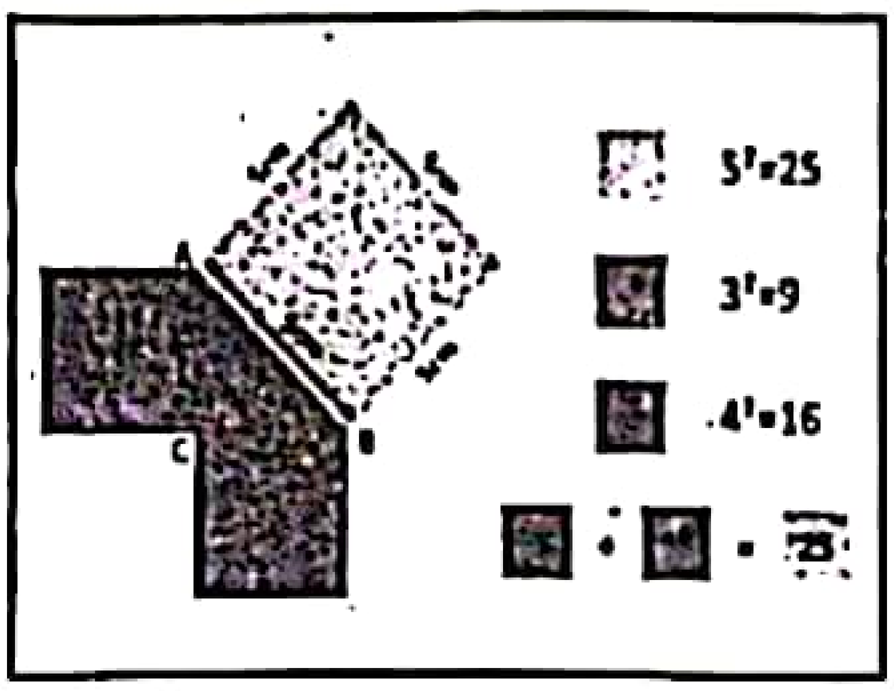
www.abswer.com

অধ্যায় ০৯

পিথাগোরাসের উপপাদ্য

আলোচ্য বিষয়াবলি

• সমকোণী ত্রিভুজ • পিথাগোরাসের উপপাদ্য • পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য।



অধ্যায়ের শিখনফল : অধ্যায়টি অনুশীলন করে আমি যা জানতে পারব—

- শিখনফল-১ : পিথাগোরাসের উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ করতে পারব।
- শিখনফল-২ : ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি সমকোণী কি-না যাচাই করতে পারব।
- শিখনফল-৩ : পিথাগোরাসের সূত্র ব্যবহার করে সমস্যা সমাধান করতে পারব।

অনুশীলন

সেরা প্রস্তুতির জন্য 100% সঠিক ফরম্যাটে অনুসরণে গাণিতিক সমস্যার সমাধান

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাবলিকে অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি, সংক্ষিপ্ত, সৃজনশীল ও অনুশীলনমূলক কাজ অংশে বিভক্ত করে শিখনফলের ধারায় উপস্থাপন করা হয়েছে। পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতি নিশ্চিত করতে সমাধানসমূহ ভালোভাবে প্র্যাকটিস কর।

এক নজরে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি

- খ্রিস্টপূর্ব ষষ্ঠ শতাব্দীর গ্রিক দার্শনিক পিথাগোরাস সমকোণী ত্রিভুজের একটি প্রয়োজনীয় বৈশিষ্ট্য নিরূপণ করেন। সমকোণী ত্রিভুজের এ বৈশিষ্ট্য পিথাগোরাসের বৈশিষ্ট্য বলে পরিচিত। বলা হয় পিথাগোরাসের জন্মের আগে মিশরীয় ও ব্যাবিলনীয় যুগেও সমকোণী ত্রিভুজের এ বৈশিষ্ট্যের ব্যবহার ছিল।
- সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলো বিশেষ নামে পরিচিত। সমকোণের বিপরীত বাহু অতিভুজ এবং সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ভূমি ও উন্নতি।
- একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
- যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয়, তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।
- কোনো বর্গক্ষেত্র এর কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।
- কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

অনুশীলনীর সমস্যার সমাধান — পাঠ্যবইয়ের সমস্যার সমাধান করি

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

সঠিক উত্তরটিতে টিক (✓) চিহ্ন দাও :

১। একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$ হলে এর বৃহত্তম কোণটির মান কত?

ক) 80° খ) 90° গ) 100° ঘ) 120°

উত্তর: খ

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : ধরি, ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a, a, \sqrt{2}a$

সমকোণী ত্রিভুজের দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি, তৃতীয় বাহুর বর্গের সমান।

এখানে, $a^2 + a^2 = 2a^2$ এবং $(\sqrt{2}a)^2 = 2a^2$

∴ ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম কোণের মান 90°.

২। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 5° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত?

ক) 40° খ) 42.5° গ) 47.5° ঘ) 50°

উত্তর: খ

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : ধরি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণ $x°$

∴ অপর সূক্ষ্মকোণ $x° + 5°$

∴ $x° + x° + 5° = 90°$

বা, $2x° = 90° - 5°$

বা, $x° = \frac{85°}{2} = 42.5°$

∴ ক্ষুদ্রতম কোণ $= 42.5°$.

www.abswer.com

www.abswer.com

৩। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ x একক এবং অপর বাহুদ্বয়ের একটি y একক হলে ৩য় বাহুটির দৈর্ঘ্য কত একক?
(ক) $x^2 + y^2$ (খ) $\sqrt{x^2+y^2}$
(গ) $\sqrt{x^2-y^2}$ (ঘ) $x^2 - y^2$

উত্তর: (গ)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : ধরি, তৃতীয় বাহুটির দৈর্ঘ্য a একক। আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ² = অপর দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি।
∴ $x^2 = y^2 + a^2$ বা, $a^2 = x^2 - y^2$
∴ $a = \sqrt{x^2 - y^2}$
∴ তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{x^2-y^2}$ একক।

৪। পরিমাপটির কোন পরিমাপের জন্য একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব?
(ক) 4, 4, 5 (খ) 5, 12, 13
(গ) 8, 10, 12 (ঘ) 2, 3, 4

উত্তর: (খ)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : যদি ত্রিভুজের দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর বর্গের সমান হয়, তবে ঐ তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দিয়ে সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।
এখানে, $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$
∴ (খ) অপশনের বাহুগুলো দিয়ে সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

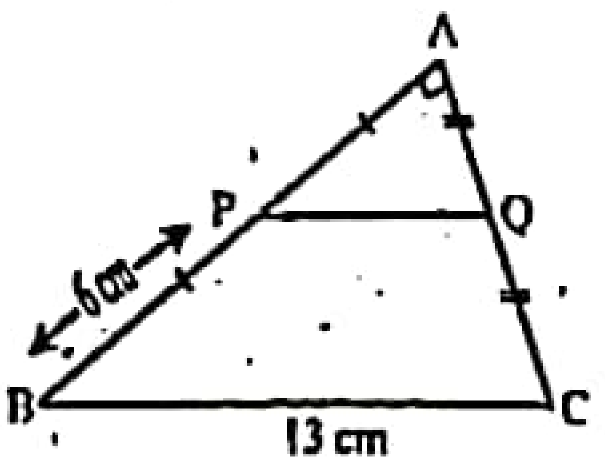
৫। Δ ABC এ ∠A = ১ সমকোণ হলে এর–
i. অতিভুজ BC
ii. ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$AB.AC iii. $BC^2 = AB^2 + AC^2$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ)

৬। সমকোণী ত্রিভুজের–
i. বৃহত্তম বাহুটি অতিভুজ
ii. ক্ষুদ্রতর বাহুদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি বৃহত্তম বাহুর বর্গের সমান
iii. সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পরের পূরক
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ)

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৭ – ৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে ∠A = 90°

৭। PQ এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?
(ক) 6 (খ) 6.5
(গ) 7 (ঘ) 9.5

উত্তর: (খ)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : যেহেতু AP = BP এবং AQ = CQ
∴ P ও Q যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু
∴ PQ $= \frac{1}{2}$BC [ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ তৃতীয় বাহুর অর্ধেক
$= \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ cm

৮। Δ ABC = কত বর্গ সে.মি.?
(ক) 39 (খ) 32.5
(গ) 30 (ঘ) 15

উত্তর: (গ)

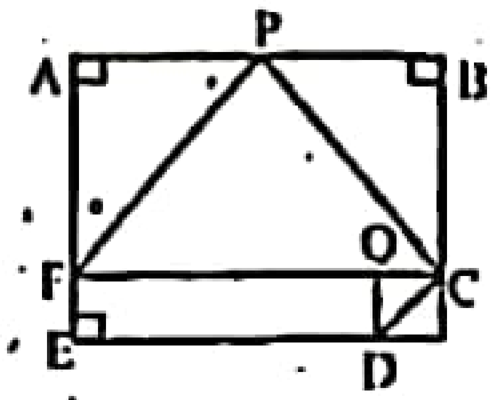
▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : Δ ABC এ ∠A সমকোণ এবং BC অতিভুজ
∴ $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - (6+6)^2}$ [∵ P, AB এর মধ্যবিন্দু]
$= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ সে.মি.
∴ Δ ABC $= \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ বর্গ সে.মি.

৯। Δ APQ এর পরিসীমা কত সে.মি.?
(ক) 15 (খ) 12.5
(গ) 10 (ঘ) 7.5

উত্তর: (ক)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : '৮' নং হতে পাই, AC = 5 সে.মি.
যেহেতু P ও Q যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।
∴ AP = BP = 6 সে.মি. AQ $= \frac{1}{2}$AC $= \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$ সে.মি.
এবং PQ = 6.5 সে.মি. ['৭' নং হতে]
∴ Δ APQ এর পরিসীমা = AP + PQ + AQ
= 6 + 2.5 + 6.5
= 15 সে.মি.

■ ABCDE বহুভুজে AE ∥ BC, CF ⊥ AE এবং DQ ⊥ CF, ED = 10 মি.মি., EF = 2 মি.মি., BC = 8 মি.মি., AB = 12 মি.মি.।



উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের ১০ – ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১০। ABCF চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি. মি.?
(ক) 64 (খ) 96
(গ) 100 (ঘ) 144

উত্তর: (খ)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : ABCF আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য AB = 12 মি.মি. ও প্রস্থ BC = 8 মি.মি.
∴ ABCF আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = 12 × 8 = 96 বর্গ সে.মি.।

১১। নিচের কোনটি FPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে?
(ক) 32 বর্গ মি. মি. (খ) 48 বর্গ মি. মি.
(গ) 72 বর্গ মি. মি. (ঘ) 60 বর্গ মি. মি.

উত্তর: (খ)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : যেহেতু ABCF আয়তক্ষেত্র, সেহেতু AB = CF
∴ FPC ত্রিভুজের ভূমি CF = 12 মি.মি. এবং উচ্চতা BC = 8 মি.মি.
∴ FPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$ বর্গ মি.মি.

১২। CD-এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটিতে প্রকাশ পায়?
(ক) $2\sqrt{2}$ মি. মি. (খ) 4 মি. মি.
(গ) $4\sqrt{2}$ মি. মি. (ঘ) 8 মি. মি.

উত্তর: (ক)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : AB = CF = 12 মি.মি. এবং ED = FQ = 10 মি.মি.
∴ CQ = CF − FQ = CF − ED = 12 − 10 = 2 মি.মি.
EF = DQ = 2 মি.মি.
যেহেতু DQ ⊥ CF, সেহেতু Δ CDQ সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ CD
∴ $CD = \sqrt{DQ^2 + CQ^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{2.4} = 2\sqrt{2}$ মি.মি.

১৩। নিচের কোনটিতে Δ FPC ও Δ DQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর নির্দেশ করে?
(ক) 46 বর্গ মি. মি. (খ) 48 বর্গ মি. মি.
(গ) 50 বর্গ মি. মি. (ঘ) 52 বর্গ মি. মি.

উত্তর: (ক)

▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : '১১' নং হতে, Δ FPC এর ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মি.মি.
'১২' নং হতে, Δ DQC এর CQ = 2 মি.মি. ও DQ = 2 মি.মি.
∴ Δ DQC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ DC × CQ
$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ বর্গ মি.মি.
অতএব, Δ FPC ও Δ DQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর
= 48 − 2 = 46 বর্গ মি.মি.

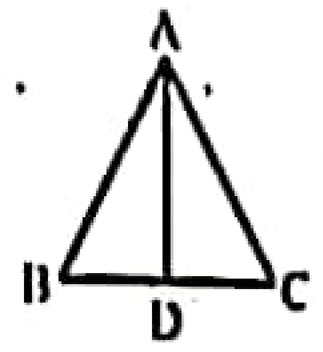
www.abswer.com

www.abswer.com

জ্যামিতিক সমস্যার সমাধান

১৪। ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$.

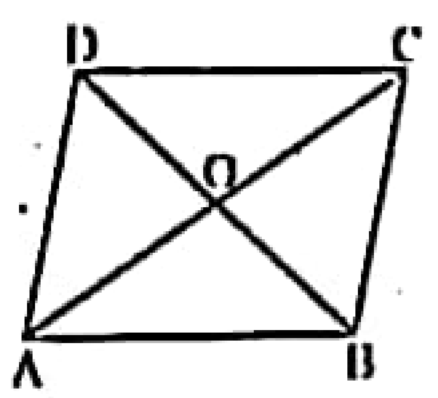


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC এ $AB = BC = CA$ এবং $BD = DC = \frac{1}{2}BC$	[∵ ΔABC সমবাহু ত্রিভুজ] [AD লম্বের পাদ বিন্দু D, BC কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔABD এ $\angle ADB = 90°$ এবং AB = অতিভুজ ∴ ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ।	[∵AD, BC এর উপর লম্ব]
(৩) ABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ বা, $AB^2 - BD^2 = AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $AB^2 - \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 = AD^2$	[(১) হতে]
বা, $AB^2 - \frac{BC^2}{4} = AD^2$ বা, $\frac{4AB^2 - BC^2}{4} = AD^2$	[(১) হতে]
বা, $4AB^2 - AB^2 = 4AD^2$	[∵ BC = AB]
বা, $3AB^2 = 4AD^2$ বা, $AB^2 + AB^2 + AB^2 = 4AD^2$ ∴ $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$. (প্রমাণিত)	[(১) হতে]

১৫। ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

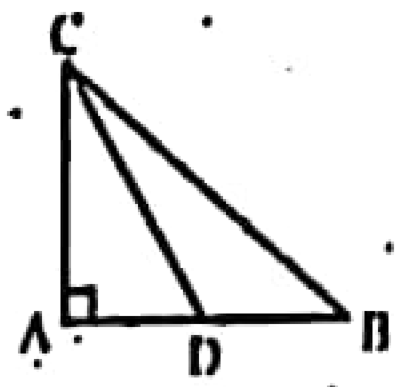


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABCD চতুর্ভুজে, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA$ = 1 সমকোণ	[∵ AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর লম্ব]
(২) AOB সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 = AO^2 + BO^2$ BOC সমকোণী ত্রিভুজে, $BC^2 = BO^2 + CO^2$ COD সমকোণী ত্রিভুজে, $CD^2 = CO^2 + DO^2$ DOA সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 = AO^2 + DO^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(৩) এখন, $AB^2 + CD^2$ $= AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2$	[(২) হতে]
$= (BO^2 + CO^2) + (AO^2 + DO^2)$ $= BC^2 + AD^2$ ∴ $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$. (প্রমাণিত)	[(২) হতে]

১৬। ABC ত্রিভুজের ∠A সমকোণ এবং CD একটি মধ্যমা। প্রমাণ কর যে, $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজের ∠A = 1 সমকোণ এবং CD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$.

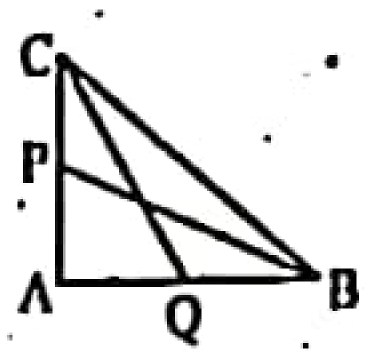


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $CD^2 = AC^2 + AD^2$ বা, $AC^2 = CD^2 - AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) আবার, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= (2AD)^2 + AC^2$ $= 4AD^2 + AC^2$	[∵ AB = 2AD]
$= 4AD^2 + CD^2 - AD^2$ ∴ $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$. (প্রমাণিত)	[(১) হতে]

১৭। ABC ত্রিভুজের ∠A সমকোণ। BP ও CQ দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ কর যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজের ∠A = 1 সমকোণ এবং BP ও CQ দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$.

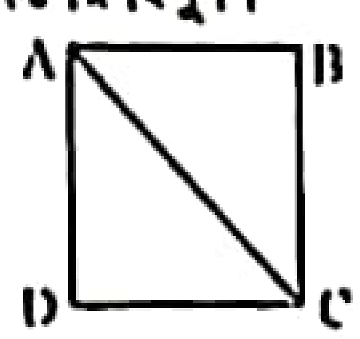


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABP সমকোণী ত্রিভুজে, $BP^2 = AB^2 + AP^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) ACQ সমকোণী ত্রিভুজে, $CQ^2 = AC^2 + AQ^2$	
(৩) ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$	
(৪) এখন, $4(BP^2 + CQ^2)$ $= 4(AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2)$	[(১) ও (২) হতে]
$= 4(AB^2 + AC^2) + 4AP^2 + 4AQ^2$ $= 4BC^2 + (2AP)^2 + (2AQ)^2$	[(৩) হতে]
$= 4BC^2 + AC^2 + AB^2$	[∵ 2AP = AC এবং 2AQ = AB]
$= 4BC^2 + BC^2$ $= 5BC^2$ ∴ $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$. (প্রমাণিত)	[(৩) হতে]

১৮। প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। এর AC কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = 2AB^2$.



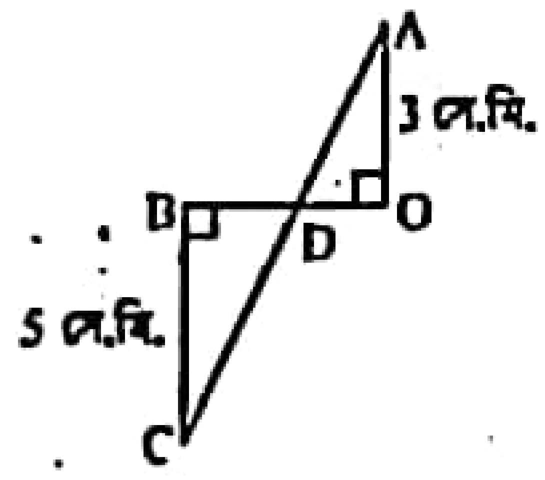
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) Δ ABC-এ ∠B = এক সমকোণ ∴ Δ ABC সমকোণী ত্রিভুজ এবং AC এর অতিভুজ।	[বর্গক্ষেত্রের সকল কোণ সমকোণ]
(২) এখন, Δ ABC-এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$ ∴ $AC^2 = 2AB^2$. (প্রমাণিত)	[বর্গক্ষেত্রের বাহুগুলো পরস্পর সমান]

www.abswer.com

www.abswer.com

১৯। চিত্রে OB = 4 সে.মি. হলে BD এবং AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।



সমাধান : চিত্র হতে,

AO = 3 সে.মি.; BC = 5 সে.মি.; OB = 4 সে.মি.

মনে করি, DO = x সে.মি.;

BD = BO − DO = (4 − x) সে.মি.

Δ AOD এবং Δ BCD সদৃশকোণী ত্রিভুজে, $\frac{BC}{AO} = \frac{BD}{DO}$

বা, $\frac{5}{3} = \frac{4-x}{x}$

বা, $5x = 12 - 3x$

বা, $5x + 3x = 12$

বা, $8x = 12$

বা, $x = \frac{12}{8} = 1.5$

∴ BD = (4 − 1.5) সে.মি. = 2.5 সে.মি.

এখন, AOD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$AD^2 = AO^2 + DO^2 = (3)^2 + (1.5)^2 = 9 + 2.25 = 11.25$

বা, $AD = \sqrt{11.25}$

বা, AD = 3.35 সে.মি. (প্রায়)

আবার, BCD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$CD^2 = BC^2 + BD^2$

$= (5)^2 + (2.5)^2$

$= 25 + 6.25 = 31.25$

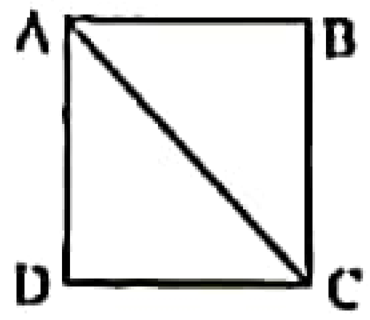
বা, $CD = \sqrt{31.25} = 5.59$ সে.মি. (প্রায়)

∴ AC = AD + CD = (3.35 + 5.59) সে.মি. = 8.94 সে.মি. (প্রায়)

∴ BD = 2.5 সে.মি. এবং AC = 8.94 সে.মি. (প্রায়)

২০। প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র এর কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। এর AC কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$.



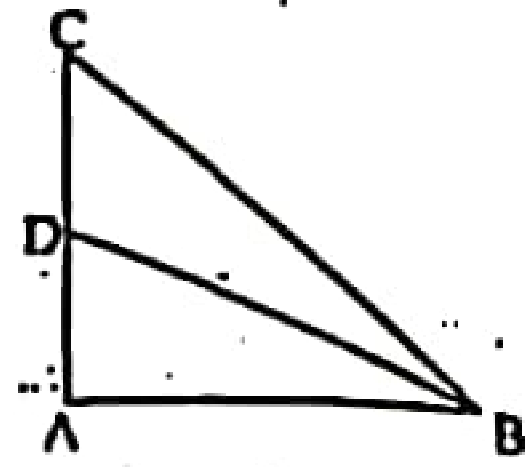
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) Δ ABC-এ ∠B = এক সমকোণ ∴ Δ ABC সমকোণী ত্রিভুজ এবং AC এর অতিভুজ।	[বর্গক্ষেত্রের সকল কোণ সমকোণ]
(২) $AC^2 = AB^2 + BC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$ বা, $2AB^2 = AC^2$ ∴ $AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$. (প্রমাণিত)	[বর্গক্ষেত্রের বাহুগুলো পরস্পর সমান]

২১। ABC ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ। D, AC-এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে,

$BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ এবং D, AC-এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.



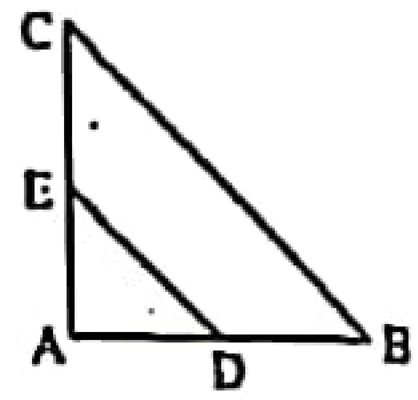
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, ABC সমকোণী ত্রিভুজে ∠A = এক সমকোণ এবং BC এর অতিভুজ।	[কল্পনা]
∴ $BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(২) অনুরূপভাবে, ABD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BD. $AB^2 + AD^2 = BD^2$ বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৩) এখন, $BC^2 + AD^2$ $= AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$ ∴ $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. (প্রমাণিত)	[১ ও ২ থেকে]

২২। ABC ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ। D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে,

$DE^2 = CE^2 + BD^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে ΔABC-এর ∠A = এক সমকোণ। D ও E যথাক্রমে AB ও AC-এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$.

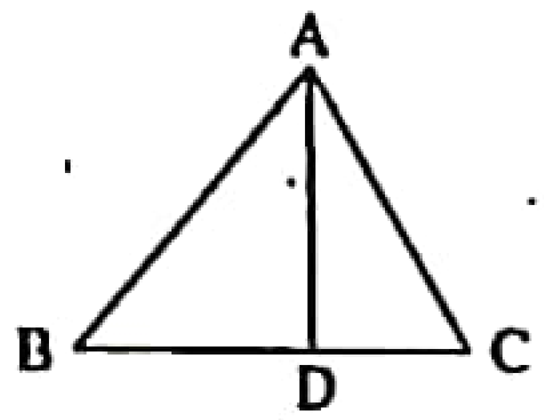


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AD = BD এবং AE = CE	[D ও E যথাক্রমে AB ও AC-এর মধ্যবিন্দু]
(২) এখন ADE সমকোণী ত্রিভুজে, $DE^2 = AE^2 + AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
∴ $DE^2 = CE^2 + BD^2$ সুতরাং $DE^2 = CE^2 + BD^2$. (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

২৩। Δ ABC এ BC এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC. প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, Δ ABC-এ BC-এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC; প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.



www.abswer.com

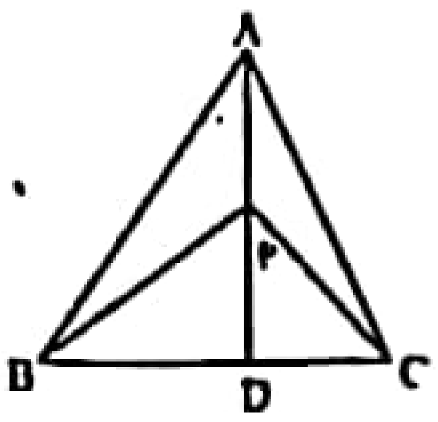
www.abswer.com

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC এ AD, BC-এর উপর লম্ব। ∴ ΔABD ও ΔACD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) এখন ABD সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজে, $BD^2 + AD^2 = AB^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৩) আবার, ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 + CD^2 = AC^2$ বা, $AD^2 = AC^2 - CD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৪) $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ ∴ $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$. (প্রমাণিত)	[২ এবং ৩ থেকে]

২৪। ΔABC এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC. প্রমাণ কর যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC-এ BC-এর উপর লম্ব AD এবং AD-এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC। P, B ও P, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$.

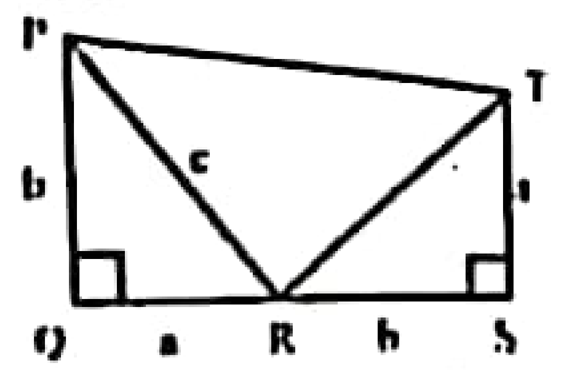


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC-এ $AD \perp BC$ ΔABD, ΔACD, ΔBPD এবং ΔCPD প্রত্যেকেই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) এখন ΔABD-এ $AB^2 = BD^2 + AD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
(৩) ΔACD-এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৪) $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$	[(২) ও (৩) থেকে]
(৫) আবার, ΔBPD-এ $PB^2 = BD^2 + PD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
(৬) ΔPCD-এ $PC^2 = PD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৭) $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$	[(৫) ও (৬) থেকে]
∴ $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$. (প্রমাণিত)	[(৪) থেকে]

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৫



ক. PQST কী ধরনের চতুর্ভুজ? সপক্ষে যুক্তি দাও।

খ. দেখাও যে, ΔPRT সমকোণী।

গ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$.

২৫নং প্রশ্নের সমাধান :

ক PQST চতুর্ভুজটি ট্রাপিজিয়াম।

কারণ PQST চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদ্বয় PQ ও TS সমান্তরাল এবং অপর বিপরীত বাহুদ্বয় PT ও QS অসমান্তরাল।

খ প্রদত্ত চিত্রে ΔPQR ও ΔRST এ PQ = RS = b, QR = ST = a

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PQR$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle RST$ [প্রত্যেকে 90°]

সুতরাং $\Delta PQR \cong \Delta RST$

∴ PR = RT = c এবং $\angle QPR = \angle TRS$

আবার, $PQ \perp QS$ এবং $TS \perp QS$ বলে, $PQ \parallel TS$

সুতরাং PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

এখন, $\angle PRQ + \angle QPR = \angle PRQ + \angle TRS$ = 1 সমকোণ

∴ $\angle PRT$ = এক সমকোণ।

সুতরাং ΔPRT সমকোণী ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

গ এখন, PQST ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= Δ ক্ষেত্র PQR + Δ ক্ষেত্র RST + Δ ক্ষেত্র PRT

বা, $\frac{1}{2}QS(PQ + TS) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$

বা, $\frac{1}{2}(QR + RS)(PQ + TS) = \frac{1}{2}(2ab + c^2)$

বা, $\frac{1}{2}(a + b)(b + a) = \frac{1}{2}(2ab + c^2)$

বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$

বা, $a^2 + b^2 = c^2$

বা, $c^2 = b^2 + a^2$

∴ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২৬ ΔPQR এ $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M।

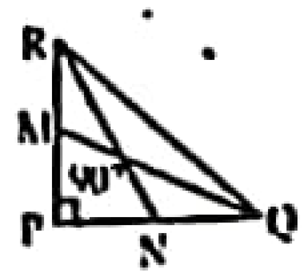
ক. ত্রিভুজটি আঁক।

খ. চিত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $PR^2 + PQ^2 = QR^2$.

গ. প্রমাণ কর $5RQ^2 = 4(RN^2 + QM^2)$.

২৬নং প্রশ্নের সমাধান :

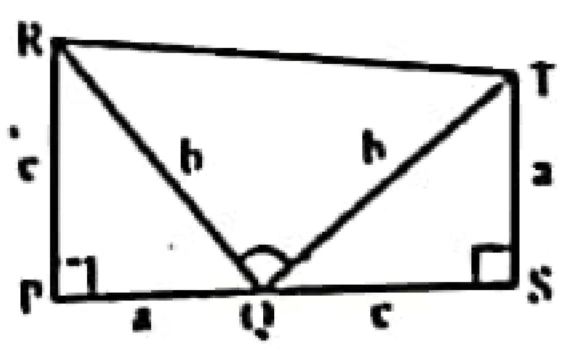
ক চিত্রে, Δ PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M.



খ মনে করি, RQP সমকোণী ত্রিভুজের $\angle P = 90°$.

অতিভুজ RQ = b, RP = c ও PQ = a.

প্রমাণ করতে হবে যে, $QR^2 = PR^2 + PQ^2$, অর্থাৎ $b^2 = c^2 + a^2$



অঙ্কন : PQ কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন QS = RP = c হয়। S বিন্দুতে বর্ধিত PQ এর উপর ST লম্ব আঁকি, যেন ST = QP = a হয়। Q, T ও R, T যোগ করি।

প্রমাণ :

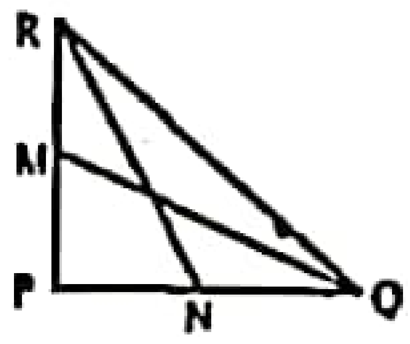
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔRPQ ও ΔQST এ RP = QS = c, PQ = ST = a এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle RPQ$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle QST$। সুতরাং, $\Delta RPQ \cong \Delta QST$. ∴ RQ = QT = b এবং $\angle PRQ = \angle TQS$.	[প্রত্যেকে সমকোণ] [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ	যথার্থতা
(২) আবার, RP ⊥ PS এবং TS ⊥ PS বলে RP ∥ TS. সুতরাং, RPST একটি ট্রাপিজিয়াম।	
(৩) তদুপরি, ∠RQP + ∠PRQ = ∠RQP + ∠TQS = এক সমকোণ। ∴ ∠RQT = এক সমকোণ। Δ RQT সমকোণী ত্রিভুজ। এখন RPST ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (Δ ক্ষেত্র RPQ + Δ ক্ষেত্র QST + Δ ক্ষেত্র RQT)	[∵ ∠PRQ = ∠TQS]
বা, $\frac{1}{2}PS(RP+ST) = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2$	ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ সমান্তরাল
বা, $\frac{1}{2}(PQ+QS)(RP+ST) = \frac{1}{2}(2ac+b^2)$ বা, $(a+c)(a+c) = 2ac+b^2$ বা, $a^2+2ac+c^2 = 2ac+b^2$ বা, $b^2 = c^2+a^2$ ∴ $QR^2 = PR^2 + PQ^2$. (প্রমাণিত)	বাহুদ্বয়ের যোগফল × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব] [2 দ্বারা গুণ করে]

গ দেওয়া আছে, RQP ত্রিভুজের ∠P = 1 সমকোণ এবং RN ও QM দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $5RQ^2 = 4(RN^2 + QM^2)$.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) RPN সমকোণী ত্রিভুজে, $RN^2 = PR^2 + PN^2$ QPM সমকোণী ত্রিভুজে, $QM^2 = PQ^2 + PM^2$ RQP সমকোণী ত্রিভুজে, $RQ^2 = PR^2 + PQ^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) এখন, $4(RN^2 + QM^2)$ $= 4(PR^2 + PN^2 + PQ^2 + PM^2)$ $= 4(PR^2 + PQ^2) + 4PN^2 + 4PM^2$ $= 4RQ^2 + (2PN)^2 + (2PM)^2$ $= 4RQ^2 + PQ^2 + PR^2$ $= 4RQ^2 + RQ^2$ $= 5RQ^2$ ∴ $5RQ^2 = 4(RN^2 + QM^2)$. (প্রমাণিত)	[(১) হতে] [(১) হতে] [∵ 2PN = PQ এবং 2PM = PR] [(১) হতে]

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — টপিকের ধারায় প্রণীত

৯.১ সমকোণী ত্রিভুজ ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ১৪১

১. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে কী বলে? (সহজমান) [ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা; মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা; চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
ঘ ⓚ লম্ব ⓛ ভূমি ⓜ মধ্যমা ⓝ অতিভুজ

২. Δ ABC এর AC অতিভুজ হলে সমকোণ কোনটি হবে? (সহজমান)
ক ⓚ ∠ABC ⓛ ∠BAC ⓜ ∠CAB ⓝ ∠ACB

৩. Δ ABC এর ∠B সমকোণ হলে অতিভুজ কী হবে? (সহজমান)
খ ⓚ BC ⓛ AC ⓜ AB ⓝ BA

৪. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে 45° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে কোন শর্তটি সঠিক? (সহজমান)
ⓚ ভূমি = লম্ব ⓛ ভূমি > লম্ব
ক ⓜ ভূমি < লম্ব ⓝ ভূমি ≥ লম্ব

৫. সমকোণী ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি কত? (সহজমান) [গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
গ ⓚ 90° ⓛ 120° ⓜ 180° ⓝ 270°
›› তথ্য-ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°।

৬. তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। নিচের কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (মধ্যমান) [সি. বো. '১৮]
ⓚ 4 সে.মি., 7 সে.মি., 13 সে.মি.
ⓛ 3 সে.মি., 5 সে.মি., 8 সে.মি.
ⓜ 3 সে.মি., 6 সে.মি., 10 সে.মি.
ঘ ⓝ 6 সে.মি., 8 সে.মি., 10 সে.মি.

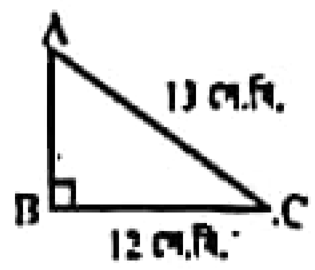
৭. নিচের কোন বাহুগুলো দ্বারা একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (মধ্যমান) [ঢা. বো. '১৭]
ⓚ 3, 4, 5 ⓛ 4, 4, 5
ক ⓜ 6, 7, 8 ⓝ 1, 6, 7

৮. কোন অনুপাতটি দ্বারা একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে? (মধ্যমান) [ঢা. বো. '১৬]
ক ⓚ 3 : 4 : 5 ⓛ 3 : 5 : 7 ⓜ 4 : 5 : 7 ⓝ 4 : 9 : 10

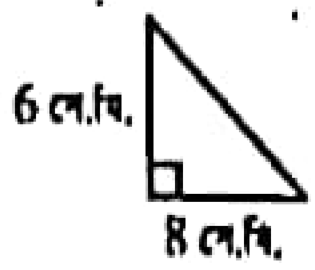
৯. ত্রিভুজের বাহুগুলির অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$, ত্রিভুজটি কোন ধরনের? (মধ্যমান) [য. বো. '১৬]
ক ⓚ সমকোণী ⓛ সমবাহু ⓜ স্থূলকোণী ⓝ বিষমবাহু

১০. কোন বাহুগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যায়? (মধ্যমান) [দি. বো. '১৬]
গ ⓚ 3, 4, 6 ⓛ 4, 5, 9 ⓜ 5, 12, 13 ⓝ 12, 13, 17

১১. কোন তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (মধ্যমান) [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]
ক ⓚ $1, 1, \sqrt{2}$ ⓛ 3, 5, 8 ⓜ 3, 5, 9 ⓝ 4, 6, 10

১২.


Δ ABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৮]
ⓚ 156 বর্গ একক ⓛ 78 বর্গ একক
ঘ ⓜ 60 বর্গ একক ⓝ 30 বর্গ একক
›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{(13)^2 - (12)^2}$
$= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ একক
Δ ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ বর্গ একক।

১৩.


ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.? (কঠিনমান) [রা. বো. '১৭]
খ ⓚ 12 ⓛ 24 ⓜ 36 ⓝ 48

www.abswer.com

www.abswer.com

১৪. 5 মিটার ভূমি বিশিষ্ট কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 18 বর্গমিটার হলে, উহার উচ্চতা হবে— (কঠিনমান) [বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

খ ⓐ 3.6 মি. ⓑ 7.2 মি. ⓒ 1.8 মি. ⓓ 9 মি.

১৫. ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দু সংযোজক রেখাংশে ত্রিভুজের মাঝে একটি ত্রিভুজ উৎপন্ন করে যার ক্ষেত্রফল হবে— (মধ্যমান) [বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

ⓐ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমান
ⓑ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের এক চতুর্থাংশ
ⓒ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অর্ধাংশ
খ ⓓ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের তিন চতুর্থাংশ

১৬. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 25° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত ডিগ্রী? (কঠিনমান) [চ. বো. '১৭]

গ ⓐ 65 ⓑ 57.5 ⓒ 32.5 ⓓ 45

১৭. ΔABC এ, AB = AC এবং ∠A = 80°, ∠B এর মান কত? (কঠিনমান) [রা. বো. '১৬]

খ ⓐ 40° ⓑ 50° ⓒ 60° ⓓ 100°

১৮. সমকোণী ত্রিভুজের একটি সূক্ষ্মকোণ 30° হলে, অপর সূক্ষ্মকোণটি কত? (মধ্যমান) [চ. বো. '১৫]

গ ⓐ 45° ⓑ 90° ⓒ 60° ⓓ 30°

১৯. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি 60° অপর সূক্ষ্মকোণের মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ক ⓐ 30° ⓑ 35° ⓒ 40° ⓓ 45°

২০. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণের পার্থক্য 5° হলে বৃহত্তম কোনটির মান কত? (কঠিনমান) [হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]

গ ⓐ 42.5° ⓑ 43° ⓒ 47.5° ⓓ 48°

▶ তথ্য-ব্যাখ্যা : সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের বৃহত্তম কোণ x হলে, অপর কোণ x − 5°
শর্তমতে, $x + x - 5° = 90°$
বা, $2x = 90° + 5° = 95°$ ∴ $x = \frac{95°}{2} = 47.5°$.

২১. Δ ABC এ AB = AC এবং ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করলে, (মধ্যমান) [বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

ⓐ AB > AC ⓑ AB < AC
ঘ ⓒ AD ∥ BC ⓓ AD ⊥ BC

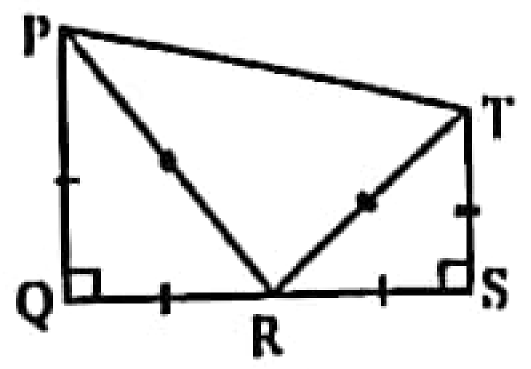
২২. ABC ত্রিভুজের BC অতিভুজ হলে—
i. ∠A = সমকোণ
ii. ∠B ও ∠C = সূক্ষ্মকোণ iii. ∠B + ∠C = 90°
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [য. বো. '১৬]

ঘ ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

২৩. সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যাবে যদি বাহুগুলোর অনুপাত—
i. 3 : 4 : 5
ii. $1 : 1 : \sqrt{2}$
iii. 2 : 3 : 5
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

ক ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

■ উদ্দীপকটি পড়ে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে PQ = RS = 4 সে.মি., QR = TS = 3 সে.মি., PR = RT = 5 সে.মি.। [ব. বো. '১৯]

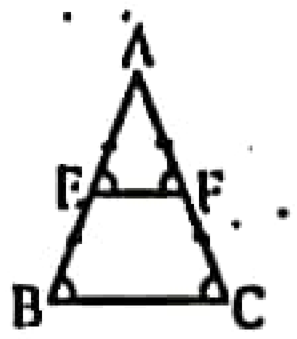
২৪. ΔPQR এর ক্ষেত্রফল কত? (কঠিনমান)

ⓐ 5 বর্গ সে.মি. ⓑ 6 বর্গ সে.মি.
খ ⓒ 12 বর্গ সে.মি. ⓓ 25 বর্গ সে.মি.

২৫. PQST ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল কত? (কঠিনমান)

ⓐ 10.5 বর্গ সে.মি. ⓑ 14 বর্গ সে.মি.
গ ⓒ 24.5 বর্গ সে.মি. ⓓ 98 বর্গ সে.মি.

■ উদ্দীপকটি পড়ে ২৬ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কু. বো. '১৬]



চিত্রে E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।

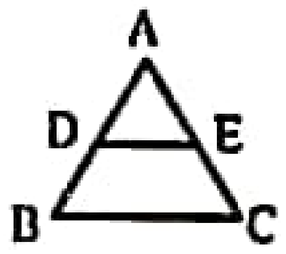
২৬. ∠AEF = 50° হলে ∠ABC = কত? (মধ্যমান)

গ ⓐ 25° ⓑ 40° ⓒ 50° ⓓ 100°

২৭. চিত্রে—
i. EF ∥ BC
ii. EF = 2BC
iii. $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

খ ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং BC ∥ DE. [ঢা. বো. '১৫]

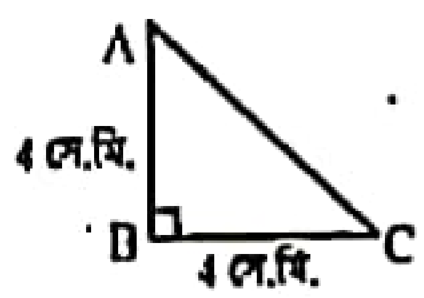
২৮. BC = 6 সে.মি. হলে DE = কত? (মধ্যমান)

ⓐ 3 সে.মি. ⓑ 6 সে.মি.
ক ⓒ 9 সে.মি. ⓓ 36 সে.মি.

২৯. ∠ABC = 50° হলে ∠ADE = কত? (মধ্যমান)

গ ⓐ 60° ⓑ 70° ⓒ 50° ⓓ 100°

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩০ ও ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[য. বো. '১৫]

৩০. ∠A = কত? (কঠিনমান)

খ ⓐ 30° ⓑ 45° ⓒ 60° ⓓ 90°

৩১. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (কঠিনমান)

ক ⓐ 8 ⓑ 16 ⓒ 32 ⓓ 64

৯.২ পিথাগোরাসের উপপাদ্য ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ১৪১

৩২. পিথাগোরাস কোন শতাব্দীর দার্শনিক ছিলেন? (সহজমান) [জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট বোর্ড হাইস্কুল, সিলেট]

ঘ ⓐ ১০ম ⓑ ৮ম ⓒ ৭ম ⓓ ৬ষ্ঠ

৩৩. পিথাগোরাস তাঁর উপপাদ্যটি বর্ণনা করেন খ্রিস্টের জন্মের প্রায়— (সহজমান) [গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]

ⓐ 600 বছর পরে ⓑ 600 বছর পূর্বে
খ ⓒ 1000 বছর পরে ⓓ 1000 বছর পূর্বে

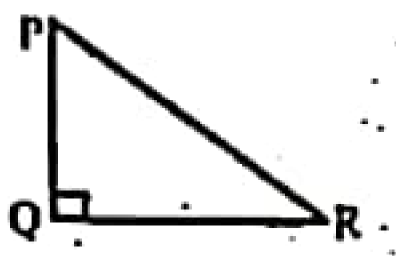
www.abswer.com

www.abswer.com

৩৪. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের যদি অতিভুজ a, লম্ব b ও ভূমি c হয়, তবে পিথাগোরাসের উক্তিটি কী হবে? (সহজমান)
ⓚ $a^2+b^2=c^2$ ‌ ⓑ $a^2+c^2=b^2$
ⓖ $b^2+c^2=a^2$ ‌ ⓘ $a^2-c^2=b^2$
উত্তর: গ

৩৫. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান—উপপাদ্যটি কে বিবৃত করেছেন? (সহজমান)
ⓚ টলেমী ‌ ⓑ দা মরগ্যান
ⓖ কপ্টে ‌ ⓘ পিথাগোরাস
উত্তর: ঘ

৩৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য a এবং লম্বের দৈর্ঘ্য b হলে, ত্রিভুজটির অতিভুজ কত হবে? (মধ্যমান)
[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
ⓚ a^2+b^2 ‌ ⓑ $a+b$ ‌ ⓖ $(a+b)^2$ ‌ ⓘ $\sqrt{a^2+b^2}$
উত্তর: ঘ

৩৭.


Δ PQR এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান) [দি. বো. '১৮]
ⓚ $PQ^2=PR^2+QR^2$ ‌ ⓑ $QR^2=PR^2+PQ^2$
ⓖ $QR^2=PR^2-PQ^2$ ‌ ⓘ $PR^2=PQ^2-QR^2$
উত্তর: গ

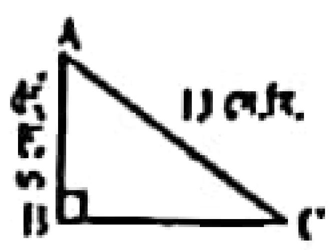
৩৮. পিথাগোরাসের উপপাদ্য কোন ত্রিভুজের জন্য প্রযোজ্য? (সহজমান) [ঢা. বো. '১৫; য. বো. '১৪]
ⓚ সমবাহু ‌ ⓑ বিষমবাহু
ⓖ সমকোণী ‌ ⓘ স্থূলকোণী
উত্তর: গ

৩৯. ΔPQR এর ∠R = এক সমকোণ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজমান) [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ডেমরা, ঢাকা]
ⓚ $PR^2=PQ^2+PQ^2$ ‌ ⓑ $PQ^2=PR^2+QR^2$
ⓖ $PQ^2+RQ^2=PR^2$ ‌ ⓘ $PQ^2=PR^2-QR^2$
উত্তর: খ

৪০. Δ ABC এ ∠B = এক সমকোণ। AC = 10 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.? (কঠিনমান) [ঢা. বো. '১৮]
ⓚ 24 ‌ ⓑ 100 ‌ ⓖ 200 ‌ ⓘ 480
উত্তর: গ

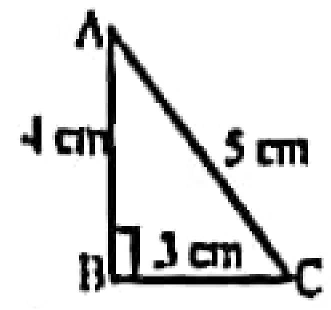
৪১. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের একটি 6 মিটার হলে, অপরটি কত মিটার? (কঠিনমান)[ঢা. বো. '১৮]
ⓚ 136 ‌ ⓑ 64 ‌ ⓖ 60 ‌ ⓘ 8
উত্তর: ঘ
▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজের অপর বাহু
$=\sqrt{(10)^2-6^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$ মিটার।

৪২. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব 6 সে.মি. ও অতিভুজ 9 সে.মি. হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য কত? (কঠিনমান) [রা. বো. '১৮]
ⓚ $3\sqrt{5}$ সে.মি. ‌ ⓑ $\sqrt{54}$ সে.মি.
ⓖ $4\sqrt{5}$ সে.মি. ‌ ⓘ $\sqrt{117}$ সে.মি.
উত্তর: ক
▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি $=\sqrt{\text{অতিভুজ}^2-\text{লম্ব}^2}$
$=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{81-36}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ সে.মি.

৪৩.


BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (কঠিনমান) [ব. বো. '১৭]
ⓚ 8 ‌ ⓑ 12 ‌ ⓖ 18 ‌ ⓘ 144
উত্তর: খ

৪৪. ΔABC এ ∠C = 90°, AB = 13 সে.মি., AC = 12 সে.মি. হলে BC এর মান কত সেন্টিমিটার? (কঠিনমান) [চ. বো. '১৬]
ⓚ 1 ‌ ⓑ 5 ‌ ⓖ 17·69 ‌ ⓘ 25
উত্তর: খ

৪৫.


চিত্রে AB = কত সে.মি.? (কঠিনমান) [সি. বো. '১৬]
ⓚ 2 ‌ ⓑ 4 ‌ ⓖ 8 ‌ ⓘ $\sqrt{34}$
উত্তর: খ

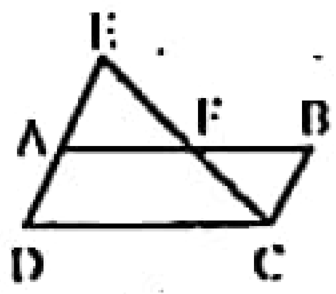
৪৬. Δ ABC-এ ∠C = 90°, AB = 5 সে. মি. AC = 4 সে. মি. হলে, BC-এর মান কত? (কঠিনমান) [ব. বো. '১৪]
ⓚ 3 সে.মি. ‌ ⓑ 4 সে.মি.
ⓖ 5 সে.মি. ‌ ⓘ $\sqrt{41}$ সে.মি.
উত্তর: ক

৪৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 সে.মি. এবং উচ্চতা 12 সে.মি. হলে, এর ভূমি কত সে.মি.? (কঠিনমান)
[রা. বো. '১৫; দি. বো. '১৫]
ⓚ 4 ‌ ⓑ 5 ‌ ⓖ 6 ‌ ⓘ 8
উত্তর: খ

৪৮. একটি সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে 5 সে.মি. এবং 12 সে.মি.। ত্রিভুজের অপর বাহু নিচের কোনটি? (কঠিনমান)
ⓚ 9 সে.মি. ‌ ⓑ 12 সে.মি.
ⓖ 13 সে.মি. ‌ ⓘ 15 সে.মি.
উত্তর: গ

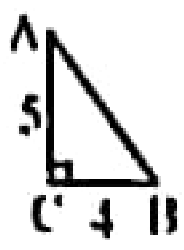
৪৯. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে ভূমি ও অতিভুজের অনুপাত 3 : 5 হলে লম্ব কত হবে? (কঠিনমান)
ⓚ 3 ‌ ⓑ 5 ‌ ⓖ 4 ‌ ⓘ 9
উত্তর: গ

৫০. একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহু ও অতিভুজের অনুপাত 5 : 13 হলে অপর বাহু কত? (কঠিনমান)
ⓚ 5 ‌ ⓑ 12 ‌ ⓖ 13 ‌ ⓘ 18
উত্তর: খ

৫১. DE ও CE বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও F। যদি DC = 8 সে. মি. হয় তবে AF এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)


[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
ⓚ 4 সে. মি. ‌ ⓑ 8 সে. মি.
ⓖ 12 সে.মি. ‌ ⓘ 16 সে.মি.
উত্তর: ক
▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা : $AF=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{2}\times8$ সে.মি. = 4 সে.মি.।

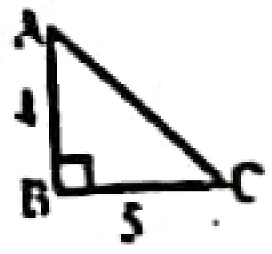
৫২. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সে. মি. হলে অপর দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য হবে— (মধ্যমান)
[বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
ⓚ 5 সে. মি., 4 সে. মি. ‌ ⓑ 4 সে. মি., 3 সে. মি.
ⓖ 6 সে. মি., 8 সে. মি. ‌ ⓘ 8 সে. মি., 4 সে. মি.
উত্তর: খ

৫৩. Δ ABC এ ∠C = 90°, AC = 5 একক, BC = 4 একক হলে AB = কত? (মধ্যমান) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]
ⓚ $\sqrt{41}$ একক ‌ ⓑ 5 একক
ⓖ 4 একক ‌ ⓘ 4 একক
উত্তর: ক
▸▸ তথ্য-ব্যাখ্যা :


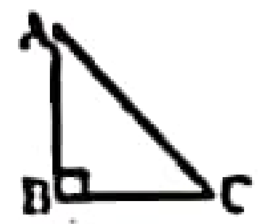
$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}$
$=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$

www.abswer.com

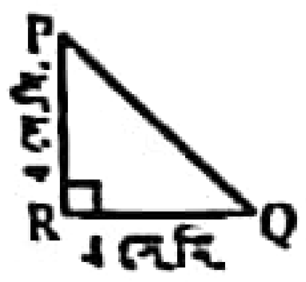
www.abswer.com

৫৪. 

ΔABC এর–
i. ক্ষেত্রফল 10 বর্গএকক
ii. $AC = \sqrt{41}$ একক
iii. $AB^2 = AC^2 - BC^2$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান) [রা. বো. '১৮]
ঘ ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৫৫. 

উপরের চিত্র অনুসারে–
i. $\angle BAC$ এর পূরক $\angle ACB$
ii. AC বৃহত্তম বাহু
iii. $BC^2 = AB^2 + AC^2$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [য. বো. '১৮]
ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৫৬. 

উপরের চিত্রে–
i. $\angle PQR = 45°$
ii. $PQ = 4\sqrt{2}$ সে.মি.
iii. ΔPQR এর ক্ষেত্রফল 16 বর্গ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান) [চ. বো. '১৮]
ক ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৫৭. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে–
i. একটি কোণ সমকোণ
ii. $\text{অতিভুজ}^2 = \text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2$ iii. অতিভুজ > লম্ব + ভূমি
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [ব. বো. '১৬]
ক ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

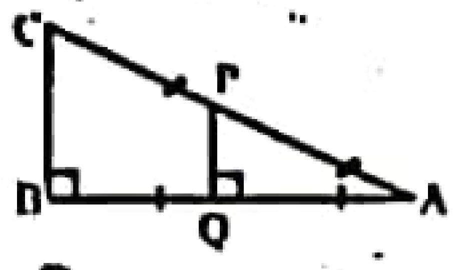
৫৮. সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 45° হলে–
i. ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু সমকোণী
ii. $(\text{অতিভুজ})^2 = ২ \times (\text{লম্ব})^2$
iii. $(\text{ভূমি})^2 = \frac{1}{2}(\text{অতিভুজ})^2$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ঘ ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

৫৯. ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ সমকোণ হলে–
i. $\angle B$ এর বিপরীত বাহু AC অতিভুজ
ii. $AC > AB + BC$
iii. $AC^2 = AB^2 + BC^2$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
গ ⓚ i ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii. ⓝ i, ii ও iii

৬০. সমকোণী ত্রিভুজের–
i. একটি কোণ 90°
ii. অতিভুজ < লম্ব + ভূমি
iii. $\text{অতিভুজ}^2 = \text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
ঘ ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৬১. ΔABC এর $\angle B$ = এক সমকোণ হলে–
i. $AC^2 = AB^2 + BC^2$
ii. $\angle B$ এর বিপরীত বাহু AC
iii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} AB.BC$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [খুলনা জিলা স্কুল, খুলনা]
ঘ ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

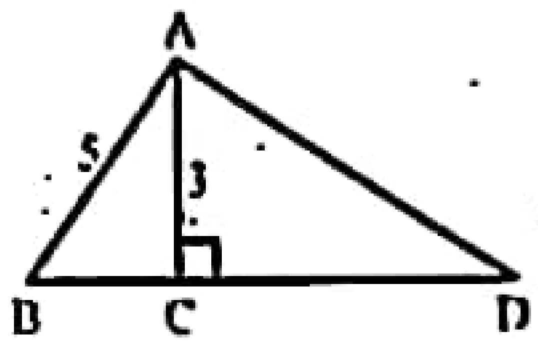
■ উদ্দীপকটি পড়ে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে AB = 6 সে.মি., ΔAPQ এর ক্ষেত্রফল 6 বর্গ সে.মি. । [দি. বো. '১৯]

৬২. PQ এর মান কত? (কঠিনমান)
খ ⓚ 2 ⓛ 4 ⓜ 6 ⓝ 8

৬৩. AC এর মান কত? (কঠিনমান)
ঘ ⓚ 4 ⓛ 6 ⓜ 8 ⓝ 10

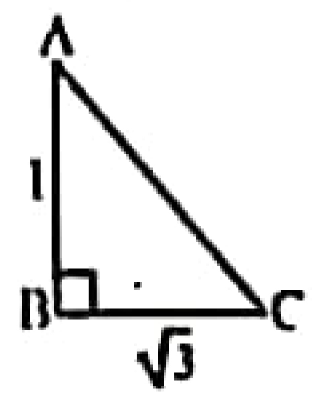
■ 

এখানে, CD = 2AB
উদ্দীপকটি পড়ে ৬৪ ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [য. বো. '১৯]

৬৪. BC এর দৈর্ঘ্য কত? (কঠিনমান)
ঘ ⓚ 34 ⓛ 16 ⓜ 8 ⓝ 4

৬৫. ΔACD এর ক্ষেত্রফল কত? (কঠিনমান)
খ ⓚ 12 ⓛ 15 ⓜ 21 ⓝ 24

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৬৬ ও ৬৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

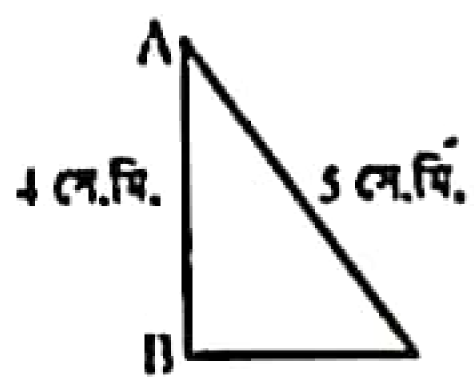


[দি. বো. '১৭]

৬৬. AC এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যমান)
খ ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ 3 ⓝ 4

৬৭. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যমান)
ঘ ⓚ $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ⓛ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓜ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓝ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৬৮ ও ৬৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কু. বো. '১৬]



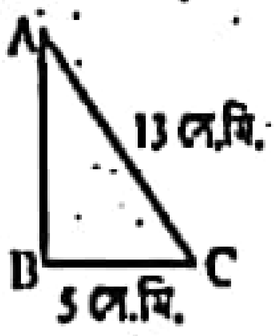
৬৮. $\angle ABC$ এর মান কত? (কঠিনমান)
গ ⓚ 45° ⓛ 60° ⓜ 90° ⓝ 120°

৬৯. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি? (কঠিনমান)
ক ⓚ 6 ⓛ 7.5 ⓜ 12 ⓝ 15

www.abswer.com

www.abswer.com

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৭০ ও ৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

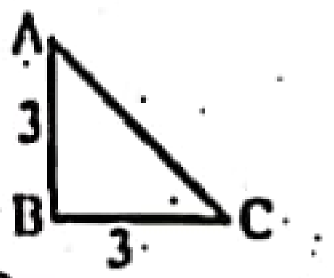


[কু. বো. '১৫]

৭০. AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যমান)
খ ক 8 খ 12 গ 18 ঘ 144

৭১. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (কঠিনমান)
ক ক 30 খ 32.5 গ 60 ঘ 65

■

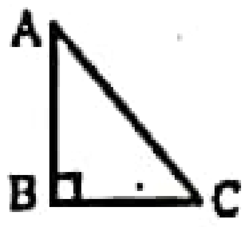


চিত্রে AB = BC = 3, ∠B = 90°।
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৭২ ও ৭৩ প্রশ্নের উত্তর দাও।

৭২. ∠C = ? (মধ্যমান)
ক 90° খ 45°
খ গ 60° ঘ 50°

৭৩. AB ও AC যথাক্রমে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ হলে এর পরিসীমা কত? (কঠিনমান)
ক $2(2+\sqrt{3})$ খ $3+2\sqrt{3}$
গ গ $6(1+\sqrt{2})$ ঘ $3(1+\sqrt{2})$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৪ ও ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

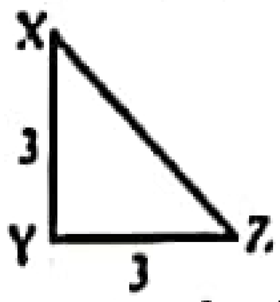


∆ABC-এ ∠B = 90°, AC = 5 সে.মি.
এবং BC = 3 সে. মি.। [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

৭৪. ∆ABC এর AB এর দৈর্ঘ্য কত? (কঠিনমান)
ক 3 সে. মি. খ 4 সে. মি.
খ গ 5 সে. মি. ঘ 6 সে. মি.
›› তথ্য-ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$
$= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$ সে.মি.।

৭৫. AC বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? (কঠিনমান)
ক 10 বর্গ সে. মি. খ 10 সে. মি.
গ গ 25 বর্গ সে. মি. ঘ 25 সে. মি.
›› তথ্য-ব্যাখ্যা : AC বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
$= AC^2 = 5^2 = 25$ বর্গ সে.মি.।

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৬ ও ৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

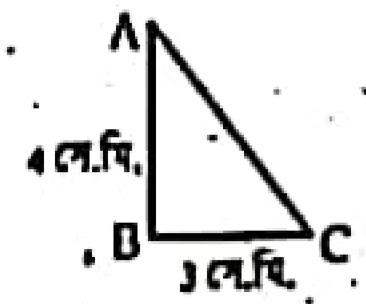


[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]

৭৬. ∠Z = কত? (মধ্যমান)
খ ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 75°
›› তথ্য-ব্যাখ্যা : সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান।
XYZ সমকোণী ত্রিভুজে $\angle Z = \angle X = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

৭৭. XZ = কত একক? (কঠিনমান)
গ ক $\sqrt{9}$ খ $2\sqrt{3}$ গ $3\sqrt{2}$ ঘ $3\sqrt{3}$
›› তথ্য-ব্যাখ্যা : XYZ সমকোণী ত্রিভুজে $XZ = \sqrt{XY^2 + YZ^2}$
$= \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

■ নিচের তথ্য থেকে ৭৮ ও ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

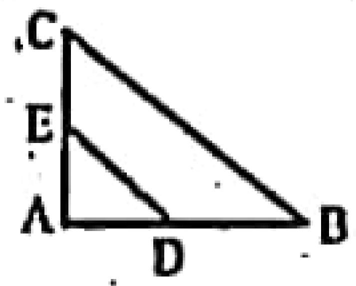


[সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ডেমরা, ঢাকা]

৭৮. AC এর দৈর্ঘ্য কত সে. মি.? (কঠিনমান)
খ ক 7 খ 5 গ 4 ঘ 3

৭৯. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (কঠিনমান)
ক ক 6 খ 9 গ 12 ঘ 13

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮০ ও ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে ∠A = 90° এবং D, E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু
BD = 4 সে. মি. ও BC = 10 সে. মি.। [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

৮০. BC^2, DE^2 এর কত গুণ? (মধ্যমান)
গ ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5

৮১. BCDE ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (কঠিনমান)
ঘ ক 10 খ 12 গ 14 ঘ 18

৯.৩ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য ▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ১৪৪

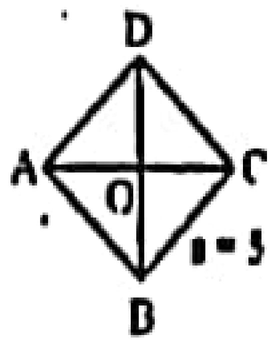
৮২. ∆ ABC এ AB = 3 সে.মি., BC = 4 সে.মি. এবং CA = 5 সে.মি. হলে ∠B = কত ডিগ্রী? (মধ্যমান)
[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]
গ ক 45° খ 0° গ 90° ঘ 180°

৮৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সেমি, 8 সেমি ও 10 সেমি হলে, 10 সেমি এর বিপরীত কোণ নিচের কোনটি? (মধ্যমান) [গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
খ ক 120° খ 90° গ 60° ঘ 30°

৮৪. ABC ত্রিভুজের $AB^2 = BC^2 + CA^2$ হলে, কোন কোণটি সমকোণ? (সহজমান) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]
গ ক A খ B গ C ঘ কোনটিই নয়

৮৫. ∆ABC সমকোণী ত্রিভুজের $AB^2 + BC^2 = AC^2$ হলে—
i. ∠B এক সমকোণ ii. AB অতিভুজ
iii. সমকোণ সংলগ্ন বাহু AB ও BC
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান) [মানসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ডেমরা, ঢাকা]
খ ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। এখানে, BC = 5, OB = 3।
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৮৬ – ৮৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



৮৬. OC এর দৈর্ঘ্য কত? (কঠিনমান)
খ ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 9

৮৭. ∆OBC এর ক্ষেত্রফল কত? (কঠিনমান)
ক 6 বর্গ একক খ 12 বর্গ একক
ক গ 10 বর্গ একক ঘ 9 বর্গ একক

৮৮. ∆ABC এর ক্ষেত্রফল কত? (কঠিনমান)
ক 6 বর্গ একক খ 12 বর্গ একক
খ গ 15 বর্গ একক ঘ 16 বর্গ একক

www.abswer.com

www.abswer.com

গুরুত্বপূর্ণ সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান — টপিকের ধারায় প্রণীত

৯.১ সমকোণী ত্রিভুজ
▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ১৮১

প্রশ্ন ১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 5° হলে বৃহত্তম কোণটির মান কত?

সমাধান : ধরি, সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের বৃহত্তম কোণ x

∴ অপর কোণ $x - 5°$

শর্তমতে, $x + x - 5° = 90°$

বা, $2x - 5° = 90°$

বা, $2x = 90° + 5°$

বা, $2x = 95°$

∴ $x = \frac{95°}{2} = 47.5°$

∴ বৃহত্তম কোণ 47.5° ।

প্রশ্ন ২। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 15° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত ডিগ্রি?

সমাধান : ধরি, বৃহত্তম কোণ = x, ক্ষুদ্রতম কোণ = y

∴ $x - y = 15°$ ....(i)

$x + y = 90°$ ....(ii)

(−) (−) (−)

$-2y = -75°$

∴ $y = \frac{75°}{-2} = 37.5°$

∴ ক্ষুদ্রতম কোণ 37.5° ।

প্রশ্ন ৩। সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বৈশিষ্ট্য লেখ।

সমাধান : সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বৈশিষ্ট্য নিম্নরূপ :

(i) সমকোণী ত্রিভুজের 1টি কোণ এক সমকোণ অর্থাৎ 90°

(ii) ক্ষুদ্রতম বাহুদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি বৃহত্তম বাহুর বর্গের সমান অর্থাৎ $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

প্রশ্ন ৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 12 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 30 বর্গ সে.মি.। এর পরিসীমা 30 সে.মি. হলে, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য কত সে.মি. হবে?

সমাধান : ধরি, সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি = a সে.মি.

লম্ব = b সে.মি.

এবং অতিভুজ = c সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times b$

বা, $30 = \frac{1}{2} \times 12 \times b$ [∵ ভূমি, $a = 12$ সে.মি.]

বা, $6b = 30$

∴ $b = \frac{30}{6} = 5$

এবং পরিসীমা = $a + b + c$

বা, $30 + 12 + 5 + c$

∴ $c = 30 - 17 = 13$

∴ বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি.।

প্রশ্ন ৫। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 8 সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 8 সে.মি.

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$ বর্গ সে.মি.

= 24 বর্গ সে.মি.

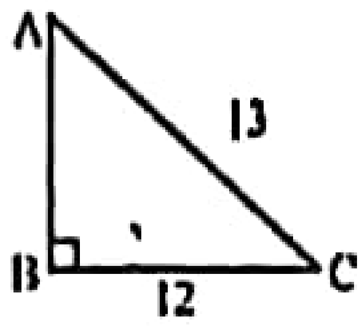
নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 24 বর্গ সে.মি.

৯.২ পিথাগোরাসের উপপাদ্য
▸ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ১৮১

প্রশ্ন ৬। পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

সমাধান : পিথাগোরাসের উপপাদ্য : একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

প্রশ্ন ৭।



ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

সমাধান : ΔABC-এ, $\angle B$ = এক সমকোণ,

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $AB^2 = AC^2 - BC^2$

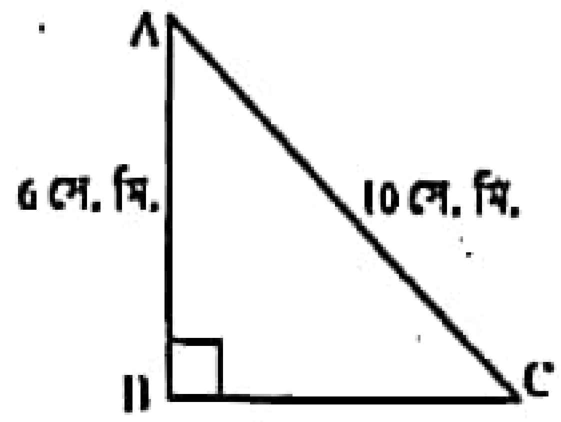
বা, $AB^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$

∴ $AB = \sqrt{125} = 5$ একক

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ বর্গ একক

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল 30 বর্গ একক।

প্রশ্ন ৮।



ABC ত্রিভুজের BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

সমাধান : ΔABC-এর $\angle B = 90°$, $AB = 6$ সে.মি. এবং $AC = 10$ সে.মি.

∴ $AB^2 + BC^2 = AC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC^2 = 10^2 - 6^2$

বা, $BC^2 = 100 - 36$

বা, $BC^2 = 64$ ∴ $BC = \sqrt{64} = 8$

∴ BC বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি.।

প্রশ্ন ৯। একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ $6\sqrt{2}$ সে.মি. হলে এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

সমাধান : মনে করি, সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি.। অর্থাৎ লম্ব = ভূমি = x সে.মি.

∴ $(\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2 = (\text{অতিভুজ})^2$

বা, $x^2 + x^2 = (6\sqrt{2})^2$

বা, $2x^2 = 72$ বা, $x^2 = \frac{72}{2}$

∴ $x = \sqrt{36} = 6$

∴ সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

প্রশ্ন ১০। ΔPQR-এ, $PQ^2 + QR^2 = PR^2$। $PQ = 9$ সে.মি., $QR = 12$ সে.মি. হলে PR এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $PQ = 9$ সে.মি., $QR = 12$ সে.মি.

ΔPQR-এ, $PQ^2 + QR^2 = PR^2$

বা, $9^2 + 12^2 = PR^2$

বা, $PR^2 = 81 + 144$

বা, $PR^2 = 225$

∴ $PR = \sqrt{225} = 15$

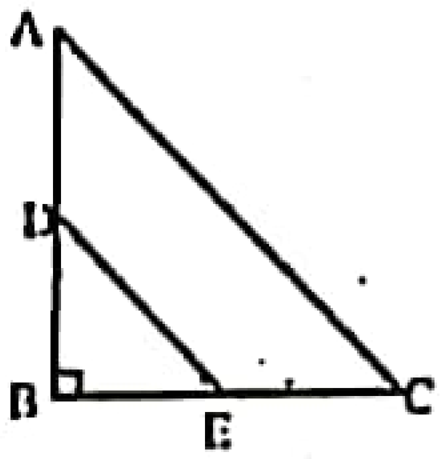
নির্ণেয় মান $PR = 15$ সে.মি.।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১১। $\triangle ABC$-এর $\angle B = 90°$। AB ও BC এর মধ্যবিন্দু D ও E হলে দেখাও যে, $AC^2 = 4DE^2$

সমাধান : এখানে, $\triangle ABC$-এ $\angle B = 90°$ এবং D ও E যথাক্রমে AB ও BC এর মধ্যবিন্দু।



$\therefore\ AC^2 = AB^2 + BC^2$

আবার, $\triangle BDE$-এ, $\angle B = 90°$

$\therefore DE^2 = BD^2 + BE^2$

$= \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$

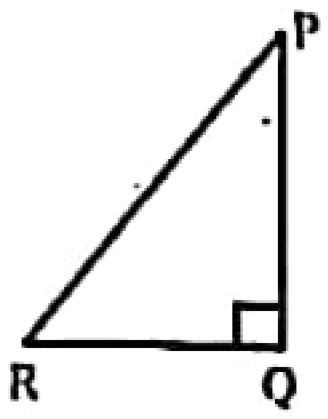
$= \frac{1}{4}AB^2 + \frac{1}{4}BC^2$

$= \frac{1}{4}(AB^2 + BC^2) = \frac{1}{4}AC^2$

$\therefore\ AC^2 = 4DE^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২। $\triangle PQR$-এ $\angle Q =$ এক সমকোণ। PR = 13 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.?

সমাধান : $\triangle PQR$-এ, $\angle Q =$ ১ সমকোণ



এখন, PR = 13 সে.মি.

$\therefore\ PR^2 = PQ^2 + QR^2$ .... (i)

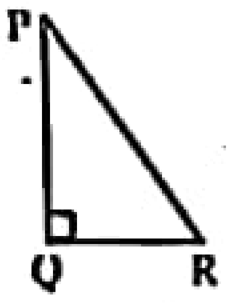
এখন, $\triangle PQR$ এর বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি $= PQ^2 + QR^2 + PR^2$

$= PR^2 + PR^2$ [(i) নং হতে]

$= 2PR^2 = 2 \times 10^2 = 200$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি 200 বর্গ সে.মি.।

প্রশ্ন ১৩।



চিত্রে, PQ = 12 সে. মি. এবং PR = 13 সে. মি. হলে, QR এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : PQR সমকোণী ত্রিভুজে $\angle PQR = 90°$

PQ = 12 সে.মি., PR = 13 সে.মি.

PQR সমকোণী ত্রিভুজে, $PQ^2 + QR^2 = PR^2$

বা, $QR^2 = PR^2 - PQ^2$

বা, $QR^2 = (13$ সে.মি.$)^2 - (12$ সে.মি.$)^2$

বা, $QR^2 = 169$ সে.মি.$^2 - 144$ সে.মি.^{2}

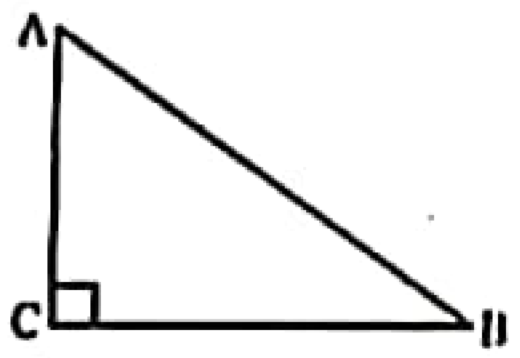
বা, $QR^2 = 25$ সে.মি.^{2}

বা, $QR = \sqrt{25}$ সে.মি.

$\therefore$ QR = 5 সে.মি.

$\therefore$ QR এর মান 5 সে.মি.।

প্রশ্ন ১৪।



চিত্রে, AC = 1, BC = 2 হলে AB এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, AC = 1, BC = 2

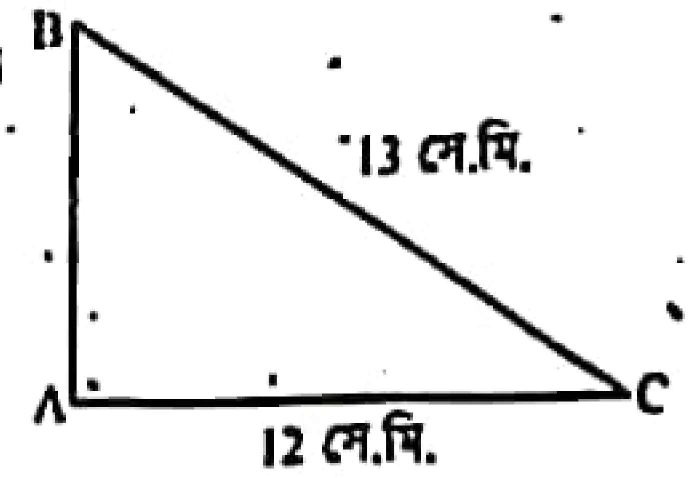
$\triangle ACB$ সমকোণী হতে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$

$\therefore\ AB = \sqrt{5}$ একক

নির্ণেয় মান $AB = \sqrt{5}$ একক।

প্রশ্ন ১৫।



AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $\triangle ABC$ এ AC = 12 সে.মি.

BC = 13 সে.মি. এবং $\angle BAC =$ এক সমকোণ।

এখন, $BC^2 = AB^2 + AC^2$

বা, $AB^2 = BC^2 - AC^2$

বা, $AB^2 = (13$ সে.মি.$)^2 - (12$ সে.মি.$)^2$

বা, $AB^2 = 169$ সে.মি.$^2 - 144$ সে.মি.^{2}

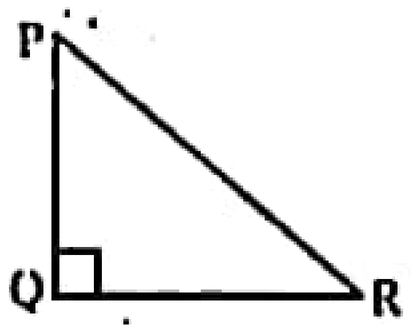
বা, $AB^2 = 25$সে.মি.^{2}

বা, $AB = \sqrt{25}$ সে.মি.

$\therefore\ AB = 5$ সে.মি.

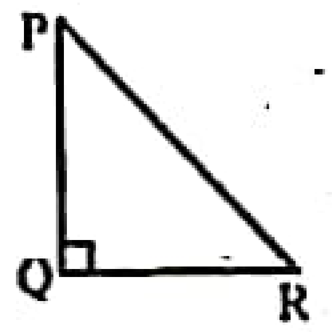
অতএব, AB বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।

প্রশ্ন ১৬।



PR = 5 সে. মি., PQ = 4 সে. মি. হলে QR = কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, PR = 5 সে.মি.; PQ = 4 সে.মি.



$\triangle PQR$ সমকোণী হতে,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

বা, $5^2 = 4^2 + QR^2$

বা, $25 = 16 + QR^2$

বা, $QR^2 = 25 - 16 = 9$

বা, $QR = \sqrt{9}$

$\therefore\ QR = 3$

নির্ণেয় মান QR = 3 সে.মি.।

১.৩ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য ▶ পাঠ্যবই, পৃষ্ঠা ১৪৪

প্রশ্ন ১৭। পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

সমাধান : পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্য : যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয়, তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

প্রশ্ন ১৮। 8 সে.মি., 15 সে.মি. ও 17 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী কিনা যাচাই কর।

সমাধান : ধরি, $\triangle ABC$ এর AB = 8 সে.মি., BC = 15 সে.মি. ও AC = 17 সে.মি.

এখন, $AB^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2$

$= 64 = 225$

$= 289 = (17)^2 = AC^2$

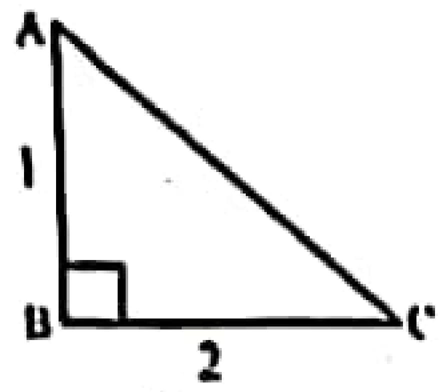
$\therefore\ AB^2 + BC^2 = AC^2$ অর্থাৎ $\angle B =$ এক সমকোণ।

$\therefore$ 8 সে.মি., 15 সে.মি. ও 17 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১৯।



চিত্রে AB = 1 সে.মি. BC = 2 সে.মি. হলে, AC এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, AB = 1 সে.মি.; BC = 2 সে.মি.

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle B = 90°$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = (1\text{সে.মি.})^2 + (2\text{ সে.মি.})^2$

বা, $AC^2 = 1\text{ সে.মি.}^2 + 4\text{ সে.মি.}^2$

বা, $AC^2 = 5\text{ সে.মি.}^2 = (\sqrt{5}\text{ সে.মি.})^2$

$\therefore AC = \sqrt{5}$ সে.মি. = 2.24 সে.মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ২০। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. হলে, বাহুগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব কি-না যাচাই কর।

সমাধান : এখানে, $(3\text{ সে.মি.})^2 + (4\text{ সে.মি.})^2$

$= 9\text{ সে.মি.}^2 + 16\text{ সে.মি.}^2$

$= 25\text{ সে.মি.}^2 = (5\text{ সে.মি.})^2$

যেহেতু $(3\text{ সে.মি.})^2 + (4\text{ সে.মি.})^2 = (5\text{ সে.মি.})^2$

সুতরাং 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি. বাহুগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

প্রশ্ন ২১। XYZ ত্রিভুজের XY = 12 সে.মি., YZ = 5 সে.মি. এবং ZX = 13 সে.মি. হলে $\angle Y$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $XY^2 = 12^2 = 144$ বর্গ সে.মি.

$YZ^2 = 5^2 = 25$ বর্গ সে.মি.

$ZX^2 = 13^2 = 169$ বর্গ সে.মি.

$\therefore XY^2 + YZ^2 = 144 + 25 = 169 = ZX^2$

যেহেতু একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টি সমান। সেহেতু XYZ একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার অতিভুজ ZX.

ZX অতিভুজের বিপরীত কোণ $\angle Y$ যা সমকোণ

$\therefore \angle Y = 90°$

প্রশ্ন ২২। যদি ABC ত্রিভুজের AB = BC = 2 সে.মি. এবং AC = $2\sqrt{2}$ সে.মি. হয়, তবে $\angle A$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $AB^2 = BC^2 = 2^2 = 4$ বর্গ সে.মি.

$\therefore AB^2 + BC^2 = 4 + 4 = 8$ বর্গ সে.মি.

এবং $AC^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$ বর্গ সে.মি.

যেহেতু $AB^2 + BC^2 = AC^2$, সেহেতু ABC একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার অতিভুজ AC।

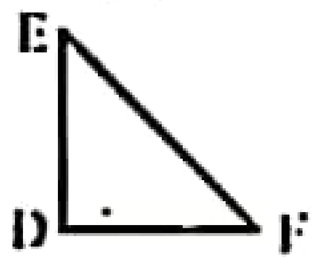
অতিভুজ AC এর বিপরীত কোণ $\angle B = 90°$

সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অপর দুটির প্রত্যেকটি 45°

$\therefore \angle A = 45°$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

প্রশ্ন ০১



চিত্রে ΔDEF এ $EF^2 = DE^2 + DF^2$.

ক. একটি ঘনকের ধার 5.5 সে.মি. হলে, এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle D = 90°$। ৪

গ. যদি P ও Q যথাক্রমে DE ও EF এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PQ = \frac{1}{2}DF$. ৪

● রাজশাহী বোর্ড ২০১৯ ▶ শিখনফল ১ ও ৩

১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, ঘনকের ধার, a = 5.5 সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের $= 6a^2$ বর্গ একক

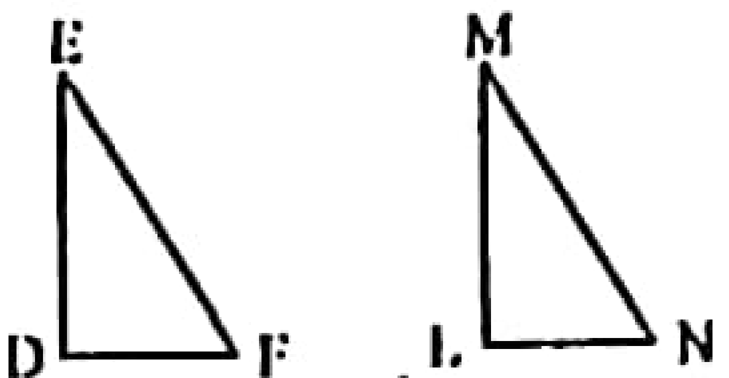
$= 6 \times (5.5)^2$ বর্গ একক

$= 6 \times 30.25$ বর্গ সে.মি.

$= 181.5$ বর্গ সে.মি.

নির্ণেয় ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 181.5 বর্গ সে.মি.।

খ



এখানে, ΔDEF-এ, $EF^2 = DE^2 + DF^2$।

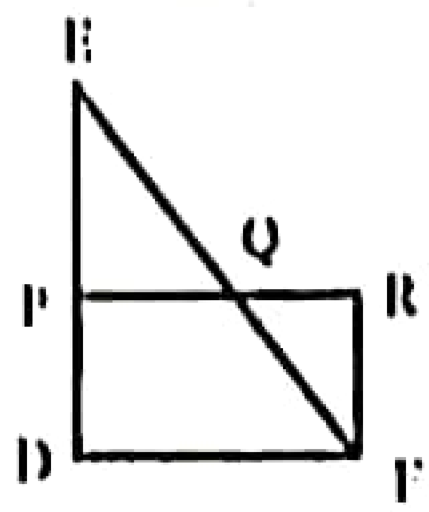
প্রমাণ করতে করতে হবে যে, $\angle D = 90°$।

অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ LMN আঁকি যেন $\angle L$ = এক সমকোণ বা 90° ও LN = DF এবং LM = DE হয়।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $MN^2 = LM^2 + LN^2$	[∵ ΔLMN এ ∠L = এক সমকোণ]
$= DE^2 + DF^2$	[অঙ্কন অনুসারে]
$= EF^2$	[∵ $DE^2 + DF^2 = EF^2$]
$\therefore MN = EF$.	
(২) এখন ΔDEF এবং ΔLMN এ	
DF = LN	
DE = LM	
এবং EF = MN	[ধাপ (১) হতে]
$\therefore \Delta DEF \cong \Delta LMN$	[বাহু-বাহু-বাহু সর্বসমতা]
$\therefore \angle D = \angle L$.	
কিন্তু, $\angle L = 90°$ হওয়ায় $\angle D = 90°$. (প্রমাণিত)	

গ



এখানে, ΔDEF এর P ও Q যথাক্রমে DE ও EF এর মধ্যবিন্দু। P, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ = \frac{1}{2}DF$.

অঙ্কন : PQ কে R পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন PQ = QR হয়। F, R যোগ করি।

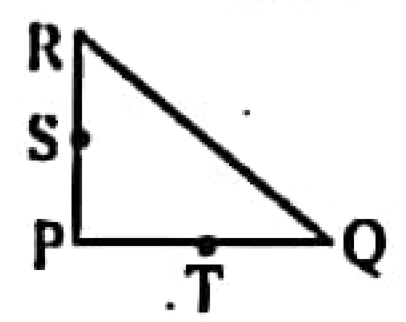
www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔEPQ ও ΔFQR-এ	
$PQ = QR$	[অঙ্কনানুসারে]
$EQ = QF$	[∵ Q, EF এর মধ্যবিন্দু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PQE$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle FQR$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \Delta EPQ \cong \Delta FQR$	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
অতএব, $PE = FR$ বা, $PD = FR$	
এবং $\angle PEQ = \angle QFR$	
আবার, $\angle PEQ$ ও $\angle QFR$ একান্তর কোণদ্বয় সমান এবং EF তাদের ছেদক।	
$\therefore PE \parallel FR$ বা $PD \parallel FR$	[P, DE এর মধ্যবিন্দু বলে $PE = PD$]
(২) এখন, PDFR চতুর্ভুজের PD ও RF বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।	
$\therefore$ PDFR একটি সামান্তরিক।	
$\therefore PR \parallel DF$ এবং $PR = DF$	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল]
(৩) আবার, $PR = DF$	
বা, $PQ + QR = DF$	[$PR = PQ + QR$]
বা, $PQ + PQ = DE$	[$PQ = QR$]
বা, $2PQ = DF$	
$\therefore PQ = \frac{1}{2}DE$. (প্রমাণিত)	

প্রশ্ন ২



চিত্রে T ও S যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।

ক. একটি বৃত্তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 201.06 বর্গ সে.মি.। বাগানের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = QR^2$. ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $4QS^2 + 4RT^2 = 5QR^2$. ৪

● যশোর বোর্ড ২০১৯ ▸ শিখনফল ১ ও ৩

২নং প্রশ্নের সমাধান :

ক দেওয়া আছে, বৃত্তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 201.06 বর্গ সে.মি.

ধরি, বৃত্তাকার বাগানের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

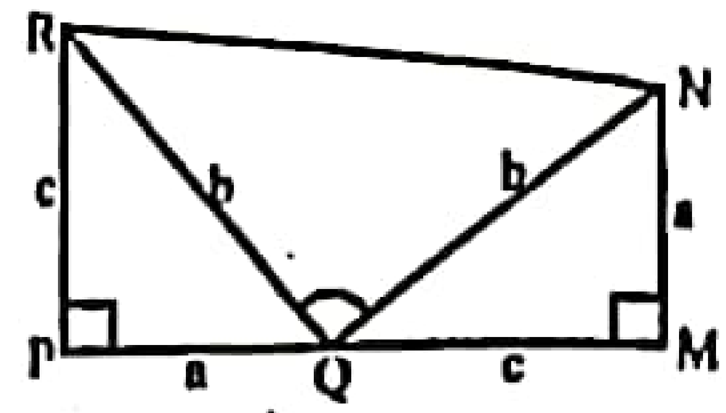
প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 201.06$

বা, $r^2 = \frac{201.06}{\pi} = \frac{201.06}{3.14} = 64.032$

বা, $r = \sqrt{64.032} = 8$ (প্রায়)

নির্ণেয় বাগানের ব্যাসার্ধ ৮ সে.মি. (প্রায়)।

খ এখানে, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle P = 90°$.



ধরি, অতিভুজ $RQ = b$, $RP = c$ ও $PQ = a$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + PR^2 = QR^2$

অর্থাৎ $a^2 + c^2 = b^2$,

অঙ্কন : PQ'কে M পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $QM = RP = c$ হয়। M বিন্দুতে বর্ধিত PQ এর উপর MN লম্ব আঁকি, যেন $MN = QP = a$ হয়। Q, N ও R, N যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPQR ও ΔQMN এ $RP = QM = c$,	
$PQ = MN = a$ এবং	
অন্তর্ভুক্ত $\angle QPR$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle QMN$	[প্রত্যেকে সমকোণ]
সুতরাং, $\Delta PQR \cong \Delta QMN$.	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore RQ = QN = b$ এবং $\angle PRQ = \angle NQM$.	
(২) আবার, $RP \perp PM$	
এবং $NM \perp PM$ বলে $RP \parallel NM$.	
সুতরাং, RPMN একটি ট্রাপিজিয়াম।	
(৩) তদুপরি, $\angle RQP + \angle PRQ$	
$= \angle RQP + \angle NQM$ = এক সমকোণ।	
$\therefore \angle RQN$ = এক সমকোণ।	[∵ $\angle QRP = \angle NQM$]
ΔRQN সমকোণী ত্রিভুজ।	
এখন RPMN ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল	
= (Δ ক্ষেত্র RPQ + Δ ক্ষেত্র QMN + Δ ক্ষেত্র RQN)	
বা, $\frac{1}{2}PM(RP + MN) = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2$	[ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ সমান্তরাল
বা, $\frac{1}{2}(PQ + QM)(RP + MN) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$	বাহুদ্বয়ের যোগফল × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব]
বা, $(a + c)(a + c) = 2ac + b^2$	
বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$	[2 দ্বারা গুণ করে]
বা, $a^2 + c^2 = b^2$	
$\therefore PQ^2 + PR^2 = QR^2$. (প্রমাণিত)	

গ মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle P$ = এক সমকোণ এবং PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে T ও S। প্রমাণ করতে হবে যে, $4QS^2 + 4RT^2 = 5QR^2$

অঙ্কন : Q, S ও R, T যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) RPT সমকোণী ত্রিভুজে,	
$RT^2 = PR^2 + PT^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
QPS সমকোণী ত্রিভুজে, $QS^2 = PQ^2 + PS^2$	
PQR সমকোণী ত্রিভুজে, $RQ^2 = PR^2 + PQ^2$	
(২) এখন, $4(RT^2 + QS^2)$	
$= 4(PR^2 + PT^2 + PQ^2 + PS^2)$	[(১) হতে]
$= 4(PR^2 + PQ^2) + 4PT^2 + 4PS^2$	
$= 4RQ^2 + (2PT)^2 + (2PS)^2$	[(১) হতে]
$= 4RQ^2 + PQ^2 + PR^2$	[∵ $2PT = PQ$ এবং $2PS = PR$]
$= 4RQ^2 + RQ^2 = 5QR^2$	[(১) হতে]
$\therefore 4QS^2 + 4RT^2 = 5QR^2$. (প্রমাণিত)	

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৩ ΔPQR এ, $PQ > PR$ এবং $PD \perp QR$.

ক. স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে $30°$ কোণ অঙ্কন কর। ২

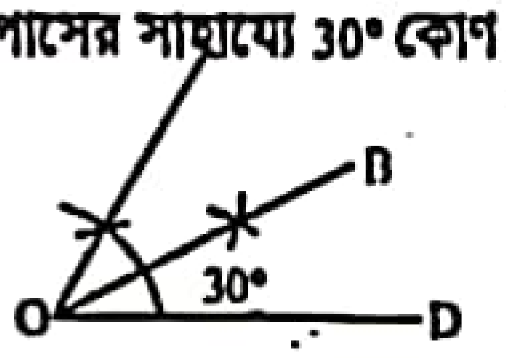
খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 = PD^2 + QD^2$. ৪

গ. M, PD এর উপর যেকোনো বিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $QM^2 - RM^2 = PQ^2 - PR^2$. ৪

● সিলেট বোর্ড ২০১৯ ▶ শিখনফল ১ ও ৩

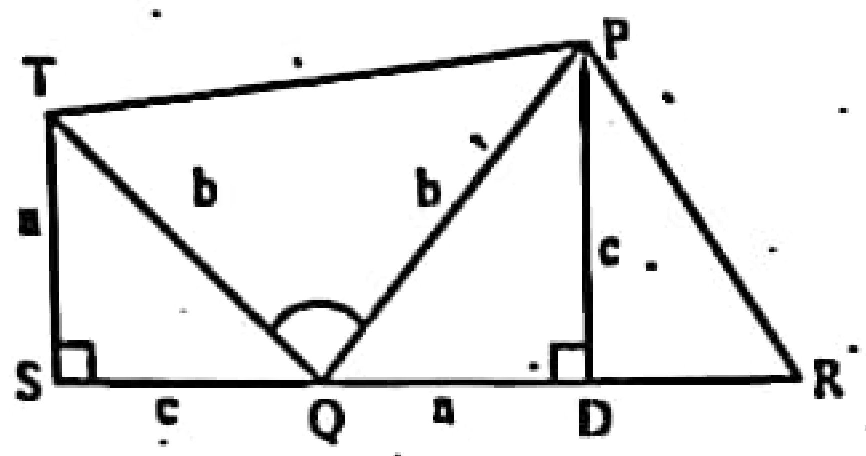
৩নং প্রশ্নের সমাধান :

ক নিচে স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে $30°$ কোণ অঙ্কন করা হলো।



এখানে, $\angle BOD = 30°$

খ



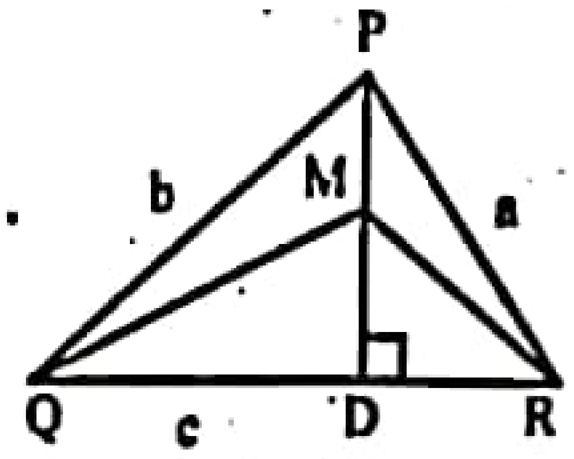
এখানে, ΔPQR এ, $PQ > PR$ এবং $PD \perp QR$.
সুতরাং, $\angle D = 90°$, ধরি, অতিভুজ, $PQ = b$, $PD = c$ ও $QD = a$.
প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 = PD^2 + QD^2$.

অঙ্কন : DQ কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $QS = PD = c$ হয়। S বিন্দুতে বর্ধিত DQ এর উপর ST লম্ব আঁকি, যেন $ST = DQ = a$ হয়। Q, T ও P, T যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPDQ ও ΔQST এ $PD = QS = c$, $DQ = ST = a$	
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PDQ$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle QST$.	[প্রত্যেকে সমকোণ]
সুতরাং, $\Delta PDQ \cong \Delta QST$.	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore PQ = QT = b$ এবং $\angle QPD = \angle TQS$	
(২) আবার, $PD \perp DS$ এবং $ST \perp DS$ বলে $PD \parallel TS$.	
সুতরাং PDST একটি ট্রাপিজিয়াম।	
(৩) তদুপরি, $\angle PQD + \angle QPD = \angle PQD + \angle TQS$ = এক সমকোণ।	[∵ $\angle QPD = \angle TQS$]
$\therefore \angle PQT$ = এক সমকোণ	
$\therefore \Delta PQT$ সমকোণী ত্রিভুজ	
(৪) এখন, PDST ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = (Δ ক্ষেত্র PDQ + Δ ক্ষেত্র TQS + Δ ক্ষেত্র PQT)	
বা, $\frac{1}{2}DS(PD + ST) = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2$	[ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব]
বা, $\frac{1}{2}(DQ + QS)(PD + ST) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$	
বা, $(a + c)(a + c) = 2ac + b^2$	
বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$	
বা, $a^2 + c^2 = b^2$	[2 দ্বারা গুণ করে]
অর্থাৎ, $PQ^2 = PD^2 + QD^2$ (প্রমাণিত)	

গ



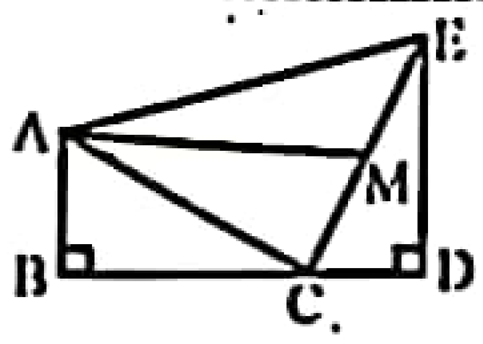
মনে করি, ΔQRP-এ $PQ > PR$, $PD \perp QR$ এবং M, PD এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $QM^2 - RM^2 = PQ^2 - PR^2$.

অঙ্কন : Q, M এবং R, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $PD \perp QR$	
$\therefore \Delta PQD$ ও ΔPRD দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ।	
$\therefore \angle PDQ = \angle PDR$ = এক সমকোণ	
$\therefore PQ^2 = PD^2 + QD^2$	
এবং $RP^2 = PD^2 + RD^2$	
(২) $PQ^2 - PR^2$	
$= PD^2 + QD^2 - PD^2 - RD^2 = QD^2 - RD^2$	[ধাপ (১) হতে]
(৩) আবার, ΔQMD ও ΔRMD-এ,	
$\angle QDM = \angle RDM$ = এক সমকোণ।	
$\therefore QM^2 = QD^2 + DM^2$	
এবং $RM^2 = RD^2 + DM^2$	
(৪) $QM^2 - RM^2$	
$= QD^2 + DM^2 - RD^2 - DM^2$	[ধাপ (৩) হতে]
$= QD^2 - RD^2$	
$\therefore QM^2 - RM^2 = PQ^2 - PR^2$. (প্রমাণিত)	[ধাপ (২) হতে]

প্রশ্ন ৪



চিত্রে, $\angle B = \angle D = 90°$, $AB = CD$, $BC = DE$ এবং M, CE এর মধ্যবিন্দু।

ক. প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC \cong \Delta CDE$. ২

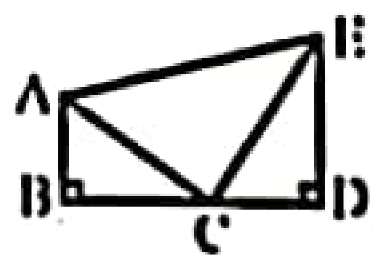
খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. ৪

গ. দেখাও যে, $AE^2 + CM^2 = AM^2 + CE^2$. ৪

● দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯ ▶ শিখনফল ১ ও ৩

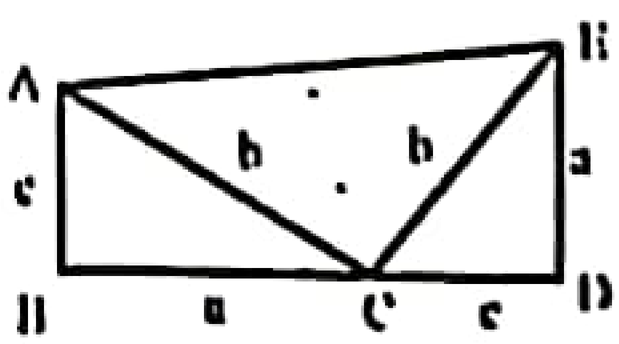
৪নং প্রশ্নের সমাধান :

ক চিত্রে, ΔABC ও ΔCDE এ



$\angle B = \angle D = 90°$
$AB = CD$
$BC = DE$
$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta CDE$. (প্রমাণিত) [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

খ এখানে, $\angle B = \angle D = 90°$
$AB = CD$, $BC = DE$
ধরি, $AB = CD = c$
$BC = DE = a$ এবং $AC = b$



প্রমাণ করতে হবে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ অর্থাৎ, $b^2 = c^2 + a^2$.

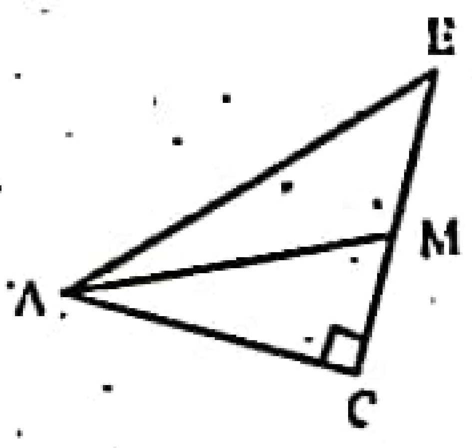
www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) এখানে, $\Delta ABC \cong \Delta CDE$ $\therefore AC = CE = b$ এবং $\angle BAC = \angle DCE$	[ক-হতে প্রাপ্ত]
(২) আবার, $\angle B = \angle D = 90°$ বলে $AB \parallel DE$ সুতরাং ABDE একটি ট্রাপিজিয়াম।	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
(৩) তদুপরি, $\angle ACB + \angle BAC$ $= \angle ACB + \angle DCE =$ এক সমকোণ। $\therefore \angle ACE =$ এক সমকোণ। $\therefore \Delta ACE$ সমকোণী ত্রিভুজ। এখন ABDE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র ABC + Δ ক্ষেত্র ACE + Δ ক্ষেত্র CDE	[ছেদকের দুই অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
বা, $\frac{1}{2} \times BD \times (AB + DE)$ $= \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ac$	[ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুর যোগফল × লম্ব দূরত্ব]
বা, $\frac{1}{2} \times (BC + CD)(AB + DE) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ বা, $\frac{1}{2} \times (a + c)(c + a) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$ বা, $a^2 + c^2 = b^2$ অর্থাৎ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. (প্রমাণিত)	

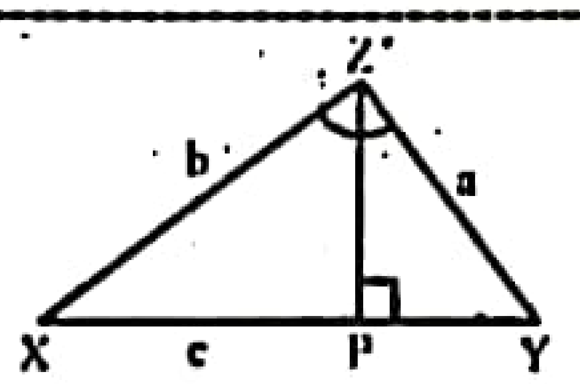
গ 'খ' হতে প্রাপ্ত, $\angle ACE =$ এক সমকোণ অর্থাৎ, ΔACE সমকোণী ত্রিভুজ। মনে করি, ACE সমকোণী ত্রিভুজে $\angle ACE =$ এক সমকোণ এবং CE এর মধ্যবিন্দু বিন্দু M। A, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AE^2 + CM^2 = AM^2 + CE^2$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ACE সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ AE $\therefore AE^2 = AC^2 + CE^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) ACM সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ AM $\therefore AM^2 = AC^2 + CM^2$ বা, $CM^2 = AM^2 - AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(৩) এখন $AE^2 + CM^2 = AC^2 + CE^2 + AM^2 - AC^2$ $\therefore AE^2 + CM^2 = AM^2 + CE^2$ (প্রমাণিত)	[ধাপ (১) ও (২) হতে]

প্রশ্ন ৫



চিত্রে, $XZ = b$, $YZ = a$, $XY = c$ এবং $XZ > YZ$.

ক. চিত্রে $PY = 3$ সে.মি., $ZY = 5$ সে.মি. হলে ZP এর মান বের কর। ২

খ. চিত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $a^2 + b^2 = c^2$. ৪

গ. 'O', ZP এর উপর যে কোনো বিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $ZX^2 - YZ^2 = XO^2 - YO^2$. ৪

● ময়মনসিংহ বোর্ড ২০১৯ ▸ শিখনফল ১ ও ৩

৫নং প্রশ্নের সমাধান :

ক ΔPYZ-এ, $\angle P = 90°$ এবং অতিভুজ = ZY

চিত্রে, $PY = 3$ সে.মি., $ZY = 5$ সে.মি.

$\therefore$ $ZP^2 + PY^2 = ZY^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে]

বা, $ZP^2 = ZY^2 - PY^2$

বা, $ZP^2 = 5^2 - 3^2$

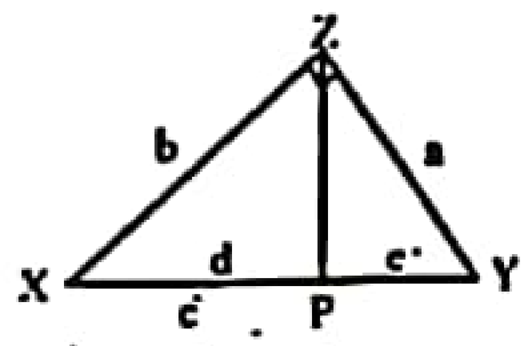
বা, $ZP^2 = 25 - 9 = 16$

বা, $ZP = \sqrt{16}$

বা, $ZP = 4$

$\therefore$ ZP এর মান 4 সে.মি.।

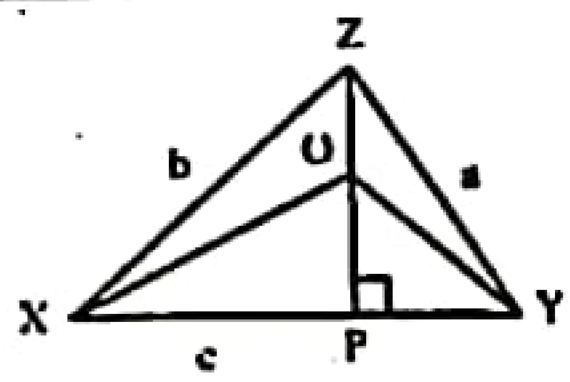
খ এখানে, XYZ সমকোণী ত্রিভুজের $\angle Z = 90°$ এবং অতিভুজ $XY = c$, $YZ = a$, $ZX = b$। প্রমাণ করতে হবে যে, $a^2 + b^2 = c^2$.



অঙ্কন : Z বিন্দু থেকে অতিভুজ XY এর উপর ZP লম্ব অঙ্কন করা হয়েছে ফলে XY অতিভুজ P বিন্দুতে d ও e অংশে বিভক্ত হলো।

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔYZP ও ΔXYZ-এ $\angle YPZ = \angle XZY$ এবং $\angle ZYP = \angle XYZ$ $\therefore$ ΔYZP ও ΔXYZ সদৃশ $\therefore \frac{YZ}{XY} = \frac{YP}{YZ}$ বা, $\frac{a}{c} = \frac{e}{a}$ $\therefore a^2 = ce$	[প্রত্যেকেই সমকোণ] [সাধারণ কোণ]
(২) অনুরূপভাবে ΔXZP ও ΔXYZ সদৃশ। $\therefore \frac{b}{c} = \frac{d}{b}$ $\therefore b^2 = cd$	
(৩) $a^2 + b^2 = ce + cd$ $= c(d + e) = c \times c = c^2$ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$. (প্রমাণিত)	[ধাপ (১) ও (২) হতে] [$\because d + e = c$]

গ মনে করি, ΔXYZ-এ $XZ > YZ$, $ZP \perp XY$ এবং O, ZP এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $ZX^2 - YZ^2 = XO^2 - YO^2$।



অঙ্কন : X, O এবং Y, O যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $ZP \perp XY$ $\therefore$ ΔZXP ও ΔZYP দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ। $\therefore$ $\angle ZPX = \angle ZPY =$ এক সমকোণ $\therefore$ $ZX^2 = ZP^2 + XP^2$ এবং $YZ^2 = ZP^2 + YP^2$	
(২) $ZX^2 - YZ^2$ $= ZP^2 + XP^2 - ZP^2 - YP^2$ $= XP^2 - YP^2$	[ধাপ (১) হতে]
(৩) আবার, ΔXOP ও ΔYOP-এ, $\angle XPO = \angle YPO =$ এক সমকোণ। $\therefore XO^2 = XP^2 + PO^2$ এবং $YO^2 = YP^2 + PO^2$	
(৪) $XO^2 - YO^2 = XP^2 + PO^2 - YP^2 - PO^2$ $= XP^2 - YP^2$	[ধাপ (৩) হতে]
$\therefore ZX^2 - YZ^2 = XO^2 - YO^2$. (প্রমাণিত)	[ধাপ (২) ও (৪) হতে]

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৬ ΔABC-এ $\angle A = 90°$, BP এবং CQ দুইটি মধ্যমা।

ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle A$ কে সমদ্বিখণ্ডিত কর। ২

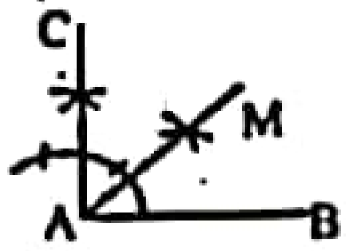
খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$. ৪

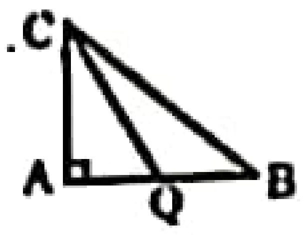
● ঢাকা বোর্ড ২০১৮ ▶ শিখনফল ১ ও ৩

৬নং প্রশ্নের সমাধান :

ক পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle BAC = 90°$ কে AM রেখাংশ দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত করা হলো।



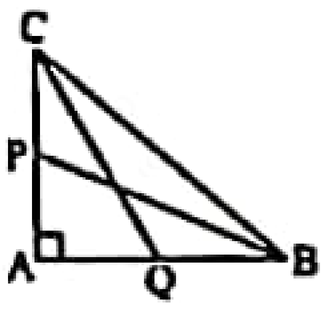
খ মনে করি, ABC ত্রিভুজের $\angle A = 90°$ বা 1 সমকোণ এবং CQ একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ACQ সমকোণী ত্রিভুজে, $CQ^2 = AC^2 + AQ^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $AC^2 = CQ^2 - AQ^2$	
(২) আবার, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= (2AQ)^2 + AC^2$	[∵ AB = 2AQ]
$= 4AQ^2 + AC^2$	
$= 4AQ^2 + CQ^2 - AQ^2$	[(১) হতে]
∴ $BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$. (প্রমাণিত)	

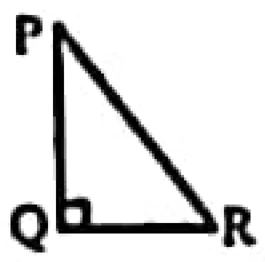
গ মনে করি, ABC ত্রিভুজের $\angle A = 90°$ বা 1 সমকোণ এবং BP ও CQ দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABP সমকোণী ত্রিভুজে, $BP^2 = AB^2 + AP^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
ACQ সমকোণী ত্রিভুজে, $CQ^2 = AC^2 + AQ^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) এখন, $4(BP^2 + CQ^2)$ $= 4(AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2)$	[(১) হতে]
$= 4(AB^2 + AC^2) + 4AP^2 + 4AQ^2$	
$= 4BC^2 + (2AP)^2 + (2AQ)^2$	[(১) হতে]
$= 4BC^2 + AC^2 + AB^2$	[∵ 2AP = AC এবং 2AQ = AB]
$= 4BC^2 + BC^2 = 5BC^2$	
∴ $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$. (প্রমাণিত)	[(১) হতে]

প্রশ্ন ৭



চিত্রে, PQ = 12 সে. মি., PR = 13 সে. মি.।

ক. QR এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. M, QR-এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$. ৪

গ. $QS \perp PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$. ৪

● রাজশাহী বোর্ড ২০১৮ ▶ শিখনফল ১ ও ৩

৭নং প্রশ্নের সমাধান :

ক PQR সমকোণী ত্রিভুজে $\angle PQR = 90°$

PQ = 12 সে.মি., PR = 13 সে.মি.

PQR সমকোণী ত্রিভুজে,

$PQ^2 + QR^2 = PR^2$

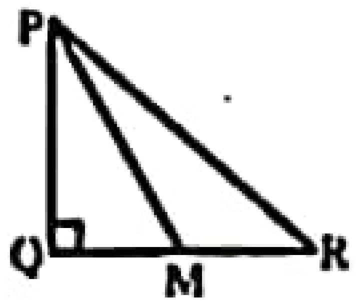
বা, $QR^2 = PR^2 - PQ^2 = 13^2 - 12^2$

বা, $QR^2 = 169 - 144 = 25$

বা, $QR = \sqrt{25} = 5$

∴ QR এর মান 5 সে.মি.।

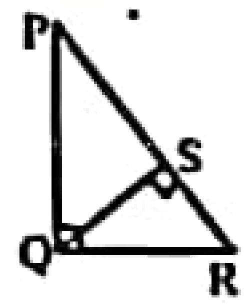
খ মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং QR এর মধ্যবিন্দু M। P, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) PQM সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ PM ∴ $PM^2 = PQ^2 + QM^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $PQ^2 = PM^2 - QM^2$	
(২) PQR সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ PR ∴ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= PQ^2 + (2RM)^2$	[∵ QR = 2RM]
$= PM^2 - QM^2 + 4RM^2$	[ধাপ (১) হতে]
$= PM^2 - RM^2 + 4RM^2$	[∵ QM = RM]
∴ $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$. (প্রমাণিত)	

গ মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজে $\angle Q$ = এক সমকোণ, $QS \perp PR$। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) PQR সমকোণী ত্রিভুজে PR এর উপর লম্ব QS ∴ ΔPQS ও ΔQRS উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) PQS সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ PQ ∴ $PQ^2 = PS^2 + QS^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $QS^2 = PQ^2 - PS^2$	
(৩) QRS সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ QR ∴ $QR^2 = QS^2 + RS^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $QS^2 = QR^2 - RS^2$	
(৪) এখন, $PQ^2 - PS^2 = QR^2 - RS^2$	[ধাপ (২) ও (৩) হতে]
∴ $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$. (প্রমাণিত)	

প্রশ্ন ৮ PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যেখানে $\angle PQR = 90°$।

ক. 6 সে.মি., 8 সে.মি. ও 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী কিনা যাচাই কর। ২

খ. উদ্দীপক অনুযায়ী পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রমাণ কর। ৪

গ. PE এবং RF ত্রিভুজটির দুইটি মধ্যমা হলে প্রমাণ কর যে, $5PR^2 = 4(PE^2 + RF^2)$. ৪

● যশোর বোর্ড ২০১৮ ▶ শিখনফল ১, ২ ও ৩

৮নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, $(6 \text{ সে.মি.})^2 + (8 \text{ সে.মি.})^2 = 36 \text{ সে.মি.}^2 + 64 \text{ সে.মি.}^2$
$= 100 \text{ সে.মি.}^2 = (10 \text{ সে.মি.})^2$

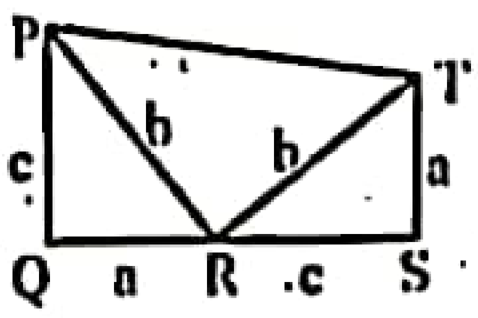
যেহেতু $(6 \text{ সে.মি.})^2 + (8 \text{ সে.মি.})^2 = (10 \text{ সে.মি.})^2$

সুতরাং 6 সে.মি., 8 সে.মি. ও 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী।

www.abswer.com

www.abswer.com

খ পিথাগোরাসের উপপাদ্য : একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

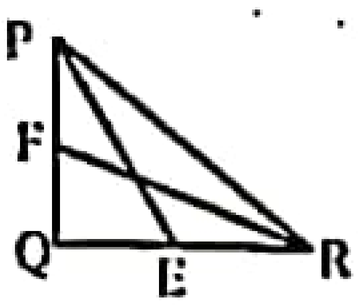


এখানে, PQR ত্রিভুজে $\angle Q = 90°$ বা এক সমকোণ।
ধরি, অতিভুজ $PR = b$, $QR = a$ এবং $PQ = c$.
প্রমাণ করতে হবে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$
অঙ্কন : QR কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, $PQ = RS = c$ হয়। S বিন্দুতে বর্ধিত RS এর উপর ST লম্ব আঁকি, যেন $ST = QR = a$ হয়। R, T ও P, T যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPQR ও ΔRST-এ $PQ = RS = c$ এবং $ST = QR = a$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PQR$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle RST$ সুতরাং $\Delta PQR \cong \Delta RST$. $\therefore PR = RT = b$ এবং $\angle QPR = \angle SRT$	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, $PQ \perp QR$ এবং $ST \perp RS$ বলে $PQ \parallel ST$ সুতরাং PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।	
(৩) তদুপরি, $\angle PRQ + \angle QPR$ $= \angle PRQ + \angle SRT$ = এক সমকোণ। $\therefore \angle PRT$ = এক সমকোণ। ΔPRT সমকোণী ত্রিভুজ।	[ছেদকের দুই অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
এখন, PQST ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =(Δ ক্ষেত্র PQR + Δ ক্ষেত্র PRT + Δ ক্ষেত্র RST) বা, $\frac{1}{2} \times QS \times (PQ + ST) = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ac$ বা, $\frac{1}{2} \times (QR + RS)(PQ + ST) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ বা, $\frac{1}{2} \times (a + c)(c + a) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$ বা, $a^2 + c^2 = b^2$ অর্থাৎ, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. (প্রমাণিত)	[ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুর যোগফল × লম্ব দূরত্ব]

গ এখানে, PQR ত্রিভুজের $\angle PQR = 90°$ বা এক সমকোণ এবং PE ও RF দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $5PR^2 = 4(PE^2 + RF^2)$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) PQE সমকোণী ত্রিভুজে, $PE^2 = PQ^2 + QE^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
QRF সমকোণী ত্রিভুজে $RF^2 = QF^2 + QR^2$	[একই]
PQR সমকোণী ত্রিভুজে $PR^2 = PQ^2 + QR^2$	[একই]
(২) এখন, $4(PE^2 + RF^2)$	
$= 4(PQ^2 + QE^2 + QF^2 + QR^2)$	[ধাপ (১) হতে]
$= 4(PQ^2 + QR^2) + 4QE^2 + 4QF^2$	
$= 4PR^2 + (2QE)^2 + (2QF)^2$	[$\because 2QE = QR, 2QF = PQ$]
$= 4PR^2 + QR^2 + PQ^2$	
$= 4PR^2 + PR^2 = 5PR^2$	[ধাপ (১) হতে]
$\therefore 5PR^2 = 4(PE^2 + RF^2)$ (প্রমাণিত)	

প্রশ্ন ৯

চিত্রে, ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$.
ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণসংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি. ও 6 সে. মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle PQR = 90°$. ৪
গ. ΔPQR এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং D ও E যথাক্রমে PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $5PR^2 = 4(PE^2 + RD^2)$. ৪

● সিলেট বোর্ড ২০১৮ ▸ শিখনফল ১ ও ৩

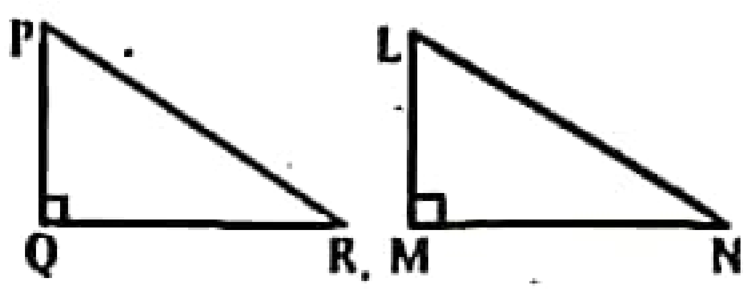
৯নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি. ও 6 সে.মি.।

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 5 \times 6$ বর্গ সে.মি. = 15 বর্গ সে.মি.

নির্ণেয় সমকোণী ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 15 বর্গ সে.মি.।

খ মনে করি, ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PQR = 90°$।

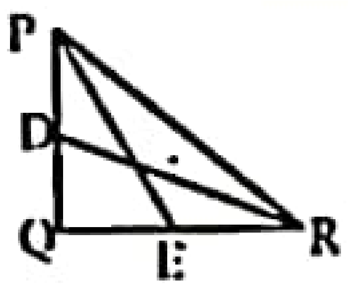


অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ LMN আঁকি যেন $\angle M = 90°$, $LM = PQ$ এবং $MN = QR$ হয়।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔLMN এ $LN^2 = LM^2 + MN^2$	[ΔLMN এ $\angle M = 90°$]
$= PQ^2 + QR^2 = PR^2$	[অঙ্কন অনুসারে]
$\therefore LN = PR$	[কল্পনা]
(২) এখন, ΔPQR ও ΔLMN এ $PQ = LM$ $QR = MN$ এবং $PR = LN$	
$\therefore \Delta PQR \cong \Delta LMN$	[বাহু-বাহু-বাহু সর্বসমতা]
$\therefore \angle Q = \angle M$	
অতএব, $\angle Q = 90°$	[$\angle M = 90°$]
$\therefore \angle PQR = 90°$. (প্রমাণিত)	

গ মনে করি, ΔPQR এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং D ও E যথাক্রমে PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $5PR^2 = 4(PE^2 + RD^2)$.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) PQE সমকোণী ত্রিভুজে, $PE^2 = PQ^2 + QE^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
আবার, QRD সমকোণী ত্রিভুজে $RD^2 = QD^2 + QR^2$	[একই]
এবং PQR সমকোণী ত্রিভুজে $PR^2 = PQ^2 + QR^2$	[একই]
(২) এখন, $4(PE^2 + RD^2)$	[ধাপ (১) হতে]
$= 4(PQ^2 + QE^2 + QD^2 + QR^2)$	
$= 4(PQ^2 + QR^2) + 4QE^2 + 4QD^2$	
$= 4PR^2 + (2QE)^2 + (2QD)^2$	[$\because 2QE = QR, 2QD = PQ$]
$= 4PR^2 + QR^2 + PQ^2$	
$= 4PR^2 + PR^2 = 5PR^2$	[ধাপ (১) হতে]
$\therefore 5PR^2 = 4(PE^2 + RD^2)$. (প্রমাণিত)	

www.abswer.com

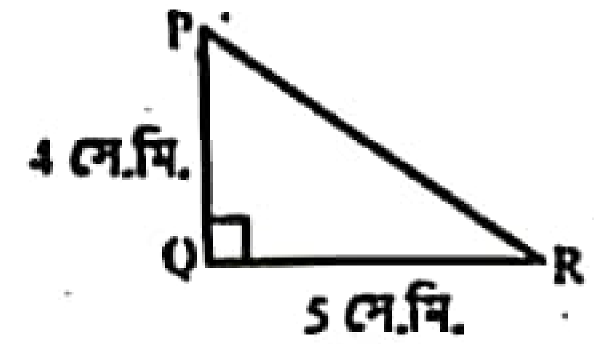
www.abswer.com

প্রশ্ন ১০ Δ PQR-এ $\angle Q$ = এক সমকোণ। PA এবং RB দুইটি মধ্যমা।
ক. PQ = 4 সে.মি., QR = 5 সে.মি. হলে, Δ PQR-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = PB^2 + RA^2$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $5PR^2 = 4(PA^2 + RB^2)$. ৪

● ঢাকা বোর্ড ২০১৭ ▶ শিখনফল ১ ও ৩

১০নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, Δ PQR এর $\angle Q$ = এক সমকোণ।

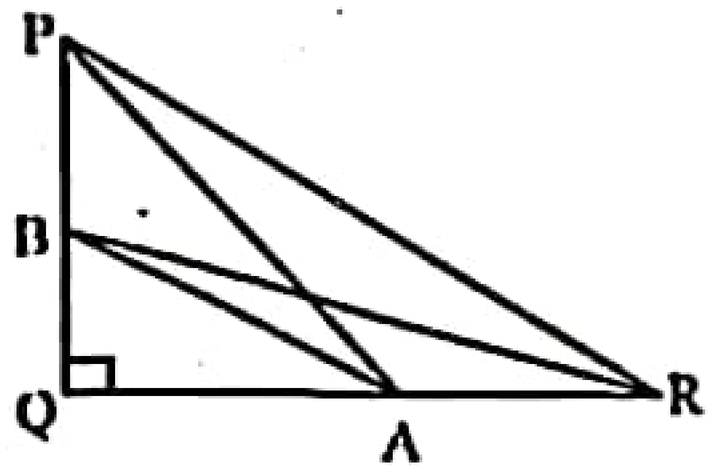


$\therefore$ PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার PQ = 4 সে.মি.
এবং QR = 5 সে.মি.

$\therefore$ Δ PQR এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PQ \times QR$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5$ বর্গ সে.মি.
= 10 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ Δ PQR এর ক্ষেত্রফল 10 বর্গ একক।

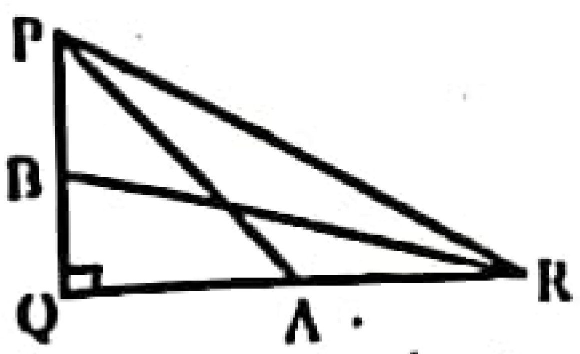
খ



মনে করি, ΔPQR এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং PA ও RB যথাক্রমে QR ও PQ এর সমদ্বিখণ্ডক।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = PB^2 + RA^2$.
অঙ্কন : A, B যোগ করি।
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও A $\therefore$ PB = QB এবং QA = RA	[PA ও RB যথাক্রমে QR ও PQ এর সমদ্বিখণ্ডক]
(২) ΔABQ এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ। $\therefore AB^2 = QA^2 + QB^2$ বা, $AB^2 = RA^2 + PB^2$ $\therefore AB^2 = PB^2 + RA^2$ (প্রমাণিত)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসরে] [(১) হতে]

গ মনে করি, PQR ত্রিভুজের $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং PA ও RB দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে $5PR^2 = 4(PA^2 + RB^2)$.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) QRB সমকোণী ত্রিভুজে $RB^2 = QR^2 + QB^2$ QPA সমকোণী ত্রিভুজে $PA^2 = QA^2 + QP^2$ PQR সমকোণী ত্রিভুজে $PR^2 = QP^2 + QR^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) এখন, $4(PA^2 + RB^2)$ $= 4(QA^2 + QP^2 + QR^2 + QB^2)$ $= 4(QP^2 + QR^2 + QA^2 + QB^2)$ $= 4(QP^2 + QR^2) + 4QA^2 + 4QB^2$ $= 4PR^2 + 4QA^2 + 4QB^2$ $= 4PR^2 + (2QA)^2 + (2QB)^2$ $= 4PR^2 + QR^2 + QP^2$ $= 4PR^2 + PR^2 = 5PR^2$ $\therefore 5PR^2 = 4(PA^2 + RB^2)$. (প্রমাণিত)	[(১) হতে] [(১) হতে] [$\because$ 2QA = QR এবং 2QB = QP] [(১) হতে]

প্রশ্ন ১১ Δ DEF এর $\angle D$ = 1 সমকোণ; P ও R যথাক্রমে DE ও EF বাহুর মধ্যবিন্দু।
ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 4 সে.মি. এবং উচ্চতা 5 সে.মি. হলে ক্ষেত্রফল কত? ২
খ. প্রমাণ কর যে, $EF^2 = DE^2 + DF^2$. ৪
গ. দেখাও যে, PR ∥ DF এবং $PR = \frac{1}{2}DF$. ৪

● যশোর বোর্ড ২০১৭ ▶ শিখনফল ১ ও ৩

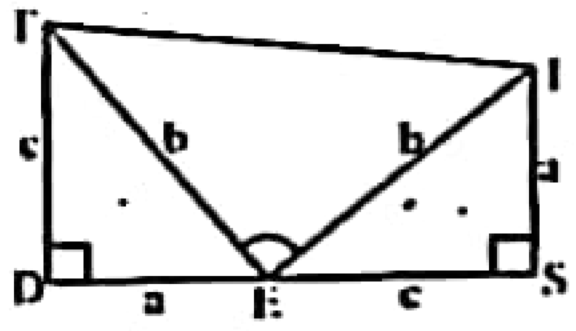
১১নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি = 4 সে.মি.
এবং উচ্চতা = 5 সে.মি.

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}\right)$ বর্গ একক
$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5\right)$ বর্গ সে.মি. = 10 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 10 বর্গ সে.মি.।

খ মনে করি, DEF সমকোণী ত্রিভুজের $\angle D$ = 1 সমকোণ। ধরি অতিভুজ EF = b, DF = c ও DE = a.
প্রমাণ করতে হবে যে, $EF^2 = DE^2 + DF^2$
অর্থাৎ $b^2 = a^2 + c^2$



অঙ্কন : DE কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন ES = DF = c হয়। S বিন্দুতে বর্ধিত DE এর উপর ST লম্ব আঁকি, যেন ST = DE = a হয়। E, T ও F, T যোগ করি।
প্রমাণ :

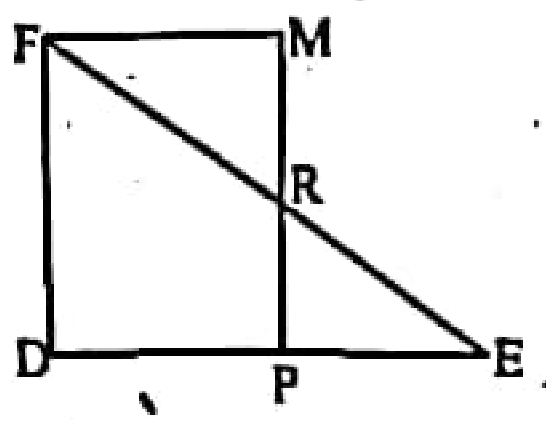
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔFDE ও ΔEST এ DF = ES = c, DE = ST = a এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle FDE$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle EST$। সুতরাং, $\Delta FDE \cong \Delta EST$. $\therefore$ EF = ET = b এবং $\angle DFE = \angle TES$.	[প্রত্যেকে সমকোণ] [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, FD ⊥ DS এবং TS ⊥ DS বলে FD ∥ TS. সুতরাং, FDST একটি ট্রাপিজিয়াম।	

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ	যথার্থতা
(৩) তদুপরি, $\angle FED + \angle DFE$ $= \angle FED + \angle TES =$ এক সমকোণ। $\therefore \angle FET =$ এক সমকোণ। ΔFET সমকোণী ত্রিভুজ। এখন FDST ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (\Delta$ ক্ষেত্র FDE $+ \Delta$ ক্ষেত্র EST $+ \Delta$ ক্ষেত্র FET) বা, $\frac{1}{2}DS(DF + ST)$ $= \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2$ বা, $\frac{1}{2}(DE + ES)(DF + ST) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ বা, $(a + c)(a + c) = 2ac + b^2$ বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$ $\therefore b^2 = a^2 + c^2$. অর্থাৎ, $EF^2 = DE^2 + DF^2$ (প্রমাণিত)	 [$\because \angle DFE = \angle TES$] ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব] [2 দ্বারা গুণ করে]

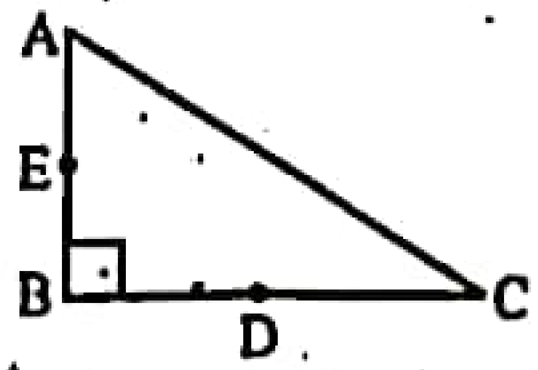
গ এখানে, DEF একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle D = 1$ সমকোণ। P ও R যথাক্রমে DE ও EF এর মধ্যবিন্দু। P, R যোগ করি। দেখাতে হবে যে, $PR \parallel DF$ এবং $PR = \frac{1}{2}DF$.



অঙ্কন : PR কে M পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন RM = PR হয়। F, M যোগ করি।

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPER ও ΔFRM এ $PR = RM$ $FR = RE$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PRE =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle FRM$ $\therefore \Delta PER \cong \Delta FRM$ $EP = FM$ বা, $DP = FM$ এবং $\angle PER = \angle RFM$ বা, $\angle PEF = \angle EFM$	 [অঙ্কন অনুসারে] [EF এর মধ্যবিন্দু R] [বিপ্রতীপ কোণ সমান] [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য] [কল্পনা]
(২) কিন্তু কোণদ্বয় EP ও FM বাহুর EF ছেদক দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ $\therefore PE \parallel FM$ বা, $DE \parallel FM$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, DFMP চতুর্ভুজের $DP = FM$ এবং $DP \parallel FM$ $\therefore$ DFMP একটি সামান্তরিক $\therefore PM \parallel DF$ এবং $PM = DF$ বা, $PR \parallel DF$	 [সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল]
(৪) $PR + RM = PM$ বা, $PR + PR = DF$ বা, $2PR = DF$ বা, $PR = \frac{1}{2}DF$ সুতরাং $PR \parallel DF$ এবং $PR = \frac{1}{2}DF$. (দেখানো হলো)	

প্রশ্ন ১২



ক. AB = 1 সে.মি., BC = 2 সে.মি. হলে, AC এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. ৪

গ. AB ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও D। প্রমাণ করতে হবে যে, $5AC^2 = 4(CE^2 + AD^2)$. ৪

● রাজশাহী বোর্ড ২০১৬ ▸ শিখনফল ১ ও ৩

১২নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, AB = 1 সে.মি.; BC = 2 সে.মি.

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle B = 90°$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = (1$ সে.মি.$)^2 + (2$ সে.মি.$)^2$

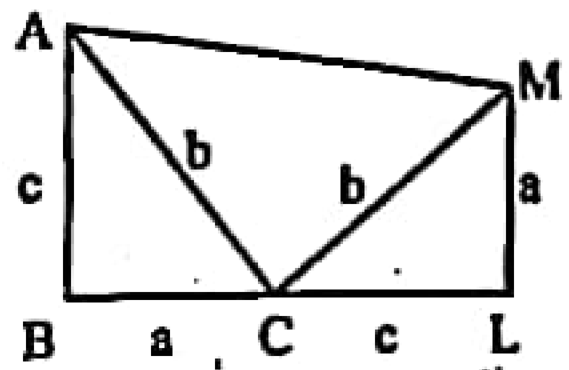
বা, $AC^2 = 1$ সে.মি.$^2 + 4$ সে.মি.^{2}

বা, $AC^2 = 5$ সে.মি.$^2 = (\sqrt{5}$ সে.মি.$)^2$

$\therefore AC = \sqrt{5}$ সে.মি. $= 2.24$ সে.মি. (প্রায়)।

খ এখানে, ABC ত্রিভুজে $\angle B =$ এক সমকোণ।

ধরি, অতিভুজ AC = b, BC = a এবং AB = c.



প্রমাণ করতে হবে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ অর্থাৎ, $b^2 = c^2 + a^2$.

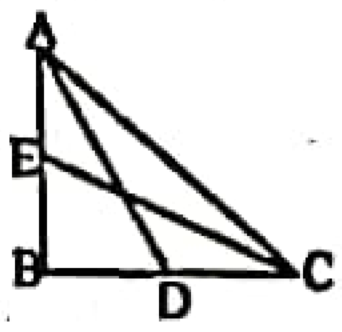
অঙ্কন : BC কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, AB = CL = c হয়। L বিন্দুতে বর্ধিত CL এর উপর LM লম্ব আঁকি, যেন LM = BC = a হয়। C, M ও A, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC ও ΔCLM-এ $AB = CL = c$ এবং $LM = BC = a$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CLM$ সুতরাং $\Delta ABC \cong \Delta CLM$. $\therefore AC = CM = b$ এবং $\angle BAC = \angle LCM$	 [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, $AB \perp BC$ এবং $LM \perp CL$ বলে $AB \parallel LM$ সুতরাং ABLM একটি ট্রাপিজিয়াম।	
(৩) তদুপরি, $\angle ACB + \angle BAC$ $= \angle ACB + \angle LCM =$ এক সমকোণ। $\therefore \angle ACM =$ এক সমকোণ। $\therefore \Delta ACM$ সমকোণী ত্রিভুজ। এখন ABLM ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \Delta$ ক্ষেত্র ABC $+ \Delta$ ক্ষেত্র ACM $+ \Delta$ক্ষেত্র CLM বা, $\frac{1}{2} \times BL \times (AB + LM) = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ac$ বা, $\frac{1}{2} \times (BC + CL)(AB + LM) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ বা, $\frac{1}{2} \times (a + c)(c + a) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$ বা, $a^2 + c^2 = b^2$ অর্থাৎ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. (প্রমাণিত)	[ছেদকের দুই অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ] [ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × লম্ব দূরত্ব]

www.abswer.com

গ দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের ∠B = 1 সমকোণ এবং E ও D যথাক্রমে AB ও BC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,
$5AC^2 = 4(CE^2 + AD^2)$.

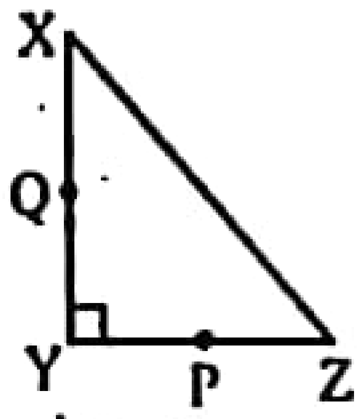


অঙ্কন : A, D ও C, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 = BA^2 + BD^2$ BCE সমকোণী ত্রিভুজে, $CE^2 = BC^2 + BE^2$ ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) এখন, $4(AD^2 + CE^2)$ $= 4(BA^2 + BD^2 + BC^2 + BE^2)$ $= 4(BA^2 + BC^2) + 4DB^2 + 4BE^2$ $= 4AC^2 + (2BD)^2 + (2BE)^2$ $= 4AC^2 + BC^2 + BA^2$ $= 4AC^2 + AC^2$ $= 5AC^2$ ∴ $5AC^2 = 4(CE^2 + AD^2)$. (প্রমাণিত)	[(১) হতে] [(১) হতে] [∵ 2CP = CB এবং 2CQ = CA] [(১) হতে]

প্রশ্ন ১৩



[XY = 4 cm, YZ = 3 cm এবং P ও Q যথাক্রমে YZ ও XY এর মধ্যবিন্দু]

ক. উপরের চিত্র থেকে XZ এর মান বের কর। (সহজমান) ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PY^2 + XZ^2 = PX^2 + YZ^2$. (মধ্যমান) ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 = PZ^2 + QX^2$. (কঠিনমান) ৪

● অনুশীলনীর-৯ এর ২১ ও ২২ নং প্রশ্নের আলোকে ▸ শিখনফল ১ ও ৩

১৩নং প্রশ্নের সমাধান :

ক এখানে, XY = 4 cm, YZ = 3 cm

এখন, $XZ^2 = XY^2 + YZ^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

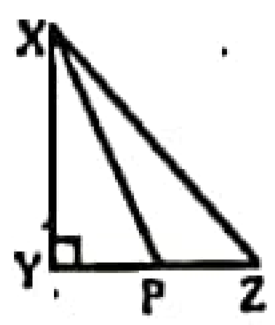
$= 4^2 + 3^2$

$= 16 + 9 = 25$

∴ $XZ = \sqrt{25} = 5$ cm

নির্ণেয় XZ এর মান 5 cm.

খ দেওয়া আছে, XYZ ত্রিভুজের ∠Y = এক সমকোণ। P, YZ এর উপর একটি বিন্দু। P, X যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,
$PY^2 + XZ^2 = PX^2 + YZ^2$।

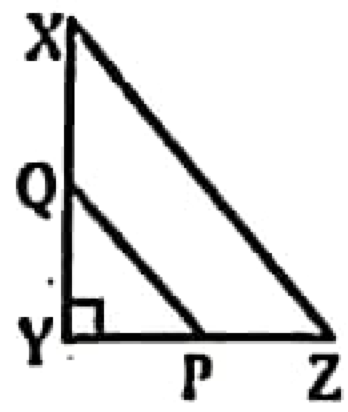


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) XYZ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ XZ ∴ $XZ^2 = YX^2 + YZ^2$ .... (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(২) আবার, PYX সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ PX ∴ $PX^2 = PY^2 + YX^2$ বা, $PY^2 = PX^2 - YX^2$ .... (ii)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(৩) (i) ও (ii) নং যোগ করে, $XZ^2 + PY^2 = YX^2 + YZ^2 + PX^2 - PX^2$ $= YZ^2 + PX^2$ ∴ $PY^2 + XZ^2 = PX^2 + PZ^2$ (প্রমাণিত)	

গ দেওয়া আছে, ΔXYZ এর ∠Y = এক সমকোণী। P ও Q যথাক্রমে YZ ও XY এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 = PZ^2 + QX^2$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) PY = PZ এবং QY = QX	[P ও Q যথাক্রমে YZ ও XY এর মধ্যবিন্দু]
(২) এখন PQY সমকোণ ত্রিভুজে $PQ^2 = PY^2 + QY^2$ ∴ $PQ^2 = PZ^2 + QX^2$ সুতরাং, $PQ^2 = PZ^2 + QX^2$ (প্রমাণিত)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে] [(১) নং থেকে]

প্রশ্ন ১৪ ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$.

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য বিবৃতি কর। (সহজমান) ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠Q = এক সমকোণ। (মধ্যমান) ৪

গ. D, PQ এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $PR^2 + QD^2 = DR^2 + PQ^2$. (কঠিনমান) ৪

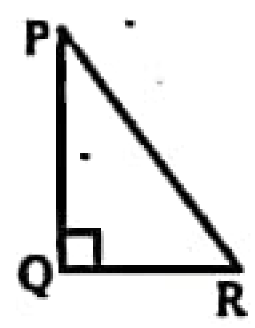
১৪নং প্রশ্নের সমাধান : ▸ শিখনফল ১ ও ৩

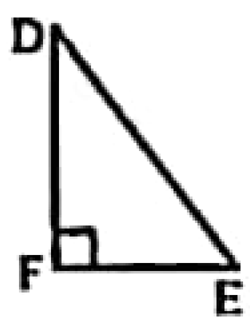
ক পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্য : যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয়, তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

খ মনে করি,

Δ PQR এর $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, ∠Q = এক সমকোণ





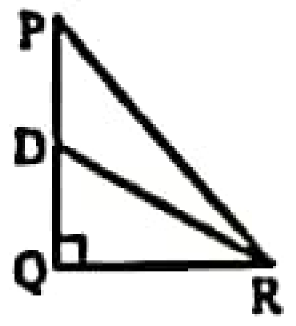
অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি, যেন ∠F = এক সমকোণ, EF = QR এবং DF = PQ হয়।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) Δ DEF হতে, $DE^2 = EF^2 + DF^2$ $= QR^2 + PQ^2 = PR^2$ ∴ DE = PR	[∵ ΔDEF এ ∠F = এক সমকোণ]
(২) এখন Δ PQR ও Δ DEF-এ QR = EF, PQ = DF এবং PR = DE ∴ Δ PQR ≅ ΔDEF ∴ ∠Q = ∠F কিন্তু ∠F = এক সমকোণ হওয়ায় ∠Q = এক সমকোণ। (প্রমাণিত)	

www.abswer.com

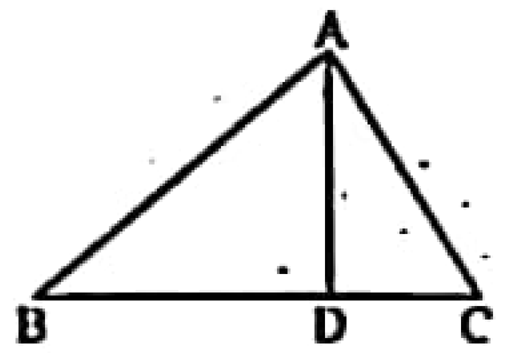
গ দেওয়া আছে, ΔPQR-এ, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$। অর্থাৎ ΔPQR এর $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং D, PQ এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,
$PR^2 + QD^2 = DR^2 + PQ^2$।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) এখানে, ΔPQR-এ $\angle Q$ = এক সমকোণ $\therefore PR^2 = PQ^2 + QR^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
(২) অনুরূপভাবে, QRD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ DR $\therefore QR^2 + QD^2 = DR^2$ বা, $QD^2 = DR^2 - QR^2$	
(৩) অর্থাৎ $PR^2 + QD^2 = PQ^2 + QR^2 + DR^2 - QR^2$ $\therefore PR^2 + QD^2 = DR^2 + PQ^2$. (প্রমাণিত)	[ধাপ (২) ও (৩) হতে]

প্রশ্ন ১৫



চিত্রে $AB > AC$ এবং ΔADC-এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। (সহজমান) ২

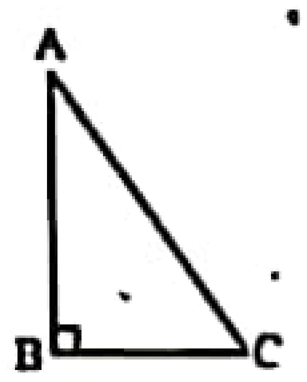
খ. প্রমাণ কর যে, ΔADC-এ $\angle ADC$ = এক সমকোণ। (মধ্যমান) ৪

গ. উদ্দীপকে, $AD \perp BC$ এবং AD এর উপরস্থ একটি বিন্দু P হলে প্রমাণ কর যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$. (কঠিনমান) ৪

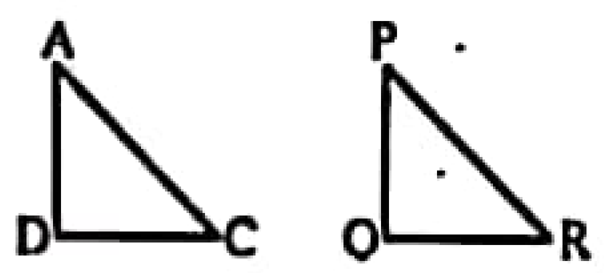
● হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা ▶ শিখনফল ১ ও ৩

১৫নং প্রশ্নের সমাধান :

ক পিথাগোরাসের উপপাদ্য : সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ হলে,
$AC^2 = AB^2 + BC^2$.



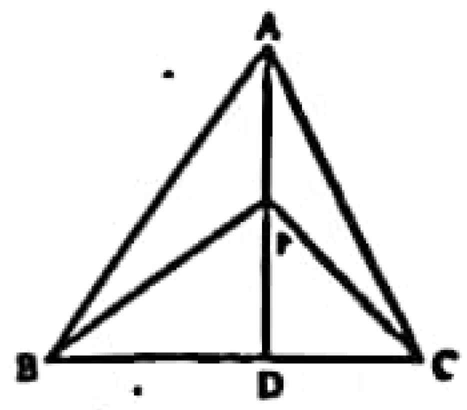
খ দেওয়া আছে, ΔADC-এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADC$ = এক সমকোণ।
অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ PQR আঁকি যে, $\angle Q$ = এক সমকোণ, $QR = CD$ এবং $PQ = AD$ হয়।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $PR^2 = PQ^2 + QR^2 = AD^2 + CD^2$ $\therefore PR^2 = AC^2$ $\therefore PR = AC$	[কারণ ΔPQR এ $\angle Q$ = এক সমকোণ] [কল্পনা]
(২) এখন, ΔADC ও ΔPQR এ $CD = QR$, $AC = PR$ এবং $AD = PQ$ $\therefore \Delta ADC \cong \Delta PQR$ $\therefore \angle D = \angle Q$ যেহেতু $\angle Q$ = এক সমকোণ $\therefore \angle D$ = এক সমকোণ অর্থাৎ, $\angle ADC$ = এক সমকোণ (প্রমাণিত)	[বাহু-বাহু-বাহু সর্বসমতা]

গ দেওয়া আছে, ΔABC-এ BC-এর উপর লম্ব AD এবং AD-এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও $AB > AC$।
অঙ্কন : P, B ও P, C যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$.

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC-এ $AD \perp BC$ ΔABD, ΔACD, ΔBPD এবং ΔCPD প্রত্যেকেই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) এখন ΔABD-এ $AB^2 = BD^2 + AD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
(৩) ΔACD-এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৪) $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$	[(২) ও (৩) থেকে]
(৫) আবার, ΔBPD-এ, $PB^2 = BD^2 + PD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
(৬) ΔPCD-এ $PC^2 = PD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৭) $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$ $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$. (প্রমাণিত)	[(৫) ও (৬) থেকে] [(৪) থেকে]

সুপার সাজেশন্স

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত
100% প্রস্তুতি উপযোগী প্রশ্ন সংবলিত সুপার সাজেশন

প্রিয় শিক্ষার্থী, অর্ধ-বার্ষিক ও বার্ষিক পরীক্ষার জন্য মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি, সংক্ষিপ্ত ও সৃজনশীল প্রশ্নসমূহ নিচে উপস্থাপন করা হলো। ১০০% প্রস্তুতি নিশ্চিত করতে উল্লিখিত প্রশ্নসমূহের সমাধান ভালোভাবে শিখে নাও।

বিষয়/ শিরোনাম	গুরুত্বসূচক চিহ্ন		
	7★ (সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ)	5★ (তুলনামূলক গুরুত্বপূর্ণ)	3★ (কম গুরুত্বপূর্ণ)
বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর	এ অধ্যায়ের প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর ভালোভাবে শিখে নাও।		
সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও সমাধান	১, ৪, ৭, ১০, ১৪, ১৬	২, ৩, ৫, ৮	৬, ৯, ১১, ১২, ১৭
সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান	১, ৩, ৭, ১২, ১৪	২, ৪, ৬, ৮	৫, ৯, ১১, ১৩

www.abswer.com

www.abswer.com

যাচাই ও মূল্যায়ন

অধ্যায়ের প্রস্তুতি ও দক্ষতা যাচাইয়ের লক্ষ্যে ক্লাস টেস্ট আকারে উপস্থাপিত প্রশ্নব্যাংক

ক্লাস টেস্ট সময় : ৩ ঘণ্টা — **গণিত** — পূর্ণমান : ১০০

অষ্টম শ্রেণি

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা (প্রতিটি প্রশ্নের মান ১) ১ × ৩০ = ৩০

[সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। সকল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।]

১. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের একটি 6 মিটার হলে, অপরটি কত মিটার?
ক 136 খ 64 গ 60 ঘ 8

২. কোন তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব?
ক 3, 4, 6 খ 3, 5, 8 গ 4, 3, 9 ঘ 5, 5, 10

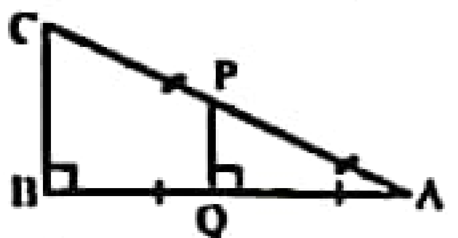
৩. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 25° হলে, ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত ডিগ্রী?
ক 65 খ 57.5 গ 32.5 ঘ 45

৪. ΔABC এ, $AB = AC$ এবং $\angle A = 80°$, $\angle B$ এর মান কত?
ক 40° খ 50° গ 60° ঘ 100°

৫. কোন বাহুগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যায়?
ক 3, 4, 6 খ 4, 5, 9 গ 5, 12, 13 ঘ 12, 13, 17

৬. ABC ত্রিভুজের BC অতিভুজ হলে—
i. $\angle A$ = সমকোণ
ii. $\angle B$ ও $\angle C$ = সূক্ষ্মকোণ iii. $\angle B + \angle C = 90°$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে AB = 6 সে.মি., ΔAPQ এর ক্ষেত্রফল 6 বর্গ সে.মি.।

৭. PQ এর মান কত?
ক 2 খ 4 গ 6 ঘ 8

৮. AC এর মান কত?
ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 10

৯. ΔABC এর AC অতিভুজ হলে সমকোণ কোনটি হবে?
ক $\angle ABC$ খ $\angle BAC$ গ $\angle CAB$ ঘ $\angle ACB$

১০. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 30 বর্গ সে.মি. পরিসীমা 30 সে. মি. হলে বাহুগুলো কী হবে?
ক 5, 12, 13 খ 5, 10, 15 গ 5, 11, 16 ঘ 8, 12, 10

১১. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি 60° অপর সূক্ষ্মকোণের মান নিচের কোনটি?
ক 30° খ 35° গ 40° ঘ 45°

১২. একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহু ও অতিভুজের অনুপাত 5 : 13 হলে অপর বাহু কত?
ক 5 খ 12 গ 13 ঘ 18

১৩. ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ সমকোণ হলে—
i. $\angle B$ এর বিপরীত বাহু AC অতিভুজ
ii. $AC > AB + BC$ iii. $AC^2 = AB^2 + BC^2$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

১৪. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণের পার্থক্য 5° হলে বৃহত্তম কোণটির মান কত?
ক 42.5° খ 43° গ 47.5° ঘ 48°

১৫. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 5° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত?
ক 40° খ 42.5° গ 47.5° ঘ 50°

১৬. ΔABC এ $AB = 3$ সে.মি., $BC = 4$ সে.মি. এবং $CA = 5$ সে.মি. হলে $\angle B$ = কত ডিগ্রী?
ক 45° খ 0° গ 90° ঘ 180°

১৭. ΔPQR এর $\angle R$ = এক সমকোণ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
ক $PR^2 = PQ^2 + PQ^2$ খ $PQ^2 = PR^2 + QR^2$
গ $PQ^2 + RQ^2 = PR^2$ ঘ $PQ^2 = PR^2 - QR^2$

১৮. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য a এবং লম্বের দৈর্ঘ্য b হলে, ত্রিভুজটির অতিভুজ কত হবে?
ক $a^2 + b^2$ খ $a + b$ গ $(a + b)^2$ ঘ $\sqrt{a^2 + b^2}$

১৯. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে কী বলে?
ক লম্ব খ ভূমি গ মধ্যমা ঘ অতিভুজ

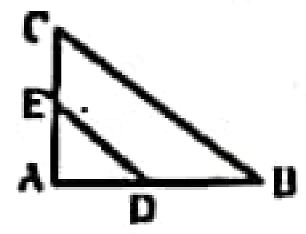
২০. ABC ত্রিভুজের $AB^2 = BC^2 + CA^2$ হলে, কোন কোণটি সমকোণ?
ক A খ B গ C ঘ কোনটিই নয়

২১. ΔABC এ $\angle C = 90°$, $AC = 5$ একক, $BC = 4$ একক হলে AB = কত?
ক $\sqrt{41}$ একক খ 5 একক গ 4 একক ঘ 4 একক

২২. পিথাগোরাস কোন শতাব্দীর দার্শনিক ছিলেন?
ক ১০ম খ ৮ম গ ৭ম ঘ ৬ষ্ঠ

২৩. ΔABC সমকোণী ত্রিভুজের $AB^2 + BC^2 = AC^2$ হলে—
i. $\angle B$ এক সমকোণ ii. AB অতিভুজ
iii. সমকোণ সংলগ্ন বাহু AB ও BC
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে $\angle A = 90°$ এবং D, E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু BD = 4 সে. মি. ও BC = 10 সে. মি.।

২৪. BC^2, DE^2 এর কত গুণ?
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5

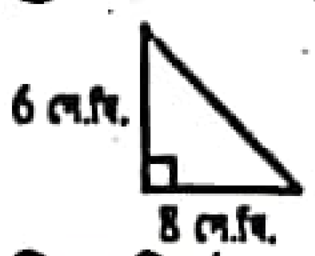
২৫. BCDE ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ক 10 খ 12 গ 14 ঘ 18

২৬. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সেমি, 8 সেমি ও 10 সেমি হলে, 10 সেমি এর বিপরীত কোণ নিচের কোনটি?
ক 120° খ 90° গ 60° ঘ 30°

২৭. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে ভূমি ও অতিভুজের অনুপাত 3 : 5 হলে লম্ব কত হবে?
ক 3 খ 5 গ 4 ঘ 9

২৮. ΔABC এর $\angle B$ সমকোণ হলে অতিভুজ কী হবে?
ক BC খ AC গ AB ঘ BA

২৯. ΔABC এ $\angle B$ = এক সমকোণ। AC = 10 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.?
ক 24 খ 100 গ 200 ঘ 480

৩০.


ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.?
ক 12 খ 24 গ 36 ঘ 48

www.abswer.com

www.abswer.com

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন (প্রতিটি প্রশ্নের মান ২)

যেকোনো ১০টি প্রশ্নের উত্তর দাও : $২ \times ১০ = ২০$

১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য $5°$ হলে বৃহত্তম কোণটির মান কত?

২। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য $15°$ হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত ডিগ্রি?

৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 12 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 30 বর্গ সে.মি. এর পরিসীমা 30 সে.মি. হলে, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য কত সে.মি. হবে?

৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 8 সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

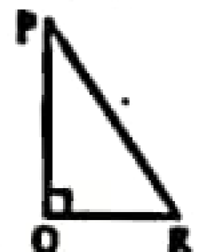
৫। পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

৬। একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ $6\sqrt{2}$ সে.মি. হলে এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

৭। ΔPQR-এ, $PQ^2 + QR^2 = PR^2$। $PQ = 9$ সে.মি., $QR = 12$ সে.মি. হলে PR এর মান নির্ণয় কর।

৮। ΔABC-এর $\angle B = 90°$। AB ও BC এর মধ্যবিন্দু D ও E হলে দেখাও যে, $AC^2 = 4DE^2$

৯। ΔPQR-এ $\angle Q$ = এক সমকোণ। $PR = 13$ সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.?

১০। 

চিত্রে, $PQ = 12$ সে. মি. এবং $PR = 13$ সে. মি. হলে, QR এর মান নির্ণয় কর।

১১। পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

১২। 8 সে.মি., 15 সে.মি. ও 17 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী কিনা যাচাই কর।

১৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. হলে, বাহুগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব কি-না যাচাই কর।

১৪। XYZ ত্রিভুজের $XY = 12$ সে.মি., $YZ = 5$ সে.মি. এবং $ZX = 13$ সে.মি. হলে $\angle Y$ এর মান নির্ণয় কর।

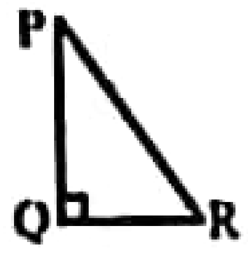
১৫। যদি ABC ত্রিভুজের $AB = BC = 2$ সে.মি. এবং $AC = 2\sqrt{2}$ সে.মি. হয়, তবে $\angle A$ এর মান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন (প্রতিটি প্রশ্নের মান ১০)

যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দাও : $১০ \times ৫ = ৫০$

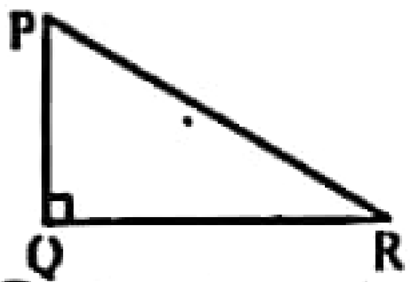
১। ΔPQR-এ, $PQ > PR$ এবং $PD \perp QR$.
ক. স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে $30°$ কোণ অঙ্কন কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 = PD^2 + QD^2$. ৪
গ. M, PD এর উপর যেকোনো বিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $QM^2 - RM^2 = PQ^2 - PR^2$. ৪

২। ΔABC-এ $\angle A = 90°$, BP এবং CQ দুইটি মধ্যমা।
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle A$ কে সমদ্বিখণ্ডিত কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$. ৪

৩। 

চিত্রে, $PQ = 12$ সে.মি., $PR = 13$ সে.মি.।
ক. QR এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. M, QR-এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$. ৪
গ. $QS \perp PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$. ৪

৪। PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যেখানে $\angle PQR = 90°$।
ক. 6 সে.মি., 8 সে.মি. ও 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী কিনা যাচাই কর। ২
খ. উদ্দীপক অনুযায়ী পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রমাণ কর। ৪
গ. PE এবং RF ত্রিভুজটির দুইটি মধ্যমা হলে প্রমাণ কর যে, $5PR^2 = 4(PE^2 + RF^2)$. ৪

৫। 

চিত্রে, ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$.
ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণসংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি. ও 6 সে. মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle PQR = 90°$. ৪
গ. ΔPQR এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং D ও E যথাক্রমে PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $5PR^2 = 4(PE^2 + RD^2)$. ৪

৬। ΔPQR-এ $\angle Q$ = এক সমকোণ। PA এবং RB দুইটি মধ্যমা।
ক. $PQ = 4$ সে.মি., $QR = 5$ সে.মি. হলে, ΔPQR-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = PB^2 + RA^2$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $5PR^2 = 4(PA^2 + RB^2)$. ৪

৭। ΔDEF এর $\angle D$ = 1 সমকোণ; P ও R যথাক্রমে DE ও EF বাহুর মধ্যবিন্দু।
ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 4 সে.মি. এবং উচ্চতা 5 সে.মি. হলে ক্ষেত্রফল কত? ২
খ. প্রমাণ কর যে, $EF^2 = DE^2 + DF^2$. ৪
গ. দেখাও যে, $PR \parallel DF$ এবং $PR = \frac{1}{2}DF$. ৪

৮। ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$.
ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য বিবৃতি কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle Q$ = এক সমকোণ। ৪
গ. D, PQ এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $PR^2 + QD^2 = DR^2 + PQ^2$. ৪

উত্তরমালা ▸ বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১	ঘ	২	ক	৩	গ	৪	খ	৫	গ	৬	ঘ	৭	খ	৮	ঘ	৯	ক	১০	ক	১১	ক	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	গ	১৫	খ
১৬	গ	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	ঘ	২০	গ	২১	ক	২২	ঘ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	গ	২৮	খ	২৯	গ	৩০	খ

সমাধান সংকেত ▸ সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন

১ ▸ ৩২৯ পৃষ্ঠার ১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
২ ▸ ৩২৯ পৃষ্ঠার ২ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৩ ▸ ৩২৯ পৃষ্ঠার ৪ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৪ ▸ ৩২৯ পৃষ্ঠার ৫ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৫ ▸ ৩২৯ পৃষ্ঠার ৬ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৬ ▸ ৩২৯ পৃষ্ঠার ৯ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৭ ▸ ৩২৯ পৃষ্ঠার ১০ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৮ ▸ ৩৩০ পৃষ্ঠার ১১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৯ ▸ ৩৩০ পৃষ্ঠার ১২ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১০ ▸ ৩৩০ পৃষ্ঠার ১৩ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১১ ▸ ৩৩০ পৃষ্ঠার ১৭ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১২ ▸ ৩৩০ পৃষ্ঠার ১৮ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১৩ ▸ ৩৩১ পৃষ্ঠার ২০ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১৪ ▸ ৩৩১ পৃষ্ঠার ২১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
১৫ ▸ ৩৩১ পৃষ্ঠার ২২ নং প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান সংকেত ▸ সৃজনশীল প্রশ্ন

১ ▸ ৩৩১ পৃষ্ঠার ৩ নং প্রশ্ন ও সমাধান
২ ▸ ৩৩৫ পৃষ্ঠার ৬ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৩ ▸ ৩৩৫ পৃষ্ঠার ৭ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৪ ▸ ৩৩৫ পৃষ্ঠার ৮ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৫ ▸ ৩৩৬ পৃষ্ঠার ৯ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৬ ▸ ৩৩৭ পৃষ্ঠার ১০ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৭ ▸ ৩৩৭ পৃষ্ঠার ১১ নং প্রশ্ন ও সমাধান
৮ ▸ ৩৩৯ পৃষ্ঠার ১৪ নং প্রশ্ন ও সমাধান

www.abswer.com