

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

৫.২ আলোচ্য বিষয়াবলি

- বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ • ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ • ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণ • ভগ্নাংশের যোগ • ভগ্নাংশের বিয়োগ • ভগ্নাংশের গুণ
- ভগ্নাংশের ভাগ

অধ্যায়ের শিখনফল : অধ্যায়টি অনুশীলন করে আমি যা জানতে পারব—

শিখনফল-১ : বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে পারবে এবং এতদসংক্রান্ত সরল ও সমস্যার সমাধান করতে পারবে।



অনুশীলন

সেরা প্রভুতির জন্য 100% সঠিক করম্যাট
অনুসরণে গাণিতিক সমস্যার সমাধান

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাবলিকে অনুশীলনী, বহুনির্বাচনী, সৃষ্টি, সৃজনশীল ও অনুশীলনমূলক কাজ অংশে বিভক্ত করে শিখনফলের ধারায় উপস্থাপন করা হয়েছে। পরীক্ষায় সেরা প্রভুতি নিশ্চিত করতে সমাধানসমূহ ভালোভাবে প্র্যাকটিস কর।

অনুশীলনী ৫.১ : ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ, সাধারণ হরবিশিষ্টকরণ, যোগ ও বিয়োগ

এক নজরে ৫.১ অনুশীলনীর গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ : যদি m ও n দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হয়, তবে $\frac{m}{n}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ, যেখানে $n \neq 0$ । এখানে $\frac{m}{n}$ ভগ্নাংশটির m কে লব ও n কে হর বলা হয়।
- ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ : কোনো বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লব ও হরের সাধারণ গুণনীয়ক থাকলে, ভগ্নাংশটির লব ও হরের গ. সা. গু. দিয়ে লব ও হরকে ভাগ করলে, লব ও হরের ভাগফল দ্বারা গঠিত নতুন ভগ্নাংশটি হচ্ছে ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠকরণ।

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান

পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি

গাণিতিক সমস্যার সমাধান

১। লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{4x^2y^3z^4}{9x^3y^2z^3}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{4x^2y^3z^4}{9x^3y^2z^3}$

এখানে, 4 ও 9 এর গ. সা. গু. হলো 1।

$$x^2 \text{ ও } x^3 \text{ " " " } x^2$$

$$y^3 \text{ ও } y^2 \text{ " " " } y^2$$

$$z^4 \text{ ও } z^3 \text{ " " " } z^1$$

$\therefore 4x^2y^3z^4$ ও $9x^3y^2z^3$ এর গ. সা. গু. হলো $x^2y^2z^3$

$\frac{4x^2y^3z^4}{9x^3y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়, $\frac{4yz^2}{9x}$

\therefore ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{4yz^2}{9x}$ ।

(খ) $\frac{16(2x)^4 \cdot (3y)^3}{(3x)^3 \cdot (2y)^6}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{16(2x)^4 \cdot (3y)^3}{(3x)^3 \cdot (2y)^6}$

$$= \frac{2^4 \times 2^4 \times 3^3 \times x^4 \times y^3}{3^3 \times x^3 \times 2^6 \times y^6} = \frac{2^8 \times 3^3 \times x^4 \times y^3}{2^6 \times 3^3 \times x^3 \times y^6}$$

এখানে, 2^8 ও 2^6 এর গ. সা. গু. হলো 2^6

$$3^3 \text{ ও } 3^3 \text{ " " " } 3^3$$

$$x^4 \text{ ও } x^3 \text{ " " " } x^1$$

$$y^3 \text{ ও } y^6 \text{ " " " } y^3$$

$\therefore 16(2x)^4(3y)^3$ ও $(3x)^3(2y)^6$ এর গ. সা. গু. = $2^6 \cdot 3^3 \cdot x^3 \cdot y^3$

এখন, প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $2^6 \cdot 3^3 \cdot x^3 \cdot y^3$ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot x}{y} = \frac{4 \times 9x}{y} = \frac{36x}{y}$$

\therefore ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{36x}{y}$ ।

(গ) $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y + xy^2}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y + xy^2}$

এখানে, লব = $x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2)$

হর = $x^2y + xy^2 = x^2y^2(x + y)$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = xy

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{x^2 + y^2}{xy(x + y)}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x^2 + y^2}{xy(x + y)}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3 - b^3}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3 - b^3} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$

(ঙ) $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25} = \frac{x^2 - x - 5x + 5}{x^2 - 5^2}$

= $\frac{x(x-1) - 5(x-1)}{(x+5)(x-5)} = \frac{(x-1)(x-5)}{(x+5)(x-5)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর ও লবকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{x-1}{x+5}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-1}{x+5}$

(চ) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20} = \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 4x - 5x + 20}$

= $\frac{x(x-3) - 4(x-3)}{x(x-4) - 5(x-4)} = \frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর ও লবকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{x-3}{x-5}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-3}{x-5}$

(ছ) $\frac{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)}$

= $\frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)}{(x+y)(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-y)(x^2 - xy + y^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর ও লবকে $(x-y)(x^2 - xy + y^2)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{x^2 + xy + y^2}{(x+y)^2}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x^2 + xy + y^2}{(x+y)^2}$

(জ) $\frac{a^2 - b^2 - 2bc - c^2}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{a^2 - b^2 - 2bc - c^2}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}$

= $\frac{a^2 - (b^2 + 2bc + c^2)}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2} = \frac{(a)^2 - (b+c)^2}{(a+b)^2 - (c)^2} = \frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(a+b+c)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a+b+c)$ দ্বারা ভাগ করে পাই $\frac{a-b-c}{a+b-c}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a-b-c}{a+b-c}$

২। সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{x^2}{xy} \cdot \frac{y^2}{yz} \cdot \frac{z^2}{zx}$

সমাধান : এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2}{xy} \cdot \frac{y^2}{yz} \cdot \frac{z^2}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল. সা. গু. = xyz

$xyz + xy = z \quad \therefore \frac{x^2}{xy} = \frac{x^2 \times z}{xy \times z} = \frac{x^2 z}{xyz}$

$xyz + yz = x \quad \therefore \frac{y^2}{yz} = \frac{y^2 \times x}{yz \times x} = \frac{xy^2}{xyz}$

$xyz + zx = y \quad \therefore \frac{z^2}{zx} = \frac{z^2 \times y}{zx \times y} = \frac{yz^2}{xyz}$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2 z}{xyz} \cdot \frac{xy^2}{xyz} \cdot \frac{yz^2}{xyz}$

(খ) $\frac{x-y}{xy} \cdot \frac{y-z}{yz} \cdot \frac{z-x}{zx}$

সমাধান : $\frac{x-y}{xy} \cdot \frac{y-z}{yz} \cdot \frac{z-x}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. = xyz

এখন, $\frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y)z}{xyz} = \frac{z(x-y)}{xyz}$

$\frac{y-z}{yz} = \frac{(y-z)x}{yzx} = \frac{x(y-z)}{xyz}$

$\frac{z-x}{zx} = \frac{(z-x)y}{zxy} = \frac{y(z-x)}{xyz}$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{z(x-y)}{xyz} \cdot \frac{x(y-z)}{xyz} \cdot \frac{y(z-x)}{xyz}$

(গ) $\frac{x}{x-y} \cdot \frac{y}{x+y} \cdot \frac{z}{x(x+y)}$

সমাধান : এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x-y} \cdot \frac{y}{x+y} \cdot \frac{z}{x(x+y)}$

ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল. সা. গু. = $x(x+y)(x-y)$

∴ $\frac{x}{x-y} = \frac{x \cdot x(x+y)}{(x-y)x(x+y)} = \frac{x \cdot x(x+y)}{x(x+y)(x-y)} = \frac{x^2(x+y)}{x(x^2 - y^2)}$

$\frac{y}{x+y} = \frac{y \cdot x(x-y)}{(x+y)x(x-y)} = \frac{xy(x-y)}{x(x+y)(x-y)} = \frac{xy(x-y)}{x(x^2 - y^2)}$

$\frac{z}{x(x+y)} = \frac{z(x-y)}{x(x+y)(x-y)} = \frac{z(x-y)}{x(x+y)(x-y)} = \frac{z(x-y)}{x(x^2 - y^2)}$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2(x+y)}{x(x^2 - y^2)} \cdot \frac{xy(x-y)}{x(x^2 - y^2)} \cdot \frac{z(x-y)}{x(x^2 - y^2)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2} \cdot \frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot \frac{y-z}{x^2-y^2}$

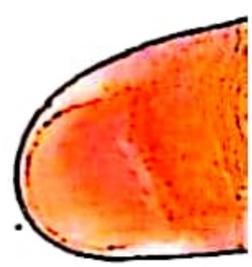
সমাধান : এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x+y}{(x-y)^2} \cdot \frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot \frac{y-z}{x^2-y^2}$

১ম ভগ্নাংশের হর = $(x-y)^2 = (x-y)(x-y)$

২য় ভগ্নাংশের হর = $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

এবং ৩য় ভগ্নাংশের হর = $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল. সা. গু. = $(x-y)^2(x^3 + y^3)$



$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{x+y}{(x-y)^2} &= \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)^2(x^2+y^2)} = \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)^2(x^2+y^2)} \\ \frac{x-y}{x^2+y^2} &= \frac{(x-y)(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x-y)^2} = \frac{(x-y)^3}{(x^2+y^2)(x-y)^2} \\ \frac{y-z}{x^2-y^2} &= \frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x-y)(x^2-xy+y^2)} \\ &= \frac{(x-y)(y-z)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x-y)(x-y)(x^2-xy+y^2)} \\ &= \frac{(y-z)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)} \end{aligned}$$

∴ সাধারণ চরিত্রিত্ব সমাধান

$$\frac{(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)^2(x^2+y^2)} - \frac{(x-y)^3}{(x^2+y^2)(x-y)^2} + \frac{(y-z)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)}$$

(৬) $\frac{a}{a^2+b^2} + \frac{b}{(a^2+ab+b^2)} + \frac{c}{a^2-b^2}$

সমাধান : এখন, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a}{a^2+b^2} + \frac{b}{a^2+ab+b^2} + \frac{c}{a^2-b^2}$
 ১ম ভগ্নাংশের চর = $a^2 + b^2 = (a+b)(a-b+ab+b^2)$
 ২য় ভগ্নাংশের চর = $a^2 + ab + b^2$
 ৩য় ভগ্নাংশের চর = $a^2 - b^2 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
 ভগ্নাংশগুলোর চরগুলোর ল.সা.গু. = $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$
 এখন, $\frac{a}{a^2+b^2} = \frac{a(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}$
 $\frac{b}{a^2+ab+b^2} = \frac{b(a-b)(a^2+b^2)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)}$
 $\frac{c}{a^2-b^2} = \frac{c(a^2+b^2)}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}$

∴ সাধারণ চরিত্রিত্ব সমাধানগুলো
 $\frac{a(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} + \frac{b(a-b)(a^2+b^2)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)} + \frac{c(a^2+b^2)}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}$

(৭) $\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x^2-9x+20}$

সমাধান : এখন, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো
 $\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x^2-9x+20}$
 ১ম ভগ্নাংশের চর = $x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$
 ২য় ভগ্নাংশের চর = $x^2-7x+12 = (x-3)(x-4)$
 ৩য় ভগ্নাংশের চর = $x^2-9x+20 = (x-4)(x-5)$
 চরগুলোর ল.সা.গু. = $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$
 এখন, $\frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1 \cdot (x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$
 $\frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{1 \cdot (x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$
 $\frac{1}{(x-4)(x-5)} = \frac{1 \cdot (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$
 ∴ সাধারণ চরিত্রিত্ব সমাধানগুলো
 $\frac{1 \cdot (x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} + \frac{1 \cdot (x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} + \frac{1 \cdot (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$

(৮) $\frac{a-h}{a^2b^2} + \frac{h-c}{b^2c^2} + \frac{c-a}{c^2a^2}$

সমাধান : এখন, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-h}{a^2b^2} + \frac{h-c}{b^2c^2} + \frac{c-a}{c^2a^2}$
 ভগ্নাংশগুলোর চরগুলোর ল.সা.গু. = $a^2b^2c^2$
 এখন, $\frac{a-h}{a^2b^2} = \frac{c^2(a-h)}{c^2a^2b^2} = \frac{c^2(a-h)}{a^2b^2c^2}$
 $\frac{h-c}{b^2c^2} = \frac{a^2(h-c)}{a^2b^2c^2} = \frac{a^2(h-c)}{a^2b^2c^2}$
 $\frac{c-a}{c^2a^2} = \frac{b^2(c-a)}{b^2c^2a^2} = \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$
 ∴ সাধারণ চরিত্রিত্ব সমাধান $\frac{c^2(a-h)}{a^2b^2c^2} + \frac{a^2(h-c)}{a^2b^2c^2} + \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$

(৯) $\frac{x-y}{x+y} + \frac{y-z}{y+z} + \frac{z-x}{z+x}$

সমাধান : এখন, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{x+y} + \frac{y-z}{y+z} + \frac{z-x}{z+x}$
 ভগ্নাংশগুলোর চরগুলোর ল.সা.গু. = $(x+y)(y+z)(z+x)$
 $\frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$
 $\frac{y-z}{y+z} = \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(y+z)(x+y)(z+x)}$
 $\frac{z-x}{z+x} = \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(z+x)(x+y)(y+z)}$
 ∴ সাধারণ চরিত্রিত্ব সমাধানগুলো হলো
 $\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} + \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(y+z)(x+y)(z+x)} + \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(z+x)(x+y)(y+z)}$

০। যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$
 $\frac{b(a-b) + a(a+b)}{ab} = \frac{ab-b^2+a^2+ab}{ab} = \frac{a^2+2ab-b^2}{ab}$
 নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2+2ab-b^2}{ab}$

(খ) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} = \frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$
 নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$

(গ) $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$
 $\frac{yz(x-y) + xz(y-z) + xy(z-x)}{xyz} = \frac{xyz - y^2z + xyz - xz^2 + xyz - x^2y}{xyz} = \frac{3xyz - x^2y - y^2z - z^2x}{xyz}$
 নির্ণেয় যোগফল $\frac{3xyz - x^2y - y^2z - z^2x}{xyz}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)}{(x-y)(x+y)}$
 $\frac{x^2+2xy+y^2 + x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{2x^2+2y^2}{x^2-y^2} = \frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2}$
 নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2}$



$$(গ) \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$$

$$\text{সমাধান: এখানে, ১য় ভাংশ} = \frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x^2-2x-x+2}$$

$$= \frac{1}{x(x-2)-1(x-2)}$$

$$= \frac{1}{(x-2)(x-1)}$$

$$\text{২য় ভাংশ} = \frac{1}{x^2-4x+3} = \frac{1}{x^2-3x-x+3}$$

$$= \frac{1}{x(x-3)-1(x-3)} = \frac{1}{(x-3)(x-1)}$$

$$\text{এবং ৩য় ভাংশ} = \frac{1}{x^2-5x+4} = \frac{1}{x^2-4x-x+4}$$

$$= \frac{1}{x(x-4)-1(x-4)} = \frac{1}{(x-4)(x-1)}$$

$$\text{হরগুলোর ল. সা. গু.} = \frac{(x-1)(x-1)(x-3)(x-4)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4} \text{ এর যোগফল}$$

$$= \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{(x-1)(x-4)}$$

$$= \frac{1 \cdot (x-3)(x-4) + 1 \cdot (x-2)(x-4) + 1 \cdot (x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$= \frac{x^2-7x+12+x^2-6x+8+x^2-5x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$= \frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$\text{নির্ণেয় যোগফল } \frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$(ঘ) \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$$= \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

$$= \frac{1}{(a+b)(a-b)} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

$$= \frac{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) + (a+b)(a-b)(a^2-ab+b^2) + (a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{a^4-ab^4+a^2b^2+ab^2+a^2b^2-ab^2+b^4+(a-b)(a^3+b^3) + (a+b)(a^3-b^3)}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}$$

$$= \frac{a^4+a^2b^2+b^4+a^4+ab^3-a^1b-b^4+a^4-ab^3+a^3b-b^4}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}$$

$$= \frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}$$

$$\text{নির্ণেয় যোগফল } \frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}$$

$$(ঙ) \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$$

$$\text{সমাধান: প্রদত্ত রাশি} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \frac{1(x+2) + 1(x-2) + 4}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x+2+x-2+4}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x+4}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{x-2}$$

$$\text{নির্ণেয় যোগফল } \frac{2}{x-2}$$

$$(অ) \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$$

$$\text{সমাধান: প্রদত্ত রাশি} = \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$$

$$= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2+1)(x^2-1)} + \frac{4}{(x^4+1)(x^4-1)}$$

$$= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2+1)(x^2-1)} + \frac{4}{(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)}$$

$$= \frac{(x^4+1)(x^2+1) + 1(x^4+1) + 4}{(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)} = \frac{x^6+x^4+x^2+1+x^4+1+4}{(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)}$$

$$= \frac{x^6+2x^4+x^2+6}{(x^4+1)(x^2-1)} = \frac{x^6+2x^4+x^2+6}{(x^4+1)(x^2-1)^2} = \frac{x^6+2x^4+x^2+6}{x^8-1}$$

$$\text{নির্ণেয় যোগফল } \frac{x^6+2x^4+x^2+6}{x^8-1}$$

৪। বিয়োগফল নির্ণয় কর:

$$(ক) \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$$

সমাধান: এখানে, হর $x-3$ ও $x^2-9=(x-3)(x+3)$ এর

$$\text{ল. সা. গু. } (x-3)(x+3)$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9} = \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{a(x+3) - a^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{ax+3a-a^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{ax+3a-a^2}{x^2-9}$$

$$\text{নির্ণেয় বিয়োগফল } \frac{ax+3a-a^2}{x^2-9}$$

$$(খ) \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$$

সমাধান: এখানে, হর $y(x-y)$ ও $x(x+y)$ এর ল. সা. গু. $=xy(x^2-y^2)$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$$

$$= \frac{x(x+y) - y(x-y)}{xy(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+xy-xy+y^2}{xy(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{xy(x^2-y^2)}$$

$$\text{নির্ণেয় বিয়োগফল } \frac{x^2+y^2}{xy(x^2-y^2)}$$

$$(গ) \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$$

সমাধান: এখানে, হর $1+x+x^2$ ও $1-x+x^2$ এর ল. সা. গু. $1+x^2+x^4$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$$

$$= \frac{(x+1)(1-x+x^2) - (x-1)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$$

$$= \frac{(x^3+1) - (x^3-1)}{(1+x^2+x^4) - (x^2-x^4)} = \frac{x^3+1-x^3+1}{1+2x^2+x^4-x^2+x^4} = \frac{2}{1+x^2+x^4} = \frac{2}{x^4+x^2+1}$$

$$\text{নির্ণেয় বিয়োগফল } \frac{2}{x^4+x^2+1}$$

$$(ঘ) \frac{n^2+16b^2}{n^2-16b^2} - \frac{n-4b}{n+4b}$$

সমাধান: এখানে, n^2-16b^2 ও $n+4b$ এর ল. সা. গু. n^2-16b^2

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{n^2+16b^2}{n^2-16b^2} - \frac{n-4b}{n+4b} = \frac{n^2+16b^2}{n^2-(4b)^2} - \frac{n-4b}{n+4b}$$

$$= \frac{n^2+16b^2}{(n+4b)(n-4b)} - \frac{n-4b}{n+4b} = \frac{n^2+16b^2 - (n-4b)(n-4b)}{(n+4b)(n-4b)}$$

$$= \frac{n^2+16b^2 - (n^2-8ab+16b^2)}{n^2-16b^2} = \frac{n^2+16b^2-n^2+8ab-16b^2}{n^2-16b^2} = \frac{8ab}{n^2-16b^2}$$

$$\text{নির্ণেয় বিয়োগফল } \frac{8ab}{n^2-16b^2}$$

গণিত

(৬) $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$
 সমাধান : এখানে, হর $x-y$ ও x^3+y^3 এর ল. সা. গু. $(x-y)(x^3+y^3)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3} = \frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{(x-y)(x^3+y^3)}$
 $= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2) - (x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x^3+y^3)}$
 $= \frac{x^3+y^3 - (x^3-x^2y+xy^2-x^2y+xy^2-y^3)}{(x-y)(x^3+y^3)}$
 $= \frac{x^3+y^3 - (x^3-2x^2y+2xy^2-y^3)}{(x-y)(x^3+y^3)}$
 $= \frac{x^3+y^3 - x^3 + 2x^2y - 2xy^2 + y^3}{(x-y)(x^3+y^3)}$
 $= \frac{2x^2y - 2xy^2 + 2y^3}{(x-y)(x^3+y^3)} = \frac{2y(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)} = \frac{2y}{x^2-y^2}$
 নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2y}{x^2-y^2}$

৫। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$
 সমাধান : এখানে, হর xy, yz ও zx এর ল. সা. গু. xyz
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$
 $= \frac{z(x-y) + x(y-z) + y(z-x)}{xyz}$
 $= \frac{zx - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz} = \frac{0}{xyz} = 0$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$
 সমাধান : এখানে, হর $(x+y)(y+z), (y+z)(z+x)$ এবং $(z+x)(x+y)$ এর ল. সা. গু. $(x+y)(y+z)(z+x)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$
 $= \frac{(x-y)(z+x) + (y-z)(x+y) + (z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$
 $= \frac{xz + x^2 - yz - xy + yz + y^2 - yz + yz - xy + z^2 - xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$
 $= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx}{(x+y)(y+z)(z+x)}$

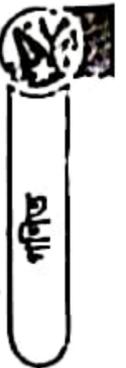
(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)}$
 সমাধান : এখানে, হর $(x-y)(y-z), (z-x)(x-y)$ এবং $(y-z)(z-x)$ এর ল. সা. গু. $(x-y)(y-z)(z-x)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{y(z-x) + x(y-z) + z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{yz - xy + xy - zx + zx - yz}{(x-y)(y-z)(z-x)} = \frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 0$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} - \frac{2x}{x^2-9y^2}$ [সকল বোর্ড ২০১৩]
 সমাধান : এখানে, হর $x+3y, x-3y$ ও x^2-9y^2 এর ল. সা. গু. x^2-9y^2
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} - \frac{2x}{x^2-9y^2}$
 $= \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} - \frac{2x}{(x+3y)(x-3y)}$
 $= \frac{x-3y + x+3y - 2x}{(x+3y)(x-3y)} = \frac{0}{x^2-9y^2} = 0$

(৬) $\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$
 সমাধান : এখানে, হর $x-y, 2x+y, x+y$ ও $2x-y$ এর ল. সা. গু. $(x^2-y^2)(4x^2-y^2)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$
 $= \frac{1(2x+y) - 2(x-y) + 2x-y - 2(x+y)}{(x-y)(2x+y)(x+y)(2x-y)}$
 $= \frac{2x+y-2x+2y + 2x-y-2x-2y}{(x-y)(2x+y)(x+y)(2x-y)}$
 $= \frac{-3y}{(x-y)(2x+y)(x+y)(2x-y)}$
 $= \frac{-3y}{(x-y)(2x+y)(x+y)(2x-y)}$
 $= \frac{3y(2x^2-xy+2xy-y^2) - 3y(2x^2+xy-2xy-y^2)}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$
 $= \frac{3y(2x^2+xy-y^2-2x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$
 $= \frac{3y \times 2xy}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)} = \frac{6xy^2}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$

(৬) $\frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$
 সমাধান : এখানে, $x^3+8 = (x+2)^3 = (x+2)((x)^2-x \cdot 2+(2)^2)$
 $= (x+2)(x^2-2x+4)$
 হর $(x-2), x^2+2x+4$ এবং x^3+8 এর ল. সা. গু.
 $= (x-2)(x^2+2x+4)(x+2)(x^2-2x+4)$
 $= (x^3-8)(x^3+8) = (x^3)^2 - (8)^2 = (x^6-64)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$
 $= \frac{x^2+2x+4 - (x-2)(x-2) + 6x}{(x-2)(x^2+2x+4)(x^3+8)}$
 $= \frac{x^2+2x+4 - (x-2)^2 + 6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8}$
 $= \frac{x^2+2x+4 - (x^2-4x+4) + 6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8}$
 $= \frac{x^2+2x+4 - x^2+4x-4 + 6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8}$
 $= \frac{6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8} = \frac{6x(x^3+8) + 6x(x^3-8)}{(x^3-8)(x^3+8)}$
 $= \frac{6x(x^3+8+x^3-8)}{x^6-64} = \frac{12x^4}{x^6-64}$

(৬) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$
 সমাধান : এখানে, হর $x-1, x+1, x^2+1$ এবং x^4+1 এর ল. সা. গু. x^8-1
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$
 $= \frac{1(x+1) - 1(x-1) - 2(x^2+1) + 4}{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)}$
 $= \frac{x+1-x+1-2x^2-2+4}{x^3-1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$
 $= \frac{2-2x^2+2}{x^3-1} + \frac{4}{x^4+1} = \frac{2(x^2+1)-2(x^2-1)}{(x^3-1)(x^4+1)} + \frac{4}{x^4+1}$
 $= \frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^3-1} + \frac{4}{x^4+1} = \frac{4}{x^3-1} + \frac{4}{x^4+1}$
 $= \frac{4(x^4+1) + 4(x^3-1)}{(x^3-1)(x^4+1)} = \frac{4x^4+4+4x^3-4}{x^7-1} = \frac{8x^4}{x^7-1}$



(খ) $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(y-z)}$
 সমাধান: এখানে, হর $(y-z)(z-x)$, $(z-x)(x-y)$
 এবং $(x-y)(y-z)$ এর ল. সা. গু. $(x-y)(y-z)(z-x)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(y-z)}$
 $= \frac{(x-y)(x-y) + (y-z)(y-z) + (z-x)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$
 $= \frac{2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$

(ক) $\frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$
 সমাধান: এখানে,
 $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab = a^2 - 2ab + b^2 - c^2$
 $= (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$
 হর $(a-b-c)$, $(a-b+c)$ এবং $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$ এর
 ল. সা. গু. $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$
 $= \frac{1(a-b+c) + 1(a-b-c)}{(a-b-c)(a-b+c)} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

$$= \frac{n-b+c+n-b-c}{(n-b)^2-(c)^2} + \frac{a}{a^2-2ab+b^2-c^2}$$

$$= \frac{2n-2b}{n^2-2nb+b^2-c^2} + \frac{a}{a^2-2ab+b^2-c^2}$$

$$= \frac{2n-2b+a}{a^2-2ab+b^2-c^2} = \frac{3a-2b}{a^2-2ab+b^2-c^2} = \frac{3a-2b}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

(গ) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$
 সমাধান: এখানে,
 $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - c^2$
 $= (a+b)^2 - c^2 = (a+b+c)(a+b-c)$
 $b^2 + c^2 - a^2 + 2bc = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$
 $= (b+c)^2 - a^2 = (a+b+c)(b+c-a)$
 এবং $c^2 + a^2 - b^2 + 2ca = c^2 + 2ca + a^2 - b^2$
 $= (c+a)^2 - b^2$
 $= (a+b+c)(c+a-b)$
 হর $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$, $b^2 + c^2 - a^2 + 2bc$ এবং $c^2 + a^2 - b^2 + 2ca$
 এর ল. সা. গু. $(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$
 $= \frac{1}{(a+b+c)(a+b-c)} + \frac{1}{(a+b+c)(b+c-a)} + \frac{1}{(a+b+c)(c+a-b)}$
 $= \frac{(b+c-a)(c+a-b) + (a+b-c)(c+a-b) + (a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$
 $= \frac{(b+c-a)(c+a-b) + (a+b-c)(c+a-b) + (a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$
 $= \frac{2ab + 2bc + 2ca - a^2 - b^2 - c^2}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

টপিকের ধারায় শ্রেণিত

৫.১ ও ৫.২ বীজগণিতীয় ভাষায় ও ভাষাশেখর লিখিতকরণ পঠ্যবই: পৃষ্ঠা ৭৫

১. $\frac{x}{y}$ একটি ভাষাশেখর হলে, কোন শর্তটি প্রযোজ্য? (সহজমান)

- [ময়মনসিংহে জিলা স্কুল, ময়মনসিংহে]
 (ক) $x < y$ (খ) $x > y$ (গ) $x \neq 0$ (ঘ) $y \neq 0$

২. $\frac{m}{n}$ বীজগণিতীয় ভাষাশেখরটির হর কত? (সহজমান)

- (ক) m (খ) n (গ) mn (ঘ) 1

৩. $\frac{x^2-49x}{x^2+7x}$ এর লিখিত রূপ কোনটি? (সহজমান) [সি. বো. '১৯]

- (ক) $(x-7)$ (খ) $(x+7)$ (গ) $x(x-7)$ (ঘ) $x(x+7)$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-49x}{x^2+7x} = \frac{x(x^2-49)}{x(x+7)} = \frac{x(x^2-7^2)}{x(x+7)}$
 $= \frac{x(x+7)(x-7)}{x(x+7)} = x-7$

৪. $\frac{x^2-x-6}{x^2-4}$ এর লিখিত রূপ কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৯]

- (ক) $\frac{x-3}{x-2}$ (খ) $\frac{x+3}{x+2}$ (গ) $\frac{x-3}{x+2}$ (ঘ) $\frac{x+3}{x-2}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-x-6}{x^2-4} = \frac{x^2-3x+2x-6}{x^2-2^2}$
 $= \frac{x(x-3)+2(x-3)}{(x+2)(x-2)}$
 $= \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-3}{x-2}$

৫. $\frac{x^2-x-12}{x^2-16}$ এর লিখিত আকার নিচের কোনটি? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৯]

- (ক) $\frac{x+3}{x-4}$ (খ) $\frac{x-3}{x-4}$ (গ) $\frac{x-3}{x+4}$ (ঘ) $\frac{x+3}{x+4}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-x-12}{x^2-16} = \frac{x^2-4x+3x-12}{x^2-4^2}$

$= \frac{x(x-4)+3(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{(x-4)(x+3)}{(x+4)(x-4)} = \frac{x+3}{x+4}$

৬. $\frac{a^2+6a+5}{a^2+10a+25}$ এর লিখিত ভাষাশেখর হবে কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৯]

- (ক) $\frac{a+1}{a+5}$ (খ) $\frac{a+3}{a+5}$ (গ) $\frac{a-1}{a-5}$ (ঘ) $\frac{a+3}{a-5}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{a^2+6a+5}{a^2+10a+25} = \frac{a^2+a+5a+5}{a^2+5a+5a+25}$

$= \frac{a(a+1)+5(a+1)}{a(a+5)+5(a+5)} = \frac{(a+1)(a+5)}{(a+5)(a+5)} = \frac{a+1}{a+5}$

৭. $\frac{x^2+5x-14}{x^2+3x-28}$ এর লিখিত মান নিচের কোনটি? (সহজমান) [সি. বো. '১৯]

- (ক) $\frac{x+7}{x-4}$ (খ) $\frac{x-2}{x+7}$ (গ) $\frac{x+2}{x-4}$ (ঘ) $\frac{x-2}{x-4}$

৮. $\frac{x^3+3x^2}{x+3x^2}$ এর লিখিত রূপ কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৯]

- (ক) x^2 (খ) $x+1$ (গ) x (ঘ) x^3

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^3+3x^2}{x+3x^2} = \frac{x^2(x+3x^2)}{x+3x^2} = x^2$

৯. $\frac{x^2-x-6}{x^2-5x+6}$ এর লঘিষ্ঠরূপ কোনটি? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x-3}{x-2}$ খ) $\frac{x-2}{x-3}$ গ) $\frac{x+2}{x-2}$ ঘ) $\frac{x-2}{x+2}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-x-6}{x^2-5x+6} = \frac{x^2-3x+2x-6}{x^2-3x-2x+6}$
 $= \frac{x(x-3)+2(x-3)}{x(x-3)-2(x-3)} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x-2)} = \frac{x+2}{x-2}$

১০. $\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x-4}{x-3}$ খ) $\frac{x+4}{x-3}$ গ) $\frac{x-4}{x+3}$ ঘ) $\frac{x+4}{x+3}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-4x-3x+12}{x^2-3x-3x+9}$
 $= \frac{x(x-4)-3(x-4)}{x(x-3)-3(x-3)} = \frac{(x-4)(x-3)}{(x-3)(x-3)} = \frac{x-4}{x-3}$

১১. $\frac{x^3+3x^2}{x^2-9}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি? (সহজমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x^2}{x-3}$ খ) $\frac{x^2}{x+3}$ গ) $\frac{x}{x-3}$ ঘ) $\frac{x+3}{x-3}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^3+3x^2}{x^2-9} = \frac{x^2(x+3)}{x^2-3^2} = \frac{x^2(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x^2}{x-3}$

১২. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$ এর লঘিষ্ঠরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{x-3}{x+3}$ খ) $\frac{(x-3)^2}{x^2-9}$
 গ) $\frac{x+3}{x-3}$ ঘ) $\frac{(x+3)^2}{x^2-9}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = \frac{x^2-3x-3x+9}{x^2-3^2}$
 $= \frac{x(x-3)-3(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{(x-3)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x-3}{x+3}$

১৩. $\frac{x^2-1}{x+1}$ এর লঘিষ্ঠরূপ নিচের কোনটি? (সহজমান) [সি. বো. '১৭]

- ক) x খ) $x+1$ গ) $x-1$ ঘ) x^2+1

১৪. $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$ এর লঘিষ্ঠরূপ কোনটি? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৬]

- ক) $\frac{x+2}{x-2}$ খ) $\frac{x-2}{x+2}$
 গ) $\frac{x^2+4x+4}{x-2}$ ঘ) $\frac{x^2+4x+4}{x+2}$

১৫. $\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}$ এর লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৬]

- ক) $\frac{x-5}{x+1}$ খ) $\frac{x+1}{x-5}$ গ) $\frac{x-1}{x+1}$ ঘ) $\frac{x-5}{x-1}$

১৬. $\frac{x^3-y^3}{(x-y)^2+3xy(x-y)}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করলে হয়- (মধ্যমান)

- ক) $\frac{x-y}{xy}$ খ) $\frac{3xy}{x+y}$ গ) 1 ঘ) x^2-xy+y^2

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^3-y^3}{(x-y)^2+3xy(x-y)} = \frac{x^3-y^3}{x^2-y^2} = 1$

১৭. $\frac{a^3b^2-a^2b^3}{a^3b-ab^3}$ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ রূপ কোনটি? (সহজমান)

- ক) $\frac{a^2b}{a-b}$ খ) $\frac{ab}{a+b}$ গ) $\frac{a^2b^2}{a-b}$ ঘ) $\frac{ab^3}{a+b}$

১৮. $\frac{n^2-5n+6}{n^2-9}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি? (মধ্যমান) [উচ্চমাধ্যমিক গণিত বই-১, অধ্যায়-৩, উদাহরণ-১০]

- ক) $\frac{n-2}{n+3}$ খ) $\frac{n+3}{n-2}$ গ) $\frac{n-3}{n+2}$ ঘ) $\frac{n+2}{n-3}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{n^2-5n+6}{n^2-9} = \frac{n^2-3n-2n+6}{n^2-3^2}$
 $= \frac{n(n-3)-2(n-3)}{(n+3)(n-3)} = \frac{(n-3)(n-2)}{(n+3)(n-3)} = \frac{n-2}{n+3}$

১৯. $\frac{x^2y-xy^2}{x^2y^2+xy^2}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [উচ্চমাধ্যমিক গণিত বই-১, অধ্যায়-৩, উদাহরণ-১০]

- ক) $\frac{1}{xy}$ খ) $\frac{x-y}{xy}$ গ) $\frac{x+y}{xy}$ ঘ) $\frac{x^2-y^2}{xy}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2y-xy^2}{x^2y^2+xy^2} = \frac{xy(x^2-y^2)}{xy^2(y+x)} = \frac{xy(x+y)(x-y)}{xy^2(x+y)} = \frac{x-y}{y}$

২০. $\frac{a^2-6a+9}{a^2-9}$ এর লঘিষ্ঠরূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [উচ্চমাধ্যমিক গণিত বই-১, অধ্যায়-৩, উদাহরণ-১০]

- ক) $\frac{a-3}{a+3}$ খ) $\frac{(a-3)^2}{a^2-9}$ গ) $\frac{a+3}{a-3}$ ঘ) $\frac{(a+3)^2}{a^2-9}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{a^2-6a+9}{a^2-9} = \frac{a^2-2a+3+3^2}{a^2-3^2} = \frac{(a-3)^2}{(a+3)(a-3)} = \frac{a-3}{a+3}$

২১. $\frac{x^2-9}{ax+3a}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি? (কঠিনমান) [উচ্চমাধ্যমিক গণিত বই-১, অধ্যায়-৩, উদাহরণ-১০]

- ক) $\frac{x+3}{a}$ খ) $\frac{a}{x+3}$ গ) $\frac{x-3}{a}$ ঘ) $\frac{a}{x-3}$

২২. $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি? (সহজমান) [উচ্চমাধ্যমিক গণিত বই-১, অধ্যায়-৩, উদাহরণ-১০]

- ক) $\frac{x-1}{x+5}$ খ) $\frac{x+1}{x-5}$ গ) $\frac{2x+1}{x+5}$ ঘ) $\frac{x-1}{x+3}$

২৩. $\frac{m^2+6m+5}{m^2+10m+25}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ হবে-

- i. $\frac{m+1}{m+5}$ ii. $\frac{m^2-2m-3}{m^2+2m-15}$ iii. $\frac{m^2+2m+1}{m^2-3m-10}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান) [সি. বো. '১৯]

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৪. $\frac{x^3y^2-x^2y^3}{x^3y-xy^3}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ হলো-

- i. $\frac{xy}{x+y}$ ii. $\frac{x^2y}{x^2+xy}$ iii. $\frac{xy^2}{xy+y^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৮]

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৫. $\frac{1}{a+b} \cdot \frac{ab-b^2}{a^2-b^2}$ উপরের তথ্যের উপর ভিত্তি করে নিচের ২৫-২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২৫. দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার কোনটি? (সহজমান)
- ক) $\frac{1}{a-b}$ খ) $\frac{1}{a+b}$ গ) $\frac{1}{a^2-b^2}$ ঘ) $\frac{b}{a+b}$

২৬. ২য় ভগ্নাংশটির লব ও হরকে কত দ্বারা ভাগ করলে ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠকরণ করা যায়? (মধ্যমান)

- ক) $a+b$ খ) $a-b$ গ) a^2-b^2 ঘ) ab

২৭. ভগ্নাংশ দুইটির বিয়োগফল কত? (কঠিনমান)

- ক) $\frac{b+1}{a+b}$ খ) $\frac{1-b}{a+b}$ গ) $\frac{a-b}{1+b}$ ঘ) $\frac{a-b}{a-b}$

৫.৩ ভাষ্যে সাধারণ হ্রবিশিষ্টকরণ ▶ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৭৫

২৮. দুই বা ততোধিক ভাষ্যে সাধারণ হ্রবিশিষ্ট ভাষ্যে প্রকাশ করার প্রথম পদক্ষেপ হলো : (সহজমান)

- ক) হ্রবগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে
 খ) লবগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে
 গ) হ্রবগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে
 ঘ) লবগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে

২৯. $\frac{x}{x^2y-xy^2} \cdot \frac{a-b}{xy(a^2-b^2)} \cdot \frac{m}{m^3n-min^2}$ কে সাধারণ হ্রবিশিষ্ট ভাষ্যে পরিণত করলে সাধারণ হ্র হবে— (মধ্যমান)
 [জিকারুননিসা মুন মুল এন্ড কম্পেজ, ঢাকা]

- ক) $xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)$
 খ) $(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)$
 গ) $(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn$
 ঘ) $xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn$

৫.৪ ভাষ্যের যোগ ▶ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৭৮

৩০. $(\frac{2x}{y} + \frac{1}{y})$ এর মান কোনটি? (সহজমান) [দি. বো. '১৯]

- ক) $\frac{2x+y}{y}$ খ) $\frac{2x+1}{y}$ গ) $\frac{2x+1}{2y}$ ঘ) $\frac{2xy+1}{y}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $(\frac{2x}{y} + \frac{1}{y}) = \frac{2x+1}{y}$

৩১. $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z+x}{zx}$ = কত? (সহজমান) [চ. বো. '১৮]

- ক) $\frac{2x}{yz}$ খ) $\frac{2}{xyz}$ গ) $\frac{z}{2}$ ঘ) $\frac{2}{z}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z+x}{zx}$
 $= \frac{zx-yz+xy-zx+yz+xy}{xyz} = \frac{2xy}{xyz} = \frac{2}{z}$

৩২. $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [ঘ. বো. '১৭]

- ক) $\frac{2x}{x^2-y^2}$ খ) $\frac{y}{x^2-y^2}$ গ) $\frac{x}{x^2-y^2}$ ঘ) $\frac{2y}{x^2-y^2}$

৩৩. $\frac{a}{bc} + \frac{c}{ab} + \frac{b}{ac}$ = কত? (সহজমান) [ঢ. বো. '১৬]

- ক) $\frac{b^2+2ac}{abc}$ খ) $\frac{a^2+2bc}{abc}$
 গ) $\frac{c^2+2ab}{abc}$ ঘ) $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$

৩৪. $\frac{a-b}{abc} + \frac{b-c}{abc} + \frac{c-a}{abc}$ = কত? (সহজমান) [সেই ফেনেফ উচ্চ মাধ্যমিক স্কুল, ঢাকা]

- ক) abc খ) 0 গ) $\frac{a+b+c}{abc}$ ঘ) $\frac{abc}{a+b+c}$

৩৫. $\frac{a^2bc}{ab^2c} \cdot \frac{ab^2c}{abc^2}$ ভাষ্যে দুইটির—

- i. প্রথমটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a}{b}$
 ii. দ্বিতীয়টির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a}{c}$
 iii. যোগফল $\frac{b^2+ac}{bc}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

- ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৫.৫ ভাষ্যের বিয়োগ ▶ পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৮১

৩৬. $\frac{a}{a-5} - \frac{a^2}{a^2-25}$ = কত? (কঠিনমান) [কু. বো. '১৯]

- ক) $\frac{5a}{a-5}$ খ) $\frac{2a^2-5}{a^2-25}$ গ) $\frac{2a^2-5}{a^2+25}$ ঘ) $\frac{5a}{a^2-25}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{a}{a-5} - \frac{a^2}{a^2-25}$

$= \frac{a}{a-5} - \frac{a^2}{(a-5)(a+5)}$
 $= \frac{a(a+5)-a^2}{(a-5)(a+5)} = \frac{a^2+5a-a^2}{(a-5)(a+5)} = \frac{5a}{a^2-25}$

৩৭. $\frac{1}{a-2} - \frac{a}{a^2-4}$ এর সরলমান কোনটি? (মধ্যমান) [চ. বো. '১৯]

- ক) $\frac{2}{a-2}$ খ) $\frac{-2}{a+2}$ গ) $\frac{-2}{a^2+4}$ ঘ) $\frac{2}{a^2-4}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{1}{a-2} - \frac{a}{a^2-4}$

$= \frac{1}{a-2} - \frac{a}{(a+2)(a-2)}$
 $= \frac{a+2-a}{(a+2)(a-2)} = \frac{2}{a^2-4}$

৩৮. $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} - \frac{6}{x^2-9}$ = কত? (মধ্যমান) [রা. বো. '১৮]

- ক) 0 খ) 6 গ) $\frac{12}{x^2-9}$ ঘ) $\frac{2x}{x^2-9}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} - \frac{6}{x^2-9}$

$= \frac{x+3-x+3}{(x-3)(x+3)} - \frac{6}{x^2-9} = \frac{6}{x^2-9} - \frac{6}{x^2-9} = 0$

৩৯. $\frac{x-y}{x} - \frac{x+y}{y}$ এর সরল মান কোনটি? (সহজমান) [ঘ. বো. '১৮]

- ক) $-\frac{(x^2+y^2)}{xy}$ খ) $-\frac{(x^2-y^2)}{xy}$
 গ) $\frac{(x-y)^2}{xy}$ ঘ) $\frac{(x+y)^2}{xy}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x-y}{x} - \frac{x+y}{y} = \frac{xy-y^2-x^2-xy}{xy}$
 $= \frac{-x^2-y^2}{xy} = -\frac{(x^2+y^2)}{xy}$

৪০. $\frac{y}{y+1} - \frac{y}{1-y}$ এর মান কত? (সহজমান) [দি. বো. '১৮]

- ক) $\frac{2y}{1-y^2}$ খ) $\frac{2y}{y^2-1}$ গ) $\frac{-2y^2}{y^2-1}$ ঘ) $\frac{-2y^2}{1-y^2}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{y}{y+1} - \frac{y}{1-y} = \frac{y-y^2-y^2-y}{(1+y)(1-y)} = \frac{-2y^2}{1-y^2}$

৪১. $\frac{x^2}{x^2-16} - \frac{x}{x+4}$ = কত? (মধ্যমান) [ঘ. বো. '১৭]

- ক) $\frac{2x^2}{x^2-16}$ খ) $\frac{4x}{x^2-16}$ গ) $\frac{2x(x-2)}{x^2-16}$ ঘ) $\frac{-4x}{x^2-16}$

৪২. $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2+ab} - \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2-ab}$ = ? (মধ্যমান) [রাউট উত্তর মডেল কলেজ, ঢাকা]

- ক) $-2a$ খ) $-2b$ গ) $2a$ ঘ) $2b$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2+ab} - \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2-ab}$
 $= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+b^2+ab)} - \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2+b^2-ab)}$
 $= (a-b) - (a+b) = a-b-a-b = -2b$

গণিত

৪৩. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{4}{x^2-1}$ এর মান কত? (সংযম) [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

- ক) ০ খ) ৬ গ) $\frac{-2}{x^2-1}$ ঘ) $\frac{2x}{x^2-4}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{4}{(x+1)(x-1)}$
 $= \frac{(x+1) - (x-1) - 4}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+1-x+1-4}{x^2-1} = \frac{-2}{x^2-1}$

৪৪. $\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$ কত হবে? (সংযম) [ফিলিপ্স উচ্চ বিদ্যালয় কিলার, ঢাকা]

- ক) ০ খ) ১ গ) $\frac{y}{(x-y)^2}$ ঘ) $\frac{x}{(x-y)^2}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} = \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{(x-y)(x+y)}$
 $= \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{1}{x-y} = \frac{x-x+y}{(x-y)^2} = \frac{y}{(x-y)^2}$

৪৫. $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{4}{x^2+4}$ এর মান কত হবে? (সংযম) [গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]

- ক) $\frac{-32}{2x^2-8}$ খ) $\frac{-32}{x^4-16}$ গ) $\frac{32}{x^4-16}$ ঘ) $\frac{32}{x^4+16}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{4}{x^2+4} = \frac{x-2-x-2}{(x+2)(x-2)} + \frac{4}{x^2+4}$
 $= \frac{-4}{x^2-4} + \frac{4}{x^2+4} = \frac{-4x^2-16+4x^2-16}{(x^2-4)(x^2+4)} = \frac{-32}{x^4-16}$

৪৬. $\frac{p}{p+1} - \frac{p}{1-p}$ এর মান কত? (সংযম) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

- ক) $\frac{2p}{1-p^2}$ খ) $\frac{2p}{p^2-1}$ গ) $\frac{-2p^2}{p^2-1}$ ঘ) $\frac{-2p^2}{1-p^2}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{p}{p+1} - \frac{p}{1-p} = \frac{p-p^2-p^2-p}{(1+p)(1-p)} = \frac{-2p^2}{1-p^2}$

৪৭. i. $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$ এর সরল মান $\frac{2x}{x^2-y^2}$

ii. $n=0$ হলে $\frac{m}{n}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

iii. $1 - \frac{2x}{x+y}$ এর মান হবে $-\frac{x-y}{x+y}$

- নিচের কোনটি সঠিক? (সংযম) [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৪৮. নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x = \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}$ ও $y = \frac{2a}{1+a^2+a^4}$

৪৮. x-এর মান নিচের কোনটি? (সংযম) [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

- ক) $\frac{a}{a^4+a^2+1}$ খ) $\frac{a^4+a^2+1}{a^4+a^2+1}$

- গ) $\frac{a^4-a^2+1}{a^4+a^2+1}$ ঘ) $\frac{2a}{a^4+a^2+1}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $x = \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} = \frac{1+a+a^2-1+a-a^2}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)}$
 $= \frac{2a}{(1+a^2)^2-a^2} = \frac{2a}{1+2a^2+a^4-a^2} = \frac{2a}{a^4+a^2+1}$

৪৯. (x-y) এর মান নিচের কোনটি? (সংযম)

- ক) ০ খ) ১ গ) 2a ঘ) a^2-a+1

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $x-y = \frac{2a}{a^4+a^2+1} - \frac{2a}{1+a^2+a^4} = 0$

গণিত

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান



টপিকের ধারায় প্রণীত



৫.১ ও ৫.২ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ ও ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ। পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৭৫

প্রশ্ন ১। $\frac{m^3n^2-m^2n^3}{m^3n-mn^3}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{m^3n^2-m^2n^3}{m^3n-mn^3} = \frac{m^2n^2(m-n)}{mn(m^2-n^2)} = \frac{m^2n^2(m-n)}{mn(m+n)(m-n)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $mn(m-n)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $mn(m-n)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{mn}{m+n}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{mn}{m+n}$

প্রশ্ন ২। $\frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{x^2+3x+2}{x^2-1} = \frac{x^2+2x+x+2}{x^2-1} = \frac{x(x+2)+1(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x+2)(x+1)}{(x+1)(x-1)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $x+1$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x+1)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{x+2}{x-1}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x+2}{x-1}$

প্রশ্ন ৩। $\frac{34(x-a)^2}{17(x-a)(x^2-a^2)}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{34(x-a)^2}{17(x-a)(x^2-a^2)} = \frac{2 \times 17 \times (x-a)(x-a)}{17(x-a)(x+a)(x-a)} = \frac{2 \times 17(x-a)^2}{17(x-a)^2(x+a)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $17(x-a)^2$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $17(x-a)^2$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{2}{x+a}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{2}{x+a}$

প্রশ্ন ৪। $\frac{x^3-49x}{x^2+7x}$ এর লঘিষ্ঠ আকার নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{x^3-49x}{x^2+7x} = \frac{x(x^2-49)}{x(x+7)} = \frac{x(x^2-7^2)}{x(x+7)} = \frac{x(x+7)(x-7)}{x(x+7)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $x(x+7)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $x(x+7)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $x-7$

নির্ণয় লঘিষ্ঠ আকার $x-7$

প্রশ্ন ৫। $\frac{m^2 + 6m + 5}{m^2 + 10m + 25}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{m^2 + 6m + 5}{m^2 + 10m + 25}$
 $= \frac{m^2 + m + 5m + 5}{m^2 + 5m + 5m + 25}$
 $= \frac{m(m+1) + 5(m+1)}{m(m+5) + 5(m+5)} = \frac{(m+1)(m+5)}{(m+5)(m+5)}$

∴ লব ও হরের ল.সা.গু. = $m+5$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(m+5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{m+1}{m+5}$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার $\frac{m+1}{m+5}$

৫.৩ ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণ পাঠ্যবই: পৃষ্ঠা ৭৫

প্রশ্ন ৬। $\frac{p^2 + pq}{p^2q}$ এবং $\frac{p^2 - pq}{pq^2}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো : $\frac{p^2 + pq}{p^2q}$ $\frac{p^2 - pq}{pq^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশদ্বয়ের হর p^2q , pq^2 এর ল.সা.গু. = p^2q^2

এখন, $\frac{p^2 + pq}{p^2q} = \frac{(p^2 + pq) \times q}{p^2q \times q}$ [∵ $p^2q^2 \div p^2q = q$]
 $= \frac{p^2q + pq^2}{p^2q^2}$

$\frac{p^2 - pq}{pq^2} = \frac{(p^2 - pq) \times p}{pq^2 \times p}$ [∵ $p^2q^2 \div pq^2 = p$]
 $= \frac{p^3 - p^2q}{p^3q^2}$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশদ্বয় : $\frac{p^2q + pq^2}{p^2q^2}$ ও $\frac{p^3 - p^2q}{p^3q^2}$

প্রশ্ন ৭। $\frac{x}{x^3 - y^3}$ ও $\frac{y}{x - y}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো : $\frac{x}{x^3 - y^3}$, $\frac{y}{x - y}$

১ম ভগ্নাংশের হর = $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর = $x - y$

∴ হরগুলোর ল.সা.গু. = $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

এখন, $\frac{x}{x^3 - y^3} = \frac{x}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{x}{x^3 - y^3}$

$\frac{y}{x - y} = \frac{y \times (x^2 + xy + y^2)}{(x - y) \times (x^2 + xy + y^2)} = \frac{y(x^2 + xy + y^2)}{x^3 - y^3}$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x^3 - y^3}$, $\frac{y(x^2 + xy + y^2)}{x^3 - y^3}$

প্রশ্ন ৮। $\frac{m^2}{mn}$, $\frac{n^2}{nl}$, $\frac{l^2}{lm}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো : $\frac{m^2}{mn}$, $\frac{n^2}{nl}$, $\frac{l^2}{lm}$

ভগ্নাংশগুলোর হর mn , nl ও lm এর ল.সা.গু. = mn^2l

$\frac{m^2}{mn} = \frac{m^2 \times l}{mn \times l} = \frac{m^2l}{mn^2l}$

$\frac{n^2}{nl} = \frac{n^2 \times m}{nl \times m} = \frac{mn^2}{mn^2l}$

এবং $\frac{l^2}{lm} = \frac{l^2 \times m}{lm \times m} = \frac{ml^2}{mn^2l}$

∴ সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো : $\frac{m^2l}{mn^2l}$, $\frac{mn^2}{mn^2l}$, $\frac{ml^2}{mn^2l}$

প্রশ্ন ৯। $\frac{a-b}{ab}$, $\frac{b-c}{bc}$, $\frac{c-a}{ca}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো : $\frac{a-b}{ab}$, $\frac{b-c}{bc}$, $\frac{c-a}{ca}$

ভগ্নাংশগুলোর হর ab , bc ও ca এর ল.সা.গু. = abc

$\frac{a-b}{ab} = \frac{(a-b) \times c}{ab \times c} = \frac{c(a-b)}{abc}$

$\frac{b-c}{bc} = \frac{(b-c) \times a}{bc \times a} = \frac{a(b-c)}{abc}$

এবং $\frac{c-a}{ca} = \frac{(c-a) \times b}{ca \times b} = \frac{b(c-a)}{abc}$

∴ সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো : $\frac{c(a-b)}{abc}$, $\frac{a(b-c)}{abc}$, $\frac{b(c-a)}{abc}$

প্রশ্ন ১০। $\frac{p-q}{p^2q^2}$, $\frac{q-r}{q^2r^2}$, $\frac{r-p}{r^2p^2}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো : $\frac{p-q}{p^2q^2}$, $\frac{q-r}{q^2r^2}$, $\frac{r-p}{r^2p^2}$

ভগ্নাংশগুলোর হর p^2q^2 , q^2r^2 ও r^2p^2 এর ল.সা.গু. = $p^2q^2r^2$

$\frac{p-q}{p^2q^2} = \frac{(p-q) \times r^2}{p^2q^2 \times r^2} = \frac{r^2(p-q)}{p^2q^2r^2}$

$\frac{q-r}{q^2r^2} = \frac{(q-r) \times p^2}{q^2r^2 \times p^2} = \frac{p^2(q-r)}{p^2q^2r^2}$

এবং $\frac{r-p}{r^2p^2} = \frac{(r-p) \times q^2}{r^2p^2 \times q^2} = \frac{q^2(r-p)}{p^2q^2r^2}$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো :

$\frac{r^2(p-q)}{p^2q^2r^2}$, $\frac{p^2(q-r)}{p^2q^2r^2}$, $\frac{q^2(r-p)}{p^2q^2r^2}$

৫.৪ ভগ্নাংশের যোগ পাঠ্যবই: পৃষ্ঠা ৭৮

প্রশ্ন ১১। $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx} =$ কত?

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$
 $= \frac{zx - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz} = \frac{0}{xyz} = 0$

নির্ণেয় যোগফল 0.

প্রশ্ন ১২। যোগফল নির্ণয় কর : $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} + 1$.

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} + 1$

$= \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2 + (a-b)(a+b)}{(a-b)(a+b)}$

$= \frac{a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{3a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$

নির্ণেয় যোগফল : $\frac{3a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$

প্রশ্ন ১৩। $\frac{x}{x^2 - xy + y^2}$ ও $\frac{xy}{x^3 + y^3}$ এর যোগফল নির্ণয় কর।

সমাধান : $\frac{x}{x^2 - xy + y^2}$ ও $\frac{xy}{x^3 + y^3}$ এর যোগফল

$= \frac{x}{x^2 - xy + y^2} + \frac{xy}{x^3 + y^3}$

$= \frac{x}{x^2 - xy + y^2} + \frac{xy}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}$

$= \frac{x(x+y) + xy}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \frac{x^2 + xy + xy}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \frac{x^2 + 2xy}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}$

নির্ণেয় যোগফল : $\frac{x^2 + 2xy}{x^3 + y^3}$

প্রশ্ন ১৪। $\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c+a}{ca}$ কত?

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= \frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c+a}{ca}$
 $= \frac{c(a-b) + a(b-c) + b(c+a)}{abc}$
 $= \frac{ac - bc + ab - ac + bc + ab}{abc} = \frac{2ab}{abc} = \frac{2}{c}$

নির্ণেয় যোগফল: $\frac{2}{c}$

প্রশ্ন ১৫। $\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$ কত?

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x+2)(x-2)}$
 $= \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x+2)(x-2)}$
 $= \frac{x-2+4}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x-2}$

নির্ণেয় যোগফল: $\frac{1}{x-2}$

৫.৫ ভগ্নাংশের বিয়োগ

প্রশ্ন ১৬। বিয়োগফল নির্ণয় কর: $\frac{a}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{a^2-b^2}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= \frac{a}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{a^2-b^2}$
 $= \frac{a}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{(a+b)(a-b)} = \frac{a}{(a-b)^2} - \frac{1}{a-b}$

এখানে, হর $(a-b)^2$ ও $(a-b)$ এর ল.সা.গু. $= (a-b)^2$

\therefore রাশিটি $= \frac{a-(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{a-a+b}{(a-b)^2} = \frac{b}{(a-b)^2}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{b}{(a-b)^2}$

প্রশ্ন ১৭। $\frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}$ কত?

সমাধান: এখানে, হর $(1-a+a^2)$ ও $(1+a+a^2)$ এর ল.সা.গু. $= (1-a+a^2)(1+a+a^2)$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}$
 $= \frac{1 \cdot (1+a+a^2) - 1 \cdot (1-a+a^2)}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)} = \frac{1+a+a^2-1+a-a^2}{((1+a^2)-a)((1+a^2)+a)}$
 $= \frac{2a}{(1+a^2)^2 - a^2} = \frac{2a}{1+2a^2+a^4-a^2} = \frac{2a}{1+a^2+a^4}$
 নির্ণেয় মান: $\frac{2a}{1+a^2+a^4}$

প্রশ্ন ১৮। $\frac{1}{b(n-b)}$ থেকে $\frac{1}{a(n+b)}$ বিয়োগ কর।

সমাধান: $\frac{1}{b(n-b)}$ থেকে $\frac{1}{a(n+b)}$ এর বিয়োগফল $= \frac{1}{b(n-b)} - \frac{1}{a(n+b)}$
 এখানে, হর $b(n-b)$ ও $a(n+b)$ এর ল.সা.গু. $= ab(n-b)(n+b)$
 এখন, $\frac{1}{b(n-b)} - \frac{1}{a(n+b)}$
 $= \frac{a(n+b) - b(n-b)}{ab(n-b)(n+b)} = \frac{an+ab-bn+bn+b^2}{ab(n-b)(n+b)} = \frac{a^2+ab-bn+b^2}{ab(n-b)(n+b)}$
 নির্ণেয় বিয়োগফল: $\frac{a^2+ab-bn+b^2}{ab(n-b)(n+b)}$

প্রশ্ন ১৯। $\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2+ab}$ থেকে $\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2-ab}$ বিয়োগ কর।

সমাধান: $\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2+ab}$ থেকে $\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2-ab}$ এর বিয়োগফল
 $= \frac{a^3-b^3}{a^2+b^2+ab} - \frac{a^3+b^3}{a^2+b^2-ab}$
 $= \frac{a^3-b^3}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} - \frac{a^3+b^3}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$
 $= (a-b) - (a+b) = a-b-a-b = -2b$
 নির্ণেয় বিয়োগফল: $-2b$

প্রশ্ন ২০। $\frac{x^2}{x^2-16} - \frac{x}{x+4}$ কত?

সমাধান: এখানে, $x^2-16 = x^2-4^2 = (x+4)(x-4)$
 \therefore হর x^2-16 ও $x+4$ এর ল.সা.গু. $= (x+4)(x-4)$
 প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^2}{x^2-16} - \frac{x}{x+4} = \frac{x^2}{(x+4)(x-4)} - \frac{x}{x+4}$
 $= \frac{x^2 - x(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{x^2 - x^2 + 4x}{x^2-16} = \frac{4x}{x^2-16}$
 নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{4x}{x^2-16}$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান শিখনফলের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ০১। $S = x+3$, $T = x-3$ ও $V = x^2-9$
 ক. $\frac{y^2-1}{y^2+y}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ২
 খ. $\frac{x}{S} + \frac{x}{T} + \frac{6x}{V}$ এর সরলফল নির্ণয় কর। ৪
 গ. $\frac{S}{x^2-6x+5}$, $\frac{T}{x^2+2x-3}$ এবং $\frac{V}{x^2-2x-15}$ কে ৪
 সমন্বয়বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

● সিলেট সেন্ট ২০১৯

১নং প্রশ্নের সমাধান:

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{y^2-1}{y^2+y}$
 $= \frac{(y^2-1)}{y(y^2+1)} = \frac{(y^2+1)(y^2-1)}{y(y^2+1)} = \frac{y^2-1}{y}$
 \therefore ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{y^2-1}{y}$

দেওয়া আছে, $S = x+3$, $T = x-3$
 $V = x^2-9 = x^2-3^2 = (x+3)(x-3)$
 প্রদত্ত রাশি $= \frac{x}{S} + \frac{x}{T} + \frac{6x}{V}$
 $= \frac{x}{x+3} + \frac{x}{x-3} + \frac{6x}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{x(x-3) + x(x+3) + 6x}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{x^2-3x+x^2+3x+6x}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{2x^2+6x}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{2x(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{2x}{x-3}$
 নির্ণেয় সরলফল $\frac{2x}{x-3}$

গ) দেওয়া আছে, $S = x + 3$, $T = x - 3$

$$V = x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

এখানে, ১ম ভাগের হর $= x^2 - 6x + 5 = x^2 - 5x - x + 5$

$$= x(x - 5) - 1(x - 5) = (x - 5)(x - 1)$$

২য় ভাগের হর $= x^2 + 2x - 3 = x^2 + 3x - x - 3$

$$= x(x + 3) - 1(x + 3) = (x + 3)(x - 1)$$

৩য় ভাগের হর $= x^2 - 2x - 15$

$$= x^2 - 5x + 3x - 15$$

$$= x(x - 5) + 3(x - 5) = (x - 5)(x + 3)$$

∴ ১ম, ২য় ও ৩য় ভাগের হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x - 1)(x - 5)(x + 3)$

$$\therefore \text{১ম ভাগ} = \frac{S}{x^2 - 6x + 5} = \frac{(x + 3)}{(x - 1)(x - 5)}$$

$$= \frac{(x + 3) \times (x + 3)}{(x - 1)(x - 5) \times (x + 3)} = \frac{(x + 3)^2}{(x - 1)(x - 5)(x + 3)}$$

$$\text{২য় ভাগ} = \frac{T}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x - 3)}{(x + 3)(x - 1)}$$

$$= \frac{(x - 3) \times (x - 5)}{(x + 3)(x - 1) \times (x - 5)} = \frac{(x - 3)(x - 5)}{(x - 1)(x - 5)(x + 3)}$$

$$\text{৩য় ভাগ} = \frac{V}{x^2 - 2x - 15} = \frac{(x + 3)(x - 3)}{(x - 5)(x + 3)}$$

$$= \frac{(x + 3)(x - 3) \times (x - 1)}{(x - 5)(x + 3) \times (x - 1)} = \frac{(x - 1)(x - 3)(x + 3)}{(x - 1)(x - 5)(x + 3)}$$

নির্ণয় সমহরবিধিট ভাগে তিনটি হলো :

$$\frac{(x + 3)^2}{(x - 1)(x - 5)(x + 3)} \cdot \frac{(x - 3)(x - 5)}{(x - 1)(x - 5)(x + 3)} \cdot \frac{(x - 1)(x - 3)(x + 3)}{(x - 1)(x - 5)(x + 3)}$$

প্রশ্ন ০২ $A = 2x^2 + 3x - 2$, $B = x^2 - 2x - 8$, $C = 2x^2 + x - 3$,
 $D = 2x^2 + 7x + 6$ এবং $E = 2x^2 - 3x - 9$ টি বীজগণিতিক রাশি।

ক. যোগফল নির্ণয় কর : $\frac{1}{a^2 - 2} + \frac{1}{a^4 - 4}$ ২

খ. $\frac{1}{C} + \frac{1}{E}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. $\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{D}$ কে সাধারণ হরবিধিট ভাগে প্রকাশ কর। ৪

● মরফনসিংহ বোর্ড ২০১৯

▷ শিখনফল ১

২নং প্রশ্নের সমাধান :

$$\text{ক. } \frac{1}{a^2 - 2} + \frac{1}{a^4 - 4} = \frac{1}{a^2 - 2} + \frac{1}{(a^2)^2 - (2)^2}$$

$$= \frac{1}{a^2 - 2} + \frac{1}{(a^2 + 2)(a^2 - 2)} = \frac{a^2 + 2 + 1}{(a^2 + 2)(a^2 - 2)} = \frac{a^2 + 3}{a^4 - 4}$$

$$\text{নির্ণয় যোগফল} = \frac{a^2 + 3}{a^4 - 4}$$

খ) দেওয়া আছে, $C = 2x^2 + x - 3 = 2x^2 + 3x - 2x - 3$
 $= x(2x + 3) - 1(2x + 3) = (2x + 3)(x - 1)$

এবং $E = 2x^2 - 3x - 9$

$$= 2x^2 - 6x + 3x - 9$$

$$= 2x(x - 3) + 3(x - 3) = (x - 3)(2x + 3)$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{C} + \frac{1}{E} = \frac{1}{(2x + 3)(x - 1)} + \frac{1}{(x - 3)(2x + 3)}$$

$$= \frac{x - 3 + x - 1}{(2x + 3)(x - 1)(x - 3)}$$

$$= \frac{2x - 4}{(2x + 3)(x - 1)(x - 3)}$$

$$= \frac{2(x - 2)}{(x - 1)(x - 3)(2x + 3)}$$

গ) দেওয়া আছে,

$$A = 2x^2 + 3x - 2$$

$$= 2x^2 + 4x - x - 2$$

$$= 2x(x + 2) - 1(x + 2) = (x + 2)(2x - 1)$$

$$B = x^2 - 2x - 8$$

$$= x^2 - 4x + 2x - 8$$

$$= x(x - 4) + 2(x - 4) = (x - 4)(x + 2)$$

এবং $D = 2x^2 + 7x + 6$

$$= 2x^2 + 4x + 3x + 6$$

$$= 2x(x + 2) + 3(x + 2) = (x + 2)(2x + 3)$$

∴ A, B ও D এর ল.সা.গু. $= (x + 2)(x - 4)(2x - 1)(2x + 3)$

$$\therefore \frac{1}{A} = \frac{1}{(x + 2)(2x - 1)} = \frac{1 \times (x - 4)(2x + 3)}{(x + 2)(2x - 1)(x - 4)(2x + 3)}$$

$$= \frac{(x - 4)(2x + 3)}{(x + 2)(x - 4)(2x - 1)(2x + 3)}$$

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{(x - 4)(x + 2)} = \frac{1 \times (2x - 1)(2x + 3)}{(x - 4)(x + 2)(2x - 1)(2x + 3)}$$

$$= \frac{(2x - 1)(2x + 3)}{(x + 2)(x - 4)(2x - 1)(2x + 3)}$$

$$\text{এবং } \frac{1}{D} = \frac{1}{(x + 2)(2x + 3)} = \frac{1 \times (x - 4)(2x - 1)}{(x + 2)(2x + 3)(x - 4)(2x - 1)}$$

$$= \frac{(x - 4)(2x - 1)}{(x + 2)(x - 4)(2x - 1)(2x + 3)}$$

$$\text{নির্ণয় সাধারণ হরবিধিট ভাগে প্রকাশ করা হলো :}$$

$$\frac{(x - 4)(2x - 1)}{(x + 2)(x - 4)(2x - 1)(2x + 3)} \cdot \frac{(2x - 1)(2x + 3)}{(x + 2)(x - 4)(2x - 1)(2x + 3)}$$

$$\frac{(x - 4)(2x - 1)}{(x + 2)(x - 4)(2x - 1)(2x + 3)}$$

প্রশ্ন ০৩ $A = \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 4x - 21}$, $B = \frac{x + 2}{x^2 + 7x + 12}$, $C = \frac{4x}{x^2 - 9}$

তিনটি বীজগণিতিক ভাগে।

ক. $\frac{1}{x - 1}$ হতে $\frac{2x}{x^2 - 1}$ এর বিয়োগফল নির্ণয় কর। ২

খ. $A + B \times C =$ কত? ৪

গ. A, B ও C-কে সাধারণ হরবিধিট ভাগে প্রকাশ কর। ৪

● বরিশাল বোর্ড ২০১৮

▷ শিখনফল ১

৩নং প্রশ্নের সমাধান :

$$\text{ক. } \text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{1}{x - 1} - \frac{2x}{x^2 - 1} = \frac{1}{x - 1} - \frac{2x}{(x + 1)(x - 1)}$$

$$= \frac{x + 1 - 2x}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{1 - x}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{-(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{-1}{x + 1}$$

$$\text{নির্ণয় বিয়োগফল} = \frac{-1}{x + 1}$$

খ) দেওয়া আছে, $A = \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 4x - 21} = \frac{x^2 - 7x + 2x - 14}{x^2 - 7x + 3x - 21}$

$$= \frac{x(x - 7) + 2(x - 7)}{x(x - 7) + 3(x - 7)} = \frac{(x - 7)(x + 2)}{(x - 7)(x + 3)} = \frac{x + 2}{x + 3}$$

$$B = \frac{x + 2}{x^2 + 7x + 12} = \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 3x + 12}$$

$$= \frac{x + 2}{x(x + 4) + 3(x + 4)} = \frac{x + 2}{(x + 4)(x + 3)}$$

$$\text{এবং } C = \frac{4x}{x^2 - 9} = \frac{4x}{(x + 3)(x - 3)}$$

শব্দ রাশি = $A + B \times C$

$$\begin{aligned} &= \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+2}{(x+4)(x+3)} \times \frac{4x}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{x+2}{x+3} \times \frac{(x+4)(x+3)}{x+2} \times \frac{4x}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{4x(x+4)}{(x+3)(x-3)} = \frac{4x(x+4)}{x^2-9} \end{aligned}$$

নির্ণয় মান : $\frac{4x(x+4)}{x^2-9}$

গ) 'x' হতে প্রায়, $A = \frac{x+2}{x+3}$, $B = \frac{x+2}{(x+4)(x+3)}$ এবং $C = \frac{4x}{(x+3)(x-3)}$

A, B ও C এর হরগুলোর ল.সা.গু. = $(x+3)(x+4)(x-3)$
= $(x^2-9)(x+4)$

$$\therefore A = \frac{x+2}{x+3} = \frac{(x+2)(x+4)(x-3)}{(x+3)(x+4)(x-3)} = \frac{(x+2)(x-3)(x+4)}{(x^2-9)(x+4)}$$

$$B = \frac{x+2}{(x+4)(x+3)} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+4)(x+3)(x-3)} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x^2-9)(x+4)}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } C &= \frac{4x}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{4x(x+4)}{(x+3)(x-3)(x+4)} = \frac{4x(x+4)}{(x^2-9)(x+4)} \end{aligned}$$

নির্ণয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো :

$$\frac{(x+2)(x-3)(x+4)}{(x^2-9)(x+4)} \cdot \frac{(x+2)(x-3)}{(x^2-9)(x+4)} \text{ এবং } \frac{4x(x+4)}{(x^2-9)(x+4)}$$

প্রশ্ন ০৪ $A = x^2 - 5x + 6$, $B = x^2 - 9$, $C = x^2 + 4x + 3$.

ক. $\frac{C}{x^2+x}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. সরল কর! $\frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ ৪

গ. $\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

ঢাকা বোর্ড ২০১৭ ▶ লিখনফর্ম ১

৪নং প্রশ্নের সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, $C = x^2 + 4x + 3 = x^2 + x + 3x + 3$
= $x(x+1) + 3(x+1) = (x+1)(x+3)$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{C}{x^2+x} &= \frac{(x+1)(x+3)}{x(x+1)} \\ &= \frac{x+3}{x} \text{ যা লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ।} \end{aligned}$$

খ) দেওয়া আছে, $A = x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6$
= $x(x-2) - 3(x-2) = (x-2)(x-3)$

$$\text{এবং } B = x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$$

$$\begin{aligned} \text{শব্দ রাশি } &= \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{x+3+x-2}{(x-2)(x+3)(x-3)} = \frac{2x+1}{(x-2)(x+3)(x-3)} \end{aligned}$$

গ) দেওয়া আছে, $A = x^2 - 5x + 6$
= $(x-2)(x-3)$ ['খ' হতে]

$$B = x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } C &= x^2 + 4x + 3 \\ &= (x+1)(x+3) \text{ ['ক' হতে]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{C} \text{ ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} &= (x-2)(x-3)(x+3)(x+1) \\ &= (x+1)(x-2)(x^2-9) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{A} = \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{(x+3)(x+1)}{(x-2)(x+3)(x+1)(x+1)} = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+1)(x-2)(x^2-9)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{B} &= \frac{1}{(x+3)(x-3)} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x+3)(x-3)(x-2)(x+1)} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)(x-2)(x^2-9)} \\ \text{এবং } \frac{1}{C} &= \frac{1}{(x+1)(x+3)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+3)(x-2)(x-3)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x-2)(x^2-9)} \end{aligned}$$

নির্ণয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{(x+3)(x+1)}{(x+1)(x-2)(x^2-9)}$
 $\frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)(x-2)(x^2-9)}$
 $\frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x-2)(x^2-9)}$

প্রশ্ন ০৫ $P = 1 - a + a^2$, $Q = 1 + a + a^2$ এবং $R = 1 + a^2 + a^4$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।
ক. R কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। (সহজমান) ২
খ. দেখাও যে, $\frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2a}{R} = 0$ । (যথাযথ) ৪
গ. $\frac{1-a}{P} \cdot \frac{1+a}{Q} \cdot \frac{1}{R}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। (কঠিনমান) ৪

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৫.১ এর উদাহরণ ৭(গ) নং প্রশ্নের আলোকে ▶ লিখনফর্ম ১
৫নং প্রশ্নের সমাধান :

ক) $R = 1 + a^2 + a^4$
= $(1)^2 + 2 \cdot 1 \cdot a^2 + (a^2)^2 - a^2 = (1 + a^2)^2 - (a^2)^2$
= $(1 + a^2 + a)(1 + a^2 - a) = (1 + a + a^2)(1 - a + a^2)$

খ) দেওয়া আছে, $P = 1 - a + a^2$, $Q = 1 + a + a^2$
 $R = 1 + a^2 + a^4 = (1 + a + a^2)(1 - a + a^2)$ ['ক' হতে প্রাপ্ত]

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2a}{R} \\ &= \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)} \\ &= \frac{(1+a+a^2) - (1-a+a^2) - 2a}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)} \\ &= \frac{1+a+u^2-1+a-u^2-2a}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)} = \frac{2a-2a}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)} \\ &= \frac{0}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)} = 0 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2a}{R} = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ) দেওয়া আছে, $P = 1 - a + a^2$, $Q = 1 + a + a^2$
 $R = 1 + a^2 + a^4 = (1 + a + a^2)(1 - a + a^2)$ ['ক' হতে প্রাপ্ত]

$$\begin{aligned} \therefore P, Q \text{ ও } R \text{ এর ল.সা.গু.} &= (1 + a + a^2)(1 - a + a^2) \\ \therefore \frac{1-a}{P} &= \frac{1-a}{1-a+a^2} = \frac{(1-a) \times (1+a+a^2)}{(1-a+a^2) \times (1+a+a^2)} = \frac{1-a^3}{1+a^2+a^4} \\ \frac{1+a}{Q} &= \frac{1+a}{1+a+a^2} = \frac{(1+a) \times (1-a+a^2)}{(1+a+a^2) \times (1-a+a^2)} = \frac{1+a^3}{1+a^2+a^4} \\ \frac{1}{R} &= \frac{1}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)} = \frac{1}{1+a^2+a^4} \end{aligned}$$

নির্ণয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো :
 $\frac{1-a^3}{1+a^2+a^4}$, $\frac{1+a^3}{1+a^2+a^4}$, $\frac{1}{1+a^2+a^4}$

প্রশ্ন ০৬ $A = \frac{1}{\sqrt{x-11x+28}}$, $B = \frac{1}{\sqrt{x-13x+36}}$, $C = \frac{1}{\sqrt{x-15x+44}}$
এবং $D = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} + \frac{40}{\sqrt{x^2-1}}$ চারটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।
ক. $\frac{a^2-b^2-2bc-c^2}{a^2+2ab+b^2-c^2}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। (সহজমান) ২
খ. D কে সরল কর। (যথাযথ) ৪
গ. A, B ও C কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। (কঠিনমান) ৪

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৫.১ এর উদাহরণ ৭(গ), ৮(গ) ও ৯(ক) নং প্রশ্নের আলোকে ▶ লিখনফর্ম ১

৬নং প্রশ্নের সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{ক. } & \frac{p^2 - q^2 - 2qr - r^2}{p^2 + 2pq + q^2 - r^2} \\ &= \frac{p^2 - (q^2 + 2qr + r^2)}{(p^2 + 2pq + q^2) - r^2} \\ &= \frac{p^2 - (q+r)^2}{(p+q)^2 - r^2} \\ &= \frac{(p+q+r)(p-q-r)}{(p+q+r)(p+q-r)} = \frac{p-q-r}{p+q-r} \end{aligned}$$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার $\frac{p-q-r}{p+q-r}$ ।

$$\begin{aligned} \text{খ. } \text{এখানে, } D &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{40}{x^8-1} \\ &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2)^2 - (1)^2} + \frac{40}{x^8-1} \\ &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2+1)(x^2-1)} + \frac{40}{x^8-1} \\ &= \frac{x^2+1+1}{(x^2+1)(x^2-1)} + \frac{40}{(x^4)^2 - (1)^2} \\ &= \frac{x^2+2}{(x^2+1)(x^2-1)} + \frac{40}{(x^2+2)(x^2+1)+40} \\ &= \frac{x^2+2}{(x^2+1)(x^2-1)} + \frac{40}{x^6+x^2+2x^4+2+40} \\ &= \frac{x^2+2}{x^8-1} \\ &= \frac{x^6+2x^4+x^2+42}{x^8-1} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল : $\frac{x^6+2x^4+x^2+42}{x^8-1}$ ।

$$\begin{aligned} \text{গ. } \text{এখানে, } A \text{ এর হর} &= x^2 - 11x + 28 \\ &= x^2 - 4x - 7x + 28 \\ &= x(x-4) - 7(x-4) = (x-4)(x-7) \\ B \text{ এর হর} &= x^2 - 13x + 36 \\ &= x^2 - 4x - 9x + 36 \\ &= x(x-4) - 9(x-4) = (x-4)(x-9) \\ C \text{ এর হর} &= x^2 - 15x + 44 \\ &= x^2 - 4x - 11x + 44 \\ &= x(x-4) - 11(x-4) = (x-4)(x-11) \end{aligned}$$

∴ A, B, C এর হরগুরুর ল.সা.গু. = $(x-4)(x-7)(x-9)(x-11)$

$$\therefore A = \frac{1}{x^2 - 11x + 28} = \frac{1}{(x-4)(x-7)} = \frac{1 \times (x-9)(x-11)}{(x-4)(x-7) \times (x-9)(x-11)} = \frac{(x-9)(x-11)}{(x-4)(x-7)(x-9)(x-11)}$$

$$B = \frac{1}{x^2 - 13x + 36} = \frac{1}{(x-4)(x-9)} = \frac{1 \times (x-7)(x-11)}{(x-4)(x-9) \times (x-7)(x-11)} = \frac{(x-7)(x-11)}{(x-4)(x-7)(x-9)(x-11)}$$

$$\text{এবং } C = \frac{1}{x^2 - 15x + 44} = \frac{1}{(x-4)(x-11)} = \frac{1 \times (x-7)(x-9)}{(x-4)(x-11) \times (x-7)(x-9)} = \frac{(x-7)(x-9)}{(x-4)(x-7)(x-9)(x-11)}$$

নির্ণেয় সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো :

$$\frac{(x-9)(x-11)}{(x-4)(x-7)(x-9)(x-11)} + \frac{(x-7)(x-11)}{(x-4)(x-7)(x-9)(x-11)} + \frac{(x-7)(x-9)}{(x-4)(x-7)(x-9)(x-11)}$$

প্রশ্ন ০৭ $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$ এবং $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$ দুইটি ভগ্নাংশ।
 ক. প্রদত্ত ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। (সংকেত) ২
 খ. দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত হূণ কোনটি? (সংকেত) ৪
 গ. ভগ্নাংশ দুইটির যোগফল নির্ণয় কর। (সংকেত) ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{ক. } \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ} &= \frac{x^2-6x+5}{x^2-25} \\ &= \frac{x^2-x-5x+5}{x^2-5^2} \\ &= \frac{x(x-1)-5(x-1)}{(x+5)(x-5)} = \frac{(x-1)(x-5)}{(x+5)(x-5)} \end{aligned}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-5)$
 প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর ও লবকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{x-1}{x+5}$
 ∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-1}{x+5}$ ।

$$\begin{aligned} \text{খ. } \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ} &= \frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20} = \frac{x^2-3x-4x+12}{x^2-4x-5x+20} \\ &= \frac{x(x-3)-4(x-3)}{x(x-4)-5(x-4)} = \frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)} \end{aligned}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-4)$
 প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর ও লবকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{x-3}{x-5}$
 ∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-3}{x-5}$ ।

$$\begin{aligned} \text{গ. } \text{(ক) হতে প্রাপ্ত, } & \frac{x^2-6x+5}{x^2-25} = \frac{x-1}{x+5} \\ \text{(খ) হতে প্রাপ্ত, } & \frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20} = \frac{x-3}{x-5} \\ \therefore \text{ ভগ্নাংশ দুইটির যোগফল} &= \frac{x-1}{x+5} + \frac{x-3}{x-5} = \frac{(x-1)(x-5) + (x-3)(x+5)}{(x+5)(x-5)} \\ &= \frac{x^2-5x-x+5 + x^2+5x-3x-15}{x^2-25} = \frac{2x^2-4x-10}{x^2-25} \end{aligned}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2x^2-4x-10}{x^2-25}$ ।

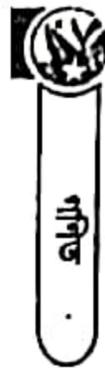
প্রশ্ন ০৮ $A = a^2b + ab^2 + b^3$, $B = a^3 - b^3$, $C = a^3 - a^2b + ab^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।
 ক. $\frac{p^2-p-30}{p^2-36}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ২
 খ. A, B, C-এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪
 গ. $\frac{1}{A} \cdot \frac{2}{B}$ এবং $\frac{3}{C}$ কে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

● মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর ▶ শিখনফল ১

৮নং প্রশ্নের সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{ক. } \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{p^2-p-30}{p^2-36} \\ &= \frac{p^2-6p+5p-30}{p^2-6^2} \\ &= \frac{p(p-6)+5(p-6)}{(p+6)(p-6)} = \frac{(p+5)(p-6)}{(p+6)(p-6)} = \frac{p+5}{p+6} \end{aligned}$$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার $\frac{p+5}{p+6}$ ।



গণিত

১) দেওয়া আছে, $A = a^2b + ab^2 + b^3$
 $= b(a^2 + ab + b^2)$
 $B = a^3 - b^3$
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
 এবং $C = a^3 - a^2b + ab^2$
 $= a(a^2 - ab + b^2)$

A, B এবং C এর ল.সা.গু. = 1.

২) খ' হতে পাই, $A = b(a^2 + ab + b^2)$, $B = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
 এবং $C = a(a^2 - ab + b^2)$

A, B, C এর ল.সা.গু. = $b(a^2 + ab + b^2)(a-b)a(a^2 - ab + b^2)$
 $= ab(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

$\frac{1}{A} = \frac{1}{b(a^2 + ab + b^2)}$
 $= \frac{a(a-b)(a^2 - ab + b^2)}{ab(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$

$\frac{2}{B} = \frac{2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}$
 $= \frac{2ab(a^2 - ab + b^2)}{ab(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$

এবং $\frac{3}{C} = \frac{3}{a(a^2 - ab + b^2)}$
 $= \frac{3b(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{ab(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$

∴ $\frac{1}{A}$, $\frac{2}{B}$ এবং $\frac{3}{C}$ এর সমহরবিণিষ্ট ভাগ্যে যথাক্রমে,

$\frac{a(a-b)(a^2 - ab + b^2)}{ab(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)} + \frac{2ab(a^2 - ab + b^2)}{ab(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$
 এবং $\frac{3b(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{ab(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$

অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান



পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর সংবলিত



কাজ ১ সমহরবিণিষ্ট ভাগ্যে প্রকাশ কর: ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৭৮

১. $\frac{x^2 + xy}{x^2y}$ এবং $\frac{x^2 - xy}{xy^2}$

সমাধান: এখানে, ১ম ভাগ্যংশের হর = x^2y
 ২য় ভাগ্যংশের হর = xy^2
 ∴ হরগুলোর ল.সা.গু. = x^2y^2

∴ $\frac{x^2 + xy}{x^2y} = \frac{(x^2 + xy)y}{x^2y^2}$
 $= \frac{x(x+y)y}{x^2y^2} = \frac{xy(x+y)}{x^2y^2}$

এবং $\frac{x^2 - xy}{xy^2} = \frac{(x^2 - xy)x}{x^2y^2} = \frac{x(x-y)x}{x^2y^2} = \frac{x^2(x-y)}{x^2y^2}$

নির্ণেয় সমহরবিণিষ্ট ভাগ্যংশগুলো $\frac{xy(x+y)}{x^2y^2}$ এবং $\frac{x^2(x-y)}{x^2y^2}$

২. $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b}$

সমাধান: এখানে, ১ম ভাগ্যংশের হর = $a+2b$
 ২য় ভাগ্যংশের হর = a^2-4b
 ∴ হরগুলোর ল.সা.গু. = $(a+2b)(a^2-4b)$

∴ $\frac{a-b}{a+2b} = \frac{(a-b)(a^2-4b)}{(a+2b)(a^2-4b)}$

এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b} = \frac{(2a+b)(a+2b)}{(a^2-4b)(a+2b)}$

নির্ণেয় সমহরবিণিষ্ট ভাগ্যংশগুলো $\frac{(a-b)(a^2-4b)}{(a+2b)(a^2-4b)}$

এবং $\frac{(2a+b)(a+2b)}{(a^2-4b)(a+2b)}$

কাজ ২ যোগ কর:

▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৮১

১. $\frac{2a}{3x^2y} + \frac{3b}{2xy^2} + \frac{a+b}{xy}$

সমাধান: $\frac{2a}{3x^2y} + \frac{3b}{2xy^2} + \frac{a+b}{xy}$
 $= \frac{4ay + 9bx + 6axy + 6bxy}{6x^2y^2}$

[এখানে হরগুলোর ল.সা.গু. = $6x^2y^2$]

নির্ণেয় যোগফল $\frac{4ay + 9bx + 6axy + 6bxy}{6x^2y^2}$

২. $\frac{2}{x^2y - xy^2} + \frac{3}{xy(x^2 - y^2)} + \frac{1}{x^2 - y^2}$

সমাধান: $\frac{2}{x^2y - xy^2} + \frac{3}{xy(x^2 - y^2)} + \frac{1}{x^2 - y^2}$
 $= \frac{2}{xy(x-y)} + \frac{3}{xy(x+y)(x-y)} + \frac{1}{(x+y)(x-y)}$
 $= \frac{2(x+y) + 3 + xy}{xy(x+y)(x-y)}$

[এখানে হরগুলোর ল.সা.গু. = $xy(x+y)(x-y)$]
 $= \frac{2x + 2y + 3 + xy}{xy(x^2 - y^2)}$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2x + 2y + 3 + xy}{xy(x^2 - y^2)}$

কাজ ৩ বিয়োগ কর:

▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৮২

১. $\frac{x}{x^2 + xy + y^2}$ থেকে $\frac{xy}{x^3 - y^3}$

সমাধান: $\frac{x}{x^2 + xy + y^2} - \frac{xy}{x^3 - y^3}$
 $= \frac{x}{x^2 + xy + y^2} - \frac{xy}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}$
 $= \frac{x(x-y) - xy}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}$

$= \frac{x^2 - xy - xy}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{x^2 - 2xy}{x^3 - y^3} = \frac{x(x-2y)}{x^3 - y^3}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{x(x-2y)}{x^3 - y^3}$

২. $\frac{1}{1+a+a^2}$ থেকে $\frac{2a}{1+a^3+a^4}$

সমাধান: $\frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^3+a^4}$
 $= \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2a}{a^4+a^3+1}$
 $= \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2a}{(a^2+1)^2 - a^2}$

$= \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2a}{(a^2+1)^2 - a^2} = \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2a}{(a^2+1+a)(a^2+1-a)}$
 $= \frac{1}{(a^2+a+1)(a^2+a+1)} - \frac{2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$
 $= \frac{a^2-3a+1}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)} = \frac{a^2-3a+1}{a^4+a^2+1}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{a^2-3a+1}{a^4+a^2+1}$

অনুশীলনী ৫.২ : ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

এক নজরে (১) অনুশীলনীর গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- ভগ্নাংশের গুণ : দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশ গুণ করে একটি ভগ্নাংশ পাওয়া যায়, যার লব হল দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের লবগুলোর গুণফলের সমান এবং হর হল হরগুলোর গুণফলের সমান।
- ভগ্নাংশের ভাগ : একটি ভগ্নাংশকে অপর একটি ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করা মানে হল প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির গুণন্যক বিপরীত ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করা।
- বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের সরলীকরণ : প্রক্রিয়া চিহ্ন দ্বারা সংযুক্ত দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় ভগ্নাংশকে একটি ভগ্নাংশে বা রাশিতে পরিণত করাই হলো ভগ্নাংশের সরলীকরণ। এতে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা হয়।

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান

পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

সঠিক উত্তরটিতে টিক (✓) চিহ্ন দাও :

১। $\frac{a}{x} \cdot \frac{b}{y} \cdot \frac{c}{z} \cdot \frac{d}{q}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট করলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{nyzq}{xyzq} \cdot \frac{hxzq}{xyzq} \cdot \frac{cxyz}{xyzq} \cdot \frac{pxyz}{xyzq}$ (খ) $\frac{axy}{xyzq} \cdot \frac{byz}{xyzq} \cdot \frac{czx}{xyzq} \cdot \frac{pxy}{xyzq}$

(গ) $\frac{a}{xyzq} \cdot \frac{b}{xyzq} \cdot \frac{c}{xyzq} \cdot \frac{d}{xyzq}$ (ঘ) $\frac{axyzq}{xyzq} \cdot \frac{bxzq}{xyzq} \cdot \frac{cxyzq}{xyzq} \cdot \frac{pxyzq}{xyzq}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : প্রদত্ত ভগ্নাংশ : $\frac{a}{x} \cdot \frac{b}{y} \cdot \frac{c}{z} \cdot \frac{d}{q}$

ভগ্নাংশগুলোর হর x, y, z ও q এর ল.সা.গু. = xyzq

∴ $\frac{a}{x} = \frac{a \cdot xyzq}{x \cdot xyzq} = \frac{axyzq}{xyzq}$

$\frac{b}{y} = \frac{b \cdot xyzq}{y \cdot xyzq} = \frac{bxzq}{xyzq}$

$\frac{c}{z} = \frac{c \cdot xyzq}{z \cdot xyzq} = \frac{cxyzq}{xyzq}$

$\frac{d}{q} = \frac{d \cdot xyzq}{q \cdot xyzq} = \frac{pxyzq}{xyzq}$

সুতরাং, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ : $\frac{axyzq}{xyzq} \cdot \frac{bxzq}{xyzq} \cdot \frac{cxyzq}{xyzq} \cdot \frac{pxyzq}{xyzq}$

২। $\frac{x^2y^2}{ab} \cdot \frac{c^2d^2}{x^2y^2}$ এর গুণফল কত হবে?

- (ক) $\frac{x^2y^2c^2d^2}{abx^2y^2}$ (খ) $\frac{c^2d^2}{abx^2y^2}$ (গ) $\frac{x^2y^2c^2}{x^2y^2}$ (ঘ) $\frac{xyd^2}{ab}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{x^2y^2}{ab} \cdot \frac{c^2d^2}{x^2y^2}$ এর গুণফল = $\frac{x^2y^2}{ab} \times \frac{c^2d^2}{x^2y^2} = \frac{c^2d^2}{ab}$

৩। $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ কে $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?

- (ক) $\frac{x+1}{a-1}$ (খ) $\frac{x-1}{a-1}$ (গ) $\frac{x-1}{a+1}$ (ঘ) $\frac{a-1}{x-1}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1} \div \frac{x-1}{a-1} = \frac{(x-1)^2}{(a-1)^2} \times \frac{a-1}{x-1} = \frac{x-1}{a-1}$

৪। $\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

- (ক) $\frac{a^2-2ab-b^2}{ab}$ (খ) $\frac{a^2-2ab+b^2}{ab}$ (গ) $\frac{-a^2-b^2}{ab}$ (ঘ) $\frac{a^2-b^2}{ab}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b} = \frac{b(a-b) - a(a+b)}{ab} = \frac{ab - b^2 - a^2 - ab}{ab} = \frac{-a^2 - b^2}{ab}$

৫। $\frac{p+x}{p-x} + \frac{(p+x)^2}{p^2-x^2}$ এর মান কোনটি?

- (ক) 1 (খ) p-x (গ) p+x (ঘ) $\frac{p-x}{p+x}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{p+x}{p-x} + \frac{(p+x)^2}{p^2-x^2} = \frac{p+x}{p-x} + \frac{(p+x)^2}{(p+x)(p-x)}$
 $= \frac{p+x}{p-x} + \frac{p+x}{p-x} = \frac{p+x}{p-x} \times \frac{p-x}{p-x} = 1$

৬। $\frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{x-y}{x+y}$ কে সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?

- (ক) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2} \cdot \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$ (খ) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \cdot \frac{(x-y)^2}{x+y}$

- (গ) $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} \cdot \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$ (ঘ) $\frac{x-y}{(x+y)^2} \cdot \frac{x+y}{(x-y)^2}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : এখানে, হর (x-y) ও (x+y) এর ল.সা.গু. = (x+y)(x-y)

১ম ভগ্নাংশ = $\frac{x+y}{x-y} = \frac{(x+y) \times (x+y)}{(x-y) \times (x+y)} = \frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$

২য় ভগ্নাংশ = $\frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y) \times (x-y)}{(x+y) \times (x-y)} = \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$

৭। নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৭-৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{x^2+4x-21}{x^2+5x-14}$ একটি বীজগণিতিক ভগ্নাংশ।

৭। লবের উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?

- (ক) (x+7)(x-3) (খ) (x-1)(x+21)
 (গ) (x-3)(x-7) (ঘ) (x+3)(x-7)

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : ভগ্নাংশের লব = $x^2+4x-21$
 $= x^2+7x-3x-21$
 $= x(x+7)-3(x+7)$
 $= (x+7)(x-3)$

৮। ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

- (ক) $\frac{x-7}{x+7}$ (খ) $\frac{x-3}{x+2}$
 (গ) $\frac{x+7}{x-2}$ (ঘ) $\frac{x-3}{x-2}$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{x^2+4x-21}{x^2+5x-14} \div \frac{x^2+7x-3x-21}{x^2+7x-2x-14}$
 $= \frac{x(x+7)-3(x+7)}{x(x+7)-2(x+7)} = \frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)(x-2)} = \frac{x-3}{x-2}$

গণিত

১৮। দ্বিঘট মানের সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2-x}$ হবে?

- ক) -1 খ) 1 গ) $x-2$ ঘ) $x-3$

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : যোগফল থেকে দ্বিঘটমান বিয়োগ করলে কাল্পিত মানটি পাওয়া যাবে। অর্থাৎ $\frac{1}{2-x} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{1}{2-x} + \frac{x-3}{2-x}$
 $= \frac{1+x-3}{2-x} = \frac{x-2}{2-x} = \frac{-(2-x)}{(2-x)} = -1$

১০। $\frac{x^2+6x+5}{x^2+10x+25}$ এর সমতুল ভাঙ্গাংশ হবে-

i. $\frac{x+1}{x+5}$

ii. $\frac{x^2-2x-3}{x^2+2x-15}$

iii. $\frac{x^2+2x+1}{x^2-3x-10}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : (i) প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^2+6x+5}{x^2+10x+25}$

$$= \frac{x^2+5x+x+5}{x^2+5x+5x+25}$$

$$= \frac{x(x+5)+1(x+5)}{x(x+5)+5(x+5)} = \frac{(x+5)(x+1)}{(x+5)(x+5)} = \frac{x+1}{x+5}$$

(ii) প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^2-2x-3}{x^2+2x-15} = \frac{x^2-3x+x-3}{x^2+5x-3x-15}$

$$= \frac{x(x-3)+1(x-3)}{x(x+5)-3(x+5)} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x+5)(x-3)} = \frac{x+1}{x+5}$$

(iii) প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^2+2x+1}{x^2-3x-10}$

$$= \frac{x^2+2x \cdot 1 + 1^2}{x^2-5x+2x-10} = \frac{(x+1)^2}{x(x-5)+2(x-5)} = \frac{(x+1)(x+1)}{(x-5)(x+2)}$$

সুতরাং (i) ও (ii) সঠিক।

১১। $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$ ও $\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ এর ভাগফল নিচের কোনটি?

- ক) $\frac{x+3}{x+2}$ খ) $\frac{x-1}{x+3}$ গ) 1 ঘ) 0

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} \div \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

$$= \frac{x^2+3x-x-3}{x^2+2x-x-2} \div \frac{x^2+3x-2x-6}{x^2-2^2}$$

$$= \frac{x(x+3)-1(x+3)}{x(x+2)-1(x+2)} \div \frac{x(x+3)-2(x+3)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \div \frac{(x+3)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x+3}{x+2} \div \frac{x+3}{x+2} = 1$$

১২। $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4}$ এর সরলমান নিচের কোনটি?

- ক) $\frac{8}{x^2-4}$ খ) $\frac{2x}{x^2-4}$ গ) 1 ঘ) 0

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4}$

$$= \frac{x+2-(x-2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{4}{x^2-4}$$

$$= \frac{x+2-x+2}{x^2-2^2} - \frac{4}{x^2-4}$$

$$= \frac{4}{x^2-4} - \frac{4}{x^2-4}$$

$$= \frac{4-4}{x^2-4} = \frac{0}{x^2-4} = 0$$

গাণিতিক সমস্যার সমাধান

১৩। গুণ কর :

(ক) $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \cdot \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

সমাধান : $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \cdot \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$ এর গুণফল

$$= \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \times \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \times \frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$$

$$= \frac{9x^2y^2 \times 5b^2c^2 \times 7c^2a^2}{7y^2z^2 \times 3z^2x^2 \times x^2y^2} = \frac{15a^2b^2c^4x^2y^2}{x^4y^4z^4} = \frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

(খ) $\frac{16a^2b^2}{21z^2} \cdot \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$

সমাধান : $\frac{16a^2b^2}{21z^2} \cdot \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$ এর গুণফল

$$= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{28z^4}{9x^3y^4} \times \frac{3y^7z}{10x}$$

$$= \frac{16 \times 28 \times 3 \times a^2 \cdot b^2 \cdot y^7 \cdot z^5}{21 \times 9 \times 10 \times x^4 \cdot y^4 \cdot z^2} = \frac{32a^2b^2y^3z^3}{45x^4}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{32a^2b^2y^3z^3}{45x^4}$

(গ) $\frac{yz}{x^2} \cdot \frac{zx}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$

সমাধান : $\frac{yz}{x^2} \cdot \frac{zx}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$ এর গুণফল

$$= \frac{yz}{x^2} \times \frac{zx}{y^2} \times \frac{xy}{z^2} = \frac{yz \times zx \times xy}{x^2 \times y^2 \times z^2} = \frac{x^2y^2z^2}{x^2y^2z^2} = 1$$

নির্ণেয় গুণফল 1

(ঘ) $\frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$

সমাধান : $\frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$ এর গুণফল

$$= \frac{x-1}{x+1} \times \frac{(x-1)^2}{x^2+x} \times \frac{x^2}{x^2-4x+5}$$

$$= \frac{x-1}{x+1} \times \frac{(x-1)(x-1)}{x(x+1)} \times \frac{x^2}{x^2-4x+5}$$

$$= \frac{(x-1)(x-1)(x-1) \times x \times x}{(x+1)(x+1) \times x(x^2-4x+5)} = \frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$

(ঙ) $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot \frac{x+y}{x^3+y^3}$

সমাধান : $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot \frac{x+y}{x^3+y^3}$ এর গুণফল

$$= \frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \times \frac{x-y}{x^3+y^3} \times \frac{x+y}{x^3+y^3}$$

$$= \frac{(x^2)^2 - (y^2)^2}{(x-y)^2} \times \frac{x-y}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \times \frac{x+y}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{(x^2-y^2)(x^2+y^2) \times (x-y) \times (x+y)}{(x-y)(x-y) \times (x+y)(x+y) \times (x^2-xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x-y)(x+y)}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{(x^2+y^2)(x-y)(x+y)}{(x^2+y^2)(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{x^2+y^2}$$

$$= \frac{x^2+y^2}{(x^2-xy+y^2)^2}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{x^2+y^2}{(x^2-xy+y^2)^2}$

(গ) $\frac{1-b^2}{1+x} \cdot \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $(1 + \frac{1-x}{x})$
 সমাধান: $\frac{1-b^2}{1+x} \cdot \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $(1 + \frac{1-x}{x})$ এর গুণফল
 $= \frac{1-b^2}{1+x} \times \frac{1-x^2}{b(1+b)} \times (1 + \frac{1-x}{x})$
 $= \frac{1-b^2}{1+x} \times \frac{1-x^2}{b(1+b)} \times \frac{x+1-x}{x}$
 $= \frac{(1+b)(1-b)}{(1+x)} \times \frac{(1+x)(1-x)}{b(1+b)} \times \frac{1}{x}$
 $= \frac{(1+b)(1-b)(1+x)(1-x) \times 1}{(1+x)b(1+b)x} = \frac{(1-b)(1-x)}{bx}$
 নির্ণেয় গুণফল $\frac{(1-b)(1-x)}{bx}$

(ঘ) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \cdot \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$
 সমাধান: $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \cdot \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$ এর গুণফল
 $= \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \times \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} \times \frac{x^2-16}{x^2-9}$
 $= \frac{x^2-x-2x+2}{x^2-x-3x+3} \times \frac{x^2-2x-3x+6}{x^2-3x-4x+12} \times \frac{(x)^2-(4)^2}{(x)^2-(3)^2}$
 $= \frac{x(x-1)-2(x-1)}{x(x-1)-3(x-1)} \times \frac{x(x-2)-3(x-2)}{x(x-3)-4(x-3)} \times \frac{(x+4)(x-4)}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x+4)(x-4)}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{(x-1)(x-3)(x-3)(x+3)(x-3)(x-4)} = \frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$
 নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$

(ঙ) $\frac{x^3+y^3}{a^3b+ab^2+b^3} \cdot \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$
 সমাধান: $\frac{x^3+y^3}{a^3b+ab^2+b^3} \cdot \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$ এর গুণফল
 $= \frac{x^3+y^3}{a^3b+ab^2+b^3} \times \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2} \times \frac{ab}{x+y}$
 $= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{b(a^2+ab+b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(x^2-xy+y^2)} \times \frac{ab}{x+y}$
 $= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)ab}{(x+y)(x^2-xy+y^2)(a^2+ab+b^2)b} = a(a-b)$
 নির্ণেয় গুণফল $a(a-b)$

(চ) $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3} \cdot \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$
 সমাধান: $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3} \cdot \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$
 এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$ এর গুণফল
 $= \frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3} \times \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$
 $= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(a+b)^3} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$
 $= \frac{(x+y)^2(a+b)^2(x-y)(x-y)}{(a+b)^3(x+y)(x-y)(x+y)(x+y)}$
 $= \frac{(x+y)^2(x-y)}{(a+b)^3(x+y)}$
 নির্ণেয় গুণফল $x-y$

১৪। ভাগ কর: (১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা)
 (ক) $\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx}$
 সমাধান: $\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx} = \frac{3x^2}{2a} \times \frac{15zx}{4y^2} = \frac{45x^3z}{8ay^2}$
 নির্ণেয় ভাগফল $\frac{45x^3z}{8ay^2}$

(খ) $\frac{9a^2b^2}{4c^2} \div \frac{16a^3b}{3c^3}$
 সমাধান: $\frac{9a^2b^2}{4c^2} \div \frac{16a^3b}{3c^3} = \frac{9a^2b^2}{4c^2} \times \frac{3c^3}{16a^3b} = \frac{9 \times 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot h \cdot c^2 \cdot c}{4 \times 16 \cdot a^3 \cdot a \cdot b \cdot c^2} = \frac{27bc}{64a}$
 নির্ণেয় ভাগফল $\frac{27bc}{64a}$

(গ) $\frac{21a^4b^4c^4}{4x^3y^3z^3} \div \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$
 সমাধান: $\frac{21a^4b^4c^4}{4x^3y^3z^3} \div \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz} = \frac{21a^4b^4c^4}{4x^3y^3z^3} \times \frac{12xyz}{7a^2b^2c^2} = \frac{21 \times 12 \times a^4 \cdot b^4 \cdot c^4 \cdot xyz}{4 \times 7 \times a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot x^3 \cdot y^3 \cdot z^3} = \frac{9a^2b^2c^2}{x^2y^2z^2}$
 নির্ণেয় ভাগফল $\frac{9a^2b^2c^2}{x^2y^2z^2}$

(ঘ) $\frac{x}{y} \div \frac{x+y}{y}$
 সমাধান: $\frac{x}{y} \div \frac{x+y}{y} = \frac{x}{y} \times \frac{y}{x+y} = \frac{x}{x+y}$
 নির্ণেয় ভাগফল $\frac{x}{x+y}$

(ঙ) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2-b^2}{a+b}$
 সমাধান: $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a+b}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)(a+b)(a+b)}{(a-b)(a-b)(a-b)(a+b)} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$
 নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$

(চ) $\frac{x^3-y^3}{x+y} \div \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$
 সমাধান: $\frac{x^3-y^3}{x+y} \div \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{x^3-y^3}{x+y} \times \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2} = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{(x^2+xy+y^2)} = (x-y)(x-y) = (x-y)^2$
 নির্ণেয় ভাগফল $(x-y)^2$

(ছ) $\frac{a^3+b^3}{a-b} \div \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2}$
 সমাধান: $\frac{a^3+b^3}{a-b} \div \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^3+b^3}{a-b} \times \frac{a^2-b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a-b)} \times \frac{(a+b)(a-b)}{(a^2-ab+b^2)} = (a+b)(a+b) = (a+b)^2$
 নির্ণেয় ভাগফল $(a+b)^2$

গণিত

$$(৬) \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\text{সমাধান: } \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2}$$

$$= \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 2^2} \times \frac{x^2 - 2x - x + 2}{x^2 - 4^2}$$

$$= \frac{x(x-3) - 4(x-3)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x(x-2) - 1(x-2)}{(x+4)(x-4)}$$

$$= \frac{(x-3)(x-4)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{(x-2)(x-1)}{(x+4)(x-4)} = \frac{(x-3)(x-1)}{(x+4)(x+2)}$$

$$\text{নির্ণেয় ভাগফল } \frac{(x-1)(x-3)}{(x+2)(x+4)}$$

$$(৭) \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \div \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$$

$$\text{সমাধান: } \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \times \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$$

$$= \frac{x^2 - 6x + 5x - 30}{(x)^2 - (6)^2} \times \frac{x^2 - 7x + 8x - 56}{x^2 + 5x + 8x + 40}$$

$$= \frac{x(x-6) + 5(x-6)}{(x+6)(x-6)} \times \frac{x(x-7) + 8(x-7)}{x(x+5) + 8(x+5)}$$

$$= \frac{(x-6)(x+5)}{(x+6)(x-6)} \times \frac{(x-7)(x+8)}{(x+5)(x+8)} = \frac{x-7}{x+6}$$

$$\text{নির্ণেয় ভাগফল } \frac{x-7}{x+6}$$

১৫। সরল কর:

$$(ক) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{xy} \times \frac{y-x}{xy} = \frac{y-x}{x^2y^2}$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } \frac{y-x}{x^2y^2}$$

$$(খ) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \left\{ \frac{1}{1+x} + \frac{2x}{(1+x)(1-x)} \right\} \left(\frac{x-1}{x^2}\right)$$

$$= \left\{ \frac{1-x+2x}{(1+x)(1-x)} \right\} \left(\frac{x-1}{x^2}\right) = \frac{(1+x)}{(1+x)(1-x)} \times \frac{x-1}{x^2}$$

$$= \frac{x-1}{x^2(1-x)} = \frac{-(1-x)}{x^2(1-x)} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } -\frac{1}{x^2}$$

$$(গ) \left(1 - \frac{c}{a+b}\right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(1 - \frac{c}{a+b}\right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right)$$

$$= \left(\frac{a+b-c}{a+b}\right) \left\{ \frac{a(a+b-c) - a(a+b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)} \right\}$$

$$= \frac{(a+b-c)}{a+b} \times \frac{a^2 + ab - ca - a^2 - ab - ca}{(a+b+c)(a+b-c)}$$

$$= \frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)}$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } \frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)}$$

$$(ঘ) \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right)$$

$$= \frac{1(1-a) + a(1+a)}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1(1+a+a^2) - 1(1+a^2)}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$= \frac{1-a+a+a^2}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1+a+a^2-1-a^2}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$= \frac{a(1+a^2)}{(1+a)(1-a)(1+a^2)(1+a+a^2)} = \frac{a}{(1-a^2)(1+a+a^2)}$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } \frac{a}{(1-a^2)(1+a+a^2)}$$

$$(ঙ) \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$$

$$= \frac{x(2x+y) + x(2x-y)}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{4(x^2-y^2) + 3y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{2x^2 + xy + 2x^2 - xy}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{4x^2 - 4y^2 + 3y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{4x^2}{(2x)^2 - (y)^2} \times \frac{4x^2 - y^2}{x^2 - y^2}$$

$$= \frac{4x^2}{(4x^2 - y^2)} \times \frac{(4x^2 - y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{4x^2}{x^2 - y^2}$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } \frac{4x^2}{x^2 - y^2}$$

$$(চ) \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) + \left(1 - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) + \left(1 - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$= \frac{2x+y-x-y}{x+y} + \left(\frac{x+y-y}{x+y}\right)$$

$$= \frac{x}{x+y} + \frac{x}{x+y} = \frac{x}{x+y} \times \frac{(x+y)}{x} = 1$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } 1$$

$$(ছ) \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) + \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) + \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right)$$

$$= \frac{a(a-b) + b(a+b)}{(a+b)(a-b)} + \frac{a(a+b) - b(a-b)}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{(a+b)(a-b)} + \frac{a^2 + ab - ab + b^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a^2 + b^2)}{(a^2 - b^2)} = 1$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } 1$$

$$(জ) \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} - 1\right) + \left(\frac{a^3-b^3}{a-b} - 3ab\right)$$

$$\text{সমাধান: } \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} - 1\right) + \left(\frac{a^3-b^3}{a-b} - 3ab\right)$$

$$= \left(\frac{a^2+b^2-2ab}{2ab}\right) + \left(\frac{a^3-b^3-3ab(a-b)}{a-b}\right)$$

$$= \frac{(a-b)^2}{2ab} + \frac{(a-b)^3}{a-b}$$

$$= \frac{(a-b)^2}{2ab} \times \frac{a-b}{a-b} = \frac{(a-b)^3}{2ab(a-b)} = \frac{1}{2ab}$$

$$\text{নির্ণেয় সরলফল } \frac{1}{2ab}$$

(২) $\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab} + \frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$
 সমাধান: $\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab} + \frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$
 $= \frac{(x-y)^2}{(a-b)^2} + \frac{(x-y)^3}{(a-b)^3} [\because (a-b)^2 = (a+b)^2-4ab$

এবং $(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$
 $= \frac{(x-y)^2}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^3}{(x-y)^3} = \frac{a-b}{x-y}$
 নির্ণেয় সরলফল $\frac{a-b}{x-y}$

(৩) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) + \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1\right)$
 সমাধান: $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) + \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1\right)$
 $= \frac{a^2+b^2+ab}{ab} + \frac{a^2+ab+b^2}{b^2}$
 $= \frac{(a^2+ab+b^2)}{ab} \times \frac{b^2}{(a^2+ab+b^2)} = \frac{b^2}{ab} = \frac{b}{a}$
 নির্ণেয় সরলফল $\frac{b}{a}$

১৬। সরল কর:

(ক) $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12} + \frac{x^2-25}{x^2-x-20} \times \frac{x-2}{x^2-5x+6}$
 সমাধান: $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12} + \frac{x^2-25}{x^2-x-20} \times \frac{x-2}{x^2-5x+6}$
 $= \frac{x^2+5x-3x-15}{x^2+4x-3x-12} + \frac{(x)^2-(5)^2}{x^2-5x+4x-20} \times \frac{x-2}{x^2-2x-3x+6}$
 $= \frac{x(x+5)-3(x+5)}{x(x+4)-3(x+4)} + \frac{(x+5)(x-5)}{x(x-5)+4(x-5)} \times \frac{x-2}{x(x-2)-3(x-2)}$
 $= \frac{(x-3)(x+5)}{(x+4)(x-3)} + \frac{(x+5)(x-5)}{(x+4)(x-5)} \times \frac{x-2}{(x-3)(x-2)}$
 $= \frac{(x-3)(x+5)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-3}$
 নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{x-3}$

(খ) $\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}\right) + \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right)$
 সমাধান:
 $\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}\right) + \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right)$
 $= \frac{x(x+y)-x(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{y(x+y)-y(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}$
 $= \frac{x^2+xy-x^2+xy}{(x-y)(x+y)} + \frac{xy+y^2-xy+y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{2x^2+2y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{4xy}{(x-y)(x+y)}$
 $= \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} + \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{2(x^2+y^2)}{(x+y)(x-y)} + \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)(x-y)}$
 $= \frac{x}{y} + \frac{x^2+y^2}{2xy} = \frac{2x^2+x^2+y^2}{2xy} = \frac{3x^2+y^2}{2xy}$
 নির্ণেয় সরলফল $\frac{3x^2+y^2}{2xy}$

(গ) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} + \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ [সকল বোর্ড ২০১৩]
 সমাধান: $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} + \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$
 $= \frac{x^2-x+3x-3}{x^2-x+2x-2} \times \frac{(x+2)(x-2)}{x^2-2x+3x-6}$

$= \frac{x(x-1)+3(x-1)}{x(x-1)+2(x-1)} \times \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-2)+3(x-2)}$
 $= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+2)} \times \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+3)} = 1$
 নির্ণেয় সরলফল 1.

(ঘ) $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2-2ab} \times \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3-b^3} + \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$
 সমাধান: $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2-2ab} \times \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3-b^3} + \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$
 $= \frac{a^4-b^4}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a^3-b^3)} \times \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$
 $= \frac{(a^4-b^4)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)}$
 $= \frac{(a^2)^2-(b^2)^2}{a^2-b^2} = \frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}{(a^2-b^2)} = a^2+b^2$
 নির্ণেয় সরলফল a^2+b^2

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৭ $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}, \frac{a-b}{a^3+b^3}, \frac{a+b}{a^3+b^3}$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।
 ক. ১ম রাশিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।
 খ. দেখাও যে, রাশি তিনটির গুণফল $\frac{a^2+b^2}{(a^2-ab+b^2)^2}$
 গ. ১ম রাশিকে $\frac{a^3+a^2b+ab^2+b^3}{(a+b)^2-4ab}$ দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সাথে $\frac{a^2}{a+b}$ যোগ কর।

১৭নং প্রশ্নের সমাধান:

ক. এখানে, প্রথম রাশি $= \frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}$
 $= \frac{(a^2)^2-(b^2)^2}{(a-b)^2} = \frac{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}{(a-b)^2}$
 $= \frac{(a^2+b^2)(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)}$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)}$

খ. প্রদত্ত রাশি তিনটির গুণফল
 $= \frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} \times \frac{a-b}{a^3+b^3} \times \frac{a+b}{a^3+b^3}$
 $= \frac{(a^2+b^2)(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a+b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$
 $= \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a+b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$
 $= \frac{a^2+b^2}{(a^2-ab+b^2)^2}$

অর্থাৎ রাশি তিনটির গুণফল $= \frac{a^2+b^2}{(a^2-ab+b^2)^2}$ (দেখানো হলো)

গ. ১ম রাশিকে $\frac{a^3+a^2b+ab^2+b^3}{(a+b)^2-4ab}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল
 $= \frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} + \frac{a^3+a^2b+ab^2+b^3}{(a+b)^2-4ab}$
 $= \frac{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}{(a-b)^2} + \frac{a^2(a+b)+b^2(a+b)}{a^2+2ab+b^2-4ab}$
 $= \frac{(a^2+b^2)(a+b)(a-b)}{(a-b)(a-b)} + \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)^2}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)} + \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)^2} \\ &= \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)}{(a-b)^2} \\ &= (a-b) \end{aligned}$$

এখন, প্রাপ্ত ভাগফলের সাথে $\frac{a^2}{a+b}$ যোগ করলে যোগফল

$$\begin{aligned} &= (a-b) + \frac{a^2}{(a+b)} \\ &= \frac{(a-b)(a+b) + a^2}{a+b} = \frac{a^2 - b^2 + a^2}{a+b} = \frac{2a^2 - b^2}{a+b} \end{aligned}$$

নির্ণয় যোগফল $\frac{2a^2 - b^2}{a+b}$

[বি.স্র. খ নং প্রমে $\frac{a^2+b^2}{(a^2-ab+b)^2}$ এর পরিবর্তে $\frac{a^2+b^2}{(a^2-ab+b^2)^2}$ হবে।]

প্রশ্ন ১৮ $A = x^2 - 5x + 6$, $B = x^2 - 7x + 12$, $C = x^2 - 9x + 20$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. $\frac{x}{y}$ এবং $\frac{x+y}{y}$ এর বিয়োগফল নির্ণয় কর।

খ. $\frac{1}{B} + \frac{1}{C}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

গ. $\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর।

১৮নং প্রশ্নের সমাধান :

ক. $\frac{x}{y}$ এবং $\frac{x+y}{y}$ এর বিয়োগফল $= \frac{x}{y} - \frac{x+y}{y} = \frac{x - (x+y)}{y} = \frac{x - x - y}{y} = \frac{-y}{y} = -1$

নির্ণয় বিয়োগফল - ১.

খ. উদ্দীপকে, $B = x^2 - 7x + 12$
 $= x^2 - 4x - 3x + 12$
 $= x(x-4) - 3(x-4) = (x-3)(x-4)$
 $C = x^2 - 9x + 20$
 $= x^2 - 5x - 4x + 20$
 $= x(x-5) - 4(x-5) = (x-4)(x-5)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{B} + \frac{1}{C} &= \frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \frac{1}{x^2 - 9x + 20} \\ &= \frac{1}{(x-4)(x-3)} + \frac{1}{(x-4)(x-5)} \\ &= \frac{x-5 + x-3}{(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{2x-8}{(x-3)(x-4)(x-5)} \\ &= \frac{2(x-4)}{(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{2}{(x-3)(x-5)} \end{aligned}$$

নির্ণয় লঘিষ্ঠ আকার $\frac{2}{(x-3)(x-5)}$

গ. উদ্দীপকে, $A = x^2 - 5x + 6$
 $= x^2 - 3x - 2x + 6$
 $= x(x-3) - 2(x-3)$
 $= (x-3)(x-2)$

'খ' হতে পাই, $B = (x-3)(x-4)$
 $C = (x-4)(x-5)$
 $\therefore A, B$ এবং C রাশি তিনটির ল. সা. গু.
 $= (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$
 $\therefore (x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + (x-3)(x-2) = (x-4)(x-5)$
অর্থাৎ $\frac{1}{A} = \frac{1}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$

আবার, $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + (x-3)(x-4) = (x-2)(x-5)$
অর্থাৎ $\frac{1}{B} = \frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$
আবার, $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + (x-4)(x-5) = (x-2)(x-3)$
অর্থাৎ $\frac{1}{C} = \frac{1}{(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$
 $\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B}$ এবং $\frac{1}{C}$ এর সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশ প্রকাশ যথাক্রমে
 $\frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} \cdot \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$
এবং $\frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$

প্রশ্ন ১৯ $A = x - 2$, $B = x^2 + 2x + 4$, $C = x^3 - 8$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. যোগফল নির্ণয় কর: $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} + \frac{a-b}{ac}$

খ. সরল কর: $\frac{1}{A} \times \frac{x-2}{B} + \frac{6x}{C}$

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} + \frac{x+2}{C} = 1$.

১৯নং প্রশ্নের সমাধান :

ক. প্রদত্ত রাশি $= \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} + \frac{a-b}{ac}$
 $= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + ab - b^2}{abc} = \frac{a^2 + c^2 + ab}{abc}$

নির্ণয় যোগফল $\frac{a^2 + c^2 + ab}{abc}$

খ. উদ্দীপকে, $A = x - 2$; $B = x^2 + 2x + 4$
 $C = x^3 - 8$
 $= x^3 - 2^3$
 $= (x-2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2) = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{A} \times \frac{x-2}{B} + \frac{6x}{C}$
 $= \frac{1}{x-2} \times \frac{x-2}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$
 $= \frac{1}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$
 $= \frac{x-2 + 6x}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$
 $= \frac{7x-2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$

নির্ণয় সরলফল: $\frac{7x-2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$

গ. 'খ' হতে পাই, $A = x - 2$; $B = x^2 + 2x + 4$
 $C = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$
বামপক্ষ $= \frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} + \frac{x+2}{C}$
 $= \frac{1}{x-2} \times \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4} + \frac{x+2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$
 $= \frac{1}{x-2} \times \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4} \times \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x+2)}$
 $= 1 = ডানপক্ষ$
 $\therefore \frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} + \frac{x+2}{C} = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২০ $A = \frac{x^2+3x-4}{x^2+7x+12}$, $B = \frac{x^2+2x-3}{x^2+6x-7}$, $C = \frac{x^2+12x+35}{x^2+4x-5}$
 তিনটি বীজগণিতিক রাশি।
 ক. A কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।
 খ. A+B কে সরল কর।
 গ. দেখাও যে, $B \times C + \frac{x^2-9}{x-1} = \frac{1}{x-3}$

২০নং প্রশ্নের সমাধান:

ক উদ্দীপক হতে, $A = \frac{x^2+3x-4}{x^2+7x+12} = \frac{x^2+4x-x-4}{x^2+4x+3x+12}$
 $= \frac{x(x+4)-1(x+4)}{x(x+4)+3(x+4)}$
 $= \frac{(x+4)(x-1)}{(x+4)(x+3)} = \frac{x-1}{x+3}$

নির্ণয়ে লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-1}{x+3}$

খ উদ্দীপক হতে,
 $B = \frac{x^2+2x-3}{x^2+6x-7} = \frac{x^2+3x-x-3}{x^2+7x-x-7}$
 $= \frac{x(x+3)-1(x+3)}{x(x+7)-1(x+7)} = \frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x+7)} = \frac{x+3}{x+7}$

ক' হতে পাই, $A = \frac{x-1}{x+3}$
 $\therefore A+B = \frac{x-1}{x+3} + \frac{x+3}{x+7} = \frac{(x-1)(x+7)+(x+3)^2}{(x+3)(x+7)}$
 $= \frac{x^2+7x-x-7+x^2+6x+9}{(x+3)(x+7)}$
 $= \frac{2x^2+12x+2}{(x+3)(x+7)} = \frac{2(x^2+6x+1)}{(x+3)(x+7)}$

নির্ণয়ে সরলফল: $\frac{2(x^2+6x+1)}{(x+3)(x+7)}$

গ উদ্দীপক হতে,
 $C = \frac{x^2+12x+35}{x^2+4x-5} = \frac{x^2+7x+5x+35}{x^2+5x-x-5}$
 $= \frac{x(x+7)+5(x+7)}{x(x+5)-1(x+5)} = \frac{(x+5)(x+7)}{(x-1)(x+5)} = \frac{(x+7)}{(x-1)}$

খ' হতে পাই, $B = \frac{x+3}{x+7}$
 বামপক্ষ = $B \times C + \frac{x^2-9}{x-1} = \frac{(x+3)}{(x+7)} \times \frac{(x+7)}{(x-1)} + \frac{x^2-3^2}{x-1}$
 $= \frac{(x+3)}{(x+7)} \times \frac{(x+7)}{(x-1)} \times \frac{(x-1)}{(x+3)(x-3)} = \frac{1}{x-3}$ ডানপক্ষ
 $\therefore B \times C + \frac{x^2-9}{x-1} = \frac{1}{x-3}$ (দেখানো হলো)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর টপিকের ধারায় প্রণীত

৫.৬ ভাগের গুণ > পাঠ্যবই; পৃষ্ঠা ৮৬

- $\frac{1-x^2}{b+b^2} \times \frac{1-b^2}{1+x} =$ কত? (মধ্যমান) [ম. বো. '১৯]
 ক) $\frac{(1+x)(1-b)}{b}$ খ) $\frac{(1-x)(1+b)}{b}$
 গ) $\frac{(1-x)(1-b)}{b}$ ঘ) $\frac{(1+x)(1+b)}{b}$
 > তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{1-x^2}{b+b^2} \times \frac{1-b^2}{1+x} = \frac{(1+x)(1-x)}{b(1+b)} \times \frac{(1+b)(1-b)}{1+x} = \frac{(1-x)(1-b)}{b}$
- $\frac{x}{y}$ এর গুণায়ক বিপরীত ভাংশ নিচের কোনটি? (সহজমান)
 গ) ক) $\frac{x}{y}$ খ) xy গ) $\frac{y}{x}$ ঘ) $\frac{1}{y}$
- $\frac{a}{b}$ ও $\frac{b}{a}$ ভাংশ দুইটির গুণফল কত? (মধ্যমান)
 ঘ) ক) $\frac{a}{ab}$ খ) $\frac{1}{b}$ গ) a ঘ) 1
- 0 ও $\frac{1}{a+b}$ এর গুণফল কত? (সহজমান)
 ক) ক) 0 খ) $\frac{1}{a+b}$ গ) $\frac{c}{x}$ ঘ) $\frac{a}{x}$
- $\frac{1}{mn} \times \frac{1}{m} =$ কত? (সহজমান)
 ক) ক) $\frac{1}{m^2n}$ খ) $\frac{1}{mn^2}$ গ) $\frac{1}{mn}$ ঘ) $\frac{1}{m}$
- $\frac{x}{by}$, $\frac{yz}{z}$ ও $\frac{z}{x}$ এর গুণফল কত? (মধ্যমান)
 ক) ক) $\frac{a}{b}$ খ) $\frac{x}{y}$ গ) $\frac{y}{z}$ ঘ) $\frac{x}{b}$

- $\frac{x^2-5x+6}{x^2-9x+20}$ ভাংশটিকে $(x-4)(x-5)$ দ্বারা গুণ করলে গুণফল কত হবে? (কঠিনমান) [চ. বো. '১৭]
 ক) $x^2-9x+20$ খ) x^2-6x+5
 গ) x^2-5x+6 ঘ) x^2-8x+1
- $\frac{1}{x^2y}$ ও $\frac{1}{x+y}$ তিনটি ভাংশ-
 i. প্রথম দুইটির যোগফল $\frac{x+y}{xy}$
 ii. প্রথম দুইটির গুণফল $\frac{1}{xy}$
 iii. প্রথম দুইটির যোগফল ও তৃতীয়টির গুণফল $\frac{1}{xy}$
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
 ঘ) ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii
- $\frac{x^2-6x+8}{x^2-4x+4} \times \frac{x-2}{x-4}$
 উপরের তথ্য মতে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও?
 ৯. প্রথম ভাংশটির লঘিষ্ঠ আকার নিচের কোনটি? (সহজমান)
 ক) $\frac{x+4}{x-2}$ খ) $\frac{x-4}{x-2}$
 গ) $\frac{x-2}{x+4}$ ঘ) $\frac{x-2}{x-4}$
- ভাংশ দুইটির গুণফল কত? -
 ক) $\frac{(x-2)^2}{(x-4)^2}$ খ) $\frac{x-4}{x-2}$
 গ) $\frac{x+4}{x+2}$ ঘ) 1

১. $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}$ তিনটি ভগ্নাংশ।
উপরের উভয় উপর ভিত্তি করে নিচের ১১ ও ১২নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১১. ভগ্নাংশ তিনটির সংযোজিত হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ নিম্ন কোন্টি? (সংযোজিত)

- ক) $\frac{axy}{xyz} \cdot \frac{byz}{xyz} \cdot \frac{cxz}{xyz}$ ঘ) $\frac{ax}{xyz} \cdot \frac{bz}{xyz} \cdot \frac{cy}{xyz}$
 গ) $\frac{a}{xyz} \cdot \frac{b}{xyz} \cdot \frac{c}{xyz}$ ঙ) $\frac{1}{xyz} \cdot \frac{1}{xyz} \cdot \frac{1}{xyz}$

১২. ভগ্নাংশ তিনটির গুণফল কত? (কর্তনফল)

- ক) $\frac{1}{xyz}$ ঘ) $\frac{abc}{xyz}$ গ) $\frac{a}{xyz}$ ঙ) $\frac{abc}{xyz}$

১৩. নিচের উভয়কটি পদ এবং ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{y}$ দুইটি ভগ্নাংশ।

১৩. দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির গুণনকক বিশদীত ভগ্নাংশ কোন্টি? (সংযোজিত)

- ক) $\frac{z}{y}$ ঘ) $\frac{y}{z}$ গ) $\frac{1}{y}$ ঙ) $\frac{1}{z}$

১৪. ভগ্নাংশ দুইটির গুণফল কত? (ফলফল)

- ক) $\frac{xz}{y^2}$ ঘ) $\frac{x}{z}$ গ) $\frac{1}{y}$ ঙ) $\frac{x}{y}$

১৫. ৭ ভগ্নাংশের ভাগ পাঠাবই পৃষ্ঠা ৮৯

১৫. $\frac{a^2+2a+1}{a^2-2a+1} + \frac{a+1}{a-1}$ এর ফল নিম্ন কোন্টি? (সংযোজিত) [সং. ১১]

- ক) $\frac{a+1}{a^2-1}$ ঘ) $\frac{a^2-1}{a+1}$ গ) $\frac{a-1}{a+1}$ ঙ) $\frac{a+1}{a-1}$

উত্তর-স্বাধা: $\frac{a^2+2a+1}{a^2-2a+1} + \frac{a+1}{a-1}$
 $= \frac{(a+1)^2}{(a-1)^2} + \frac{a+1}{a-1} = \frac{(a+1)^2}{(a-1)^2} \times \frac{(a-1)}{(a-1)} + \frac{a+1}{a-1}$
 $= \frac{(a+1)^2}{(a-1)^2} + \frac{a+1}{a-1} = \frac{(a+1)^2 + (a+1)(a-1)}{(a-1)^2} = \frac{(a+1)(a+1+a-1)}{(a-1)^2} = \frac{(a+1)(2a)}{(a-1)^2}$

১৬. $\left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{y}\right) + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{2x}\right)$ এর ফল ফল নিম্ন কোন্টি? (কর্তনফল) [সং. ১১]

- ক) $\frac{(2x+y)^2}{4xy}$ ঘ) $\frac{4x^2-y^2}{4xy^2}$
 গ) $\frac{2x+y}{2x-y}$ ঙ) $\frac{(2x-y)^2}{4xy^2}$

উত্তর-স্বাধা: $\left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{y}\right) + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{2x}\right)$
 $= \frac{y+2x}{2xy} + \frac{2x-y}{2xy} = \frac{2x+y}{2xy} \times \frac{2xy}{2x-y} = \frac{2x+y}{2x-y}$

১৭. $\frac{a-p}{a+p} + \frac{(a-p)^2}{a^2-p^2} = ?$ (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) ১ ঘ) $\left(\frac{a-p}{a+p}\right)^2$
 গ) $(a+p)$ ঙ) $\left(\frac{a+p}{a-p}\right)^2$

উত্তর-স্বাধা: $\frac{a-p}{a+p} + \frac{(a-p)^2}{a^2-p^2} = \frac{a-p}{a+p} + \frac{(a-p)(a-p)}{(a-p)(a+p)}$
 $= \frac{a-p}{a+p} + \frac{a-p}{a+p} = 1$

১৮. $\frac{3x^2}{2a} + \frac{4y^2}{15zx} =$ কত? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $\frac{45zx^3}{8ay}$ ঘ) $\frac{45zx^3}{8ay}$ গ) $\frac{2xy^2}{5az}$ ঙ) $\frac{2xy}{5az}$

উত্তর-স্বাধা: $\frac{3x^2}{2a} + \frac{4y^2}{15zx} = \frac{3x^2}{2a} \times \frac{15zx}{4y^2} = \frac{45zx^3}{8ay}$

১৯. $\frac{a+b}{a-b} + \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ এর ফল নিম্ন কোন্টি? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) ০ ঘ) ১ গ) $a+b$ ঙ) $a-b$
 উত্তর-স্বাধা: $\frac{a+b}{a-b} + \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{a-b} + \frac{(a+b)(a+b)}{(a-b)(a-b)}$
 $= \frac{a+b}{a-b} + \frac{a+b}{a-b} = 1$

২০. $\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} - 1\right) + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} + 1\right)$ এর ফল ফল নিম্ন কোন্টি? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $\frac{x}{y}$ ঘ) $\frac{y}{x}$ গ) $\frac{1}{x}$ ঙ) $\frac{1}{y}$
 উত্তর-স্বাধা: $\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} - 1\right) + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} + 1\right)$
 $= \frac{1^2+1^2-11}{xy} + \frac{1^2-11+1^2}{y^2} = \frac{1^2-11+1^2}{xy} + \frac{1^2-11+1^2}{y^2}$

২১. $\frac{x^2+y^2+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy} + \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} =$ কত? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) x^2-y^2 ঘ) x^2+y^2 গ) $(x-y)^2$ ঙ) x^2+y^2
 উত্তর-স্বাধা: $\frac{x^2+y^2+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy} + \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$
 $= \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} \times \frac{(x+y)^2}{(x+y)^2} = (x+y)(x-y) = x^2-y^2$

২২. $\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2-2mn} + \frac{(m-n)^2}{(m+n)^2-4mn}$ এর ফলফল ফল নিম্ন কোন্টি? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $m-n$ ঘ) $m+n$ গ) $\frac{m-n}{m+n}$ ঙ) $\frac{m+n}{m-n}$
 উত্তর-স্বাধা: $\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2-2mn} + \frac{(m-n)^2}{(m+n)^2-4mn}$
 $= \frac{(m+n)(m-n)}{(m-n)^2} + \frac{(m-n)^2}{(m-n)(m+n)} = \frac{m+n}{m-n}$

২৩. $\left(\frac{2a}{a+b} - 2\right) + \left(4 - \frac{4a}{a+b}\right) =$ কত? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $\frac{3}{2}$ ঘ) $\frac{2}{3}$ গ) $\frac{1}{2}$ ঙ) $-\frac{1}{2}$

২৪. $\left(1 + \frac{1}{a}\right) + \left(1 - \frac{1}{a}\right)$ এর ফলফল ফল নিম্ন কোন্টি? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $\frac{a-1}{a}$ ঘ) $\frac{a}{a-1}$ গ) $\frac{a^2}{a-1}$ ঙ) $\frac{a^2}{a^2-1}$

২৫. $\frac{4a}{1+a^2} + \frac{8a^3}{1-a^2} =$ কত? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $\frac{1-a^2}{2a^2}$ ঘ) $\frac{2a^2}{1-a^2}$ গ) $\frac{1+a^2}{2a^2}$ ঙ) $\frac{2a^2}{1-a^2}$

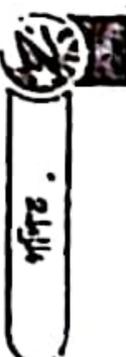
২৬. $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$ এর ফলফল ফল নিম্ন কোন্টি? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ ঘ) $\frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$
 গ) $\frac{(a+b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a^2-ab+b^2)}$ ঙ) $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}$

উত্তর-স্বাধা: $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2} \times \frac{(a-b)(a-b)}{(a-b)(a-b)} = \frac{(a-b)(a^2-ab+b^2)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} = \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$

২৭. $\frac{(a+b)^2-4ab}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-b^2} =$ কত? (ফলফল) [সং. ১১]

- ক) $a-b$ ঘ) $(a-b)^2$ গ) $(a-b)^3$ ঙ) a^2-ab-b^2



২৮. $(1 + \frac{1}{x}) + (1 - \frac{1}{x})$ এর সরলকৃত মান কত? (সহজমান) [বি. বো. '১৬]

- ক) $\frac{x}{x-1}$ খ) $\frac{x}{x+1}$ গ) $\frac{x-1}{x}$ ঘ) $\frac{x+1}{x}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $(1 + \frac{1}{x}) + (1 - \frac{1}{x}) = \frac{x+1}{x} + \frac{x-1}{x}$
 $= \frac{x+1+x-1}{x} = \frac{2x}{x} = 2$

২৯. $\frac{x+y}{x^2-y^2} + \frac{1}{x-y}$ = কত? (মধ্যমান) [বি. বো. '১৫]

- ক) $\frac{x+y}{x-y}$ খ) $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ গ) $\frac{1}{xy}$ ঘ) 1

৩০. $\frac{x}{y}$ কে $\frac{x}{z}$ দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজমান)

- ক) $\frac{y}{z}$ খ) $\frac{x}{y}$ গ) $\frac{y}{z}$ ঘ) $\frac{z}{y}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x}{y} \div \frac{x}{z} = \frac{x}{y} \times \frac{z}{x} = \frac{z}{y}$

৩১. $\frac{2}{x} + \frac{y}{xm} =$ কত? (মধ্যমান)

- ক) $\frac{2m}{x}$ খ) $\frac{2m}{y}$ গ) $\frac{m}{x}$ ঘ) $\frac{m}{y}$

৩২. $\frac{1}{x} \times \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} =$ কত? (কঠিনমান)

- ক) $\frac{1}{x^2y}$ খ) $\frac{1}{x}$ গ) $\frac{1}{y}$ ঘ) 1

৩৩. $(\frac{1}{x} - 1) + (1 - \frac{1}{x})$ এর সরলকৃত মান কত? (সহজমান)

[রাষ্ট্রক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

- ক) $\frac{x}{x-1}$ খ) $\frac{x}{x+1}$ গ) $\frac{x}{1-x}$ ঘ) $\frac{-x}{x+1}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $(\frac{1}{x} - 1) + (1 - \frac{1}{x})$
 $= (\frac{1-x}{x}) + (\frac{x-1}{x}) = \frac{-(x-1) + (x-1)}{x} = \frac{-x+1+x-1}{x} = \frac{-x}{x} = -1$

৩৪. $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2-ax+a^2} + \frac{x^2+y^2}{x^2-a^2} =$ কত? (মধ্যমান) [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

- ক) $\frac{ax(x+y)}{x^2+ax+a^2}$ খ) $\frac{x^2-ax+a^2}{ax(x-y)}$
 গ) $\frac{x^2+ax+a^2}{ax(x+y)}$ ঘ) $\frac{ax(x-y)}{x^2-ax+a^2}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2-ax+a^2} + \frac{x^2+y^2}{x^2-a^2}$
 $= \frac{(x^2-xy+y^2)(x-a)(x+a) + (x^2+y^2)(x^2-ax+a^2)}{(x-a)(x+a)(x^2-ax+a^2)}$

৩৫. $x = \frac{p}{q} - 1$ এবং $y = 1 - \frac{p}{q}$ হলে-

- i. $x+y=0$
 ii. $\frac{x}{y} = -1$ iii. $xy = \frac{(p-q)^2}{q^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান) [বি. বো. '১৯]

- ক) ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৬. $(\frac{a}{b} - 1)$ এবং $(1 - \frac{a}{b})$ দুইটি রাশি হলে তাদের-

- i. যোগফল = 0
 ii. ভাগফল = -1
 iii. গুণফল = $\frac{(a-b)^2}{b^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [বি. বো. '১৭]

- ক) ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৭. $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}$ ভাঙ্গলে দুইটির-

- i. হরের গুণফল x^2-9
 ii. ভাগফল $\frac{x+3}{x-3}$
 iii. গুণফল $\frac{1}{x^2-9}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

[বি. বো. '১৭]

- ক) ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৮. $\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{y}$ ভাঙ্গলে দুইটির-

- i. প্রথমটির গুণায়ক বিপরীত ভাঙ্গাংশ $\frac{y}{x}$
 ii. দ্বিতীয়টির গুণায়ক বিপরীত ভাঙ্গাংশ $\frac{y}{z}$
 iii. ভাগফল $\frac{x}{z}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

- ক) ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৯. $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}$ ভাঙ্গলে দুইটির-

- i. হরের গুণফল x^2-9
 ii. ভাগফল $\frac{x+3}{x-3}$
 iii. গুণফল $\frac{1}{x^2-9}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [রাষ্ট্রক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

- ক) ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৪০. $a = \frac{1}{p-q}$ এবং $b = \frac{1}{q-p}$ হলে,

- i. $a+b=0$
 ii. $a-b = \frac{2}{p-q}$
 iii. $\frac{a}{b} = 1$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক স্কুল, ঢাকা]

- ক) ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৪১ ও ৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$p = \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}$ এবং $q = \frac{2a}{1+a^2+a^4}$

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চব্বিশপাড়া]

৪১. $p =$ কোনটি? (সহজমান)

- ক) $\frac{2a}{1+a^2+a^4}$ খ) $\frac{-2a}{1+a^2+a^4}$
 গ) $\frac{2a}{(1+a-a^2)(1-a+a^2)}$ ঘ) $\frac{1+a^2+a^4}{2a}$

⇒ তথ্য-ব্যাখ্যা: $p = \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}$
 $= \frac{1+a+a^2 - 1-a-a^2}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)} = \frac{2a}{(1-a^2)^2 - a^2}$
 $= \frac{2a}{1+2a^2+a^4 - a^2} = \frac{2a}{1+a^2+a^4}$

৪২. $p+q =$ কোনটি? (মধ্যমান)

- ক) $\frac{1}{1+a^2+a^4}$ খ) $1+a^2+a^4$
 গ) 0 ঘ) 1

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন-ও-সমাধান টপিকের দ্বারা প্রণীত

৫.৬ ভগ্নাংশের গুণ

পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৮৬

প্রশ্ন ১। $\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}$ কে $\frac{a^2-ab+b^2}{a^3-b^3}$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান: $\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3} \times \frac{a^2-ab+b^2}{a^3-b^3}$ এর গুণফল

$$= \frac{a^2-b^2}{a^3+b^3} \times \frac{a^2-ab+b^2}{a^3-b^3}$$

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a^2-ab+b^2)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} = \frac{1}{a^2+ab+b^2}$$

নির্ণেয় গুণফল: $\frac{1}{a^2+ab+b^2}$

প্রশ্ন ২। $\frac{m^2-5m+6}{m^2-9m+20}$ কে $\frac{m-5}{m-3}$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান: $\frac{m^2-5m+6}{m^2-9m+20} \times \frac{m-5}{m-3}$ এর গুণফল

$$= \frac{m^2-5m+6}{m^2-9m+20} \times \frac{m-5}{m-3} = \frac{m^2-3m-2m+6}{m^2-4m-5m+20} \times \frac{m-5}{m-3}$$

$$= \frac{m(m-3)-2(m-3)}{m(m-4)-5(m-4)} \times \frac{m-5}{m-3} = \frac{(m-3)(m-2)}{(m-4)(m-5)} \times \frac{(m-5)}{(m-3)} = \frac{m-2}{m-4}$$

নির্ণেয় গুণফল: $\frac{m-2}{m-4}$

প্রশ্ন ৩। $\frac{1-4b^2}{2+x} \times \frac{4-x^2}{b+2b^2} =$ কত?

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $\frac{1-4b^2}{2+x} \times \frac{4-x^2}{b+2b^2} = \frac{1^2-(2b)^2}{2+x} \times \frac{2^2-x^2}{b(1+2b)}$

$$= \frac{(1+2b)(1-2b)}{(2+x)} \times \frac{(2+x)(2-x)}{b(1+2b)} = \frac{(1+2b)(2-x)}{b}$$

নির্ণেয় গুণফল: $\frac{(1+2b)(2-x)}{b}$

প্রশ্ন ৪। $\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) \times \frac{ab}{a^2+b^2} =$ কত?

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) \times \frac{ab}{a^2+b^2} = \frac{b^2+a^2}{ab} \times \frac{ab}{a^2+b^2} = 1$

নির্ণেয় গুণফল: 1.

প্রশ্ন ৫। $\frac{1-y^2}{a+a^2} \times \frac{1-a^2}{1+y}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $\frac{1-y^2}{a+a^2} \times \frac{1-a^2}{1+y} = \frac{1^2-y^2}{a(1+a)} \times \frac{1^2-a^2}{1+y}$

$$= \frac{(1+y)(1-y)}{a(1+a)} \times \frac{(1+a)(1-a)}{(1+y)} = \frac{(1-y)(1-a)}{a}$$

নির্ণেয় গুণফল: $\frac{(1-y)(1-a)}{a}$

৫.৭ ভগ্নাংশের ভাগ

পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৮৭

প্রশ্ন ৬। $\frac{x^2-y^2}{x^3+xy+y^3}$ কে $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান: $\frac{x^2-y^2}{x^3+xy+y^3} \div \frac{x+y}{x^2-y^2} = \frac{x^2-y^2}{x^3+xy+y^3} \times \frac{x^2-y^2}{x+y}$

$$= \frac{(x+y)(x-y)}{(x^2+xy+y^2)} \times \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} = (x-y)(x-y) = (x-y)^2$$

নির্ণেয় ভাগফল: $(x-y)^2$

প্রশ্ন ৭। $\frac{9a^2}{3+12a^2} \div \frac{18a^3}{1-16a^4} =$ কত?

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $\frac{9a^2}{3+12a^2} \div \frac{18a^3}{1-16a^4}$

$$= \frac{9a^2}{3(1+4a^2)} \div \frac{18a^3}{(1)^2-(4a^2)^2} = \frac{9a^2}{3(1+4a^2)} \times \frac{(1+4a^2)(1-4a^2)}{18a^3}$$

$$= \frac{9a^2}{3(1+4a^2)} \times \frac{1-4a^2}{18a^3} = \frac{1-4a^2}{6a}$$

নির্ণেয় ভাগফল: $\frac{1-4a^2}{6a}$

প্রশ্ন ৮। $\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2-2mn} \div \frac{(m-n)^2}{(m+n)^2-4mn}$ এর সরলকৃত মান কত?

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2-2mn} \div \frac{(m-n)^2}{(m+n)^2-4mn}$

$$= \frac{m^2-n^2}{m^2-2mn+n^2} \times \frac{(m+n)^2}{(m-n)^2}$$

$$= \frac{(m+n)(m-n)}{(m-n)^2} \times \frac{(m-n)^2}{(m-n)^2} = \frac{m+n}{m-n}$$

নির্ণেয় মান: $\frac{m+n}{m-n}$

প্রশ্ন ৯। $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ কে $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান: $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1} \div \frac{x-1}{a-1} = \frac{(x-1)^2}{(a-1)^2} \times \frac{(a-1)}{(x-1)} = \frac{a-1}{x-1}$

নির্ণেয় ভাগফল: $\frac{a-1}{x-1}$

প্রশ্ন ১০। $\frac{p^3+q^3+3pq(p+q)}{(p+q)^2-4pq} \div \frac{(p+q)^2}{(p-q)^2} =$ কত?

সমাধান: $\frac{p^3+q^3+3pq(p+q)}{(p+q)^2-4pq} \div \frac{(p+q)^2}{(p-q)^2}$

$$= \frac{(p+q)^3}{(p-q)^2} \times \frac{(p-q)^2}{(p+q)^2} = (p+q)(p-q) = p^2-q^2$$

নির্ণেয় ভাগফল: p^2-q^2

সৃজনশীল অংশ প্রস্তুতি উপযোগী সৃজনশীল প্রশ্নের সমাধান করি

প্রশ্ন ১। $A = x-3$, $B = x^2+3x+9$ এবং $C = x^3-27$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. $\frac{x^3y^2-x^2y^3}{x^3y-xy^3}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{A} \times \frac{x+3}{B} + \frac{x+3}{C} = 1$ । ৪

গ. $\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান:

$$\frac{x^3y^2-x^2y^3}{x^3y-xy^3} = \frac{x^2y^2(x-y)}{xy(x^2-y^2)} = \frac{xy \cdot xy(x-y)}{xy(x+y)(x-y)} = \frac{xy}{x+y}$$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার $\frac{xy}{x+y}$

২নং প্রশ্নের সমাধান: দেওয়া আছে, $A = x-3$; $B = x^2+3x+9$

এবং $C = x^3-27$

বা, $C = x^3-3^3$

বা, $C = (x-3)(x^2+3x+3^2)$

$$\therefore C = (x-3)(x^2+3x+9)$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{A} \times \frac{x+3}{B} + \frac{x+3}{C} \\ &= \frac{1}{x-3} \times \frac{x+3}{x^2+3x+9} + \frac{x+3}{(x-3)(x^2+3x+9)} \\ &= \frac{1}{(x-3)} \times \frac{(x+3)}{(x^2+3x+9)} \times \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x+3)} \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{A} \times \frac{x+3}{B} + \frac{x+3}{C} = 1. \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ) দেওয়া আছে, $A = x-3$; $B = x^2+3x+9$
এবং $C = (x-3)(x^2+3x+9)$ [য হতে]
 $\therefore A, B$ ও C এর ল.সা.গু. $= (x-3)(x^2+3x+9) = x^3-27$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{A} &= \frac{1}{x-3} = \frac{1 \times (x^2+3x+9)}{(x-3)(x^2+3x+9)} \\ &= \frac{x^2+3x+9}{(x-3)(x^2+3x+9)} = \frac{x^2+3x+9}{x^3-27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{B} &= \frac{1}{x^2+3x+9} = \frac{1 \times (x-3)}{(x^2+3x+9)(x-3)} \\ &= \frac{x-3}{(x-3)(x^2+3x+9)} = \frac{x-3}{x^3-27} \end{aligned}$$

$$\text{এবং } \frac{1}{C} = \frac{1}{(x-3)(x^2+3x+9)} = \frac{1}{x^3-27}$$

নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাংশগুলো: $\frac{x^2+3x+9}{x^3-27}$, $\frac{x-3}{x^3-27}$ এবং $\frac{1}{x^3-27}$

প্রশ্ন ১০২. $A = 4x^2 - 9$, $B = 2x^2 - 7x + 6$, $C = x^3 - 1$, $D = x^3 + 1$
এবং $E = 1 + x^2 + x^4$.

- ক. যোগফল নির্ণয় কর: $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$ ২
- খ. সরল কর: $\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right) + \frac{6x+2}{(4x^2-9)(x-2)}$ ৪
- গ. $\frac{1}{C} \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{E}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাংশে প্রকাশ কর। ৪

• রাজশাহী বোর্ড ২০১৯ • শিখনফল ১

২নং প্রশ্নের সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{ক} \quad \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx} &= \frac{z(x-y) + y(z-x) + x(y-z)}{xyz} \\ &= \frac{zx - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz} = \frac{0}{xyz} = 0 \end{aligned}$$

নির্ণেয় যোগফল = 0।

খ) দেওয়া আছে, $A = 4x^2 - 9 = (2x)^2 - (3)^2 = (2x+3)(2x-3)$
 $B = 2x^2 - 7x + 6 = 2x^2 - 4x - 3x + 6$
 $= 2x(x-2) - 3(x-2) = (x-2)(2x-3)$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right) + \frac{6x+2}{(4x^2-9)(x-2)} \\ &= \left\{ \frac{1}{(2x+3)(2x-3)} + \frac{1}{(x-2)(2x-3)} \right\} + \frac{6x+2}{(4x^2-9)(x-2)} \\ &= \left\{ \frac{x-2+2x+3}{(2x+3)(2x-3)(x-2)} \right\} + \frac{6x+2}{(4x^2-9)(x-2)} \\ &= \frac{(3x+1)}{(4x^2-9)(x-2)} \times \frac{(4x^2-9)(x-2)}{2(3x+1)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলমান $\frac{1}{2}$

গ) দেওয়া আছে, $C = x^3 - 1 = x^3 - 1^3 = (x-1)(x^2+x+1)$
 $D = x^3 + 1 = x^3 + 1^3 = (x+1)(x^2-x+1)$
এবং $E = 1 + x^2 + x^4 = x^4 + x^2 + 1$
 $= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 - x^2$
 $= (x^2+1)^2 - (x^2-x+1)(x^2+x+1) - x$
 $= (x^2+x+1)(x^2-x+1)$

$\therefore C, D$ ও E এর ল.সা.গু. $= (x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$
 $= (x^2+1)(x^2-1)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{C} &= \frac{1}{x^3-1} = \frac{1}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ &= \frac{1}{1 \times (x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x^2+1}{(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x-x+1)} = \frac{x^2+1}{(x^2+1)(x^2-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{D} &= \frac{1}{x^3+1} = \frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)} \\ &= \frac{1}{1 \times (x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x^2-1}{(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x^2-1}{(x^2+1)(x^2-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } \frac{1}{E} &= \frac{1}{1+x^2+x^4} = \frac{1}{(x^2+x+1)(x^2-x+1)} \\ &= \frac{1}{1 \times (x+1)(x-1)} = \frac{x^2-1}{(x^2+x+1)(x^2-x+1)(x+1)(x-1)} = \frac{x^2-1}{(x^2+1)(x^2-1)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাংশগুলো:
 $\frac{x^2+1}{(x^2+1)(x^2-1)}$, $\frac{x^2-1}{(x^2+1)(x^2-1)}$ এবং $\frac{x^2-1}{(x^2+1)(x^2-1)}$

প্রশ্ন ১০৩. $P = 1 - x + x^2$, $Q = 1 + x + x^2$ এবং $R = 1 + x^2 + x^4$
তিনটি বীজগণিতিক রাশি।
ক. R কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
খ. $\frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. সরল কর: $\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}\right) \times \frac{Q}{2x}$ ৪

• কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯ • শিখনফল ১

৩নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) দেওয়া আছে, $R = 1 + x^2 + x^4$
 $= 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot x^2 + (x^2)^2 - x^2$
 $= (1+x^2)^2 - x^2$
 $= (1+x^2+x)(1+x^2-x)$
 $= (1+x+x^2)(1-x+x^2)$

নির্ণেয় উৎপাদক $(1+x+x^2)(1-x+x^2)$

খ) দেওয়া আছে, $P = 1 - x + x^2$, $Q = 1 + x + x^2$
এবং $R = 1 + x^2 + x^4$
 $= (1+x+x^2)(1-x+x^2)$ [ক' হতে প্রাপ্ত]

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R} \\ &= \frac{1}{1-x+x^2} - \frac{1}{1+x+x^2} - \frac{2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \\ &= \frac{1+x+x^2 - 1-x+x^2 - 2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} = \frac{0}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} = 0 \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 0।

গ) দেওয়া আছে, $P = 1 - x^2 + x^2$, $Q = 1 + x + x^2$
এবং $R = 1 + x^2 + x^4$
 $= (1+x+x^2)(1-x+x^2)$ [ক' হতে প্রাপ্ত]

$$\begin{aligned} \therefore \left(\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}\right) \times \frac{Q}{2x} &= \left\{ \frac{1}{1-x+x^2} + \frac{1}{1+x+x^2} - \frac{2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \right\} \times \frac{1+x+x^2}{2x} \\ &= \frac{1+x+x^2 + 1-x+x^2 - 2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \times \frac{1+x+x^2}{2x} \\ &= \frac{2+2x^2-2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \times \frac{2(1+x^2-x)}{2x} \times \frac{1+x+x^2}{2x} \\ &= \frac{2(1-x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \times \frac{1+x+x^2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলমান: $\frac{1}{x}$

প্রশ্ন ০৪ $M = p^2 - pq + q^2$, $N = p^2 + pq + q^2$, $R = p^4 + p^2q^2 + q^4$ এবং $S = p^6 - q^6$.

ক. $\frac{a^2 + 4a - 21}{a^2 + 5a - 14}$ এর লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্ভীপকের আলোকে সরল কর: $\frac{1}{M} - \frac{1}{N} - \frac{2pq}{R}$ ৪

গ. উদ্ভীপকের আলোকে $(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}) + \frac{p^2q^2}{S}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

● চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯

▷ পিখনফল ১

৬নং প্রশ্নের সমাধান:

ক প্রদত্ত রাশি = $\frac{a^2 + 4a - 21}{a^2 + 5a - 14} = \frac{a^2 + 7a - 3a - 21}{a^2 + 7a - 2a - 14}$

$$= \frac{a(a+7) - 3(a+7)}{a(a+7) - 2(a+7)} = \frac{(a+7)(a-3)}{(a+7)(a-2)} = \frac{a-3}{a-2}$$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ মান $\frac{a-3}{a-2}$

খ দেওয়া আছে, $M = p^2 - pq + q^2$, $N = p^2 + pq + q^2$ এবং $R = p^4 + p^2q^2 + q^4$

$$= p^4 + p^2q^2 + q^4 = (p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)$$

প্রদত্ত রাশি = $\frac{1}{M} - \frac{1}{N} - \frac{2pq}{R}$

$$= \frac{1}{p^2 - pq + q^2} - \frac{1}{p^2 + pq + q^2} - \frac{2pq}{(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)}$$

$$= \frac{p^2 + pq + q^2 - p^2 - pq - q^2 - 2pq}{(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)}$$

$$= \frac{0}{(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)} = 0$$

নির্ণেয় সরলমান ০।

গ দেওয়া আছে, $M = p^2 - pq + q^2$, $N = p^2 + pq + q^2$ এবং $S = p^6 - q^6 = (p^3)^2 - (q^3)^2 = (p^3 - q^3)(p^3 + q^3)$

$$= (p - q)(p + q)(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)$$

প্রদত্ত রাশি = $(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}) + \frac{p^2q^2}{S}$

$$= (\frac{1}{p^2 + pq + q^2} - \frac{1}{p^2 - pq + q^2}) + \frac{p^2q^2}{p^6 - q^6}$$

$$= \frac{p^2 - pq + q^2 - p^2 - pq - q^2}{(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)} + \frac{p^2q^2}{(p - q)(p + q)(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)}$$

$$= \frac{-2pq}{(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)} + \frac{p^2q^2}{(p - q)(p + q)(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)}$$

$$= \frac{-2(p+q)(p-q)}{(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)} = \frac{-2(p^2 - q^2)}{pq}$$

নির্ণেয় মান $\frac{-2(p^2 - q^2)}{pq}$

প্রশ্ন ০৫ $P = a^2 - 2a - 8$, $Q = a^2 - 3a - 10$ এবং $R = a^2 - 8a + 15$ তিনটি বাস্তবপূর্ণীয় রাশি।

ক. R কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $\frac{1}{P} \cdot \frac{1}{Q} \cdot \frac{1}{R}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

গ. দেখাও যে, $P \times \frac{a-5}{Q} + \frac{R}{a-3} = \frac{a-4}{a-5}$ ৪

● ঢাকা বোর্ড ২০১৮

▷ পিখনফল ১

৬নং প্রশ্নের সমাধান:

ক দেওয়া আছে, $R = a^2 - 8a + 15$

$$= a^2 - 5a - 3a + 15 = a(a-5) - 3(a-5) = (a-5)(a-3)$$

নির্ণেয় উৎপাদক $(a-5)(a-3)$

খ দেওয়া আছে, $P = a^2 - 2a - 8 = a^2 - 4a + 2a - 8$

$$= a(a-4) + 2(a-4) = (a-4)(a+2)$$

$Q = a^2 - 3a - 10 = a^2 - 5a + 2a - 10$

$$= a(a-5) + 2(a-5) = (a-5)(a+2)$$

'ক' হতে পাই, $R = (a-5)(a-3)$

$\therefore P, Q \text{ ও } R$ এর ল. সা. গু. = $(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)$

অতএব, $\frac{1}{P} = \frac{1}{(a-4)(a+2)} = \frac{(a-5)(a-3)}{(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)}$

$$= \frac{(a-5)(a-3)}{(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)}$$

$\frac{1}{Q} = \frac{1}{(a-5)(a+2)} = \frac{(a-3)(a-4)}{(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)}$

এবং $\frac{1}{R} = \frac{1}{(a-5)(a-3)} = \frac{(a+2)(a-4)}{(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)}$

নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো:

$$\frac{(a-3)(a-5)}{(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)} \cdot \frac{(a-3)(a-4)}{(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)}$$

এবং $\frac{(a+2)(a-4)}{(a+2)(a-3)(a-4)(a-5)}$

গ 'খ' হতে পাই, $P = (a-4)(a+2)$ এবং $Q = (a-5)(a+2)$

'ক' হতে পাই, $R = (a-5)(a-3)$

বামপক্ষ = $P \times \frac{a-5}{Q} + \frac{R}{a-3}$

$$= (a-4)(a+2) \times \frac{a-5}{(a-5)(a+2)} + \frac{(a-5)(a-3)}{a-3}$$

$$= (a-4)(a+2) \times \frac{1}{(a+2)} + \frac{(a-3)}{(a-5)(a-3)}$$

$$= \frac{a-4}{a-5} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore P \times \frac{a-5}{Q} + \frac{R}{a-3} = \frac{a-4}{a-5}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ০৬ $A = \frac{(p-q)^2 + 4pq}{p^2 - q^2 - 3pq(p-q)}$, $B = \frac{p^3 + q^3 + 3pq(p+q)}{(p+q)^2 - 4pq}$

$C = x^3 + y^3$ এবং $D = x^3 - y^3$

ক. লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর: $\frac{a^2 + 2a - 15}{a^2 - 9}$ ২

খ. সরল কর: $A + B$ ৪

গ. $\frac{x}{C}$ এবং $\frac{y}{D}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

● চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৮

▷ পিখনফল ১

৬নং প্রশ্নের সমাধান:

ক প্রদত্ত রাশি = $\frac{a^2 + 2a - 15}{a^2 - 9} = \frac{a^2 + 5a - 3a - 15}{a^2 - 9}$

$$= \frac{a(a+5) - 3(a+5)}{(a+3)(a-3)} = \frac{(a+5)(a-3)}{(a+3)(a-3)} = \frac{a+5}{a-3}$$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ $\frac{a+5}{a-3}$

খ দেওয়া আছে, $A = \frac{(p-q)^2 + 4pq}{p^2 - q^2 - 3pq(p-q)}$

$$= \frac{p^2 - 2pq + q^2 + 4pq}{p^2 - 2pq + q^2 - 3pq} = \frac{p^2 + 2pq + q^2}{(p-q)^2 - 4pq} = \frac{(p+q)^2}{(p-q)^2 - 4pq}$$

এবং $B = \frac{p^3 + q^3 + 3pq(p+q)}{(p+q)^2 - 4pq}$

$$= \frac{p^3 + q^3 + 3pq(p+q)}{(p+q)^2 - 4pq} = \frac{(p+q)^3}{p^2 + 2pq + q^2 - 4pq} = \frac{(p+q)^3}{p^2 - 2pq + q^2} = \frac{(p+q)^3}{(p-q)^2}$$

∴ প্রদত্ত রাশি = A + B = $\frac{(p+q)^2}{(p-q)^2} + \frac{(p+q)^1}{(p-q)^1}$
 $= \frac{(p+q)^2}{(p-q)^2} + \frac{(p+q)^1}{(p-q)^1} = \frac{(p+q)^2 + (p+q)^1}{(p-q)^2}$
 নির্ণয় সরলমান $\frac{1}{p^2 - q^2}$.

১) দেওয়া আছে, C = $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$
 এবং D = $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$
 C ও D এর ল. সা. গু. = $(x+y)(x^2 - xy + y^2)(x-y)(x^2 + xy + y^2)$
 $= (x^2 + y^2)(x^3 - y^3) = x^5 - y^5$
 অতএব, $\frac{x}{C} = \frac{x}{x^3 + y^3} = \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)(x^3 - y^3)} = \frac{x(x^2 - y^2)}{x^5 - y^5}$
 এবং $\frac{y}{D} = \frac{y}{x^3 - y^3} = \frac{y(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)} = \frac{y(x^2 + y^2)}{x^5 - y^5}$
 নির্ণয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ হলো: $\frac{x(x^2 - y^2)}{x^5 - y^5}, \frac{y(x^2 + y^2)}{x^5 - y^5}$

১) দেওয়া আছে, C = $\frac{2x}{x^2 + 6x + 5}$
 $= \frac{2x}{x^2 + 5x + x + 5} = \frac{2x}{x(x+5) + 1(x+5)} = \frac{2x}{(x+5)(x+1)}$
 এবং D = $\frac{2y}{x^2 + 125} = \frac{2y}{x^2 + 5^3} = \frac{2y}{(x+5)(x^2 - 5x + 25)}$
 C ও D এর হরগুলোর ল. সা. গু. = $(x+5)(x+1)(x^2 - 5x + 25)$
 ∴ C = $\frac{2x}{(x+5)(x+1)}$
 $= \frac{2x(x^2 - 5x + 25)}{(x+5)(x+1)(x^2 - 5x + 25)} = \frac{2x(x^2 - 5x + 25)}{(x+5)(x+1)}$
 এবং D = $\frac{2y}{(x+5)(x^2 - 5x + 25)}$
 $= \frac{2y(x+1)}{(x+5)(x+1)(x^2 - 5x + 25)} = \frac{2y(x+1)}{(x+5)(x+1)}$
 নির্ণয় সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ হলো:
 $\frac{2x(x^2 - 5x + 25)}{(x+5)(x+1)}, \frac{2y(x+1)}{(x+5)(x+1)}$

প্রশ্ন ০৭ A = $\frac{(x-y)^2 + 4xy}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}, B = \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(a+b)^2 - 4ab}$
 C = $\frac{2x}{x^2 + 6x + 5}$ এবং D = $\frac{2y}{x^2 + 125}$ চারটি বীজগণিতিক রাশি।
 ক. $(1 + \frac{2}{x})$ কে $(1 - \frac{4}{x^2})$ দ্বারা ভাগ কর। ২
 খ. সরল কর: A + B $\times \frac{ab - b^2}{xy + y^2}$ ৪
 গ. C ও D কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

প্রশ্ন ০৮ P = $\frac{n^2 + 3n - 4}{n^2 - 7n + 12}, Q = \frac{n^2 - 16}{n^2 - 9}$
 এবং R = $\frac{(n-4)^2}{n^2 - 2n + 1}$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।
 ক. $x^2 - x - (n+1)(n+2)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। (সহজমান) ২
 খ. (P - Q) এর সরলীকরণ কর। (মধ্যমান) ৪
 গ. দেখাও যে, (P + Q) $\times R \times (n-1) = n+3$. (কঠিনমান) ৪

• দিনাজপুর বোর্ড ২০১৮

▷ শিখনফল ১

৭নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ১ম ভগ্নাংশ = $(1 + \frac{2}{x}) = \frac{(x+2)}{x}$
 ২য় ভগ্নাংশ = $(1 - \frac{4}{x^2}) = \frac{x^2 - 4}{x^2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x^2}$
 তাহলে, $(1 + \frac{2}{x}) \div (1 - \frac{4}{x^2}) = \frac{x+2}{x} \times \frac{x^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x}{x-2}$

নির্ণয় ভাগফল $\frac{x}{x-2}$

২) দেওয়া আছে, A = $\frac{(x-y)^2 + 4xy}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}, B = \frac{x^2 - 2xy + y^2 + 4xy}{(a-b)^2}$
 $= \frac{x^2 + 2xy + y^2}{(a-b)^2} = \frac{(x+y)^2}{(a-b)^2}$

এবং B = $\frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(a+b)^2 - 4ab}$
 $= \frac{(x+y)^3}{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab} = \frac{(x+y)^3}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{(x+y)^3}{(a-b)^2}$

প্রদত্ত রাশি = A + B $\times \frac{ab - b^2}{xy + y^2}$
 $= \frac{(x+y)^2}{(a-b)^2} + \frac{(x+y)^3}{(a-b)^2} \times \frac{ab - b^2}{xy + y^2}$
 $= \frac{(x+y)^2}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(x+y)^2} \times \frac{b(a-b)}{y(x-y)}$
 $= \frac{1}{(a-b)} \times \frac{1}{(x+y)} \times \frac{b(a-b)}{y(x-y)} = \frac{b}{y(x^2 - y^2)}$

নির্ণয় সরলমান $\frac{b}{y(x^2 - y^2)}$

৮নং প্রশ্নের সমাধান:

▷ শিখনফল ১

ক) $x^2 - x - (n+1)(n+2)$
 ধরি, $n+1 = m$
 $n+2 = n+1 + 1 = m+1$
 প্রদত্ত রাশি, $x^2 - x - m(m+1)$
 $= x^2 - x - m^2 - m$
 $= x^2 - m^2 - x - m$
 $= (x+m)(x-m) - 1(x+m)$
 $= (x+m)(x-m-1)$
 $= (x+n+1)(x-(n+1)-1) = (x+n+1)(x-n-2)$

নির্ণয় উৎপাদক $(x+n+1)(x-n-2)$

২) দেওয়া আছে, P = $\frac{a^2 + 3a - 4}{a^2 - 7a + 12} = \frac{a^2 + 4a - a - 4}{a^2 - 3a - 4a + 12}$
 $= \frac{a(a+4) - 1(a+4)}{a(a-3) - 4(a-3)} = \frac{(a-1)(a+4)}{(a-3)(a-4)}$
 এবং Q = $\frac{a^2 - 16}{a^2 - 9} = \frac{(a+4)(a-4)}{(a+3)(a-3)}$

প্রদত্ত রাশি = P - Q
 $= \frac{(a-1)(a+4)}{(a-3)(a-4)} - \frac{(a+4)(a-4)}{(a+3)(a-3)}$
 $= \frac{(a+3)(a-1)(a+4) - (a-4)(a+4)(a-4)}{(a-3)(a-4)(a+3)}$
 $= \frac{(a+3)(a^2 + 3a - 4) - (a-4)(a^2 - 16)}{(a-3)(a-4)(a+3)}$
 $= \frac{a^3 + 3a^2 - 4a + 3a^2 + 9a - 12 - (a^3 - 16a - 4a^2 + 64)}{(a-3)(a-4)(a+3)}$
 $= \frac{a^3 + 6a^2 + 5a - 12 - a^3 + 16a + 4a^2 - 64}{(a-3)(a-4)(a+3)}$
 $= \frac{10a^2 + 21a - 76}{(a-3)(a-4)(a+3)} = \frac{10a^2 + 21a - 76}{(a^2 - 9)(a-4)}$

নির্ণয় সরলমান: $\frac{10a^2 + 21a - 76}{(a^2 - 9)(a-4)}$

১] দেওয়া আছে, $R = \frac{(a-4)^2}{a^2-2a+1} = \frac{(a-4)^2}{(a-1)^2}$

খ' হতে প্রাপ্ত, $P = \frac{(a-1)(a+4)}{(a-3)(a-4)}$

$Q = \frac{(a+4)(a-4)}{(a+3)(a-3)}$

সামঞ্জস = $P+Q \times R(a-1)$

$$\begin{aligned} &= \frac{(a-1)(a+4)}{(a-3)(a-4)} + \frac{(a+4)(a-4)}{(a+3)(a-3)} \times \frac{(a-4)^2}{(a-1)^2} (a-1) \\ &= \frac{(a-1)(a+4)}{(a-3)(a-4)} \times \frac{(a+3)(a-3)}{(a+4)(a-4)} \times \frac{(a-4)^2}{(a-1)^2} \times (a-1) \\ &= \frac{(a-1)^2 (a+3)(a-4)^2}{(a-4)^2 (a-1)^2} = a+3 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore P+Q \times R \times (a-1) = a+3$. (মেথানো হলো)

১০] দেওয়া আছে, $P = \frac{x^2+y^2+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy}$, $Q = \frac{(x-y)^2+4xy}{x^2-y^2-3xy(x-y)}$

$A = a^3 - 3a^2 - 10a$, $B = a^3 + 6a^2 + 8a$, $C = a^4 - 5a^3 - 14a^2$

ক. C কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. A, B, C এর ল. সা. গু. এবং গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

গ. P+Q এর সরলমান নির্ণয় কর।

• চিকিৎসানিসা নূন ছুদ এচ কলেজ, ঢাকা

▶ শিখনফল ১

৮নং প্রশ্নের সমাধান:

ক] দেওয়া আছে, $C = a^4 - 5a^3 - 14a^2$

$= a^2(a^2 - 5a - 14)$

$= a^2(a^2 - 7a + 2a - 14)$

$= a^2(a(a-7) + 2(a-7))$

$= a^2(a-7)(a+2)$

নির্ণয় উৎপাদক : $a^2(a-7)(a+2)$

১১] প্রদত্ত রাশি, $A = a^3 - 3a^2 - 10a$

$= a(a^2 - 3a - 10)$

$= a(a^2 - 5a + 2a - 10)$

$= a(a(a-5) + 2(a-5))$

$= a(a-5)(a+2)$

$B = a^3 + 6a^2 + 8a$

$= a(a^2 + 6a + 8)$

$= a(a^2 + 4a + 2a + 8)$

$= a(a(a+4) + 2(a+4))$

$= a(a+4)(a+2)$

এক C = $a^2(a-7)(a+2)$; [ক হতে প্রাপ্ত]

নির্ণয় ল.সা.গু. = $a^2(a-5)(a+2)(a+4)(a-7)$

$= a^2(a-7)(a-5)(a+2)(a+4)$

এবং গ.সা.গু. = $a(a+2)$

১২] দেওয়া আছে, $P = \frac{x^2+y^2+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy}$

$= \frac{(x+y)^2-4xy}{(x+y)^2}$

$= \frac{x^2+2xy+y^2-4xy}{(x+y)^2}$

$= \frac{(x+y)^2-2xy}{(x+y)^2}$

$= \frac{(x+y)^2-2xy}{(x+y)^2}$

এবং $Q = \frac{(x-y)^2+4xy}{x^2-y^2-3xy(x-y)}$

$= \frac{x^2-2xy+y^2+4xy}{(x-y)^2} = \frac{x^2+2xy+y^2}{(x-y)^2} = \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$

প্রদত্ত রাশি = $P+Q$

$= \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} + \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$

$= \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)^2}{(x-y)^2} = (x+y)(x-y) = x^2-y^2$

নির্ণয় সরলমান : x^2-y^2

অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান



পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর সংবলিত

কাজ ১] গুণ কর:

▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৮৯

১. $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^3}$ দ্বারা।

সমাধান: $\frac{7a^2b}{36a^3b^2} \times \frac{24ab^2}{35a^4b^3}$

$= \frac{7a^2b \times 24ab^2}{36a^3b^2 \times 35a^4b^3}$

$= \frac{2a^3b^3}{15a^7b^5} = \frac{2}{15a^4b^2}$

২. $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-16}$ দ্বারা

সমাধান: $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12} \times \frac{x^2-9}{x^2-16}$

$= \frac{x^2+4x-x-4}{x^2-4x-3x+12} \times \frac{(x)^2-(3)^2}{(x)^2-(4)^2}$

$= \frac{x(x+4)-1(x+4)}{x(x-4)-3(x-4)} \times \frac{(x+3)(x-3)}{(x+4)(x-4)}$

$= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-4)(x-3)} \times \frac{(x+3)(x-3)}{(x+4)(x-4)}$

$= \frac{(x+4)(x-1)(x+3)(x-3)}{(x-4)(x-3)(x+4)(x-4)}$

$= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-4)^2}$

কাজ ২] ভাগ কর:

▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ৯১

১. $\frac{16a^3b^2}{21z^2}$ কে $\frac{28ab^4}{35xyz}$ দ্বারা।

সমাধান: $\frac{16a^3b^2}{21z^2} \div \frac{28ab^4}{35xyz}$

$= \frac{16a^3b^2}{21z^2} \times \frac{35xyz}{28ab^4}$

$= \frac{20a^2b^2xyz}{21ab^4z^2} = \frac{20axy}{21b^2z}$

\therefore ভাগফল = $\frac{20axy}{21b^2z}$

২. $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}$ কে $\frac{x^3+y^3}{x-y}$ দ্বারা।

সমাধান: $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \div \frac{x^3+y^3}{x-y}$

$= \frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \times \frac{x-y}{x^3+y^3}$

$= \frac{(x^2)^2-(y^2)^2}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$

$= \frac{(x^2+y^2)(x^2-y^2)}{(x-y)(x-y)} \times \frac{(x-y)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$

$= \frac{(x^2+y^2)(x+y)(x-y)(x-y)}{(x-y)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)} = \frac{x^2+y^2}{x^2-xy+y^2}$

\therefore ভাগফল = $\frac{x^2+y^2}{x^2-xy+y^2}$

পরিশিষ্ট (Appendix)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর



টপিকের ধারায় প্রণীত

১. $\frac{4a^2bc}{6ab^2c}$ এর সর্ঘট রূপ নিচের কোনটি? (সহজমান)

- ক) $\frac{2a}{3b}$ খ) $\frac{3b}{2a}$ গ) $\frac{2b}{3a}$ ঘ) $\frac{3a}{2b}$

$$\Rightarrow \text{তথ্য-ব্যাখ্যা: } \frac{4a^2bc}{6ab^2c} = \frac{2 \times 2 \times a \times a \times b \times c}{2 \times 3 \times a \times b \times b \times c} = \frac{2a}{3b}$$

২. $\frac{2a^2+3ab}{4a^2-9b^2}$ এর সর্ঘট রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

- ক) $\frac{a}{2a+3b}$ খ) $\frac{a}{2a-3b}$ গ) $\frac{b}{2a+3b}$ ঘ) $\frac{b}{2a-3b}$

$$\Rightarrow \text{তথ্য-ব্যাখ্যা: } \frac{2a^2+3ab}{4a^2-9b^2} = \frac{a(2a+3b)}{(2a)^2-(3b)^2}$$

$$= \frac{a(2a+3b)}{(2a+3b)(2a-3b)}$$

$$= \frac{a}{2a-3b}$$

৩. $\frac{x^2+7x+12}{x^2+9x+20}$ এর সর্ঘট রূপ নিচের কোনটি? (কঠিনমান)

- ক) $\frac{x+3}{x-3}$ খ) $\frac{x+3}{x+4}$ গ) $\frac{x+3}{x+5}$ ঘ) $\frac{x+3}{x-4}$

$$\Rightarrow \text{তথ্য-ব্যাখ্যা: } \frac{x^2+7x+12}{x^2+9x+20} = \frac{x^2+3x+4x+12}{x^2+4x+5x+20}$$

$$= \frac{x(x+3)+4(x+3)}{x(x+4)+5(x+4)}$$

$$= \frac{(x+3)(x+4)}{(x+4)(x+5)}$$

$$= \frac{x+3}{x+5}$$

৪. $\frac{2a}{3x}$ থেকে $\frac{b}{3y}$ বিয়োগ করলে বিয়োগফল কত হবে? (সহজমান)

- ক) $\frac{3ay-bx}{3xy}$ খ) $\frac{2ay-3bx}{3xy}$ গ) $\frac{2ay+bx}{3xy}$ ঘ) $\frac{2ay-bx}{3xy}$

$$\Rightarrow \text{তথ্য-ব্যাখ্যা: } \frac{2a}{3x} - \frac{b}{3y} = \frac{2ay-bx}{3xy}$$

৫. $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} =$ কত? (মধ্যমান)

- ক) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ খ) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ গ) $\frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}$ ঘ) ১

$$\Rightarrow \text{তথ্য-ব্যাখ্যা: } \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} = \frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{a^2-ab+ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

৬. $\frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz} =$ কত? (কঠিনমান)

- ক) $\frac{z-x}{zx}$ খ) $\frac{z-x}{xy}$

- ক) গ) $\frac{z+x}{xz}$ ঘ) $\frac{z+x}{xy}$

$$\Rightarrow \text{তথ্য-ব্যাখ্যা: } \frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz} = \frac{(x+y) \times z - (y+z) \times x}{xyz}$$

$$= \frac{zx+yz-xy-zx}{xyz} = \frac{yz-xy}{xyz} = \frac{y(z-x)}{xyz} = \frac{z-x}{zx}$$

৭. সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাংশে প্রকাশ করার জন্য—

- i. ভাংশগুলোর হরের ল.সা.গু. বের করতে হয়
ii. ল.সা.গুকে প্রত্যেক ভাংশের হর দ্বারা ভাগ করে ভাগফল বের করতে হয়
iii. প্রাপ্ত ভাগফল দ্বারা সংশ্লিষ্ট ভাংশের লব ও হরকে গুণ করতে হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

- ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮. $\frac{a}{2b}$ ও $\frac{m}{3n}$ ভাংশে দুইটিকে সমহরবিশিষ্ট ভাংশে পরিণত করলে কোনটি হবে? (মধ্যমান)

- ক) $\frac{3am}{6bn}$ $\frac{2bn}{6bn}$ খ) $\frac{3an}{6bn}$ $\frac{2bm}{6bn}$
গ) $\frac{3bm}{6bn}$ $\frac{2an}{6bn}$ ঘ) $\frac{3bn}{6bn}$ $\frac{2am}{6bn}$

 \Rightarrow তথ্য-ব্যাখ্যা : ভাংশ দুইটির হর 2b ও 3n এর ল.সা.গু. = 6bn

$$\therefore \frac{a}{2b} = \frac{a \times 3n}{2b \times 3n} [\because 6bn \div 2b = 3n]$$

$$= \frac{3an}{6bn}$$

$$\text{এবং } \frac{m}{3n} = \frac{m \times 2b}{3n \times 2b} [\because 6bn \div 3n = 2b]$$

$$= \frac{2bm}{6bn}$$

নির্ণয়ে সমহরবিশিষ্ট ভাংশ : $\frac{3an}{6bn}$ $\frac{2bm}{6bn}$

৯. নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৯ - ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

 $\frac{a}{4x}$, $\frac{b}{2x^2}$ দুইটি বীজগণিতীয় ভাংশ

১০. ভাংশদ্বয়ের হরের ল.সা.গু. কত? (সহজমান)

- ক) 4x খ) 4x²
গ) 8x ঘ) 8x²

 \Rightarrow তথ্য-ব্যাখ্যা : 4x এবং 2x² এর ল.সা.গু. = 4x²

১০. সমহরবিশিষ্ট ভাংশে পরিণত করতে কোনটি হবে? (মধ্যমান)

- ক) $\frac{ax}{4x^2}$ $\frac{2b}{4x^2}$ খ) $\frac{a^2x}{4x^2}$ $\frac{2b}{4x^2}$
গ) $\frac{a^2x}{4x^2}$ $\frac{2b^2}{4x^2}$ ঘ) $\frac{a^2x}{4x^2}$ $\frac{2b^2}{3x^2}$

 \Rightarrow তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{a}{4x} = \frac{a \times x}{4x \times x} = \frac{ax}{4x^2}$ এবং $\frac{b}{2x^2} = \frac{b \times 2}{2x^2 \times 2} = \frac{2b}{4x^2}$

১১. প্রথম ভাংশ থেকে দ্বিতীয় ভাংশে বিয়োগ করলে কত হবে? (কঠিনমান)

- ক) $\frac{a-2b}{4x^2}$ খ) $\frac{ax-b}{4x^2}$
গ) $\frac{ax-2}{4x^2}$ ঘ) $\frac{ax-2b}{4x^2}$

 \Rightarrow তথ্য-ব্যাখ্যা : $\frac{a}{4x} - \frac{b}{2x^2} = \frac{ax \times x - b \times 2}{4x^2} = \frac{ax-2b}{4x^2}$

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান



টপিকের ধারায় প্রশ্ন



প্রশ্ন ১। $\frac{2p^2+3pq}{4p^2-9q^2}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{2p^2+3pq}{4p^2-9q^2}$

$$= \frac{p(2p+3q)}{(2p)^2-(3q)^2} = \frac{p(2p+3q)}{(2p+3q)(2p-3q)}$$

$$\therefore \text{লব ও হরের ল.সা.গু.} = 2p+3q$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(2p+3q)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{p}{2p-3q}$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার : $\frac{p}{2p-3q}$

প্রশ্ন ২। $\frac{a^2+7a+12}{a^2-9}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{a^2+7a+12}{a^2-9}$

$$= \frac{a^2+3a+4a+12}{a^2-3^2} = \frac{a(a+3)+4(a+3)}{(a+3)(a-3)} = \frac{(a+3)(a+4)}{(a+3)(a-3)}$$

$$\therefore \text{লব ও হরের ল.সা.গু.} = (a+3)$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a+3)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{a+4}{a-3}$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার : $\frac{a+4}{a-3}$

প্রশ্ন ৩। $\frac{m^2+2m-15}{m^2+9m+20}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{m^2+2m-15}{m^2+9m+20}$

$$= \frac{m(m+5)-3(m+5)}{m(m+4)+5(m+4)} = \frac{(m+5)(m-3)}{(m+4)(m+5)}$$

$$\therefore \text{লব ও হরের ল.সা.গু.} = m+5$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(m+5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{m-3}{m+4}$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার : $\frac{m-3}{m+4}$

প্রশ্ন ৪। $\frac{2a}{3c}$ ও $\frac{3b}{2d}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো : $\frac{2a}{3c}$ $\frac{3b}{2d}$

হর $3c$ ও $2d$ এর ল.সা.গু. = $6cd$

$$\therefore \frac{2a}{3c} = \frac{2a \times 2d}{3c \times 2d} \quad [\because 6cd + 3c = 2d]$$

$$= \frac{4ad}{6cd}$$

$$\text{এবং } \frac{3b}{2d} = \frac{3b \times 3c}{2d \times 3c} \quad [\because 6cd + 2d = 3c]$$

$$= \frac{9bc}{6cd}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি : } \frac{4ad}{6cd} \quad \frac{9bc}{6cd}$$

প্রশ্ন ৫। $\frac{2}{3a}$ ও $\frac{3}{5ab}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো : $\frac{2}{3a}$ $\frac{3}{5ab}$

হর $3a$ ও $5ab$ এর ল.সা.গু. = $15ab$

$$\therefore \frac{2}{3a} = \frac{2 \times 5b}{3a \times 5b} \quad [\because 15ab + 3a = 5b]$$

$$= \frac{10b}{15ab}$$

$$\text{এবং } \frac{3}{5ab} = \frac{3 \times 3}{5ab \times 3} \quad [\because 15ab + 5ab = 3]$$

$$= \frac{9}{15ab}$$

$$\therefore \text{সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি : } \frac{10b}{15ab} \quad \frac{9}{15ab}$$

প্রশ্ন ৬। যোগ কর : $\frac{2x}{8}$ ও $\frac{4y}{8}$

সমাধান : $\frac{2x}{8}$ ও $\frac{4y}{8}$ এর যোগফল = $\frac{2x}{8} + \frac{4y}{8}$

$$= \frac{2x+4y}{8} = \frac{2(x+2y)}{8} = \frac{x+2y}{4}$$

নির্ণেয় যোগফল : $\frac{x+2y}{4}$

প্রশ্ন ৭। যোগফল নির্ণয় কর : $\frac{3a}{2m} + \frac{b}{4n}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{3a}{2m} + \frac{b}{4n}$

$$= \frac{3a \times 2n + b \times m}{4mn} \quad [\because 2m \text{ ও } 4n \text{ এর ল.সা.গু.} = 4mn]$$

$$= \frac{6an + bm}{4mn}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{6an + bm}{4mn}$

প্রশ্ন ৮। $\frac{p+q}{pq}$ থেকে $\frac{q+r}{qr}$ বিয়োগ কর।

সমাধান : $\frac{p+q}{pq} - \frac{q+r}{qr}$

$$= \frac{r(p+q) - p(q+r)}{pqr}$$

$$= \frac{pr + qr - pq - pr}{pqr} = \frac{qr - pq}{pqr} = \frac{q(r-p)}{pqr} = \frac{r-p}{pr}$$

নির্ণেয় বিয়োগফল : $\frac{r-p}{pr}$

প্রশ্ন ৯। সরল কর : $\frac{x}{y} - \frac{3x}{2y} + \frac{2x}{3y}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{x}{y} - \frac{3x}{2y} + \frac{2x}{3y}$

$$= \frac{x \times 6 - 3x \times 3 + 2x \times 2}{6y}$$

$$[\because \text{হর } y, 2y \text{ ও } 3y \text{ এর ল.সা.গু.} = 6y]$$

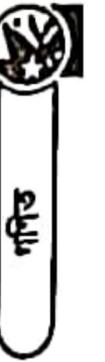
$$= \frac{6x - 9x + 4x}{6y} = \frac{10x - 9x}{6y} = \frac{x}{6y}$$

প্রশ্ন ১০। সরল কর : $\frac{a+b}{ab} + \frac{b+c}{bc}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{a+b}{ab} + \frac{b+c}{bc}$

$$= \frac{c(a+b) + a(b+c)}{abc} \quad [\because \text{হর } ab \text{ ও } bc \text{ এর ল.সা.গু.} = abc]$$

$$= \frac{ca + bc + ab + ca}{abc} = \frac{ab + bc + 2ca}{abc}$$



গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



শিখনফলের ধারায় প্রণীত 

প্রশ্ন ০১ $\frac{2x^2+3xy}{4x^2-9y^2} \cdot \frac{2(x+2)}{x^2-4} \div \frac{-5}{x^2+3x-10}$ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

- ক. তৃতীয় ভগ্নাংশকে লঘুকরণ কর। (সহায়মান) ২
খ. প্রথম ও দ্বিতীয় ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। (সহায়মান) ৪
গ. দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। (সহায়মান) ৪

● পাঠ্যবইয়ের অধ্যায় ৫ পরিশিষ্টের উদাহরণ ২ ও ৫.নং এর আলোকে শিখনফল ১
১নং প্রশ্নের সমাধান :

$$\text{ক. তৃতীয় ভগ্নাংশ} = \frac{5}{x^2+3x-10} = \frac{5}{x^2+5x-2x-10}$$

$$= \frac{5}{x(x+5)-2(x+5)} = \frac{5}{(x+5)(x-2)}$$

$$\text{খ. প্রথম ভগ্নাংশ} = \frac{2x^2+3xy}{4x^2-9y^2} = \frac{x(2x+3y)}{(2x)^2-(3y)^2}$$

$$= \frac{x(2x+3y)}{(2x+3y)(2x-3y)} \quad [a^2-b^2=(a+b)(a-b)]$$

$$= \frac{x}{2x-3y}$$

$$\text{দ্বিতীয় ভগ্নাংশ} = \frac{2(x+2)}{x^2-4} = \frac{2(x+2)}{x^2-2^2} = \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{x-2}$$

$$\therefore \text{প্রথম ও দ্বিতীয় ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার যথাক্রমে} \frac{x}{2x-3y} \cdot \frac{2}{x-2}$$

$$\text{গ. এখানে, ২য় ভগ্নাংশের হর} = x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$$

$$\text{৩য় ভগ্নাংশের হর} = x^2+3x-10 = (x+5)(x-2) \quad [\text{'ক' হতে প্রাপ্ত}]$$

$$\therefore \text{হর দুইটির ল.সা.গু.} = (x+2)(x-2)(x+5)$$

$$\therefore \frac{2(x+2)}{x^2-4} = \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2 \times (x+2) \times (x+5)}{(x+2)(x-2) \times (x+5)}$$

[লব ও হরকে (x+5) দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{2(x+2)(x+5)}{(x+2)(x-2)(x+5)} = \frac{2(x+2)(x+5)}{(x^2-4)(x+5)}$$

$$\text{এবং} \frac{5}{x^2+3x-10} = \frac{5}{(x-2)(x+5)} = \frac{5 \times (x+2)}{(x-2)(x+5) \times (x+2)}$$

[লব ও হরকে (x+2) দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{5(x+2)}{(x+2)(x-2)(x+5)} = \frac{5(x+2)}{(x^2-4)(x+5)}$$

$$\text{নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি} : \frac{2(x+2)(x+5)}{(x^2-4)(x+5)} \cdot \frac{5(x+2)}{(x^2-4)(x+5)}$$

প্রশ্ন ০২ $\frac{a^2+5a+6}{a^2+3a+2} \cdot \frac{2}{a^2-9}$ এবং $\frac{5}{a^2-7a+12}$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

- ক. $\frac{x+y}{xy}$ থেকে $\frac{y+z}{yz}$ বিয়োগ কর। (সহায়মান) ২
খ. ১ম রাশিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। (সহায়মান) ৪
গ. ২য় ও ৩য় ভগ্নাংশকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। (সহায়মান) ৪

● পাঠ্যবইয়ের অধ্যায় ৫ পরিশিষ্টের উদাহরণ ৩ ও ৫ নং এর আলোকে শিখনফল ১
২নং প্রশ্নের সমাধান :

$$\text{ক. } \frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz} = \frac{z(x+y) - x(y+z)}{xyz}$$

$$= \frac{zx + yz - xy - xz}{xyz} = \frac{yz - xy}{xyz} = \frac{y(z-x)}{xyz} = \frac{z-x}{xz}$$

$$\text{খ. ১ম রাশি} = \frac{a^2+5a+6}{a^2+3a+2} = \frac{a^2+2a+3a+6}{a^2+a+2a+2}$$

$$= \frac{a(a+2)+3(a+2)}{a(a+1)+2(a+1)} = \frac{(a+2)(a+3)}{(a+1)(a+2)} = \frac{a+3}{a+1}$$

নির্ণেয় লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a+3}{a+1}$ ।

$$\text{গ. এখানে, ২য় ভগ্নাংশের হর} = a^2-9 = a^2-3^2 = (a+3)(a-3)$$

$$\text{৩য় ভগ্নাংশের হর} = a^2-7a+12$$

$$= a^2-3a-4a+12$$

$$= a(a-3)-4(a-3) = (a-3)(a-4)$$

$$\therefore \text{হর দুইটির ল.সা.গু.} = (a+3)(a-3)(a-4)$$

$$\therefore \frac{2}{a^2-9} = \frac{2}{(a+3)(a-3)} = \frac{2 \times (a-4)}{(a+3)(a-3) \times (a-4)}$$

[লব ও হরকে (a-4) দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{2(a-4)}{(a+3)(a-3)(a-4)} = \frac{2(a-4)}{(a^2-9)(a-4)}$$

$$\text{এবং} \frac{5}{a^2-7a+12} = \frac{5}{(a-3)(a-4)} = \frac{5 \times (a+3)}{(a-3)(a-4) \times (a+3)}$$

[লব ও হরকে (a+3) দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{5(a+3)}{(a+3)(a-3)(a-4)} = \frac{5(a+3)}{(a^2-9)(a-4)}$$

$$\text{নির্ণেয় সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি} : \frac{2(a-4)}{(a^2-9)(a-4)} \cdot \frac{5(a+3)}{(a^2-9)(a-4)}$$



সুপার সাজেশন



মাস্টার ট্রেনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত
100% প্রস্তুতি উপযোগী প্রশ্ন সম্বলিত সুপার সাজেশন

প্রিয় শিক্ষার্থী, অর্ধ-বার্ষিক ও বার্ষিক পরীক্ষার জন্য মাস্টার ট্রেনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি, সংক্ষিপ্ত ও সৃজনশীল প্রশ্নসমূহ নিচে উপস্থাপন করা হলো। 100% প্রস্তুতি নিশ্চিত করতে উল্লিখিত প্রশ্নসমূহের সমাধান ভালোভাবে শিখে নাও।

বিষয়/ শিরোনাম	গুরুত্বসূচক চিহ্ন		
	7★ (সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ)	5★ (ভুলনামূলক গুরুত্বপূর্ণ)	3★ (কম গুরুত্বপূর্ণ)
বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর	এ অধ্যায়ের প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর ভালোভাবে শিখে নাও।		
সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান	অনুশীলনী ৫.১	২, ৫, ৯, ১৪, ১৮	১, ৭, ১০, ১৫, ১৯
	অনুশীলনী ৫.২	১, ৬, ৮	২, ৫, ১০
	পরিশিষ্ট	১, ৫, ৯	২, ৭, ১০
সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান	অনুশীলনী ৫.১	১, ৫, ৮	৩, ৬
	অনুশীলনী ৫.২	২, ৪, ৯	১, ৬
	পরিশিষ্ট	২	১



যাচাই ও মূল্যায়ন



অধ্যায়ের প্রকৃতি ও দক্ষতা যাচাইয়ের লক্ষ্যে ক্রাস টেস্ট আকারে উপস্থাপিত প্রশ্নব্যাকে

ক্রাস টেস্ট সময় : ৩ ঘণ্টা

গণিত

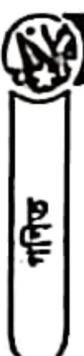
পূর্ণমান : ১০০

অষ্টম শ্রেণি

বহুনির্বাচনি অধীক্ষা (প্রতিটি প্রশ্নের মান ১)

১ × ১০০ = ১০০

[সহবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অধীক্ষার উত্তরণপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংকেত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি দল পড়েট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ চক্রেট কর। সকল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।]



১. $\frac{x^2-49x}{x^2+7x}$ এর সর্ঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?
 (a) $(x-7)$ (b) $(x+7)$ (c) $x(x-7)$ (d) $x(x+7)$
২. $\frac{x^2-x-12}{x^2-16}$ এর সর্ঘিষ্ঠ আকার নিচের কোনটি?
 (a) $\frac{x+3}{x-4}$ (b) $\frac{x-3}{-x-4}$ (c) $\frac{x-3}{x+4}$ (d) $\frac{x+3}{x+4}$
৩. $(\frac{2x}{y} + \frac{1}{y})$ এর মান কোনটি?
 (a) $\frac{2x+y}{y}$ (b) $\frac{2x+1}{y}$ (c) $\frac{2x+1}{2y}$ (d) $\frac{2xy+1}{y}$
৪. $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$ কত?
 (a) $\frac{2x}{yz}$ (b) $\frac{2}{xyz}$ (c) $\frac{z}{2}$ (d) $\frac{2}{z}$
৫. $\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}$ এর সর্ঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি?
 (a) $\frac{x-5}{x+1}$ (b) $\frac{x+1}{x-5}$ (c) $\frac{x-1}{x+1}$ (d) $\frac{x-5}{x-1}$
৬. $(\frac{a}{b}-1)$ ও $(1-\frac{a}{b})$ রাশিযুগ্মের—
 i. যোগফল শূন্য ii. ভাগফল = -1 iii. গুণফল = $\frac{(a-b)^2}{b^2}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i ও ii (b) i ও iii (c) ii ও iii (d) i, ii ও iii
৭. $\frac{a^2}{x}$ এর সর্ঘিষ্ঠ আকার কোনটি?
 (a) $\frac{1}{x}$ (b) $\frac{1}{a}$ (c) $\frac{1}{a^2}$ (d) $\frac{1}{x^2}$
৮. $\frac{3}{4}$ তমানেশিত্তে সব কত?
 (a) 3 (b) 4 (c) 1 (d) 12
৯. $\frac{a^2b^2-a^2b^2}{a^2b-ab^2}$ এর সর্ঘিষ্ঠ সাধারণ রূপ কোনটি?
 (a) $\frac{a^2b}{a-b}$ (b) $\frac{ab}{a+b}$ (c) $\frac{a^2b^2}{a-b}$ (d) $\frac{ab^2}{a+b}$
১০. $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2+ab} - \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2-ab} = ?$
 (a) -2a (b) -2b (c) 2a (d) 2b
১১. $\frac{a^2-5a+6}{a^2-9}$ এর সর্ঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?
 (a) $\frac{a-2}{a+3}$ (b) $\frac{a+3}{a-2}$ (c) $\frac{a-3}{a+2}$ (d) $\frac{a+2}{a-3}$
১২. $\frac{a}{bc} + \frac{c}{ab} + \frac{b}{ac}$ কত?
 (a) $\frac{b^2+2ac}{abc}$ (b) $\frac{a^2+2bc}{abc}$ (c) $\frac{c^2+2ab}{abc}$ (d) $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$
১৩. $\frac{a-b}{abc} + \frac{b-c}{abc} + \frac{c-a}{abc} =$ কত?
 (a) abc (b) 0 (c) $\frac{a+b+c}{abc}$ (d) $\frac{abc}{a+b+c}$
১৪. $\frac{x^2-9}{x+3}$ এর সর্ঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?
 (a) $\frac{x+3}{x}$ (b) $\frac{x}{x+3}$ (c) $\frac{x-3}{x}$ (d) $\frac{x}{x-3}$
১৫. নিচের তথ্যের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x = \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}$ ও $y = \frac{2a}{1+a^2+a^4}$
১৫. x-এর মান নিচের কোনটি?
 (a) $\frac{a}{a^2+a^4+1}$ (b) a^4+a^2+1 (c) a^4-a^2+1 (d) $\frac{2a}{a^2+a^4+1}$

১৬. $(x-y)$ এর মান নিচের কোনটি?
 (a) 0 (b) 1 (c) 2a (d) a^2-a+1
১৭. $\frac{3x^2}{2a} + \frac{4y^2}{15xz} =$ কত?
 (a) $\frac{45xz^3}{8xy}$ (b) $\frac{45xz^3}{8xy}$ (c) $\frac{2xy^2}{5xz}$ (d) $\frac{2xy}{5xz^2}$
১৮. $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1) + (\frac{x^2}{y^2} - \frac{y}{x} + 1)$ এর সরল মান নিচের কোনটি?
 (a) $\frac{x}{y}$ (b) $\frac{y}{x}$ (c) $\frac{x^2}{x}$ (d) $\frac{2}{x}$
১৯. $(\frac{2a}{a+b} - 2) + (4 - \frac{4a}{a+b}) =$ কত?
 (a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
২০. $\frac{4a}{1+a^2} + \frac{8a^3}{1-a^4} =$ কত?
 (a) $\frac{1-a^2}{2a}$ (b) $\frac{2a^2}{1+a^2}$ (c) $\frac{1+a^2}{2a}$ (d) $\frac{2a^2}{1-a^2}$
২১. $\frac{(a+b)^2-4ab}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-b^2} =$ কত?
 (a) a-b (b) $(a-b)^2$ (c) $(a-b)^4$ (d) a^2+ab+b^2
২২. $\frac{m^2+6m+5}{m^2+10m+25}$ এর সমতুল তমানেশিত্তে হবে—
 i. $\frac{m+1}{m+5}$ ii. $\frac{m^2-2m-3}{m^2+2m-15}$ iii. $\frac{m^2+2m+1}{m^2-3m-10}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i ও ii (b) i ও iii (c) ii ও iii (d) i, ii ও iii
২৩. $\frac{x}{y}$ এর গুণাঙ্কক বিপরীত তমানেশিত্তে নিচের কোনটি?
 (a) $\frac{x}{y}$ (b) xy (c) $\frac{y}{x}$ (d) $\frac{1}{y}$
২৪. $\frac{x}{y}$ কে $\frac{x}{z}$ দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি হবে?
 (a) $\frac{y}{z}$ (b) $\frac{x}{y}$ (c) $\frac{y}{z}$ (d) $\frac{z}{y}$
২৫. $\frac{10x^2b^4z^3}{5x^2b^2z^2}$ এর সর্ঘিষ্ঠ আকার নিচের কোনটি?
 (a) $\frac{2xz^2}{b}$ (b) $\frac{x^2z}{b}$ (c) $\frac{x^2z}{b^2}$ (d) $\frac{2xz^2}{b^2}$
২৬. $\frac{1}{mn} \times \frac{1}{m} =$ কত?
 (a) $\frac{1}{m^2n}$ (b) $\frac{1}{mn^2}$ (c) $\frac{1}{mn}$ (d) $\frac{1}{m}$
২৭. $a = \frac{1}{p-q}$ এবং $b = \frac{1}{q-p}$ হলে,
 i. $a+b=0$ ii. $a-b = \frac{2}{p-q}$ iii. $\frac{a}{b} = 1$
 উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i ও ii (b) ii ও iii (c) i ও iii (d) i, ii ও iii
২৮. নিচের উদ্ভীপকটি পড় এবং ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{y}$ দুইটি তমানেশিত্তে।
২৮. বিতীর তমানেশিত্তে গুণাঙ্কক বিপরীত তমানেশিত্তে কোনটি?
 (a) $\frac{x}{y}$ (b) $\frac{y}{z}$ (c) $\frac{1}{y}$ (d) $\frac{1}{z}$
২৯. তমানেশিত্তে দুইটির গুণফল কত?
 (a) $\frac{xz}{y^2}$ (b) $\frac{x}{z}$ (c) $\frac{1}{y}$ (d) $\frac{x}{y}$
৩০. $(\frac{1}{x}-1) + (1-\frac{1}{x})$ এর সরলকৃত মান কত?
 (a) $\frac{x}{x-1}$ (b) $\frac{x}{x+1}$ (c) $\frac{x}{1-x}$ (d) $\frac{-x}{x+1}$

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন (প্রতিটি প্রশ্নের মান ২)

যেকোনো ১০টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

- ১। $\frac{m^2n^2 - m^2n}{m^2n - mn^2}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।
- ২। $\frac{34(x-a)^2}{17(x-a)(x^2-a^2)}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।
- ৩। $\frac{m^2+6m+5}{m^2+10m+25}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।
- ৪। $\frac{x}{x^2-y^2} + \frac{y}{x-y}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর।
- ৫। $\frac{a-b}{ab} \cdot \frac{b-c}{bc} \cdot \frac{c-a}{ca}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর।
- ৬। $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx} =$ কত?
- ৭। বিয়োগফল নির্ণয় কর : $\frac{a}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{a^2-b^2}$
- ৮। $\frac{x^2}{x^2-16} - \frac{x}{x+4} =$ কত?

- ৯। $\frac{a^2-h^2}{a^2+b^2}$ কে $\frac{a^2-ah+h^2}{a^2-h^2}$ দ্বারা গুণ কর।
- ১০। $\left(\frac{h}{a} + \frac{a}{b}\right) \times \frac{ab}{a^2+b^2} =$ কত?
- ১১। $\frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2}$ কে $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ দ্বারা ভাগ কর।
- ১২। $\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2-2mn} + \frac{(m-n)^2}{(m-n)^2-4mn}$ এর সরলকৃত মান কত?
- ১৩। $\frac{p^2+q^2+3pq(p+q)}{(p+q)^2-4pq} + \frac{(p+q)^2}{(p-q)^2} =$ কত?
- ১৪। $\frac{a^2+7a+12}{a^2-9}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।
- ১৫। $\frac{p+q}{pq}$ থেকে $\frac{q+r}{qr}$ বিয়োগ কর।

২ x ১০ = ২০

সৃজনশীল প্রশ্ন (প্রতিটি প্রশ্নের মান ১০)

যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

- ১। $S = x+3, T = x-3$ ও $V = x^2-9$ ।
ক. $\frac{y^4-1}{y^2+y}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. $\frac{x}{S} + \frac{x}{T} + \frac{6x}{V}$ এর সরলফল নির্ণয় কর। ৪
গ. $\frac{S}{x^2-6x+5} \cdot \frac{T}{x^2+2x-3}$ এবং $\frac{V}{x^2-2x-15}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২। $A = \frac{x^2-5x-14}{x^2-4x-21}, B = \frac{x+2}{x^2+7x+12}, C = \frac{4x}{x^2-9}$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।
ক. $\frac{1}{x-1}$ হতে $\frac{2x}{x^2-1}$ এর বিয়োগফল নির্ণয় কর। ২
খ. $A+B \times C =$ কত? ৪
গ. A, B ও C -কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ৩। $A = x^2-5x+6, B = x^2-9, C = x^2+4x+3$ ।
ক. $\frac{C}{x^2+x}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. সরল কর : $\frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ । ৪
গ. $\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ৪। $A = a^2b+ab^2+b^3, B = a^3-b^3, C = a^3-a^2b+ab^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।
ক. $\frac{p^2-p-30}{p^2-36}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. A, B, C -এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪
গ. $\frac{1}{A} \cdot \frac{2}{B}$ এবং $\frac{3}{C}$ কে সমহর বিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর। ৪

- ৫। $P = 1-x+x^2, Q = 1+x+x^2$ এবং $R = 1+x^2+x^4$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।
ক. R কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
খ. $\frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. সরল কর : $\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}\right) \times \frac{Q}{2x}$ । ৪
- ৬। $P = a^2-2a-8, Q = a^2-3a-10$ এবং $R = a^2-8a+15$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।
ক. R কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
খ. $\frac{1}{P} \cdot \frac{1}{Q} \cdot \frac{1}{R}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর। ৪
গ. দেখাও যে, $P \times \frac{a-5}{Q} + \frac{R}{a-3} = \frac{a-4}{a-5}$ । ৪
- ৭। $P = \frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy}, Q = \frac{(x-y)^2+4xy}{x^2-y^2-3xy(x-y)}$
 $A = a^3-3a^2-10a, B = a^3+6a^2+8a, C = a^3-5a^2-14a^2$
ক. C কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
খ. A, B, C এর ল. সা. গু. এবং গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
গ. $P+Q$ এর সরলমান নির্ণয় কর। ৪
- ৮। $\frac{2x^2+3xy}{4x^2-9y^2} \cdot \frac{2(x+2)}{x^2-4}$ ও $\frac{5}{x^2+3x-10}$ তিনটি বীজগণিতীয় ভাঙ্গাংশ।
ক. তৃতীয় ভাঙ্গাংশকে লঘুকরণ কর। ২
খ. প্রথম ও দ্বিতীয় ভাঙ্গাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর। ৪
গ. দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভাঙ্গাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভাঙ্গাংশে প্রকাশ কর। ৪

১০ x ৫ = ৫০

উত্তরমালা ১ বহুনির্বাচনি অধীক্ষা

১	ক	২	ঘ	৩	খ	৪	গ	৫	ক	৬	ক	৭	ঘ	৮	ক	৯	ঘ	১০	খ	১১	ক	১২	ঘ	১৩	খ	১৪	ঘ	১৫	ক
১৬	ক	১৭	ক	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	ক	২১	গ	২২	ক	২৩	গ	২৪	ঘ	২৫	ক	২৬	ক	২৭	ক	২৮	খ	২৯	ক	৩০	ঘ

সমাধান সংকেত ১ সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন

১। ১৬৭ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৫। ১৬৮ পৃষ্ঠার ৯ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৯। ১৬৩ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান	১৩। ১৬৩ পৃষ্ঠার ১০ নং প্রশ্ন ও সমাধান
২। ১৬৭ পৃষ্ঠার ৩ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৬। ১৬৮ পৃষ্ঠার ১১ নং প্রশ্ন ও সমাধান	১০। ১৬৩ পৃষ্ঠার ৪ নং প্রশ্ন ও সমাধান	১৬। ১৬৯ পৃষ্ঠার ২ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৩। ১৬৮ পৃষ্ঠার ৫ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৭। ১৬৯ পৃষ্ঠার ১৬ নং প্রশ্ন ও সমাধান	১১। ১৬৩ পৃষ্ঠার ৬ নং প্রশ্ন ও সমাধান	১৫। ১৬৯ পৃষ্ঠার ৮ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৪। ১৬৮ পৃষ্ঠার ৭ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৮। ১৬৯ পৃষ্ঠার ২০ নং প্রশ্ন ও সমাধান	১২। ১৬৩ পৃষ্ঠার ৮ নং প্রশ্ন ও সমাধান	

সমাধান সংকেত ২ সৃজনশীল প্রশ্ন

১। ১৬৯ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৩। ১৭১ পৃষ্ঠার ৪ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৫। ১৬৪ পৃষ্ঠার ৩ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৭। ১৬৭ পৃষ্ঠার ৯ নং প্রশ্ন ও সমাধান
২। ১৭০ পৃষ্ঠার ৩ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৪। ১৭২ পৃষ্ঠার ৮ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৬। ১৬৫ পৃষ্ঠার ৫ নং প্রশ্ন ও সমাধান	৮। ১৬০ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান