

অধ্যায় ০৫

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

৫.২ আলোচ্য বিষয়াবলি

- বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ • ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ • ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণ • ভগ্নাংশের যোগ • ভগ্নাংশের বিয়োগ • ভগ্নাংশের গুণ • ভগ্নাংশের ভাগ

শিখনফল : অধ্যায়টি অনুশীলন করে আমি যা জানতে পারব—

□ শিখনফল-১ : বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে পারবে এবং এতদসংক্রান্ত সরল ও সমস্যার সমাধান করতে পারবে।



অনুশীলন

সেরা প্রভুতির জন্য 100% সঠিক করম্যাট
অনুসরণে গাণিতিক সমস্যার সমাধান

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাবলিকে অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি, সৃষ্টিগত, সৃজনশীল ও অনুশীলনমূলক কাজ অংশে বিভক্ত করে শিখনফলের ধারায় উপস্থাপন করা হয়েছে। পরীক্ষায় সেরা প্রভুতি নিশ্চিত করতে সমাধানসমূহ ভালোভাবে প্র্যাকটিস কর।

অনুশীলনী ৫.১ : ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ, সাধারণ হরবিশিষ্টকরণ, যোগ ও বিয়োগ

এক নজরে ৫.১ অনুশীলনীর গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ : যদি m ও n দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হয়, তবে $\frac{m}{n}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ, যেখানে $n \neq 0$ । এখানে $\frac{m}{n}$ ভগ্নাংশটির m কে লব ও n কে হর বলা হয়।
- ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ : কোনো বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লব ও হরের সাধারণ গুণনীয়ক থাকলে, ভগ্নাংশটির লব ও হরের গ. সা. গু. দিয়ে লব ও হরকে ভাগ করলে, লব ও হরের ভাগফল দ্বারা গঠিত নতুন ভগ্নাংশটি হচ্ছে ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠকরণ।

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান

পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি □ ● □ ● □ ● □ ● □ ● □ ●

গাণিতিক সমস্যার সমাধান

১। লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{4x^2y^3z^3}{9x^3y^2z^3}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{4x^2y^3z^3}{9x^3y^2z^3}$

এখানে, 4 ও 9 এর গ. সা. গু. হলো 1।

x^2 ও x^3 " " " x^2

y^3 ও y^2 " " " y^2

z^3 ও z^3 " " " z^3

∴ $4x^2y^3z^3$ ও $9x^3y^2z^3$ এর গ. সা. গু. হলো $x^2y^2z^3$

$\frac{4x^2y^3z^3}{9x^3y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়, $\frac{4yz^2}{9x}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{4yz^2}{9x}$ </

(গ) $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y + xy^2}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y + xy^2}$

এখানে, লব $= x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2)$

হর $= x^2y + xy^2 = xy^2(x + y)$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $= xy$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{x^2 + y^2}{xy(x + y)}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x^2 + y^2}{xy(x + y)}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3 - b^3}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $= \frac{(a-b)(a+b)}{a^3 - b^3} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$

(ঙ) $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $= \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25} = \frac{x^2 - x - 5x + 5}{x^2 - 25}$

$= \frac{x(x-1) - 5(x-1)}{(x+5)(x-5)} = \frac{(x-1)(x-5)}{(x+5)(x-5)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{x-1}{x+5}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-1}{x+5}$

(চ) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $= \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20} = \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 4x - 5x + 20}$

$= \frac{x(x-3) - 4(x-3)}{x(x-4) - 5(x-4)} = \frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{x-3}{x-5}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-3}{x-5}$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{x+y}{(x-y)^2} &= \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)^2(x^2+y^2)} = \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)^2(x^2+y^2)} \\ \frac{x-y}{x^2+y^2} &= \frac{(x-y)(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x-y)^2} = \frac{(x-y)^3}{(x^2+y^2)(x-y)^2} \\ \frac{y-z}{x^2+y^2} &= \frac{(y-z)(x-y)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)(x^2+y^2)} \\ &= \frac{(x-y)(y-z)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)(x^2+y^2)} \\ &= \frac{(x-y)(y-z)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)(x^2+y^2)} \\ &= \frac{(x-y)(y-z)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)(x^2+y^2)} \end{aligned}$$

∴ সাধারণ চরিত্রিকতা সমান

$$\frac{(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)^2(x^2+y^2)} = \frac{(x-y)^3}{(x^2+y^2)(x-y)^2} = \frac{(x-y)(y-z)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)(x^2+y^2)}$$

$$(6) \frac{a}{a^2+b^2} + \frac{b}{(a^2+ab+b^2)} + \frac{c}{a^2-b^2}$$

সমাধান : এখন, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a}{a^2+b^2} + \frac{b}{(a^2+ab+b^2)} + \frac{c}{a^2-b^2}$

এই ভগ্নাংশের হর $= a^2 + b^2 + (a+b)(a^2-ab+b^2)$

এই ভগ্নাংশের হর $= a^2 + ab + b^2$

এই ভগ্নাংশের হর $= a^2 - b^2 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

ভগ্নাংশগুলোর হরগুলো ম. স. গ. $= (a^2+b^2)(a^2-b^2)$

$$\text{এখন, } \frac{a}{a^2+b^2} = \frac{a(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} = \frac{a(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}$$

$$\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{b(a-b)(a^2+b^2)}{(a-b)(a^2+b^2)(a^2+b^2)} = \frac{b(a-b)(a^2+b^2)}{(a-b)(a^2+b^2)(a^2+b^2)}$$

$$\frac{c}{a^2-b^2} = \frac{c(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} = \frac{c(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}$$

∴ সাধারণ চরিত্রিকতা সমান

$$\frac{a(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} + \frac{b(a-b)(a^2+b^2)}{(a-b)(a^2+b^2)(a^2+b^2)} + \frac{c(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}$$

$$(7) \frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x^2-9x+20}$$

সমাধান : এখন, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x^2-9x+20}$$

$$(৬) \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$$

সমাধান : এখানে, ১ম ভগ্নাংশ = $\frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x^2-2x-x+2}$
 $= \frac{1}{x(x-2)-1(x-2)}$
 $= \frac{1}{(x-2)(x-1)}$

২য় ভগ্নাংশ = $\frac{1}{x^2-4x+3} = \frac{1}{x^2-3x-x+3}$
 $= \frac{1}{x(x-3)-1(x-3)} = \frac{1}{(x-3)(x-1)}$

এবং ৩য় ভগ্নাংশ = $\frac{1}{x^2-5x+4} = \frac{1}{x^2-4x-x+4}$
 $= \frac{1}{x(x-4)-1(x-4)} = \frac{1}{(x-4)(x-1)}$

হরগুলোর ল. সা. গু. = $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

সুতরাং $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$ এর যোগফল

$$= \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{(x-1)(x-4)}$$

$$= \frac{1 \cdot (x-3)(x-4) + 1 \cdot (x-2)(x-4) + 1 \cdot (x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$= \frac{x^2-7x+12+x^2-6x+8+x^2-5x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$= \frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

$$(৭) \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি

$$= \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

$$= \frac{1}{(a+b)(a-b)} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

$$= \frac{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) + (a+b)(a-b)(a^2-ab+b^2) + (a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{a^4-a^2b^2+b^4+a^4+ab^3-a^3b-b^4+a^4-ab^3+a^3b-b^4}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$$

$$= \frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$

$$(৮) \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$
 $= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \frac{1(x+2) + 1(x-$

(গ) $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$
 সমাধান : এখানে, হর $x-y$ ও x^3+y^3 এর ল. সা. গু. $(x-y)(x^2+xy+y^2)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3} = \frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$
 $= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2) - (x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$
 $= \frac{x^3+y^3 - (x^3-x^2y+xy^2-x^2y+xy^2-y^3)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$
 $= \frac{x^3+y^3 - (x^3-2x^2y+2xy^2-y^3)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$
 $= \frac{x^3+y^3 - x^3 + 2x^2y - 2xy^2 + y^3}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$
 $= \frac{2x^2y - 2xy^2 + 2y^3}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{2y(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{2y}{x^2-y^2}$
 নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2y}{x^2-y^2}$

৫। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$
 সমাধান : এখানে, হর xy, yz ও zx এর ল. সা. গু. xyz
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$
 $= \frac{z(x-y) + x(y-z) + y(z-x)}{xyz}$
 $= \frac{zx - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz} = \frac{0}{xyz} = 0$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$
 সমাধান : এখানে, হর $(x+y)(y+z), (y+z)(z+x)$ এবং $(z+x)(x+y)$ এর ল. সা. গু. $(x+y)(y+z)(z+x)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$
 $= \frac{(x-y)(z+x) + (y-z)(x+y) + (z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$
 $= \frac{xz + x^2 - yz - xy + yx + y^2 - yz + yz - xy + z^2 - xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$
 $= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx}{(x+y)(y+z)(z+x)}$

(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)}$
 সমাধান : এখানে, হর $(x-y)(y-z), (z-x)(x-y)$ এবং $(y-z)(z-x)$ এর ল. সা. গু. $(x-y)(y-z)(z-x)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{y(z-x) + x(y-z) + z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{yz - xy + xy - zx + zx - yz}{(x-y)(y-z)(z-x)} = \frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 0$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} - \frac{2x}{x^2-9y^2}$ [সকল বোর্ড ২০১৩]
 সমাধান : এখানে, হর $x+3y, x-3y$ ও x^2-9y^2 এর ল. সা. গু. x^2-9y^2
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} - \frac{2x}{x^2-9y^2}$
 $= \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} - \frac{2x}{(x+3y)(x-3y)}$
 $= \frac{x-3y + x+3y - 2x}{(x+3y)(x-3y)} = \frac{0}{x^2-9y^2} = 0$

(গ) $\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$
 সম

৯. $\frac{x^2-x-6}{x^2-5x+6}$ এর লঘিষ্ঠরূপ কোনটি? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x-3}{x-2}$ খ) $\frac{x-2}{x-3}$ গ) $\frac{x+2}{x-2}$ ঘ) $\frac{x-2}{x+2}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-x-6}{x^2-5x+6} = \frac{x^2-3x+2x-6}{x^2-3x-2x+6}$
 $= \frac{x(x-3)+2(x-3)}{x(x-3)-2(x-3)} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x-2)} = \frac{x+2}{x-2}$

১০. $\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x-4}{x-3}$ খ) $\frac{x+4}{x-3}$ গ) $\frac{x-4}{x+3}$ ঘ) $\frac{x+4}{x+3}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-4x-3x+12}{x^2-3x-3x+9}$
 $= \frac{x(x-4)-3(x-3)}{x(x-3)-3(x-3)} = \frac{(x-4)(x-3)}{(x-3)(x-3)} = \frac{x-4}{x-3}$

১১. $\frac{x^3+3x^2}{x^2-9}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি? (সহজমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x^2}{x-3}$ খ) $\frac{x^2}{x+3}$ গ) $\frac{x}{x-3}$ ঘ) $\frac{x+3}{x-3}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^3+3x^2}{x^2-9} = \frac{x^2(x+3)}{x^2-3^2} = \frac{x^2(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x^2}{x-3}$

১২. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$ এর লঘিষ্ঠরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x-3}{x+3}$ খ) $\frac{(x-3)^2}{x^2-9}$
 গ) $\frac{x+3}{x-3}$ ঘ) $\frac{(x+3)^2}{x^2-9}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = \frac{x^2-3x-3x+9}{x^2-3^2}$
 $= \frac{x(x-3)-3(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{(x-3)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x-3}{x+3}$

১৩. $\frac{x^2-1}{x+1}$ এর লঘিষ্ঠরূপ নিচের কোনটি? (সহজমান) [সি. বো. '১৭]

- ক) x খ) $x+1$ গ) $x-1$ ঘ) x^2+1

১৪. $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$ এর লঘিষ্ঠরূপ কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৬]

- ক) $\frac{x+2}{x-2}$ খ) $\frac{x-2}{x+2}$
 গ) $\frac{x^2+4x+4}{x-2}$ ঘ) $\frac{x^2+4x+4}{x+2}$

১৫. $\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}$ এর লঘিষ্ঠ

