4

তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2+\frac{1}{x^2}-2.x.\frac{1}{x}$

$= 2-2 = 0 \therefore x-\frac{1}{x} = \sqrt{0} = 0.$

৩৩. যদি $x+y=3$ এবং $x-y=1$ হয় তবে $x^2+y^2 =$ কত? (কঠিনমান)
[হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক ক 5 খ 3. গ 2 ঘ 1

তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^2+y^2 = \frac{1}{2}\{(x+y)^2+(x-y)^2\}$

$= \frac{1}{2}\{(3)^2+(1)^2\} = \frac{1}{2}(9+1) = \frac{1}{2}\times 10 = 5$

৩৪. $k-\frac{1}{k} = 6$ হলে $k+\frac{1}{k}$ এর মান কত? (কঠিনমান)
[হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]

ঘ ক 40 খ 20 গ $4\sqrt{5}$ ঘ $2\sqrt{10}$

তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(k+\frac{1}{k}\right)^2 = \left(k-\frac{1}{k}\right)^2 + 4.k.\frac{1}{k}$

$= (6)^2+4 = 36+4 = 40$

$\therefore k+\frac{1}{k} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

৩৫. $m-n=4$ এবং $mn=3$ হলে, $(m+n)^2$ এর মান কত? (সহজমান)
[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]

গ ক 4 খ 16 গ 28 ঘ 82

তথ্য-ব্যাখ্যা : $(m+n)^2 = (m-n)^2+4mn$

$= 4^2+4\cdot 3 = 16+12 = 28.$

৩৬. $(a+6)(a+4)$ এর দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপ কোনটি? (মধ্যমান)
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ঘ ক a^2-6^2 খ a^2-4^2 গ a^2-10^2 ঘ $(a+5)^2-1$

তথ্য-ব্যাখ্যা : $(a+6)(a+4)$

$= \left(\frac{a+6+a+4}{2}\right)^2 - \left(\frac{a+6-a-4}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{2a+10}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 = \left\{\frac{2(a+5)}{2}\right\}^2 - 1^2 = (a+5)^2-1^2.$

৩৭. $x^2+\frac{1}{x^2} = 10$ হলে, $\left(x-\frac{1}{x}\right)$ এর মান কত? (সহজমান)
[বি এ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]

গ ক $4\sqrt{2}$ খ $3\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{2}$

৩৮. x^2-8x-3 এর সাথে কত যোগ করলে, যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? (কঠিনমান)
[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক ক 19 খ 13 গ 7 ঘ 3

তথ্য-ব্যাখ্যা : এখানে, $x^2-8x-3 = x^2-2.x.4+(4)^2-(4)^2-3$

$= (x-4)^2-16-3 = (x-4)^2-19$

$\therefore (x-4)^2$ এর সাথে 19 যোগ করলে হয় $= (x-4)^2-19+19$

$= (x-4)^2$ যা পূর্ণবর্গ।

৩৯. $-a-b$ এর বর্গ কোনটি? (সহজমান) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

গ ক $-a^2-2ab-b^2$ খ $a^2-2ab+b^2$ গ $a^2+2ab+b^2$ ঘ $a^2-2ab-b^2$

তথ্য-ব্যাখ্যা : $-a-b$ এর বর্গ

$= (-a-b)^2 = \{-(a+b)\}^2 = (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2.$

৪০. $2x+\frac{2}{x} = 4$ হলে $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান কত? (মধ্যমান) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

গ ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 8

তথ্য-ব্যাখ্যা : $2x+\frac{2}{x} = 4$ বা, $2\left(x+\frac{1}{x}\right) = 4$

$\therefore x+\frac{1}{x} = \frac{4}{2} = 2.$

৪১. $x+y = 2\sqrt{3}$ এবং $x-y = 2\sqrt{2}$ হলে, $4xy$ এর মান কত? (মধ্যমান)
[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

খ ক 0 খ 4 গ 8 ঘ 12

তথ্য-ব্যাখ্যা : $4xy = (x+y)^2-(x-y)^2 = (2\sqrt{3})^2-(2\sqrt{2})^2 = 12-8 = 4.$

৪২. $a-\frac{1}{a} = 5$ হলে $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$ এর মান কোনটি? (কঠিনমান)
[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]

ক ক 29 খ 27 গ 25 ঘ 23

তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 = \left(a-\frac{1}{a}\right)^2 + 4.a.\frac{1}{a} = 5^2+4 = 25+4 = 29.$

৪৩. $x+\frac{1}{x} = \sqrt{7}$ হলে $x-\frac{1}{x} =$ কোনটি? (মধ্যমান)
[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]

গ ক $\sqrt{7}$ খ $\sqrt{5}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ $\sqrt{2}$

তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{7})^2-4 = 7-4 = 3$

$\therefore x-\frac{1}{x} = \sqrt{3}.$

৪৪. $(x+11)$ ও $(x-8)$ এর গুণফল নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [কু. বো. '১৬]

গ ক $x^2-19x+88$ খ $x^2-3x+88$ গ $x^2+3x-88$ ঘ $x^2+19x-88$

৪৫. $x+\frac{1}{x} = 2$ হলে— (সহজমান)

i. $x^2-2x+1=0$

ii. $x^3+\frac{1}{x^3}=2$

iii. $x^4-\frac{1}{x^4}=0$

নিচের কোনটি সঠিক? [রা. বো. '১৬]

ঘ ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৬. $\left(3a+\frac{3}{a}\right)^2 = 9$ হলে— (মধ্যমান)

i. $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 = 3$

ii. $a+\frac{1}{a} = 1$

iii. $a^2+\frac{1}{a^2} = -1$

নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. '১৬]

গ ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

www.abswer.com

www.abswer.com

৪৭. $a+\frac{1}{a}=2$ হলে— (কঠিনমান)

i. $a^2+\frac{1}{a^2}=2$ ii. $a^3+\frac{1}{a^3}=2$ iii. $a^4+\frac{1}{a^4}=5$

নিচের কোনটি সঠিক? [ম. বো. '১৯]

ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৪৮. $y^2-2y+1=0$ হলে— (সহজমান)

i. $\left(y-\frac{1}{y}\right)^2=0$ ii. $y^2+\frac{1}{y^2}=2$ iii. $y^3-\frac{1}{y^3}=3$

নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '১৭]

ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৪৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর : (সহজমান)

i. $4ab=(a+b)^2-(a-b)^2$

ii. $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

iii. $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x$

নিচের কোনটি সঠিক? [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

৫০. $x^2+y^2=4$ এবং $x+y=2$ হলে— (মধ্যমান)

i. $xy=2$

ii. $xy=0$

iii. $(x-y)^2=4$

নিচের কোনটি সঠিক? [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

গ ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫১ ও ৫২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x+y=5$ এবং $x-y=3$. [য. বো. '১৯]

৫১. x^2-y^2 এর মান নিচের কোনটি? (সহজমান)

ঘ ⓚ 2 ⓛ 8 ⓜ 9 ⓝ 15

৫২. x^2+y^2 এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ঘ ⓚ 1 ⓛ 4 ⓜ 8 ⓝ 17

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৫৩ ও ৫৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2-3x+1=0$. [দি. বো. '১৮]

৫৩. $\left(x-\frac{1}{x}\right)$ এর মান কত? (মধ্যমান)

ক ⓚ $\sqrt{5}$ ⓛ $\sqrt{7}$ ⓜ 5 ⓝ 7

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : এখানে, $x^2-3x+1=0$

বা, $x\left(x+\frac{1}{x}\right)=3x$ বা, $x+\frac{1}{x}=3$

এখন, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\cdot x\cdot\frac{1}{x}=3^2-4=9-4=5$

$\therefore x-\frac{1}{x}=\sqrt{5}$.

৫৪. $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিনমান)

গ ⓚ 3 ⓛ 5 ⓜ 7 ⓝ 9

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}$
$=3^2-2=9-2=7$

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৫৫ ও ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a^2-5a+1=0$. [রা. বো. '১৮]

৫৫. $a+\frac{1}{a}$ এর মান কোনটি? (মধ্যমান)

ক ⓚ 5 ⓛ 1 ⓜ −1 ⓝ −5

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $a^2-5a+1=0$

বা, $a\left(a+\frac{1}{a}\right)=5a$ $\therefore a+\frac{1}{a}=5$

৫৬. $a-\frac{1}{a}$ এর মান কোনটি? (কঠিনমান)

ঘ ⓚ $\sqrt{29}$ ⓛ $\sqrt{27}$ ⓜ $\sqrt{23}$ ⓝ $\sqrt{21}$

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4\cdot a\cdot\frac{1}{a}$
$=5^2-4=25-4=21$

$\therefore a-\frac{1}{a}=\sqrt{21}$

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3x+2y=8$, $3x-2y=4$ [য. বো. '১৮]

৫৭. $9x^2+4y^2$ এর মান কত? (সহজমান)

গ ⓚ 16 ⓛ 24 ⓜ 40 ⓝ 100

৫৮. xy এর মান কত? (মধ্যমান)

ক ⓚ 2 ⓛ 6 ⓜ 12 ⓝ 24

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x+y=10$ এবং $x-y=6$ হলে— [চ. বো. '১৮]

৫৯. $2x^2+2y^2$ এর মান কত? (সহজমান)

গ ⓚ 64 ⓛ 128 ⓜ 136 ⓝ 272

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $2x^2+2y^2$
$=(x+y)^2+(x-y)^2$
$=(10)^2+(6)^2=100+36=136.$

৬০. xy এর মান কত? (মধ্যমান)

ঘ ⓚ 136 ⓛ 64 ⓜ 36 ⓝ 16

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $xy=\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2=\left(\frac{10}{2}\right)^2-\left(\frac{6}{2}\right)^2$
$=5^2-3^2=25-9=16.$

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৬১ ও ৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a+b=12$, $a-b=2$.

৬১. a^2+b^2 এর মান নিচের কোনটি? (সহজমান)

ক ⓚ 74 ⓛ 100 ⓜ 146 ⓝ 196

৬২. ab এর মান কত? (মধ্যমান)

খ ⓚ 37 ⓛ 35 ⓜ 30 ⓝ 24

■ $a=6x+7y$ এবং $b=x-2y$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৬৩ – ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬৩. a এর বর্গ নিচের কোনটি? (সহজমান)

ⓚ $36x^2+49y^2$ ⓛ $6x^2+9y^2$

গ ⓜ $36x^2+84xy+49y^2$ ⓝ $36x^2+42xy+49y^2$

৬৪. $a+b$ এর বর্গ নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ⓚ $7x^2+5y^2$ ⓛ $49x^2+70xy+25y^2$

খ ⓜ $7x^2+9y^2$ ⓝ $49x^2+126xy+81y^2$

৬৫. a^2-b^2 এর মান নিচের কোনটি? (কঠিনমান)

ⓚ $6x^2-9y^2$ ⓛ $(6x^2+7y^2)(x^2-2y^2)$

ঘ ⓜ $(6x-2y)^2$ ⓝ $(7x+5y)(5x+9y)$

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৬৬ ও ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a+\frac{1}{a}=3$ [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]

৬৬. $a-\frac{1}{a}=$ কত? (সহজমান)

ক ⓚ $\sqrt{5}$ ⓛ $\sqrt{7}$ ⓜ 5 ⓝ 7

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4\cdot a\cdot\frac{1}{a}=9-4=5$

$\therefore a-\frac{1}{a}=\sqrt{5}$

৬৭. $a^4-\frac{1}{a^4}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ঘ ⓚ $51\sqrt{5}$ ⓛ 51 ⓜ 47 ⓝ $21\sqrt{5}$

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান টপিকের ধারায় প্রণীত

৪.১ বীজগাণিতীয় সূত্রাবলি ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৪৭

প্রশ্ন ১। $4a - 7b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $4a - 7b$ এর বর্গ

$= (4a - 7b)^2$

$= (4a)^2 - 2 \times 4a \times 7b + (7b)^2 = 16a^2 - 56ab + 49b^2.$

প্রশ্ন ২। $p + q = 7$ এবং $pq = 9$ হলে, $p^2 + q^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $p + q = 7$ এবং $pq = 9$

প্রদত্ত রাশি $= p^2 + q^2$

$= (p + q)^2 - 2pq = (7)^2 - 2 \times 9 = 49 - 18 = 31$

নির্ণেয় মান 31.

প্রশ্ন ৩। সূত্রের সাহায্যে $(7x + 8)$ কে $(7x - 8)$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(7x + 8)(7x - 8)$

$= (7x)^2 - (8)^2$ [$\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$]

$= 49x^2 - 64.$

প্রশ্ন ৪। সূত্রের সাহায্যে $(5x + 17)$ কে $(5x - 13)$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore (5x + 17)(5x - 13) = (5x + 17)\{5x + (-13)\}$

$= (5x)^2 + \{17 + (-13)\} . 5x + 17(-13)$

$= 25x^2 + 20x - 221.$

প্রশ্ন ৫। সরল কর : $(3a^2 + 7b^2)^2 + 2(3a^2 + 7b^2)(3a^2 - 7b^2) + (3a^2 - 7b^2)^2$

সমাধান : ধরি, $3a^2 + 7b^2 = x$ এবং $3a^2 - 7b^2 = y$

প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 2xy + y^2$

$= (x + y)^2$

$= (3a^2 + 7b^2 + 3a^2 - 7b^2)^2$ [x এবং y এর মান বসিয়ে]

$= (6a^2)^2 = 36a^4.$

প্রশ্ন ৬। $(4p - 3q)(6p + 5q)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

$\therefore (4p - 3q)(6p + 5q)$

$= \left(\frac{4p - 3q + 6p + 5q}{2}\right)^2 - \left(\frac{4p - 3q - 6p - 5q}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{10p + 2q}{2}\right)^2 - \left(\frac{-2p - 8q}{2}\right)^2$

$= \left\{\frac{2(5p + q)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{-2(p + 4q)}{2}\right\}^2$

$= (5p + q)^2 - (p + 4q)^2.$

প্রশ্ন ৭। সূত্রের সাহায্যে $(3x - 10)(3x - 5)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore (3x - 10)(3x - 5) = (3x)^2 + \{(-10) + (-5)\} 3x + (-10) . (-5)$

$= 9x^2 + \{-10 - 5\} 3x + 50$

$= 9x^2 - 45x + 50.$

প্রশ্ন ৮। $3x + 2y + 5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, $3x = a$, $2y = b$ এবং $5z = c$

প্রদত্ত রাশির বর্গ $= (a + b + c)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$= (3x)^2 + (2y)^2 + (5z)^2 + 2 \times 3x \times 2y + 2 \times 2y \times 5z + 2 \times 5z \times 3x$ [মান বসিয়ে]

$= 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12xy + 20yz + 30zx$

$\therefore (3x + 2y + 5z)^2 = 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12xy + 20yz + 30zx.$

প্রশ্ন ৯। $6a - 7b - 8c$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $6a - 7b - 8c$ এর বর্গ

$= (6a - 7b - 8c)^2$

$= \{6a - (7b + 8c)\}^2$

$= (6a)^2 - 2 \times 6a \times (7b + 8c) + (7b + 8c)^2$

$= 36a^2 - 12a(7b + 8c) + (7b)^2 + 2 \times 7b \times 8c + (8c)^2$

$= 36a^2 - 84ab - 96ac + 49b^2 + 112bc + 64c^2$

$= 36a^2 + 49b^2 + 64c^2 - 84ab - 96ac + 112bc.$

প্রশ্ন ১০। $m - \frac{1}{m} = 4$ হলে, $m^2 + \frac{1}{m^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $m - \frac{1}{m} = 4$

প্রদত্ত রাশি $= m^2 + \frac{1}{m^2}$

$= \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 2.m.\frac{1}{m}$ [$\because a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$]

$= (4)^2 + 2$

$= 16 + 2 = 18$

নির্ণেয় মান 18.

প্রশ্ন ১১। $x + \frac{1}{x} = 5$ হলে $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

প্রদত্ত রাশি $= x^4 + \frac{1}{x^4}$

$= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= (5^2 - 2)^2 - 2$

$= (25 - 2)^2 - 2$

$= (23)^2 - 2 = 529 - 2 = 527$

নির্ণেয় মান : 527.

প্রশ্ন ১২। $m^2 - 7m - 1 = 0$ হলে, $m^2 + \frac{1}{m^2} =$ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$m^2 - 7m - 1 = 0$

বা, $m^2 - 1 = 7m$

বা, $\frac{m^2}{m} - \frac{1}{m} = \frac{7m}{m}$ [উভয়পক্ষকে m দ্বারা ভাগ করে]

বা, $m - \frac{1}{m} = 7$

বা, $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = (7)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $m^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 49$

বা, $m^2 + \frac{1}{m^2} = 49 + 2$

$\therefore m^2 + \frac{1}{m^2} = 51$

নির্ণেয় মান : 51.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১৩। $a+b=7$ এবং $a-b=3$ হলে, a^2+b^2 এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b=7$ এবং $a-b=3$

প্রদত্ত রাশি $=a^2+b^2$

$=\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2}$

$=\frac{(7)^2+(3)^2}{2}=\frac{49+9}{2}=\frac{58}{2}=29$

নির্ণেয় মান : 29.

প্রশ্ন ১৪। $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ হলে, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4.x.\frac{1}{x}$ [$\because (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$]

$=(\sqrt{5})^2-4=5-4=1$

নির্ণেয় মান : 1.

প্রশ্ন ১৫। $a^2-4a+1=0$ হলে $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2-4a+1=0$

বা, $a^2+1=4a$

বা, $a+\frac{1}{a}=4$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

প্রদত্ত রাশি $=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4.a.\frac{1}{a}=4^2-4=16-4=12$

নির্ণেয় মান : 12.

প্রশ্ন ১৬। $x+y=14$ এবং $x-y=4$ হলে $2(x^2+y^2)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+y=14$ এবং $x-y=4$

প্রদত্ত রাশি $=2(x^2+y^2)$

$=(x+y)^2+(x-y)^2$

$=(14)^2+(4)^2=196+16=212$

নির্ণেয় মান : 212.

প্রশ্ন ১৭। $a+b=2\sqrt{3}$, $a-b=2\sqrt{2}$ হলে, 4ab এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b=2\sqrt{3}$ এবং $a-b=2\sqrt{2}$

প্রদত্ত রাশি $=4ab$

$=(a+b)^2-(a-b)^2$

$=(2\sqrt{3})^2-(2\sqrt{2})^2=12-8=4$

নির্ণেয় মান : 4.

প্রশ্ন ১৮। $m^4+\frac{1}{m^4}=119$ হলে, $m^2+\frac{1}{m^2}=$ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $m^4+\frac{1}{m^4}=119$

বা, $(m^2)^2+\left(\frac{1}{m^2}\right)^2=119$

বা, $\left(m^2+\frac{1}{m^2}\right)^2-2.m^2.\frac{1}{m^2}=119$

বা, $\left(m^2+\frac{1}{m^2}\right)^2=119+2=121$

বা, $m^2+\frac{1}{m^2}=\sqrt{121}=11$

নির্ণেয় মন : 11.

প্রশ্ন ১৯। $a+b=9$ এবং $a-b=5$ হলে, ab এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b=9$ এবং $a-b=5$

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{9}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{81}{4}-\frac{25}{4}=\frac{81-25}{4}=\frac{56}{4}=14$

নির্ণেয় মান : 14.

প্রশ্ন ২০। $\left(2p-\frac{2}{p}\right)^2=12$ হলে $p^2+\frac{1}{p^2}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\left(2p-\frac{2}{p}\right)^2=12$

বা, $\left\{2\left(p-\frac{1}{p}\right)\right\}^2=12$

বা, $4\left(p-\frac{1}{p}\right)^2=12$

বা, $\left(p-\frac{1}{p}\right)^2=\frac{12}{4}$

বা, $\left(p-\frac{1}{p}\right)^2=3$

$\therefore p-\frac{1}{p}=\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $=p^2+\frac{1}{p^2}$

$=\left(p-\frac{1}{p}\right)^2+2.p.\frac{1}{p}=(\sqrt{3})^2+2=3+2=5$

নির্ণেয় মান : 5.

প্রশ্ন ২১। $(x+y)^2=16$ এবং $(x-y)^2=9$ হলে $2(x^2-y^2)$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $(x+y)^2=16$

$\therefore x+y=\sqrt{16}=4$

এবং $(x-y)^2=9$

$\therefore x-y=\sqrt{9}=3$

প্রদত্ত রাশি $=2(x^2-y^2)$

$=2(x+y)(x-y)=2\times4\times3=24$

নির্ণেয় মান : 24

প্রশ্ন ২২। $a^2+1=4a$ হলে, $\frac{a}{a^2-3a+1}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2+1=4a$

প্রদত্ত রাশি $=\frac{a}{a^2-3a+1}=\frac{a}{(a^2+1)-3a}=\frac{a}{4a-3a}=\frac{a}{a}=1$

নির্ণেয় মান : 1

প্রশ্ন ২৩। $x+\frac{1}{x}=2$ হলে, দেখাও যে, $x^4+\frac{1}{x^4}=2$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=2$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=(2)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2+2.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=4$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}=4-2=2$

বা, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=(2)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $x^4+2.x^2.\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}=4$

বা, $x^4+\frac{1}{x^4}=4-2$

$\therefore x^4+\frac{1}{x^4}=2$. (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ০১ $A = 2x^2 - 7x + 6$ এবং $m = a + \frac{1}{m}$.

ক. A কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. $A = x - 1$ হলে $\left(4x^2 + \frac{49}{x^2}\right)\left(2x - \frac{7}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর, $m^4 + \frac{1}{m^4} = a^4 + 4a^2 + 2$.

● সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট ▶ শিখনফল ১

১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $A = 2x^2 - 7x + 6$

$= 2x^2 - 3x - 4x + 6$

$= x(2x - 3) - 2(2x - 3)$

$= (x - 2)(2x - 3)$

নির্ণেয় উৎপাদক $(x - 2)(2x - 3)$.

খ দেওয়া আছে,

$A = x - 1$

তাহলে, $2x^2 - 7x + 6 = x - 1$

বা, $2x^2 + 6 + 1 = x + 7x$

বা, $2x^2 + 7 = 8x$

বা, $\frac{2x^2 + 7}{x} = \frac{8x}{x}$ [x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2x + \frac{7}{x} = 8$

∴ প্রদত্ত রাশি $= \left(4x^2 + \frac{49}{x^2}\right)\left(2x - \frac{7}{x}\right)^2$

$= \left\{(2x)^2 + \left(\frac{7}{x}\right)^2\right\} \times \left\{\left(2x + \frac{7}{x}\right)^2 - 4 \cdot 2x \cdot \frac{7}{x}\right\}$

$= \left\{\left(2x + \frac{7}{x}\right)^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{7}{x}\right\} \times \{(8)^2 - 56\}$

$= \{(8)^2 - 28\} \times (64 - 56)$

$= (64 - 28) \times 8$

$= 36 \times 8 = 288$

নির্ণেয় মান : 288.

গ দেওয়া আছে, $m = a + \frac{1}{m}$

বা, $m - \frac{1}{m} = a$

বামপক্ষ $= m^4 + \frac{1}{m^4}$

$= (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \cdot m^2 \cdot \frac{1}{m^2}$

$= \left\{\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 2 \cdot m \cdot \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$

$= (a^2 + 2)^2 - 2$

$= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 2 + (2)^2 - 2$

$= a^4 + 4a^2 + 4 - 2$

$= a^4 + 4a^2 + 2 =$ ডানপক্ষ

∴ $m^4 + \frac{1}{m^4} = a^4 + 4a^2 + 2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ০২ $Q = 3a^2 - 7a - 6$ এবং $R = p + \frac{1}{p}$ বীজগাণিতিক রাশি।

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 2y^3$. ২

খ. $R = a + 2$ হলে, $p^4 + \frac{1}{p^4}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. Q কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। 8

● ময়মনসিংহ বোর্ড ২০১৯ ▶ শিখনফল ১

২নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 2y^3$

$= (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) - y^3$

$= (x - y)^3 - (y)^3$

$= \{(x - y) - y\}\{(x - y)^2 + (x - y)y + y^2\}$

$= (x - y - y)(x^2 - 2xy + y^2 + xy - y^2 + y^2)$

$= (x - 2y)(x^2 - xy + y^2)$

খ দেওয়া আছে, $R = p + \frac{1}{p}$

এখন, $R = a + 2$ হলে, $a + 2 = p + \frac{1}{p}$

বা, $p + \frac{1}{p} = a + 2$

বা, $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = (a + 2)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $p^2 + 2.p.\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = a^2 + 2 \times a \times 2 + 2^2$

বা, $p^2 + 2 + \frac{1}{p^2} = a^2 + 4a + 4$

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} = a^2 + 4a + 4 - 2$

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} = a^2 + 4a + 2$

বা, $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = (a^2 + 4a + 2)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $(p^2)^2 + 2.p^2.\frac{1}{p^2} + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2 = \{(a^2 + 4a) + 2\}^2$

বা, $p^4 + \frac{1}{p^4} + 2 = (a^2 + 4a)^2 + 2.(a^2 + 4a).2 + 2^2$

বা, $p^4 + \frac{1}{p^4} = a^4 + 8a^3 + 16a^2 + 4a^2 + 16a + 4 - 2$

∴ $p^4 + \frac{1}{p^4} = a^4 + 8a^3 + 20a^2 + 16a + 2$

গ দেওয়া আছে, $Q = 3a^2 - 7a - 6$

$= 3a^2 - 9a + 2a - 6$

$= 3a(a - 3) + 2(a - 3)$

$= (3a + 2)(a - 3)$

আমরা জানি, $xy = \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - y}{2}\right)^2$

∴ $(3a + 2)(a - 3) = \left(\frac{3a + 2 + a - 3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a + 2 - a + 3}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{4a - 1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2a + 5}{2}\right)^2$

$= \left(2a - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(a + \frac{5}{2}\right)^2$

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ০৩ $2x^2-3x+2=0$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

ক. $\left(x+\frac{1}{x}\right)$-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $8x^6+9x^3+8=0$. ৪

● ঢাকা বোর্ড ২০১৮ ▶ শিখনফল ১ ও ২

৩নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $2x^2-3x+2=0$

বা, $2x^2+2=3x$

বা, $2(x^2+1)=3x$

বা, $x^2+1=\frac{3x}{2}$

বা, $\frac{x^2+1}{x}=\frac{3x}{2x}$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x^2}{x}+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

$\therefore$ $x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

অতএব, $x+\frac{1}{x}$ এর মান $\frac{3}{2}$.

খ ক নং হতে পাই, $x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2+2.x.\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^2=\frac{9}{4}$

বা, $x^2+2+\frac{1}{x^2}=\frac{9}{4}$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{9}{4}-2$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{9-8}{4}$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{1}{4}$

বা, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2+2.x^2.\frac{1}{x^2}+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2=\frac{1}{16}$

বা, $x^4+2+\frac{1}{x^4}=\frac{1}{16}$

বা, $x^4+\frac{1}{x^4}=\frac{1}{16}-2=\frac{1-32}{16}=-\frac{31}{16}$

অতএব, $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান $-\frac{31}{16}$.

গ ক নং থেকে পাই, $x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3=\left(\frac{3}{2}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $x^3+\left(\frac{1}{x}\right)^3+3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)=\frac{27}{8}$

বা, $x^3+\frac{1}{x^3}+3\times\frac{3}{2}=\frac{27}{8}$

বা, $x^3+\frac{1}{x^3}+\frac{9}{2}=\frac{27}{8}$

বা, $x^3+\frac{1}{x^3}=\frac{27}{8}-\frac{9}{2}$

বা, $\frac{x^6+1}{x^3}=\frac{27-36}{8}=-\frac{9}{8}$

বা, $8x^6+8=-9x^3$

$\therefore$ $8x^6+9x^3+8=0$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ০৪ $p^2+q^2+r^2=0$ এবং $\left(x+\frac{1}{x}\right)=a$ দুইটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

ক. $p^2+q^2+r^2$ এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $p^6+q^6+r^6=3p^2q^2r^2$. ৪

● রাজশাহী বোর্ড ২০১৬ ▶ শিখনফল ১ ও ২

৪নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $p^2+q^2+r^2$ এর বর্গ $(p^2+q^2+r^2)^2$

$=(p^2)^2+(q^2)^2+(r^2)^2+2p^2q^2+2q^2r^2+2r^2p^2$

$=p^4+q^4+r^4+2p^2q^2+2q^2r^2+2r^2p^2$.

খ দেওয়া আছে, $\left(x+\frac{1}{x}\right)=a$

$\therefore$ $x^4+\frac{1}{x^4}=(x^2)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$=\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}\right\}^2-2$

$=(a^2-2)^2-2$

$=(a^2)^2-2\times a^2\times 2+2^2-2$

$=a^4-4a^2+4-2=a^4-4a^2+2$

নির্ণেয় মান : a^4-4a^2+2.

গ দেওয়া আছে, $p^2+q^2+r^2=0$

বা, $p^2+q^2=-r^2$

বা, $(p^2+q^2)^3=(-r^2)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $(p^2)^3+3.(p^2)^2.q^2+3.p^2.(q^2)^2+(q^2)^3=-r^6$

বা, $p^6+3p^4q^2+3p^2q^4+q^6=-r^6$

বা, $p^6+q^6+3p^2q^2(p^2+q^2)=-r^6$

বা, $p^6+q^6+3p^2q^2(-r^2)=-r^6$ [$\because p^2+q^2=-r^2$]

বা, $p^6+q^6-3p^2q^2r^2=-r^6$

$\therefore$ $p^6+q^6+r^6=3p^2q^2r^2$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ০৫ $x^2-4x-1=0$

ক. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। (সহজমান) ২

খ. $\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। (মধ্যমান) ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^4=322-\frac{1}{x^4}$ (কঠিনমান) ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান : ▶ শিখনফল ১ ও ২

ক দেওয়া আছে, $x^2-4x-1=0$

বা, $x^2-1=4x$

বা, $\frac{x^2-1}{x}=\frac{4x}{x}$ [x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x-\frac{1}{x}=4$

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রদত্ত রাশি $= \left(x+\frac{1}{x}\right)^2$

$= \left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 4.x.\frac{1}{x}$

$= (4)^2 + 4$ [মান বসিয়ে]

$= 16 + 4 = 20$

নির্ণেয় মান 20.

ঘ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $x - \frac{1}{x} = 4$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$

$= \left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^3 + 3.\cdot x\cdot\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)\right\}\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 2\cdot x\cdot\frac{1}{x}\right\}$

$= \{(4)^3 + 3\times4\}\cdot\{(4)^2+2\}$

$= (64+12)\times(16+2)$

$= 76\times18$

$= 1368$

নির্ণেয় মান 1368.

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত,

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 20$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\cdot x\cdot\frac{1}{x} = 20$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 20 - 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$

বা, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 = (18)^2$ [বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + 2\cdot x^2\cdot\frac{1}{x^2} = 324$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 324$

বা, $x^4 = 324 - 2 - \frac{1}{x^4}$

$\therefore$ $x^4 = 322 - \frac{1}{x^4}$ (প্রমাণিত)

অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান — পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর সংবলিত

কাজ ১ ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৫০

১. $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $2a+5b$ এর বর্গ $= (2a+5b)^2$

$= (2a)^2 + 2\times2a\times5b + (5b)^2$

$= 4a^2 + 20ab + 25b^2$

২. $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $4x - 7$ এর বর্গ $= (4x-7)^2$

$= (4x)^2 - 2\times4x\times7 + (7)^2$

$= 16x^2 - 56x + 49$

৩. $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= (7)^2 - 2\times9$ [মান বসিয়ে]

$= 49 - 18$

$= 31$

নির্ণেয় মান : 31.

৪. $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x+y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$

$= (5)^2 + 4.6$ [মান বসিয়ে]

$= 25 + 24$

$= 49$

নির্ণেয় মান : 49.

কাজ ২ ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৫২

১. সূত্রের সাহায্যে $(5x + 7y)$ ও $(5x - 7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$\therefore (5x+7y)(5x-7y) = (5x)^2 - (7y)^2$

$= 25x^2 - 49y^2$

নির্ণেয় গুণফল : $25x^2 - 49y^2$.

২. সূত্রের সাহায্যে $(x + 10)$ ও $(x - 14)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$\therefore (x+10)(x-14) = (x+10)\{x+(-14)\}$

$= x^2 + (10-14).x + 10\times(-14)$

$= x^2 - 4x - 140.$

৩. $(4x - 3y)(6x + 5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (4x-3y)(6x+5y)$

$= \left(\frac{4x-3y+6x+5y}{2}\right)^2 - \left(\frac{4x-3y-6x-5y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{10x+2y}{2}\right)^2 - \left(\frac{-2x-8y}{2}\right)^2$

$= \left\{\frac{2(5x+y)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{-2(x+4y)}{2}\right\}^2$

$= (5x+y)^2 - (x+4y)^2$

কাজ ৩ সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর : ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৫৩

১. $ax + by + c$

সমাধান : আমরা জানি, $(p+q+r)^2 = p^2 + q^2 + r^2 + 2pq + 2qr + 2pr$

এখানে, $ax = p$, $by = q$ এবং $c = r$ ধরে,

$(ax+by+c)^2$

$= (ax)^2 + (by)^2 + c^2 + 2\times ax\times by + 2\times by\times c + 2\times ax\times c$

$= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2 + 2abxy + 2bcy + 2acx$

২. $4x + 5y - 7z$

সমাধান : আমরা জানি, $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

এখানে, $4x = a$, $5y = b$ এবং $-7z = c$ ধরে,

$(4x+5y-7z)^2 = (4x)^2 + (5y)^2 + (-7z)^2 + 2\times(4x)\times(5y) + 2\times(5y)\times(-7z) + 2\times(4x)\times(-7z)$

$= 16x^2 + 25y^2 + 49z^2 + 40xy - 70yz - 56xz$

www.abswer.com

www.abswer.com

অনুশীলনী ৪.২ : বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

এক নজরে অনুশীলনীর গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ এর প্রমাণ :

প্রমাণ : $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2+2ab+b^2)$
$= a(a^2+2ab+b^2) + b(a^2+2ab+b^2)$
$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + (a^2b + 2ab^2 + b^3)$
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ এর প্রমাণ :

প্রমাণ : $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2 = (a-b)(a^2-2ab+b^2)$
$= a(a^2-2ab+b^2) - b(a^2-2ab+b^2)$
$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$
$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

- প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি :

সূত্র ১ : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$= a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

সূত্র ২ : $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$= a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

- প্রয়োজনীয় অনুসিদ্ধান্তসমূহ :

অনুসিদ্ধান্ত ১ : $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

অনুসিদ্ধান্ত ২ : $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান | পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি

গাণিতিক সমস্যার সমাধান

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর ঘন নির্ণয় কর :

(ক) $3x + y$

সমাধান : $3x + y$ এর ঘন
$= (3x+y)^3 = (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times y + 3 \times 3x \times y^2 + (y)^3$
$= 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$.

(খ) $x^2 + y$

সমাধান : $x^2 + y$ এর ঘন
$= (x^2+y)^3 = (x^2)^3 + 3 \times (x^2)^2 \times y + 3 \times x^2 \times (y)^2 + (y)^3$
$= x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3$.

(গ) $5p + 2q$

সমাধান : $5p + 2q$ এর ঘন $= (5p+2q)^3$
$= (5p)^3 + 3 \times (5p)^2 \times 2q + 3 \times 5p \times (2q)^2 + (2q)^3$
$= 125p^3 + 3 \times 25p^2 \times 2q + 3 \times 5p \times 4q^2 + 8q^3$
$= 125p^3 + 150p^2q + 60pq^2 + 8q^3$.

(ঘ) $a^2b + c^2d$

সমাধান : $a^2b + c^2d$ এর ঘন
$= (a^2b + c^2d)^3$
$= (a^2b)^3 + 3 \times (a^2b)^2 \times c^2d + 3 \times a^2b \times (c^2d)^2 + (c^2d)^3$
$= a^6b^3 + 3a^4b^2c^2d + 3a^2bc^4d^2 + c^6d^3$.

(ঙ) $6p - 7$

সমাধান : $6p - 7$ এর ঘন
$= (6p-7)^3 = (6p)^3 - 3 \times (6p)^2 \times 7 + 3 \times 6p \times (7)^2 - (7)^3$
$= 216p^3 - 756p^2 + 882p - 343$.

(চ) $ax - by$

সমাধান : $(ax - by)$ এর ঘন
$= (ax-by)^3$
$= (ax)^3 - 3 \times (ax)^2 \times by + 3 \times ax \times (by)^2 - (by)^3$
$= a^3x^3 - 3a^2x^2by + 3axb^2y^2 - b^3y^3$.

(ছ) $2p^2 - 3r^2$

সমাধান : $2p^2 - 3r^2$ এর ঘন
$= (2p^2 - 3r^2)^3$
$= (2p^2)^3 - 3 \times (2p^2)^2 \times 3r^2 + 3 \times 2p^2 \times (3r^2)^2 - (3r^2)^3$
$= 8p^6 - 36p^4r^2 + 54p^2r^4 - 27r^6$.

(জ) $x^3 + 2$

সমাধান : $x^3 + 2$ এর ঘন $= (x^3+2)^3$
$= (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times 2 + 3 \times x^3 \times (2)^2 + (2)^3$
$= x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8$.

(ঝ) $2m + 3n - 5p$

সমাধান : $2m + 3n - 5p$ এর ঘন
$= (2m+3n-5p)^3 = \{(2m+3n) - 5p\}^3$
$= (2m+3n)^3 - 3 \times (2m+3n)^2 \times 5p + 3 \times (2m+3n) \times (5p)^2 - (5p)^3$
$= \{(2m)^3 + 3 \times (2m)^2 \times 3n + 3 \times 2m \times (3n)^2 + (3n)^3\}$
$- 3\{(2m)^2 + 2 \times 2m \times 3n + (3n)^2\} \times 5p + (6m+9n) \times 25p^2 - 125p^3$
$= 8m^3 + 36m^2n + 54mn^2 + 27n^3 - 60m^2p - 180mnp$
$- 135n^2p + 150mp^2 + 225np^2 - 125p^3$
$= 8m^3 + 27n^3 - 125p^3 + 36m^2n - 60m^2p + 54mn^2$
$+ 150mp^2 - 135n^2p + 225p^2n - 180mnp$.

(ঞ) $x^2 - y^2 + z^2$

সমাধান : $x^2 - y^2 + z^2$ এর ঘন
$= (x^2 - y^2 + z^2)^3 = \{(x^2 - y^2) + z^2\}^3$
$= (x^2-y^2)^3 + 3 \times (x^2-y^2)^2 \times z^2 + 3 \times (x^2-y^2) \times (z^2)^2 + (z^2)^3$
$= (x^2)^3 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - (y^2)^3 + 3z^2(x^4 - 2x^2y^2 + y^4)$
$+ 3z^4(x^2 - y^2) + z^6$
$= x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 + 3x^4z^2 - 6x^2y^2z^2 + 3y^4z^2 + 3x^2z^4 - 3y^2z^4 + z^6$
$= x^6 - y^6 + z^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + 3x^4z^2 + 3y^4z^2 + 3x^2z^4 - 3y^2z^4 - 6x^2y^2z^2$.

(ট) $a^2b^2 - c^2d^2$

সমাধান : $a^2b^2 - c^2d^2$ এর ঘন $= (a^2b^2 - c^2d^2)^3$
$= (a^2b^2)^3 - 3 \times (a^2b^2)^2 \times c^2d^2 + 3 \times a^2b^2 \times (c^2d^2)^2 - (c^2d^2)^3$
$= a^6b^6 - 3a^4b^4c^2d^2 + 3a^2b^2c^4d^4 - c^6d^6$.

(ঠ) $a^2b - b^3c$

সমাধান : $a^2b - b^3c$ এর ঘন
$= (a^2b - b^3c)^3$
$= (a^2b)^3 - 3 \times (a^2b)^2 b^3c + 3 \times a^2b \times (b^3c)^2 - (b^3c)^3$
$= a^6b^3 - 3a^4b^2 \times b^3c + 3a^2b \times b^6c^2 - b^9c^3$
$= a^6b^3 - 3a^4b^5c + 3a^2b^7c^2 - b^9c^3$.

(ড) $x^3 - 2y^3$

সমাধান : $x^3 - 2y^3$ এর ঘন
$= (x^3 - 2y^3)^3$
$= (x^3)^3 - 3 \times (x^3)^2 \times 2y^3 + 3 \times x^3 \times (2y^3)^2 - (2y^3)^3$
$= x^9 - 6x^6y^3 + 12x^3y^6 - 8y^9$.

www.abswer.com

www.abswer.com

(চ) $11a-12b$

সমাধান : $11a-12b$ এর ঘন

$=(11a-12b)^3$

$=(11a)^3-3\times(11a)^2\times 12b+3\times 11a\times(12b)^2-(12b)^3$

$=1331a^3-4356a^2b+4752ab^2-1728b^3$.

(ণ) x^3+y^3

সমাধান : x^3+y^3 এর ঘন

$=(x^3+y^3)^3$

$=(x^3)^3+3\times(x^3)^2\times y^3+3\times x^3\times(y^3)^2+(y^3)^3$

$=x^9+3x^6y^3+3x^3y^6+y^9$.

২। সরল কর :

(ক) $(3x+y)^3+3(3x+y)^2(3x-y)+3(3x+y)(3x-y)^2+(3x-y)^3$

সমাধান : মনে করি, $3x+y=a$ এবং $3x-y=b$

$\therefore a+b=3x+y+3x-y=6x$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$=(a+b)^3=(6x)^3=216x^3$.

(খ) $(2p+5q)^3+3(2p+5q)^2(5q-2p)+3(2p+5q)(5q-2p)^2+(5q-2p)^3$

সমাধান : মনে করি, $2p+5q=a$ এবং $5q-2p=b$

$\therefore a+b=2p+5q+5q-2p=10q$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$=(a+b)^3=(10q)^3=1000q^3$.

(গ) $(x+2y)^3-3(x+2y)^2(x-2y)+3(x+2y)(x-2y)^2-(x-2y)^3$

সমাধান : মনে করি, $x+2y=a$ এবং $x-2y=b$

$\therefore a-b=(x+2y)-(x-2y)$

$=x+2y-x+2y=4y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$=(a-b)^3=(4y)^3=64y^3$.

(ঘ) $(6m+2)^3-3(6m+2)^2(6m-4)+3(6m+2)(6m-4)^2-(6m-4)^3$

সমাধান : মনে করি, $6m+2=a$ এবং $6m-4=b$

$\therefore a-b=6m+2-(6m-4)$

$=6m+2-6m+4=6$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$=(a-b)^3=(6)^3=216$

(ঙ) $(x-y)^3+(x+y)^3+6x(x^2-y^2)$

সমাধান : $(x-y)^3+(x+y)^3+6x(x^2-y^2)$

$=(x-y)^3+(x+y)^3+3\times 2x(x+y)(x-y)$

মনে করি, $x-y=a$ এবং $x+y=b$

$\therefore a+b=x-y+x+y=2x$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3+b^3+3(a+b)ab$

$=a^3+b^3+3ab(a+b)=(a+b)^3=(2x)^3=8x^3$.

৩। $a+b=8$ এবং $ab=15$ হলে, a^3+b^3 এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b=8$ এবং $ab=15$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3+b^3$

$=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=(8)^3-3\times 15\times 8=512-360=152$.

নির্ণেয় মান 152.

৪। $x+y=2$ হলে, দেখাও যে, $x^3+y^3+6xy=8$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+y=2$

বামপক্ষ $=x^3+y^3+6xy$

$=(x+y)^3-3xy(x+y)+6xy$

$=2^3-3xy\times 2+6xy$

$=8-6xy+6xy=8=$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3+y^3+6xy=8$. (দেখানো হলো)

৫। $2x+3y=13$ এবং $xy=6$ হলে, $8x^3+27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x+3y=13$ এবং $xy=6$

প্রদত্ত রাশি $=8x^3+27y^3=(2x)^3+(3y)^3$

$=(2x+3y)^3-3\times 2x\times 3y\times(2x+3y)$

$=(13)^3-18xy\times 13$

$=(13)^3-18\times 6\times 13=2197-1404=793$.

নির্ণেয় মান 793.

৬। $p-q=5$, $pq=3$ হলে, p^3-q^3 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $p-q=5$ এবং $pq=3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=p^3-q^3=(p-q)^3+3pq(p-q)$

$=(5)^3+3\times 3\times 5=125+45=170$.

নির্ণেয় মান 170.

৭। $x-2y=3$ হলে, x^3-8y^3-18xy এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x-2y=3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^3-8y^3-18xy=(x)^3-(2y)^3-18xy$

$=(x-2y)^3+3\times x\times 2y\times(x-2y)-18xy$

$=(3)^3+3\times x\times 2y\times 3-18xy$

$=27+18xy-18xy=27$.

নির্ণেয় মান 27.

৮। $4x-3=5$ হলে প্রমাণ কর যে, $64x^3-27-180x=125$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $4x-3=5$

বামপক্ষ $=64x^3-27-180x$

$=(4x)^3-(3)^3-180x$

$=(4x-3)^3+3\times 4x\times 3\times(4x-3)-180x$

$=(5)^3+36x\times 5-180x$

$=125+180x-180x=125=$ ডানপক্ষ

$\therefore 64x^3-27-180x=125$. (প্রমাণিত)

৯। $a=-3$ এবং $b=2$ হলে, $8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a=-3$ এবং $b=2$

প্রদত্ত রাশি $=8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$

$=(2a)^3+3\times(2a)^2\times 3b+3\times 2a\times(3b)^2+(3b)^3$

$=(2a+3b)^3$

$=\{2\times(-3)+3\times 2\}^3=(-6+6)^3=0^3=0$.

নির্ণেয় মান 0.

১০। $a=7$ হলে, $a^3+6a^2+12a+1$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a=7$

প্রদত্ত রাশি $=a^3+6a^2+12a+1$

$=(a)^3+3(a)^2\times 2+3\times a\times(2)^2+(2)^3-7$

$=(a+2)^3-7=(7+2)^3-7=9^3-7=729-7=722$.

নির্ণেয় মান 722.

১১। $x=5$ হলে, $x^3-12x^2+48x-64$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x=5$

প্রদত্ত রাশি $=x^3-12x^2+48x-64$

$=(x)^3-3\times x^2\times 4+3\times x\times 4^2-(4)^3$

$=(x-4)^3=(5-4)^3=1^3=1$.

নির্ণেয় মান 1.

১২। $a^2+b^2=c^2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6+b^6+3a^2b^2c^2=c^6$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2+b^2=c^2$

বামপক্ষ $=a^6+b^6+3a^2b^2c^2$

$=(a^2)^3+(b^2)^3+3a^2b^2c^2$

$=(a^2+b^2)^3-3a^2b^2(a^2+b^2)+3a^2b^2c^2$

$=(c^2)^3-3a^2b^2c^2+3a^2b^2c^2=c^6=$ ডানপক্ষ

$\therefore a^6+b^6+3a^2b^2c^2=c^6$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

১৩। $x+\frac{1}{x}=4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3+\frac{1}{x^3}=52$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=4$

বামপক্ষ $=x^3+\frac{1}{x^3}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\times x\times\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(4)^3-3\times 4$

$=64-12=52=$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=52$. (প্রমাণিত)

১৪। $a-\frac{1}{a}=5$ হলে, $a^3-\frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [জেএসসি সকল বোর্ড '১৩]

সমাধান : দেওয়া আছে, $a-\frac{1}{a}=5$

প্রদত্ত রাশি $=a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\times a\times\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(5)^3+3\times 5=125+15=140$.

নির্ণেয় মান 140.

১৫। সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$

সমাধান : $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$

$=(a^2+b^2)\{(a^2)^2-a^2b^2+(b^2)^2\}$

$=(a^2)^3+(b^2)^3=a^6+b^6$

নির্ণেয় গুণফল a^6+b^6.

(খ) $(ax-by)(a^2x^2+abxy+b^2y^2)$

সমাধান : $(ax-by)(a^2x^2+abxy+b^2y^2)$

$=(ax-by)\{(ax)^2+ax\times by+(by)^2\}$

$=(ax)^3-(by)^3=a^3x^3-b^3y^3$

নির্ণেয় গুণফল $a^3x^3-b^3y^3$.

(গ) $(2ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1)$

সমাধান : $(2ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1)$

$=(2ab^2-1)\{(2ab^2)^2+2ab^2\times 1+(1)^2\}$

$=(2ab^2)^3-(1)^3=8a^3b^6-1$

নির্ণেয় গুণফল $8a^3b^6-1$.

(ঘ) $(x^2+a)(x^4-ax^2+a^2)$

সমাধান : $(x^2+a)(x^4-ax^2+a^2)$

$=(x^2+a)\{(x^2)^2-x^2\times a+(a)^2\}=(x^2)^3+(a)^3=x^6+a^3$

নির্ণেয় গুণফল x^6+a^3.

(ঙ) $(7a+4b)(49a^2-28ab+16b^2)$

সমাধান : $(7a+4b)(49a^2-28ab+16b^2)$

$=(7a+4b)\{(7a)^2-7a\times 4b+(4b)^2\}$

$=(7a)^3+(4b)^3=343a^3+64b^3$

নির্ণেয় গুণফল $343a^3+64b^3$.

(চ) $(2a-1)(4a^2+2a+1)(8a^3+1)$

সমাধান : $(2a-1)(4a^2+2a+1)(8a^3+1)$

$=(2a-1)\{(2a)^2+2a\times 1+(1)^2\}(8a^3+1)$

$=\{(2a)^3-(1)^3\}(8a^3+1)$

$=(8a^3-1)(8a^3+1)=(8a^3)^2-(1)^2=64a^6-1$

নির্ণেয় গুণফল $64a^6-1$.

(ছ) $(x+a)(x^2-ax+a^2)(x-a)(x^2+ax+a^2)$

সমাধান : $(x+a)(x^2-ax+a^2)(x-a)(x^2+ax+a^2)$

$=(x^3+a^3)(x^3-a^3)=(x^3)^2-(a^3)^2=x^6-a^6$

নির্ণেয় গুণফল x^6-a^6.

(জ) $(5a+3b)(25a^2-15ab+9b^2)(125a^3-27b^3)$

সমাধান : $(5a+3b)(25a^2-15ab+9b^2)(125a^3-27b^3)$

$=(5a+3b)\{(5a)^2-5a\times 3b+(3b)^2\}(125a^3-27b^3)$

$=\{(5a)^3+(3b)^3\}(125a^3-27b^3)=(125a^3+27b^3)(125a^3-27b^3)$

$=(125a^3)^2-(27b^3)^2=15625a^6-729b^6$.

নির্ণেয় গুণফল $15625a^6-729b^6$.

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর | টপিকের ধারায় প্রণীত

৪.২ ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত ▶ পাঠ্যবই: পৃষ্ঠা ৫৫

১. $x+\frac{1}{x}=4$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? (মধ্যমান) [য. বো. '১৯]

ক ⓚ 52 ⓚ 56 ⓖ 72 ⓖ 76

(ক) 52 (খ) 56 (গ) 72 (ঘ) 76

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=4$

$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\cdot x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(4)^3-3\times 4=64-12=52$

২. $4x-3=5$ হলে, $64x^3-27-180x=$ কত? (সহজমান) [কু. বো. '১৯]

খ (ক) 25 (খ) 125 (গ) 140 (ঘ) 305

৩. $a+b=4$ এবং $a-b=2$ হলে $a^3-b^3=$ কত? (কঠিনমান) [চ. বো. '১৯]

খ (ক) 27 (খ) 26 (গ) 8 (ঘ) 1

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: এখানে, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{4}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{2}\right)^2$ [$\because a+b=4, a-b=2$]

$=2^2-1^2$

$=4-1=3$

$\therefore a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

$=2^3+3\times 3\times 2=8+18=26$.

৪. $p^3-q^3=45$, $p-q=3$ হলে, $pq=$ কত? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৯]

খ (ক) −2 (খ) 2 (গ) 4 (ঘ) 6

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $p^3-q^3=45, p-q=3$

বা, $(p-q)^3+3pq(p-q)=45$

বা, $3^3+3pq\cdot 3=45$ বা, $9pq=45-27=18$ $\therefore pq=\frac{18}{9}=2$

৫. $\sqrt{2}$ এর ঘন কত? (সহজমান) [য. বো. '১৯]

খ (ক) $2^{\frac{1}{3}}$ (খ) $2\sqrt{2}$ (গ) $3\sqrt{2}$ (ঘ) 8

৬. যদি $x+\frac{1}{x}=2$ হয় তাহলে $x^3+\frac{1}{x^3}$-এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [রা. বো. '১৭]

খ (ক) 0 (খ) 2 (গ) 12 (ঘ) 14

৭. $a^3-b^3=36$, $a-b=3$ হলে, $ab=$ কত? (সহজমান) [ব. বো. '১৭]

গ (ক) −1 (খ) 0 (গ) 1 (ঘ) 3

৮. যদি $x+y=2$ হয়, তাহলে $x^3+y^3+6xy=$ কত? (মধ্যমান) [ঢা. বো. '১৬]

গ (ক) −8 (খ) 0 (গ) 8 (ঘ) 10

৯. $x+\frac{1}{x}=2$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? (কঠিনমান) [রা. বো. '১৬]

খ (ক) 0 (খ) 2 (গ) 12 (ঘ) 14

www.abswer.com

www.abswer.com

১০. $p+q=3, pq=2$ হলে p^3+q^3 এর মান কত? (জ্ঞানমূলক) [কু. বো. '১৬]
ক ⓚ 9 ⓛ 18 ⓜ 27 ⓝ 45

১১. $3p+2q=13$ এবং $pq=6$ হলে, $27p^3+8q^3$ এর মান কত? (সহজমান) [সি. বো. '১৬]
ক ⓚ 793 ⓛ 2089 ⓜ 2305 ⓝ 2521

১২. $x+y=-z$ হলে, $x^3+y^3+z^3-3xyz=$ কত? (সহজমান)
খ ⓚ 1 ⓛ 0 ⓜ x^2+z^2 ⓝ $6xyz+2z^3$

১৩. $a+\frac{1}{a}=3$ হলে $a^3+\frac{1}{a^3}=$ কত? (মধ্যমান)
ক ⓚ 18 ⓛ 20 ⓜ 34 ⓝ 36

১৪. $(2a+b)^3-3(2a+b)^2(2a-b)+3(2a+b)(2a-b)^2-(2a-b)^3=$ কত? (কঠিনমান)
গ ⓚ $6b^3$ ⓛ b^3 ⓜ $8b^3$ ⓝ $8a^3$

১৫. $x-\frac{1}{x}=\sqrt{3}$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}=$ কত? (মধ্যমান)
ঘ ⓚ 0 ⓛ $\sqrt{3}$ ⓜ $5\sqrt{3}$ ⓝ $6\sqrt{3}$

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

$\therefore x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\cdot x\cdot\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=(\sqrt{3})^3+3\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{3}+3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

১৬. $x-y=10, xy=5$ হলে, $x^3-y^3=$ কত? (মধ্যমান)
গ ⓚ 1100 ⓛ 1900 ⓜ 1150 ⓝ 1000

১৭. $a=\frac{1}{2}$ হলে $(2a+1)(4a^2-2a+1)$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজমান)
গ ⓚ 0 ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ 3

১৮. $x+y=2$ হলে, $x^3+y^3+6xy=$ কত? (মধ্যমান) [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
গ ⓚ 0 ⓛ -8 ⓜ 8 ⓝ 6

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : x^3+y^3+6xy
$=(x+y)^3-3xy(x+y)+6xy$
$=2^3-3xy.2+6xy=8-6xy+6xy=8.$

১৯. $a+\frac{1}{a}=2$ হলে $a^4-\frac{1}{a^4}$ এর মান কত হবে? (সহজমান) [হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]
ঘ ⓚ 16 ⓛ 14 ⓜ 2 ⓝ 0

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $a+\frac{1}{a}=2$
বা, $a^2+1=2a$ বা, $a^2-2a+1=0$
বা, $(a-1)^2=0$ বা, $a-1=0$
$\therefore a=1$
$\therefore a^4-\frac{1}{a^4}=1^4-\frac{1}{1^4}=1-\frac{1}{1}=1-1=0.$

২০. $p-\frac{1}{p}=3$ হলে, $p^3-\frac{1}{p^3}$ এর মান কত? (মধ্যমান) [গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
গ ⓚ 18 ⓛ 33 ⓜ 36 ⓝ 63

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $p^3-\frac{1}{p^3}=\left(p-\frac{1}{p}\right)^3+3\cdot p\cdot\frac{1}{p}\left(p-\frac{1}{p}\right)$
$=3^3+3\cdot3=27+9=36.$

২১. $x-\frac{1}{x}=1$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}=$ কত? (কঠিনমান) [ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]
ঘ ⓚ 8 ⓛ 7 ⓜ 5 ⓝ 4

▶▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3.x.\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$
$=1^3+3.1=1+3=4.$

২২. $x+y=2, xy=1$ হলে $x^3+y^3=$ কত? (সহজমান) [শাহীন ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা]
খ ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ 3 ⓝ 4

২৩. $x=-2$ হলে, $(x+2)(x^2-2x+4)=$ কত? (মধ্যমান) [শহীদ বীর উত্তম লে. আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]
ক ⓚ 0 ⓛ 12 ⓜ 4 ⓝ 6

২৪. $x+y=4, x-y=3$ হলে $(x+y)^3+(x-y)^3$ এর মান কত? (সহজমান) [চিটাগাং কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
গ ⓚ 81 ⓛ 90 ⓜ 91 ⓝ 92

২৫. $x+y=8, xy=10$ হলে, $x^3+y^3=$ কত? (সহজমান) [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]
খ ⓚ 372 ⓛ 272 ⓜ 172 ⓝ 470

২৬. $x=5$ হলে $x^3-12x^2+48x-64$ এর মান কোনটি? (সহজমান) [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]
গ ⓚ 4 ⓛ 3 ⓜ 1 ⓝ 0

২৭. $p+q=7$ এবং $pq=2$ হলে— (সহজমান)
i. $p^2-q^2=7\sqrt{41}$
ii. $p^2+q^2=45$
iii. $p^3-q^3=45\sqrt{41}$
নিচের কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. '১৮]
ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

২৮. $p+\frac{1}{p}=2$ হলে— (মধ্যমান)
i. $p-\frac{1}{p}=0$
ii. $p^3+\frac{1}{p^3}=2$
iii. $p^4+\frac{1}{p^4}=4$
নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৮]
ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

২৯. $x+\frac{1}{x}=2$ হলে — (কঠিনমান)
i. $x^2+\frac{1}{x^2}=2$
ii. $x^3-\frac{1}{x^3}=0$
iii. $x^4+\frac{1}{x^4}=4$
নিচের কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. '১৭]
ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩০. $x+y=6$ এবং $xy=5$ হলে— (সহজমান)
i. $x-y=4$
ii. $x^3-y^3=124$
iii. $x^3+y^3=130$
নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৭]
ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩১. যদি $m=4$ হয়, তবে—
i. $m^3+6m^2+12m+8$ এর মান 214
ii. m^3+3m^2+3m+1 এর মান 125
iii. $m^3+9m^2+27m+27$ এর মান 343
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
খ ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

www.abswer.com

www.abswer.com

৩২. $y^2 - 2y + 1 = 0$ হলে, (সহজমান)

i. $\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = 0$

ii. $y^2 + \frac{1}{y^2} = 2$

iii. $y^3 + \frac{1}{y^3} = 3$

নিচের কোনটি সঠিক? [ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x - y = 5$ এবং $xy = 6$ [রা. বো. '১৯]

৩৩. $x^3 - y^3$ এর মান কত? (সহজমান)

ঘ ক 35 খ 65 গ 185 ঘ 215

৩৪. $x^2 - y^2$ এর মান কত? (মধ্যমান)

খ ক 37 খ 35 গ 25 ঘ 5

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৫ ও ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$m^2 + 1 = 2m$ [দি. বো. '১৯]

৩৫. $2m + \frac{3}{m}$ এর মান কত? (মধ্যমান)

গ ক 2 খ 3 গ 5 ঘ 7

৩৬. $m^3 - \frac{1}{m^3}$ এর মান কত? (সহজমান)

ক ক 0 খ 2 গ 5 ঘ 6

$a + \frac{1}{a} = 3$

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৭ ও ৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [য. বো. '১৯]

৩৭. $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? (সহজমান)

খ ক 5 খ 7 গ 11 ঘ 13

৩৮. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ক ক 18 খ 36 গ 24 ঘ 0

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৯ ও ৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a + b = 8$ এবং $ab = 12$ [কু. বো. '১৮]

৩৯. $a^2 - b^2$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজমান)

ক ক 32 খ 40 গ 88 ঘ 128

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 8^2 - 4 \times 12$

$= 64 - 48 = 16$

$\therefore a - b = \sqrt{16} = 4$

$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 8 \times 4 = 32.$

৪০. $a^3 + b^3$ এর মান কত? (মধ্যমান)

ক ক 224 খ 320 গ 352 ঘ 476

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$8^3 - 3 \times 12 \times 8 = 512 - 288 = 224$

নিচের তথ্যের আলোকে ৪১ ও ৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x + y = 5$ এবং $x - y = 1$. [দি. বো. '১৮]

৪১. $2(x^2 + y^2)$ এর মান কত? (সহজমান)

ঘ ক 12 খ 13 গ 24 ঘ 26

৪২. $x^3 - y^3$ এর মান কত? (কঠিনমান)

গ ক −35 খ −17 গ 19 ঘ 35

$a + \frac{1}{a} = 4$, $a - \frac{1}{a} = 3$.

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৩ — ৪৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৩. $\left(a + \frac{1}{a}\right)$ এর ঘনের মান কত? (মধ্যমান)

গ ক 36 খ 16 গ 64 ঘ 48

৪৪. $\left(a - \frac{1}{a}\right)$ এর ঘনের মান কত? (কঠিনমান)

ঘ ক 36 খ 54 গ 9 ঘ 27

৪৫. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজমান)

খ ক 66 খ 52 গ 56 ঘ 54

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

৪৬. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কোনটি? (মধ্যমান)

খ ক $3\sqrt{5}$ খ $2\sqrt{5}$ গ $5\sqrt{5}$ ঘ $10\sqrt{5}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{3}\right)^3 - 3x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{3}\right)$

$= (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

৪৭. $x^2 - \frac{1}{x^2}$ এর মান কোনটি? (সহজমান)

গ ক $\sqrt{10}$ খ $2\sqrt{5}$ গ $\sqrt{5}$ ঘ 0

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$y^2 - 2y - 1 = 0$. [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

৪৮. $y^2 - \frac{1}{y^2}$ এর মান কোনটি? (কঠিনমান)

ঘ ক 2 খ $2\sqrt{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $4\sqrt{2}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $y^2 - 2y - 1 = 0$ বা, $y^2 - 1 = 2y$

বা, $y\left(y - \frac{1}{y}\right) = 2y$

$\therefore y - \frac{1}{y} = 2$

$\therefore y + \frac{1}{y} = \sqrt{\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 + 4.y.\frac{1}{y}} = \sqrt{2^2 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\therefore y^2 - \frac{1}{y^2} = \left(y + \frac{1}{y}\right)\left(y - \frac{1}{y}\right) = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}.$

৪৯. $y^6 - \frac{1}{y^6}$ এর মান কোনটি? (মধ্যমান)

ঘ ক $120\sqrt{2}$ খ 32 গ $8\sqrt{2}$ ঘ $140\sqrt{2}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $y^6 - \frac{1}{y^6}$

$= (y^3)^2 - \left(\frac{1}{y^3}\right)^2 = \left(y^3 + \frac{1}{y^3}\right)\left(y^3 - \frac{1}{y^3}\right)$

$= \left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^3 - 3y\frac{1}{y}\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}\left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^3 - 3y\frac{1}{y}\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}$

$= \{(2\sqrt{2})^3 - 3.2\sqrt{2}\}\{2^3 + 3.2\}$

$= (16\sqrt{2} - 6\sqrt{2})(8 + 6)$

$= 10\sqrt{2} \times 14 = 140\sqrt{2}.$

নিচের তথ্যের আলোকে ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a + b = 8$, $ab = 15$ হলে— [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢা

৫০. $a - b$ এর মান কোনটি? (সহজম

ক ক 2 খ 4 গ 64 ঘ 124

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $(a-b)^2 = (a-b)^2 - 4ab = 8^2 - 4 \times 15 = 64 - 60 =$

$\therefore a - b = \sqrt{4} = 2.$

৫১. $a^3 + b^3$ এর মান কোনটি? (মধ্য

খ ক 800 খ 152 গ 150 ঘ 872

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $a^3 - b^3 = (a-b)^3 - 3ab(a+b)$

$= 8^3 - 3 \times 15 \times 8$

$= 512 - 360 = 152$

www.abswer.com

www.abswer.com

■ $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$.

উপরের তথ্যের আলোকে ৫২ – ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

৫২. $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত? (মধ্যমান)

খ ⓚ $\sqrt{5}$ ⓚ $\sqrt{7}$ ⓖ 7 ⓘ 9

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3 + 4 = 7$ $\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{7}$.

৫৩. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? (সহজমান)

গ ⓚ −1 ⓚ 1 ⓖ 5 ⓘ 7

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 + 2 = 3 + 2 = 5$

৫৪. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? (কঠিনমান)

খ ⓚ 0 ⓚ $4\sqrt{7}$ ⓖ $5\sqrt{5}$ ⓘ $6\sqrt{3}$

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : এখানে, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{7}$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (\sqrt{7})^3 - 3\sqrt{7} = 7\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$.

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫৫ ও ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x + \frac{1}{x} = 2$. [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]

৫৫. $x^4 + \frac{1}{x^4}$ = কোনটি? (মধ্যমান)

খ ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 3 ⓘ 4

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2} = \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= (2^2 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2.$

৫৬. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ = কোনটি? (মধ্যমান)

ক ⓚ 0 ⓚ 1 ⓖ 2 ⓘ 3

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^5 - \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} - \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (2^2 - 2)\{(0)^3 + 3.0\} - 0$

$\left[\because x - \frac{1}{x} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} = \sqrt{2^2 - 4} = 0\right]$

$= (4 - 2) \times 0 = 2 \times 0 = 0.$

৪.৩ ঘনফলের সাথে সম্পৃক্ত আরো দুইটি সূত্র ▸ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৫৯

৫৭. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ = কত? (মধ্যমান)

খ ⓚ $a^3 - b^3$ ⓚ $a^3 + b^3$ ⓖ $(a + b)^3$ ⓘ $(a - b)^3$

৫৮. $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ = কত? (মধ্যমান)

ঘ ⓚ $(a + b)^3$ ⓚ $a^3 + b^3$ ⓖ $(a - b)^3$ ⓘ $a^3 - b^3$

৫৯. $(a^2 + 2)(a^4 - 2a^2 + 4)$ এর গুণফল নিচের কোনটি? (কঠিনমান)

ক ⓚ $a^6 + 8$ ⓚ $a^6 - 8$ ⓖ $(a^2 - 2)^3$ ⓘ $(a^2 + 2)^3$

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : $(a^2 + 2)(a^4 - 2a^2 + 4)$

$= (a^2 + 2)\{(a^2)^2 - a^2 \times 2 + 2^2\}$

$= (a^2)^3 + (2)^3$ $[\because (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3]$

$= a^6 + 8.$

৬০. $(4a - 5b)$ ও $(16a^2 + 20ab + 25b^2)$ এর গুণফল নিচের কোনটি? (কঠিনমান)

খ ⓚ $4a^3 + 125b^3$ ⓚ $64a^3 - 125b^3$ ⓖ $(4a - 5b)^3$ ⓘ $(4a + 5b)^3$

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : $(4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$

$= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\}$

$= (4a)^3 - (5b)^3$ $[\because (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3]$

$= 64a^3 - 125b^3.$

৬১. $8b^3 - c^3 = (2b - c) \times A$ হলে, A এর মান কত হবে? (মধ্যমান)

ঘ ⓚ $8b^2 - 4b + c^2$ ⓚ $8b^2 + 4b + c^2$ ⓖ $4b^2 + 2bc + c^2$ ⓘ $4b^2 - 2bc + c^2$

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : $8b^3 - c^3 = (2b)^3 - (c)^3$

$= (2b - c)\{(2b)^2 - 2b \times c + (c)^2\}$ $[\because a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 - ab + b^2)]$

$= (2b - c)(4b^2 - 2bc + c^2)$

$= (2b - c) \times A$; যেখানে, $A = 4b^2 - 2bc + c^2$.

অর্থাৎ, A এর মান $4b^2 - 2bc + c^2$ হবে।

৬২. $(2x - 2)(4x^2 + 4x + 4)$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)
[মানমন্দী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা]

গ ⓚ $8x^3 - 8$ ⓚ $9x^3 + 8$ ⓖ $8x^3 - 64$ ⓘ $8x^3 + 64$

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : $(2x - 2)(4x^2 + 4x + 4)$

$= (2x - 2)\{(2x)^2 + 2.x.2 + (2)^2\}$

$= (2x)^3 - (2)^3 = 8x^3 - 8.$

৬৩. $a^3 - b^3$ কে প্রকাশ করা যায়–

i. $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

ii. $(a - b)^3 + 3ab(a - b)$

iii. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

ক ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

৬৪. $x^6 - y^6$ এর একটি উৎপাদক–

i. $x^2 - xy + y^2$

ii. $x^2 + xy + y^2$

iii. $x^2 + y^2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

ক ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

➤ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^6 - y^6$

$= (x^3)^2 - (y^3)^2 = (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$

$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

$\therefore$ রাশিটির উৎপাদক $x^2 - xy + y^2$, $x^2 + xy + y^2$

সুতরাং i ও ii সঠিক।

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৫ ও ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$P = x^2 - 1$ এবং $Q = x^4 + x^2 + 1$ [বি এ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]

৬৫. P এর ঘন নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

খ ⓚ $x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1$ ⓚ $x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$ ⓖ $x^5 - 3x^4 + 3x^2 + 1$ ⓘ $x^6 + 3x^4 - 3x^2 - 1$

৬৬. P এবং Q এর গুণফল কোনটি? (কঠিনমান)

ক ⓚ $x^6 - 1$ ⓚ $x^6 + 1$ ⓖ $x^5 - 1$ ⓘ $x^5 + 1$

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান — টপিকের ধারায় প্রণীত

১ ৪.২ ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৫৫

প্রশ্ন ১ । a^3-2 এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান : a^3-2 এর ঘন

$= (a^3-2)^3$

$= (a^3)^3 - 3.(a^3)^2.2 + 3.a^3.2^2 - (2)^3$ $[\because (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3]$

$= a^9 - 6a^6 + 12a^3 - 8.$

প্রশ্ন ২ । $3m+2n+4p$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান : $3m+2n+4p$ এর ঘন

$= (3m+2n+4p)^3$

$= \{(3m+2n)+4p\}^3$

$= (3m+2n)^3 + 3.(3m+2n)^2.4p + 3.(3m+2n).(4p)^2 + (4p)^3$

$= (3m)^3 + 3.(3m)^2.2n + 3.3m.(2n)^2 + (2n)^3 + 12p(9m^2 + 12mn + 4n^2) + 48p^2(3m+2n) + 64p^3$

$= 27m^3 + 54m^2n + 36mn^2 + 8n^3 + 108m^2p + 144mnp + 48n^2p + 144mp^2 + 96np^2 + 64p^3$

$= 27m^3 + 8n^3 + 64p^3 + 54m^2n + 36mn^2 + 48n^2p + 108m^2p + 144mp^2 + 96np^2 + 144mnp$

প্রশ্ন ৩ । সরল কর : $(x+3y)^3 - 3(x+3y)^2(x-3y) + 3(x+3y)(x-3y)^2 - (x-3y)^3$

সমাধান : ধরি, $x+3y = a$ এবং $x-3y = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$= (a-b)^3$

$= \{(x+3y)-(x-3y)\}^3$

$= (x+3y-x+3y)^3 = (6y)^3 = 216y^3$

প্রশ্ন ৪ । $a+b=4$ এবং $ab=3$ হলে, a^3+b^3 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b=4$ এবং $ab=3$

প্রদত্ত রাশি $= a^3+b^3$

$= (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$= (4)^3 - 3.3.4 = 64 - 36 = 28$

নির্ণেয় মান : 28.

প্রশ্ন ৫ । $m-n=8$ এবং $mn=15$ হলে, m^3-n^3 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= m^3-n^3$

$= (m-n)^3 + 3mn(m-n)$

$= (8)^3 + 3.15.8 = 512 + 360 = 872$

নির্ণেয় মান 872.

প্রশ্ন ৬ । $p+q=7$ হলে, p^3+q^3+21pq এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $p+q=7$

প্রদত্ত রাশি $= p^3+q^3+21pq$

$= (p+q)^3 - 3pq(p+q) + 21pq$

$= (7)^3 - 3pq \times 7 + 21pq$

$= 343 - 21pq + 21pq = 343$

নির্ণেয় মান : 343.

প্রশ্ন ৭ । $4a-3=5$ হলে, $64a^3-27-180a$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= 64a^3 - 27 - 180a$

$= (4a)^3 - (3)^3 - 180a$

$= (4a-3)^3 + 3.4a.3(4a-3) - 180a$

$= (5)^3 + 3.4a.3.5 - 180a$

$= 125 + 180a - 180a = 125$

নির্ণেয় মান : 125.

প্রশ্ন ৮ । $x+\frac{1}{x}=8$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=8$

প্রদত্ত রাশি $= x^3+\frac{1}{x^3}$

$= \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$= (8)^3 - 3.8 = 512 - 24 = 488$

নির্ণেয় মান : 488.

প্রশ্ন ৯ । $a^2-3a+1=0$ হলে, দেখাও যে, $a^3+\frac{1}{a^3}=18$.

সমাধান : দেওয়া আছে,

$a^2-3a+1=0$

বা, $a^2+1=3a$

বা, $a+\frac{1}{a}=3$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

বামপক্ষ $= a^3+\frac{1}{a^3}$

$= \left(a+\frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$= 3^3 - 3.3 = 27 - 9 = 18 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^3+\frac{1}{a^3}=18.$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১০ । $3m+2n=13$ এবং $mn=6$ হলে, $27m^3+8n^3$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $3m+2n=13$ এবং $mn=6$

প্রদত্ত রাশি $= 27m^3+8n^3$

$= (3m)^3 + (2n)^3$

$= (3m+2n)^3 - 3.3m.2n(3m+2n)$

$= (3m+2n)^3 - 18mn(3m+2n)$

$= (13)^3 - 18 \times 6 \times 13 = 2197 - 1404 = 793$

নির্ণেয় মান : 793.

প্রশ্ন ১১ । $x=-7$ হলে, $x^3+6x^2+12x+1$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x=-7$

প্রদত্ত রাশি $= x^3+6x^2+12x+1$

$= x^3 + 3.x^2.2 + 3.x.2^2 + 2^3 - 7$

$= (x+2)^3 - 7$

$= (-7+2)^3 - 7 = (-5)^3 - 7 = -125 - 7 = -132$

নির্ণেয় মান : −132.

প্রশ্ন ১২ । $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{3}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{3}$

বা, $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$ [বর্গ করে]

বা, $(\sqrt{x})^2 + 2.\sqrt{x}.\frac{1}{\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 3$

বা, $x+2+\frac{1}{x}=3$

$\therefore x+\frac{1}{x}=3-2=1$

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রদত্ত রাশি $= x^3+\frac{1}{x^3}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(1)^3-3.1=1-3=-2$

নির্ণেয় মান : -2.

প্রশ্ন ১৩। $a+b+c=0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^3+b^3+c^3=3abc$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b+c=0$

$\therefore a+b=-c$

বামপক্ষ $= a^3+b^3+c^3$

$=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3$

$=(-c)^3-3ab(-c)+c^3$

$=-c^3+3abc+c^3=3abc=$ ডানপক্ষ

$\therefore a^3+b^3+c^3=3abc$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪। $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$ হলে $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $= x^3+\frac{1}{x^3}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0$

নির্ণেয় মান 0.

প্রশ্ন ১৫। $m-\frac{1}{m}=5$ হলে, $m^3-\frac{1}{m^3}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $m-\frac{1}{m}=5$

প্রদত্ত রাশি $= m^3-\frac{1}{m^3}$

$=\left(m-\frac{1}{m}\right)^3+3.m.\frac{1}{m}\left(m-\frac{1}{m}\right)$

$=(5)^3+3.5=125+15=140$

নির্ণেয় মান : 140.

৪.৩ ঘনকের সাথে সম্পৃক্ত আরও দুইটি সূত্র ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৫৯

প্রশ্ন ১৬। সূত্রের সাহায্যে (a^2+3) ও (a^4-3a^2+9) এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান : $(a^2+3)(a^4-3a^2+9)$

$=(a^2+3)\{(a^2)^2-a^2.3+(3)^2\}$

$=(a^2)^3+(3)^3=a^6+27$

নির্ণেয় গুণফল : a^6+27.

প্রশ্ন ১৭। সূত্রের সাহায্যে $(2p-3q)$ ও $(4p^2+6pq+9q^2)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান : $(2p-3q)(4p^2+6pq+9q^2)$

$=(2p-3q)\{(2p)^2+2p.3q+(3q)^2\}$

$=(2p)^3-(3q)^3=8p^3-27q^3$

নির্ণেয় গুণফল : $8p^3-27q^3$.

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ০১ $a-\frac{1}{a}=7$ এবং $x^2-y^2-z^2=p$.

ক. $3x-2xy^2$ এবং $9x^2+6x^2y^2+4x^2y^4$ এর গুণফল সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ২

খ. $a^4+\frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p=0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^6-y^6-z^6=3x^2y^2z^2$. ৪

● যশোর বোর্ড ২০১৯ ▸ শিখনফল ১ ও ২

১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $(3x-2xy^2)(9x^2+6x^2y^2+4x^2y^4)$

$=(3x-2xy^2)\{(3x)^2+3x.2xy^2+(2xy^2)^2\}$

$=(3x)^3-(2xy^2)^3$ $[\because a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)]$

$=27x^3-8x^3y^6$

নির্ণেয় গুণফল, $27x^3-8x^3y^6$.

খ দেওয়া আছে, $a-\frac{1}{a}=7$

প্রদত্ত রাশি $=a^4+\frac{1}{a^4}=(a^2)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2a^2.\frac{1}{a^2}$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2$

$=\left\{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2a\frac{1}{a}\right\}^2-2$ $[\because a^2+b^2=(a-b)^2+2ab]$

$=\{(7)^2+2\}^2-2$

$=(49+2)^2-2=(51)^2-2=2601-2=2599$

নির্ণেয় মান 2599.

গ দেওয়া আছে, $x^2-y^2-z^2=p$

$p=0$ হলে,

$x^2-y^2-z^2=0$

বা, $x^2-y^2=z^2$

বা, $(x^2-y^2)^3=(z^2)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $(x^2)^3-3.(x^2)^2.y^2+3.x^2.(y^2)^2-(y^2)^3=z^6$

বা, $x^6-3x^4y^2+3x^2y^4-y^6=z^6$

বা, $x^6-y^6-3x^2y^2(x^2-y^2)=z^6$

বা, $x^6-y^6-3x^2y^2(z^2)=z^6$ $[\because x^2-y^2=z^2]$

বা, $x^6-y^6-3x^2y^2z^2=z^6$

$\therefore$ $x^6-y^6-z^6=3x^2y^2z^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ০২ $P=a^2+b^2-c^2$, $Q=x^2-\sqrt{5}x-1$

ক. $3x-4y+5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. $P=0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6+b^6+3a^2b^2c^2=c^6$. ৪

গ. $Q=0$ হলে, $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯ ▸ শিখনফল ১ ও ২

২নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $3x-4y+5z$ এর বর্গ $(3x-4y+5z)^2$

$=\{3x-(4y-5z)\}^2$

$=(3x)^2-2\times3x\times(4y-5z)+(4y-5z)^2$

$=9x^2-6x(4y-5z)+(4y)^2-2\times4y\times5z+(5z)^2$

$=9x^2-24xy+30xz+16y^2-40yz+25z^2$

$=9x^2+16y^2+25z^2-24xy-40yz+30xz$

$\therefore (3x-4y+5z)^2=9x^2+16y^2+25z^2-24xy-40yz+30xz$

www.abswer.com

www.abswer.com

খ দেওয়া আছে, $P = a^2 + b^2 - c^2$

$P = 0$ হলে, $a^2 + b^2 - c^2 = 0$

বা, $a^2 + b^2 = c^2$

বামপক্ষ $= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2 + b^2)^3 - 3 \times a^2 \times b^2 \times (a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2$

$= (c^2)^3 - 3a^2b^2 \times c^2 + 3a^2b^2c^2$ [$\because a^2 + b^2 = c^2$]

$= c^6 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^6 + a^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $Q = x^2 - \sqrt{5}x - 1$

$Q = 0$ হলে, $x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$

বা, $x^2 - 1 = \sqrt{5}x$

বা, $\frac{x^2 - 1}{x} = \sqrt{5}$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $= x^4 + \frac{1}{x^4}$

$= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= \{(\sqrt{5})^2 + 2\}^2 - 2$ [$\because x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$]

$= (5 + 2)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47$

নির্ণেয় মান 47.

> **প্রশ্ন ০৩** $a - \frac{1}{a} = 2$ এবং $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$.
>
> ক. $x + y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে $x^3 - y^3$ নির্ণয় কর। ২
>
> খ. দেখাও যে, $\frac{a^8 + 1}{a^4} = 34$. ৪
>
> গ. $\left(\frac{x^6 + 1}{x^3}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯ ▸ শিখনফল ১ ও ২

৩নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, $x + y = 5$ এবং $xy = 6$

আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= 5^2 - 4 \times 6$ [$\because x + y = 5$]

$= 25 - 24 = 1$

$\therefore x - y = \sqrt{1} = 1$

এখন, $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

$= 1^3 + 3 \times 6 \times 1$ [$\because x - y = 1$]

$= 1 + 18 = 19$

$\therefore x^3 - y^3 = 19$.

খ দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 2$

বামপক্ষ $= \frac{a^8 + 1}{a^4}$

$= \frac{a^8}{a^4} + \frac{1}{a^4} = a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2}$

$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2$

$= \{(2)^2 + 2\}^2 - 2$

$= (4 + 2)^2 - 2$

$= 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{a^8 + 1}{a^4} = 34$. (দেখানো হলো).

গ দেওয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3 + 2 = 5$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $= \left(\frac{x^6 + 1}{x^3}\right)^2$

$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2$

$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)\right\}^2$

$= \{(\sqrt{5})^3 - 3 \times 1 \times (\sqrt{5})\}^2$

$= (5\sqrt{5} - 3\sqrt{5})^2$

$= (2\sqrt{5})^2 = 20$

নির্ণেয় মান 20.

> **প্রশ্ন ০৪** $P = 5x - 3$, $Q = 2x - 1$, $R = 3x^2 - 10x + 3$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।
>
> ক. PQ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। ২
>
> খ. $P = \frac{5}{x}$ হলে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
>
> গ. $R = 0$ হলে দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \frac{730}{27}$. ৪

● দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯ ▸ শিখনফল ১ ও ২

৪নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $P = 5x - 3$, $Q = 2x - 1$

$PQ = \left(\frac{P + Q}{2}\right)^2 - \left(\frac{P - Q}{2}\right)^2$ [সূত্র $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$]

$= \left(\frac{5x - 3 + 2x - 1}{2}\right)^2 - \left(\frac{5x - 3 - 2x + 1}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{7x - 4}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x - 2}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{7x}{2} - 2\right)^2 - \left(\frac{3x}{2} - 1\right)^2$ যা দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ।

খ দেওয়া আছে, $P = 5x - 3$

$P = \frac{5}{x}$ হলে, $5x - 3 = \frac{5}{x}$

বা, $5x - \frac{5}{x} = 3$

বা, $5\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{5}$

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রদত্ত রাশি $= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}^2$

$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right) \times \frac{3}{5}\right\}^2$

$= \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

$= \frac{9}{25} \times \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4x . \frac{1}{x}\right\}$

$= \frac{9}{25} \times \left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + 4\right\}$

$= \frac{9}{25} \times \left(\frac{9}{25} + 4\right)$

$= \frac{9}{25} \times \left(\frac{9 + 100}{25}\right) = \frac{9}{25} \times \frac{109}{25} = \frac{981}{625}$

নির্ণেয় মান $\frac{981}{625}$

গ দেওয়া আছে, $R = 3x^2 - 10x + 3$

$R = 0$ হলে,

$3x^2 - 10x + 3 = 0$

বা, $3x^2 + 3 = 10x$

বা, $\frac{3x^2 + 3}{x} = 10$

বা, $3x + \frac{3}{x} = 10$

বা, $3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 10$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$

বামপক্ষ $= x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x . \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left(\frac{10}{3}\right)^3 - 3 \times 1 \times \left(\frac{10}{3}\right)$ $[\because x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}]$

$= \frac{1000}{27} - 10 = \frac{1000 - 270}{27} = \frac{730}{27} =$ বামপক্ষ

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \frac{730}{27}$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ০৫ $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$, x একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

ক. $p^2 + p - 1$ এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 12$. ৪

● যশোর বোর্ড ২০১৮ ▶ শিখনফল ১ ও ২

৫নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $p^2 + p - 1$ এর বর্গ $= (p^2 + p - 1)^2$

$= \{p^2 + (p - 1)\}^2$

$= (p^2)^2 + 2.p^2.(p - 1) + (p - 1)^2$

$= p^4 + 2p^3 - 2p^2 + p^2 - 2p + 1$

$= p^4 + 2p^3 - p^2 - 2p + 1$

নির্ণেয় বর্গ $p^4 + 2p^3 - p^2 - 2p + 1$.

খ দেওয়া আছে, $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$

বা, $x^2 + 1 = \sqrt{5}x$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{5})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 5$

বা, $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 5$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5 - 2 = 3$

এখন, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= 3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$

নির্ণেয় মান 5.

গ এখানে, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ [খ নং থেকে প্রাপ্ত]

এবং $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ [খ নং থেকে প্রাপ্ত]

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{5})^2 - 4 = 5 - 4 = 1$

বা, $x - \frac{1}{x} = 1$

আবার, $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= 1^3 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4$

এখন, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 3 \times 4$

$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 12$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ০৬ $x^2 - 4x + 1 = 0$ এবং $a^2 + \frac{1}{a^2} = 5$ দুইটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $p^4 + p^2 + 1$. ২

খ. $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $26\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 7\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$. ৪

● কুমিল্লা বোর্ড ২০১৮ ▶ শিখনফল ১ ও ২

৬নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $p^4 + p^2 + 1 = (p^2)^2 + 2 \times p^2 \times 1 + 1^2 - p^2$

$= (p^2 + 1)^2 - p^2$

$= (p^2 + 1 + p)(p^2 + 1 - p)$

$= (p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$

নির্ণেয় উৎপাদক $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$.

খ দেওয়া আছে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 5$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a\frac{1}{a} = 5$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 5$.

www.abswer.com

www.abswer.com

বা, $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=5-2=3$

বা, $a-\frac{1}{a}=\pm\sqrt{3}$ [বর্গমূল করে]

এখন, $a-\frac{1}{a}=\sqrt{3}$ হলে,

$a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3.a.\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(\sqrt{3})^3+3\sqrt{3}=3\sqrt{3}+3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

আবার, $a-\frac{1}{a}=-\sqrt{3}$ হলে,

$a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3.a.\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(-\sqrt{3})^3+3(-\sqrt{3})=-3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=-6\sqrt{3}.$

নির্ণেয় মান, $6\sqrt{3}$ অথবা, $-6\sqrt{3}$.

গ দেওয়া আছে, $x^2-4x+1=0$

বা, $x^2+1=4x$

বা, $\frac{x^2+1}{x}=\frac{4x}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x^2}{x}+\frac{1}{x}=4$

বা, $x+\frac{1}{x}=4$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=4^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2+2.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=16$

বা, $x^2+2+\frac{1}{x^2}=16$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}=16-2$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}=14$

আবার, $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=4^3-3\times4=64-12=52$

বামপক্ষ $=26\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=26\times14=364$

ডানপক্ষ $=7\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=7\times52=364$

$\therefore\ 26\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=7\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ০৭ $P=x^2-ax+1, Q=p^2+q^2-r^2, R=x^6-1$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. R-কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. P = 0 হলে দেখাও যে, $x^4+\frac{1}{x^4}=a^4-4a^2+2$. ৪

গ. Q = 0 হলে প্রমাণ কর যে, $p^6+q^6+3p^2q^2r^2=r^6$. ৪

● বরিশাল বোর্ড ২০১৮ ▸ শিখনফল ১ ও ২

৭নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $R=x^6-1=(x^3)^2-1^2$

$=(x^3+1)(x^3-1)$

$=(x^3+1^3)(x^3-1^3)$

$=(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

$=(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$

নির্ণেয় উৎপাদক $(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$.

খ দেওয়া আছে, $P=x^2-ax+1$

P = 0 হলে, $0=x^2-ax+1$

বা, $x^2-ax+1=0$

বা, $x^2+1=ax$

বা, $\frac{x^2+1}{x}=\frac{ax}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x^2}{x}+\frac{1}{x}=a$

বা, $x+\frac{1}{x}=a$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=a^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2+2.x.\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^2=a^2$

বা, $x^2+2+\frac{1}{x^2}=a^2$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}=a^2-2$

বা, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=(a^2-2)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2+2.x^2.\frac{1}{x^2}+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2=(a^2)^2-2.a^2.2+2^2$

বা, $x^4+2+\frac{1}{x^4}=a^4-4a^2+4$

বা, $x^4+\frac{1}{x^4}=a^4-4a^2+4-2$

$\therefore\ x^4+\frac{1}{x^4}=a^4-4a^2+2$. (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $Q=p^2+q^2-r^2$

Q = 0 হলে, $0=p^2+q^2-r^2$.

বা, $p^2+q^2-r^2=0$

বা, $p^2+q^2=r^2$

বা, $(p^2+q^2)^3=(r^2)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $(p^2)^3+(q^2)^3+3.p^2.q^2(p^2+q^2)=r^6$

$\therefore\ p^6+q^6+3p^2q^2r^2=r^6$ [$\because p^2+q^2=r^2$] (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ০৮ $x+\frac{1}{x}=4$ এবং $x>1$.

ক. $by^2-(b^2+1)y+b$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^3-\frac{1}{x^3}=30\sqrt{3}$. ৪

গ. $x^5+\frac{1}{x^5}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● দিনাজপুর বোর্ড ২০১৮ ▸ শিখনফল ১ ও ২

৮নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $by^2-(b^2+1)y+b$

$=by^2-b^2y-y+b$

$=by(y-b)-1(y-b)=(y-b)(by-1)$.

নির্ণেয় উৎপাদক $(y-b)(by-1)$.

খ দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=4$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4.x.\frac{1}{x}=4^2-4=16-4=12$

$\therefore\ x-\frac{1}{x}=\sqrt{12}$ [উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে]

$=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

www.abswer.com

www.abswer.com

বামপক্ষ $= x^3 - \frac{1}{x^3}$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$

$= 2^3(\sqrt{3})^3 + 6\sqrt{3}$

$= 8(\sqrt{3})^2.\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 8 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 30\sqrt{3}$

$\therefore\ x^3 - \frac{1}{x^3} = 30\sqrt{3}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 16$

বা, $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 16$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= 4^3 - 3 \times 4 = 64 - 12 = 52$

এখন, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 14 \times 52$

বা, $x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 728$

বা, $x^5 + 4 + \frac{1}{x^5} = 728$

বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 728 - 4$

$\therefore\ x^5 + \frac{1}{x^5} = 724$

নির্ণেয় মান 724.

প্রশ্ন ০৯ $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$.

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 4$ ৪

গ. $x^6 - \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● ঢাকা বোর্ড ২০১৭ ▶ শিখনফল ১ ও ২

৯নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$

বা, $x^2 + 1 = \sqrt{5}x$

বা, $x\left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}x$

বা, $x + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x}$

$\therefore\ x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

নির্ণেয় মান $\sqrt{5}$.

খ ক হতে প্রাপ্ত, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

এখন, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{5})^2 - 4 = 5 - 4 = 1$

বা, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{1}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore\ x - \frac{1}{x} = 1$

বামপক্ষ $= x^3 - \frac{1}{x^3}$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= 1^3 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x^3 - \frac{1}{x^3} = 4$. (প্রমাণিত)

গ ক-হতে প্রাপ্ত, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

খ-হতে প্রাপ্ত, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 4$

এখন, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (\sqrt{5})^3 - 3 \times \sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $= x^6 - \frac{1}{x^6} = (x^3)^2 - \left(\frac{1}{x^3}\right)^2$

$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান $8\sqrt{5}$.

প্রশ্ন ১০ $x^2 + y^2 = z^2$.

ক. $x^6 - y^6$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^6 + y^6 + 3x^2y^2z^2 = z^6$. ৪

গ. যদি $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ হয়, তবে z^2 এর মান নির্ণয় কর। ৪

● চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭ ▶ শিখনফল ১ ও ২

১০নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $x^6 - y^6 = (x^3)^2 - (y^3)^2$

$= (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$

$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

$= (x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

খ এখানে, $x^2 + y^2 = z^2$

বামপক্ষ $= x^6 + y^6 + 3x^2y^2z^2$

$= (x^2)^3 + (y^2)^3 + 3x^2y^2z^2$

$= (x^2 + y^2)^3 - 3x^2y^2(x^2 + y^2) + 3x^2y^2z^2$

$= (z^2)^3 - 3x^2y^2z^2 + 3x^2y^2z^2$ [মান বসিয়ে]

$= z^6 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x^6 + y^6 + 3x^2y^2z^2 = z^6$. (প্রমাণিত)

গ এখানে, $x + y = 5$, $x - y = 3$ এবং $x^2 + y^2 = z^2$

বা, $z^2 = x^2 + y^2$

$= \frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{5^2 + 3^2}{2} = \frac{25 + 9}{2} = \frac{34}{2}$

$\therefore\ z^2 = 17$

নির্ণেয় মান 17.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১১ $a^2 - 1 = 5a$, যেখানে $a > 0$.

ক. $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a^6 - 1}{a^3} = 140$. ৪

● দিনাজপুর বোর্ড ২০১৭ ▸ শিখনফল ১ ও ২

১১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $a^2 - 1 = 5a$ যেখানে $a > 0$

বা, $a\left(a - \frac{1}{a}\right) = 5a$

বা, $a - \frac{1}{a} = \frac{5a}{a}$

$\therefore\ a - \frac{1}{a} = 5$

প্রদত্ত রাশি $= a^2 + \frac{1}{a^2}$

$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a} = 5^2 + 2 = 25 + 2 = 27$

নির্ণেয় মান 27.

খ ক-হতে প্রাপ্ত, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$

প্রদত্ত রাশি $= \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 4.a^2.\frac{1}{a^2}$

$= (27)^2 - 4 = 729 - 4 = 725$

নির্ণেয় মান 725.

গ ক-হতে প্রাপ্ত, $a - \frac{1}{a} = 5$

বামপক্ষ $= \frac{a^6 - 1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= 5^3 + 3 \times 5 = 125 + 15 = 140 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ \frac{a^6 - 1}{a^3} = 140$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ $a^2 - 6a + 1 = 0$ হলে, যেখানে $a > 0$.

ক. $a + \frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$. ৪

গ. $\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● ঢাকা বোর্ড ২০১৬ ▸ শিখনফল ১ ও ২

১২নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $a^2 - 6a + 1 = 0$; যেখানে, $a > 0$

বা, $a^2 + 1 = 6a$

বা, $\frac{a^2 + 1}{a} = \frac{6a}{a}$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = 6$

$\therefore\ a + \frac{1}{a} = 6$.

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $a + \frac{1}{a} = 6$

বামপক্ষ $= a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= 6^3 - 3 \times 1 \times 6$

$= 216 - 18$

$= 198 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$. (দেখানো হলো)

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $a + \frac{1}{a} = 6$

আমরা জানি, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4.a.\frac{1}{a}$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 6^2 - 4$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 36 - 4 = 32$

$\therefore\ a - \frac{1}{a} = 4\sqrt{2}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore\ a^2 - \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) = 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

আবার, $a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2}$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2$

$= \{6^2 - 2\}^2 - 2$

$= (36 - 2)^2 - 2$

$= (34)^2 - 2$

$= 1156 - 2 = 1154$

$\therefore\ \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) = 24\sqrt{2} \times 1154 = 27696\sqrt{2}$

নির্ণেয় মান $27696\sqrt{2}$.

প্রশ্ন ১৩ $x - 5 = y$ এবং $x^2 - y^2 = 15$ হলে–

ক. $x + y =$ কত? ২

খ. $4x^2 + 4y^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর $x^3 - y^3 = 65$. ৪

● বরিশাল বোর্ড ২০১৬ ▸ শিখনফল ১ ও ২

১৩নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $x - 5 = y$

$\therefore\ x - y = 5$

এবং $x^2 - y^2 = 15$

বা, $(x + y)(x - y) = 15$

বা, $(x + y) \times 5 = 15$

বা, $x + y = \frac{15}{5}$

$\therefore\ x + y = 3$

খ 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত, $x + y = 3$ এবং $x - y = 5$

প্রদত্ত রাশি $= 4x^2 + 4y^2 = 2(2x^2 + 2y^2)$

$= 2\{(x + y)^2 + (x - y)^2\}$

$= 2\{3^2 + 5^2\}$

$= 2(9 + 25) = 2 \times 34 = 68$

নির্ণেয় মান 68।

www.abswer.com

www.abswer.com

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $x + y = 3$ এবং $x - y = 5$

আমরা জানি,

$$xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$
$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$$
$$= \frac{9}{4} - \frac{25}{4} = \frac{9-25}{4} = \frac{-16}{4} = -4$$

বামপক্ষ $= x^3 - y^3$
$$= (x-y)^3 + 3xy(x-y)$$
$$= 5^3 + 3 \times (-4) \times (5) = 125 - 60 = 65 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \quad x^3 - y^3 = 65.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ $x - \frac{1}{x}, x^4 + \frac{1}{x^4}$ এবং $x^6 - \frac{1}{x^6}$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশি $= \sqrt{5}$ হলে, $x + \frac{1}{x} =$ কত? (সহজমান) ২

খ. ২য় রাশির মান 119 হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 36.$ (মধ্যমান) ৪

গ. ১ম রাশি = 5 হলে, ৩য় রাশির মান নির্ণয় কর। (কঠিনমান) ৪

● অনুশীলনী-৪.২ এর ১০ ও ১৪ নং প্রশ্নের আলোকে ▶ শিখনফল ১ ও ২

১৪নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে,

১ম রাশি $= \sqrt{5}$

বা, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{5})^2$ [বর্গ করে]

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = 5$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5 + 4$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$

বা, $x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{9}$

$\therefore \quad x + \frac{1}{x} = \pm 3$

নির্ণেয় মান : ± 3।

খ দেওয়া আছে,

২য় রাশির মান = 119

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$

বা, $(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 119$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2} = 119$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 119 + 2$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 121$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{121}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x} = 11$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 11 - 2$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9$

$\therefore \quad x - \frac{1}{x} = \sqrt{9} = 3$

বামপক্ষ $= x^3 - \frac{1}{x^3}$
$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$$
$$= 3^3 + 3.3 = 27 + 9 = 36 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \quad x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, ১ম রাশি $= x - \frac{1}{x}$

১ম রাশি = 5 হলে, $x - \frac{1}{x} = 5$

$\therefore \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4.x.\frac{1}{x}$
$$= 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$$

$\therefore \quad x + \frac{1}{x} = \sqrt{29}$

৩য় রাশি $= x^6 - \frac{1}{x^6}$
$$= (x^3)^2 - \left(\frac{1}{x^3}\right)^2$$
$$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$$
$$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)\right\}\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}$$
$$= \{(\sqrt{29})^3 - 3\sqrt{29}\}\{(5)^3 + 3.5\}$$
$$= (29\sqrt{29} - 3\sqrt{29})(125 + 15)$$
$$= 26\sqrt{29} \times 140 = 3640\sqrt{29}$$

নির্ণেয় মান : $3640\sqrt{29}$

প্রশ্ন ১৫ $n^2 + 1 = 3n$, যেখানে $n > 0$.

ক. $n^2 + \frac{1}{n^2}$ এর মান নির্ণয় কর। (সহজমান) ২

খ. $\frac{n^6 - 1}{n^3}$ এর মান নির্ণয় কর। (মধ্যমান) ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{n^{10} - 1}{n^5} = 55\sqrt{5}.$ (কঠিনমান) ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান : ▶ শিখনফল ১ ও ২

ক দেওয়া আছে, $n^2 + 1 = 3n$

বা, $\frac{n^2 + 1}{n} = \frac{3n}{n}$

বা, $\frac{n^2}{n} + \frac{1}{n} = 3$

বা, $n + \frac{1}{n} = 3$

প্রদত্ত রাশি $= n^2 + \frac{1}{n^2}$
$$= \left(n + \frac{1}{n}\right)^2 - 2.n.\frac{1}{n}$$
$$= 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

নির্ণেয় মান : 7.

www.abswer.com

www.abswer.com

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $a+\frac{1}{a}=3$

আমরা জানি, $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4.a.\frac{1}{a}$

$=3^2-4=9-4=5.$

$a-\frac{1}{a}=\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $=\frac{a^6-1}{a^3}=\frac{a^6}{a^3}-\frac{1}{a^3}$

$=a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3.a.\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(\sqrt{5})^3+3\sqrt{5}=5\sqrt{5}+3\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান : $8\sqrt{5}$.

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $a^2+\frac{1}{a^2}=7$

'খ' হতে প্রাপ্ত, $a-\frac{1}{a}=\sqrt{5}$ এবং $a^3-\frac{1}{a^3}=8\sqrt{5}$

বামপক্ষ $=\frac{a^{10}-1}{a^5}=\frac{a^{10}}{a^5}-\frac{1}{a^5}=a^5-\frac{1}{a^5}$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)\left(a^3-\frac{1}{a^3}\right)-\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(7\times 8\sqrt{5})-\sqrt{5}=56\sqrt{5}-\sqrt{5}=55\sqrt{5}=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{a^{10}-1}{a^5}=55\sqrt{5}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ $a^2-\sqrt{3}a+1=0$ যেখানে a ধনাত্মক সংখ্যা।
ক. $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
খ. $a^3+\frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $a^4-a^2+1=0$. ৪

● আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা ▶ শিখনফল ১ ও ২

১৬নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$
$=(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)-b^3$
$=(a-b)^3-b^3$
$=(a-b-b)\{(a-b)^2+(a-b)b+b^2\}$
$=(a-2b)(a^2-2ab+b^2+ab-b^2+b^2)$
$=(a-2b)(a^2-ab+b^2)$.

খ দেওয়া আছে, $a^2-\sqrt{3}a+1=0$

বা, $a^2+1=\sqrt{3}a$

বা, $\frac{a^2+1}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore a+\frac{1}{a}=\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $=a^3+\frac{1}{a^3}$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0$

নির্ণেয় মান : 0.

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত,

$a+\frac{1}{a}=\sqrt{3}$

বা, $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=(\sqrt{3})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $a^2+2.a.\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=3$

বা, $a^2+\frac{1}{a^2}+2=3$

বা, $a^2+\frac{1}{a^2}=3-2$

বা, $\frac{a^4+1}{a^2}=1$

বা, $a^4+1=a^2$

$\therefore a^4-a^2+1=0$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৭ $x-y=\sqrt{3}, x^2-y^2=\sqrt{15}$ এবং $a^2-a\sqrt{3}+1=0$.
ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^2-x-(m+1)(m+2)$. ২
খ. দেখাও যে, $8xy(x^2+y^2)=16$; ৪
গ. $\frac{1}{a^3}(1+a^6)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা ▶ শিখনফল ১ ও ২

১৭নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $x^2-x-(m+1)(m+2)$
$=x^2-x-a(a+1)$
$=x^2-x-a^2-a$
$=x^2-a^2-x-a$
$=(x+a)(x-a)-1(x+a)$
$=(x+a)(x-a-1)$
$=(x+m+1)(x-m-1-1)=(x+m+1)(x-m-2)$

[ধরি, $m+1=a$
$\therefore m+2=a+1$]

নির্ণেয় উৎপাদক : $(x+m+1)(x-m-2)$

খ দেওয়া আছে, $x-y=\sqrt{3}$

এবং $x^2-y^2=\sqrt{15}$

বা, $(x+y)(x-y)=\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

বা, $(x+y)\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

বা, $x+y=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

$\therefore x+y=\sqrt{5}$

বামপক্ষ $=8xy(x^2+y^2)$
$=4xy\times 2(x^2+y^2)$
$=\{(x+y)^2-(x-y)^2\}\{(x+y)^2+(x-y)^2\}$
$=\{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2\}\{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2\}$
$=(5-3)(5+3)=2\times 8=16=$ ডানপক্ষ

$\therefore 8xy(x^2+y^2)=16$. (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $a^2-a\sqrt{3}+1=0$

বা, $a^2+1=a\sqrt{3}$

বা, $\frac{a^2}{a}+\frac{1}{a}=\frac{a\sqrt{3}}{a}$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore a+\frac{1}{a}=\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $=\frac{1}{a^3}(1+a^6)$

$=\frac{1}{a^3}+a^3$

$=a^3+\frac{1}{a^3}$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0.$

নির্ণেয় মান : 0.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১৮ $x - y = 3$, $xy = 4$ এবং $p^2 - 2\sqrt{3}p + 1 = 0$.

ক. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $x^3 - y^3 - 2(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p^3 + \frac{1}{p^3} = 18\sqrt{3}$. ৪

● ঢাকা বোর্ড ২০১৯ ▶ শিখনফল ২

১৮নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$

$= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$

$= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$

$= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

নির্ণেয় উৎপাদক $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$.

খ দেওয়া আছে, $x - y = 3$, $xy = 4$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - y^3 - 2(x + y)^2$

$= (x - y)^3 + 3xy(x - y) - 2\{(x - y)^2 + 4xy\}$

$= (3)^3 + 3 \times 4 \times 3 - 2\{(3)^2 + 4 \times 4\}$ [মান বসিয়ে]

$= 27 + 36 - 2(9 + 16)$

$= 63 - 2 \times 25$

$= 63 - 50 = 13$

নির্ণেয় মান 13.

গ দেওয়া আছে,

$p^2 - 2\sqrt{3}p + 1 = 0$

বা, $p^2 + 1 = 2\sqrt{3}p$

বা, $\frac{p^2}{p} + \frac{1}{p} = \frac{2\sqrt{3}p}{p}$ [উভয়পক্ষকে p দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore p + \frac{1}{p} = 2\sqrt{3}$

বামপক্ষ $= p^3 + \frac{1}{p^3}$

$= \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3.p.\frac{1}{p}\left(p + \frac{1}{p}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3}$

$= 2^3(\sqrt{3})^3 - 6\sqrt{3}$

$= 8 \times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

$= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

$= 18\sqrt{3}$

= ডানপক্ষ

$\therefore p^3 + \frac{1}{p^3} = 18\sqrt{3}$. (প্রমাণিত)

অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান — পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর সংবলিত

কাজ ১ সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর : ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৫৭

১। $ab + bc$

সমাধান : $ab + bc$ এর ঘন $= (ab + bc)^3$

$= (ab)^3 + 3 \times (ab)^2 \times bc + 3 \times ab \times (bc)^2 + (bc)^3$.

$= a^3b^3 + 3a^2b^3c + 3ab^3c^2 + b^3c^3$

২। $2x - 5y$

সমাধান : $2x - 5y$ এর ঘন $= (2x - 5y)^3$

$= (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times 5y + 3 \times 2x \times (5y)^2 - (5y)^3$

$= 8x^3 - 3 \times 4 \times 5 \times x^2y + 3 \times 2 \times 25 \times xy^2 - 125y^3$

$= 8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3$

৩। $2x - 3y - z$

সমাধান : $2x - 3y - z$ এর ঘন $= (2x - 3y - z)^3$

$= \{2x - (3y + z)\}^3$

$= (2x)^3 - 3 \times (2x)^2(3y + z) + 3.2x(3y + z)^2 - (3y + z)^3$

$= 8x^3 - 12x^2(3y + z) + 6x(9y^2 + 2.3y.z + z^2) - \{(3y)^3 + 3(3y)^2z + 3.3y.z^2 + z^3\}$

$= 8x^3 - 36x^2y - 12x^2z + 54xy^2 + 36xyz + 6xz^2 - 27y^3 - 27y^2z - 9yz^2 - z^3$

কাজ ২ ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৫৯

১। সরল কর : $(7x - 6)^3 - (5x - 6)^3 - 6x(7x - 6)(5x - 6)$

সমাধান : ধরি, $7x - 6 = a$ এবং $5x - 6 = b$

$\therefore a - b = 7x - 6 - 5x + 6 = 2x$

এখন, প্রদত্ত রাশি $= a^3 - b^3 - 3(a - b)ab$

$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

$= (a - b)^3$

$= (2x)^3$

$= 8x^3$

২। $a + b = 10$ এবং $ab = 21$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 10$

এবং $ab = 21$

এখন, $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$= (10)^3 - 3 \times 21 \times 10$

$= 1000 - 630$

$= 370$

নির্ণেয় মান 370.

৩। $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$.

সমাধান : দেওয়া আছে,

$a + \frac{1}{a} = 3$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = 3^3$ [ঘন করে]

বা, $a^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 27$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \times 3 = 27$ $\left[\because a + \frac{1}{a} = 3\right]$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 27 - 9$

$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$. (দেখানো হলো)

কাজ ৩ সূত্রের সাহায্যে $(2a + 3b)$ ও $(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ এর গুণফল নির্ণয় কর। ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬০

সমাধান : $(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$

$= (2a + 3b)\{(2a)^2 - 2a.3b + (3b)^2\}$

$= (2a)^3 + (3b)^3$

$= 8a^3 + 27b^3$.

www.abswer.com

www.abswer.com

অনুশীলনী ৪.৩ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ

এক নজরে অনুশীলনীর গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- **উৎপাদক :** যদি কোনো বীজগণিতীয় রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হয়, তাহলে শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথম রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক (Factor) বলা হয়। যেমন: $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$, এখানে $(x + y)$ ও $(x - y)$ রাশি দুইটি $(x^2 - y^2)$ এর উৎপাদক।
- **উৎপাদকে বিশ্লেষণ :** যখন কোনো বীজগণিতীয় রাশিকে সম্ভাব্য দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলরূপে প্রকাশ করা হয়, তখন একে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা বলে এবং ঐ রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলা হয়। যেমন, $a^2 + 2a = a(a + 2)$; এখানে a ও $(a + 2)$ উৎপাদক।
- **উৎপাদক নির্ণয়ের নিয়ম :** নিচে উৎপাদক নির্ণয়ের নিয়মগুলো দেওয়া হলো :
  (১) সুবিধামতো সাজিয়ে : $px - qy + qx - py$ কে সাজানো হলো, $px + qx - py - qy$ রূপে।
  এখন, $px + qx - py - qy = x(p + q) - y(p + q) = (p + q)(x - y)$.
  (২) একটি রাশিকে পূর্ণ বর্গ আকারে প্রকাশ করে : $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a)^2 + 2 \times a \times 2b + (2b)^2 = (a + 2b)^2 = (a + 2b)(a + 2b)$.
  (৩) একটি রাশিকে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করে অর্থাৎ, $a^2 - b^2$ সূত্র প্রয়োগ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়।

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান — পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি

গাণিতিক সমস্যার সমাধান

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

১. $a^3 + 8$

সমাধান : $a^3 + 8$
$= (a)^3 + (2)^3$
$= (a + 2)\{(a)^2 - a \times 2 + (2)^2\}$
$= (a + 2)(a^2 - 2a + 4)$.

২. $8x^3 + 343$

সমাধান : $8x^3 + 343$
$= (2x)^3 + (7)^3$
$= (2x + 7)\{(2x)^2 - 2x \times 7 + (7)^2\}$
$= (2x + 7)(4x^2 - 14x + 49)$.

৩. $8a^4 + 27ab^3$

সমাধান : $8a^4 + 27ab^3$
$= a(8a^3 + 27b^3)$
$= a\{(2a)^3 + (3b)^3\}$
$= a(2a + 3b)\{(2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2\}$
$= a(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$.

৪. $8x^3 + 1$

সমাধান : $8x^3 + 1$
$= (2x)^3 + (1)^3$
$= (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x \times 1 + (1)^2\}$
$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$.

৫. $64a^3 - 125b^3$ [সকল বোর্ড '১৩]

সমাধান : $64a^3 - 125b^3$
$= (4a)^3 - (5b)^3$
$= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\}$
$= (4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$

৬. $729a^3 - 64b^3c^6$

সমাধান : $729a^3 - 64b^3c^6$
$= (9a)^3 - (4bc^2)^3$
$= (9a - 4bc^2)\{(9a)^2 + 9a \times 4bc^2 + (4bc^2)^2\}$
$= (9a - 4bc^2)(81a^2 + 36abc^2 + 16b^2c^4)$.

৭. $27a^3b^3 + 64b^3c^3$

সমাধান : $27a^3b^3 + 64b^3c^3$
$= b^3(27a^3 + 64c^3)$
$= b^3\{(3a)^3 + (4c)^3\}$
$= b^3(3a + 4c)\{(3a)^2 - 3a \times 4c + (4c)^2\}$
$= b^3(3a + 4c)(9a^2 - 12ac + 16c^2)$.

৮. $56x^3 - 189y^3$

সমাধান : $56x^3 - 189y^3$
$= 7(8x^3 - 27y^3)$
$= 7\{(2x)^3 - (3y)^3\}$
$= 7(2x - 3y)\{(2x)^2 + 2x \times 3y + (3y)^2\}$
$= 7(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$.

৯. $3x - 75x^3$

সমাধান : $3x - 75x^3$
$= 3x(1 - 25x^2)$
$= 3x\{(1)^2 - (5x)^2\}$
$= 3x(1 + 5x)(1 - 5x)$.

১০. $4x^2 - y^2$

সমাধান : $4x^2 - y^2$
$= (2x)^2 - (y)^2 = (2x + y)(2x - y)$.

১১. $3ay^2 - 48a$

সমাধান : $3ay^2 - 48a$
$= 3a(y^2 - 16)$
$= 3a\{(y)^2 - (4)^2\} = 3a(y + 4)(y - 4)$

১২. $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

সমাধান : $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$
$= (a - b)^2 - p^2 = (a - b + p)(a - b - p)$

১৩. $16y^2 - a^2 - 6a - 9$

সমাধান : $16y^2 - a^2 - 6a - 9$
$= (4y)^2 - (a^2 + 2 \times a \times 3 + 3^2)$
$= (4y)^2 - (a + 3)^2 = (4y + a + 3)(4y - a - 3)$

www.abswer.com

www.abswer.com

১৪. $8a + ap^3$

সমাধান : $8a + ap^3$
$= a(8 + p^3) = a\{(2)^3 + p^3\}$
$= a(2 + p)(2^2 - 2p + p^2)$
$= a(2 + p)(4 - 2p + p^2)$.

১৫. $2a^3 + 16b^3$

সমাধান : $2a^3 + 16b^3$
$= 2(a^3 + 8b^3)$
$= 2\{(a)^3 + (2b)^3\}$
$= 2(a + 2b)\{a^2 - a \times 2b + (2b)^2\} = 2(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$.

১৬. $x^2 + y^2 - 2xy - 1$ [সকল বোর্ড '১৩]

সমাধান : $x^2 + y^2 - 2xy - 1$
$= x^2 - 2xy + y^2 - 1$
$= (x - y)^2 - (1)^2 = (x - y + 1)(x - y - 1)$

১৭. $a^2 - 2ab + 2b - 1$

সমাধান : $a^2 - 2ab + 2b - 1$
$= a^2 - 1 - 2ab + 2b$
$= (a^2 - 1^2) - 2ab + 2b$
$= (a + 1)(a - 1) - 2b(a - 1)$
$= (a - 1)(a + 1 - 2b) = (a - 1)(a - 2b + 1)$

১৮. $x^4 - 2x^2 + 1$

সমাধান : $x^4 - 2x^2 + 1$
$= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times 1 + (1)^2$
$= (x^2 - 1)^2 = (x^2 - 1)(x^2 - 1)$
$= (x + 1)(x - 1)(x + 1)(x - 1) = (x + 1)^2(x - 1)^2$

১৯. $36 - 12x + x^2$

সমাধান : $36 - 12x + x^2$
$= 6^2 - 2 \times 6 \times x + x^2$
$= (6 - x)^2 = \{-(x - 6)\}^2 = (x - 6)^2$

২০. $x^6 - y^6$

সমাধান : $x^6 - y^6$
$= (x^3)^2 - (y^3)^2$
$= (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$
$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)$
$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$

২১. $(x - y)^3 + z^3$

সমাধান : $(x - y)^3 + z^3$
$= (x - y + z)\{(x - y)^2 - (x - y)z + (z)^2\}$
$= (x - y + z)(x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz + z^2)$
$= (x - y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + yz - zx)$

২২. $64x^3 - 8y^3$

সমাধান : $64x^3 - 8y^3$
$= 8(8x^3 - y^3) = 8\{(2x)^3 - y^3\}$
$= 8(2x - y)\{(2x)^2 + 2xy + y^2\}$
$= 8(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)$

২৩. $x^2 + 14x + 40$

সমাধান : এখানে, $1 \times 40 = 40$
এখন, $4 \times 10 = 40$ এবং $10 + 4 = 14$
প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 14x + 40$
$= x^2 + 4x + 10x + 40$
$= x(x + 4) + 10(x + 4)$
$= (x + 4)(x + 10)$.

২৪. $x^2 + 7x - 120$

সমাধান : এখানে, $1 \times (-120) = -120$
এখন, $15 \times (-8) = -120$ এবং $15 + (-8) = 7$
প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 7x - 120$
$= x^2 + 15x - 8x - 120$
$= x(x + 15) - 8(x + 15) = (x + 15)(x - 8)$.

২৫. $x^2 - 51x + 650$

সমাধান : এখানে, $1 \times 650 = 650$
এখন, $(-26) \times (-25) = 650$ এবং $(-26) + (-25) = -51$
প্রদত্ত রাশি $= x^2 - 51x + 650$
$= x^2 - 26x - 25x + 650$
$= x(x - 26) - 25(x - 26)$
$= (x - 26)(x - 25)$.

২৬. $a^2 + 7ab + 12b^2$

সমাধান : এখানে, $1 \times 12 = 12$
এখন, $3 \times 4 = 12$ এবং $3 + 4 = 7$
$a^2 + 7ab + 12b^2$
$= a^2 + 3ab + 4ab + 12b^2$
$= a(a + 3b) + 4b(a + 3b) = (a + 3b)(a + 4b)$.

২৭. $p^2 + 2pq - 80q^2$

সমাধান : এখানে, $1 \times (-80) = -80$
এখন, $10 \times (-8) = -80$ এবং $10 + (-8) = 2$
$p^2 + 2pq - 80q^2$
$= p^2 + 10pq - 8pq - 80q^2$
$= p(p + 10q) - 8q(p + 10q)$
$= (p + 10q)(p - 8q)$

২৮. $x^2 - 3xy - 40y^2$

সমাধান : এখানে, $1 \times (-40) = -40$
এখন, $(-8) \times 5 = -40$ এবং $(-8) + 5 = -3$
প্রদত্ত রাশি $= x^2 - 3xy - 40y^2$
$= x^2 - 8xy + 5xy - 40y^2$
$= x(x - 8y) + 5y(x - 8y)$
$= (x - 8y)(x + 5y)$

২৯. $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$

সমাধান : $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$
মনে করি, $x^2 - x = a$
প্রদত্ত রাশি $= a^2 + 3a - 40$
এখানে, $1 \times (-40) = -40$
এখন, $8 \times (-5) = -40$ এবং $8 + (-5) = 3$
$= a^2 + 8a - 5a - 40$
$= a(a + 8) - 5(a + 8)$
$= (a + 8)(a - 5)$
$= (x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$ [মান বসিয়ে]

৩০. $(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$

সমাধান : ধরি, $a^2 + b^2 = x$
প্রদত্ত রাশি $= x^2 - 18x - 88$
এখানে, $1 \times (-88) = -88$
এখন, $4 \times (-22) = -88$ এবং $4 + (-22) = -18$
$= x^2 + 4x - 22x - 88$
$= x(x + 4) - 22(x + 4)$
$= (x + 4)(x - 22)$
$= (a^2 + b^2 + 4)(a^2 + b^2 - 22)$ [মান বসিয়ে]

www.abswer.com

www.abswer.com

৩১. $(a^2+7a)^2-8(a^2+7a)-180$

সমাধান : $(a^2+7a)^2-8(a^2+7a)-180$

মনে করি, $a^2+7a=x$

প্রদত্ত রাশি $=x^2-8x-180$

এখানে, $1\times(-180)=-180$

এখন, $(-18)\times10=-180$; $(-18)+10=-8$

$=x^2-18x+10x-180$

$=x(x-18)+10(x-18)$

$=(x-18)(x+10)$

$=(a^2+7a-18)(a^2+7a+10)$

$=(a^2+9a-2a-18)(a^2+5a+2a+10)$

$=\{a(a+9)-2(a+9)\}\{a(a+5)+2(a+5)\}$

$=(a+9)(a-2)(a+5)(a+2)$

$=(a-2)(a+2)(a+5)(a+9)$ [মান বসিয়ে]

৩২. $x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$

সমাধান : $x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$

$=x^2+(3a+4b)x+(2a^2+3ab+2ab+3b^2)$

$=x^2+(3a+4b)x+\{a(2a+3b)+b(2a+3b)\}$

$=x^2+\{(2a+3b)+(a+b)\}x+(2a+3b)(a+b)$

$=x^2+(2a+3b)x+(a+b)x+(2a+3b)(a+b)$

$=x(x+2a+3b)+(a+b)(x+2a+3b)$

$=(x+2a+3b)(x+a+b)=(x+a+b)(x+2a+3b).$

৩৩. $6x^2-x-15$

সমাধান : এখানে, $6\times(-15)=-90$

এখন, $9\times(-10)=-90$ এবং $9+(-10)=-1$

প্রদত্ত রাশি $=6x^2-x-15$

$=6x^2+9x-10x-15$

$=3x(2x+3)-5(2x+3)=(2x+3)(3x-5)$

৩৪. $x^2-x-(a+1)(a+2)$

সমাধান : $x^2-x-(a+1)(a+2)$

$=x^2-x-(a+1)(a+1+1)$

$=x^2-x-m(m+1)$ [$a+1=m$ ধরে]

$=x^2-x-m^2-m$

$=x^2-m^2-x-m=(x+m)(x-m)-1(x+m)$

$=(x+m)(x-m-1)$

$=(x+a+1)(x-a-1-1)$ [মান বসিয়ে]

$=(x+a+1)(x-a-2)$

৩৫. $3x^2+11x-4$

সমাধান : এখানে, $3\times(-4)=-12$

এখন, $12\times(-1)=-12$ এবং $12+(-1)=11$

প্রদত্ত রাশি $=3x^2+11x-4=3x^2+12x-x-4$

$=3x(x+4)-1(x+4)=(x+4)(3x-1).$

৩৬. $3x^2-16x-12$

সমাধান : এখানে, $3\times(-12)=-36$

এখন, $(-18)\times2=-36$ এবং $(-18)+2=-16$

প্রদত্ত রাশি $=3x^2-16x-12$

$=3x^2-18x+2x-12$

$=3x(x-6)+2(x-6)=(x-6)(3x+2).$

৩৭. $2x^2-9x-35$

সমাধান : এখানে, $2\times(-35)=-70$

এখন, $(-14)\times5=-70$ এবং $(-14)+5=-9$

প্রদত্ত রাশি $=2x^2-9x-35$

$=2x^2-14x+5x-35$

$=2x(x-7)+5(x-7)=(x-7)(2x+5).$

৩৮. $2x^2-5xy+2y^2$

সমাধান : এখানে, $2\times2=4$

এখন, $(-4)\times(-1)=4$ এবং $(-4)+(-1)=-5$

প্রদত্ত রাশি $=2x^2-5xy+2y^2$

$=2x^2-4xy-xy+2y^2$

$=2x(x-2y)-y(x-2y)$

$=(x-2y)(2x-y).$

৩৯. $x^3-8(x-y)^3$

সমাধান : $x^3-8(x-y)^3$

$=x^3-\{2(x-y)\}^3$

$=x^3-(2x-2y)^3$

$=(x-2x+2y)(x^2+x(2x-2y)+(2x-2y)^2)$

$=(-x+2y)(x^2+2x^2-2xy+4x^2-2\times2x\times2y+4y^2)$

$=2y-x(7x^2-10xy+4y^2)$

৪০. $10p^2+11pq-6q^2$

সমাধান : এখানে, $10\times(-6)=-60$

এখন, $15\times(-4)=-60$

এবং $15+(-4)=11$

প্রদত্ত রাশি $=10p^2+11pq-6q^2$

$=10p^2+15pq-4pq-6q^2$

$=5p(2p+3q)-2q(2p+3q)$

$=(2p+3q)(5p-2q)$

৪১. $2(x+y)^2-3(x+y)-2$

সমাধান : $2(x+y)^2-3(x+y)-2$

ধরি, $x+y=a$

প্রদত্ত রাশি $=2a^2-3a-2$

এখানে, $2\times(-2)=-4$

এখন, $(-4)\times1=-4$ এবং $(-4)+1=-3$.

$=2a^2-4a+a-2$

$=2a(a-2)+1(a-2)$

$=(a-2)(2a+1)$

$=(x+y-2)\{2(x+y)+1\}$

$=(x+y-2)(2x+2y+1).$

৪২. $ax^2+(a^2+1)x+a$ [সকল বোর্ড '১০]

সমাধান : $ax^2+(a^2+1)x+a$

$=ax^2+a^2x+x+a$

$=ax(x+a)+1(x+a)=(x+a)(ax+1).$

৪৩. $15x^2-11xy-12y^2$

সমাধান : এখানে, $15\times(-12)=-180$

এখন, $(-20)\times9=-180$

এবং $(-20)+9=-11$

প্রদত্ত রাশি $=15x^2-11xy-12y^2$

$=15x^2-20xy+9xy-12y^2$

$=5x(3x-4y)+3y(3x-4y)$

$=(3x-4y)(5x+3y).$

৪৪. $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$

সমাধান : $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$

$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3-b^3$

$=(a-b)^3-b^3$

$=(a-b-b)\{(a-b)^2+(a-b).b+b^2\}$

$=(a-2b)(a^2-2ab+b^2+ab-b^2+b^2)$

$=(a-2b)(a^2-ab+b^2).$

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — টপিকের ধারায় প্রণীত

৪.৪ উৎপাদকে বিশ্লেষণ ▸ পাঠ্যবই: পৃষ্ঠা ৬২

১. $2x^2-7xy+6y^2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম) [ব. বো. '১৯]
ক) $(x-2y)(2x-3y)$ খ) $(x+2y)(2x-3y)$
গ) $(x-2y)(2x+3y)$ ঘ) $(x+2y)(2x+3y)$
উত্তর: ক
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $2x^2-7xy+6y^2$
$=2x^2-4xy-3xy+6y^2$
$=2x(x-2y)-3y(x-2y)=(x-2y)(2x-3y)$.

২. $a^2-2ab+2b-1$ এর একটি উৎপাদক— (সহজমান) [কু. বো. '১৯]
ক) $(a+1)$ খ) $(a-1)$ গ) $(a-2b)$ ঘ) $(a+2b)$
উত্তর: খ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $a^2-2ab+2b-1$
$=a^2-1^2-2ab+2b$
$=(a+1)(a-1)-2b(a-1)$
$=(a-1)(a+1-2b)=(a-1)(a-2b+1)$
∴ রাশিটির একটি উৎপাদক $(a-1)$.

৩. a^3-1 এর একটি উৎপাদক $a-1$ হলে অপরটি কত? (সহজমান) [চ. বো. '১৯]
ক) $a+1$ খ) a^2-a-1
গ) $1+a+a^2$ ঘ) $1-a-a^2$
উত্তর: গ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $a^3-1=a^3-1^3=(a-1)(a^2+a+1)$
∴ রাশিটির অপর উৎপাদক $(1+a+a^2)$.

৪. $27a^3-8$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ কোনটি? (সহজমান) [দি. বো. '১৭]
ক) $(3a+2)(9a^2-6a+4)$ খ) $(3a+2)(9a^2+6a+4)$
গ) $(3a-2)(9a^2-6a+4)$ ঘ) $(3a-2)(9a^2+6a+4)$
উত্তর: ঘ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $27a^3-8=(3a)^3-(2)^3$
$=(3a-2)\{(3a)^2+3a.2+(2)^2\}=(3a-2)(9a^2+6a+4)$.

৫. m^3+3m^2+3m+1 রাশিটির একটি উৎপাদক হবে— (সহজমান)
ক) $m-1$ খ) $m+1$ গ) $m+2$ ঘ) $m-2$
উত্তর: খ

৬. কোন রাশিকে একই সংখ্যা দ্বারা একবার যোগ ও একবার বিয়োগ করলে রাশিটির মান— (মধ্যমান)
ক) পরিবর্তন হবে খ) পরিবর্তন হবে না
গ) 2 বেড়ে যাবে ঘ) 2 কমে যাবে
উত্তর: খ

৭. m^3-n^3 এর উৎপাদক নিচের কোনটি? (কঠিনমান)
ক) $m+n$ খ) $m-2n$
গ) m^2+mn+n^2 ঘ) m^2+n^2
উত্তর: গ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $m^3-n^3=(m-n)(m^2+mn+n^2)$

৮. $3\sqrt{3}x^3+125$ উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি? (মধ্যমান)
ক) $(\sqrt{3}x+5)(3x^2-5x+25)$
খ) $(\sqrt{3}x+5)(3x^2+13\sqrt{3}x+25)$
গ) $(\sqrt{3}x-5)(3x^2+15\sqrt{3}x+25)$
ঘ) $(\sqrt{3}x+5)(3x^2-5\sqrt{3}x+25)$
উত্তর: ঘ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $3\sqrt{3}x^3+125=(\sqrt{3}x)^3+(5)^3$
$=(\sqrt{3}x+5)\{(\sqrt{3}x)^2-\sqrt{3}x.5+5^2\}$
$=(\sqrt{3}x+5)(3x^2-5\sqrt{3}x+25)$

৯. নিচের কোন জোড়াটি 12 এর উৎপাদক? (মধ্যমান)
ক) (2, 5) খ) (3, 5) গ) (4, 5) ঘ) (3, 4)
উত্তর: ঘ

১০. $a^2+2ab-2b-1$ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে হয়— (সহজমান) [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
ক) $(a-1)(a+b)$ খ) $(a-1)(a+2b+1)$
গ) $(a+1)(a+2b)$ ঘ) $(a+1)(a+2b+1)$
উত্তর: খ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $a^2+2ab-2b-1=a^2-1^2+2b(a-1)$
$=(a+1)(a-1)+2b(a-1)$
$=(a-1)(a+1+2b)=(a-1)(a+2b+1)$.

১১. a^6+b^6 এর একটি উৎপাদক কত? (মধ্যমান) [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক) $(a^2+b^2)^2$ খ) $(a^2-b^2)^2$
গ) $a^4+a^2b^2+b^4$ ঘ) $a^4-a^2b^2+b^4$
উত্তর: ঘ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $a^6+b^6=(a^2)^3+(b^2)^3$
$=(a^2+b^2)\{(a^2)^2-a^2.b^2+(b^2)^2\}$
$=(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$
∴ রাশিটির একটি উৎপাদক $(a^4-a^2b^2+b^4)$.

১২. $x^2+y^2-2xy-1$ এর একটি উৎপাদক— (সহজমান) [আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা]
ক) $x-y$ খ) $x-y+1$ গ) $x+y$ ঘ) $x+y-1$
উত্তর: খ

১৩. $1+a+b+ab$ এর সঠিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি? (সহজমান) [মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]
ক) $(a-b)(b-1)$ খ) $(a+b)(ab+1)$
গ) $(a+b)(b-1)$ ঘ) $(a+1)(b+1)$
উত্তর: ঘ

১৪. $p^2+2pq-2q-1$ রাশিটির একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]
ক) $p-q$ খ) $p-1$ গ) $p+q$ ঘ) $p+2q+1$
উত্তর: খ

১৫. $6xy^2-24x$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? (কঠিনমান) [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
ক) $3(y+2)(y-2)$ খ) $6x(y+2)(y-2)$
গ) $6(y+2)(y-2)$ ঘ) $6x(y+4)(y-4)$
উত্তর: খ

১৬. $(x-1)^2-25$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
ক) $(x+4)(x-6)$ খ) $(x+6)(x-4)$
গ) $(x-4)(x-6)$ ঘ) $(x+4)(x+6)$
উত্তর: ক
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $(x-1)^2-25$
$=(x-1)^2-5^2=(x-1+5)(x-1-5)=(x+4)(x-6)$

১৭. $15x^2-11xy-12y^2=15x^2-Axy+Bxy-12y^2$ উৎপাদকে বিশ্লেষণের ধাপ হলে (A, B) সমান কোনটি? (সহজমান) [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]
ক) (14, 3) খ) (17, 6) গ) (13, 2) ঘ) (20, 9)
উত্তর: ঘ
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা: $15x^2-11xy-12y^2=15x^2-20xy+9xy-12y^2$
এখন, $15x^2-20xy+9xy-12y^2=15x^2-Axy+Bxy-12y^2$
উভয় পক্ষ হতে, xy এর সহগ সমান করে পাই, $A=20, B=9$
∴ $(A, B)=(20, 9)$

১৮. x^6-y^6 এর একটি উৎপাদক— (সহজমান)
i. x^2-xy+y^2
ii. x^2+xy+y^2
iii. x^2+y^2
নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. '১৮]
ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii
উত্তর: ক

১৯. $x^2+\left(a+\frac{1}{a}\right)x+1$ এর উৎপাদক— (সহজমান)
i. $x+a$
ii. $x+\frac{1}{a}$
iii. $\frac{1}{x}+a$
নিচের কোনটি সঠিক? [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
উত্তর: ক

www.abswer.com

www.abswer.com

■ $a^2 + 4ab + 4b^2$
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ২০ — ২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২০. রাশিটিতে একবার b^2 যোগ ও একবার বিয়োগ করা হলে রাশিটি কী হবে? (সহজমান)
ক $a^2 + 4ab + 5b^2$ খ $a^2 + 4ab + 3b^2$
গ গ $a^2 + 4ab + 7b^2$ ঘ $a^2 + 4ab + 4b^2$

২১. রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি? (মধ্যমমান)
ক $(a + 2b)^2$ খ $(a - 2b)^2$
ক গ $(a + 2b)^2$ ঘ $2(a + 2b)$

২২. $a = 3, b = 2$ হলে রাশিটির মান কত হবে? (কঠিনমান)
খ ক 64 খ 49 গ 36 ঘ 81

■ উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$x^2 + (a + b)x + ab$ [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

২৩. রাশিটিতে x এর সহগ কত? (সহজমান)
গ ক 1 খ $a - b$ গ $a + b$ ঘ ab

২৪. রাশিটির একটি উৎপাদক কোনটি? (মধ্যমমান)
গ ক x^2 খ x গ $x + a$ ঘ $x - b$

৪.৫ $x^2 + px + q$ আকারের রাশির উৎপাদক ▸ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৬৪

২৫. $x^2 - x - 42$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি? (সহজমান) [ঢা. বো. '১৯]
ক $(x - 6)(x - 7)$ খ $(x - 6)(x + 7)$
ঘ গ $(x + 6)(x + 7)$ ঘ $(x - 7)(x + 6)$
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^2 - x - 42 = x^2 - 7x + 6x - 42$
$= x(x - 7) + 6(x - 7) = (x - 7)(x + 6)$.

২৬. $x^2 - x - 6$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমমান) [ব. বো. '১৯]
ক $(x + 3)(x - 2)$ খ $(x - 6)(x + 1)$
ঘ গ $(x + 6)(x - 1)$ ঘ $(x - 3)(x + 2)$

২৭. $x^2 + 2x - 143$ রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমমান) [সি. বো. '১৮]
ক $(x + 11)(x - 13)$ খ $(x - 11)(x - 13)$
গ গ $(x + 11)(x + 13)$ ঘ $(x - 11)(x + 13)$
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^2 + 2x - 143 = x^2 + 13x - 11x - 143$
$= x(x + 13) - 11(x + 13) = (x + 13)(x - 11)$.

২৮. $x^4 - 2x^2 + 1$ এর একটি উৎপাদক হলো— (মধ্যমমান) [চ. বো. '১৭]
গ ক $2x + 1$ খ $x^2 + 1$ গ $(x + 1)$ ঘ $2x - 1$

২৯. $x^2 + 5x - 6$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি? (মধ্যমমান) [রা. বো. '১৬; সি. বো. '১৬]
ক $(x - 6)(x + 1)$ খ $(x + 6)(x + 1)$
ঘ গ $(x - 2)(x - 3)$ ঘ $(x - 1)(x + 6)$

৩০. $x^2 - 5x + 6$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি? (কঠিনমান) [কু. বো. '১৬]
ক ক $x - 3$ খ $x + 2$ গ $x + 3$ ঘ $x - 6$

৩১. $m^2 + 4m + 4$ রাশিটিতে m বর্জিত পদ কোনটি? (সহজমান)
ঘ ক 1 খ 3 গ 2 ঘ 4

৩২. $x^2 + 7x + 10$ রাশিটির একটি উৎপাদক? (কঠিনমান)
গ ক $(x + 3)$ খ $(x + 4)$ গ $(x + 5)$ ঘ $(x + 6)$

৩৩. $5 - 4x - x^2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি? (সহজমান)
ক $(x + 5)(x + 2)$ খ $(x - 5)(x - 1)$
ঘ গ $(5 - x)(1 + x)$ ঘ $(5 + x)(1 - x)$
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $5 - 4x - x^2 = 5 - 5x + x - x^2$
$= 5(1 - x) + x(1 - x)$
$= (5 + x)(1 - x)$

৩৪. $x^2 + 9x + 20$ রাশিটির উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যমমান)
ক $(x + 5)(x + 3)$ খ $(x + 5)(x - 4)$
গ গ $(x + 5)(x + 4)$ ঘ $(x + 5)(x + 2)$

৩৫. $a^2 + 3a - 4$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি? (মধ্যমমান) [গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
ক $(a - 1)(a + 4)$ খ $(a - 1)(a - 4)$
ক গ $(a + 1)(a - 4)$ ঘ $(a + 1)(a + 4)$
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $a^2 + 3a - 4$
$= a^2 - a + 4a - 4 = a(a - 1) + 4(a - 1) = (a - 1)(a + 4)$

৩৬. $x^2 + 7x + 12$ রাশিটির— (মধ্যমমান)
i. x এর সহগ 7
ii. ধ্রুব পদ 12
iii. একটি উৎপাদক $x + 3$
নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '১৬]
ঘ ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৭. $x^2 + 5x + 6$ রাশিটির—
i. x এর সহগ 5
ii. x বর্জিত পদ 6
iii. একটি উৎপাদক $x + 3$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)
ঘ ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৮. $m^2 - 3m + 2$ রাশিটি—
i. একটি উৎপাদক $m - 2$
ii. অপর উৎপাদকটি $m - 1$
iii. $(m - 2)^2$ রূপে প্রকাশ করা যায়
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)
ক ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৪.৬ $ax^2 + bx + c$ আকারের রাশির উৎপাদক ▸ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৬৮

৩৯. $2y^2 + y - 10$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৯]
ক $(2y - 5)(y + 2)$ খ $(2y + 5)(y - 1)$
গ গ $(2y + 5)(y - 2)$ ঘ $(y + 5)(2y - 1)$
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $2y^2 + y - 10$
$= 2y^2 + 5y - 4y - 10 = y(2y + 5) - 2(2y + 5) = (2y + 5)(y - 2)$.

৪০. $2x^2 + 7x - 4$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি? (সহজমান) [য. বো. '১৯]
ক $(2x - 1)(x - 4)$ খ $(2x + 1)(x - 4)$
গ গ $(2x - 1)(x + 4)$ ঘ $(2x + 1)(x + 4)$

৪১. নিচের কোনটি $3x^2 + 11x - 4$ এর একটি উৎপাদক? (সহজমান) [ঢা. বো. '১৭]
গ ক $x - 4$ খ $3x + 1$ গ $3x - 1$ ঘ $x - 1$
▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $3x^2 + 11x - 4 = 3x^2 + 12x - x - 4$
$= 3x(x + 4) - 1(x + 4)$
$= (x + 4)(3x - 1)$
∴ রাশিটির একটি উৎপাদক $(3x - 1)$.

৪২. $3x^2 + x - 10$ এর উৎপাদক কোনটি? (মধ্যমমান) [সি. বো. '১৭]
খ ক $x - 2$ খ $x + 2$ গ $3x + 5$ ঘ $2x + 5$

৪৩. $9x^2 - 9x - 4$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি? (মধ্যমমান) [কু. বো. '১৫; ব. বো. '১৫]
ক $(3x + 1)(3x + 4)$ খ $(3x - 1)(3x - 4)$
গ গ $(3x + 1)(3x - 4)$ ঘ $(3x - 1)(3x + 4)$

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান — টপিকের ধারায় প্রণীত

৪.৪ উৎপাদকে বিশ্লেষণ ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬২

প্রশ্ন ১। $m^2 + 2mn - 2n - 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $m^2 + 2mn - 2n - 1$
$= m^2 + 2mn + n^2 - n^2 - 2n - 1$
$= (m^2 + 2mn + n^2) - (n^2 + 2n + 1)$
$= (m + n)^2 - (n + 1)^2$
$= (m + n + n + 1)(m + n - n - 1)$
$= (m + 2n + 1)(m - 1)$

প্রশ্ন ২। $x^2 - 2xy + 4y - 4$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $x^2 - 2xy + 4y - 4$
$= x^2 - 2^2 - 2y(x - 2)$
$= (x + 2)(x - 2) - 2y(x - 2)$
$= (x - 2)(x + 2 - 2y) = (x - 2)(x - 2y + 2)$

প্রশ্ন ৩। $27a^4 + 8ab^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $27a^4 + 8ab^3$
$= a(27a^3 + 8b^3)$
$= a\{(3a)^3 + (2b)^3\}$
$= a(3a + 2b)\{(3a)^2 - 3a.2b + (2b)^2\}$
$= a(3a + b)(9a^2 - 6ab + 4b^2)$

প্রশ্ন ৪। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $p^4 + p^2 + 1$.

সমাধান : $p^4 + p^2 + 1$
$= (p^2)^2 + 2.p^2.1 + (1)^2 - p^2$
$= (p^2 + 1)^2 - p^2$
$= (p^2 + 1 + p)(p^2 + 1 - p) = (p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$

প্রশ্ন ৫। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^4 + a^2b^2 + b^4$.

সমাধান : $a^4 + a^2b^2 + b^4$
$= (a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$
$= (a^2 + b^2) - (ab)^2$
$= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$
$= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

প্রশ্ন ৬। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^2 + x - (a + 1)(a + 2)$

সমাধান : ধরি, $a + 1 = m$
$\therefore\ a + 2 = (a + 1) + 1 = m + 1$
প্রদত্ত রাশি $= x^2 + x - m(m + 1)$
$= x^2 + x - m^2 - m$
$= x^2 - m^2 + x - m$
$= (x + m)(x - m) + 1(x - m)$
$= (x - m)(x + m + 1)$
$= \{x - (a + 1)\}\{x + (a + 1) + 1\}$
$= (x - a - 1)(x + a + 2)$

প্রশ্ন ৭। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^4 - 23a^2 + 1$

সমাধান : $a^4 - 23a^2 + 1$
$= (a^2)^2 + 2.a^2.1 + (1)^2 - 25a^2$
$= (a^2 + 1)^2 - (5a)^2$
$= (a^2 + 1 + 5a)(a^2 + 1 - 5a)$
$= (a^2 + 5a + 1)(a^2 - 5a + 1)$

প্রশ্ন ৮। $mx^2 - (m^2 + 1)x + m$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $mx^2 - (m^2 + 1)x + m$
$= mx^2 - m^2x - x + m$
$= mx(x - m) - 1(x - n)$
$= (x - m)(mx - 1)$

প্রশ্ন ৯। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 9y^3$

সমাধান : $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 9y^3$
$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 8y^3$
$= (x - y)^3 - (2y)^3$
$= (x - y - 2y)\{(x - y)^2 + (x - y)2y + (2y)^2\}$
$= (x - 3y)(x^2 - 2xy + y^2 + 2xy - 2y^2 + 4y^2)$
$= (x - 3y)(x^2 - 3y^2)$.

প্রশ্ন ১০। $x^2 + \left(a + \frac{1}{a}\right)x + 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $x^2 + \left(a + \frac{1}{a}\right)x + 1$
$= x^2 + ax + \frac{x}{a} + 1$
$= x(x + a) + \frac{1}{a}(x + a) = (x + a)\left(x + \frac{1}{a}\right)$

প্রশ্ন ১১। $a^3 - 1$ এর একটি উৎপাদক $a - 1$ হলে অপরটি কত?

সমাধান : $a^3 - 1$
$= a^3 - 1^3$
$= (a - 1)(a^2 + a.1 + 1^2) = (a - 1)(a^2 + a + 1)$
$\therefore$ অপর উৎপাদক $(a^2 + a + 1)$

৪.৫ $x^2 + px + q$ আকারে রাশির উৎপাদক ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬৪

প্রশ্ন ১২। $x^2 - 18x + 72$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $x^2 - 18x + 72$
$= x^2 - 6x - 12x + 72$
$= x(x - 6) - 12(x - 6) = (x - 6)(x - 12)$

প্রশ্ন ১৩। $a^2 + 7a - 120$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $a^2 + 7a - 120$
$= a^2 + 15a - 8a - 120$
$= a(a + 15) - 8(a + 15) = (a + 15)(a - 8)$

প্রশ্ন ১৪। $p^2 - 9p - 36$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $p^2 - 9p - 36$
$= p^2 - 12p + 3p - 36$
$= p(p - 12) + 3(p - 12) = (p - 12)(p + 3)$

৪.৬ $ax^2 + bx + c$ আকারের রাশির উৎপাদক ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬৬

প্রশ্ন ১৫। $4x^2 + 3x - 10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : এখানে $4 \times (-10) = -40$
এখন, $8 \times (-5) = -40$ এবং $8 + (-5) = 3$
$\therefore\ 4x^2 + 3x - 10 = 4x^2 + 8x - 5x - 10$
$= 4x(x + 2) - 5(x + 2) = (x + 2)(4x - 5)$

প্রশ্ন ১৬। $3y^2 - 15y + 18$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : এখানে, $3 \times 18 = 54$
এখন, $(-9) \times (-6) = 54$ এবং $(-9) + (-6) = -15$
$\therefore\ 3y^2 - 15y + 18 = 3y^2 - 9y - 6y + 18$
$= 3y(y - 3) - 6(y - 3) = (y - 3)(3y - 6)$

প্রশ্ন ১৭। $2x^2 - 9x - 35$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : এখানে, $2 \times (-35) = -70$
এখন, $(-14) \times 5 = -70$ এবং $(-14) + 5 = -9$
$\therefore\ 2x^2 - 9x - 35 = 2x^2 - 14x + 5x - 35$
$= 2x(x - 7) + 5(x - 7) = (x - 7)(2x + 5)$

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ০১ y^2-7y-1, $15a^2+4a-3$, $9a^3-a$ এবং $27a^3-1$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. (b^2+c^3) এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম রাশি = 0 হলে, $\frac{y^8+1}{y^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য়, ৩য় এবং ৪র্থ রাশির ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

● সিলেট বোর্ড ২০১৯ ▸ শিখনফল ১ ও ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক (b^2+c^3) এর বর্গ $=(b^2+c^3)^2$
$=(b^2)^2+2.b^2.c^3+(c^3)^2$
$=b^4+2b^2c^3+c^6$

খ এখানে, ১ম রাশি $=y^2-7y-1$

এখন, ১ম রাশি = 0 হলে, $y^2-7y-1=0$

বা, $y^2-1=7y$

বা, $\frac{y^2}{y}-\frac{1}{y}=\frac{7y}{y}$ [উভয় পক্ষকে y দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore\ y-\frac{1}{y}=7$

প্রদত্ত রাশি $=\frac{y^8+1}{y^4}$
$=\frac{y^8}{y^4}+\frac{1}{y^4}$
$=y^4+\frac{1}{y^4}$
$=(y^2)^2+\left(\frac{1}{y^2}\right)^2$
$=\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)^2-2.y^2.\frac{1}{y^2}$
$=\left\{\left(y-\frac{1}{y}\right)^2+2.y.\frac{1}{y}\right\}^2-2$
$=(7^2+2)^2-2$
$=(49+2)^2-2$
$=(51)^2-2$
$=2601-2$
$=2599$

নির্ণেয় মান 2599.

গ এখানে, ২য় রাশি $=15a^2+4a-3$
$=15a^2+9a-5a-3$
$=3a(5a+3)-1(5a+3)$
$=(5a+3)(3a-1)$

৩য় রাশি $=9a^3-a$
$=a(9a^2-1)$
$=a\{(3a)^2-(1)^2\}$
$=a(3a+1)(3a-1)$

৪র্থ রাশি $=27a^3-1$
$=(3a)^3-(1)^3$
$=(3a-1)\{(3a)^2+3a.1+(1)^2\}$
$=(3a-1)(9a^2+3a+1)$

নির্ণেয় লসাগু $=a(3a+1)(3a-1)(5a+3)(9a^2+3a+1)$.

প্রশ্ন ০২ $x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$ বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. ধ্রুবক অংশকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। (সহজমান) ২

খ. রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। (মধ্যমান) ৪

গ. দেখাও যে, $a=-b$ হলে, রাশিটির একটি উৎপাদক $(x+b)$। (কঠিনমান) ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান : ▸ শিখনফল ৫

ক প্রদত্ত ধ্রুবক $=2a^2+5ab+3b^2$
$=2a^2+2ab+3ab+3b^2$
$=2a(a+b)+3b(a+b)=(a+b)(2a+3b)$

নির্ণেয় উৎপাদক $(a+b)(2a+3b)$.

খ প্রদত্ত রাশি $=x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$
$=x^2+(3a+4b)x+\{(a+b)(2a+3b)\}$ ['ক' হতে প্রাপ্ত]

ধরি, $3a+4b=p$ .... (i)
$2a+3b=q$ .... (ii)

(i)নং সমীকরণ থেকে (ii)নং বিয়োগ করে পাই,

$3a+4b=p$
$2a+3b=q$
(-) (-) (-)

$\therefore\ a+b=p-q$

এখন, $x^2+(3a+4b)x+\{(a+b)(2a+3b)\}$
$=x^2+px+(p-q)q$ [মান বসিয়ে]
$=x^2+px+pq-q^2$
$=x^2-q^2+px+pq$
$=(x+q)(x-q)+p(x+q)$
$=(x+q)(x-q+p)$
$=(x+q)(x+p-q)$
$=(x+2a+3b)(x+3a+4b-2a-3b)$ [মান বসিয়ে]
$=(x+2a+3b)(x+a+b)$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষণ $(x+2a+3b)(x+a+b)$.

গ প্রদত্ত রাশি $=x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$

দেওয়া আছে, $a=-b$ হলে,

$x^2+\{3(-b)+4b\}x+\{2(-b)^2+5(-b)b+3b^2\}$
$=x^2+(4b-3b)x+(2b^2-5b^2+3b^2)$
$=x^2+bx+(5b^2-5b^2)$
$=x^2+bx$
$=x(x+b)$

$\therefore$ রাশিটির একটি উৎপাদক $(x+b)$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ০৩ a^4b-ab^4, a^3+b^3, $ab(a^4+a^2b^2+b^4)$, $x^2-x-(a+1)(a+2)$.

ক. ৩য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। (সহজমান) ২

খ. ৪র্থ রাশি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। (মধ্যমান) ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ১ম তিনটি রাশির ল.সা.গু, ১ম ও ২য় রাশির গুণফলের সমান। (কঠিনমান) ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান : ▸ শিখনফল ৩ ও ৪

ক তৃতীয় রাশিটি $=ab(a^4+a^2b^2+b^4)$
$=ab\{(a^2)^2+2.a^2.b^2+(b^2)^2-a^2b^2\}$
$=ab\{(a^2+b^2)^2-(ab)^2\}$
$=ab(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$
$=ab(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

www.abswer.com

www.abswer.com

খ প্রদত্ত রাশিটি $= x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

ধরি, $a + 1 = p$

প্রদত্ত রাশি $= x^2 - x - p(p + 1)$

$= x^2 - x - p^2 - p$

$= x^2 - p^2 - x - p$

$= (x + p)(x - p) - 1(x + p)$

$= (x + p)(x - p - 1)$

$= (x + a + 1)(x - a - 1 - 1)$ [p এর মান বসিয়ে]

$= (x + a + 1)(x - a - 2)$

গ প্রথম রাশি $= a^4b - ab^4$

$= ab(a^3 - b^3)$

$= ab(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

২য় রাশি $= a^3 + b^3$

$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(ক) নং হতে পাই,

তৃতীয় রাশি $= ab(a^4 + a^2b^2 + b^4)$

$= ab(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

প্রথম তিনটি রাশির ল.সা.গু

$= ab(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$= ab(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$

$= ab\{(a^3)^2 - (b^3)^2\}$

$= ab(a^6 - b^6)$

আবার, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির গুণফল

$= (a^4b - ab^4)\cdot(a^3 + b^3)$

$= ab(a^3 - b^3)\cdot(a^3 + b^3)$

$= ab\{(a^3)^2 - (b^3)^2\}$

$= ab(a^6 - b^6)$

∴১ম তিনটি রাশির ল.সা.গু., ১ম ও ২য় রাশির গুণফলের সমান। (প্রমাণিত)

অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান । পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর সংবলিত

কাজ ১ উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :
▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬৩

১। $4x^2 - y^2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= 4x^2 - y^2$

$= (2x)^2 - y^2$

$= (2x + y)(2x - y).$

২। $6ab^2 - 24a$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= 6ab^2 - 24a$

$= 6a(b^2 - 4)$

$= 6a(b^2 - 2^2)$

$= 6a(b + 2)(b - 2).$

৩। $x^2 + 2px + p^2 - 4$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 2px + p^2 - 4$

$= x^2 + 2x.p + p^2 - 2^2$

$= (x + p)^2 - (2)^2$

$= (x + p + 2)(x + p - 2).$

৪। $x^3 + 27y^3$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= x^3 + 27y^3$

$= x^3 + (3y)^3$

$= (x + 3y)\{x^2 - x.3y + (3y)^2\}$

$= (x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2).$

৫। $27a^3 - 8$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= 27a^3 - 8$

$= (3a)^3 - (2)^3$

$= (3a - 2)\{(3a)^2 + 3a.2 + 2^2\}$

$= (3a - 2)(9a^2 + 6a + 4)$

কাজ ২ উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :
▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬৫

১. $x^2 - 18x + 72$

সমাধান : $x^2 - 18x + 72$

$= x^2 - 12x - 6x + 72$

$= x(x - 12) - 6(x - 12)$

$= (x - 12)(x - 6)$

এখানে, $72 \times 1 = 72$

$(-12) \times (-6) = 72$

এবং $-12 - 6 = -18$

২. $x^2 - 9x - 36$

সমাধান : $x^2 - 9x - 36$

$= x^2 - 12x + 3x - 36$

$= x(x - 12) + 3(x - 12)$

$= (x - 12)(x + 3)$

এখানে, $(-36) \times 1 = -36$

$(-12) \times 3 = -36$

এবং $-12 + 3 = -9$

৩. $x^2 - 23x + 132$

সমাধান : $x^2 - 23x + 132$

$= x^2 - 12x - 11x + 132$

$= x(x - 12) - 11(x - 12)$

$= (x - 12)(x - 11)$

এখানে, $132 \times 1 = 132$

$(-12) \times (-11) = 132$

$-12 - 11 = -23$

কাজ ৩ উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :
▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬৭

১. $8x^2 + 18x + 9$

সমাধান : $8x^2 + 18x + 9$

$= 8x^2 + 12x + 6x + 9$

$= 4x(2x + 3) + 3(2x + 3)$

$= (2x + 3)(4x + 3)$

এখানে, $8 \times 9 = 72$

এখানে, $(+12) \times (+6) = 72$

এবং $12 + 6 = 18$

২. $27x^2 + 15x + 2$

সমাধান : $27x^2 + 15x + 2$

$= 27x^2 + 9x + 6x + 2$

$= 9x(3x + 1) + 2(3x + 1)$

$= (3x + 1)(9x + 2)$

এখানে, $27 \times 2 = 54$

এখানে, $9 \times 6 = 54$

এবং $9 + 6 = 15$

৩. $2a^2 - 6a - 20$

সমাধান : $2a^2 - 6a - 20$

$= 2(a^2 - 3a - 10)$

$= 2\{a^2 - 5a + 2a - 10\}$

$= 2\{a(a - 5) + 2(a - 5)\}$

$= 2(a - 5)(a + 2)$

এখানে, $1 \times (-10) = -10$

এখানে, $2 \times (-5) = -10$

এবং $2 - 5 = -3$

www.abswer.com

www.abswer.com

অনুশীলনী ৪.৪ : বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

এক নজরে অনুশীলনীর গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- **সাধারণ গুণনীয়ক :** যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক, একে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক (Common factor) বলা হয়। যেমন, $x^2y, xy, xy^2, 5x$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক হলো x।
- **গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) :** দুই বা ততোধিক রাশির ভিতর যতগুলো মৌলিক সাধারণ গুণনীয়ক আছে, এদের সকলের গুণফলকে ঐ রাশিদ্বয় বা রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (Highest Common Factor) বা সংক্ষেপে গ.সা.গু. (H.C.F) বলা হয়। যেমন, $a^3b^2c^2$, $a^5b^3c^4$ ও $a^4b^3c^2$ এর রাশি তিনটির গ.সা.গু. হবে $a^3b^2c^2$.
- **গ.সা.গু. নির্ণয়ের নিয়ম :** প্রথমে পাটিগণিতের নিয়মে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে। এরপর বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করতে হবে। অতঃপর সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু. এবং প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ বীজগণিতীয় সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর ধারাবাহিক গুণফলই হবে নির্ণেয় গ.সা.গু.।
- **সাধারণ গুণিতক :** কোনো একটি রাশি অপর দুই বা ততোধিক রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকদ্বয় বা ভাজকগুলোর সাধারণ গুণিতক (Common Multiple) বলে। যেমন, a^2b^2c রাশিটি $a, b, c, ab, bc, ca, a^2b, ab^2, a^2c, b^2c$ রাশিগুলোর প্রত্যেকটি দ্বারা বিভাজ্য।
- **লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.) :** দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাতের গুণফলকে রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (Least Common Multiple) বা সংক্ষেপে ল.সা.গু. (L.C.M) বলা হয়। যেমন, x^2y^2z রাশিটি x^2yz, xy^2 ও xyz রাশি তিনটির ল.সা.গু.।
- **ল.সা.গু. নির্ণয়ের নিয়ম :** প্রথমে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে। এরপর সাধারণ উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাত বের করতে হবে। অতঃপর উভয়ের গুণফলই হবে প্রদত্ত রাশিগুলোর ল.সা.গু.।

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান | পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি

বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

সঠিক উত্তরটিতে টিক (✓) চিহ্ন দাও :

১। $-5-y$ এর বর্গ নিচের কোনটি?

ⓚ $y^2+10y+25$ ⓛ $y^2-10y+25$ ⓜ $25-10y+y^2$ ⓝ $y^2-10y-25$

উত্তর: ⓚ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $(-5-y)$-এর বর্গ $=(-5-y)^2=\{-(5+y)\}^2$
$=(5+y)^2$
$=5^2+2.5.y+y^2$
$=25+10y+y^2$
$=y^2+10y+25$.

২। $(x-2)$ ও $(4x+3)$ এর গুণফল নিচের কোনটি?

ⓚ $4x^2-5x+6$ ⓛ $4x^2-11x-6$ ⓜ $4x^2+5x-6$ ⓝ $4x^2-5x-6$

উত্তর: ⓝ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $(x-2)(4x+3)=4x^2+3x-8x-6=4x^2-5x-6$.

৩। x^2-2x-3 ও x^2+2x-3 এর গ.সা.গু. কত?

ⓚ $x+1$ ⓛ $x-1$ ⓜ 1 ⓝ 0

উত্তর: ⓜ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $=x^2-2x-3=x^2-3x+x-3$
$=x(x-3)+1(x-3)$
$=(x+1)(x-3)$
২য় রাশি $=x^2+2x-3=x^2+3x-x-3$
$=x(x+3)-1(x+3)$
$=(x-1)(x+3)$

∴ গ.সা.গু. $=1$.

৪। $(3x-5)(5+3x)$ কে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ $3x^2-25$ ⓛ $9x^2-5$ ⓜ $(3x)^2-5^2$ ⓝ $9x^2-25$

উত্তর: ⓜ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $(5+3x)(3x-5)=(3x+5)(3x-5)=(3x)^2-(5)^2$.

নিচের তথ্যের আলোকে (৫ – ৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2-\sqrt{3}x+1=0$ হলে

৫। $x+\frac{1}{x}$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ $-\sqrt{3}x$ ⓛ $\sqrt{3}x$ ⓜ $-\sqrt{3}$ ⓝ $\sqrt{3}$

উত্তর: ⓝ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^2-\sqrt{3}x+1=0$
বা, $x^2+1=\sqrt{3}x$
বা, $\frac{x^2+1}{x}=\sqrt{3}$
∴ $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$.

৬। $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ 1 ⓛ 5 ⓜ 7 ⓝ 11

উত্তর: ⓚ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}=(\sqrt{3})^2-2=3-2=1$

৭। $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ 12 ⓛ $6\sqrt{3}$ ⓜ $3\sqrt{3}+3$ ⓝ 0

উত্তর: ⓝ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$
$=(\sqrt{3})^3-3.\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0$.

৮। x^2-x-30 এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?

ⓚ $(x-5)(x+6)$ ⓛ $(x+5)(x-6)$ ⓜ $(x-5)(x-6)$ ⓝ $(x+5)(x+6)$

উত্তর: ⓛ

›› তথ্য-ব্যাখ্যা : x^2-x-30
$=x^2-6x+5x-30$
$=x(x-6)+5(x-6)=(x+5)(x-6)$.

www.abswer.com

www.abswer.com

৯। $x^2 - 10x + 21$ ও $x^2 - 6x - 7$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি হলে
i. রাশি দুইটির গ.সা.গু $x - 7$
ii. রাশি দুইটির ল.সা.গু $(x + 1)(x - 3)(x - 7)$
iii. রাশি দুইটির গুণফল $x^4 - 60x^2 - 147$
নিচের কোনটি সঠিক?

ক (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $= x^2 - 10x + 21 = x^2 - 7x - 3x + 21$
$= x(x-7) - 3(x-7)$
$= (x-7)(x-3)$
এবং ২য় রাশি $= x^2 - 6x - 7 = x^2 - 7x + x - 7$
$= x(x-7) + 1(x-7) = (x-7)(x+1)$
$\therefore$ গ.সা.গু. $= (x-7)$
এবং ল.সা.গু. $= (x-7)(x-3)(x+1) = (x+1)(x-3)(x-7)$
এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল $= (x^2 - 10x + 21)(x^2 - 6x - 7)$
$= x^4 - 6x^3 - 7x^2 - 10x^3 + 60x^2 + 70x + 21x^2 - 126x - 147$
$= x^4 - 16x^3 + 74x^2 - 56x - 147$
$\therefore$ (i) ও (ii) নং সঠিক।

১০। বীজগণিতের সূত্রাবলিতে—
i. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
ii. $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
iii. $x^3 + y^3 = (x + y)^3 + 3xy(x + y)$
উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

ক (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১। $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ হলে,
(১) $x^2 + y^2$ এর মান কত?

গ (ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $2(x^2 + y^2) = (x + y)^2 + (x - y)^2$
$= (5)^2 + (3)^2$ [মান বসিয়ে]
$= 25 + 9 = 34$
$\therefore x^2 + y^2 = \frac{34}{2} = 17$

(২) xy এর মান কত?

ঘ (ক) 10 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 4

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$
$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$ [মান বসিয়ে]
$= \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{25-9}{4} = \frac{16}{4} = 4$

(৩) $x^2 - y^2$ এর মান কত?

গ (ক) 13 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 5 \times 3 = 15$

১২। $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে,
(১) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

ক (ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 4

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 . x . \frac{1}{x}$
$= (2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

(২) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

খ (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $(x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 . x . \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$
$= (2)^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$

(৩) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

ঘ (ক) 8 (খ) 6 (গ) 4 (ঘ) 2

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \frac{1}{(x^2)^2}$
$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 . x^2 . \frac{1}{x^2}$
$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 . x . \frac{1}{x}\right\}^2 - 2$
$= (2^2 - 2)^2 - 2$
$= 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

গাণিতিক সমস্যার সমাধান

গ. সা. গু. নির্ণয় কর (১৩–২০) :

১৩। $36a^2b^2c^4d^5, 54a^5c^2d^4$ এবং $90a^4b^3c^2$
সমাধান : 36, 54, 90 এর গ. সা. গু. = 18
এবং $a^2b^2c^4d^5$, $a^5c^2d^4$ ও $a^4b^3c^2$ এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও c^2
নির্ণেয় গ. সা. গু. $18a^2c^2$.

১৪। $20x^3y^2a^3b^4, 15x^4y^3a^4b^3$ এবং $35x^2y^4a^3b^2$
সমাধান : 20, 15, 35 এর গ. সা. গু. = 5
এবং $x^3y^2a^3b^4$, $x^4y^3a^4b^3$, $x^2y^4a^3b^2$ এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2a^3b^2$
নির্ণেয় গ. সা. গু. = $5x^2y^2a^3b^2$.

১৫। $15x^2y^3z^4a^3, 12x^3y^2z^3a^4$ এবং $27x^3y^4z^5a^7$
সমাধান : 15, 12 ও 27 এর গ. সা. গু. = 3 এবং $x^2y^3z^4a^3$, $x^3y^2z^3a^4$, $x^3y^4z^5a^7$ এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2z^3a^3$
নির্ণেয় গ. সা. গু. = $3x^2y^2z^3a^3$.

১৬। $18a^3b^4c^5, 42a^4c^3d^4, 60b^3c^4d^5$ এবং $78a^2b^4d^3$.
সমাধান : 18, 42, 60 ও 78 এর গ. সা. গু. = 6
এবং $a^3b^4c^5$, $a^4c^3d^4$, $b^3c^4d^5$ এবং $a^2b^4d^3$ উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ কোন সাধারণ ঘাত নেই।
নির্ণেয় গ. সা. গু. = 6.

১৭। $x^2 - 3x, x^2 - 9$ এবং $x^2 - 4x + 3$
সমাধান : এখানে,
১ম রাশি $= x^2 - 3x = x(x - 3)$
২য় রাশি $= x^2 - 9 = (x)^2 - (3)^2 = (x + 3)(x - 3)$
৩য় রাশি $= x^2 - 4x + 3 = x^2 - 3x - x + 3$
$= x(x - 3) - 1(x - 3) = (x - 3)(x - 1)$
এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(x - 3)$
এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x - 3)$
নির্ণেয় গ. সা. গু. = $x - 3$.

১৮। $18(x + y)^3, 24(x + y)^2$ এবং $32(x^2 - y^2)$
সমাধান : এখানে,
১ম রাশি $= 18(x + y)^3 = 2.3.3.(x + y)(x + y)(x + y)$
২য় রাশি $= 24(x + y)^2 = 2.2.2.3(x + y)(x + y)$
৩য় রাশি $= 32(x^2 - y^2) = 2.2.2.2.2.(x + y)(x - y)$
এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $2(x + y)$
নির্ণেয় গ. সা. গু. = $2(x + y)$.

www.abswer.com

www.abswer.com

১৯। $a^2b(a^3-b^3), a^2b^2(a^4+a^2b^2+b^4)$ এবং $a^3b^2+a^2b^3+ab^4$

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি $= a^2b(a^3-b^3) = a^2b(a-b)(a^2+ab+b^2)$

২য় রাশি $= a^2b^2(a^4+a^2b^2+b^4)$
$= a^2b^2\{(a^2)^2+2a^2b^2+(b^2)^2-a^2b^2\}$
$= a^2b^2\{(a^2+b^2)^2-(ab)^2\}$
$= a^2b^2(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

৩য় রাশি $= a^3b^2+a^2b^3+ab^4 = ab^2(a^2+ab+b^2)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $ab(a^2+ab+b^2)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $= ab(a^2+ab+b^2)$.

২০। $a^3-3a^2-10a, a^3+6a^2+8a$ এবং $a^4-5a^3-14a^2$

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি $= a^3-3a^2-10a = a(a^2-3a-10)$
$= a(a^2-5a+2a-10)$
$= a\{a(a-5)+2(a-5)\} = a(a-5)(a+2)$

২য় রাশি $= a^3+6a^2+8a$
$= a(a^2+6a+8) = a(a^2+2a+4a+8)$
$= a\{a(a+2)+4(a+2)\} = a(a+2)(a+4)$

৩য় রাশি $= a^4-5a^3-14a^2$
$= a^2(a^2-5a-14) = a^2(a^2-7a+2a-14)$
$= a^2\{a(a-7)+2(a-7)\} = a^2(a-7)(a+2)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $a(a+2)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $= a(a+2)$.

ল. সা. গু. নির্ণয় কর (২১–২৮) :

২১। a^5b^2c, ab^3c^2 এবং $a^7b^4c^3$

সমাধান : প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে $a^7b^4c^3$

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= a^7b^4c^3$.

২২। $5a^2b^3c^2, 10ab^2c^3$ এবং $15ab^3c$

সমাধান : 5, 10 ও 15 এর ল. সা. গু. = 30

এবং $a^2b^3c^2$, ab^2c^3 ও ab^3c এই উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে a^2, b^3 ও c^3.

∴ উৎপাদকগুলোর ল. সা. গু. $= 30a^2b^3c^3$.

২৩। $3x^3y^2, 4xy^3z, 5x^4y^2z^2$ এবং $12xy^4z^2$

সমাধান : 3, 4, 5 ও 12 এর ল. সা. গু. = 60

এবং x^3y^2, xy^3z, $x^4y^2z^2$ ও xy^4z^2 এই উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে x^4, y^4 ও z^2

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= 60x^4y^4z^2$.

২৪। $3a^2d^3, 9d^2b^2, 12c^3d^2, 24a^3b^2$ এবং $36c^3d^2$

সমাধান : 3, 9, 12, 24 ও 36 এর ল. সা. গু. = 72

এবং প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^3, b^2, c^3 ও d^3

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= 72a^3b^2c^3d^3$

২৫। x^2+3x+2, x^2-1 এবং x^2+x-2.

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি $= x^2+3x+2 = x^2+2x+x+2$
$= x(x+2)+1(x+2)$
$= (x+2)(x+1)$

২য় রাশি $= x^2-1 = x^2-1^2 = (x+1)(x-1)$

৩য় রাশি $= x^2+x-2$
$= x^2+2x-x-2 = x(x+2)-1(x+2) = (x+2)(x-1)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x+2)(x+1)(x-1) = (x^2-1)(x+2)$.

২৬। x^2-4, x^2+4x+4 এবং x^3-8

সমাধান ; এখানে,

১ম রাশি $= x^2-4 = x^2-(2)^2 = (x+2)(x-2)$

২য় রাশি $= x^2+4x+4 = x^2+2x+2x+4$
$= x(x+2)+2(x+2) = (x+2)(x+2)$

৩য় রাশি $= x^3-8 = x^3-2^3 = (x-2)(x^2+2x+4)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x+2)(x+2)(x-2)(x^2+2x+4)$
$= (x+2)^2(x^3-8)$

২৭। $6x^2-x-1, 3x^2+7x+2$ এবং $2x^2+3x-2$ [সকল বোর্ড '১৩]

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি $= 6x^2-x-1 = 6x^2-3x+2x-1$
$= 3x(2x-1)+1(2x-1)$
$= (2x-1)(3x+1)$

২য় রাশি $= 3x^2+7x+2$
$= 3x^2+6x+x+2$
$= 3x(x+2)+1(x+2)$
$= (x+2)(3x+1)$

৩য় রাশি $= 2x^2+3x-2$
$= 2x^2+4x-x-2$
$= 2x(x+2)-1(x+2)$
$= (x+2)(2x-1)$

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= (2x-1)(3x+1)(x+2)$

২৮। $a^3+b^3, (a+b)^3, (a^2-b^2)^2$ এবং $(a^2-ab+b^2)^2$

সমাধান :

১ম রাশি $= a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

২য় রাশি $= (a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$

৩য় রাশি $= (a^2-b^2)^2 = \{(a+b)(a-b)\}^2$
$= (a+b)^2(a-b)^2 = (a+b)(a+b)(a-b)(a-b)$.

৪র্থ রাশি $= (a^2-ab+b^2)^2 = (a^2-ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a+b)(a+b)(a+b)(a-b)(a-b)\cdot(a^2-ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$
$= (a-b)^2(a+b)^3(a^2-ab+b^2)^2$.

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৯ $x^2+\frac{1}{x^2}=3$ হলে,

ক. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান কত?

গ. $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^3$ এর মান নির্ণয় কর।

২৯নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $x^2+\frac{1}{x^2}=3$.

প্রদত্ত রাশি $= \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2+2.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$
$= x^2+\frac{1}{x^2}+2 = 3+2 = 5$

নির্ণেয় মান 5.

www.abswer.com

www.abswer.com

খ ক হতে পাই, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=5$

বা, $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ [বর্গমূল করে]

প্রদত্ত রাশি $=\frac{x^6+1}{x^3}$

$=\frac{x^6}{x^3}+\frac{1}{x^3}$

$=x^3+\frac{1}{x^3}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(\sqrt{5})^3-3\sqrt{5}$

$=5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান $2\sqrt{5}$.

গ দেওয়া আছে, $x^2+\frac{1}{x^2}=3$

এখন, $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4x^2.\frac{1}{x^2}$

$=(3)^2-4=9-4=5$

$\therefore$ $x^2-\frac{1}{x^2}=\sqrt{5}$ [বর্গমূল করে]

প্রদত্ত রাশি $=\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^3$

$=(x^2)^3-3.(x^2)^2.\frac{1}{x^2}+3.x^2.\left(\frac{1}{x^2}\right)^2-\left(\frac{1}{x^2}\right)^3$

$=(x^2)^3-3.x^4.\frac{1}{x^2}+3.x^2.\frac{1}{x^4}-\left(\frac{1}{x^2}\right)^3$

$=(x^2)^3-\left(\frac{1}{x^2}\right)^3-3x^2+\frac{3}{x^2}$

$=\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^3+3.x^2.\frac{1}{x^2}\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)-3\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)$

$=(\sqrt{5})^3+3.\sqrt{5}-3.\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান $5\sqrt{5}$.

প্রশ্ন ৩০ $3x-5y+3z$ এবং $3x+5y-z$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. ১ম রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর।

খ. রাশি দুইটির গুণফলকে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর।

গ. ২য় রাশিটির মান শূন্য হলে প্রমাণ কর যে, $27x^3+125y^3+45xyz=z^3$.

৩০নং প্রশ্নের সমাধান :

ক প্রদত্ত প্রথম রাশি $=3x-5y+3z$

প্রথম রাশির বর্গ $=(3x-5y+3z)^2$

$=\{(3x-5y)+3z\}^2$

$=(3x-5y)^2+2(3x-5y)3z+(3z)^2$

$=(3x)^2-2.3x.5y+(5y)^2+18zx-30yz+9z^2$

$=9x^2-30xy+25y^2+18zx-30yz+9z^2$

$=9x^2+25y^2+9z^2-30xy-30yz+18zx$

নির্ণেয় প্রথম রাশির বর্গ $=9x^2+25y^2+9z^2-30xy-30yz+18zx$.

খ প্রদত্ত রাশিদ্বয় $3x-5y+3z$ এবং $3x+5y-z$

রাশি দুইটির গুণফল $=(3x-5y+3z)(3x+5y-z)$

$=\left(\frac{3x-5y+3z+3x+5y-z}{2}\right)^2-\left(\frac{3x-5y+3z-3x-5y+z}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{6x+2z}{2}\right)^2-\left(\frac{-10y+4z}{2}\right)^2$

$=\left\{\frac{2(3x+z)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{-2(5y-2z)}{2}\right\}^2$

$=(3x+z)^2-(5y-2z)^2$

$\therefore$ রাশি দুইটির গুণফলকে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশিত আকার $(3x+z)^2-(5y-2z)^2$.

গ প্রদত্ত ২য় রাশি $=3x+5y-z$

২য় রাশিটির মান শূন্য হলে, $3x+5y-z=0$

বা, $3x+5y=z$

বামপক্ষ $=27x^3+125y^3+45xyz$

$=(3x)^3+(5y)^3+45xyz$

$=(3x+5y)^3-3.3x.5y.(3x+5y)+45xyz$

$=z^3-45xyz+45xyz$

$=z^3=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $27x^3+125y^3+45xyz=z^3$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩১ $P=3x^2-16x-12$, $Q=3x^2+5x+2$, $R=3x^2-x-2$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলতে কী বুঝায়?

খ. $Q=0$ এবং $x\neq0$ হলে $9x^2+\frac{4}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. P, Q, R এর ল.সা.গু নির্ণয় কর।

৩১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক বীজগণিতীয় রাশিকে সম্ভাব্য দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলরূপে প্রকাশ করা হচ্ছে উৎপাদকে বিশ্লেষণ।

যেমন : $x^2+5x=x(x+5)$

খ দেওয়া আছে, $Q=3x^2+5x+2$

$Q=0$ হলে, $3x^2+5x+2=0$

বা, $3x^2+2=-5x$

বা, $x\left(3x+\frac{2}{x}\right)=-5x$

বা, $3x+\frac{2}{x}=\frac{-5x}{x}$

$\therefore$ $3x+\frac{2}{x}=-5$

প্রদত্ত রাশি $=9x^2+\frac{4}{x^2}=(3x)^2+\left(\frac{2}{x}\right)^2$

$=\left(3x+\frac{2}{x}\right)^2-2.3x.\frac{2}{x}$

$=(-5)^2-12=25-12=13$

নির্ণেয় মান 13.

গ দেওয়া আছে, $P=3x^2-16x-12$

$=3x^2-18x+2x-12$

$=3x(x-6)+2(x-6)=(x-6)(3x+2)$

$Q=3x^2+5x+2$

$=3x^2+2x+3x+2$

$=x(3x+2)+1(3x+2)=(3x+2)(x+1)$

এবং $R=3x^2-x-2$

$=3x^2-3x+2x-2$

$=3x(x-1)+2(x-1)=(x-1)(3x+2)$

$\therefore$ P, Q, R এর ল.সা.গু. $=(x+1)(x-1)(3x+2)(x-6)$

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — টপিকের ধারায় প্রণীত

৪.৭ বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. ▸ পাঠ্যবই: পৃষ্ঠা ৬৮

১. নিচের কোন রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক a? (সহজমান)
ক a^2b, b^2 খ ab, b গ b, ab^2 ঘ $a^2b, 2a$
উত্তর: গ

২. নিচের কোনটি 12 এর গুণনীয়ক? (মধ্যমমান)
ক 4 খ 24 গ 16 ঘ 5
উত্তর: ক

৩. নিচের কোন রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক 1? (কঠিনমান)
ক a^2b, ab^2 খ ab, b^2 গ 2ab, c ঘ a^2b^2, a^2c^2
উত্তর: গ

৪. 12 ও 18 এর মৌলিক সাধারণ গুণনীয়কগুলোর গুণফল কত? (সহজমান)
ক 6 খ 12 গ 18 ঘ 3
উত্তর: ক

৪.৭.১ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) ▸ পাঠ্যবই: পৃষ্ঠা ৬৮

৫. $3x^3y^3z$, $6xy^3z^3$ এবং $12x^2yz^3$ এর গ.সা.গু. কত? (সহজমান) [রা. বো. '১৮]
ক xyz খ 3xyz গ $3x^3y^3z^3$ ঘ $12x^3y^3z^3$
উত্তর: খ

৬. x^2-2 এবং x^2-4 এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি? (মধ্যমমান) [চ. বো. '১৮]
ক 1 খ x+2 গ x−2 ঘ x^2-2
উত্তর: ক
›› তথ্য-ব্যাখ্যা: এখানে, ১ম রাশি $= x^2-2$
২য় রাশি $= x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$
∴ রাশি দুইটির গ.সা.গু = 1.

৭. x^3-2x^2, x^2-4 এবং xy − 2y এর গ.সা.গু. কত? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৮]
ক 1 খ x−2
গ $x^2y(x-2)$ ঘ $x^2y(x^2-4)$
উত্তর: খ
›› তথ্য-ব্যাখ্যা: এখানে, ১ম রাশি $= x^3-2x^2 = x^2(x-2)$
২য় রাশি $= x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$
৩য় রাশি $= xy-2y = y(x-2)$
∴ রাশি তিনটির গ.সা.গু = x − 2

৮. $18x^3y^2, 27x^2y, 45xy^3$ এর গ.সা.গু. কোনটি? (সহজমান) [ম. বো. '১৮]
ক $9x^2y^2$ খ $9xy^2$ গ $9x^2y$ ঘ 9xy
উত্তর: ঘ

৯. x^2-5x, x^2-25 এবং $x^2-7x+10$ এর গ.সা.গু. কোনটি? (মধ্যমমান) [রা. বো. '১৮]
ক x খ x−5 গ x−2 ঘ x+5
উত্তর: খ
›› তথ্য-ব্যাখ্যা: ১ম রাশি $= x^2+5x = x(x+5)$
২য় রাশি $= x^2-25 = x^2-5^2 = (x+5)(x-5)$
৩য় রাশি $= x^2-7x+10 = x^2-5x-2x+10$
$= x(x-5)-2(x-5) = (x-2)(x-5)$
নির্ণেয় গ.সা.গু. x − 5

১০. x^2-3x, x^2-9 রাশি দুইটির গ.সা.গু. কত? (কঠিনমান) [য. বো. '১৮]
ক $x(x^2-9)$ খ x^2-9 গ x+3 ঘ x−3
উত্তর: ঘ
›› তথ্য-ব্যাখ্যা: ১ম রাশি $= x^2-3x = x(x-3)$
২য় রাশি $= x^2-9 = x^2-3^2 = (x+3)(x-3)$
∴ গ.সা.গু. = x − 3

১১. $2x^3y^2z^2$, $12x^2yz$, $20xy^2z^3$ এর গ.সা.গু. কত? (সহজমান) [কু. বো. '১৮]
ক $60x^3y^3z^3$ খ $2x^3y^2z^3$ গ 2xyz ঘ xyz
উত্তর: গ

১২. 3(a + b), $9(a^2-b^2)$ ও $18(a^3+b^3)$ এর গ.সা.গু. কত? (মধ্যমমান) [সি. বো. '১৮]
ক a + b খ 3(a + b)
গ $(a-b)(a^3+b^3)$ ঘ $18(a-b)(a^3+b^3)$
উত্তর: খ
›› তথ্য-ব্যাখ্যা: প্রথম রাশি = 3(a + b)
দ্বিতীয় রাশি $= 9(a^2-b^2) = 3\times3(a+b)(a-b)$
তৃতীয় রাশি $= 18(a^3+b^3) = 2\times3\times3(a+b)(a^2-ab+b^2)$
∴ গ. সা. গু. = 3(a + b).

১৩. a^3-b^3 এবং a^3+b^3 এর গ. সা. গু. কত? (সহজমান) [দি. বো. '১৮]
ক 0 খ 1 গ a − b ঘ a + b
উত্তর: খ
›› তথ্য-ব্যাখ্যা: $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
এবং $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$
অর্থাৎ রাশি দুইটির মধ্যে 1 ছাড়া কোনো সাধারণ উৎপাদক নাই।
∴ গ. সা. গু. = 1.

১৪. a + 1, a^2-1 এবং a^4-1 এর গ.সা.গু. কত? (মধ্যমমান) [দি. বো. '১৮]
ক a + 1 খ a − 1 গ a^2-1 ঘ a^4-1
উত্তর: ক

১৫. $2x(x^2-1)$, $4x^2(x^2-1)$ এর গ.সা.গু. কত? (কঠিনমান) [দি. বো. '১৮]
ক 2x খ 2x (x + 1)
গ 2x (x − 1) ঘ $4x^2(x^2-1)$
উত্তর: গ

১৬. x^3-3x^2, x^2-9 রাশি দুইটির গ. সা. গু. কত? (সহজমান)
ক x + 3 খ x^2+9 গ x^2 ঘ x − 3
উত্তর: ঘ

১৭. $(x-2)^2$, x^2+2x রাশিগুলোর গ. সা. গু. কত? (কঠিনমান)
ক x + 2 খ x − 2 গ 2x ঘ 1
উত্তর: ঘ

১৮. x ও y এর গ. সা. গু. নিচের কোনটি? (সহজমান)
ক xy খ x গ y ঘ 1
উত্তর: ঘ

১৯. x^2-4x, x^2-16 এবং $(x-4)^2$ এর গ.সা.গু নিচের কোনটি? (মধ্যমমান) [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
ক (x − 4) খ x (x − 4)
গ $(x-4)^2$ ঘ x^2-16
উত্তর: ক

২০. x^2-4, $x^2(x-2)$, x^2y-2xy এর গ.সা.গু. কত? (মধ্যমমান) [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ক x − 2 খ x + 2
গ x(x − 2) ঘ (x − 2) (x + 2)
উত্তর: ক
›› তথ্য-ব্যাখ্যা: ১ম রাশি $= x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$
২য় রাশি $= x^2(x-2)$
৩য় রাশি $= x^2y-2xy = xy(x-2)$ ∴ গ.সা.গু. = x − 2.

২১. $1-x^2$ এবং x^3-1 এর গ. সা. গু কত? (কঠিনমান) [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক 1 খ x − 1
গ x + 1 ঘ $(x+1)(x^3-1)$
উত্তর: খ

২২. $4a^3b$, $6abc^2$, $8ab^2c$ এর গ. সা. গু. নিচের কোনটি? (সহজমান) [বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
ক $24a^3b^2c^2$ খ 2abc
গ 2ab ঘ $24ab^3c^3$
উত্তর: গ

২৩. a^3-b^3 এবং a^3+b^3 এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি? (সহজমান) [মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]
ক 0 খ 1 গ (a + b) ঘ (a − b)
উত্তর: খ

২৪. x^4, x এবং 1 এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি? (মধ্যমমান) [শামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ডেমরা, ঢাকা]
ক x^3 খ x^2 গ x ঘ 1
উত্তর: ঘ

২৫. x^2-y^2, $(x+y)^2$ এর সাধারণ গুণনীয়ক কোনটি? (কঠিনমান) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]
ক x + y খ (x − y) x + y)
গ $(x+y)^3$ ঘ $(x-y)(x+y)^2$
উত্তর: ক

২৬. a^3+a^2b এবং a^2-b^2 এর গ.সা.গু. কত? (মধ্যমমান) [জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]
ক a + b খ a(a + b) গ $a^2(a+b)$ ঘ $a^3(a+b)$
উত্তর: ক

২৭. a^3-b^3, a^3+b^3 এর গ.সা.গু কোনটি? (কঠিনমান) [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]
ক 0 খ 1 গ a − b ঘ a^3+b^3
উত্তর: খ

www.abswer.com

www.abswer.com

২৮. x^3+x^2y, x^2y+xy^2 এবং x^3+y^3 এর গ.সা.গু. কত? (সহজমান) [দি. বো. '১৬]
ক ⓐ $x+y$ ⓑ $x(x+y)$ ⓒ $x^2(x+y)$ ⓓ $xy(x+y)$

২৯. a^2-ab, a^2-b^2 রাশি দুইটির—
i. প্রথমটির একটি উৎপাদক $a-b$
ii. দ্বিতীয়টির একটি উৎপাদক $a+b$
iii. গ. সা. গু. $a-b$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)
ঘ ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

৩০. গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক—
i. সংক্ষিপ্ত রূপ গ. সা. গু.
ii. দুই বা ততোধিক রাশির মৌলিক সাধারণ গুণনীয়কের গুণফল
iii. নির্ণয় করতে প্রথমে রাশিগুলোর গুণিতক বের করতে হয়
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

৩১. $(a+b)^2, (a^3+b^3)$ রাশি দুইটির—
i. প্রথমটির একটি গুণনীয়ক $(a+b)$
ii. দ্বিতীয়টির একটি গুণনীয়ক $(a-b)$
iii. সাধারণ গুণনীয়ক $(a+b)$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)
গ ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

৩২. $a-1, a^2-1, a^3-1$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশির— (সহজমান)
i. গ.সা.গু. $= a-1$
ii. ল.সা.গু. $= (a-1)(a^2+a+1)$
iii. যোগফল $= a^3+a^2+a-3$
নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৬]
খ ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

■ $3x^3yz, 4xyz^2, 5xy^3z$
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩৩. নিচের কোনটি রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের গ. সা. গু.? (মধ্যমান)
ঘ ⓐ 12 ⓑ 4 ⓒ 2 ⓓ 1

৩৪. রাশিগুলোর গ. সা. গু. কত? (সহজমান)
গ ⓐ 60 ⓑ 1 ⓒ xyz ⓓ $x^3y^3z^3$

৪.৭.২ লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.) ▸ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৭০

৩৫. $4ab^2x^3$, $9a^3c$ এবং $12a^3bc^4x$ রাশি তিনটির ল.সা.গু. নিচের কোনটি? (সহজমান) [ঢা. বো. '১৬]
ক ⓐ $36a^3b^2c^4x^3$ ⓑ $36a^{-3}b^3c^4$ ⓒ $36ab^3c^4x$ ⓓ $a^3b^2c^4x$

৩৬. $m+1, m+1$ এর ল. সা. গু. কত? (মধ্যমান)
ঘ ⓐ $2(m+1)$ ⓑ $(m-1)^2$ ⓒ $(m+1)^2$ ⓓ $m+1$

৩৭. $4(x^2+ax)^2$ এবং $6(x^3-a^2x)$ ল.সা.গু. নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
গ ⓐ $12x(x-a)(x+a)$ ⓑ $12x^2(x-a)(x+a)$ ⓒ $12x^2(x-a)(x+a)^2$ ⓓ $12x(x-a)(x+a)^2$

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $= 4(x^2+ax)^2 = 2.2\{x(x+a)\}^2 = 2.2.x^2(x+a)^2$
২য় রাশি $= 6(x^3-a^2x) = 2.3.x(x^2-a^2) = 2.3.x(x+a)(x-a)$
∴ ল.সা.গু. $= 2.2.3.x^2(x-a)(x+a)^2 = 12x^2(x-a)(x+a)^2$.

৩৮. x^2-9, x^2-x-6, x^3-27 এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি? (সহজমান) [গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
গ ⓐ 1 ⓑ $x+3$ ⓒ $x-3$ ⓓ $(x+3)(x-3)$

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $= x^2-9 = x^2-3^2 = (x+3)(x-3)$
২য় রাশি $= x^2-x-6$
$= x^2-3x+2x-6 = x(x-3)+2(x-3) = (x-3)(x+2)$
৩য় রাশি $= x^3-27$
$= x^3-3^3 = (x-3)(x^2+x.3+3^2) = (x-3)(x^2+3x+9)$
∴ গ.সা.গু. $= x-3$

৩৯. 8 এর গুণিতক— (কঠিনমান) [গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
ঘ ⓐ 1 ⓑ 2 ⓒ 4 ⓓ 16

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : 8 এর একটি গুণিতক $= 8 \times 2 = 16$

৪০. $9x^3, 27x^3y, 81x^3y$ এর ল.সা.গু কত? (সহজমান) [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
গ ⓐ $9x^2$ ⓑ $27x^3y$ ⓒ $81x^3y$ ⓓ $9x^3y$

৪১. $5x^3yz^2$, $15xy^3z$ এবং $20x^4y^2z^3$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশির—
i. গু. সা. গু. $= 10xyz$
ii. ল. সা. গু. $= 60x^4y^3z^3$
iii. গুণফল $= 1{,}500x^8y^6z^6$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান) [য. বো. '১৬]
গ ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

৪২. x^3-8 এবং x^2+2x+4 রাশি দুইটির— (মধ্যমান)
i. গ. সা. গু. x^2+2x+4
ii. ল. সা. গু. x^3-8
iii. গুণফল $(x-2)(x^2+2x+4)^2$
নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '১৬]
ঘ ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

৪৩. p^2-4p+3 এবং p^2-9 দুইটি বীজগাণিতিক রাশি হলে—
i. রাশি দুইটির গ.সা.গু. $p-3$
ii. রাশি দুইটির ল.সা.গু. $p(p+3)(p-3)(p-1)$
iii. ১ম রাশিতে p^2 এর সহগ 1
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান) [চ. বো. '১৮]
গ ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

৪৪. $x+1, x^2-1, x^3+1$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি, যাদের—
i. ল.সা.গু. $= (x^2-1)(x^2-x+1)$
ii. যোগফল $= x^3+x^2+x+1$
iii. গ.সা.গু. $= x+1$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান) [ব. বো. '১৭]
ঘ ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

৪৫. $x-1, x^2-1$ ও x^3-1 তিনটি বীজগাণিতিক রাশি যাদের—
i. যোগফল x^3+x^2+x-3
ii. গ.সা.গু. $= x-1$
iii. ল.সা.গু. $= (x^2-1)(x^2+x+1)$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান) [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ঘ ⓐ i, ii ⓑ i, iii ⓒ ii, iii ⓓ i, ii, iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$2(a+b)$, $4(a^2-b^2)$ এবং $12(a^2b+ab^2)$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি। [দি. বো. '১৮]

৪৬. রাশি তিনটির গ. সা. গু. নিচের কোনটি? (সহজমান)
খ ⓐ $a+b$ ⓑ $2(a+b)$ ⓒ $4(a+b)$ ⓓ $12(a+b)$

৪৭. রাশি তিনটির ল. সা. গু. নিচের কোনটি? (মধ্যমান)
গ ⓐ $12(a+b)$ ⓑ $12(a^2-b^2)$ ⓒ $12ab(a^2-b^2)$ ⓓ $2ab(a^2-b^2)$

■ $6m^2n, 8mn^2$.
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৮. রাশি দুইটির সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক কত? (সহজমান)
ঘ ⓐ m, n^2 ⓑ m^2, n^2 ⓒ m^2, n ⓓ m, n

৪৯. 6 ও 8 এর ল. সা. গু. কত? (মধ্যমান)
ঘ ⓐ 12 ⓑ 16 ⓒ 2 ⓓ 24

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান — টপিকের ধারায় প্রণীত

৪.৭.১ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬৮

প্রশ্ন ১। $2x^3y^2z^2$, $12x^2yz$ ও $20xy^3z^3$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখানে, 2, 12, 20 এর গ.সা.গু = 2

x^3, x^2, x এর গ.সা.গু = x

y^2, y, y^3 এর গ.সা.গু = y

z^2, z, z^3 এর গ.সা.গু = z

নির্ণেয় গ.সা.গু = 2xyz

প্রশ্ন ২। $(a+2)^2$, (a^2+2a) এবং (a^2+5a+6) গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি $=(a+2)^2=(a+2)(a+2)$

২য় রাশি $=a^2+2a=a(a+2)$

৩য় রাশি $=a^2+5a+6$
$=a^2+2a+3a+6$
$=a(a+2)+3(a+2)$
$=(a+2)(a+3)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $=a+2$

প্রশ্ন ৩। $6x^2+3xy$, $2x^3+5x^2-12x$ এবং x^4-8x এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি $=6x^2+3xy$
$=3x.(2x+y)$

২য় রাশি $=2x^3+5x^2-12x$
$=x(2x^2+5x-12)$
$=x(2x^2+8x-3x-12)$
$=x\{2x(x+4)-3(x+4)\}$
$=x(x+4)(2x-3)$

৩য় রাশি $=x^4-8x$
$=x(x^3-8)$
$=x(x^3-2^3)$
$=x(x-2)(x^2+x.2+2^2)$
$=x(x-2)(x^2+2x+4)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = x

প্রশ্ন ৪। $a^3b^4c^4$, $12a^2b^3c^2$ ও $3a^4b^2c^3$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে 1, 12, 3 এর গ.সা.গু. = 1

a^3, a^2, a^4 এর গ.সা.গু. $=a^2$

b^4, b^3, b^2 এর গ.সা.গু. $=b^2$

c^4, c^2, c^3 এর গ.সা.গু. $=c^2$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $=a^2b^2c^2$

প্রশ্ন ৫। $x+1$, x^2-1 এবং x^3-1 এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি $=x+1$

২য় রাশি $=x^2-1=x^2-1^2=(x+1)(x-1)$

৩য় রাশি $=x^3-1=x^3-1^3=(x-1)(x^2+x+1)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = 1

প্রশ্ন ৬। $3(m+n)$, $9(m^2-n^2)$ ও $18(m^3+n^3)$ এর গ.সা.গু. কত?

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি $=3(m+n)$

২য় রাশি $=9(m^2-n^2)=3.3(m+n)(m-n)$

৩য় রাশি $=18(m^3+n^3)=2.3.3(m+n)(m^2-mn+n^2)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $=3(m+n)$

৪.৭.২ লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু) ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৬৯

প্রশ্ন ৭। $4ab^2x^3$, $9a^3c$ এবং $12a^2bc^4x^4$ রাশি তিনটির ল.সা.গু. কর।

সমাধান : এখানে 4, 9 এবং 12 এর ল.সা.গু. = 36

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^3, b^2, c^4, x^4

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $=36a^3b^2c^4x^4$

প্রশ্ন ৮। $5x^2y^3z^2$, $10xy^2z^3$ এবং $15xy^3z$ এর ল.সা.গু. নির্ণয়।

সমাধান : এখানে, 5, 10 এবং 15 এর ল.সা.গু. = 30

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে x^2, y^3, z^3

নির্ণেয় ল.সা.গু. $=30x^2y^3z^3$

প্রশ্ন ৯। a^2-4, a^2+4a+4 এবং a^3-8 এর ল.সা.গু. কত?

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি $=a^2-4=a^2-2^2=(a+2)(a-2)$

২য় রাশি $=a^2+4a+4$
$=a^2+2a+2a+4$
$=a(a+2)+2(a+2)=(a+2)(a+2)$

৩য় রাশি $=a^3-8$
$=a^3-2^3$
$=(a-2)(a^2+2a+4)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $=(a+2)(a-2)(a+2)(a^2+2a+4)$
$=(a+2)^2(a^3-8)$

প্রশ্ন ১০। a^2-b^2, a^2-ab+b^2 এবং a^3+b^3 রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি $=a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

২য় রাশি $=a^2-ab+b^2$

৩য় রাশি $=a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $=(a+b)(a-b)(a^2-ab+b^2)$
$=(a-b)(a^3+b^3)$

প্রশ্ন ১১। $x+1$, x^2-1 এবং x^3+1 এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি $=x+1$

২য় রাশি $=x^2-1$
$=x^2-1^2$
$=(x+1)(x-1)$

৩য় রাশি $=x^3+1$
$=x^3+1^3$
$=(x+1)(x^2-x+1)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $=(x+1)(x-1)(x^2-x+1)$
$=(x-1)(x^3+1)$

প্রশ্ন ১২। a^2-b^2 এবং $a^4+a^2b^2+b^4$ এর ল.সা.গু. কত?

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি $=a^2-b^2$
$=(a+b)(a-b)$

২য় রাশি $=a^4+a^2b^2+b^4$
$=(a)^2+2a^2b^2+(b^2)^2-a^2b^2$
$=(a^2+b^2)^2-(ab)^2$
$=(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $=(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$
$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)$
$=a^6-b^6$

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ০১ $x + \frac{1}{x} = 5$, যেখানে $x > 0$ এবং $P = 4a^2 - 1$, $Q = 2a^2 + 3a - 2$, $R = 6a^2 - a - 1$.

ক. $(-x^3 + 2)$ এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 24\sqrt{21}$. ৪

গ. P, Q ও R এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

● রাজশাহী বোর্ড ২০১৯ ▶ শিখনফল ২ ও ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান:

ক $(-x^3 + 2)$ এর বর্গ $= (-x^3 + 2)^2$

$= (-x^3)^2 + 2.(-x^3).2 + (2)^2$

$= x^6 - 4x^3 + 4$

খ দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}$

$= 5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$ [বর্গমূল করে]

বামপক্ষ $= x^3 - \frac{1}{x^3}$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (\sqrt{21})^3 + 3.\sqrt{21}$

$= 21\sqrt{21} + 3\sqrt{21}$

$= 24\sqrt{21} =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = 24\sqrt{21}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $P = 4a^2 - 1$

$= (2a)^2 - (1)^2 = (2a + 1)(2a - 1)$

$Q = 2a^2 + 3a - 2$

$= 2a^2 + 4a - a - 2$

$= 2a(a + 2) - 1(a + 2) = (2a - 1)(a + 2)$

এবং $R = 6a^2 - a - 1$

$= 6a^2 - 3a + 2a - 1$

$= 3a(2a - 1) + 1(2a - 1)$

$= (2a - 1)(3a + 1)$

$\therefore$ P, Q ও R এর গসাগু $= (2a - 1)$

নির্ণেয় গসাগু $= (2a - 1)$.

প্রশ্ন ০২ $A = x^2 + x - 2$, $B = 2x^2 - 3x + 1$ ও $C = 2x^2 + 3x - 2$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. C এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. B ও C এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. $B = 0$ হলে $\frac{8x^6 + 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● বরিশাল বোর্ড ২০১৯ ▶ শিখনফল ২ ও ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান:

ক দেওয়া আছে, $C = 2x^2 + 3x - 2$

$\therefore$ C এর বর্গ $= (2x^2 + 3x - 2)^2$

$= \{2x^2 + 3x + (-2)\}^2$

$= (2x^2)^2 + (3x)^2 + (-2)^2 + 2 \times 2x^2 \times 3x + 2 \times 3x \times (-2) + 2.(-2).2x^2$

$[\because (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]$

$= 4x^4 + 9x^2 + 4 + 12x^3 - 12x - 8x^2$

$= 4x^4 + 12x^3 + x^2 - 12x + 4$

নির্ণেয় মান : $4x^4 + 12x^3 + x^2 - 12x + 4$

খ দেওয়া আছে, $B = 2x^2 - 3x + 1$

$= 2x^2 - 2x - x + 1$

$= 2x(x - 1) - 1(x - 1) = (x - 1)(2x - 1)$

$C = 2x^2 + 3x - 2$

$= 2x^2 + 4x - x - 2$

$= 2x(x + 2) - 1(x + 2) = (x + 2)(2x - 1)$

$\therefore$ B ও C এর লসাগু $= (x - 1)(2x - 1)(x + 2)$

নির্ণেয় লসাগু $(x - 1)(2x - 1)(x + 2)$.

গ দেওয়া আছে, $B = 2x^2 - 3x + 1$

এখন, $B = 0$ হলে, $2x^2 - 3x + 1 = 0$

বা, $2x^2 + 1 = 3x$

বা, $\frac{2x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{3x}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore 2x + \frac{1}{x} = 3$.

প্রদত্ত রাশি $= \frac{8x^6 + 1}{x^3}$

$= \frac{8x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = 8x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= (2x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(2x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.2x.\frac{1}{x}\left(2x + \frac{1}{x}\right)$

$= (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 = 27 - 18 = 9$

নির্ণেয় মান 9.

প্রশ্ন ০৩ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$, যেখানে $x > 0$ এবং $A = a^2 + 4a + 4$, $B = a^2 - 4$, $C = a^3 - 8$.

ক. $(x^2 - 2)$ এর ঘন নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^6 - 4x^3 - 1 = 0$. ৪

গ. A, B ও C এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

● সিলেট বোর্ড ২০১৮ ▶ শিখনফল ১, ২ ও ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান:

ক $x^2 - 2$ এর ঘন $= (x^2 - 2)^3$

$= (x^2)^3 - 3.(x^2)^2.2 + 3.x^2.2^2 - 2^3$

$= x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8$

নির্ণেয় ঘন $x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8$.

খ দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ যেখানে $x > 0$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{5})^2 - 4 = 5 - 4 = 1$

বা, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{1}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore x - \frac{1}{x} = 1$

www.abswer.com

www.abswer.com

এখন, $x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3.x.\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$

বা, $\frac{(x^3)^2-1}{x^3}=1^3+3.1$

বা, $\frac{x^6-1}{x^3}=1+3$

বা, $\frac{x^6-1}{x^3}=4$

বা, $x^6-1=4x^3$

$\therefore$ $x^6-4x^3-1=0$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $A=a^2+4a+4=a^2+2.a.2+2^2$

$=(a+2)^2=(a+2)(a+2)$

$B=a^2-4=a^2-2^2=(a+2)(a-2)$

$C=a^3-8=a^3-2^3$

$=(a-2)(a^2+2a+2^2)$

$=(a-2)(a^2+2a+4)$

$\therefore$ A, B, C এর গ.সা.গু. 1.

নির্ণেয় গ.সা.গু. 1.

প্রশ্ন ০৪ $6x^2-x-1$, $3x^2+7x+2$, $2x^2+3x-2$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির ঘন নির্ণয় কর। (সহজমান) ২

খ. রাশি তিনটির গ.সা.গু. নির্ণয় কর। (মধ্যমান) ৪

গ. ৩য় রাশির মান শূন্য হলে, $x+\frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। (কঠিনমান) ৪

● অনুশীলনী-৪.৪ এর ২৭ নং প্রশ্নের আলোকে ▸ শিখনফল ১ ও ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান :

ক $6x^2-x-1$ এর ঘন

$=(6x^2-x-1)^3$

$=\{6x^2-(x+1)\}^3$

$=(6x^2)^3-3.(6x^2)^2.(x+1)+3.6x^2.(x+1)^2-(x+1)^3$

$=216x^6-3.36x^4.(x+1)+18x^2(x^2+2x+1)-(x^3+3x^2+3x+1)$

$=216x^6-108x^5-108x^4+18x^4+36x^3+18x^2-x^3-3x^2-3x-1$

$=216x^6-108x^5-90x^4+35x^3+15x^2-3x-1$

খ এখানে, ১ম রাশি $=6x^2-x-1$

$=6x^2-3x+2x-1$

$=3x(2x-1)+1(2x-1)$

$=(3x+1)(2x-1)$

২য় রাশি $=3x^2+7x+2$

$=3x^2+6x+x+2$

$=3x(x+2)+1(x+2)$

$=(x+2)(3x+1)$

৩য় রাশি $=2x^2+3x-2$

$=2x^2+4x-x-2$

$=2x(x+2)-1(x+2)$

$=(x+2)(2x-1)$

রাশি তিনটি গ.সা.গু. = 1

গ দেওয়া আছে, তৃতীয় রাশি $=2x^2+3x-2$

৩য় রাশি = 0 হলে,

$2x^2+3x-2=0$

বা, $2x^2-2=-3x$

বা, $\frac{2x^2}{2x}-\frac{2}{2x}=-\frac{3x}{2x}$ [উভয় পক্ষকে 2x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x-\frac{1}{x}=-\frac{3}{2}$

বা, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4.x.\frac{1}{x}=\frac{9}{4}$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\frac{9}{4}+4$

বা, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\frac{25}{4}$

বা, $x+\frac{1}{x}=\pm\sqrt{\frac{25}{4}}$

$\therefore$ $x+\frac{1}{x}=\pm\frac{5}{2}$

নির্ণেয় মান : $\pm\frac{5}{2}$.

প্রশ্ন ০৫ $15x^2+4x-3$, $16x-x^3$, $3x^2-11x-4$, x^3-64.

ক. x^4-7x^2+1 রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। (সহজমান) ২

খ. প্রথম রাশিকে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। (মধ্যমান) ৪

গ. শেষ রাশি তিনটির ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয় কর। (কঠিনমান) ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান : ▸ শিখনফল ১ ও ৪

ক প্রদত্ত রাশি $=x^4-7x^2+1$

$=(x^2)^2+2.x^2.1+(1)^2-9x^2$

$=(x^2+1)^2-(3x)^2$

$=(x^2+1+3x)(x^2+1-3x)$

$=(x^2+3x+1)(x^2-3x+1)$

নির্ণেয় উৎপাদক : $(x^2+3x+1)(x^2-3x+1)$

খ প্রদত্ত প্রথম রাশি $=15x^2+4x-3$

$=15x^2+9x-5x-3$

$=3x(5x+3)-1(5x+3)$

$=(5x+3)(3x-1)$

$=\left(\frac{5x+3+3x-1}{2}\right)^2-\left(\frac{5x+3-3x+1}{2}\right)^2$

$\left[\because ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right]$

$=\left(\frac{8x+2}{2}\right)^2-\left(\frac{2x+4}{2}\right)^2$

$=\left\{\frac{2(4x+1)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2(x+2)}{2}\right\}^2$

$=(4x+1)^2-(x+2)^2$

$\therefore$ বর্গের অন্তরফলরূপে প্রকাশ করা হলো।

গ ২য় রাশি $=16x-x^3$

$=x(16-x^2)$

$=x\{(4)^2-(x)^2\}$

$=x(4+x)(4-x)$

$=-x(x+4)(x-4)$

৩য় রাশি $=3x^2-11x-4$

$=3x^2-12x+x-4$

$=3x(x-4)+1(x-4)$

$=(x-4)(3x+1)$

৪র্থ রাশি $=x^3-64$

$=(x)^3-(4)^3$

$=(x-4)(x^2+4x+16)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $=(x-4)$.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ০৬ $x^2 - 9$, $x^2 + 7x + 12$ এবং $x^2 - 4x + 3$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. ২য় রাশিকে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু নির্ণয় কর। ৪

● গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা ▶ শিখনফল ১ ও ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, ১ম রাশি $= x^2 - 9$

$\therefore x^2 - 9$ এর বর্গ $= (x^2 - 9)^2$

$= (x^2)^2 - 2.x^2.9 + (9)^2$

$= x^4 - 18x^2 + 81$

খ দ্বিতীয় রাশি $= x^2 + 7x + 12$

$= x^2 + 3x + 4x + 12$

$= x(x+3) + 4(x+3)$

$= (x+3)(x+4)$

$= \left(\frac{x+3+x+4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+3-x-4}{2}\right)^2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \left(\frac{2x+7}{2}\right)^2 - \left(\frac{-1}{2}\right)^2$

$= \left\{\frac{2\left(x+\frac{7}{2}\right)}{2}\right\}^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \left(x+\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করা হলো।

গ ১ম রাশি $= x^2 - 9$

$= (x)^2 - (3)^2$

$= (x+3)(x-3)$

২য় রাশি $= x^2 + 7x + 12$

$= x^2 + 3x + 4x + 12$

$= x(x+3) + 4(x+3) = (x+3)(x+4)$

৩য় রাশি $= x^2 - 4x + 3$

$= x^2 - 3x - x + 3$

$= x(x-3) - 1(x-3) = (x-3)(x-1)$

$\therefore$ রাশি তিনটির ল.সা.গু. $= (x+3)(x-3)(x+4)(x-1)$

$= (x^2-9)(x+4)(x-1)$

অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর সংবলিত

কাজ ১ গ.সা.গু. নির্ণয় কর : ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৭০

১. $15a^3b^2c^4, 25a^2b^4c^3$ এবং $20a^4b^3c^2$

সমাধান : 15, 25, 20 এর গ.সা.গু. = 5

a^3, a^2, a^4 এর গ.সা.গু. $= a^2$

b^2, b^4, b^3 এর গ.সা.গু $= b^2$

c^4, c^3, c^2 এর গ.সা.গু. $= c^2$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 5 \times a^2 \times b^2 \times c^2 = 5a^2b^2c^2$.

২. $(x+2)^2, (x^2+2x)$ এবং (x^2+5x+6)

সমাধান : ১ম রাশি $= (x+2)^2$

$= (x+2)(x+2)$

২য় রাশি $= (x^2+2x) = x(x+2)$

৩য় রাশি $= x^2 + 5x + 6$

$= x^2 + 3x + 2x + 6$

$= x(x+3) + 2(x+3)$

$= (x+3)(x+2)$

এখানে, ১ম, ২য় ও ৩য় রাশিতে সাধারণ গুণনীয়ক হলো $(x+2)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $= (x+2)$.

৩. $6a^2 + 3ab, 2a^3 + 5a^2 - 12a$ এবং $a^4 - 8a$

সমাধান : ১ম রাশি $= 6a^2 + 3ab$

$= 3a(2a+b)$

২য় রাশি $= 2a^3 + 5a^2 - 12a$

$= a(2a^2 + 5a - 12)$

$= a(2a^2 + 8a - 3a - 12)$

$= a\{2a(a+4) - 3(a+4)\}$

$= a(a+4)(2a-3)$

৩য় রাশি $= a^4 - 8a$

$= a(a^3 - 8)$

$= a(a^3 - 2^3)$

$= a(a-2)(a^2+2a+4)$

এখানে, ১ম, ২য় ও ৩য় রাশির সাধারণ উৎপাদক a

নির্ণেয় গ.সা.গু. = a.

কাজ ২ ল.সা.গু. নির্ণয় কর : ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৭১

১. $5x^3y, 10x^2y$ এবং $20x^4y^2$

সমাধান : এখানে, 5, 10 ও 20 এর ল.সা.গু. = 20

x^3, x^2, x^4 এর ল.সা.গু. $= x^4$

y, y, y^2 এর ল.সা.গু. $= y^2$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 20 \times x^4 \times y^2$

$= 20x^4y^2$

২. $x^2 - y^2, 2(x+y), 2x^2y + 2xy^2$

সমাধান : ১ম রাশি $= x^2 - y^2$

$= (x+y)(x-y)$

২য় রাশি $= 2(x+y)$

৩য় রাশি $= 2x^2y + 2xy^2$

$= 2xy(x+y)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 2xy(x+y)(x-y)$

$= 2xy(x^2-y^2)$

৩. $a^3 - 1, a^3 + 1, a^4 + a^2 + 1$

সমাধান : ১ম রাশি $= a^3 - 1$

$= (a-1)(a^2+a+1)$

২য় রাশি $= a^3 + 1$

$= (a+1)(a^2-a+1)$

৩য় রাশি $= a^4 + a^2 + 1$

$= (a^2)^2 + 2.a^2.1 + 1^2 - a^2$

$= (a^2+1)^2 - a^2$

$= (a^2+a+1)(a^2-a+1)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a+1)(a-1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$= (a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)$

$= (a^3+1)(a^3-1)$

$= (a^3)^2 - 1^2$

$= a^6 - 1$.

www.abswer.com

www.abswer.com

পরিশিষ্ট (Appendix)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — টপিকের ধারায় প্রণীত

১. $(a+b)^2$ এর সমান কোনটি? (মধ্যমান)
ক a^2-b^2 খ a^2+b^2 গ $(a-b)(a+b)$ ঘ $a^2+2ab+b^2$
উত্তর: ঘ

২. $(a-b)^2$ এর সঠিক অনুসিদ্ধান্ত নিচের কোনটি? (সহজমান)
ক $a^2-2ab-b^2$ খ $(a+b)^2+4ab$ গ $a^2+2ab-b^2$ ঘ $(a+b)^2-4ab$
উত্তর: ঘ

৩. $(a-b)^2+2ab=$ কত? (কঠিনমান)
ক a^2+b^2 খ a^2-b^2 গ $(a-b)^2$ ঘ $(a+b)^2$
উত্তর: ক
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $(a-b)^2+2ab=a^2-2ab+b^2+2ab=a^2+b^2$

৪. $(3x-2y)$ এর বর্গ নিচের কোনটি? (মধ্যমান)
ক $9x^2+12xy+4y^2$ খ $9x^2-12xy+4y^2$ গ $9x^2+12xy-4y^2$ ঘ $9x^2-12xy-4y^2$
উত্তর: খ
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $(3x-2y)$ এর বর্গ
$=(3x-2y)^2=(3x)^2-2\times3x\times2y+(2y)^2=9x^2-12xy+4y^2$

৫. $p+q=7$ এবং $pq=9$ হলে, $p^2+q^2=$ কত? (মধ্যমান)
ক 40 খ 67 গ 31 ঘ 58
উত্তর: গ
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $p^2+q^2=(p+q)^2-2pq$
$=(7)^2-2\times9=49-18=31$

৬. 98 এর বর্গ কত? (মধ্যমান)
ক 10404 খ 9600 গ 10396 ঘ 9604
উত্তর: ঘ
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: 98 এর বর্গ $=(98)^2$
$=(100-2)^2$
$=(100)^2-2\times100\times2+(2)^2=10000-400+4=9604$

৭. $x+y=5$ এবং $xy=6$ হলে, $(x-y)^2$ এর মান কত? (কঠিনমান)
ক 1 খ 49 গ 25 ঘ 30
উত্তর: ক
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$
$=(5)^2-4\times6$
$=25-24=1$

৮. $(a-b)^2$ কে প্রকাশ করা যায়—
i. $a^2+2ab+b^2$
ii. $a^2-2ab+b^2$
iii. $(a+b)^2-4ab$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
উত্তর: গ

৯. a^2+b^2 এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? (মধ্যমান)
ক a^2+b^2 খ $2ab$ গ $(a+b)^2$ ঘ $(a-b)^2$
উত্তর: খ
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: এখানে, $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
বা, $a^2+b^2+2ab=(a+b)^2-2ab+2ab$ [2ab যোগ করে]
$=(a+b)^2$; যা পূর্ণবর্গ
অর্থাৎ 2ab যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x-\frac{1}{x}=5$

১০. $x^2+\frac{1}{x^2}=$ কত? (কঠিনমান)
ক 25 খ 27 গ 29 ঘ 23
উত্তর: খ
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\times x\times\frac{1}{x}$
$=(5)^2+2=25+2=27$

১১. $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2=$ কত? (মধ্যমান)
ক 725 খ 729 গ 733 ঘ 727
উত্তর: ক
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4.x^2.\frac{1}{x^2}$
$=\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\times x\times\frac{1}{x}\right\}^2-4$
$=(5^2+2)^2-4$
$=(25+2)^2-4$
$=(27)^2-4=729-4=725$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x+y=10$ এবং $xy=1$

১২. $(x-y)^2$ এর মান কত? (মধ্যমান)
ক 6 খ 90 গ 96 ঘ 98
উত্তর: গ
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=(10)^2-4.1=100-4=96$

১৩. $x^2+y^2=$ কত? (কঠিনমান)
ক 98 খ 102 গ 96 ঘ 104
উত্তর: ক
▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=(10)^2-2\times1$
$=100-2=98$

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান — টপিকের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ১। $x-y=3$ এবং $xy=10$ হলে, x^2+y^2 এর মান নির্ণয় কর।
সমাধান: দেওয়া আছে, $x-y=3$ এবং $xy=10$
প্রদত্ত রাশি $=x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=(3)^2+2\times10=29$
নির্ণেয় মান 29।

প্রশ্ন ২। $5p^3-3q^2$ এর বর্গ নির্ণয় কর।
সমাধান: $5p^3-3q^2$ এর বর্গ
$=(5p^3-3q^2)^2$
$=(5p^3)^2-2\times5p^3\times3q^2+(3q^2)^2$
$=25p^6-30p^3q^2+9q^4$

প্রশ্ন ৩। 202 এর বর্গ নির্ণয় কর।
সমাধান: 202 এর বর্গ
$=(202)^2=(200+2)^2$
$=(200)^2+2\times200\times2+(2)^2$
$=40000+800+4=40804$

প্রশ্ন ৪। 399 এর বর্গ নির্ণয় কর।
সমাধান: 399 এর বর্গ
$=(399)^2=(400-1)^2$
$=(400)^2-2\times400\times1+(1)^2$
$=160000-800+1=159201$

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৫ । $m - \frac{1}{m} = 9$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^2 + \frac{1}{m^2} = 83$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $m - \frac{1}{m} = 9$

বামপক্ষ $= m^2 + \frac{1}{m^2}$

$= \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 2.m.\frac{1}{m}$ [$\because a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$]

$= (9)^2 + 2 = 81 + 2 = 83 =$ ডানপক্ষ

$\therefore m^2 + \frac{1}{m^2} = 83$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬ । $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (7)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $x^4 + 2.x^2.\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = 49$

$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 49 - 2 = 47$

নির্ণেয় মান 47 ।

প্রশ্ন ৭ । সরল কর : $(3a + 5b)^2 - 2(3a + 5b)(3a - 5b) + (3a - 5b)^2$.

সমাধান : ধরি, $3a + 5b = x$

এবং $3a - 5b = y$

প্রদত্ত রাশি $= x^2 - 2xy + y^2$

$= (x - y)^2$

$= \{(3a + 5b) - (3a - 5b)\}^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (3a + 5b - 3a + 5b)^2$

$= (10b)^2$

$= 100b^2$

প্রশ্ন ৮ । সূত্রের সাহায্যে $7x + 6y$ কে $7x - 6y$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(7x + 6y)(7x - 6y)$

$= (7x)^2 - (6y)^2$ [$\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

$= 49x^2 - 36y^2$

প্রশ্ন ৯ । $a + 3$ কে $a + 5$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore (a + 3)(a + 5) = a^2 + (3 + 5) \times a + 3 \times 5$

$= a^2 + 8 \times a + 3 \times 5$

$= a^2 + 8a + 15$

প্রশ্ন ১০ । $(2x + 5)$ কে $(2x - 7)$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore (2x + 5)(2x - 7) = (2x + 5)\{2x + (-7)\}$

$= (2x)^2 + \{(5) + (-7)\}.2x + 5 \times (-7)$

$= (2x)^2 + (5 - 7)2x - 5 \times 7$

$= 4x^2 - 4x - 35$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ০১ $p - \frac{1}{p} = 8$ হলে—

ক. দেখাও যে, $p^2 - 8p = 1$ । (সহজমান) ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 + \frac{1}{p^2} = 66$ । (মধ্যমান) ৪

গ. $p^4 + \left(\frac{1}{p}\right)^4$ এর মান নির্ণয় কর। (কঠিনমান) ৪

● পাঠ্যবইয়ের ১৯১ পৃষ্ঠার উদাহরণ ৭ নং এর আলোকে ▶ শিখনফল ১

১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, $p - \frac{1}{p} = 8$

বা, $\frac{p^2 - 1}{p} = 8$

বা, $p^2 - 1 = 8p$

$\therefore$ $p^2 - 8p = 1$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $p - \frac{1}{p} = 8$

বামপক্ষ $= p^2 + \frac{1}{p^2}$

$= \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2 \times p \times \frac{1}{p}$ [যেহেতু $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$]

$= (8)^2 + 2 = 64 + 2 = 66 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $p^2 + \frac{1}{p^2} = 66$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $p - \frac{1}{p} = 8$

প্রদত্ত রাশি $= p^4 + \left(\frac{1}{p}\right)^4$

$= (p^2)^2 + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2$

$= \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2 \times p^2 \times \frac{1}{p^2}$ [$\because a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$]

$= \left\{(p)^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2\right\}^2 - 2$

$= \left\{\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2 \times p \times \frac{1}{p}\right\}^2 - 2$ [$\because a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$]

$= \{(8)^2 + 2\}^2 - 2$

$= (64 + 2)^2 - 2$

$= (66)^2 - 2 = 4356 - 2 = 4354$

নির্ণেয় মান 4354 ।

প্রশ্ন ০২ $(5x - 3y)$, $(5x + 3y)$ এবং $(2x + 3y)^2 - 2(2x + 3y)(2x - 5y) + (2x - 5y)^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। (সহজমান) ২

খ. সূত্রের সাহায্যে প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা গুণ কর। (মধ্যমান) ৪

গ. তৃতীয় রাশিকে সরল কর। (কঠিনমান) ৪

● পাঠ্যবইয়ের ৯০ ও ৯১ পৃষ্ঠার উদাহরণ ৫, ৮ ও ৯ নং এর আলোকে ▶ শিখনফল ১

www.abswer.com

www.abswer.com

• ২নং প্রশ্নের সমাধান :

ক প্রথম রাশি $= (5x - 3y)$

$(5x - 3y)$ এর বর্গ $= (5x - 3y)^2$

$= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3y + (3y)^2$

$= 25x^2 - 30xy + 9y^2$.

খ আমরা জানি, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

এখন, প্রথম রাশি × দ্বিতীয় রাশি

$= (5x - 3y) \times (5x + 3y)$

$= (5x)^2 - (3y)^2 = 25x^2 - 9y^2$

নির্ণেয় গুণফল $25x^2 - 9y^2$.

গ তৃতীয় রাশি $= (2x + 3y)^2 - 2(2x + 3y)(2x - 5y) + (2x - 5y)^2$

ধরি, $2x + 3y = a$

এবং $2x - 5y = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^2 - 2ab + b^2$

$= (a - b)^2$

$= \{(2x + 3y) - (2x - 5y)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= \{2x + 3y - 2x + 5y\}^2 = (8y)^2 = 64y^2$.

প্রশ্ন ০৩ $m + \frac{1}{m} = 5$

ক. বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে 99 এর বর্গ নির্ণয় কর। (সহজমান) ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(m^2 - \frac{1}{m^2}\right)^2 = 525$. (মধ্যমান) ৪

গ. দেখাও যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 527$. (কঠিনমান) ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান : ▸ শিখনফল ১

ক 99 এর বর্গ $= (99)^2$

$= (100 - 1)^2$

$= (100)^2 - 2 \times 100 \times 1 + (1)^2$ [∵ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$]

$= 10000 - 200 + 1 = 9800 + 1 = 9801$.

খ দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 5$

বামপক্ষ $= \left(m^2 - \frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 4 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$ [∵ $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$]

$= \left\{(m)^2 + \left(\frac{1}{m}\right)^2\right\}^2 - 4$

$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 4$ [∵ $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$]

$= (5^2 - 2)^2 - 4$

$= (25 - 2)^2 - 4 = (23)^2 - 4 = 529 - 4 = 525 =$ ডানপক্ষ

∴ $\left(m^2 - \frac{1}{m^2}\right)^2 = 525$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 5$

বামপক্ষ $= m^4 + \frac{1}{m^4}$

$= (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$

$= \left\{(m)^2 + \left(\frac{1}{m}\right)^2\right\}^2 - 2$

$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$

$= \{(5)^2 - 2\}^2 - 2$

$= (25 - 2)^2 - 2$

$= (23)^2 - 2 = 529 - 2 = 527 =$ ডানপক্ষ

∴ $m^4 + \frac{1}{m^4} = 527$. (দেখানো হলো)

সুপার সাজেশন্স

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত 100% প্রস্তুতি উপযোগী প্রশ্ন সংবলিত সুপার সাজেশন

প্রিয় শিক্ষার্থী, অর্ধ-বার্ষিক ও বার্ষিক পরীক্ষার জন্য মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি, সংক্ষিপ্ত ও সৃজনশীল প্রশ্নসমূহ নিচে উপস্থাপন করা হলো। ১০০% প্রস্তুতি নিশ্চিত করতে উল্লিখিত প্রশ্নসমূহের সমাধান ভালোভাবে শিখে নাও।

বিষয়/ শিরোনাম		গুরুত্বসূচক চিহ্ন		
		7★ (সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ)	5★ (তুলনামূলক গুরুত্বপূর্ণ)	3★ (কম গুরুত্বপূর্ণ)
বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর	এ অধ্যায়ের প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর ভালোভাবে শিখে নাও।			
সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান	অনুশীলনী ৪.১	১, ৪, ৬, ৮, ১২, ১৫	২, ৩, ৭, ৯, ১১	৫, ১০, ১৩, ১৪
	অনুশীলনী ৪.২	১, ৩, ৭, ১০, ১৫, ১৬	২, ৪, ৫, ৮, ৯	৬, ১১, ১২, ১৭
	অনুশীলনী ৪.৩	২, ৫, ৮, ৯, ১৩, ১৬	১, ৩, ৭, ১০, ১১	৪, ৬, ১২, ১৫, ১৭
	অনুশীলনী ৪.৪	২, ৫, ৬, ১০	১, ৩, ৭	৪, ৮, ৯, ১১
	পরিশিষ্ট	১, ৫, ৯	২, ৪, ৮	৩, ৬, ১০
সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান	অনুশীলনী ৪.১	১, ৩, ৪	২	৫
	অনুশীলনী ৪.২	১, ৪, ৮, ১২, ১৬	২, ৫, ৭, ৯	৩, ৬, ১০, ১৩, ১৮
	অনুশীলনী ৪.৩	১	২	৩
	অনুশীলনী ৪.৪	১, ৪	২, ৫	৩, ৬
	পরিশিষ্ট	১	২	৩

www.abswer.com

www.abswer.com

যাচাই ও মূল্যায়ন

অধ্যায়ের প্রস্তুতি ও দক্ষতা যাচাইয়ের লক্ষ্যে ক্লাস টেস্ট আকারে উপস্থাপিত প্রশ্নব্যাংক

২২ ক্লাস টেস্ট সময় : ৩ ঘণ্টা **গণিত** পূর্ণমান : ১০০

অষ্টম শ্রেণি

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা (প্রতিটি প্রশ্নের মান ১) ১ × ৩০ = ৩০

[সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। সকল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।]

১. $m^2-6m-1=0$ হলে, $m^2+\frac{1}{m^2}$ = কত?
ক 32 খ 34 গ 36 ঘ 38

২. $x^2+\frac{1}{x^2}=10$ হলে, $x+\frac{1}{x}$ এর মান কোনটি?
ক $\sqrt{6}$ খ $2\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{3}$ ঘ $\sqrt{14}$

৩. $a^2-3a-1=0$ হলে, $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান কত?
ক 5 খ 7 গ 11 ঘ 13

৪. $x^2+\frac{1}{x^2}=2$ হলে $x-\frac{1}{x}$ এর মান কত?
ক −2 খ 0 গ 2 ঘ 4

৫. $a+\frac{1}{a}=2$ হলে—
i. $a^2+\frac{1}{a^2}=2$ ii. $a^3+\frac{1}{a^3}=2$ iii. $a^4+\frac{1}{a^4}=5$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$a+\frac{1}{a}=3$

৬. $a-\frac{1}{a}$ = কত?
ক $\sqrt{5}$ খ $\sqrt{7}$ গ 5 ঘ 7

৭. $a^4-\frac{1}{a^4}$ এর মান নিচের কোনটি?
ক $51\sqrt{5}$ খ 51 গ 47 ঘ $21\sqrt{5}$

৮. $4x-3=5$ হলে, $64x^3-27-180x$ = কত?
ক 25 খ 125 গ 140 ঘ 305

৯. $\sqrt{2}$ এর ঘন কত?
ক $2^{\frac{1}{3}}$ খ $2\sqrt{2}$ গ $3\sqrt{2}$ ঘ 8

১০. $p+q=3, pq=2$ হলে p^3+q^3 এর মান কত?
ক 9 খ 18 গ 27 ঘ 45

১১. $p+\frac{1}{p}=2$ হলে—
i. $p-\frac{1}{p}=0$
ii. $p^3+\frac{1}{p^3}=2$
iii. $p^4+\frac{1}{p^4}=4$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১২. $x+y=-z$ হলে, $x^3+y^3+z^3-3xyz$ = কত?
ক 1 খ 0
গ x^2+z^2 ঘ $6xyz+2z^3$

১৩. $a+\frac{1}{a}=2$ হলে $a^4-\frac{1}{a^4}$ এর মান কত হবে?
ক 16 খ 14 গ 2 ঘ 0

১৪. $x=5$ হলে $x^3-12x^2+48x-64$ এর মান কোনটি?
ক 4 খ 3 গ 1 ঘ 0

১৫. $a^2-2ab+2b-1$ এর একটি উৎপাদক—
ক $(a+1)$ খ $(a-1)$ গ $(a-2b)$ ঘ $(a+2b)$

১৬. x^4-2x^2+1 এর একটি উৎপাদক হলো—
ক $2x+1$ খ x^2+1 গ $(x+1)$ ঘ $2x-1$

১৭. x^3+x^2y, x^2y+xy^2 এবং x^3+y^3 এর গ.সা.গু. কত?
ক $x+y$ খ $x(x+y)$ গ $x^2(x+y)$ ঘ $xy(x+y)$

১৮. $a-1, a^2-1, a^3-1$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশির—
i. গ.সা.গু. = $a-1$
ii. ল.সা.গু. = $(a-1)(a^2+a+1)$
iii. যোগফল = a^3+a^2+a-3
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৯. m^3+3m^2+3m+1 রাশিটির একটি উৎপাদক হবে—
ক $m-1$ খ $m+1$ গ $m+2$ ঘ $m-2$

২০. m^2+4m+4 রাশিটিতে m বর্জিত পদ কোনটি?
ক 1 খ 3 গ 2 ঘ 4

২১. $x^2+7x+10$ রাশিটির একটি উৎপাদক?
ক $(x+3)$ খ $(x+4)$ গ $(x+5)$ ঘ $(x+6)$

২২. $x^2+y^2-2xy-1$ এর একটি উৎপাদক—
ক $x-y$ খ $x-y+1$ গ $x+y$ ঘ $x+y-1$

২৩. $p^2+2pq-2q-1$ রাশিটির একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?
ক $p-q$ খ $p-2$ গ $p+q$ ঘ $p+2q+1$

২৪. x^2-2 এবং x^2-4 এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি?
ক 1 খ $x+2$ গ $x-2$ ঘ x^2-2

২৫. x^2-5x, x^2-25 এবং $x^2-7x+10$ এর গ.সা.গু. কোনটি?
ক x খ $x-5$ গ $x-2$ ঘ $x+5$

২৬. a^3-b^3 এবং a^3+b^3 এর গ. সা. গু. কত?
ক 0 খ 1
গ $a-b$ ঘ $a+b$

২৭. x^3-3x^2, x^2-9 রাশি দুইটির গ. সা. গু. কত?
ক $x+3$ খ x^2+9 গ x^2 ঘ $x-3$

২৮. $m+1, m+1$ এর ল. সা. গু. কত?
ক $2(m+1)$ খ $(m-1)^2$
গ $(m+1)^2$ ঘ $m+1$

■ $3x^3yz$, $4xyz^3$, $5xy^3z$
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২৯. নিচের কোনটি রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের গ. সা. গু.?
ক 12 খ 4 গ 2 ঘ 1

৩০. রাশিগুলোর গ. সা. গু. কত?
ক 60 খ 1 গ xyz ঘ $x^3y^3z^3$

www.abswer.com

www.abswer.com

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন (প্রতিটি প্রশ্নের মান ২)

যেকোনো ১০টি প্রশ্নের উত্তর দাও : ২ × ১০ = ২০

১। $4a - 7b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

২। $(4p - 3q)(6p + 5q)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর।

৩। $x + \frac{1}{x} = 5$ হলে $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

৪। $a + b = 9$ এবং $a - b = 5$ হলে, ab এর মান কত?

৫। $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, দেখাও যে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$.

৬। $3m + 2n + 4p$ এর ঘন নির্ণয় কর।

৭। $m - n = 8$ এবং $mn = 15$ হলে, $m^3 - n^3$ এর মান নির্ণয় কর।

৮। $x = -7$ হলে, $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ এর মান নির্ণয় কর।

৯। সূত্রের সাহায্যে $(a^2 + 3)$ ও $(a^4 - 3a^2 + 9)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

১০। $27a^4 + 8ab^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১১। $a^2 + 7a - 120$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১২। $4x^2 + 3x - 10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১৩। $2x^3y^2z^2$, $12x^2yz$ ও $20xy^3z^3$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

১৪। $a^2 - 4$, $a^2 + 4a + 4$ এবং $a^3 - 8$ এর ল.সা.গু. কত?

১৫। $a^2 - b^2$ এবং $a^4 + a^2b^2 + b^4$ এর ল.সা.গু. কত?

সৃজনশীল প্রশ্ন (প্রতিটি প্রশ্নের মান ১০)

যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দাও : ১০ × ৫ = ৫০

১। $Q = 3a^2 - 7a - 6$ এবং $R = p + \frac{1}{p}$ বীজগাণিতিক রাশি।

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 2y^3$. ২

খ. $R = a + 2$ হলে, $p^4 + \frac{1}{p^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. Q কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। ৪

২। $x^2 - 4x - 1 = 0$

ক. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^4 = 322 - \frac{1}{x^4}$. ৪

৩। $a - \frac{1}{a} = 7$ এবং $x^2 - y^2 - z^2 = p$.

ক. $3x - 2xy^2$ এবং $9x^2 + 6x^2y^2 + 4x^2y^4$ এর গুণফল সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ২

খ. $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p = 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^6 - y^6 - z^6 = 3x^2y^2z^2$. ৪

৪। $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$.

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 4$ ৪

গ. $x^6 - \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫। $y^2 - 7y - 1$, $15a^2 + 4a - 3$, $9a^3 - a$ এবং $27a^3 - 1$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. $(b^2 + c^3)$ এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম রাশি = 0 হলে, $\frac{y^8 + 1}{y^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য়, ৩য় এবং ৪র্থ রাশির ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

৬। $a^4b - ab^4$, $a^3 + b^3$, $ab(a^4 + a^2b^2 + b^4)$, $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$.

ক. ৩য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. ৪র্থ রাশি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ১ম তিনটি রাশির ল.সা.গু. ১ম ও ২য় রাশির গুণফলের সমান। ৪

৭। $6x^2 - x - 1$, $3x^2 + 7x + 2$, $2x^2 + 3x - 2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির ঘন নির্ণয় কর। ২

খ. রাশি তিনটির গ.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. ৩য় রাশির মান শূন্য হলে, $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। $x^2 - 9$, $x^2 + 7x + 12$ এবং $x^2 - 4x + 3$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. ২য় রাশিকে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু নির্ণয় কর। ৪

উত্তরমালা ▶ বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১	ঘ	২	গ	৩	গ	৪	খ	৫	ক	৬	ক	৭	ঘ	৮	খ	৯	খ	১০	ক	১১	ক	১২	খ	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	ঘ
১৬	গ	১৭	ক	১৮	খ	১৯	খ	২০	ঘ	২১	গ	২২	খ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	খ	২৭	ঘ	২৮	ঘ	২৯	ঘ	৩০	গ

সমাধান সংকেত ▶ সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন

১ ▶ ১১৫ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
২ ▶ ১১৫ পৃষ্ঠার ৬ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৩ ▶ ১১৫ পৃষ্ঠার ১১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৪ ▶ ১১৬ পৃষ্ঠার ১৯ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৫ ▶ ১১৬ পৃষ্ঠার ২০ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৬ ▶ ১২৬ পৃষ্ঠার ২ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৭ ▶ ১২৬ পৃষ্ঠার ৫ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৮ ▶ ১২৬ পৃষ্ঠার ১১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৯ ▶ ১২৭ পৃষ্ঠার ১৬ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১০ ▶ ১৪১ পৃষ্ঠার ৩ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১১ ▶ ১৪১ পৃষ্ঠার ১০ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১২ ▶ ১৪১ পৃষ্ঠার ১৫ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১৩ ▶ ১৫০ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১৪ ▶ ১৫০ পৃষ্ঠার ৯ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১৫ ▶ ১৫০ পৃষ্ঠার ১২ নং প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান সংকেত ▶ সৃজনশীল প্রশ্ন

১ ▶ ১১৭ পৃষ্ঠার ২ নং প্রশ্ন ও সমাধান
২ ▶ ১১৮ পৃষ্ঠার ৫ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৩ ▶ ১২৭ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৪ ▶ ১৩১ পৃষ্ঠার ৯ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৫ ▶ ১৪২ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৬ ▶ ১৪২ পৃষ্ঠার ৩ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৭ ▶ ১৫২ পৃষ্ঠার ৪ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৮ ▶ ১৫৩ পৃষ্ঠার ৬ নং প্রশ্ন ও সমাধান

www.abswer.com