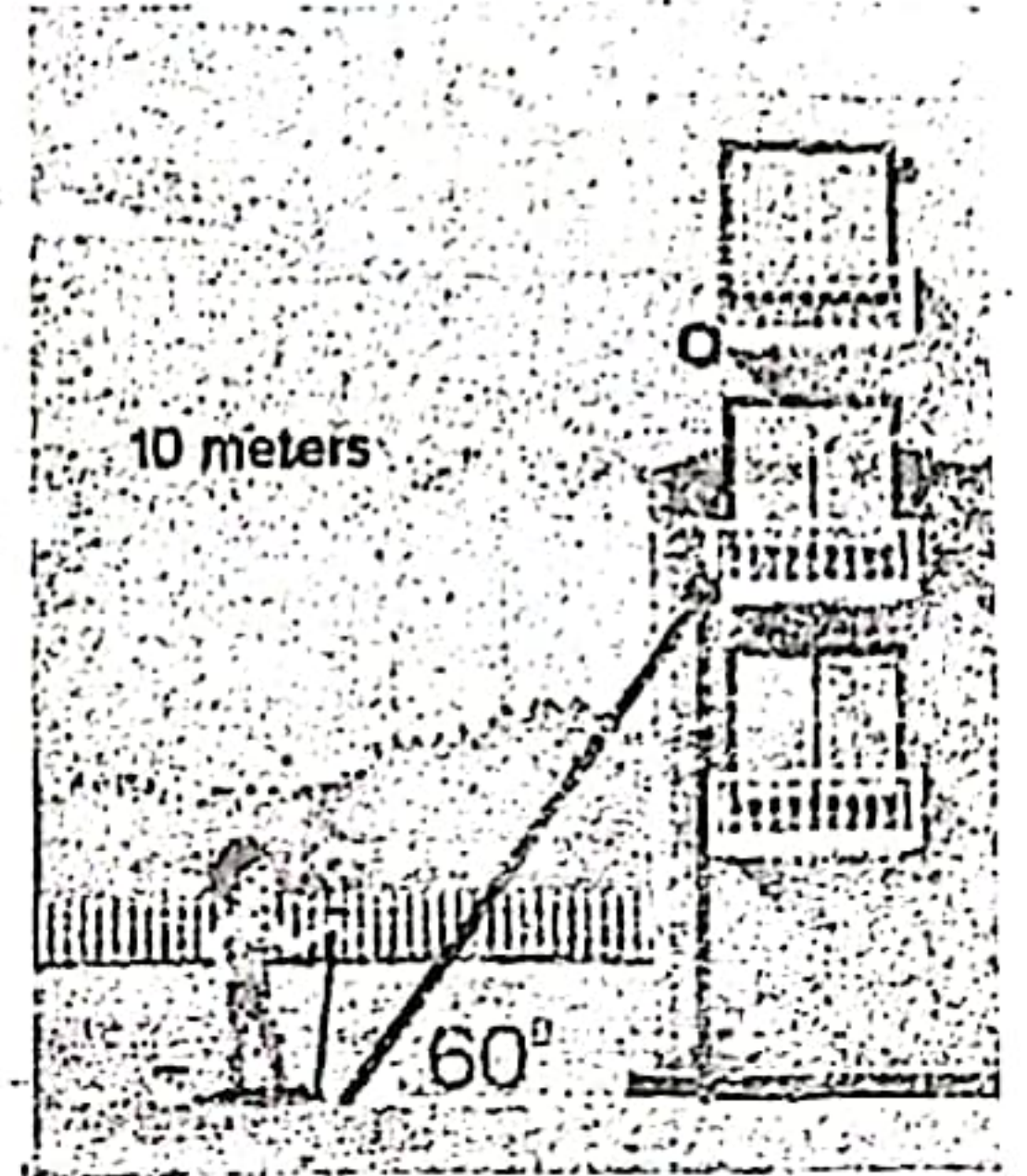


অধ্যায় ১০

দূরত্ব ও উচ্চতা

Distance and Elevation



এ অধ্যায়ে অন্যান্য সংযোজন



শিখনফল ও বোর্ড
প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ



পাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ
প্রশ্ন ও সমাধান



বোর্ড ও ছুট
প্রশ্ন ও সমাধান



সমর্ষিত অধ্যায়ের
প্রশ্ন ও সমাধান



যাচাই ও
মূল্যায়ন

অধ্যায়ের সিলেবাস

- ভূ-রেখা, উর্ধ্বরেখা ও উল্লম্বতল • উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ • ত্রিকোণমিতির সাহায্যে দূরত্ব বিষয়ক গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান
- ত্রিকোণমিতির সাহায্যে উচ্চতা বিষয়ক গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান • ত্রিকোণমিতির সাহায্যে হাতে কলমে দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক বিভিন্ন পরিমাপ।

প্রাথমিক আলোচনা



Primary Discussion

প্রাচীনকাল থেকেই দূরত্ব কী কোনো বস্তুর দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয় করতে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের প্রয়োগ করা হয়। বর্তমান যুগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ব্যবহার বেড়ে যাওয়ায় এর গুরুত্ব অপরিমীম। যেসব পাহাড়, পর্বত, টাওয়ার, গাছের উচ্চতা এবং নদ-নদীর প্রস্থ সহজে মাপা যায় না সেসব ক্ষেত্রে উচ্চতা ও প্রস্থ ত্রিকোণমিতির সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা। উর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের উপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা।

ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ এবং নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়।

ওয়েবলিংকড



তথ্যসংযোগ

শিখনফলের ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে—

www.mathopenref.com/coordhorizontal.html
en.wikipedia.org/wiki/Vertical_bar
www.purplemath.com/modules/incldecl.htm
www.mathwords.com/a/angle_depression.htm
en.wikipedia.org/wiki/Vertical_plane

পরিচিতি ও অবদান



অধ্যায়ের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট শীর্ষস্থানীয় গণিতবিদ



আল বাত্তানি (Al-Battani)

আল-বাত্তানি (৮৫৮-৯২৯) একজন আরব মুসলিম জ্যোতির্বিজ্ঞানী ও গণিতবিদ ছিলেন। তাঁর পুরো নাম মুহাম্মদ ইবনে জারির ইবনে সিনান আল রাঙ্কি আল হারানী আস সাবী আল বাত্তানি। তিনি ত্রিকোণমিতিক সম্পর্ক ভিত্তির সংখ্যা প্রকাশ করেন। তিনি $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$, $\sec \theta = \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$, $b \sin A = a \sin (90^\circ - A)$ ইত্যাদি সম্পর্কগুলোর ব্যাখ্যা প্রদান করেন। তিনিই কোসেক্যান্টগুলোর প্রথম টেবিল তৈরি করেছিলেন, যা 'ছায়ার টেরিল' হিসাবে অভিহিত করেছিলেন। তাঁর রচিত গ্রন্থ 'কিতাব আল-ঝিজ' এ প্রথম দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক বিস্তারিত ধারণা প্রদান করা হয়।

হিপ্পার্কাস (Hipparchus)

হিপ্পার্কাস (খ্রিস্টপূর্ব ১৯০-১২০) একাধারে জ্যোতির্বিদ, ভূগোলবিদ ও গণিতবিদ ছিলেন। তিনিই প্রথম 'arc' ও 'chord' সিরিজের মান নির্ণয়ের জন্য ত্রিকোণমিতিক সারণি প্রণয়ন করেন। আর এজন্য তাকে ত্রিকোণমিতির প্রতিষ্ঠাতা হিসাবে বিবেচনা করা হয়। হিপোক্রাস টলেমি ও ক্লডিয়াস প্রদত্ত ত্রিকোণমিতিক সারণিতে অনেক গুরুত্বপূর্ণ সমস্যার সমাধান করেন। তিনি খ্রিস্টপূর্ব ১৩৫ সালে নক্ষত্রের তালিকা প্রকাশ করেন। তাই বলা যায়, হিপ্পার্কাসের জ্ঞান শুধুমাত্র ত্রিকোণমিতিতেই সীমাবদ্ধ নয়।



PART 02

অনুশীলন Practice

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য
১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল
এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন অর্জন যাচাই

- দূরত্ব ও উচ্চতা সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- ত্রিকোণমিতি অনুপাতের সাহায্যে পাহাড়, পর্বত, টাওয়ার, গাছের উচ্চতা এবং নদ-নদীর প্রস্থ মাপার কৌশল জানতে পারব।

শিখন সহায়ক-উপকরণ

- পাহাড়, পর্বত, টাওয়ার, গাছের ছবি।
- ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংবলিত পোস্টার।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে ত্রিকোণমিতিক সমাধানের কৌশল

□ কোনো সমস্যাকে সমকোণী ত্রিভুজের সাথে তুলনা করে ভূমি b এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ θ হলে, উচ্চতা h নির্ণয় করা যায়

$h = b \tan \theta$ এর সাহায্যে।

যেমন : একটি গাছের পাদদেশ থেকে ২০ মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির উচ্চতা কত?
[অনুশীলনী- ১০ এর ১১ নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

20 **tan** **60** **=** **34.641** মিটার; যা গাছটির উচ্চতা।

উত্তর : ৩৪.৬৪১ মিটার (প্রায়)।

অনুরূপ : অনুশীলনী ১০ এর উদাহরণ ১ নং।

সতর্কতা : SETUP যেন ডিগ্রিতে থাকে সেদিকে খেয়াল রাখতে হবে।

□ কোনো সমস্যাকে সমকোণী ত্রিভুজের সাথে তুলনা করে অতিভুজ c এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ θ হলে, উচ্চতা h নির্ণয় করা যায়
 $h = c \sin \theta$ এর সাহায্যে।

যেমন : ১৮ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।
[অনুশীলনী -১০ এর ১২ নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

18 **sin** **45** **=** **12.728** মিটার; যা দেওয়ালটির উচ্চতা।

উত্তর : ১২.৭২৮ মিটার (প্রায়)।

অনুরূপ : অনুশীলনী ১০ এর সৃজনশীল ২০(খ) নং।

সতর্কতা : SETUP যেন ডিগ্রিতে থাকে সেদিকে খেয়াল রাখতে হবে।

□ কোনো সমস্যাকে সমকোণী ত্রিভুজের সাথে তুলনা করে উচ্চতা h এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ θ হলে, ভূমি b নির্ণয় করা যায় $b = \frac{h}{\tan \theta}$ এর সাহায্যে।

যেমন : একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা ২৬ মিটার হলে, মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর। [অনুশীলনী ১০ এর ১০ নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

26 **tan** **30** **=** **45.033** মিটার; যা নির্ণেয় দূরত্ব।

উত্তর : ৪৫.০৩৩ মিটার (প্রায়)।

অনুরূপ : অনুশীলনী-১০ এর উদাহরণ-২ নং।

সতর্কতা : SETUP যেন ডিগ্রিতে থাকে সেদিকে খেয়াল রাখতে হবে।



সাধারণ গাণিতিক অংশ



পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের ত্রিকোণমিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১. একটি দন্ডের দৈর্ঘ্যের বর্গ তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের এক তৃতীয়াংশ হলে ছায়ার প্রান্তবিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

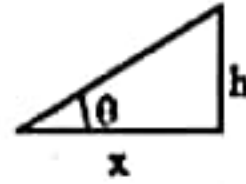
- ক) 15° খ) 30°
গ) 45° ঘ) 60°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ছায়ার দৈর্ঘ্য $x = 1$ একক হলে,

$$\text{দন্ডের দৈর্ঘ্য, } h = \sqrt{\frac{1}{3}x} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot 1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{তাহলে, } \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

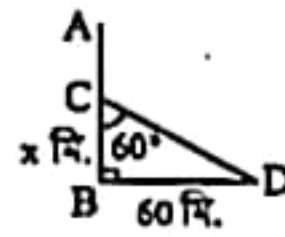


২. পাশের চিত্রে x এর মান নিচের কোনটি?

- ক) $\frac{\sqrt{3}}{60}$ খ) $\frac{60}{\sqrt{3}}$
গ) $60\sqrt{2}$ ঘ) $60\sqrt{3}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan \angle BCD = \frac{BD}{x}$

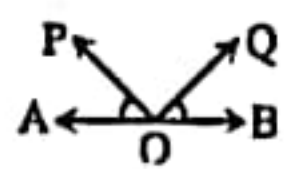
$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{60}{x} \text{ বা, } \sqrt{3} = \frac{60}{x} \therefore x = \frac{60}{\sqrt{3}}$$



৩. পাশের চিত্রে O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ কোনটি?

- ক) $\angle QOB$ খ) $\angle POA$
গ) $\angle QOA$ ঘ) $\angle POB$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ = $\angle POA$



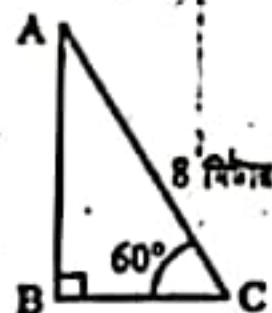
৪. অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে একটি খুঁটির দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হবে?

- ক) 30° খ) 45°
গ) 60° ঘ) 90°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য = ছায়ার দৈর্ঘ্য = x এবং অবনতি কোণ = θ

$$\therefore \tan \theta = \frac{x}{x} = 1 = \tan 45^\circ \therefore \theta = 45^\circ$$

■ পাশের চিত্র অনুযায়ী ৫নং ও ৬নং প্রশ্ন দুইটির উত্তর দাও :



৫. BC এর দৈর্ঘ্য হবে—

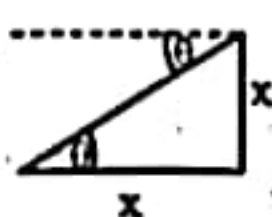
- ক) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার খ) 4 মিটার
গ) $4\sqrt{2}$ মিটার ঘ) $4\sqrt{3}$ মিটার

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{BC}{8}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{BC}{8}$$

$$\therefore BC = 4 \text{ মিটার।}$$



৬. AB এর দৈর্ঘ্য হবে—

- ক) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার খ) 4 মিটার
গ) $4\sqrt{2}$ মিটার ঘ) $4\sqrt{3}$ মিটার

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{AB}{8}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{8}$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{3} \text{ মিটার।}$$

৭. উন্নতি কোণ—

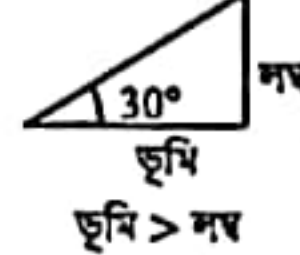
- i. 30° হলে, ভূমি > লম্ব হবে
ii. 45° হলে, ভূমি = লম্ব হবে
iii. 60° হলে, লম্ব < ভূমি হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

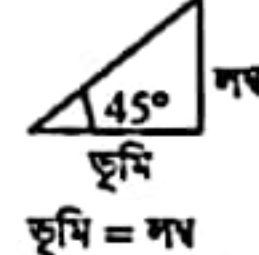
- ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :

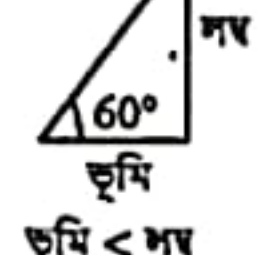
(i)



(ii)



(iii)



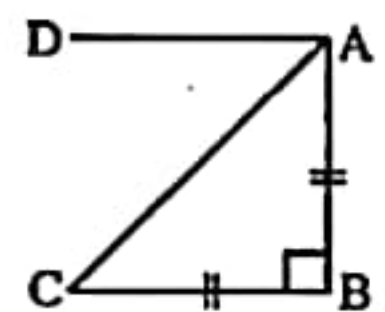
সুতরাং i ও ii সঠিক।

৮. পাশের চিত্রে—

- i. $\angle DAC$ অবনতি কোণ
ii. $\angle ACB$ উন্নতি কোণ
iii. $\angle DAC = \angle ACB$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii



৯. ভূ-রেখার অপর নাম কী?

- ক) লম্বরেখা খ) সমান্তরাল রেখা
গ) শয়ন রেখা ঘ) উর্ধ্বরেখা

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ভূ-রেখার অপর নাম শয়ন রেখা।

উত্তরের শূন্যতা/নির্ভুলতা যাচাই করো:

১	খ	২	খ	৩	খ	৪	খ	৫	খ
৬	খ	৭	খ	৮	খ	৯	খ		

অনুশীলনীর ত্রিকোণমিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

প্রশ্ন ১০। একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার হলে, মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, মিনারটির পাদবিন্দু B,

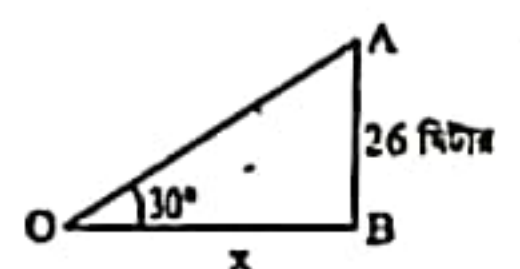
ভূতলের নির্দিষ্ট স্থান O এবং শীর্ষ বিন্দু A।

আবার, মনে করি, মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট

স্থানের দূরত্ব $BO = x$ মিটার।

$\therefore$ মিনারের শীর্ষের উন্নতি $\angle AOB = 30^\circ$

এবং মিনারের উচ্চতা $BA = 26$ মিটার



দশম অধ্যায়ঃ দূরত্ব ও উচ্চতা

এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$\tan \angle AOB = \frac{AB}{OB}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{26}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{x} \left[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

$$\text{বা, } x = 26\sqrt{3} = 45.033 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব 45.033 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১১ঃ একটি গাছের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গাছের উন্নতি

কোণ $\angle POA = 60^\circ$ গাছের পাদদেশ থেকে ভূতলের O বিন্দুর দূরত্ব PO = 20 মিটার।

এবং গাছের উচ্চতা AP = h মিটার।

এখন, POA সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$\tan \angle POA = \frac{AP}{OP}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{20}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{20} \left[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3} \right]$$

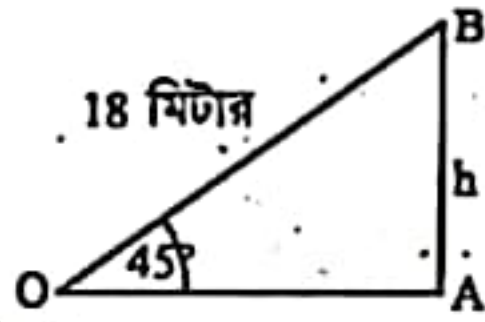
$$\therefore h = 20\sqrt{3} = 34.641 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা 34.641 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১২ঃ 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দেওয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার।

মইয়ের দৈর্ঘ্য, OB = 18 মিটার এবং $\angle AOB = 45^\circ$ ।



এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$\sin \angle AOB = \frac{AB}{OB}$$

$$\text{বা, } \sin 45^\circ = \frac{h}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18} \left[\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \right]$$

$$\text{বা, } h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 9\sqrt{2} = 12.728 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ দেওয়ালটির উচ্চতা 12.728 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৩ঃ একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ঘরটির

উচ্চতা AB = h মিটার, ঘরের

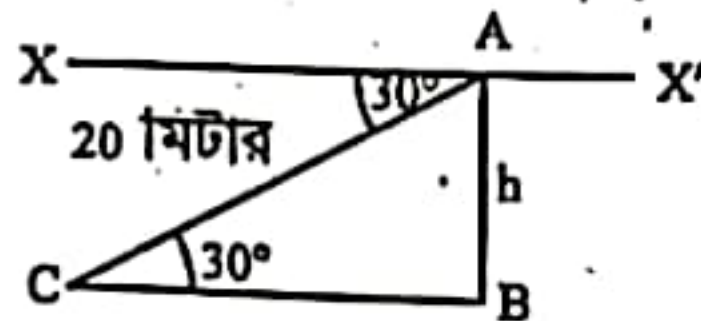
ছাদের A বিন্দু থেকে AC = 20

মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুর

অবনতি $\angle CAX = 30^\circ$ ।

সুতরাং $\angle XAC = \angle ACB = 30^\circ$ [একান্তর কোণ বলে]

AC = 20 মিটার



এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{h}{20}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{h}{20} \left[\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{বা, } 2h = 20$$

$$\therefore h = 10 \text{ মিটার}$$

$\therefore$ ঘরটির উচ্চতা 10 মিটার।

প্রশ্ন ১৪ঃ ভূতলে কোনো স্থানে একটি স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি 60° । ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, স্তম্ভের উচ্চতা

AB = h মিটার, শীর্ষের উন্নতি

$\angle ACB = 60^\circ$ এবং C স্থান থেকে

CD = 25 মিটার পিছিয়ে গেলে

উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$ হয়।

ধরি, BC = x মিটার

$\therefore$ BD = BC + CD = (x + 25) মিটার

এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x+25}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+25} \left[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

$$\text{বা, } x+25 = h\sqrt{3} \dots\dots\dots (1)$$

এখন, (1) ও (2) থেকে পাই,

$$x+25 = x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x+25 = 3x$$

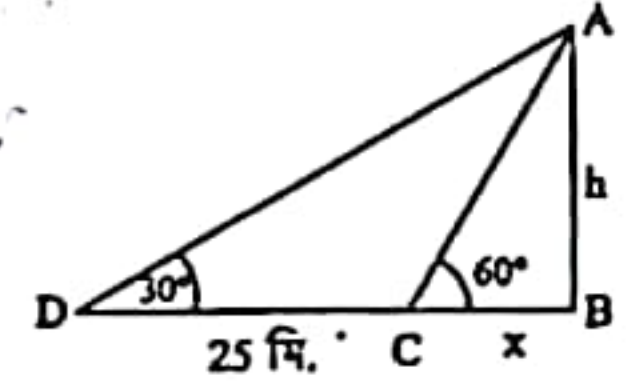
$$\text{বা, } 3x - x = 25$$

$$\text{বা, } 2x = 25$$

$$\text{বা, } x = \frac{25}{2} = 12.5$$

$$\therefore h = x\sqrt{3} = 12.5 \times \sqrt{3} = 21.651 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ স্তম্ভটির উচ্চতা 21.651 মিটার (প্রায়)।



আবার, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \left[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3} \right]$$

$$\text{বা, } h = x\sqrt{3} \dots\dots\dots (2)$$

প্রশ্ন ১৫ঃ কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি কোণ 45° থেকে 60° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মিটার।

এবং শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 45^\circ$ ।

মিনারের দিকে CD = 60 মিটার

এগিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি

$\angle ADB = 60^\circ$ হয়।

ধরি, BD = x মিটার।

$\therefore$ BC = 60 + x (চিত্রানুযায়ী)

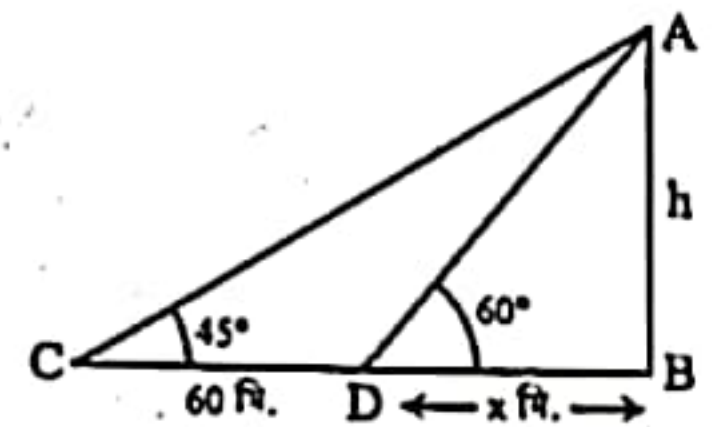
এখন, $\triangle ACB$ হতে আমরা লিখতে

$$\text{পারি, } \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{h}{60+x}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{60+x} \left[\because \tan 45^\circ = 1 \right]$$

$$\therefore h = 60+x \dots\dots\dots (1)$$



আবার, $\triangle ADB$ হতে আমরা

লিখতে পারি,

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\left[\because \tan 60^\circ = \sqrt{3} \right]$$

$$\therefore h = x\sqrt{3} \dots\dots\dots (2)$$

▶▶ ৫৮০

(1) নং এবং (2) নং সমীকরণ হতে লিখতে পারি,

$$x\sqrt{3} = x + 60$$

$$\text{বা, } x\sqrt{3} - x = 60$$

$$\text{বা, } x(\sqrt{3} - 1) = 60$$

$$\text{বা, } x = \frac{60}{\sqrt{3} - 1} = 81.962 \text{ মিটার}$$

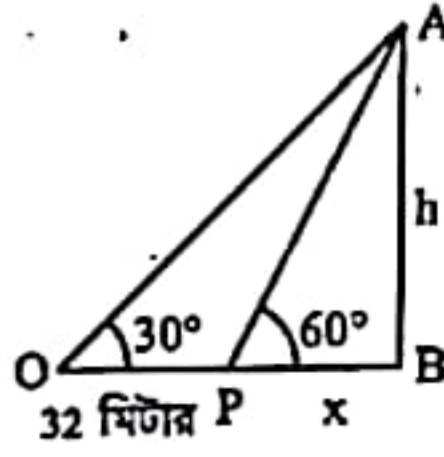
এখন, x এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$h = (60 + 81.962) \text{ মিটার} = 141.962 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

∴ মিনারটির উচ্চতা 141.962 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৬ ▶ একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60° । ঐ স্থান থেকে 32 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। টাওয়ারের উচ্চতা এবং নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা $AB = h$ মিটার এবং নদীর প্রস্থ $BP = x$ মিটার।
টাওয়ারের উন্নতি $\angle BPA = 60^\circ$ এবং ঐ স্থান থেকে $PO = 32$ মিটার পিছিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি $\angle AOB = 30^\circ$ হয়।
∴ $BO = (BP + PO) = (x + 32)$ মিটার



এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$\tan \angle AOB = \frac{AB}{OB}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x + 32}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 32}$$

$$[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } x + 32 = h\sqrt{3} \dots\dots\dots (1)$$

এখন, (1) ও (2) নং থেকে আমরা পাই,

$$x + 32 = x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x + 32 = 3x$$

$$\text{বা, } 3x - x = 32$$

$$\text{বা, } 2x = 32$$

$$\text{বা, } x = \frac{32}{2} = 16$$

$$\therefore h = x\sqrt{3} = 16 \times \sqrt{3} = 27.713 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

∴ টাওয়ারের উচ্চতা 27.713 মিটার এবং নদীর বিস্তার 16 মিটার।

প্রশ্ন ১৭ ▶ 64 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
সমাধান : মনে করি, AB খুঁটি h উচ্চতায় C বিন্দুতে ভাঙে। ভাঙা অংশ BC সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমি D বিন্দুতে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

এখানে, $AB = 64$ মিটার

$$\angle ADC = 60^\circ$$

$$AC = h \text{ (ধরি)}$$

$$\therefore BC = 64 - h = CD$$

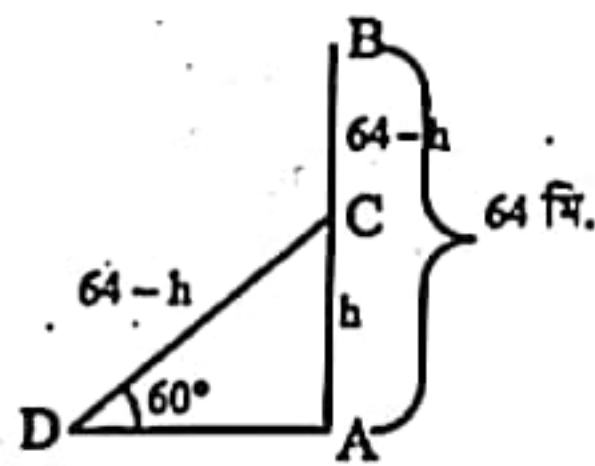
ADC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\sin \angle ADC = \frac{AC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{h}{64 - h}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{64 - h} \quad \left[\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$\text{বা, } 2h = 64\sqrt{3} - \sqrt{3}h$$



$$\text{বা, } 2h + \sqrt{3}h = 64\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h(2 + \sqrt{3}) = 64\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{64\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 29.702 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{খুঁটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য} = (64 - 29.702) \text{ মিটার} = 34.298 \text{ মিটার}$$

নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 34.298 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৮ ▶ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, AB একটি গাছ, তা ঝড়ে D বিন্দুতে ভেঙে দভায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

$$\text{অর্থাৎ } \angle BDC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 60^\circ$$

এবং গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

$$\text{অর্থাৎ, } BC = 12 \text{ মিটার।}$$

$$\triangle BDC \text{ হতে, } \sec 60^\circ = \frac{CD}{BC}$$

$$\text{বা, } CD = BC \times \sec 60^\circ = 12 \sec 60^\circ = 12 \times 2 \quad [\because \sec 60^\circ = 2]$$

$$\therefore CD = 24 \text{ মিটার}$$

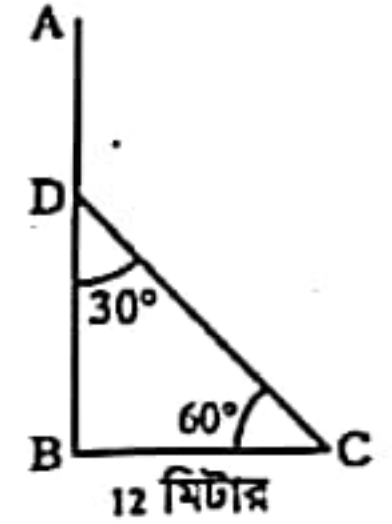
$$\text{আবার, } \frac{BD}{BC} = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } BD = BC \times \tan 60^\circ = 12 \times \tan 60^\circ = 12 \times \sqrt{3} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\therefore BD = 20.785 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, } AB = (24 + 20.785) \text{ মিটার} = 44.785 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 44.785 মিটার (প্রায়)।



🔗 পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান 🔗

🔗 প্রশ্ন ১৯ ▶ একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লক্ষ্য করে যাত্রা শুরু করলো। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌছল।

ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

খ. নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

গ. লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর।

🔗 ১৯নং প্রশ্নের সমাধান 🔗

🔗 মনে করি, নদীর দুই তীরের বিন্দুদ্বয়

C ও B । B বিন্দুতে AB গাছের উচ্চতা

150 মিটার এবং C বিন্দুর গাছটির শীর্ষে

উন্নতি $\angle ACB = 30^\circ$ ।

ধরি, লোকটি অপর তীরে O বিন্দুতে পৌছল।

যা গাছ হতে 10 মিটার দূরে।

$$\text{অর্থাৎ } OB = 10 \text{ মিটার।}$$

🔗 ধরি, নদীটির বিস্তার $BC = x$ মিটার।

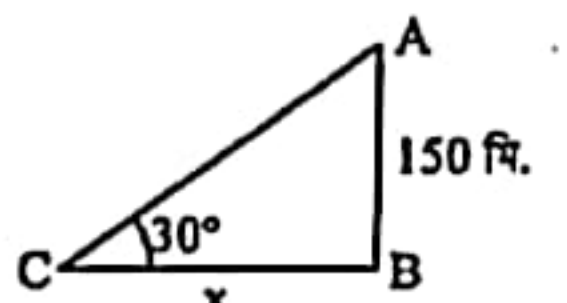
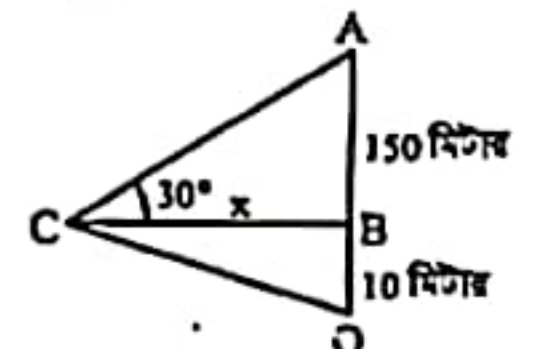
$$\triangle ABC \text{ হতে, } \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{150}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{x} \quad \left[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

$$\text{বা, } x = 150\sqrt{3} = 259.808 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

∴ নদীটির বিস্তার 259.808 মিটার (প্রায়)।



ধরি, লোকটির যাত্রার স্থান হতে গন্তব্য স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $OC = S$ মিটার।

ΔOBC এর $\angle OBC$ সমকোণ,

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$$OC^2 = OB^2 + BC^2$$

বা, $S^2 = (10)^2 + (259.808)^2$ [যে নং হতে $BC = 259.808$ মি.]

বা, $S^2 = 100 + 67500 = 67600$

বা, $S = \sqrt{67600} = 260$

$\therefore$ গন্তব্য স্থানের দূরত্ব 260 মিটার।

প্রশ্ন ২০ 16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি দেওয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করল।

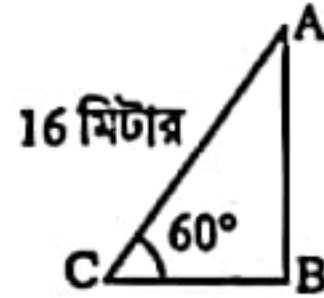
ক. উদ্দীপক অনুসারে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন কর।

খ. দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. দেওয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে?

২০নং প্রশ্নের সমাধান

এখানে, দেওয়ালের উচ্চতা AB ,
মই এর দৈর্ঘ্য $AC = 16$ মিটার এবং
মইটি ভূমি BC এর সাথে $\angle ACB = 60^\circ$ উৎপন্ন করে।



ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

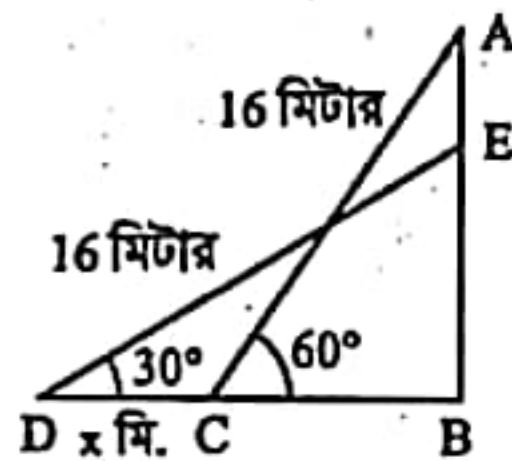
বা, $\sin 60^\circ = \frac{AB}{16}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{16}$

বা, $AB = \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} = 13.856$ (প্রায়)

$\therefore$ দেওয়ালটির উচ্চতা 13.856 মিটার (প্রায়)।

মনে করি, মইটিকে দেওয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় C বিন্দু থেকে ভূমি বরাবর $CD = x$ মিটার দূরে সরালে মইটি ভূমির সাথে $\angle BDE = 30^\circ$ উৎপন্ন করে।



এখানে, $AC = DE = 16$ মিটার

$$\angle ACB = 60^\circ$$

$$BD = BC + CD = BC + x$$

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$$

বা, $\cos 60^\circ = \frac{BC}{16}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{16}$

বা, $BC = \frac{16}{2}$

$\therefore BC = 8$.

ΔBDE সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle BDE = \frac{BD}{DE}$$

বা, $\cos 30^\circ = \frac{BC + x}{16}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $16 + 2x = 16\sqrt{3}$

বা, $2x = 16\sqrt{3} - 16$

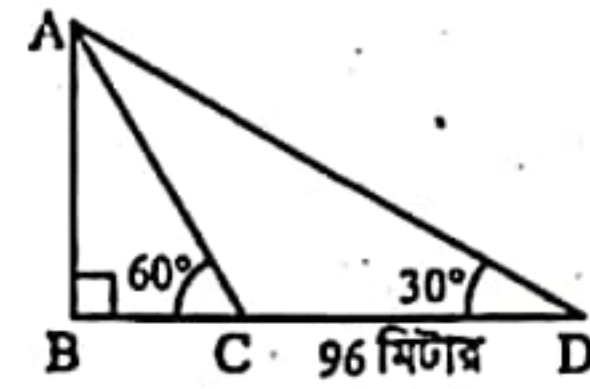
বা, $2x = 16(\sqrt{3} - 1)$

বা, $x = \frac{16(\sqrt{3} - 1)}{2}$

$= 8(\sqrt{3} - 1) = 5.856$ (প্রায়)

নির্ণেয় দূরত্ব 5.856 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ২১ চিত্রে, $CD = 96$ মিটার।



ক. $\angle CAD$ এর ডিগ্রি পরিমাপ নির্ণয় কর।

খ. BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. ΔACD এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle ACB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle ACB$$

$$= 90^\circ - 60^\circ$$

$$= 30^\circ$$

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজে

$$\angle ABD = 90^\circ \text{ এবং}$$

$$\angle ADC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle ADC$$

$$= 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle CAD = \angle BAD - \angle BAC$$

$$= 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \angle CAD \text{ এর পরিমাপ } 30^\circ.$$

এখানে, $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle ADB = 30^\circ$, $CD = 96$ মিটার

$$BD = BC + CD = (BC + 96) \text{ মিটার}$$

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$

বা, $AB = \sqrt{3}BC$

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজে

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}BC}{BC + 96}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}BC}{BC + 96}$

বা, $3BC = BC + 96$

বা, $3BC - BC = 96$

বা, $2BC = 96$

বা, $BC = \frac{96}{2} = 48$

$\therefore BC$ এর দৈর্ঘ্য 48 মিটার।

এখানে, $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle ADB = 30^\circ$, $CD = 96$ মিটার

$$BC = 48 \text{ মিটার}$$

$$BD = BC + CD = (48 + 96) \text{ মিটার} = 144 \text{ মিটার}$$

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে

$$\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$$

বা, $\cos 60^\circ = \frac{48}{AC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{48}{AC}$

বা, $AC = 96$

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle ADB = \frac{BD}{AD}$$

বা, $\cos 30^\circ = \frac{144}{AD}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{144}{AD}$

বা, $AD = \frac{144 \times 2}{\sqrt{3}} = 166.276878$

ΔACD এর পরিসীমা $= AC + CD + AD$

$$= (96 + 96 + 166.276878) \text{ মিটার}$$

$$= 358.277 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore \Delta ACD$ এর পরিসীমা 358.277 মিটার (প্রায়)।

৯. একটি গাছের দৈর্ঘ্য ও গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3 : \sqrt{3}$ হলে উন্নতি কোণ কত? [চ. বো. '১৯]

- ক) 60° খ) 45°
গ) 30° ঘ) 15°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : গাছটির দৈর্ঘ্য $AB = 3$

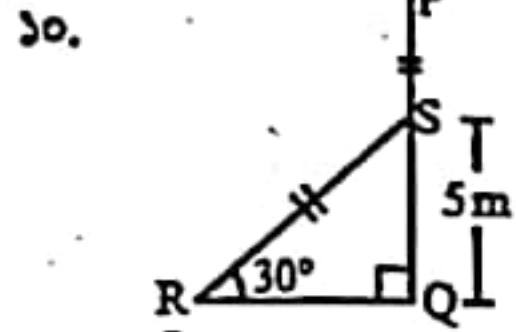
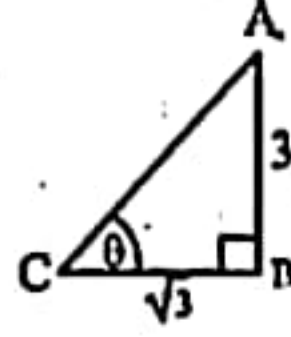
এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = \sqrt{3}$

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ.$$



চিত্রে, $PQ =$ কত?

- ক) 7.5 m খ) 10.0 m
গ) 12.5 m ঘ) 15.0 m

১১. অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে খুঁটির দৈর্ঘ্য ছায়ার দৈর্ঘ্যের $\sqrt{3}$ গুণ হবে? [ব. বো. '১৯]

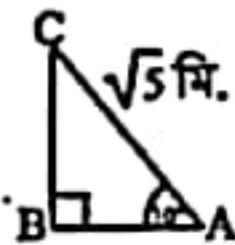
- ক) 30° খ) 45°
গ) 60° ঘ) 90°

১২. সমকোণী ত্রিভুজে 70° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [জ. বো. '১৭]

- ক) অতিভুজ = লম্ব খ) ভূমি < লম্ব
গ) ভূমি > লম্ব ঘ) ভূমি = লম্ব

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজে 70° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে অবশ্যই লম্ব ভূমি হতে বড় হতে হবে। অর্থাৎ ভূমি < লম্ব হতে হবে।

১৩. চিত্রানুযায়ী BC এর মান কত? [জ. বো. '১৬]



- ক) 1.118 মি. খ) 1.811 মি.
গ) 2.236 মি. ঘ) 4.472 মি.

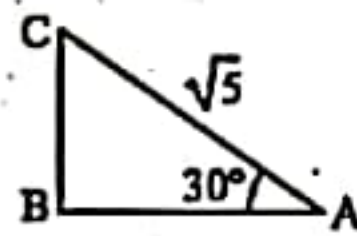
▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $AC = \sqrt{5}$,

আমরা জানি, $\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{BC}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } BC = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1.118 \text{ মি.}$$

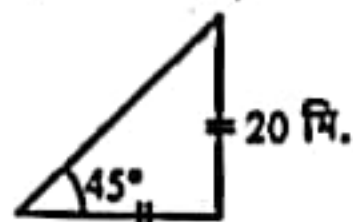


১৪. একটি খুঁটির দৈর্ঘ্য 20 মি., এর ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার হলে, উন্নতি কোণ 45° হবে? [জ. বো. '১৬]

- ক) 28.28 মি. খ) 20 মি.
গ) 14.14 মি. ঘ) 11.47 মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : লম্ব এবং ভূমি সমান হলেই কেবল উন্নতি কোণ 45° হবে।

$\therefore$ ছায়ার দৈর্ঘ্য 20 মি.।



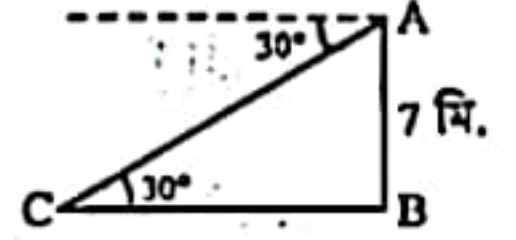
১৫. ঝড়ে একটি গাছ হেলে পড়েছিল, এমনভাবে গাছের গোড়া হতে 7 মিটার উচ্চতায় একটি খুঁটি ঠেস দিয়ে গাছটিকে সোজা করে রাখা হলো। ভূমিতে খুঁটিটির স্পর্শ বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, খুঁটির দৈর্ঘ্য কত? [স. বো. '১৭]

- ক) 7 মিটার খ) $7\sqrt{3}$ মিটার
গ) 14 মিটার ঘ) $14\sqrt{2}$ মিটার

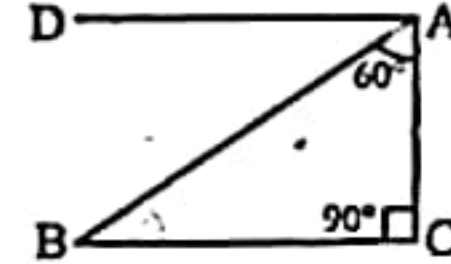
▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $AC =$ খুঁটি

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{7}{AC} \therefore AC = 14 \text{ মি.}$$



১৬. A বিন্দুতে B বিন্দুর অবনতি কোণের পরিমাণ কত? [স. বো. '১৭]



- ক) 90° খ) 60°
গ) 45° ঘ) 30°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\angle BAC = 60^\circ$

$$A \text{ বিন্দুতে } B \text{ বিন্দুর অবনতি কোণ} = \angle BAD = \angle DAC - \angle BAC$$

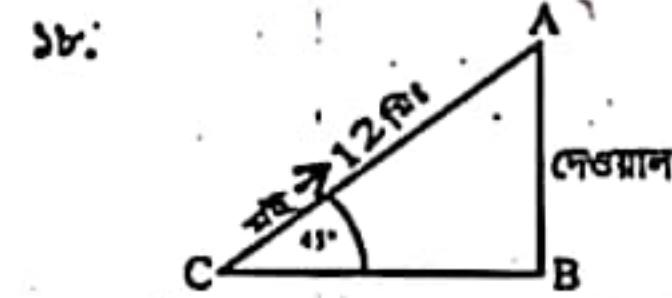
$$= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$\therefore$ A বিন্দুতে B বিন্দুর অবনতি কোণ 30° .

১৭. ভূমিতলের উপর লম্ব রেখাকে কী বলে? [স. বো. '১৭]

- ক) উর্ধ্বরেখা খ) অধঃরেখা
গ) ভূ-রেখা ঘ) শায়ন রেখা

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, ভূমিতলের উপর লম্ব রেখাই হলো উর্ধ্বরেখা।



উপরের চিত্রে দেওয়ালটির উচ্চতা কত মিটার?

- ক) 6 খ) $6\sqrt{2}$
গ) $9\sqrt{2}$ ঘ) $12\sqrt{2}$

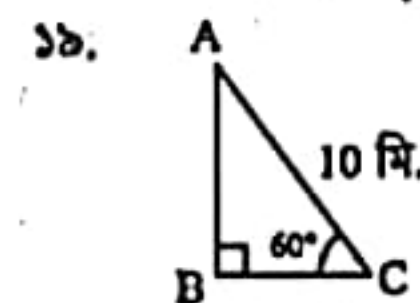
▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রে, $AC = 12$ মি.

আমরা জানি, $\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\therefore \sin 45^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{12}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{12}$$

$$\text{বা, } AB = \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{6 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}.$$



AB এর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

- ক) $8\sqrt{3}$ খ) $5\sqrt{3}$
গ) $5\sqrt{2}$ ঘ) 5

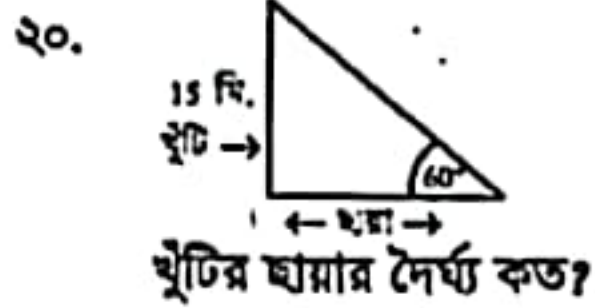
▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{10} \therefore AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3} \text{ মি.}$$

উত্তরের শূন্যতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৯	ক	১০	ঘ	১১	গ	১২	খ	১৩	ক	১৪	খ	১৫	গ	১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	খ	১৯	ঘ
---	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

▶▶ ৫৮৪



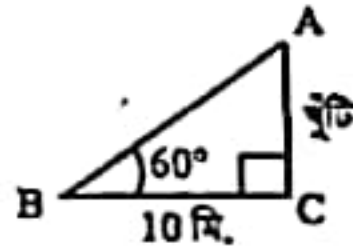
- খুঁটির দৈর্ঘ্য কত?
- ক) $15\sqrt{3}$ মিটার ঘ) $10\sqrt{3}$ মিটার
গ) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ মিটার ঙ) $5\sqrt{3}$ মিটার

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\tan 60^\circ = \frac{15}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{x}$

বা, $x = \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times 3}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$.

২১. চিত্রে খুঁটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?



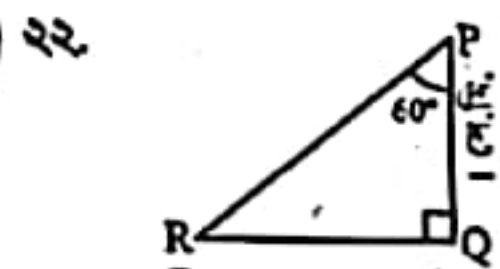
- ক) 5 ঘ) $\frac{10}{\sqrt{3}}$
গ) $5\sqrt{3}$ ঙ) $10\sqrt{3}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রে খুঁটির দৈর্ঘ্য AC,
BC = 10 মিটার এবং $\angle ABC = 60^\circ$

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{AC}{10}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{AC}{10}$ বা, $AC = 10\sqrt{3}$.

∴ খুঁটির দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ মিটার।

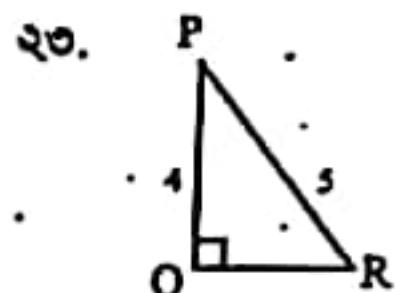


চিত্রে, QR = কত সে.মি.?

- ক) 1 ঘ) $\sqrt{2}$
গ) $\sqrt{3}$ ঙ) 2

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\tan 60^\circ = \frac{QR}{PQ}$

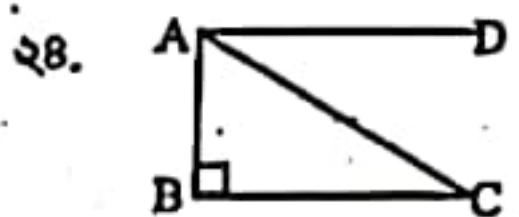
বা, $\sqrt{3} = \frac{QR}{1}$ ∴ QR = $\sqrt{3}$ সে.মি.।



চিত্রে, QR = কত একক?

- ক) 3 ঘ) 9
গ) 16 ঙ) 20

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $QR = \sqrt{PR^2 - PQ^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ একক।



চিত্রে, অবনতি কোণ $\angle CAD = 60^\circ$ হলে $\angle BAC$ এর মান কোনটি?

- ক) 30° ঘ) 45°
গ) 60° ঙ) 90°

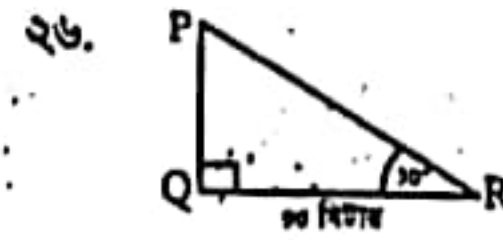
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\angle BAC + \angle CAD = 90^\circ$.

বা, $\angle BAC + 60^\circ = 90^\circ$ বা, $\angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

২৫. ভূ-রেখার অপর নাম কী?

- ক) বৃত্তাকার রেখা ঘ) সমান্তরাল রেখা
গ) শয়ন রেখা ঙ) বক্র রেখা

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ভূ-রেখার অপর হলো শয়ন রেখা।



উপরের চিত্রে PQ এর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

- ক) 155.88 ঘ) 51.96
গ) 45 ঙ) 30

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : QR = 90 মি.;

$\tan 30^\circ = \frac{PQ}{QR}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{PQ}{90}$ বা, $PQ = \frac{90}{\sqrt{3}} = 51.96$ মিটার।

২৭. 18 মিটার লম্বা একটি মই একটি দেওয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে ভূমির সঙ্গে 45° কোণ উৎপন্ন করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [সি. বো. '১২]

- ক) 11.528 মিটার (প্রায়) ঘ) 12.627 মিটার (প্রায়)
গ) 12.728 মিটার (প্রায়) ঙ) 13.728 মিটার (প্রায়)

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি, দেওয়ালটির উচ্চতা AB = h মিটার।

মইটির দৈর্ঘ্য AC = 18 মিটার এবং ভূমির সাথে উৎপন্ন কোণ $\angle ACB = 45^\circ$ ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

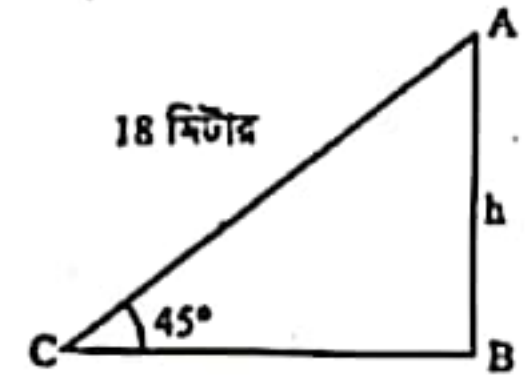
বা, $\sin 45^\circ = \frac{h}{18}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18}$ [∵ $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$]

বা, $\sqrt{2}h = 18$

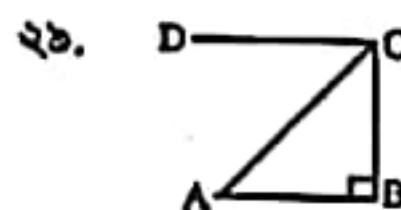
বা, $h = \frac{18}{\sqrt{2}} = 12.728$ (প্রায়)

∴ দেওয়ালটির উচ্চতা 12.728 মিটার (প্রায়)।



২৮. ভূতল ও উন্নততলের মধ্যবর্তী কোণ হলো—

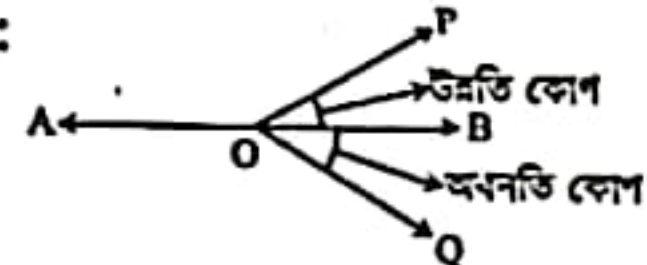
- ক) 0° ঘ) 360°
গ) 180° ঙ) 90°



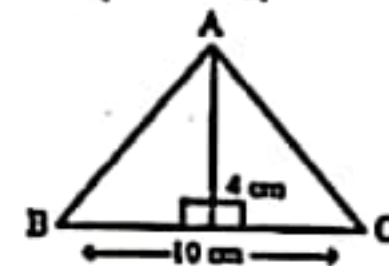
চিত্রের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) C বিন্দুতে A বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle ACB$
ঘ) A বিন্দুতে C বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ACD$
গ) C বিন্দুতে A বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle DCA$
ঙ) A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle ACB$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :



৩০. $\triangle ABC$ এর উচ্চতা ও ভূমির অনুপাত কোনটি?



- ক) $\frac{2}{5}$ ঘ) $\frac{1}{2}$
গ) $\frac{4}{5}$ ঙ) $\frac{5}{4}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{\text{উচ্চতা}}{\text{ভূমি}} = \frac{4 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = \frac{2}{5}$.

উত্তরের শূন্যতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

২০	ঘ	২১	ঘ	২২	গ	২৩	ক	২৪	ক	২৫	গ	২৬	ঘ	২৭	গ	২৮	ঘ	২৯	গ	৩০	ক
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

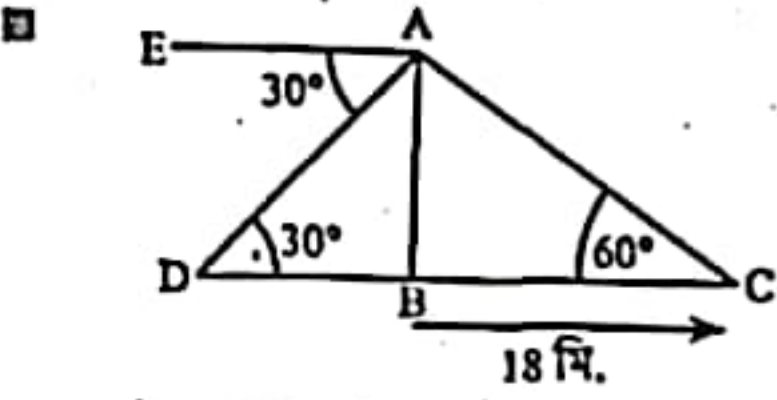
৩১. সমকোণী ত্রিভুজের 30° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে—

- i. ভূমি > লম্ব
- ii. লম্ব = ভূমি
- iii. ভূমি < অতিভুজ

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি. নং. '২০'
- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন



উপরের তথ্যের আলোকে ৩২ ও ৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কি. নং. '২০']

৩২. AC এর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

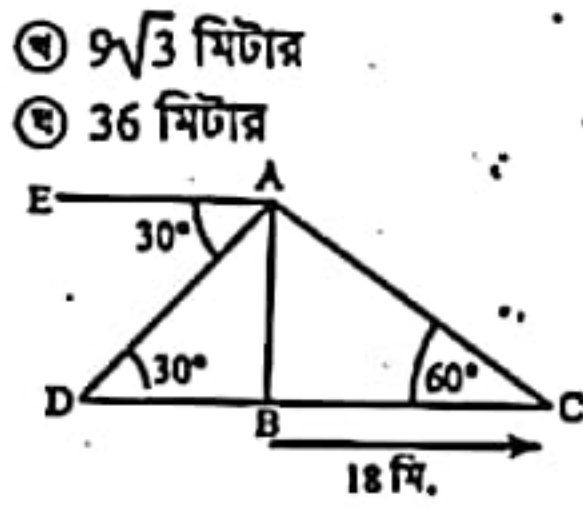
- ক) ৯ মিটার খ) $9\sqrt{3}$ মিটার
গ) $12\sqrt{3}$ মিটার ঘ) ৩৬ মিটার

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :

$$\Delta ABC\text{-এ } \cos 60^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{18}{AC}$$

$$\therefore AC = 36 \text{ মিটার।}$$



৩৩. AD এর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

- ক) $36\sqrt{3}$ মিটার খ) ৩৬ মিটার
গ) $12\sqrt{3}$ মিটার ঘ) ১২ মিটার

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC -এ

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{AB}{18}$$

$$\therefore AB = 18\sqrt{3}$$

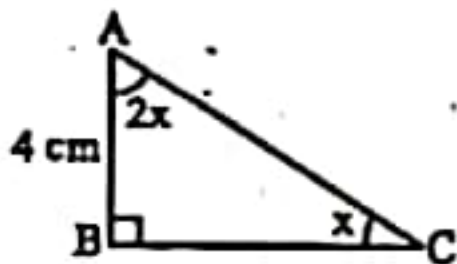
আবার, ΔABD -এ,

$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{AD}$$

$$\therefore AD = 36\sqrt{3} \text{ মিটার।}$$

নিচের উদ্দীপক হতে ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কি. নং. '১৯']



৩৪. $\angle ACB$ কোণের মান কত?

- ক) 15° খ) 30°
গ) 45° ঘ) 60°

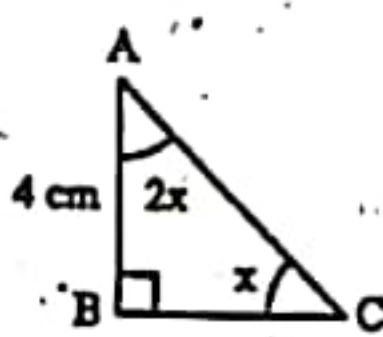
▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC -এ $\angle B = 90^\circ$

$$\therefore \angle A + \angle C = 90^\circ$$

$$\text{বা, } 2x + x = 90^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ$$



৩৫. BC = কত?

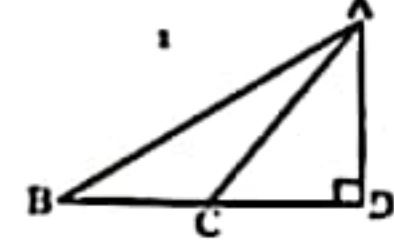
- ক) $2\sqrt{2}$ সে.মি. খ) $2\sqrt{3}$ সে.মি.
গ) $4\sqrt{2}$ সে.মি. ঘ) $4\sqrt{3}$ সে.মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC -এ

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{4}{BC} \text{ বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{BC} \therefore BC = 4\sqrt{3} \text{ সে.মি.।}$$

নিচের তথ্য থেকে ৩৬ ও ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কি. নং. '১৯']



৩৬. যদি $AD = 30$ মি. এবং $\angle ACD = 45^\circ$ হয় তবে $CD =$ কত?

- ক) $10\sqrt{3}$ মি. খ) ৩০ মি.
গ) $30\sqrt{3}$ মি. ঘ) ৬০ মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔACD -এ,

$$\angle ACD = 45^\circ$$

$$AD = 30 \text{ মি.}$$

$$\therefore \tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{30}{CD} \text{ বা, } 1 = \frac{30}{CD} \therefore CD = 30 \text{ মি.।}$$



৩৭. $AD = 7$ মি., $CD = 12$ মি. এবং $AB = 25$ মি. হলে $BC =$ কত?

- ক) ২৪ মি. খ) ১৯ মি.
গ) ১২ মি. ঘ) ৬ মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, $BC = x$ মি.

$$\therefore BD = (x + 12) \text{ মি. } [\because CD = 12 \text{ মি.}]$$

এখন, ΔABD -এ, $\angle D = 90^\circ$

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$$

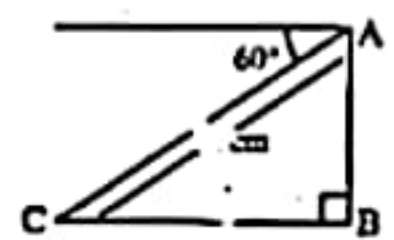
$$\text{বা, } (25)^2 = 7^2 + (x + 12)^2 [\because AB = 25, AD = 7]$$

$$\text{বা, } 625 = 49 + (x + 12)^2 \text{ বা, } 625 - 49 = (x + 12)^2$$

$$\text{বা, } (x + 12)^2 = 576 \text{ বা, } x + 12 = \sqrt{576} \text{ বা, } x + 12 = 24$$

$$\text{বা, } x = 24 - 12 = 12 \text{ মিটার।}$$

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৮ ও ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩৮. কোনটি সঠিক?

- ক) A বিন্দুতে B বিন্দুর অবনতি কোণ 60°
খ) C বিন্দুতে A বিন্দুর উন্নতি কোণ 30°
গ) A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি কোণ 60°
ঘ) A বিন্দুতে C বিন্দুর অবনতি কোণ 30°

[কি. নং. '১২']

৩৯. BC এর দৈর্ঘ্য—

- ক) ১৪ cm খ) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ cm
গ) $\frac{14}{\sqrt{3}}$ cm ঘ) $\frac{7}{2}$ cm

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $AC = 7$ cm

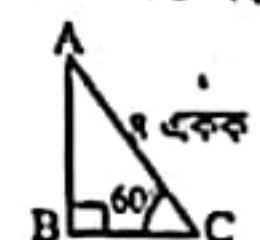
$$\angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

এখন, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle BAC = \frac{BC}{AC}$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{BC}{7} \text{ বা, } \frac{1}{2} = \frac{BC}{7} \text{ বা, } 2BC = 7 \text{ বা, } BC = \frac{7}{2}$$

$$\therefore BC \text{ এর দৈর্ঘ্য } \frac{7}{2} \text{ cm.}$$

নিচের চিত্রের আলোকে ৪০ ও ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কি. নং. '১৬']



৪০. BC এর দৈর্ঘ্য কোনটি?

- ক) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ একক খ) ৪ একক
গ) $4\sqrt{2}$ একক ঘ) $4\sqrt{3}$ একক

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\cos 60^\circ = \frac{BC}{AB}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{4} \therefore BC = \frac{4}{2} = 2$.

উত্তরের শূন্যতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৩১	গ	৩২	খ	৩৩	ক	৩৪	খ	৩৫	ঘ	৩৬	খ	৩৭	গ	৩৮	ঘ	৩৯	ঘ	৪০	খ
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

৪১. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

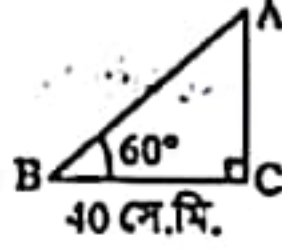
- ক) $8\sqrt{3}$ খ) $4\sqrt{3}$
গ) 4 ঘ) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\sin 60^\circ = \frac{AB}{8}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{8}$ বা, $AB = \frac{8 \times \sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} BC \times AB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3}$ বর্গ একক
 $= 8\sqrt{3}$ বর্গ একক।

চিত্রের সাহায্যে ৪২ ও ৪৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪২. অভিক্ষেপের মান কত?

- ক) 40 সে. মি. খ) 60 সে. মি.
গ) 80 সে. মি. ঘ) 100 সে. মি.

[ব. বো. '১৫]

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের অভিক্ষেপ $= AB$,

$BC = 40$ সে. মি. এবং $\angle ABC = 60^\circ$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\cos \angle ABC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\cos 60^\circ = \frac{40}{AB}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{40}{AB}$ বা, $AB = 80$

$\therefore$ অভিক্ষেপের মান 80 সে.মি.।

৪৩. AC এর দৈর্ঘ্য কত?

[ব. বো. '১৫]

- ক) 69.28 সে. মি. খ) 57 সে. মি.
গ) 40 সে. মি. ঘ) 28 সে. মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{AC}{40}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{AC}{40}$

বা, $AC = 40\sqrt{3} = 69.28$ সে. মি. (প্রায়)

$\therefore AC$ -এর দৈর্ঘ্য 69.28 সে. মি. (প্রায়)।

শীর্ষস্থানীয় ফুডসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর



বিষয়বস্তুর ধারায় শ্রেণীত

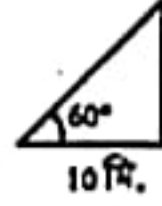
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৪৪. সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে কত মিটার উচ্চতায় খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য 10 মিটার হবে? [ডিকারবনিসা সুন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- ক) 10 খ) $10\sqrt{3}$
গ) 20 ঘ) $20\sqrt{3}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 60^\circ = \frac{h}{10}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{10}$ $\therefore h = 10\sqrt{3}$ মিটার।



৪৫. একটি খুঁটির দৈর্ঘ্য 20 মি.। এর ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার হলে, উন্নতি কোণ 45° হবে? [মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]

- ক) 40 খ) 20
গ) 10 ঘ) $20\sqrt{3}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : উন্নতি কোণ 45° হলে, খুঁটির দৈর্ঘ্য ও এর ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হয়।

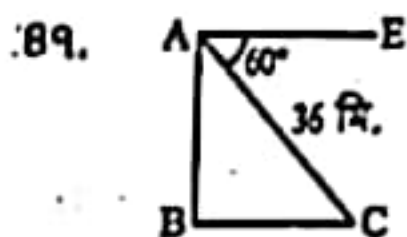
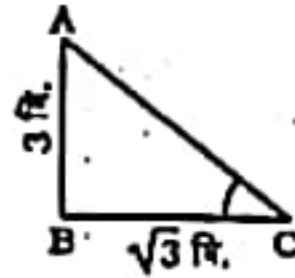
অর্থাৎ, খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য = খুঁটির দৈর্ঘ্য = 20 মি.।

৪৬. 3 মিটার উঁচু একটি গাছের পাদবিন্দু হতে $\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ কত? [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ সত্ত্বে হাইস্কুল, ঢাকা]

- ক) 90° খ) 60°
গ) 45° ঘ) 30°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan \angle ACB = \frac{3}{\sqrt{3}}$ বা, $\tan \angle ACB = \sqrt{3}$
 $\therefore \angle ACB = 60^\circ$



চিত্রে $AE \parallel BC$

AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার? [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

- ক) 18 মি. খ) $18\sqrt{3}$ মি.
গ) 36 মি. ঘ) $36\sqrt{3}$ মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{36}$ বা, $2AB = 36\sqrt{3}$ বা, $AB = 18\sqrt{3}$ মিটার।

৪৮. 30° কোণ অঙ্কনের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]

- ক) ভূমি < লম্ব খ) ভূমি > লম্ব
গ) ভূমি = লম্ব ঘ) ভূমি $\leq$ লম্ব

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : 30° কোণের সাপেক্ষে $\tan 30^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ বা, $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \sqrt{3}$ $\therefore \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} > 1$ $\therefore$ ভূমি > লম্ব।

৪৯. সূর্যের উন্নতি কোণ কত ডিগ্রি হলে একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য উচ্চতার $\sqrt{3}$ গুণ হবে? [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]

- ক) 0° খ) 30°
গ) 45° ঘ) 60°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, গাছের দৈর্ঘ্য, $AB = x$
ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = x\sqrt{3}$ এবং উন্নতি কোণ $= \theta$

$\therefore \tan \theta = \frac{x}{x\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan \theta = \tan 30^\circ$ $\therefore \theta = 30^\circ$

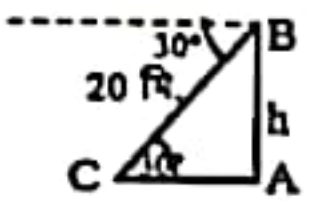


৫০. একটি গাছের শীর্ষবিন্দু থেকে 20 মিটার দূরবর্তী কোনো স্থানের অবনতি কোণ 30° হলে গাছটির উচ্চতা কত? [সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

- ক) 20 মি. খ) 10 মি.
গ) $10\sqrt{3}$ মি. ঘ) 15.72 মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sin 30^\circ = \frac{h}{20}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{20}$ বা, $h = \frac{20}{2} = 10$ মিটার।



৫১. একটি মিনারের পাদদেশ থেকে 15 মিটার দূরে ভূ-তলের কোনো বিন্দুতে মিনারের চূড়ায় উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারের উচ্চতা কত? [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

- ক) $15\sqrt{3}$ খ) $20\sqrt{3}$
গ) $30\sqrt{3}$ ঘ) $50\sqrt{3}$

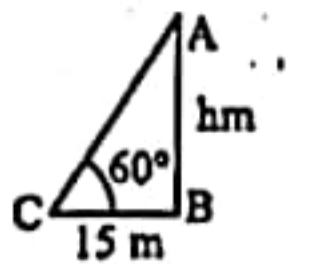
▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মিনারের দৈর্ঘ্য, $AB = h$ মিটার

$\therefore \Delta ABC$ -এ, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{15}$

$\therefore h = 15\sqrt{3}$ m

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা $15\sqrt{3}$ মিটার।



উত্তরের শৃঙ্খলা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৪১	ক	৪২	গ	৪৩	ক	৪৪	খ	৪৫	খ	৪৬	খ	৪৭	খ	৪৮	খ	৪৯	খ	৫০	খ	৫১	ক
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

৫২. ১৫ মিটার একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে সূর্যের উন্নতি কোণ—
 (ক) 30° (খ) 45°
 (গ) 60° (ঘ) 90°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan \theta = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan \theta = \frac{15}{5\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan \theta = \sqrt{3}$
 $\therefore \theta = 60^\circ$

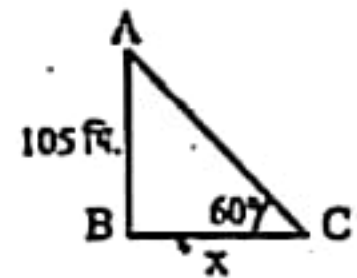
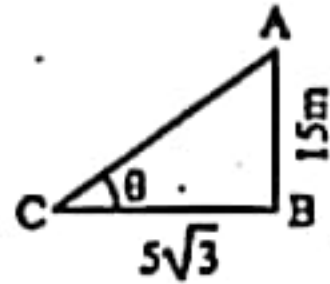
৫৩. একটি গাছের উচ্চতা ১০৫ মিটার। গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুর দূরত্ব কত মিটার?
 [রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর]

- (ক) ৫৯ (খ) ৬০
 (গ) ৬১ (ঘ) ৬২

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{105}{x}$

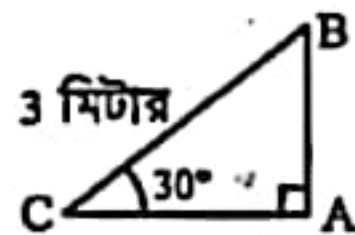
বা, $\sqrt{3} = \frac{105}{x}$

বা, $x = \frac{105}{\sqrt{3}} = 61$ মি.



বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫৪. নিম্নের চিত্রে—



- i. $AB = 1.5$ মিটার
 ii. $AC = 1.5 \times \sqrt{3}$ মিটার
 iii. $\angle ABC = 60^\circ$

নিচের কোনটি সঠিক? [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৫. উল্লম্ব তল হচ্ছে— [কুটিয়া জিলা স্কুল, কুটিয়া]

- i. পরস্পরস্খেষী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখার মধ্যস্থিত তল
 ii. যেকোনো সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যস্থিত তল
 iii. সমান্তরাল সরল রেখার মধ্যস্থিত তল

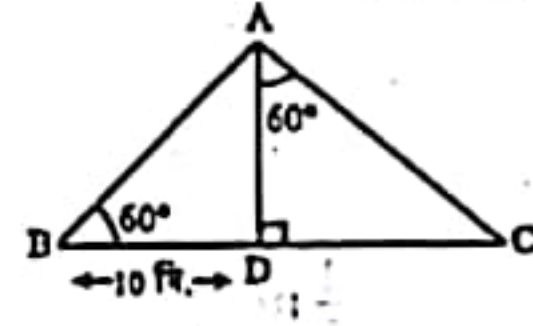
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

- নিচের চিত্র হতে ৫৬ ও ৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]



৫৬. গাছটির উচ্চতা AD = কত?

- (ক) ১৭.৩২ মি. (খ) ৩৪.৬১৪ মি.
 (গ) ১৭.৬১ মি. (ঘ) ৩৪.৩২ মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABD সমকোণী ত্রিভুজে

$\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{AD}{10}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{AD}{10}$

$\therefore AD = 10\sqrt{3}$ মি. = ১৭.৩২ মি. (প্রায়)।

৫৭. গাছটির পাদবিন্দু D থেকে C এর দূরত্ব CD = কত?

- (ক) ২৮ মি. (খ) ২৯ মি.
 (গ) ৩০ মি. (ঘ) ৩০.৭৫ মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{CD}{10\sqrt{3}}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{CD}{10\sqrt{3}} \therefore CD = 30$ মি.

৫৮. ১৮ মি. লম্বা একটি মই দেওয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে ভূমির সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

উপরের তথ্যের আলোকে ৫৮ ও ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

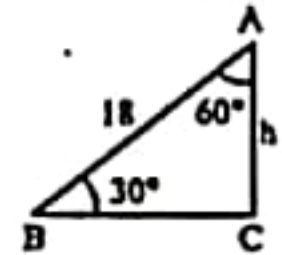
[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, আতিমপুর, ঢাকা]

৫৮. দেওয়ালটির উচ্চতা কত?

- (ক) ৯ (খ) ১২.৭২
 (গ) ৩৬ (ঘ) ৯.৭২

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 30^\circ = \frac{h}{18}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{18}$ বা, $h = 9$ মি.।



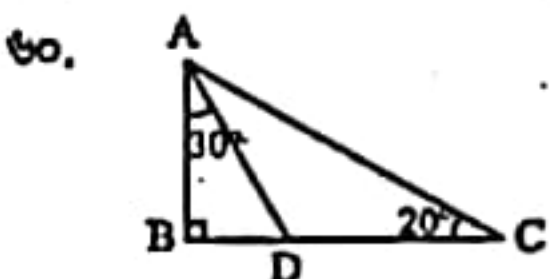
৫৯. মইটির শীর্ষবিন্দুতে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে?

- (ক) 30° (খ) 60°
 (গ) 45° (ঘ) 90°

মাটির ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন



উপরের চিত্রে $\angle CAD =$ কত?

(কঠিনমান)

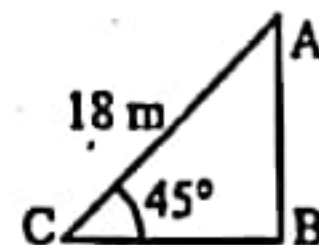
- (ক) 30° (খ) 40°
 (গ) 50° (ঘ) 60°

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle ADB = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\therefore \angle CAD = 180^\circ - \angle ADC - \angle ACD$
 $= 180^\circ - 120^\circ - 20^\circ = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

- ৬১.



চিত্রের আলোকে BC এর দৈর্ঘ্য কত?

(কঠিনমান)

- (ক) $18\sqrt{2}$ m (খ) ১১.৭২৮ m
 (গ) ৯.৮২ m (ঘ) $9\sqrt{2}$ m

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 45^\circ = \frac{BC}{18}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{18}$ বা, $\sqrt{2}BC = 18$ বা, $BC = \frac{18}{\sqrt{2}} \therefore BC = 9\sqrt{2}$

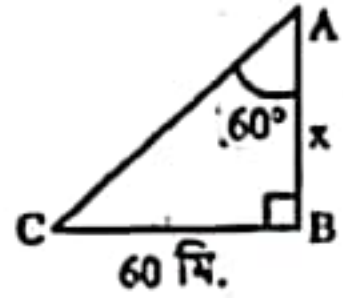
উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৫২	(গ)	৫৩	(গ)	৫৪	(ঘ)	৫৫	(ঘ)	৫৬	(ক)	৫৭	(গ)	৫৮	(ক)	৫৯	(খ)	৬০	(খ)	৬১	(ঘ)
----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----

>> ৫৮৮

নতুন সৃজনশীল গণিত ১ নবম-দশম শ্রেণি

৬২.



চিত্রে x এর মান কত?

(কঠিনমান)

ক) $\frac{\sqrt{3}}{60}$ মি.

খ) $\frac{20}{\sqrt{3}}$ মি.

গ) $20\sqrt{3}$ মি.

ঘ) $60\sqrt{3}$ মি.

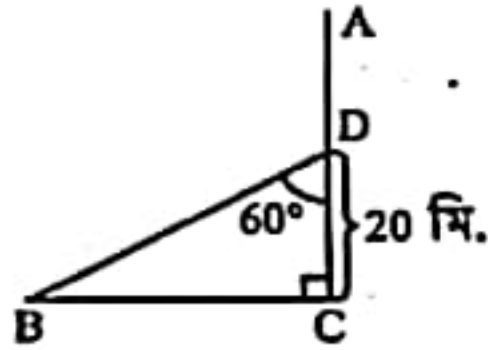
তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{60}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{60}{x}$ বা, $x = \frac{60}{\sqrt{3}} \therefore x = 20\sqrt{3}$ মিটার

৬৩. গাছের উচ্চতা AC নিচের কোনটি?

(কঠিনমান)



ক) 10 মি.

খ) 30 মি.

গ) 60 মি.

ঘ) 65 মি.

৬৪. হেলিকপ্টার থেকে 15 কি.মি. দূরবর্তী কোনো স্থানের অবনতি কোণ 30° হলে হেলিকপ্টারটি কত কি.মি. উচ্চতায় অবস্থিত? (মধ্যমান)

ক) 5

খ) 7.5

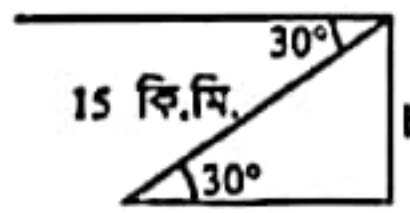
গ) 8

ঘ) 10

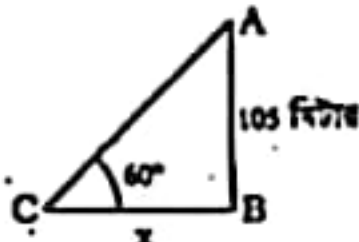
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 30^\circ = \frac{h}{15}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{15} \therefore h = \frac{15}{2} = 7.5$

$\therefore$ হেলিকপ্টারটি 7.5 মিটার উচ্চতায় অবস্থিত।



৬৫.



চিত্রে, AB = 105 মিটার, BC = x মিটার $\angle ACB = 60^\circ$ হলে x এর মান কত হবে? (মধ্যমান)

ক) $30\sqrt{3}$

খ) $32\sqrt{3}$

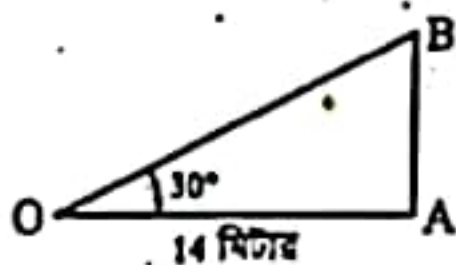
গ) $35\sqrt{3}$

ঘ) $38\sqrt{3}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $BC = \frac{AB}{\tan \angle ACB}$ বা, $x = \frac{105}{\tan 60^\circ} = 35\sqrt{3}$.

৬৬.



চিত্রে, $\angle AOB = 30^\circ$ এবং OA = 14 মিটার হলে AB এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ক) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$

খ) $7\sqrt{3}$

গ) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

ঘ) $\frac{12\sqrt{3}}{4}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 30^\circ = \frac{AB}{OA}$

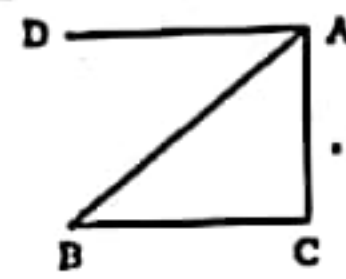
বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{14} \therefore AB = \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{3}$



বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন



৬৭.



উপরের চিত্রে—

i. $\angle DAB$ অবনতি কোণii. $\angle ABC$ উন্নতি কোণiii. $\angle DAB = \angle ABC$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যমান)

ক) i ও ii

খ) ii ও iii

গ) i ও iii

ঘ) i, ii ও iii

৬৮.

পাশের চিত্রে—

i. $BC = \frac{18}{\sqrt{2}}$

ii. $AB = BC$

iii. $AC^2 = AB^2 + BC^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

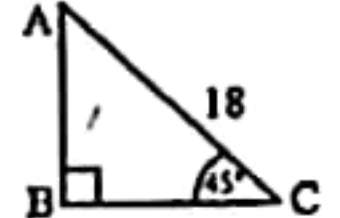
(মধ্যমান)

ক) i ও ii

খ) ii ও iii

গ) i ও iii

ঘ) i, ii ও iii



অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন



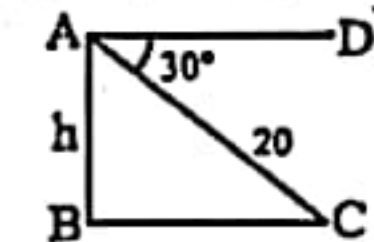
৬৯.

নিচের চিত্রের আলোকে ৬৯ – ৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

যদি ঘরের উচ্চতা AB = h মিটার

হয় তবে ঘরের শীর্ষ বিন্দু A থেকে

20 মিটার দূরে C বিন্দুর অবনতি

কোণ $\angle DAC = 30^\circ$ 

৬৯.

 $\angle ACB =$ কত ডিগ্রি?

(সহজমান)

ক) 30°

খ) 45°

গ) 60°

ঘ) 90°

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle ACB = \angle CAD = 30^\circ$.

৭০.

ঘরটির উচ্চতা কত মিটার?

(মধ্যমান)

ক) $5\sqrt{2}$

খ) $5\sqrt{3}$

গ) 10

ঘ) $10\sqrt{3}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin \angle ACB = \frac{h}{AC}$

বা, $\sin 30^\circ = \frac{h}{20}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{20} \therefore h = 10$ মিটার।

৭১.

BC এর দৈর্ঘ্য কত?

(কঠিনমান)

ক) 15

খ) 17.32

গ) 18.50

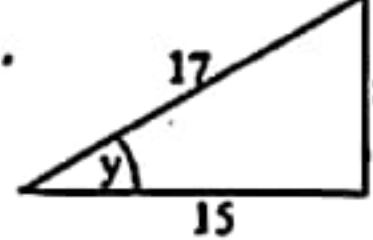
ঘ) 20

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan \angle ACB = \frac{h}{BC}$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{10}{BC}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BC} \therefore BC = 10\sqrt{3} = 17.32$ মিটার।

৭২.

নিচের চিত্রের আলোকে ৭২ ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৭২.

 $\tan y$ এর মান কত?

(কঠিনমান)

ক) $\frac{17}{15}$

খ) $\frac{13}{15}$

গ) $\frac{15}{17}$

ঘ) $\frac{8}{15}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan y = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{8}{15}$.

৭৩.

 $\sec y$ এর মান কত?

(সহজমান)

ক) $\frac{15}{17}$

খ) $\frac{17}{15}$

গ) $\frac{5}{15}$

ঘ) $\frac{15}{5}$

উত্তরের শৃঙ্খলা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৬২	গ	৬৩	গ	৬৪	খ	৬৫	গ	৬৬	ক	৬৭	ঘ	৬৮	ঘ	৬৯	ক	৭০	গ	৭১	খ	৭২	ঘ	৭৩	ঘ
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---



সৃজনশীল অংশ



CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রকৃতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▶ ঢাকা বোর্ড ২০২০

একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ডাল অংশ ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করে।

ক. কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৭ সে. মি. ও ১২ সে. মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



খ. দেখাও যে, $\left(\frac{DO}{BO} - \frac{BD}{BO}\right)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$

গ. $BD = 10\sqrt{3}$ মিটার এবং $\theta = 30^\circ$ হলে সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে $a = 7$ সে.মি. ও $b = 12$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 30^\circ$

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab \sin \theta$ বর্গ একক

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 12 \times \sin 30^\circ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 12 \times \frac{1}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 21 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল ২১ বর্গ সে.মি.।

খ. এখানে, AB গাছ ঝড়ে O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ডাল অংশ ভূমির সাথে $\angle ODB = \theta$ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

BOD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{DO}{BO} = \operatorname{cosec} \theta \text{ এবং } \frac{BD}{BO} = \cot \theta$$

$$\text{বামপক্ষ} = \left(\frac{DO}{BO} - \frac{BD}{BO}\right)^2$$

$$= (\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}\right)^2$$

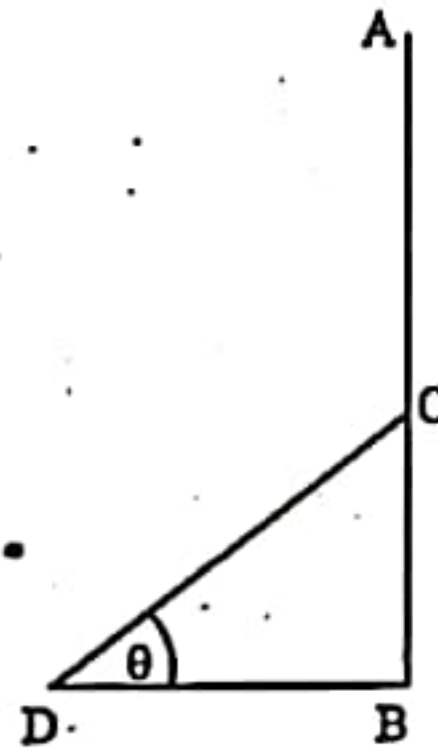
$$= \frac{(1 - \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 - \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta} [\because \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta]$$

$$= \frac{(1 - \cos \theta)(1 - \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \left(\frac{DO}{BO} - \frac{BD}{BO}\right)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \text{ (দেখানো হলো)}$$



গ. এখানে, গাছ $AB = AO + BO$,

$$AO = DO,$$

$$BD = 10\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

এবং $\angle ODB = \theta = 30^\circ$

BOD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ODB = \frac{BO}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BO}{10\sqrt{3}} [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} BO = 10\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BO = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BO = 10$$

আবার, BOD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle ODB = \frac{DO}{BD}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{DO}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DO}{10\sqrt{3}} [\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

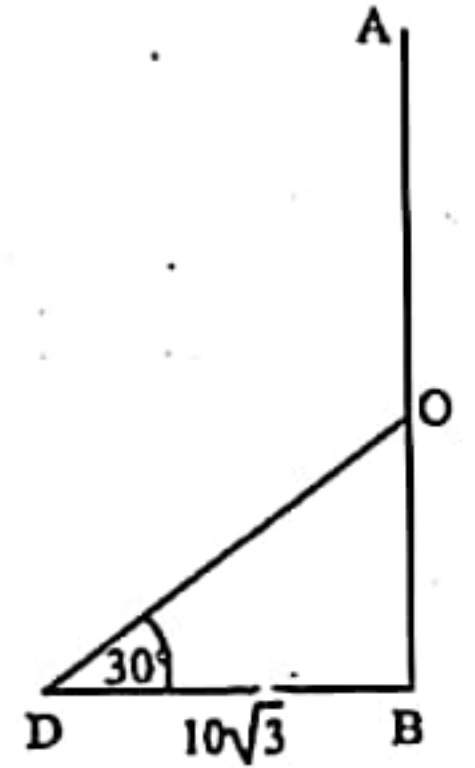
$$\text{বা, } \sqrt{3} DO = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } DO = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 20$$

$$\therefore AO = DO = 20 \text{ মিটার}$$

সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $= AO + BO = (20 + 10) \text{ মিটার} = 30 \text{ মিটার}$

নির্ণেয় সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার।



প্রশ্ন ২ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০২০

কোনো স্থান থেকে ৪০ মিটার দীর্ঘ একটি গাছের দিকে x মিটার এগিয়ে আসলে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° থেকে 45° হয়। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, তার অবিচ্ছিন্ন ডাল অংশ দলীয়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে ২০ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. দেখাও যে, $\cot \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \cos \theta$.

খ. x এর মান নির্ণয় কর।

গ. গাছটির ডাল অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক. বামপক্ষ} = \cot \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

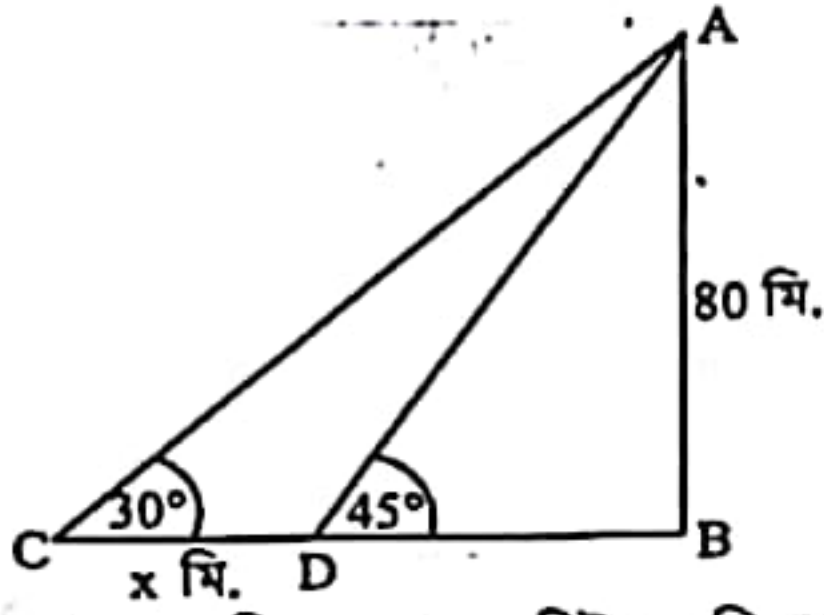
$$= \cot \theta \sqrt{\sin^2 \theta} [\because 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta]$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \sin \theta [\because \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}]$$

$$= \cos \theta = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \cot \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \cos \theta. \text{ (দেখানো হলো)}$$

এখানে, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $AB = 80$ মিটার।



C বিন্দু হতে AB গাছের দিকে $CD = x$ মিটার এগিয়ে আসলে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 30^\circ$ থেকে $\angle ADB = 45^\circ$ হয়।
 $BC = CD + BD = x + BD$

ADB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{80}{BD}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{80}{BD} [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\therefore BD = 80$$

আবার, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{80}{x + BD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{80}{x + 80} [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } x + 80 = 80\sqrt{3}$$

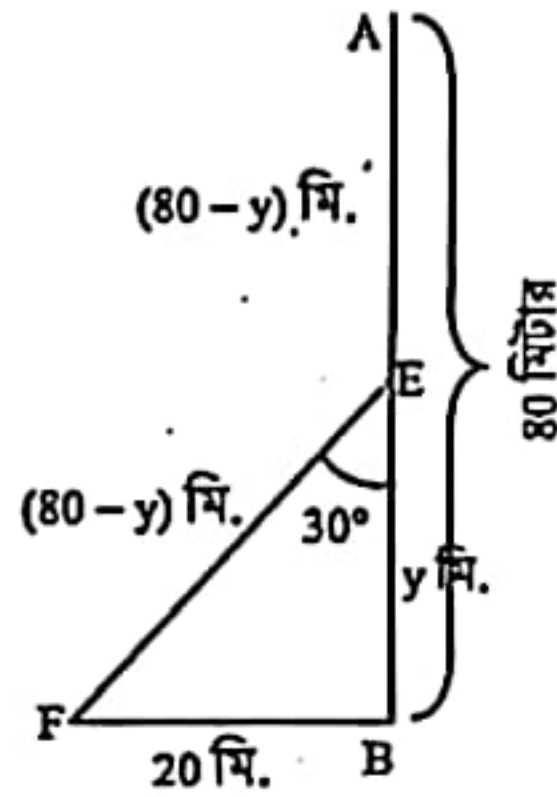
$$\text{বা, } x = 80\sqrt{3} - 80$$

$$\text{বা, } x = 138.56406 - 80$$

$$\therefore x = 58.564 \text{ (প্রায়)}$$

নির্ণেয় x এর মান 58.564 মিটার (প্রায়)।

এখানে, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $AB = 80$ মিটার। গাছটি ঝড়ে $BE = y$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BEF = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $BF = 20$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



$$EF = AE = AB - BE = (80 - y) \text{ মিটার।}$$

এখানে, BEF সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle BEF = \frac{BE}{EF}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{y}{80 - y}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{80 - y}$$

$$\text{বা, } 2y = 80\sqrt{3} - \sqrt{3}y$$

$$\text{বা, } 2y + \sqrt{3}y = 80\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } y(2 + \sqrt{3}) = 80\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } y = \frac{80\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\therefore y = 37.1281 \text{ (প্রায়)}$$

$$\begin{aligned} \text{গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য } EF &= (80 - y) \text{ মিটার} \\ &= (80 - 37.1281) \text{ মিটার} \\ &= 42.872 \text{ মিটার (প্রায়)} \end{aligned}$$

লক্ষ করি :

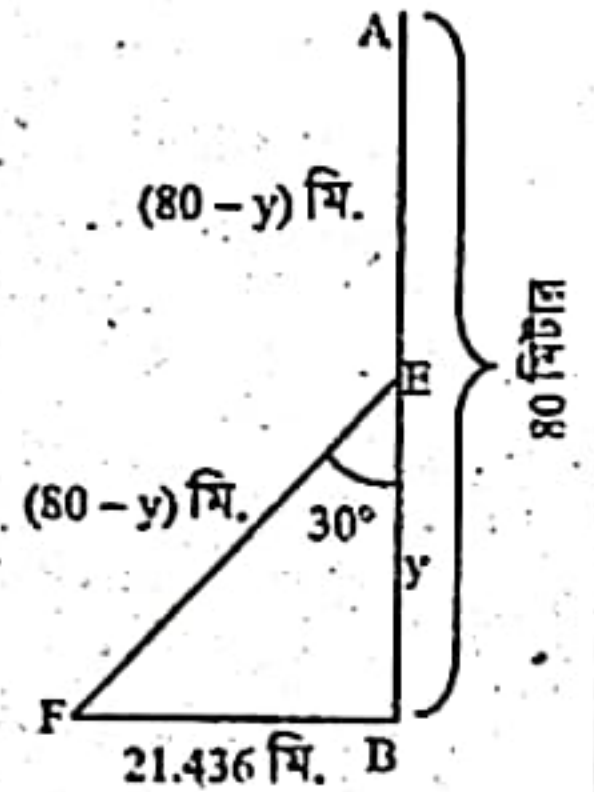
(i) পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। এক্ষেত্রে BEF সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী $BE^2 + BF^2 = EF^2$ কে সমর্থন করে না।

(ii) অনুরূপভাবে, BEF সমকোণী ত্রিভুজে $\tan \angle BEF = \frac{BF}{BE}$ সম্পর্ক হতে পাওয়া যায়, $BE = y = 20\sqrt{3}$ মিটার এবং গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য $EF = 80 - y = 45.359$ মিটার (প্রায়)। এক্ষেত্রেও BEF সমকোণী ত্রিভুজে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী $BE^2 + BF^2 = EF^2$ কে সমর্থন করে না।

(iii) অনুরূপভাবে, BEF সমকোণী ত্রিভুজে $\sin \angle BEF = \frac{BF}{EF}$ সম্পর্ক হতে পাওয়া যায়, $BE = y = 40$ মিটার এবং গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য $EF = 80 - y = 80 - 40 = 40$ মিটার। আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজে বৃহত্তম বাহু হচ্ছে অতিভুজ। এক্ষেত্রে BEF সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $EF = 40$ মিটার। তাই BEF সমকোণী ত্রিভুজে $EF = BE = 40$ মিটার হতে পারে না। আবার, এক্ষেত্রেও BEF সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী $BE^2 + BF^2 = EF^2$ কে সমর্থন করে না। অর্থাৎ প্রথমে প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী অসঙ্গতিপূর্ণ সমাধান পাওয়া যায়।

(iv) অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে গাছের গোড়া থেকে 21.436 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করবে। তাই 20 মিটার এর পরিবর্তে 21.436 মিটার বিবেচনা করলে সঙ্গতিপূর্ণ সমাধান পাওয়া যাবে। নিচে 20 মিটার এর পরিবর্তে 21.436 মিটার ধরে নমুনা সমাধান দেওয়া হলো।

এখানে, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $AB = 80$ মিটার। গাছটি ঝড়ে $BE = y$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BEF = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $BF = 21.436$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।
 $EF = AE = AB - BE = (80 - y) \text{ মিটার}$



এখন, BEF সমকোণী ত্রিভুজে $\tan \angle BEF = \frac{BF}{BE}$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{21.436}{y}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{21.436}{y}$$

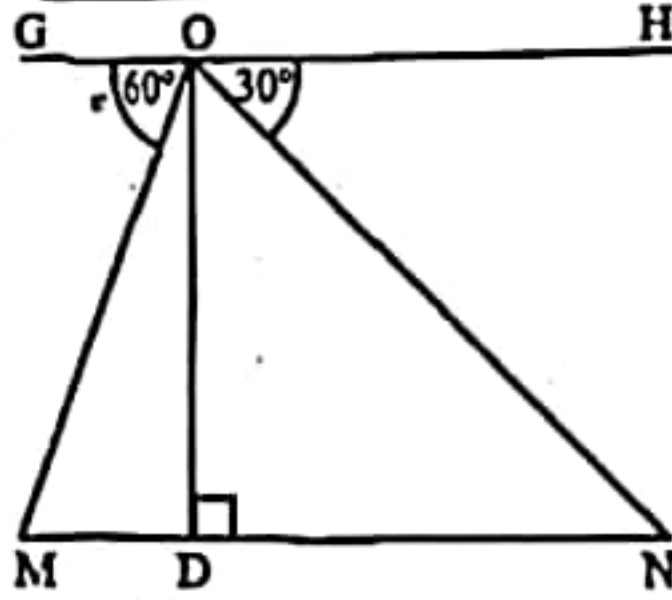
$$\text{বা, } y = 21.436 \times \sqrt{3}$$

$$\therefore y = 37.12824 \text{ (প্রায়)}$$

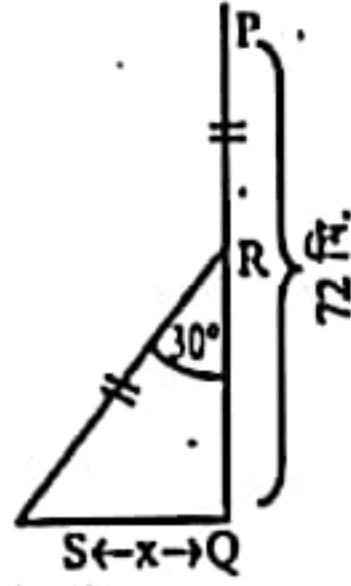
$$\begin{aligned} \text{গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য } AE &= (80 - y) \text{ মিটার} \\ &= (80 - 37.12824) \text{ মিটার} \\ &= 42.872 \text{ মিটার (প্রায়)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 42.872 মিটার (প্রায়)

প্রশ্ন ৩ ▶ যশোর বোর্ড ২০২০



চিত্র-১ : MN = ১ কি. মি.



চিত্র-২

ক. $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \frac{13}{12}$ হলে, $\sin \theta + \cos \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. চিত্র-১ হতে OD এর মান নির্ণয় কর।

গ. চিত্র-২ হতে x এর মান নির্ণয় কর।

☞ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ☞

ক দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \frac{13}{12}$

বা, $\sec \theta = \frac{13}{12}$ [$\because \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$]

বা, $\frac{1}{\cos \theta} = \frac{13}{12}$ [$\because \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$]

$\therefore \cos \theta = \frac{12}{13}$

প্রদত্ত রাশি = $\sin \theta + \cos \theta$

$= \sqrt{1 - \cos^2 \theta} + \cos \theta$ [$\because \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$]

$= \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} + \frac{12}{13}$

$= \sqrt{1 - \frac{144}{169}} + \frac{12}{13}$

$= \sqrt{\frac{169 - 144}{169}} + \frac{12}{13}$

$= \sqrt{\frac{25}{169}} + \frac{12}{13}$

$= \frac{5}{13} + \frac{12}{13}$

$= \frac{5 + 12}{13} = \frac{17}{13}$

নির্ণেয় মান : $\frac{17}{13}$

▶ বিকল্প পদ্ধতি

এখানে, $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \frac{13}{12} = \frac{XZ}{YZ}$

$\therefore XZ = 13, YZ = 12$

$XY = \sqrt{(XZ)^2 - (YZ)^2}$

$= \sqrt{(13)^2 - (12)^2}$

$= \sqrt{169 - 144}$

$= \sqrt{25}$

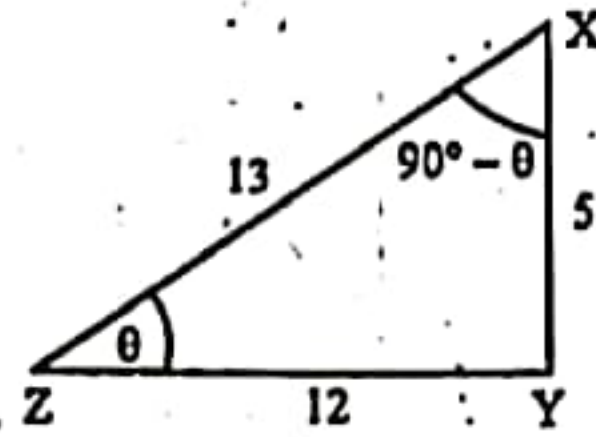
$= 5$

প্রদত্ত রাশি = $\sin \theta + \cos \theta$

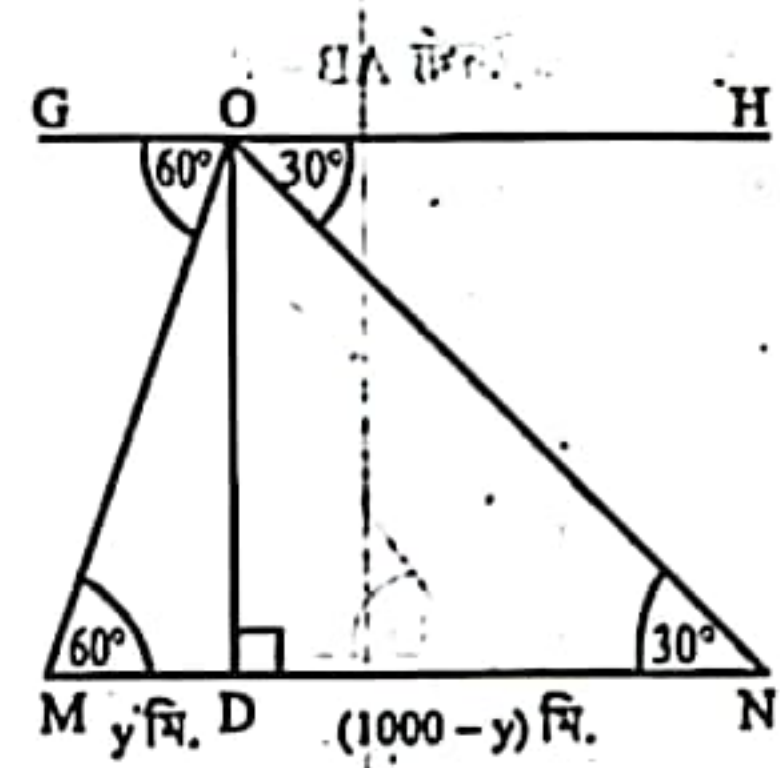
$= \frac{XY}{XZ} + \frac{YZ}{XZ}$

$= \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{5 + 12}{13} = \frac{17}{13}$

নির্ণেয় মান : $\frac{17}{13}$



খ



এখানে, $\angle OMD = \angle GOM = 60^\circ$,
 $\angle OND = \angle HON = 30^\circ$,
 $MN = 1$ কি.মি. = 1000 মিটার।

ধরি, $MD = y$ মিটার

$\therefore MD = MN - MD$
 $= (1000 - y)$ মিটার

DOM সমকোণী ত্রিভুজে

$\tan \angle OMD = \frac{OD}{MD}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{OD}{y}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{OD}{y}$

$\therefore y = \frac{OD}{\sqrt{3}}$

আবার, DON সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle OND = \frac{OD}{ND}$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{OD}{1000 - y}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{OD}{1000 - y}$

বা, $\sqrt{3} OD = 1000 - y$

বা, $\sqrt{3} OD = 1000 - \frac{OD}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3} OD = \frac{1000\sqrt{3} - OD}{\sqrt{3}}$

বা, $3 OD = 1000\sqrt{3} - OD$

বা, $3 OD + OD = 1000\sqrt{3}$

বা, $4 OD = 1000\sqrt{3}$

বা, $OD = \frac{1000\sqrt{3}}{4}$

$= 250\sqrt{3}$

$= 433.013$ (প্রায়)

নির্ণেয় OD এর মান 433.013 মিটার (প্রায়)।

গ এখানে, $\angle QRS = 30^\circ$,

$QS = x$,

$PQ = 72$ মিটার

$RS = PR = PQ - QR$

$= (72 - QR)$ মিটার

QRS সমকোণী ত্রিভুজে

$\cos \angle QRS = \frac{QR}{RS}$

বা, $\cos 30^\circ = \frac{QR}{72 - QR}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{QR}{72 - QR}$

বা, $2QR = 72\sqrt{3} - \sqrt{3} QR$

বা, $2QR + \sqrt{3} QR = 72\sqrt{3}$

বা, $(2 + \sqrt{3}) QR = 72\sqrt{3}$

বা, $QR = \frac{72\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore QR = 33.4153$ (প্রায়)

আবার, QRS সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle QRS = \frac{QS}{QR}$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{x}{33.4153}$

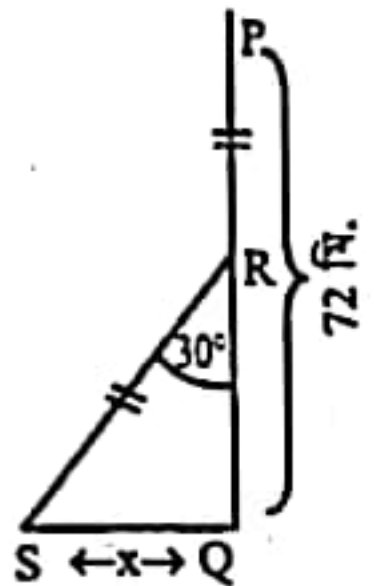
বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{33.4153}$

বা, $\sqrt{3} x = 33.4153$

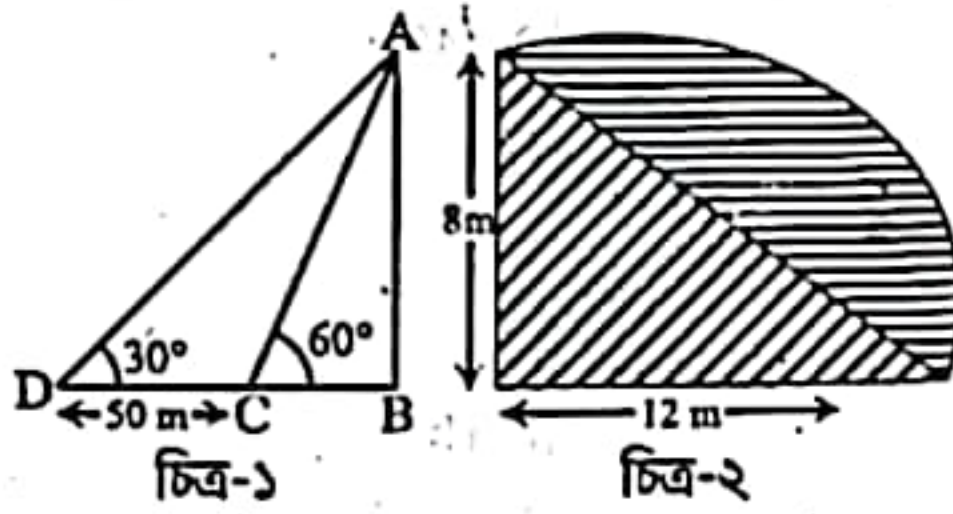
বা, $x = \frac{33.4153}{\sqrt{3}}$

$\therefore x = 19.292$ (প্রায়)

নির্ণেয় x এর মান 19.292 মিটার (প্রায়)।



প্রশ্ন ৪.১ কুমিল্লা বোর্ড ২০২০



- ক. $\sin 3\theta = \cos 3\theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর।
 খ. চিত্র-১ হতে AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 গ. চিত্র-২ হতে গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sin 3\theta = \cos 3\theta$

বা, $\frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta} = 1$

বা, $\tan 3\theta = 1$

বা, $\tan 3\theta = \tan 45^\circ$ [$\because \tan 45^\circ = 1$]

বা, $3\theta = 45^\circ$

বা, $\theta = \frac{45^\circ}{3} = 15^\circ$

নির্ণেয় θ এর মান 15° .

খ. এখানে, $\angle ACB = 60^\circ$
 $\angle ADB = 30^\circ$
 $CD = 50$ মিটার

এবং $BD = BC + CD$
 $= BC + 50$ মিটার

এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC + 50}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BC + 50}$

বা, $BC + 50 = \sqrt{3} AB$

$\therefore BC = \sqrt{3} AB - 50$

আবার, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{\sqrt{3} AB - 50}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{\sqrt{3} AB - 50}$

বা, $3AB - 50\sqrt{3} = AB$

বা, $3AB - AB = 50\sqrt{3}$

বা, $2AB = 50\sqrt{3}$

বা, $AB = \frac{50\sqrt{3}}{2}$

$= 25\sqrt{3}$

$= 43.301$ (প্রায়)

নির্ণেয় AB বাহুর দৈর্ঘ্য 43.301 মিটার (প্রায়)।

গ. এখানে, $AB = 8$ মিটার
 এবং $BC = 12$ মিটার

ABC সমকোণী ত্রিভুজে

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (12)^2}$

$= \sqrt{64 + 144}$

$= \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$ মিটার

$\therefore$ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACD অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ,

$r = OA = OC = \frac{AC}{2} = \frac{4\sqrt{13}}{2} = 2\sqrt{13}$ মিটার

ABC সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

$= \frac{1}{2} \times BC \times AB$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 8$ বর্গমিটার

$= 48$ বর্গমিটার

ACD অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times 3.1416 \times (2\sqrt{13})^2$ বর্গমিটার

$= \frac{1}{2} \times 3.1416 \times 4 \times 13$ বর্গমিটার

$= 81.6816$ বর্গমিটার

গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল = ABC সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
 + ACD অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল

$= (48 + 81.6816)$ বর্গমিটার

$= 129.68$ বর্গমিটার (প্রায়)

নির্ণেয় গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল 129.68 বর্গমিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৫.১ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২০

(i) $M = 1 + \cot A - \operatorname{cosec} A$ এবং $N = 1 + \tan A + \sec A$.

(ii) একটি 15 মিটার উঁচু দালানের শীর্ষবিন্দু হতে একটি বৈদ্যুতিক খুঁটির পাদবিন্দুর উন্নতি কোণ 60° এবং খুঁটিটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30° .

ক. $\cos B + \cos^2 B = 1$ হলে, $\sin^2 B + \sin^4 B$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $MN = 2$.

গ. বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\cos B + \cos^2 B = 1$

বা, $\cos B = 1 - \cos^2 B$

বা, $\cos B = \sin^2 B$ [$\because 1 - \cos^2 B = \sin^2 B$]

বা, $(\cos B)^2 = (\sin^2 B)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2 B = \sin^4 B$

বা, $1 - \sin^2 B = \sin^4 B$ [$\because \cos^2 B = 1 - \sin^2 B$]

বা, $1 = \sin^2 B + \sin^4 B$

$\therefore \sin^2 B + \sin^4 B = 1$

নির্ণেয় মান : 1.

খ. দেওয়া আছে, $M = 1 + \cot A - \operatorname{cosec} A$

এবং $N = 1 + \tan A + \sec A$

বামপক্ষ = MN

$= (1 + \cot A - \operatorname{cosec} A)(1 + \tan A + \sec A)$

$= \left(1 + \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A}\right) \left(1 + \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A}\right)$

$= \frac{\sin A + \cos A - 1}{\sin A} \times \frac{\cos A + \sin A + 1}{\cos A}$

$= \frac{\{(\sin A + \cos A) - 1\} \{(\sin A + \cos A) + 1\}}{\sin A \cos A}$

$= \frac{(\sin A + \cos A)^2 - 1^2}{\sin A \cos A}$

$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A - 1}{\sin A \cos A}$

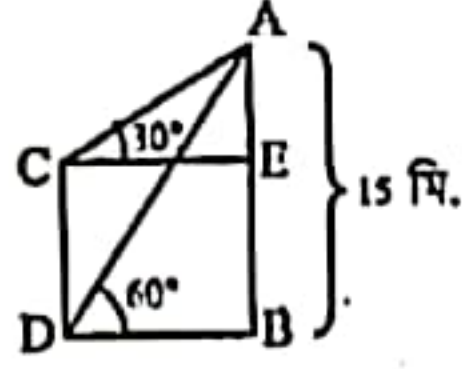
$= \frac{1 + 2 \sin A \cos A - 1}{\sin A \cos A}$ [$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$= \frac{2 \sin A \cos A}{\sin A \cos A} = 2 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore MN = 2$. (প্রমাণিত)

দশম অধ্যায় ▶ দূরত্ব ও উচ্চতা

১৭) এখানে, দালানের উচ্চতা $AB = 15$ মিটার এবং বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা CD । AB দালানের শীর্ষবিন্দু হতে CD বৈদ্যুতিক খুঁটির পানবিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ADB = 60^\circ$ এবং খুঁটিটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ACE = 30^\circ$ ।



$CE = BD$ এবং $CD = BE$

ABD সমকোণী ত্রিভুজে

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{15}{BD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{15}{BD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} BD = 15$$

$$\text{বা, } BD = \frac{15}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BD = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore CE = BD = 5\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা $CD = BE$

$$= AB - AE$$

$$= (15 - 5) \text{ মিটার} = 10 \text{ মিটার}$$

নির্ণেয় বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা 10 মিটার।

প্রশ্ন ৬ ▶ সিলেট বোর্ড ২০২০

(i) $\cot \theta + \cos \theta = M$, $\cot \theta - \cos \theta = N$.

(ii) দুটি কিলোমিটার পোস্ট P ও Q এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর S বিন্দুতে একটি বেলুন উড়ছে। ঐ বেলুন থেকে কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ 60° ও 45° ।

ক. $A = 60^\circ$ হলে, $\sec^2 A + \tan^2 A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(M^2 - N^2)^2 = 16MN$. ৪

গ. মাটি থেকে বেলুনটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = 60^\circ$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \sec^2 A + \tan^2 A$$

$$= \sec^2 60^\circ + \tan^2 60^\circ$$

$$= (2)^2 + (\sqrt{3})^2 = 4 + 3 = 7$$

নির্ণেয় মান 7.

খ. দেওয়া আছে, $\cot \theta + \cos \theta = M$

$$\text{এবং } \cot \theta - \cos \theta = N$$

$$\text{বামপক্ষ} = (M^2 - N^2)^2$$

$$= \{(\cot \theta + \cos \theta)^2 - (\cot \theta - \cos \theta)^2\}^2$$

$$= \{4 \cot \theta \cos \theta\}^2 [\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$$

$$= 16 \cot^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= 16 \cot^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) [\because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta]$$

$$= 16(\cot^2 \theta - \cot^2 \theta \sin^2 \theta)$$

$$= 16\left(\cot^2 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \cdot \sin^2 \theta\right) [\because \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}]$$

$$= 16(\cot^2 \theta - \cos^2 \theta)$$

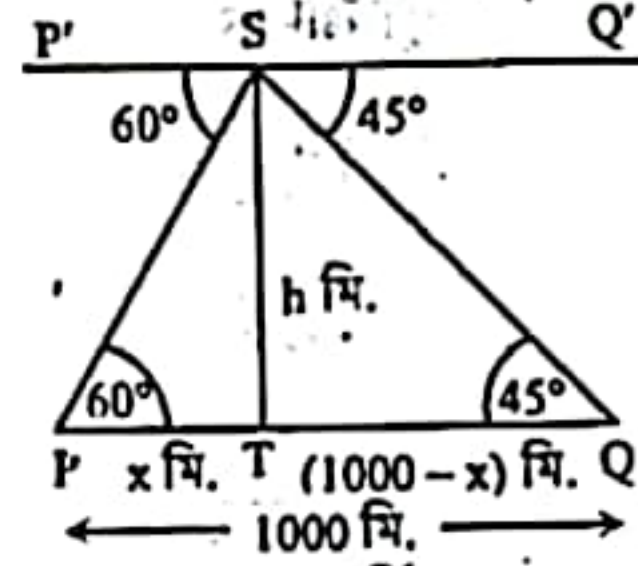
$$= 16(\cot \theta + \cos \theta)(\cot \theta - \cos \theta)$$

$$= 16MN$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (M^2 - N^2)^2 = 16MN. \text{ (প্রমাণিত)}$$

১৮)



এখানে, P ও Q পোস্টদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = 1$ কিলোমিটার = 1000 মিটার

$$\angle SPT = \angle PSP' = 60^\circ$$

$$\text{এবং } \angle SQT = \angle QSQ' = 45^\circ$$

$$PT = x \text{ মি.}$$

$$\therefore QT = PQ - PT = (1000 - x) \text{ মিটার।}$$

এখন, PST সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle SPT = \frac{ST}{PT}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{3}x \dots\dots\dots (1)$$

আবার, QST সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle SQT = \frac{ST}{QT}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } h = 1000 - x$$

$$\text{বা, } x = 1000 - h$$

(1) নং হতে পাই,

$$h = \sqrt{3}(1000 - h)$$

$$\text{বা, } h = 1000\sqrt{3} - \sqrt{3}h$$

$$\text{বা, } h + \sqrt{3}h = 1000\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } (1 + \sqrt{3})h = 1000\sqrt{3}$$

$$\therefore h = \frac{1000\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

$$\therefore h = 633.9746. \text{ (প্রায়)}$$

নির্ণেয় মাটি থেকে বেলুনটির উচ্চতা 633.9746 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৭ ▶ বরিশাল বোর্ড ২০২০

(i) 86 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে দিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করে।

(ii) ভূতলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানের ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ 60° । ঐ স্থান থেকে 52 মিটার পিছিয়ে গেলে দালানের উন্নতি কোণ 30° হয়।

ক. $\sin \theta = \sqrt{2}^{-1}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sin \theta = \sqrt{2}^{-1}$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 45^\circ [\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

নির্ণেয় মান : $\theta = 45^\circ$.

>> ৫৯৪

এখানে, $AB = 86$ মিটার লম্বা একটি গাছ $BD = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ডাঙা অংশ ভূমির সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ উপর করে ভূমি স্পর্শ করে।

$$CD = AD = AB - BD = (86 - x) \text{ মিটার}$$

$$BCD \text{ সমকোণী ত্রিভুজে, } \sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{x}{86 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{x}{86 - x}$$

$$\text{বা, } 2x = 86 - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 86$$

$$\text{বা, } 3x = 86$$

$$\text{বা, } x = \frac{86}{3}$$

$$\therefore x = 28.66667 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\text{গাছটির ডাঙা অংশের দৈর্ঘ্য} = (86 - x) \text{ মিটার}$$

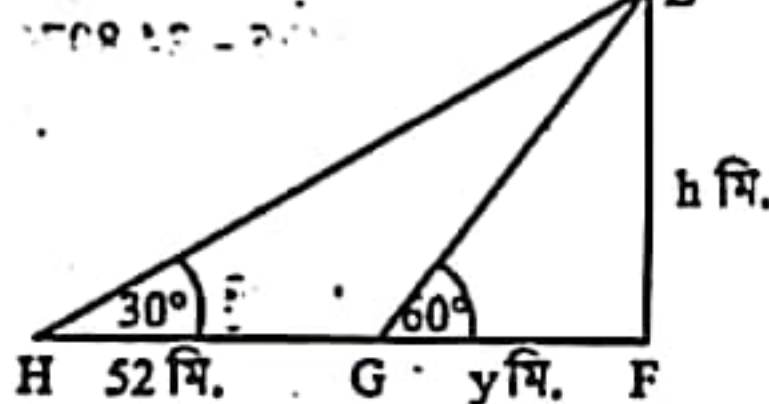
$$= (86 - 28.66667) \text{ মিটার}$$

$$= 57.333 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

নির্ণেয় গাছটির ডাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 57.333 মিটার (প্রায়)।

এখানে, দালানের উচ্চতা $EF = h$ মিটার, শীর্ষের উন্নতি $\angle EGF = 60^\circ$ এবং G স্থান থেকে $GH = 52$ মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle EHF = 30^\circ$ হয়।

$$\text{দৈর্ঘ্য } (h - 25) = G$$



$$GF = y \text{ মিটার}$$

$$FH = FG + GH = (y + 52) \text{ মিটার}$$

EFG সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle EGF = \frac{EF}{GF}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{y}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{y}$$

$$\therefore y = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

আবার, EFH সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle EHF = \frac{EF}{FH}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{y + 52}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{y + 52}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = y + 52$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 52$$

$$\text{বা, } 3h = h + 52\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 3h - h = 52\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 2h = 52\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{52\sqrt{3}}{2}$$

$$= 26\sqrt{3} = 45.033 \text{ (প্রায়)}$$

নির্ণেয় দালানের উচ্চতা 45.033 মিটার (প্রায়)।

সৃজনশীল গণিত > নবম-দশম শ্রেণি

প্রশ্ন ৮ > দিনাজপুর বোর্ড ২০২০

ভূমিতে খাড়াভাবে দণ্ডায়মান কোনো গাছের শীর্ষ বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে $68\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 60° ।

$$\text{ক. } 1 - \cos^2 \theta = \frac{3}{4} \text{ হলে, } \tan \theta = \text{কত?}$$

২

$$\text{খ. গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।}$$

৪

গ. যদি গাছটির উচ্চতা উল্লিখিত দূরত্বের অর্ধেক হত এবং গাছটি ঝড়ে ভূমি থেকে x মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে মাটি স্পর্শ করত তাহলে x এর মান নির্ণয় কর।

৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } 1 - \cos^2 \theta = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = \frac{3}{4} [\because 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta]$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 60^\circ [\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\text{এখন, } \tan \theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{নির্ণেয় মান : } \sqrt{3}$$

৮. বিকল্প পদ্ধতি

$$\text{দেওয়া আছে, } 1 - \cos^2 \theta = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } \sec \theta = 1 \times \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{এখন, } \tan \theta = \sqrt{\sec^2 \theta - 1}$$

$$= \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

$$\text{নির্ণেয় মান : } \sqrt{3}$$

এখানে, গাছের উচ্চতা AB ।

ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি $\angle CAD =$

60° এবং $AC = 68\sqrt{3}$ মিটার।

$\angle ACB = \angle CAD = 60^\circ$ ।

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{AB}{68\sqrt{3}}$$

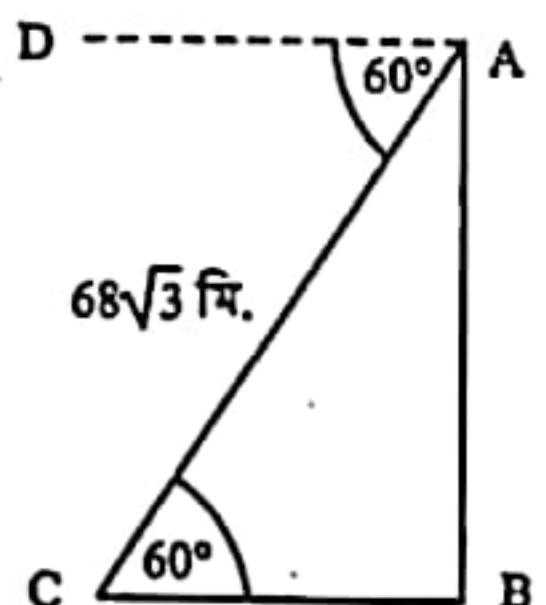
$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{68\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } 2AB = 68 \times 3$$

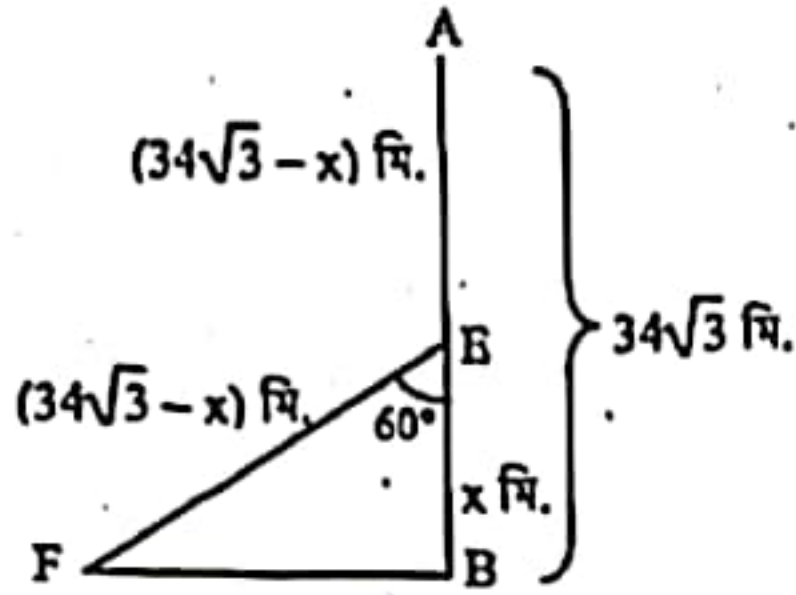
$$\text{বা, } AB = \frac{68 \times 3}{2}$$

$$\therefore AB = 102$$

নির্ণেয় গাছটির উচ্চতা 102 মিটার।



- ১৭ এখানে, গাছের উচ্চতা $AB = \frac{68\sqrt{3}}{2}$ মিটার
 $= 34\sqrt{3}$ মিটার।



গাছটি ঝড়ে ভূমি থেকে $BE = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে দভায়মান অংশের সাথে $\angle BEF = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে F বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।
 $EF = AE = AB - BE = (34\sqrt{3} - x)$ মিটার
 $\triangle BEF$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle BEF = \frac{BE}{EF}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{x}{34\sqrt{3} - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{x}{34\sqrt{3} - x}$$

$$\text{বা, } 2x = 34\sqrt{3} - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 34\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 3x = 34\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{34\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore x = 19.6299 \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{নির্ণেয় মান : } x = 19.6299 \text{ মিটার (প্রায়)}।$$

প্রশ্ন ৯ ▶ ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২০

- (i) এক ব্যক্তি নদীর তীরে দাঁড়িয়ে দেখল, অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি 60° । লোকটি ঐ স্থান হতে 'y' মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, শীর্ষের উন্নতি 30° ।
(ii) 75 মিটার উঁচু একটি খুঁটি ঝড়ে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে ভূমি স্পর্শ করেছে।

ক. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের অনুপাত 2 : 3।

ক্ষুদ্রতর সূক্ষকোণটির পরিমাপ নির্ণয় কর।

খ. গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. নদীর বিস্তার এবং 'y' এর মান নির্ণয় কর।

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের অনুপাত = 2 : 3 ধরি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয় $2x$ এবং $3x$

শর্তমতে, $2x + 3x = 90^\circ$

$$\text{বা, } 5x = 90^\circ$$

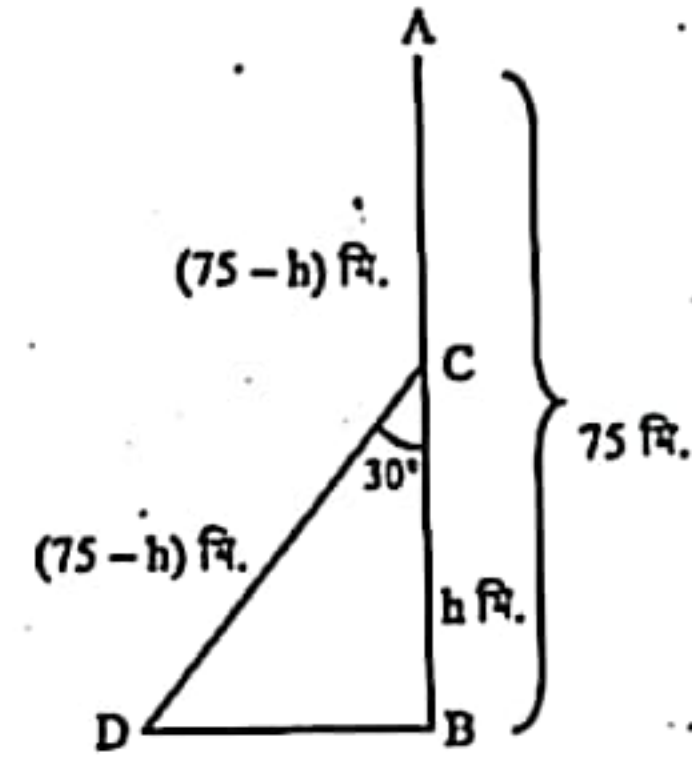
$$\text{বা, } x = \frac{90^\circ}{5}$$

$$\therefore x = 18^\circ$$

$$\therefore \text{ক্ষুদ্রতর সূক্ষকোণ} = 2 \times 18^\circ = 36^\circ$$

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতর সূক্ষকোণের পরিমাপ 36° ।

- খ এখানে, খুঁটির সম্পূর্ণ উচ্চতা $AB = 75$ মিটার। খুঁটিটি ঝড়ে C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করে।



$$CD = CD = AB - BC = (75 - h) \text{ মিটার।}$$

$$\text{এখন, } \triangle BCD \text{ সমকোণী ত্রিভুজে, } \cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{h}{75 - h}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{75 - h}$$

$$\text{বা, } 2h = 75\sqrt{3} - \sqrt{3}h$$

$$\text{বা, } 2h + \sqrt{3}h = 75\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } (2 + \sqrt{3})h = 75\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{75\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\therefore h = 34.807621 \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য, } CD = (75 - h) \text{ মিটার}$$

$$= (75 - 34.807621) \text{ মিটার}$$

$$= 40.192 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\text{নির্ণেয় খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 40.192 মিটার (প্রায়)।}$$

লক্ষ কর : প্রশ্নে গাছটির পরিবর্তে খুঁটিটির হবে।

- ১৮ এখানে, গাছের উচ্চতা $EF = 150$ মিটার এবং নদীর বিস্তার $FG = x$ মিটার।

গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle EGF = 60^\circ$ এবং G বিন্দু হতে $GH = y$ মিটার পিছিয়ে H বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle EHF = 30^\circ$ ।

$$FH = FG + GH = (x + y) \text{ মিটার}$$

এখন, $\triangle EFG$ সমকোণী ত্রিভুজে

$$\tan \angle EGF = \frac{EF}{FG}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{150}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{150}{x}$$

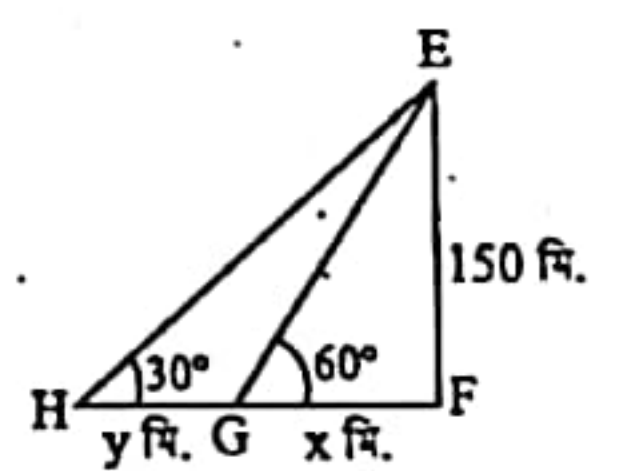
$$\text{বা, } \sqrt{3}x = 150$$

$$\text{বা, } x = \frac{150}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } x = 50\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 86.603 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

নির্ণেয় নদীর বিস্তার 86.603 মিটার (প্রায়) এবং y এর মান 173.205 মিটার (প্রায়)।



আবার, $\triangle EHF$ সমকোণী ত্রিভুজে

$$\tan \angle EHF = \frac{EF}{FH}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{150}{x + y}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{50\sqrt{3} + y}$$

$$\text{বা, } 50\sqrt{3} + y = 150\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } y = 150\sqrt{3} - 50\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } y = 100\sqrt{3}$$

$$\therefore y = 173.205 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

>> ৫৯৬

প্রশ্ন ১০ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০১৯

নদীর তীরে A বিন্দুতে ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে B বিন্দুতে থাকা 65 মিটার দৈর্ঘ্য একটি গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 45° । A বিন্দু থেকে x মিটার পিছিয়ে গেলে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ হয় 30° । ঝড়ে গাছটি এমনভাবে ভেঙে গেল যেন ভাঙা অংশ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ তৈরি করে ভূমি স্পর্শ করে।



ক. একটি বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল 6π বর্গ সে.মি. এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে, বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, তা নির্ণয় কর।



খ. x এর মান নির্ণয় কর।

গ. গাছটির ভাঙা অংশ ও দণ্ডায়মান অংশ ভূমির সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার পরিসীমা নির্ণয় কর।

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে. মি.
ধরি, বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \text{বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 = 6\pi$$

$$\text{বা, } \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi \times 6^2 = 6\pi$$

$$\text{বা, } \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi \times 36 = 6\pi$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{6\pi \times 360^\circ}{\pi \times 36} = 60^\circ$$

নির্ণেয় উৎপন্ন কোণ 60° ।

খ. মনে করি, গাছটির দৈর্ঘ্য $BC = 65$ মিটার। A বিন্দুতে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle CAB = 45^\circ$ । A বিন্দু থেকে x মিটার পিছিয়ে গেলে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle CDB = 30^\circ$ হয়।

ধরি, $AB = y$ মিটার

এখন, $\triangle ABC$ -এ,

$$\tan \angle CAB = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{65}{AB}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{65}{AB}$$

$$\therefore AB = 65$$

$$\therefore BD = AD + AB$$

$$= (x + 65) \text{ মিটার}$$

নির্ণেয় মান : $x = 47.58$ মিটার (প্রায়)।

গ. মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, $BC = 65$ মিটার

গাছটির দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য, $BF = h$ মিটার

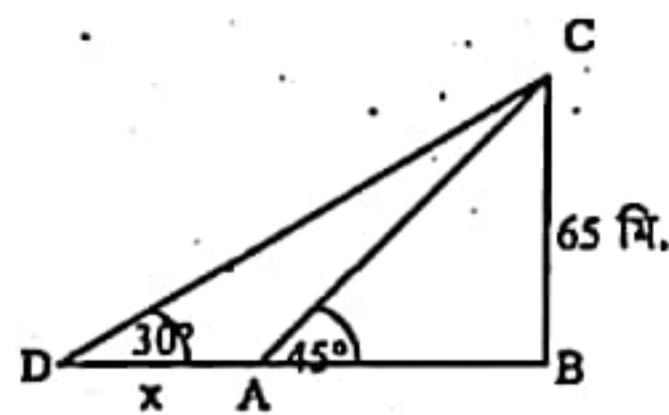
$\therefore$ ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য, $CF = EF = (65 - h)$ মি. এবং $\angle BFE = 60^\circ$ ।

এখন, $\triangle BFE$ -এ,

$$\cos \angle BFE = \frac{BF}{EF}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{h}{65 - h}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{h}{65 - h}$$



আবার, $\triangle BCD$ -এ,

$$\tan \angle CDB = \frac{BC}{BD}$$

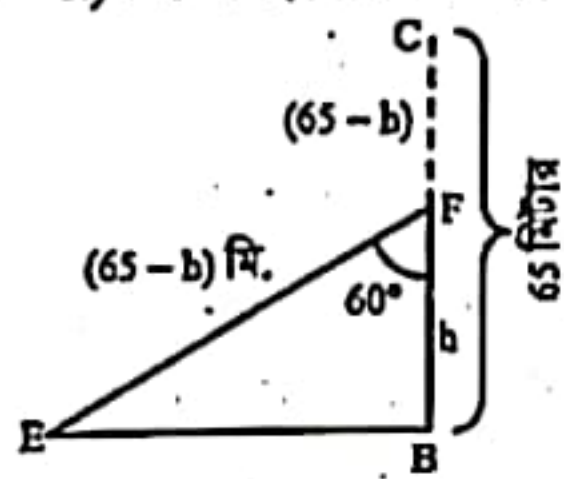
$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{65}{x + 65}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{65}{x + 65}$$

$$\text{বা, } x + 65 = 65\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = 65\sqrt{3} - 65$$

$$\therefore x = 47.58 \text{ মিটার (প্রায়)}$$



$$\text{বা, } 2h = 65 - h$$

$$\text{বা, } 2h + h = 65$$

$$\text{বা, } 3h = 65$$

$$\text{বা, } h = \frac{65}{3}$$

$$\therefore h = 21.67 \text{ (প্রায়)}$$

অর্থাৎ $BF = 21.67$ মিটার (প্রায়)।

$$\text{আবার, } \triangle BFE \text{ এ } \tan \angle BFE = \frac{BE}{BF}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{BE}{21.67}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{BE}{21.67}$$

$$\text{বা, } BE = 21.67 \times \sqrt{3} = 37.534 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore EF = (65 - 21.67) \text{ মিটার} = 43.33 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \triangle BFE \text{ এর পরিসীমা} = BF + EF + BE$$

$$= (21.67 + 43.33 + 37.534) \text{ মিটার}$$

$$= 102.53 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

নির্ণেয় ত্রিভুজের পরিসীমা 102.53 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১১ ▶ যশোর বোর্ড ২০১৯

18 মিটার লম্বা একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। আবার দুইটি মাইলপোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45° ।



ক. কোনো মিনারের শীর্ষ ভূমির কোনো বিন্দুতে উন্নতি কোণ 30° এবং মিনারের পাদদেশ থেকে ছায়ার দৈর্ঘ্য 15 মিটার হলে মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর।



খ. উদ্দীপকের আলোকে খুঁটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের আলোকে M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, মিনারটির উচ্চতা $AB = h$ মিটার।

C বিন্দুতে মিনারের শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ACB = 30^\circ$ এবং মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, $BC = 15$ মিটার।

এখন, $\triangle ABC$ -এ,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{15}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{15}$$

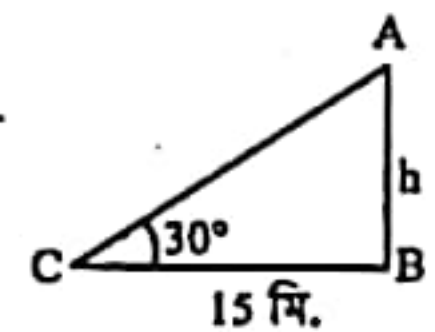
$$\text{বা, } h\sqrt{3} = 15$$

$$\text{বা, } h = \frac{15}{\sqrt{3}} = 8.66 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 8.66 মিটার (প্রায়)।

খ. মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য, $AB = 18$ মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে h উচ্চতায় ভেঙে দণ্ডায়মান অংশ BC এর সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ কোণ করে খুঁটির গোড়া হতে x মিটার দূরে D বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করেছে। তাহলে $AC = CD = (18 - h)$ মিটার।

$BD = x$ মিটার



এখন, $\triangle BCD$ -এ,

$$\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{h}{18-h}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{18-h}$$

$$\text{বা, } 2h = 18\sqrt{3} - h\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 2h + h\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h(2 + \sqrt{3}) = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 8.354 \text{ মিটার (প্রায়)।}$$

আবার, $\triangle BCD$ -এ

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{x}{8.354} [\because BC = h = 8.354]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{8.354}$$

$$\text{বা, } x\sqrt{3} = 8.354$$

$$\text{বা, } x = \frac{8.354}{\sqrt{3}} = 4.82 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ খুঁটিটির গোড়া হতে 4.82 মিটার (প্রায়) দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে।

১২) মনে করি, M ও N এক মাইল দূরবর্তী দুইটি পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানে অবস্থিত OP টাওয়ারের শীর্ষ O। O থেকে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45° ।

$$\therefore \angle M'OM = \angle OMP = 60^\circ$$

$$\angle N'ON = \angle ONP = 45^\circ$$

এখানে, MN = 1 মাইল

$$= (1 \times 1.61) \text{ কি.মি. } [\because 1 \text{ মাইল} = 1.61 \text{ কি.মি.}]$$

$$= (1.61 \times 1000) \text{ মি. } [\because 1 \text{ কি.মি.} = 1000 \text{ মি.}]$$

$$= 1610 \text{ মি.}$$

ধরি, M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব MP = x মি.।
এবং টাওয়ার উচ্চতা OP = h মি.।

তাহলে PN = (1610 - x) মি.

এখন, $\triangle OMP$ -এ,

$$\tan \angle OMP = \frac{OP}{MP}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = x\sqrt{3}$$

আবার, $\triangle ONP$ -এ,

$$\tan \angle ONP = \frac{OP}{PN}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{h}{1610 - x}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{1610 - x}$$

$$\text{বা, } h = 1610 - x$$

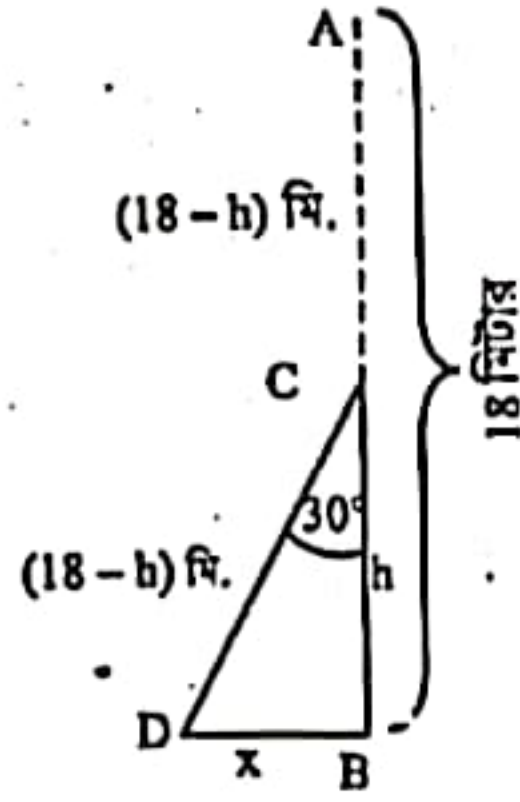
$$\text{বা, } x\sqrt{3} + x = 1610 [\because h = x\sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } x(\sqrt{3} + 1) = 1610$$

$$\text{বা, } x = \frac{1610}{\sqrt{3} + 1} = \frac{1610}{1.732 + 1} = 2.732$$

$$\therefore x = 589.3 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব 589.3 মিটার (প্রায়)।



প্রশ্ন ১২ ১ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯

A ও B দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি বেলুন উড়ছে।
বেলুনের অবস্থানে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° এবং 60° ।



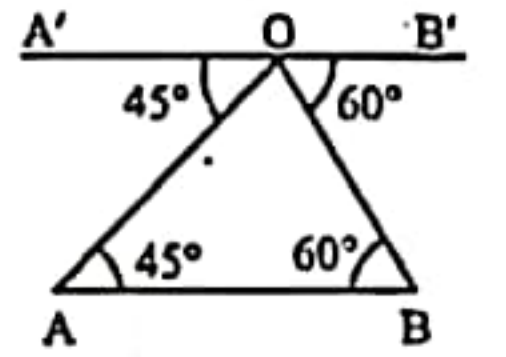
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক।

খ. AB = 750 মিটার হলে ভূমি থেকে বেলুনের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

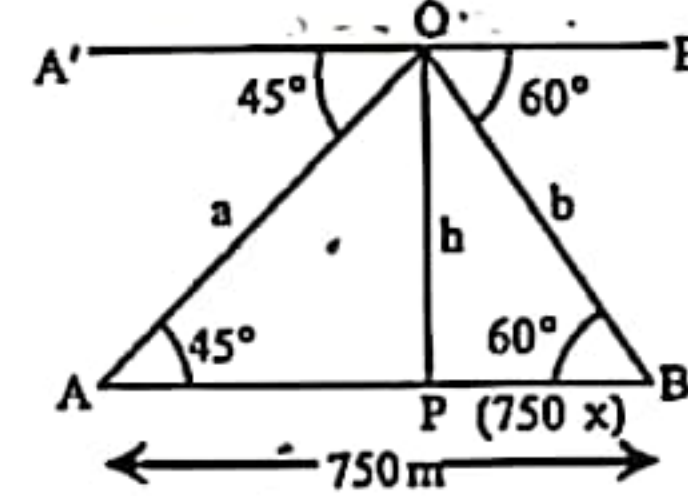
গ. বেলুন থেকে A ও B -এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

১) মনে করি, A ও B দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী কোনো স্থানে O বিন্দুতে একটি বেলুন উড়ছে। O থেকে A ও B বিন্দুর অবনতি কোণ যথাক্রমে $\angle AOA' = 45^\circ$ এবং $\angle BOB' = 60^\circ$ ।



২) O থেকে AB এর উপর OP লম্ব অঙ্কন করি। AB = 750 মিটার।



ধরি, বেলুনের উচ্চতা, OP = h

মিটার এবং AP = x মিটার

$$\therefore BP = (750 - x) \text{ মিটার}$$

চিত্রে, $\angle AOA' = \angle OAP = 45^\circ$

$$\angle BOB' = \angle OBP = 60^\circ$$

এখন, $\triangle OAP$ -এ

$$\tan \angle OAP = \frac{OP}{AP}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{x}$$

$$\therefore x = h$$

আবার, $\triangle OBP$ -এ,

$$\tan \angle OBP = \frac{OP}{BP}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{750 - x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{750 - x}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{3}(750 - x)$$

$$\text{বা, } h = 750\sqrt{3} - x\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 750\sqrt{3} - h\sqrt{3} [\because h = x]$$

$$\text{বা, } h + h\sqrt{3} = 750\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h(1 + \sqrt{3}) = 750\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{750\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

$$\therefore h = 475.48 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ ভূমি থেকে বেলুনের উচ্চতা 475.48 মিটার (প্রায়)।

৩) ধরি, A বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OA

এবং B বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OB

‘খ’ হতে প্রাপ্ত, OP = h = 475.48 মিটার

এখন, $\triangle OAP$ -এ,

$$\sin \angle OAP = \frac{OP}{OA}$$

$$\text{বা, } \sin 45^\circ = \frac{475.48}{OA}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{475.48}{OA}$$

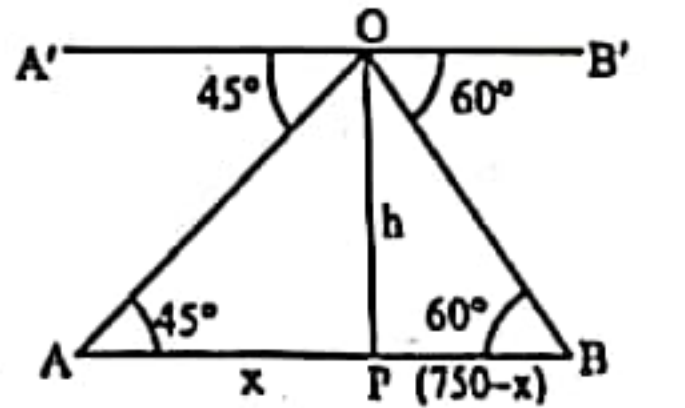
$$\text{বা, } OA = 475.4803 \times \sqrt{2}$$

$$\therefore OA = 672.4303 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore A \text{ ও } B \text{ এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য} = (672.4303 - 549.037) \text{ মি.}$$

$$= 123.39 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ বেলুন থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য 123.39 মিটার (প্রায়)।

আবার, $\triangle OBP$ -এ,

$$\sin \angle OBP = \frac{OP}{OB}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{475.48}{OB}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{475.48}{OB}$$

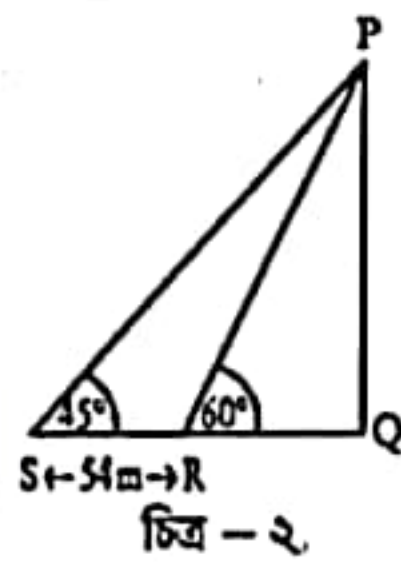
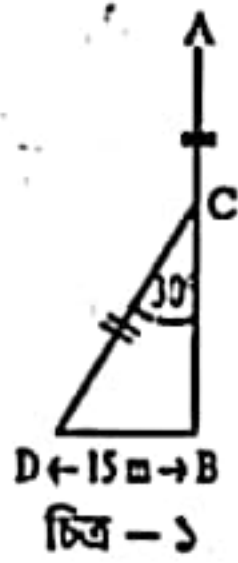
$$\text{বা, } OB = \frac{475.48 \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore OB = 549.037 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore A \text{ ও } B \text{ এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য} = (672.4303 - 549.037) \text{ মি.}$$

$$= 123.39 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

প্রশ্ন ১৩ ▶ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯



- ক. $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে, $\tan \theta + \sin \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. চিত্র-১ এর আলোকে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. চিত্র-২ এর আলোকে ΔPQS এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$

বা, $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$

$\therefore \sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$

$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$
 $= \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$

প্রদত্ত রাশি $= \tan \theta + \sin \theta = \frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{15 + 12}{20} = \frac{27}{20}$

নির্ণেয় মান $\frac{27}{20}$

খ. চিত্রে, $BD = 15$ মিটার, $\angle BCD = 30^\circ$
 $AC = CD$

ΔBCD এ, $\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30^\circ = \frac{15}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{15}{CD}$

$\therefore CD = 30$

$\therefore AC = CD = 30$ মিটার

আবার, ΔBCD এ,

$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{15}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{BC}$

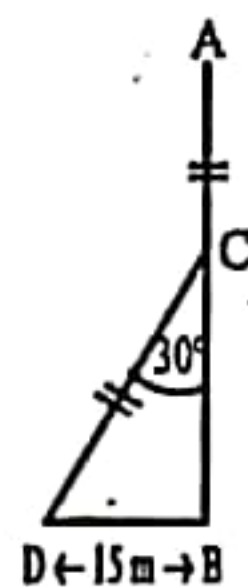
$\therefore BC = 15\sqrt{3}$

$AB = AC + BC = (30 + 15\sqrt{3})$ মিটার

$= (30 + 25.98076)$ মিটার

≈ 55.98 মিটার (প্রায়)

নির্ণেয় AB এর দৈর্ঘ্য 55.98 মিটার (প্রায়)।



বিকল্প পদ্ধতি

চিত্রে, $BD = 15$ মিটার

এবং $\angle BCD = 30^\circ$

মনে করি,

AB এর দৈর্ঘ্য $= h$ মিটার

এবং $BC = x$ মিটার

$\therefore AC = CD = (h - x)$ মিটার

এখন, ΔBCD এ,

$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{15}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{x}$

$\therefore x = 15\sqrt{3}$

আবার, ΔBCD এ, $\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 30^\circ = \frac{x}{h - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{h - x}$

বা, $h\sqrt{3} - x\sqrt{3} = 2x$

বা, $h\sqrt{3} = 2x + x\sqrt{3}$

বা, $h\sqrt{3} = 2 \times 15\sqrt{3} + 15\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$[\because x = 15\sqrt{3}]$

বা, $h = \frac{30\sqrt{3} + 45}{\sqrt{3}} = 55.98$ মিটার (প্রায়)

নির্ণেয় AB এর দৈর্ঘ্য 55.98 মিটার (প্রায়)।

গ. চিত্রে, $\angle PRQ = 60^\circ$, $\angle PSQ = 45^\circ$ এবং $RS = 54$ মিটার

ধরি, $PQ = h$ মিটার এবং $QR = x$ মিটার

$\therefore QS = (x + 54)$ মিটার

এখন, ΔPQR এ,

$\tan \angle PRQ = \frac{PQ}{QR}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $h = x\sqrt{3}$ (1)

আবার, ΔPQS এ,

$\tan \angle PSQ = \frac{PQ}{QS}$

বা, $\tan 45^\circ = \frac{h}{x + 54}$

বা, $1 = \frac{h}{x + 54}$

বা, $h = x + 54$

বা, $x\sqrt{3} - x = 54$

বা, $x(\sqrt{3} - 1) = 54$

বা, $x = \frac{54}{\sqrt{3} - 1} = 73.77$

x -এর মান (1)নং এ বসিয়ে পাই,

$h = 73.77 \times \sqrt{3} = 127.77$

$\therefore PQ = 127.77$

$QS = (73.77 + 54) = 127.77$

আবার, ΔPSQ এ $\sin \angle PSQ = \frac{PQ}{PS}$

বা, $\sin 45^\circ = \frac{127.77}{PS}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{127.77}{PS}$

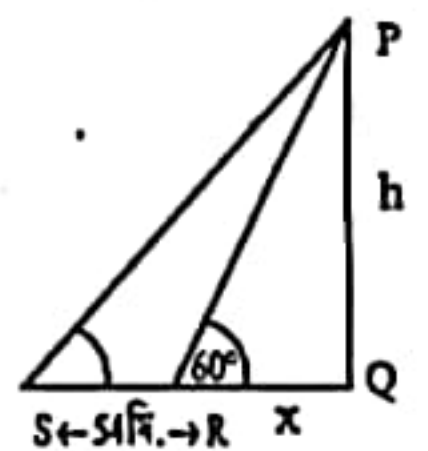
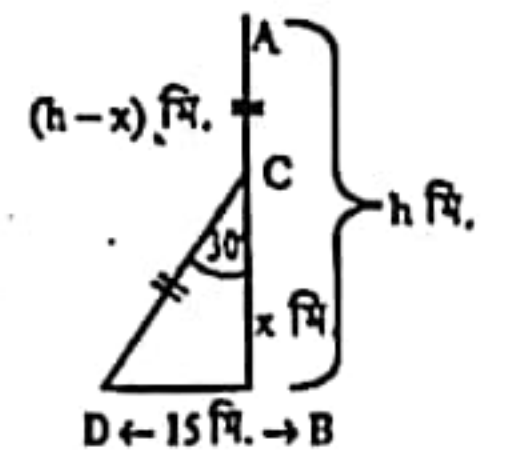
$\therefore PS = 127.77 \times \sqrt{2} = 180.694$

$\therefore \Delta PQS$ -এর পরিসীমা $= PQ + QS + PS$

$= (127.77 + 127.77 + 180.694)$ মিটার

$= 436.23$ মিটার (প্রায়)

নির্ণেয় ΔPQS -এর পরিসীমা 436.23 মিটার (প্রায়)।



প্রশ্ন ১৪ ▶ সিলেট বোর্ড ২০১৯

৪৮ মিটার দীর্ঘ একটি গাছের গোড়া থেকে কিছু দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° । ঐ বিন্দু থেকে x মিটার পিছিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° হয়। একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে y মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. $\sin^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. x এর মান নির্ণয় কর।

গ. y এর মান নির্ণয় কর।

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

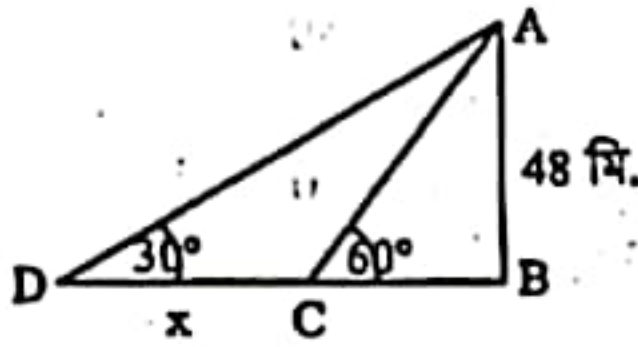
প্রদত্ত রাশি $= \sin^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left[\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ও } \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় মান $\frac{1}{2}$ ।

চিত্রে, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = 48$ মিটার। C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60^\circ$ । C বিন্দু থেকে x মিটার পিছিয়ে গেলে D বিন্দুতে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ADB = 30^\circ$ হয়।



ফলে $BD = BC + CD = (BC + x)$ মিটার

এখন, $\triangle ABC$ -এ

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{48}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{48}{BC}$$

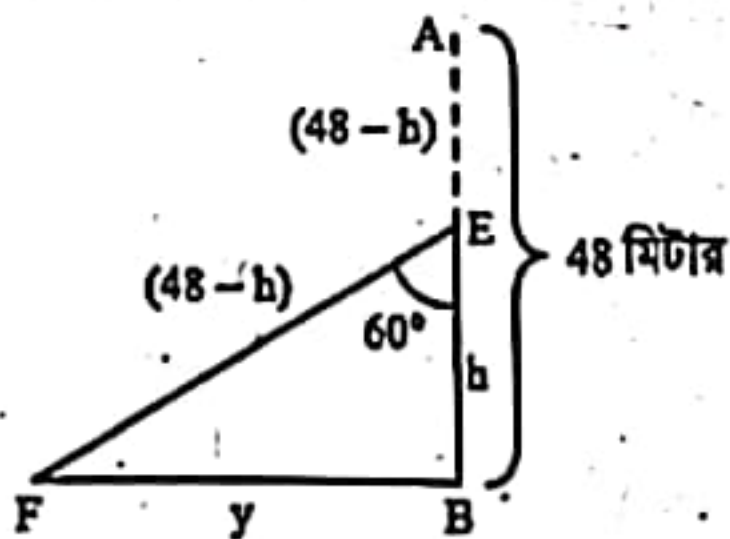
$$\text{বা, } BC = \frac{48}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BC = 16\sqrt{3}$$

$$\therefore BD = (16\sqrt{3} + x) \text{ মিটার}$$

নির্ণেয় মান : $x = 55.43$ মিটার (প্রায়)।

গ. চিত্রে, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = 48$ মিটার।



গাছটি E বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে দভায়মান অংশ BE এর E বিন্দুতে $\angle BEF = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া B হতে y মিটার দূরে F বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, $BF = y$ মিটার।

ধরি, $BE = h$ মিটার

তাহলে, $AE = EF = (48 - h)$ মিটার

এখন, $\triangle BEF$ -এ,

$$\cos \angle BEF = \frac{BE}{EF}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{h}{48 - h}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{h}{48 - h}$$

$$\text{বা, } 2h = 48 - h$$

$$\text{বা, } 3h = 48$$

$$\therefore h = 16$$

অর্থাৎ, $BE = 16$ মিটার

নির্ণেয় মান : $y = 27.71$ মিটার (প্রায়)।

আবার, $\triangle BEF$ এ,

$$\tan \angle BEF = \frac{BF}{BE}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{y}{16}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{y}{16}$$

$$\text{বা, } y = 16\sqrt{3}$$

$$\therefore y = 27.71 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

প্রশ্ন ১৫ ▶ বরিশাল বোর্ড ২০১৯

৬০ মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দভায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করলো।

ক. কোনো মিনারের দৈর্ঘ্য ১৭ মিটার ও উন্নতি কোণ 30°

হলে মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. গাছটির ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে দভায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

মনে করি, মিনারের দৈর্ঘ্য $AB = 17$

মিটার। AB মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য BC

$= x$ মিটার। C বিন্দুতে মিনারের শীর্ষ A

বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ACB = 30^\circ$ ।

$$\triangle ABC\text{-এ } \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{17}{x} \text{ বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{17}{x}$$

$$\text{বা, } x = 17\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 29.44 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য ২৯.৪৪ মিটার (প্রায়)।

মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = 60$ মিটার।

ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য $AC = CD = x$ মি. এবং $\angle BCD = 60^\circ$ ।

$$\therefore BC = (60 - x) \text{ মি.}$$

এখন, $\triangle BCD$ এ

$$\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{60 - x}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{60 - x}{x}$$

$$\text{বা, } x = 120 - 2x$$

$$\therefore BC = (60 - x) \text{ মি.}$$

$$\text{এখন, } \triangle BCD \text{ এ, } \cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{60 - x}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{60 - x}{x}$$

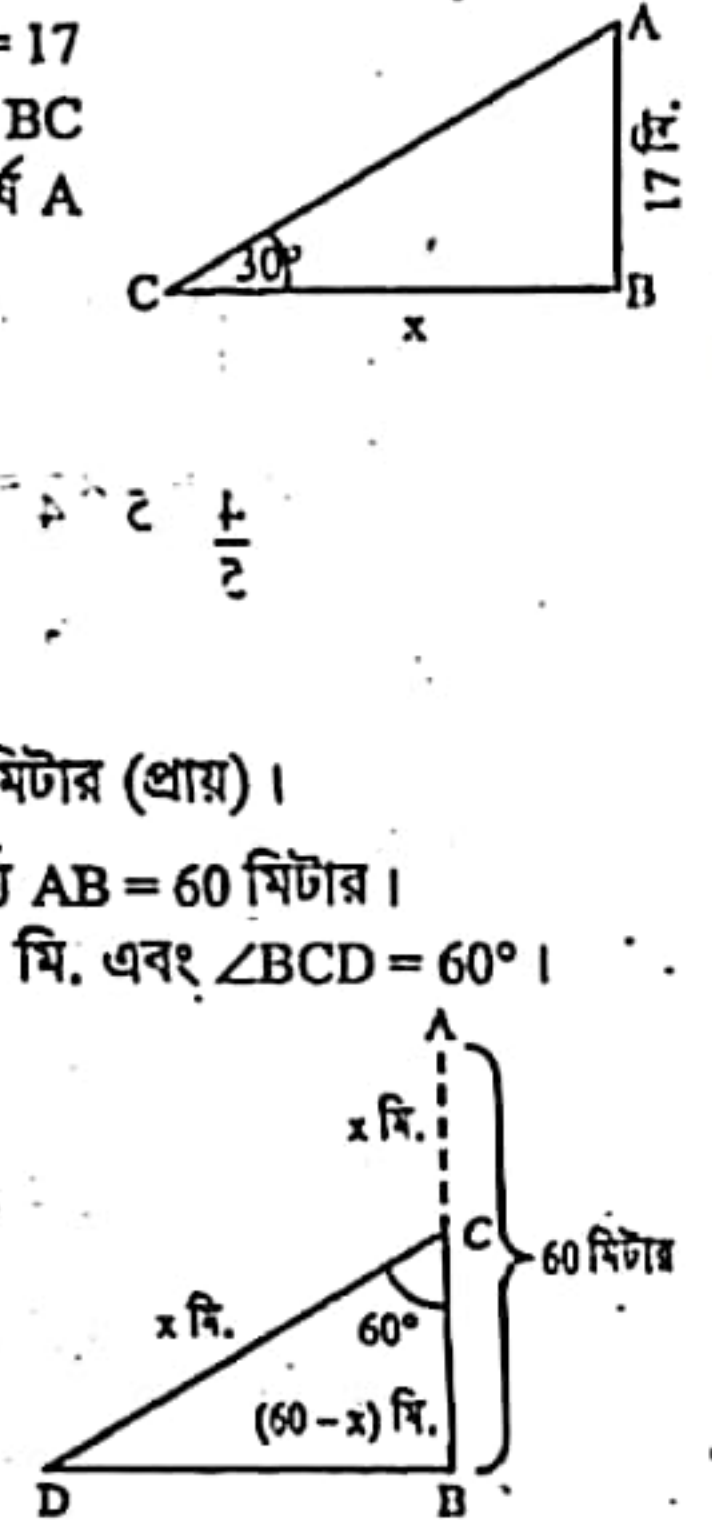
$$\text{বা, } x = 120 - 2x$$

$$\text{বা, } x + 2x = 120$$

$$\text{বা, } 3x = 120$$

$$\text{বা, } x = \frac{120}{3} = 40$$

$\therefore$ গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার।



বিকল্প পদ্ধতি

মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = 60$ মিটার। গাছটির দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য, $BC = h$ মিটার এবং $\angle BCD = 60^\circ$ ।

$\therefore$ ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য $AC = CD = (60 - h)$ মিটার।

এখন, $\triangle BCD$ -এ,

$$\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{h}{60 - h}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{h}{60 - h}$$

$$\text{বা, } 2h = 60 - h$$

$$\text{বা, } 2h + h = 60$$

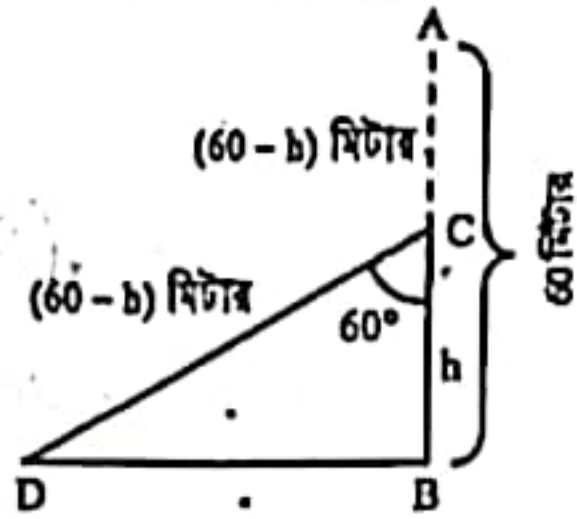
$$\text{বা, } 3h = 60$$

$$\text{বা, } h = \frac{60}{3}$$

$$\therefore h = 20$$

$\therefore$ গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য, $AC = (60 - 20)$ মিটার = 40 মিটার।

$\therefore$ গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 40 মিটার।



মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য,

$AB = 60$ মিটার এবং দণ্ডায়মান অংশের

দৈর্ঘ্য, $BC = h$ মিটার। ভাঙা অংশের

দৈর্ঘ্য, $AC = CD = (60 - h)$ মিটার।

ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 45° কোণ

উৎপন্ন করে। অর্থাৎ $\angle CDB = 45^\circ$ ।

এখন, $\triangle BCD$ -এ,

$$\sin \angle CDB = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 45^\circ = \frac{h}{60 - h}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{60 - h}$$

$$\text{বা, } h\sqrt{2} = 60 - h$$

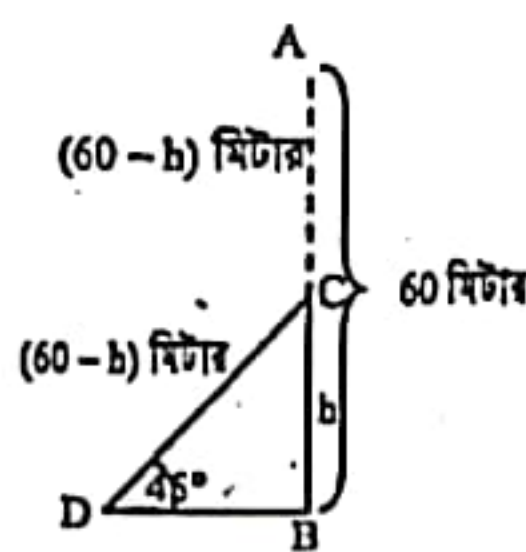
$$\text{বা, } h\sqrt{2} + h = 60$$

$$\text{বা, } h(\sqrt{2} + 1) = 60$$

$$\text{বা, } h = \frac{60}{\sqrt{2} + 1}$$

$$\therefore h = 24.85 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ গাছটির দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য 24.85 মিটার (প্রায়)।



প্রশ্ন ১৬. দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯

18 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। দুটি মাইলপোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45° ।

ক. কোনো মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° এবং মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য 15 মিটার হলে, মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

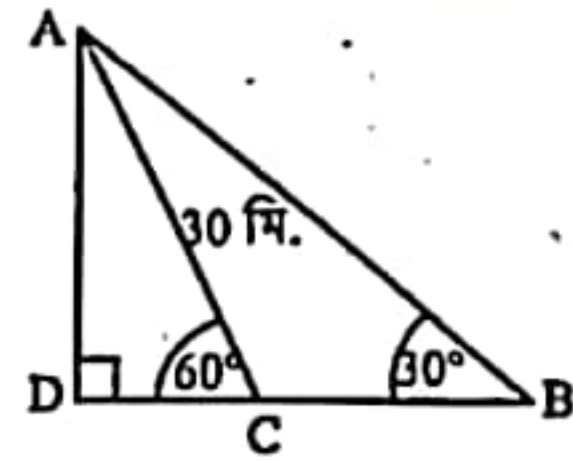
খ. উদ্দীপকের আলোকে খুঁটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের আলোকে M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন ১১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৭. সকল বোর্ড ২০১৮

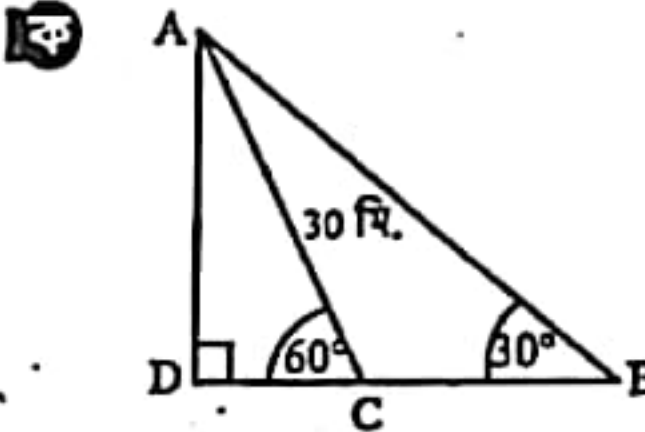


ক. $\angle BAC$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. AD ও CD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. $\triangle ABC$ -এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

১৭নং প্রশ্নের সমাধান



এখানে, $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle ACD = 60^\circ$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\triangle ABC \text{ এ, } \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

[$\therefore$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

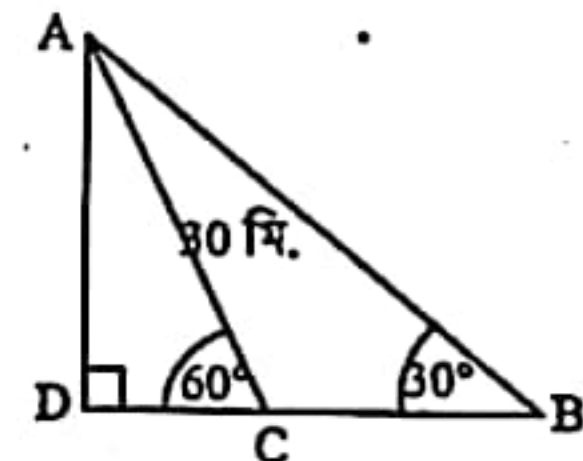
$$\text{বা, } \angle BAC + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BAC + 150^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BAC \text{ এর মান } 30^\circ.$$

বিকল্প পদ্ধতি



এখানে, $\triangle ABC$ এর $\angle ABC = 30^\circ$

এবং বহিঃস্থ $\angle ACD = 60^\circ$

যেহেতু ত্রিভুজের যেকোনো বহিঃস্থ কোণ তার অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

$$\text{সেহেতু } \angle BAC + \angle ABC = 60^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BAC + 30^\circ = 60^\circ \quad [\because \angle ABC = 30^\circ]$$

$$\text{বা, } \angle BAC = 60^\circ - 30^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BAC \text{ এর মান } 30^\circ.$$

এখানে, $\triangle ADC$ এর $\angle ACD = 60^\circ$ এবং $AC = 30$ মিটার

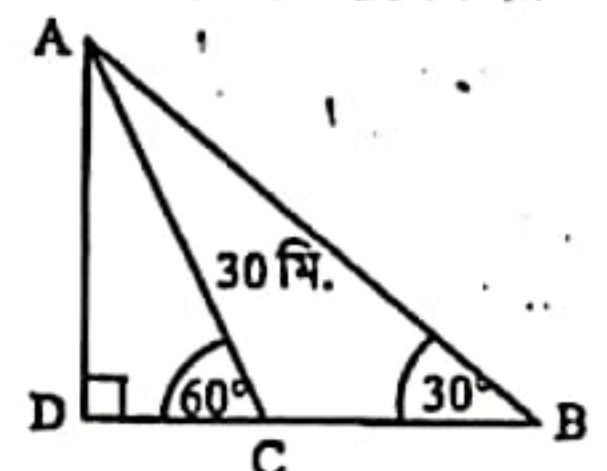
$$\triangle ADC \text{ এ, } \sin \angle ACD = \frac{AD}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{AD}{30}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{30}$$

$$\text{বা, } 2AD = 30\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AD = \frac{30\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ মিটার}$$



আবার, ΔADC এ $\cos \angle ACD = \frac{CD}{AC}$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{CD}{30}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{CD}{30}$$

$$\text{বা, } 2CD = 30$$

$$\text{বা, } CD = \frac{30}{2} = 15 \text{ মিটার}$$

$\therefore$ AD এর দৈর্ঘ্য $15\sqrt{3}$ মিটার এবং CD এর দৈর্ঘ্য 15 মিটার।

এখানে, AC = 30 মিটার। ΔABD এর $\angle ABD = 30^\circ$ ।

খ হতে পাই, AD = $15\sqrt{3}$ মিটার

এবং CD = 15 মিটার

ΔABD এ, $\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$$

$$\therefore AB = 30\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

আবার, ΔABD এ, $\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$$

$$\text{বা, } BD = 15\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$\therefore BD = 45 \text{ মিটার}$$

$$BC = BD - CD = (45 - 15) \text{ মিটার} = 30 \text{ মিটার}$$

ΔABC এর পরিসীমা = AB + BC + AC

$$= (30\sqrt{3} + 30 + 30) \text{ মিটার}$$

$$= (60 + 30\sqrt{3}) \text{ মিটার}$$

$$= 111.96 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা 111.96 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৮ ▶ ঢাকা বোর্ড ২০১৭

একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ মিটার দূরে C বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. $\tan 2C$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$ ।

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

এখানে, AB গাছ ঝড়ে O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গাছের গোড়া থেকে $BC = 10\sqrt{3}$ মিটার দূরে C বিন্দুতে ভূমির সাথে $\angle OCB = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

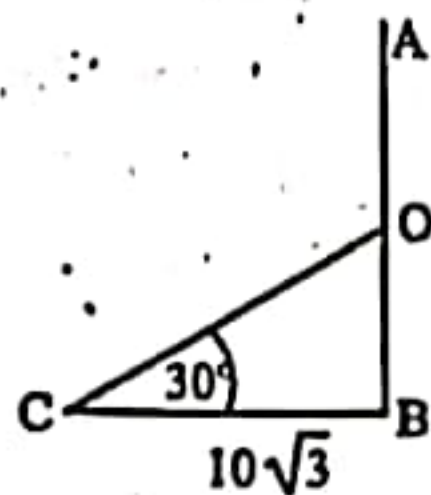
অর্থাৎ $\angle C = \angle OCB = 30^\circ$ ।

প্রদত্ত রাশি = $\tan 2C$

$$= \tan 2 \times 30^\circ$$

$$= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$\therefore \tan 2C$ এর মান $\sqrt{3}$ ।



ক' নং চিত্রানুসারে, BOC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{BO}{BC} = \tan C \text{ এবং } \frac{CO}{BC} = \sec C$$

$$\text{বামপক্ষ} = \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2$$

$$= (\tan C + \sec C)^2$$

$$= \left(\frac{\sin C}{\cos C} + \frac{1}{\cos C}\right)^2 = \left(\frac{\sin C + 1}{\cos C}\right)^2 = \frac{(1 + \sin C)^2}{\cos^2 C}$$

$$= \frac{(1 + \sin C)^2}{1 - \sin^2 C} \quad [\because \cos^2 C = 1 - \sin^2 C]$$

$$= \frac{(1 + \sin C)(1 + \sin C)}{(1 + \sin C)(1 - \sin C)} = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C} \text{ (দেখানো হলো)}$$

বিকল্প পদ্ধতি

ক' এর চিত্রানুসারে, BOC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C = \angle OCB = 30^\circ$

$$\frac{BO}{BC} = \tan C = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{CO}{BC} = \sec C = \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1+2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{9}{3} = 3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$$

$$= \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2+1}{2}}{\frac{2-1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

$$\therefore \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C} \text{ (দেখানো হলো)}$$

ক এর চিত্রানুসারে সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য,

$$AB = AO + BO$$

$$\angle OCB = 30^\circ$$

$$BC = 10\sqrt{3}$$

$$\text{এবং } AO = CO$$

BOC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle OCB = \frac{BO}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} BO = 10\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BO = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BO = 10 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য} = AO + BO$$

$$= (20 + 10) \text{ মিটার} = 30 \text{ মিটার}$$

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 30 মিটার।

আবার BOC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle OCB = \frac{BC}{CO}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{CO}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{CO}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} CO = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } CO = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore CO = 20 \text{ মিটার}$$

$$\therefore AO = CO = 20 \text{ মিটার}$$

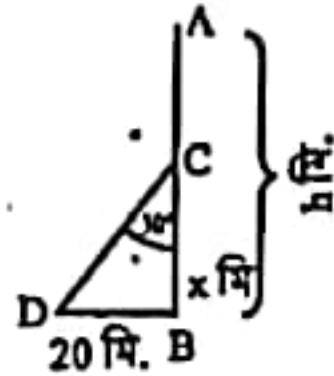
প্রশ্ন ১৯ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০১৭

একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে ২০ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

- ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক ও ব্যাখ্যা কর।
খ. গাছটি কত মিটার উচ্চতায় ভেঙেছিল তা বের কর।
গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

মনে করি, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার।
গাছটি $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $BD = 20$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।
এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার।



ক-এর চিত্র হতে, $\angle BCD = 30^\circ$, $BD = 20$ মিটার, $BC = x$ মিটার।
BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{20}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{x}$$

$$\text{বা, } x = 20\sqrt{3} = 34.641 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ গাছটি ৩৪.৬৪১ মিটার (প্রায়) উচ্চতায় ভেঙেছিল।

ক-এর চিত্র হতে, $\angle BCD = 30^\circ$, $BD = 20$ মিটার, $AB = h$ মিটার, $BC = x$ মিটার, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার
খ-হতে প্রাপ্ত, $x = 34.641$ মিটার (প্রায়)

$$\therefore CD = (h - 34.641) \text{ মিটার}$$

এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{20}{h - 34.641}$$

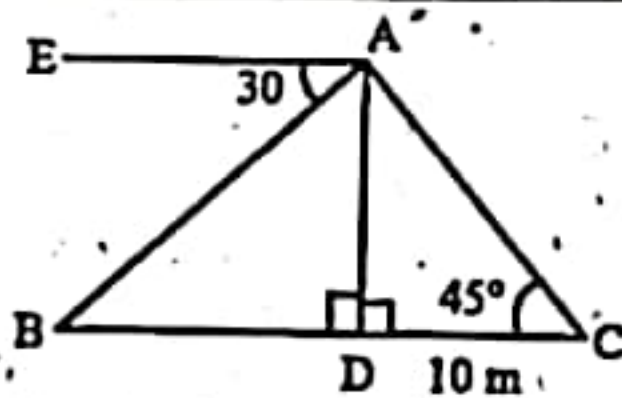
$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{20}{h - 34.641}$$

$$\text{বা, } h - 34.641 = 40$$

$$\text{বা, } h = 40 + 34.641 = 74.641 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য ৭৪.৬৪১ মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ২০ ▶ যশোর বোর্ড ২০১৭



চিত্রে $EA \parallel BC$, $AD \perp BC$, উন্নতি $\angle ACD = 45^\circ$ এবং $DC = 10$ মিটার।

ক. উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণের সংজ্ঞা দাও।

খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

২০নং প্রশ্নের সমাধান

উন্নতি কোণ : ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে।

অবনতি কোণ : ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে।

এখানে, $EA \parallel BC$, $AD \perp BC$, $DC = 10$ মিটার

উন্নতি কোণ $\angle ACD = 45^\circ$

$$\angle BAE = 30^\circ$$

$$\angle ABD = \angle BAE = 30^\circ$$

ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ACD = \frac{AD}{DC}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{AD}{10}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{AD}{10}$$

$$\therefore AD = 10$$

ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{10}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{10}{AB}$$

$$\text{বা, } AB = 20$$

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য ২০ মিটার।

এখানে, $DC = 10$ মিটার, $\angle ACD = 45^\circ$, $\angle BAE = 30^\circ$

খ-হতে প্রাপ্ত, $\angle ABD = \angle BAE = 30^\circ$, $AD = 10$ মিটার এবং $AB = 20$ মিটার।

ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle ACD = \frac{DC}{AC}$$

$$\text{বা, } \cos 45^\circ = \frac{10}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{AC}$$

$$\text{বা, } AC = 10\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } AC = 14.1421 \text{ (প্রায়)}$$

$$BC = BD + DC = (17.3205 + 10) \text{ মিটার}$$

$$= 27.3205 \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এর পরিসীমা} = AB + BC + AC$$

$$= (20 + 27.3205 + 14.1421) \text{ মিটার}$$

$$= 61.4626 \text{ মিটার} = 61.46 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা ৬১.৪৬ মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ২১ ▶ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৭

একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে খুঁটিটির গোড়া থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করল।

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক।

খ. খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. খুঁটিটির ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে নির্ণয় কর।

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ধরি, খুঁটির দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার।

খুঁটিটি $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে

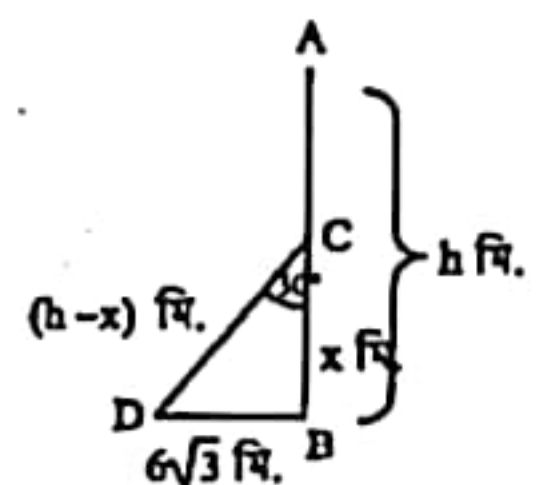
গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে দভায়মান অংশের

সাথে C বিন্দুতে $\angle BCD = 30^\circ$ উৎপন্ন

করে খুঁটিটির গোড়া থেকে $BD = 6\sqrt{3}$

মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

তাহলে, $AC = CD = AB - BC = (h - x)$ মিটার।



ক' হতে প্রাপ্ত, $BC = x$ মিটার

$$CD = (h - x) \text{ মিটার}$$

$$\angle BCD = 30^\circ$$

$$AB = h \text{ মিটার}$$

এখন, $\triangle BCD$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{x}{h-x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{h-x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h - \sqrt{3}x = 2x$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 2x + \sqrt{3}x \dots (1)$$

(1) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\sqrt{3}h = 2 \times 18 + \sqrt{3} \times 18$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 36 + 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 36 + 31.1769$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 67.1769$$

$$\text{বা, } h = \frac{67.1769}{\sqrt{3}} = 38.78 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 38.78 মিটার (প্রায়)।

গ' থেকে পাই, খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = 38.78$ মিটার (প্রায়)।

ধরি, খুঁটিটির $BC = x$ মিটার উচ্চতায় C বিন্দুতে ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ করে গোড়া থেকে BD মিটার দূরে ভূমিকে স্পর্শ করেছে।

$$\therefore CD = AC = AB - BC = (38.78 - x) \text{ মিটার।}$$

এখন, $\triangle BCD$ -সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{BD}{38.78 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BD}{38.78 - x}$$

$$\text{বা, } BD = \frac{\sqrt{3}(38.78 - x)}{2} \dots (2)$$

আবার, $\triangle BCD$ -সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{BD}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{BD}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = BD$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}(38.78 - x)}{2} \quad [(2) \text{ নং থেকে } BD \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2x = 38.78 - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 38.78$$

$$\text{বা, } 3x = 38.78$$

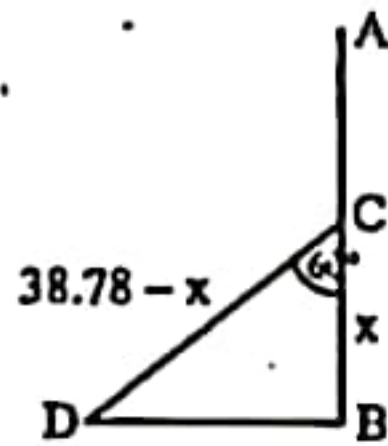
$$\text{বা, } x = \frac{38.78}{3} = 12.9267$$

সমীকরণ (2) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$BD = \frac{\sqrt{3}(38.78 - 12.9267)}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 25.8533}{2}$$

$$= 22.3896 = 22.39 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে 22.39 মিটার (প্রায়) দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে।



প্রশ্ন ২২ ▶ চ্যুতামাত্রার ২০১০

একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, গাছটির ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 0° এবং ভূমির সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া হতে 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



ক. তথ্যের আলোকে সঠিক বিবরণসহ চিত্র আঁক।

২



খ. প্রমাণ কর যে, $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$.

৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, গাছের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার।

গাছটি ঝড়ে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে

দণ্ডায়মান অংশের সাথে C বিন্দুতে $\angle BCD = 0^\circ$

উৎপন্ন করে এবং ভূমির সাথে D বিন্দুতে

$\angle BDC = 60^\circ$ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া হতে

$BD = 15$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ধরি, $BC = x$ মিটার।

$$CD = AC = AB - BC = (h - x) \text{ মিটার।}$$

খ' এর চিত্র হতে, $AB = h$ মি., $BC = x$ মি., $BD = 15$ মিটার $\triangle BCD$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle BDC = \frac{BC}{BD} = \frac{x}{15}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{x}{15}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{x}{15}$$

$$\therefore x = 15\sqrt{3}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \sin 30$$

$$= \sin (3 \times 30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$$

$$= 3 \sin 30^\circ - 4 (\sin 30^\circ)^3$$

$$= 3 \times \frac{1}{2} - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= \frac{3}{2} - 4 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore \sin 30 = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta. \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ' এর চিত্র হতে,

$$AB = h \text{ মিটার, } CD = (h - x) \text{ মিটার, } \angle BDC = 60^\circ$$

খ' হতে প্রাপ্ত, $BC = x = 15\sqrt{3}$

এখন, $\triangle BCD$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle BDC = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{x}{h-x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{h-x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h - \sqrt{3}x = 2x$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 2x + \sqrt{3}x$$

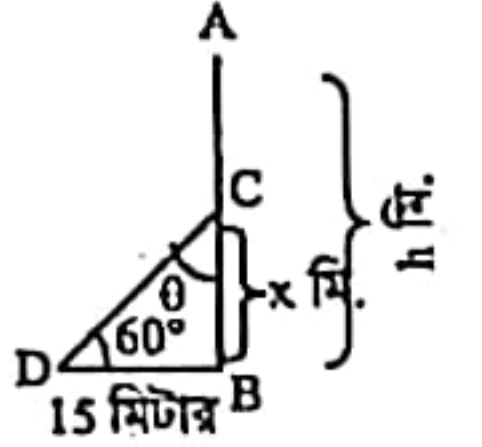
$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 2 \times 15\sqrt{3} + \sqrt{3} \times 15\sqrt{3} \quad [x = 15\sqrt{3} \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 30\sqrt{3} + 45$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 96.961$$

$$\text{বা, } h = \frac{96.961}{\sqrt{3}} = 55.98 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য 55.98 মিটার (প্রায়)।



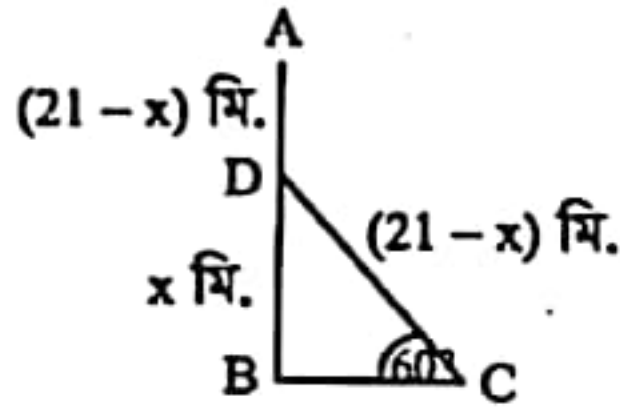
প্রশ্ন ২৩ ১ সিলেট বোর্ড ২০১৭

২১ মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

- ক. উপরোক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২
খ. খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. খুঁটিটি ৭ মিটার উচ্চতায় ভাঙলে, ভূমির সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, $AB = 21$ মি. লম্বা একটি খুঁটি $BD = x$ মিটার উচ্চতায় D বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে ভূমির সাথে C বিন্দুতে $\angle BCD = 60^\circ$ উৎপন্ন করেছে।



এখানে, $CD = AD = AB - BD = (21 - x)$ সে.মি.

ক' নং চিত্র হতে পাই,

$AB = 21$ মিটার, $\angle BCD = 60^\circ$, $BD = x$ মিটার

খুঁটির ভাঙা অংশ $= AD = CD = (21 - x)$ মিটার

এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{x}{21 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{21 - x}$$

$$\text{বা, } 2x = 21\sqrt{3} - \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } 2x + \sqrt{3}x = 21\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x(2 + \sqrt{3}) = 21\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{21\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{36.373}{3.732}$$

$$\therefore x = 9.7462 \text{ মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য} = (21 - 9.7462) \text{ মিটার} \\ = 11.254 \text{ মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 11.254 মিটার (প্রায়)।}$$

৭ চিত্র অনুযায়ী, $AB = 21$ মিটার, $BD = 7$ মিটার

৭ মিটার উচ্চতায় ভাঙলে ভাঙা অংশ $= CD = AD = AB - BD \\ = (21 - 7) \text{ মি.} = 14 \text{ মি.}$

ধরি, ভাঙা অংশ ভূমির সাথে

$\angle BCD = \theta$ কোণ উৎপন্ন করে।

BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

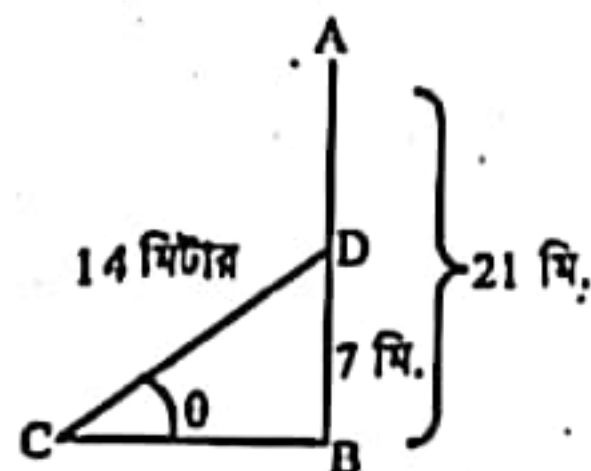
$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{7}{14}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\therefore \text{ভূমির সাথে } 30^\circ \text{ কোণ উৎপন্ন করে।}$$



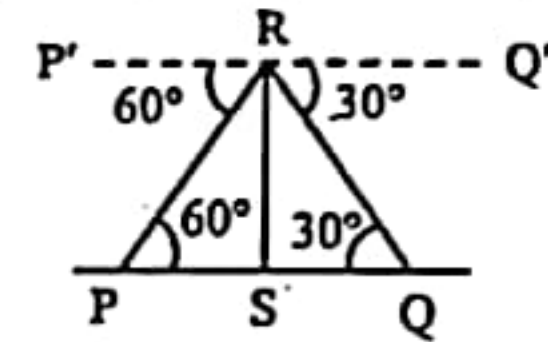
প্রশ্ন ২৪ ১ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৭

P ও Q দুইটি নির্দিষ্ট স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব ১২০০ মিটার। R বিন্দুতে অবস্থিত একটি বিমান হতে P ও Q বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30° ।

- ক. $RS \perp PQ$ হলে $\angle RPS$ ও $\angle QRS$ এর মধ্যকার সম্পর্ক লেখ। ২
খ. বিমানটি ভূমি হতে কত উপরে রয়েছে তা নির্ণয় কর। ৪
গ. PR এবং QR এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

এখানে, P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = 1200$ মিটার এবং বিমানটির অবস্থান R বিন্দুতে। R থেকে P এবং Q বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে $\angle RPQ = 60^\circ$ এবং $\angle RQP = 30^\circ$



অর্থাৎ $\angle RPS = \angle RPQ = 60^\circ$

এবং $\angle RQS = \angle RQP = 30^\circ$

$RS \perp PQ$ হওয়ায় $\angle RSQ = 90^\circ$

ΔRSQ এ,

$$\angle RSQ + \angle RQS + \angle QRS = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 90^\circ + 30^\circ + \angle QRS = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 120^\circ + \angle QRS = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle QRS = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\therefore \angle QRS = 60^\circ$$

$$\therefore \angle RPS = \angle QRS$$

ক' এর চিত্র হতে, $\angle RPQ = 60^\circ$

এবং $\angle RQP = 30^\circ$

এবং $PQ = 1200$ মিটার

$SP = x$ হলে, $SQ = PQ - SP = 1200 - x$

ধরি, ভূমি হতে বিমানটির উচ্চতা $SR = h$ মিটার

এখন, RSP সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle RPS = \frac{RS}{PS}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = \sqrt{3}x \dots\dots\dots (1)$$

আবার, RSQ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle RQS = \frac{RS}{SQ}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{1200 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1200 - x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 1200 - x$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}(\sqrt{3}x) = 1200 - x$$

$$[h = \sqrt{3}x \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 3x = 1200 - x$$

$$\text{বা, } 3x + x = 1200$$

$$\text{বা, } 4x = 1200$$

$$\text{বা, } x = \frac{1200}{4} = 300 \text{ মিটার}$$

(1) নং হতে পাই,

$$h = \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 300$$

$$= 1.73205 \times 300$$

$$= 519.6 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ বিমানটি ভূমি হতে প্রায় ৫১৯.৬ মিটার উপরে ছিল।

৫৭ 'খ' হতে পাই, $SP = x = 300$ মিটার

এবং $SQ = 1200 - x = 1200 - 300 = 900$ মিটার

এখন, RSP সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle RPS = \frac{SP}{PR}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{300}{PR}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{300}{PR}$$

$$\therefore PR = 600 \text{ মিটার}$$

এবং RSQ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle RQS = \frac{SQ}{QR}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{900}{QR}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{900}{QR}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \times QR = 1800$$

$$\text{বা, } QR = \frac{1800}{\sqrt{3}}$$

$$= 1039.23 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore PR$ এবং QR এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 600 মিটার এবং 1039.23 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ২৫ ১ ঢাকা বোর্ড ২০১৬

একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যেন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।

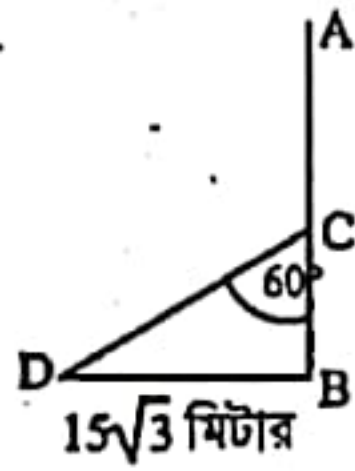
ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

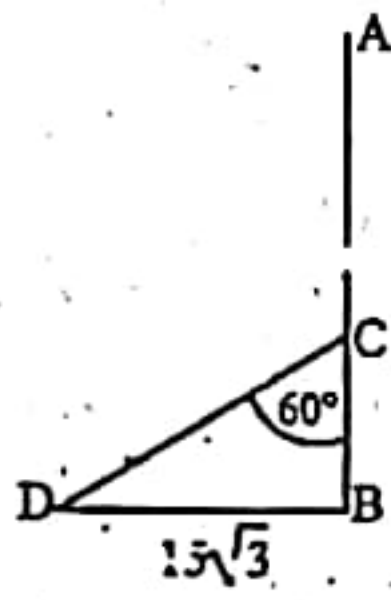
গ. ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে, ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য কত?

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

কি এখানে, AB গাছটি BC উচ্চতায় C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $BD = 15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।



খ মনে করি, গাছের দৈর্ঘ্য AB । গাছটি BC উচ্চতায় C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $BD = 15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে। এখানে, $CD = AC = AB - BC$



BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}BC = 15\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BC = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } BC = 15$$

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য 45 মিটার।

আবার, BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{AB - BC}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB - 15}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}(AB - 15) = 30\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AB - 15 = \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } AB - 15 = 30$$

$$\text{বা, } AB = 30 + 15 = 45$$

খ-হতে প্রাপ্ত,

সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $AB = 45$

মিটার। ধরি, গাছটি $BC = x$ উচ্চতায়

C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে

$\angle BCD = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

এখানে, $CD = AC = AB - BC = (45 - x)$ মিটার

BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{x}{45 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{45 - x}$$

$$\text{বা, } 2x = 45\sqrt{3} - \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } 2x + \sqrt{3}x = 45\sqrt{3}$$

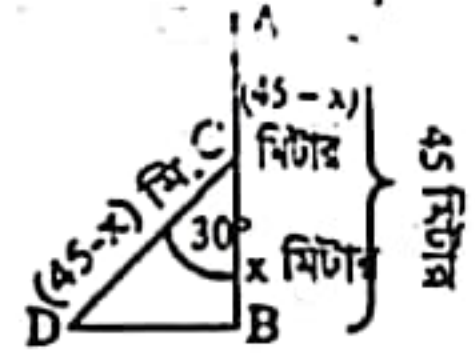
$$\text{বা, } x(2 + \sqrt{3}) = 45\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{45\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 20.88457 \text{ (প্রায়)}$$

$$AC = (45 - x) \text{ মিটার}$$

$$= (45 - 20.88457) \text{ মিটার} = 24.115 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 24.115 মিটার (প্রায়)।



প্রশ্ন ২৬ ১ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৬

একটি দালানের ছাদের পাদদেশ থেকে 60 মিটার দূরের ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ 60° । ঐ বিন্দু হতে x মিটার পেছনে গেলে ছাদের উন্নতি কোণ 45° হয়।

ক. উপরের তথ্যের প্রেক্ষিতে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক।

খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. x এর মান নির্ণয় কর এবং পেছনের বিন্দু হতে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

২৬নং প্রশ্নের সমাধান

কি মনে করি, AB একটি দালান।

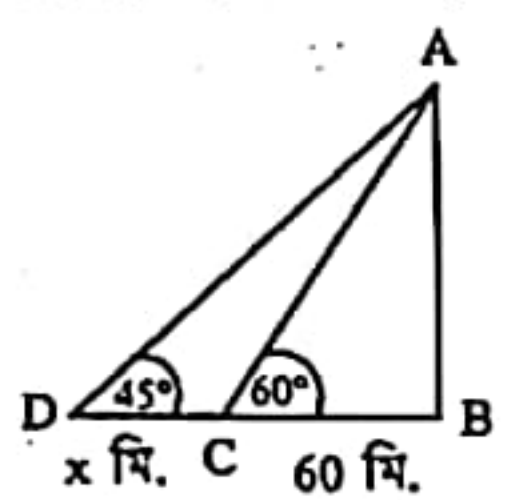
AB দালানের ছাদের পাদদেশ B

থেকে 60 মিটার দূরের ভূতলস্থ C

বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60^\circ$ । C বিন্দু হতে x মিটার

পেছনের দিকে গেলে ছাদের উন্নতি

কোণ $\angle ADB = 45^\circ$ ।



খ এখানে, দালানের উচ্চতা AB , $BC = 60$ মিটার

এবং $\angle ACB = 60^\circ$ ।

ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

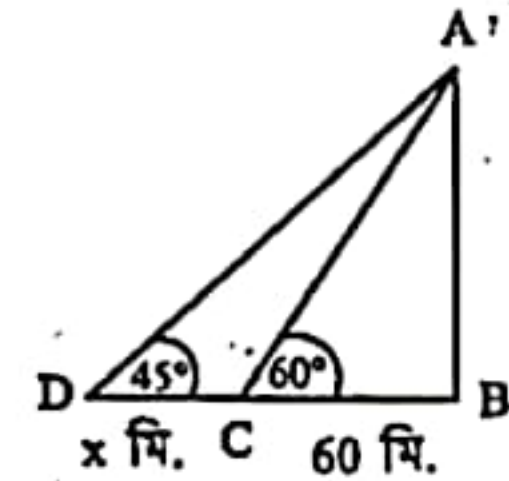
$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{AB}{60}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{AB}{60}$$

$$\text{বা, } AB = 60\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AB = 103.923 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ দালানের উচ্চতা 103.923 মিটার (প্রায়)।



▶▶ ৬০৬

১৫ খ-হতে প্রাপ্ত, দালানের উচ্চতা $AB = 103.923$ মিটার (প্রায়)

এখানে, $BC = 60$ মিটার

$CD = x$ মিটার

$BD = BC + CD$

$= (60 + x)$ মিটার

$\angle ACB = 60^\circ$

এবং $\angle ADB = 45^\circ$

ADB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{103.923}{60 + x}$$

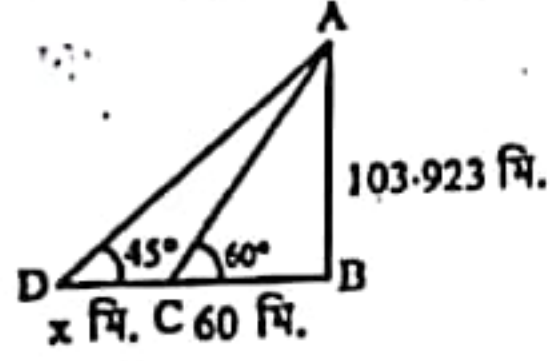
$$\text{বা, } 1 = \frac{103.923}{60 + x}$$

$$\text{বা, } 60 + x = 103.923$$

$$\text{বা, } x = 103.923 - 60$$

$$\therefore x = 43.923$$

$\therefore x$ এর মান 43.923 মিটার (প্রায়) এবং পেছনের বিন্দু থেকে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব 146.969 মিটার (প্রায়)।



আবার, ADB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \sin 45^\circ = \frac{103.923}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{103.923}{AD}$$

$$\text{বা, } AD = 103.923 \times \sqrt{2}$$

$$\therefore AD = 146.969 \text{ (প্রায়)}$$

প্রশ্ন ২৭ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০১৫

একটি টাওয়ারের পাদবিন্দু থেকে কিছু দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুতে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । ঐ বিন্দু থেকে টাওয়ারের দিকে 20 মিটার এগিয়ে আসলে টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60° হয়।

ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

২৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, টাওয়ারের উচ্চতা $AB = h$

মিটার। AB টাওয়ারের পাদবিন্দু থেকে

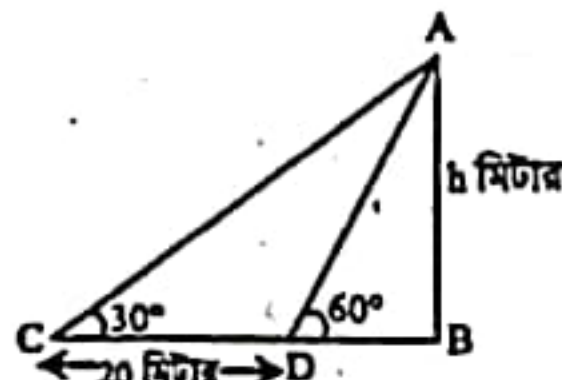
কিছু দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুতে টাওয়ারের

শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 30^\circ$ । C

বিন্দু থেকে টাওয়ারের দিকে $CD = 20$

মিটার এগিয়ে আসলে টাওয়ারের শীর্ষের

উন্নতি কোণ $\angle ADB = 60^\circ$ হয়।



এখানে, $AB = h$ মিটার, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$, $CD = 20$ মিটার ধরি, $BD = x$ মিটার

$$\therefore BC = BD + CD = (x + 20) \text{ মিটার}$$

এখন ABC সমকোণী ত্রিভুজে, আবার, ADB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x + 20}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 20}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = x + 20$$

$$\text{বা, } x = \sqrt{3}h - 20 \dots\dots\dots (1)$$

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{3}(\sqrt{3}h - 20)$$

$$[(1) \text{ নং হতে } x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } h = 3h - 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 3h - h = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 2h = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 17.32 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা 17.32 মিটার (প্রায়)।

এখানে, $\angle ACB = 30^\circ$

টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুর দূরত্ব $= AC$

খ-হতে প্রাপ্ত, টাওয়ারের উচ্চতা $AB = 17.32$ মিটার (প্রায়)

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{17.32}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{17.32}{AC}$$

$$\text{বা, } AC = 34.64$$

$\therefore$ টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটির দূরত্ব 34.64 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ২৮ ▶ সিলেট বোর্ড ২০১৫

একটি বৈদ্যুতিক খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দলীয়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে খুঁটির গোড়া থেকে 24 মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক ও ব্যাখ্যা কর।

খ. খুঁটিটি কত উচ্চতায় ভেঙেছিল তা বের কর।

গ. সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, বৈদ্যুতিক খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য

$AB = h$ মিটার। খুঁটিটি $BC = x$ মিটার

উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে

ভাঙা অংশ দলীয়মান অংশের সাথে $\angle BCD$

$= 60^\circ$ উৎপন্ন করে খুঁটিটির গোড়া থেকে

$BD = 24$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার।

খ. ক-হতে প্রাপ্ত, $BC = x$ মিটার, $BD = 24$ মিটার এবং $\angle BCD = 60^\circ$

BCD সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{24}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{24}{x}$$

$$\text{বা, } x\sqrt{3} = 24$$

$$\text{বা, } x = \frac{24}{\sqrt{3}} \approx 13.856 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ খুঁটিটি ভেঙেছিল 13.856 মিটার (প্রায়) উচ্চতায়।

গ. ক-হতে প্রাপ্ত, সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার,

$BD = 24$ মিটার, $CD = (h - x)$ মিটার এবং $\angle BCD = 60^\circ$

খ-হতে প্রাপ্ত, $x = 13.856$ মিটার (প্রায়)

BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{24}{h - x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24}{h - 13.856}$$

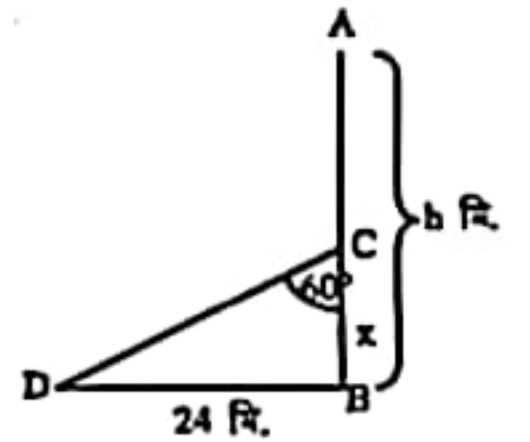
$$\text{বা, } \sqrt{3}(h - 13.856) = 48$$

$$\text{বা, } h - 13.856 = \frac{48}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } h - 13.856 = 27.7128$$

$$\text{বা, } h = 27.7128 + 13.856 = 41.569 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য 41.569 মিটার (প্রায়)।



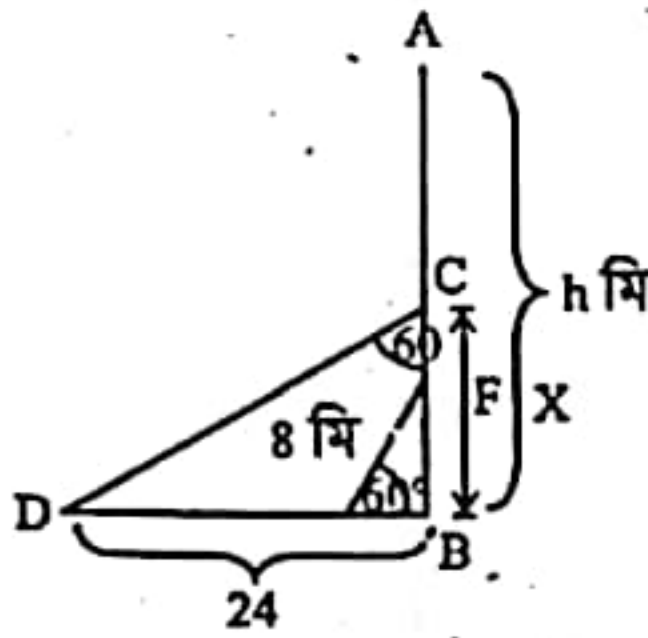
প্রশ্ন ২৯ ▶ বরিশাল বোর্ড ২০১৫

একটি সুপারি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যেন ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে ২৪ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। ৮ মিটার লম্বা একটি মই ভূমির সাথে 60° কোণ করে গাছের দভায়মান অংশের সাথে ঠেস দেওয়া হলো।

- ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. সুপারি গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. মই সুপারি গাছের দভায়মান অংশের যে বিন্দুতে ঠেস দেওয়া আছে তার উপরের দভায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

কেনে করি, সুপারি গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার। সুপারি গাছটি $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দভায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উপর করে গাছের গোড়া থেকে $BD = 24$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার।
মইয়ের দৈর্ঘ্য $EF = 8$ মিটার। মইটি ভূমির সাথে $\angle BEF = 60^\circ$ কোণ করে গাছের দভায়মান অংশের সাথে ঠেস দিয়ে আছে।

ক-হতে প্রাপ্ত,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{24}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{24}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = 24$$

$$\text{বা, } x = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

$$\text{আবার, } \angle BCD \text{ সমকোণী ত্রিভুজে,}$$

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{24}{h-x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24}{h-8\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h - 24 = 48$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 48 + 24 = 72$$

$$\text{বা, } h = \frac{72}{\sqrt{3}} = 24\sqrt{3} = 41.569 \text{ (প্রায়)}$$

∴ সুপারি গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য ৪১.৫৬৯ মিটার (প্রায়)।

খ-হতে প্রাপ্ত,

$$\sin \angle BEF = \frac{BF}{EF}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{BF}{8}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BF}{8}$$

$$\text{বা, } 2BF = 8\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BF = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} = 6.9282$$

$$\therefore FC = BC - BF$$

$$= 8\sqrt{3} - 6.9282 \quad [\text{খ-হতে } BC = x = 8\sqrt{3}]$$

$$= 13.8564 - 6.9282 = 6.9282 \text{ (প্রায়) মিটার}$$

∴ মইটি সুপারি গাছের দভায়মান অংশের যে বিন্দুতে ঠেস দেওয়া আছে তার উপরের দভায়মান অংশের দৈর্ঘ্য ৬.৯২৮ মিটার (প্রায়)।

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের স্টেট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

মাস্টার ট্রেনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

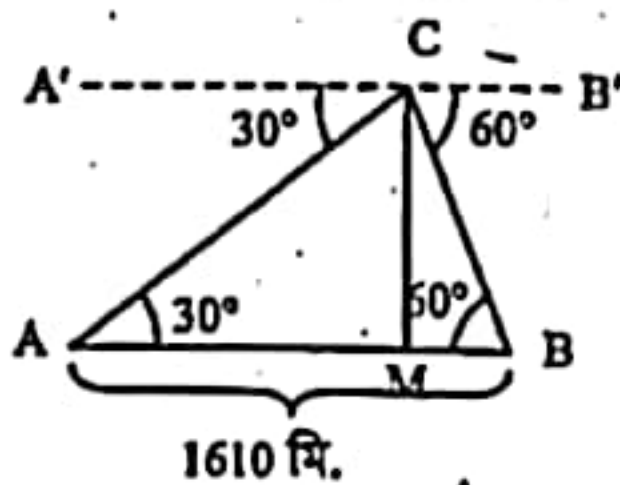
প্রশ্ন ৩০ ▶ আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা

দুইটি মাইলপোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারটির শীর্ষ হতে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60° ।

- ক. সর্বাঙ্গীণ বিবরণসহ উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২
খ. টাওয়ারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. টাওয়ারটির শীর্ষ থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৩০নং প্রশ্নের সমাধান

কেনে করি, C বিন্দু টাওয়ারের শীর্ষ নির্দেশ করে।
C বিন্দুতে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60° ।



$$\therefore \angle A'CA = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\angle B'CB = \angle CBA = 60^\circ$$

এখানে, $AB = 1$ মাইল

$$= 1.61 \text{ কি.মি.}$$

$$= (1.61 \times 1000) \text{ মিটার} = 1610 \text{ মিটার}$$

কেনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা $CM = h$ মি. এবং $AM = x$ মি.

$$AB = 1610 \text{ মিটার}$$

$$\therefore BM = AB - AM = (1610 - x) \text{ মিটার}$$

$$\angle CAM = \angle A'CA = 30^\circ$$

$$\angle CBM = \angle B'CB = 60^\circ$$

ACM সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle CAM = \frac{CM}{AM}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore x = \sqrt{3}h \dots\dots\dots (1)$$

আবার, BCM সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle CBM = \frac{CM}{BM}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{1610 - x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{1610 - \sqrt{3}h} \quad [(1) \text{ নং হতে}]$$

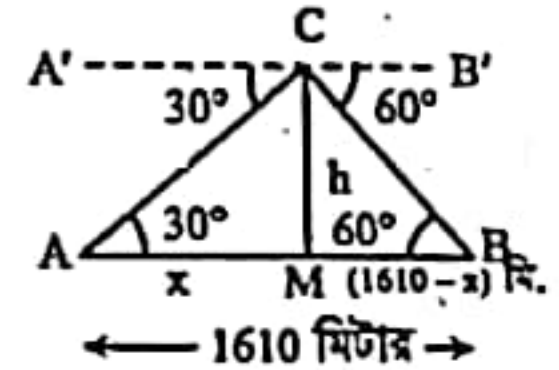
$$\text{বা, } h = 1610\sqrt{3} - 3h$$

$$\text{বা, } h + 3h = 1610\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 4h = 1610\sqrt{3}$$

$$\therefore h = \frac{1610\sqrt{3}}{4} = 697.15 \text{ (প্রায়)}$$

∴ টাওয়ারটির উচ্চতা ৬৯৭.১৫ মিটার (প্রায়)।



১১ ৬০৮

নবম-দশম শ্রেণি

১০ 'খ' হতে পাই, $\angle CAM = 30^\circ$, $\angle CBM = 60^\circ$
এবং টাওয়ারের উচ্চতা, $CM = 697.15$ মিটার (প্রায়)

ACM সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle CAM = \frac{CM}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{697.15}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{697.15}{AC}$$

$$\text{বা, } AC = 1394.3 \text{ মিটার}$$

BCM সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle CBM = \frac{CM}{BC}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{697.15}{BC}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{697.15}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}BC = 1394.3$$

$$\text{বা, } BC = \frac{1394.3}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BC = 804.999 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

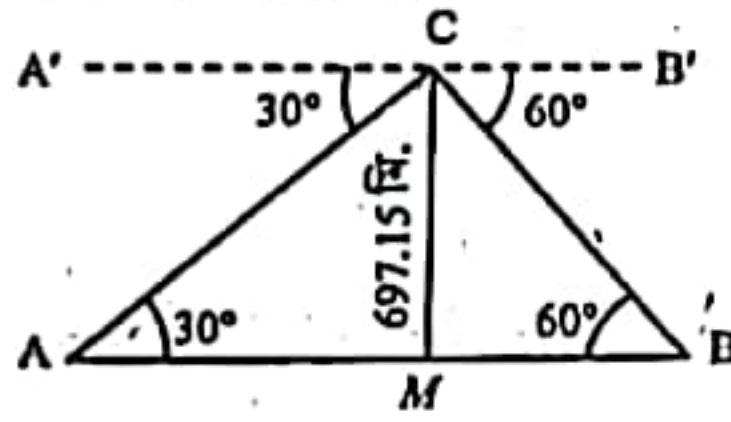
সুতরাং, টাওয়ারের শীর্ষ C হতে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য

$$= AC - BC$$

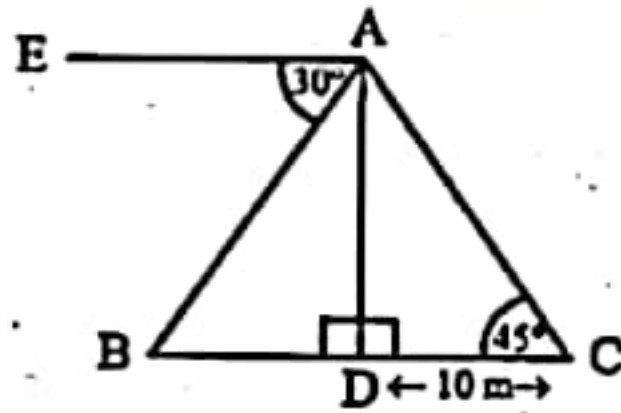
$$= (1394.3 - 804.999) \text{ মিটার}$$

$$= 589.3 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ টাওয়ারটির শীর্ষ থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য 589.3 মিটার (প্রায়)।



প্রশ্ন ৩১। ডিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা



ক. উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণের সংজ্ঞা দাও।

খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

৩১নং প্রশ্নের সমাধান

উন্নতি কোণ : ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে।

অবনতি কোণ : ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে।

এখানে, $EA \parallel BC$, $AD \perp BC$, $DC = 10$ মিটার

উন্নতি কোণ $\angle ACD = 45^\circ$

$$\angle BAE = 30^\circ$$

$$\angle ABD = \angle BAE = 30^\circ$$

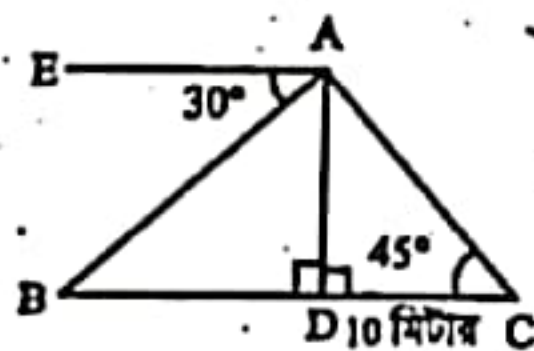
ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ACD = \frac{AD}{DC}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{AD}{10}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{AD}{10}$$

$$\therefore AD = 10$$



ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{10}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{10}{AB}$$

$$\text{বা, } AB = 20$$

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিটার।

এখানে, $DC = 10$ মিটার, $\angle ACD = 45^\circ$, $\angle BAE = 30^\circ$

খ-হতে প্রাপ্ত, $\angle ABD = \angle BAE = 30^\circ$,

$AD = 10$ মিটার এবং $AB = 20$ মিটার।

ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle ACD = \frac{DC}{AC}$$

$$\text{বা, } \cos 45^\circ = \frac{10}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{AC}$$

$$\text{বা, } AC = 10\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } AC = 14.1421 \text{ (প্রায়)}$$

$$BC = BD + DC = (17.3205 + 10) \text{ মিটার}$$

$$= 27.3205 \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এর পরিসীমা} = AB + BC + AC$$

$$= (20 + 27.3205 + 14.1421) \text{ মিটার}$$

$$= 61.4626 \text{ মিটার} = 61.46 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা 61.46 মিটার (প্রায়)।

ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{10}{BD}$$

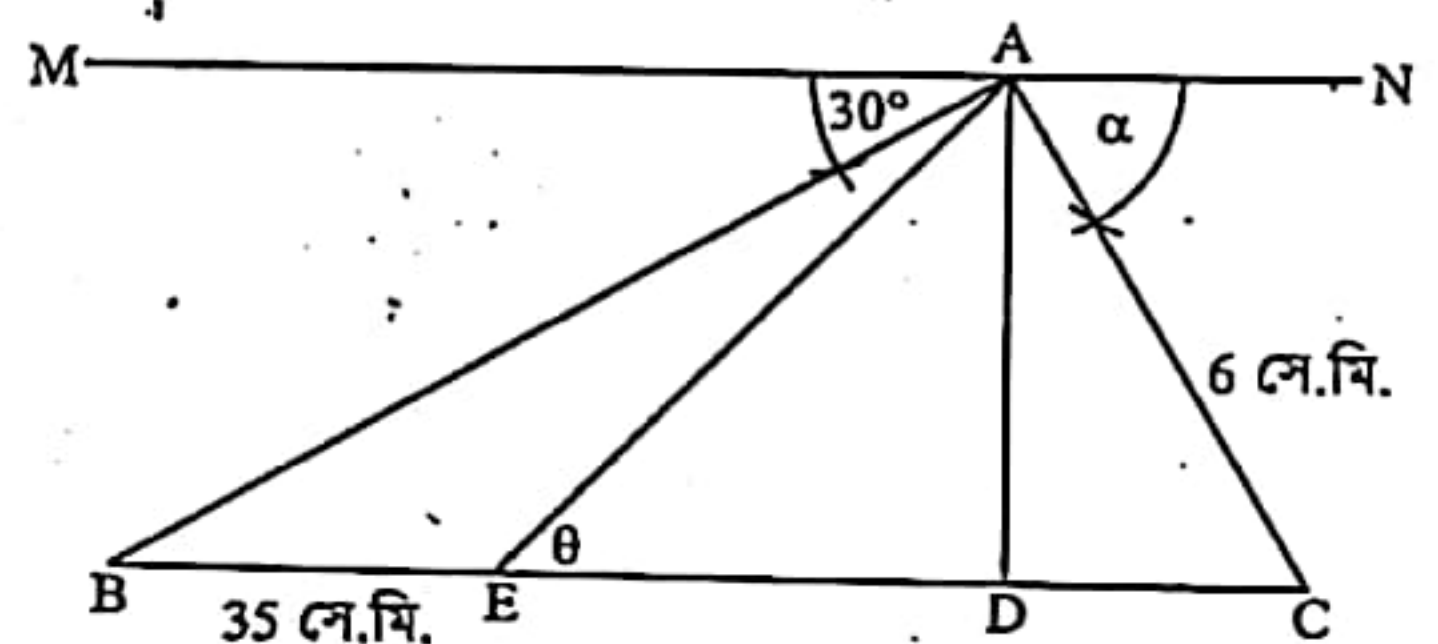
$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BD}$$

$$\text{বা, } BD = 10\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BD = 17.3205 \text{ (প্রায়)}$$

প্রশ্ন ৩২। সরকারি পি. এন. বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী

চিত্রে AD মিনারের শীর্ষ বিন্দুতে B ও C বিন্দুর অবনতি কোণ 30° ও α



ক. $CD = 3$ সে.মি. হলে, α এর মান নির্ণয় কর।

খ. AD মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর, যেখানে $\theta = 45^\circ$ ।

গ. $DE = 40$ সে.মি. হলে AB এর মান নির্ণয় কর।

৩২নং প্রশ্নের সমাধান

চিত্রে, $MAN \parallel BDC$

$$\angle ACD = \angle NAC = \alpha \text{ [একান্তর কোণ]}$$

ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle ACD = \frac{CD}{AC}$$

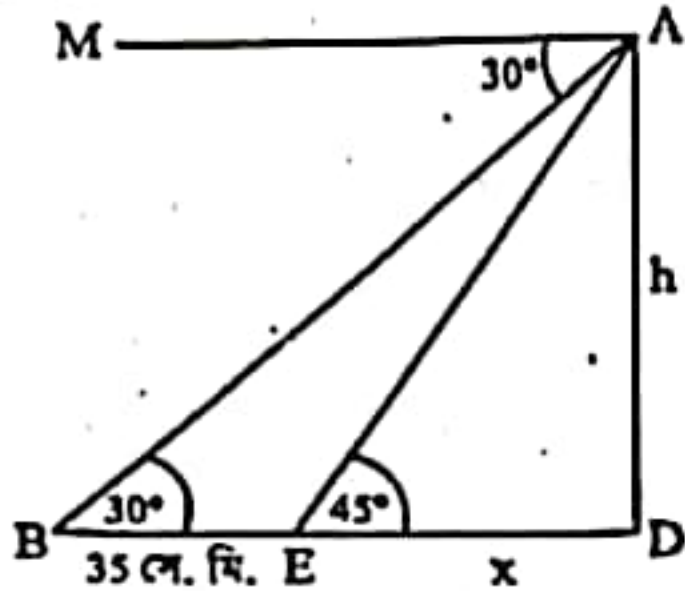
$$\text{বা, } \cos \alpha = \frac{3}{6} \text{ [}\because CD = 3 \text{ সে.মি.]}$$

$$= \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ$$

নির্ণেয় মান : $\alpha = 60^\circ$ ।

১৭ চিত্রে, AD মিনারের শীর্ষ হতে B বিন্দুতে মিনারের অবনতি কোণ $\angle MAB = \angle ABD = 30^\circ$ এবং $\angle AED = 45^\circ$ ।



মনে করি, মিনারের উচ্চতা, $AD = h$ সে.মি.

এবং $ED = x$ সে.মি.।

$BD = ED + BE = (x + 35)$ সে.মি.।

এখন, AED সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle AED = \frac{AD}{ED}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = x$$

আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x + 35}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 35}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = x + 35$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = h + 35 \quad [\because h = x]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h - h = 35$$

$$\text{বা, } h(\sqrt{3} - 1) = 35$$

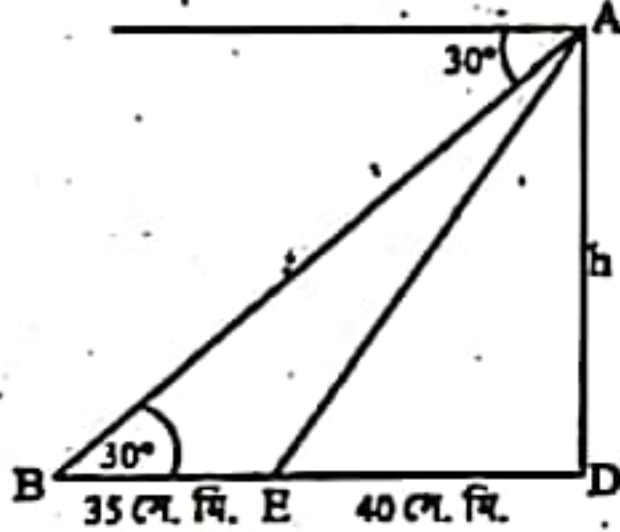
$$\text{বা, } h = \frac{35}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\therefore h = 47.81 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

নির্ণেয় AD মিনারের উচ্চতা 47.81 সে.মি. (প্রায়)।

১৮ মনে করি, মিনারের উচ্চতা $AD = h$ সে.মি. এবং $\angle ABD = 30^\circ$ । $BE = 35$ সে.মি. এবং $DE = 40$ সে.মি.

$\therefore BD = BE + DE = 35 + 40 = 75$ সে.মি.



এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{75}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{75}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 75$$

$$\text{বা, } h = \frac{75}{\sqrt{3}} = 43.301 \text{ সে.মি.}$$

আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{75}{AB} \quad [\because AD = h = \frac{75}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{75}{AB}$$

$$\text{বা, } AB = \frac{75}{\frac{1}{2}} \times 2 = 150 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

নির্ণেয় মান : $AB = 150$ সে.মি. (প্রায়)।

প্রশ্ন ৩৩ ▶ চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম

দৃশ্যকল্প-১ : ১৮ মিটার লম্বা একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

দৃশ্যকল্প-২ : দুইটি মাইলপোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45° ।

ক. উন্নতি কোণ 60° হলে সম্পূর্ণ খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে খুঁটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে খুঁটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের আলোকে M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

৩৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $AB = 18$ মি. লম্বা খুঁটির শীর্ষবিন্দু A এবং পাদবিন্দু B। ভূতলস্থ C বিন্দুতে A বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$ হলে সম্পূর্ণ খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = x$ মি. (ধরি)

ABC সমকোণী ত্রিভুজের,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{18}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{18}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = 18$$

$$\text{বা, } x = \frac{18}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 10.39 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ সম্পূর্ণ ছায়ার দৈর্ঘ্য 10.39 মিটার (প্রায়)।

খ দেওয়া আছে, খুঁটির দৈর্ঘ্য, $AB = 18$ মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে h উচ্চতায় ভেঙে দণ্ডায়মান অংশ BC এর সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ কোণ করে খুঁটির গোড়া হতে x মিটার দূরে D বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করেছে।

তাহলে $AC = CD = (18 - h)$ মিটার।

$BD = x$ মিটার

এখন, $\triangle BCD$ -এ, $\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{h}{18 - h}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{18 - h}$$

$$\text{বা, } 2h = 18\sqrt{3} - h\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } 2h + h\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h(2 + \sqrt{3}) = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 8.354 \text{ মিটার (প্রায়)}।$$

আবার, $\triangle BCD$ -এ, $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

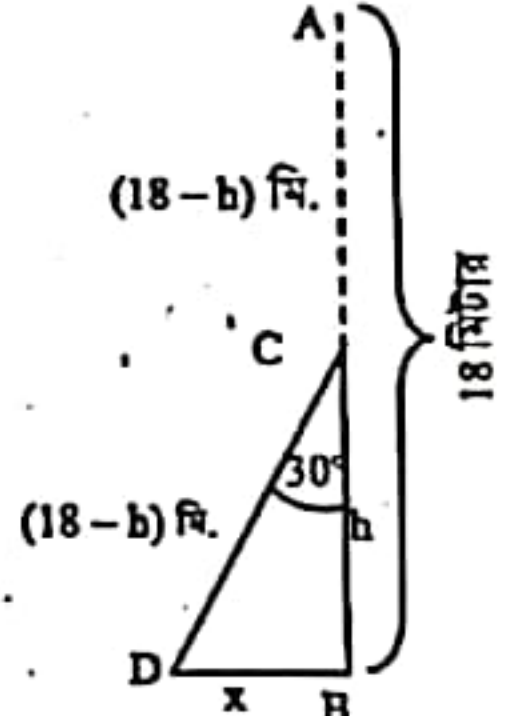
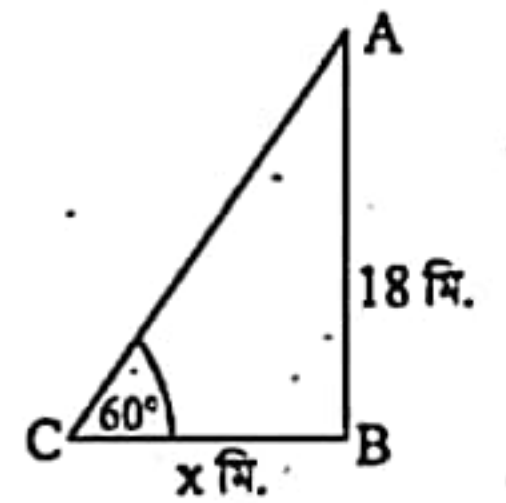
$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{x}{8.354} \quad [\because BC = h = 8.354]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{8.354}$$

$$\text{বা, } x\sqrt{3} = 8.354$$

$$\text{বা, } x = \frac{8.354}{\sqrt{3}} = 4.82 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ খুঁটির গোড়া হতে 4.82 মিটার (প্রায়) দূরে খুঁটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে।



>> ৬১০

১৫) মনে করি, M ও N এক মাইল দূরবর্তী দুইটি পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানে অবস্থিত OP টাওয়ারের শীর্ষ O। O থেকে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45° ।

$$\therefore \angle M'OM = \angle OMP = 60^\circ$$

$$\angle N'ON = \angle ONP = 45^\circ$$

এখানে, MN = 1 মাইল

$$= (1 \times 1.61) \text{ কি. মি. } [\because 1 \text{ মাইল} = 1.61 \text{ কি. মি.}]$$

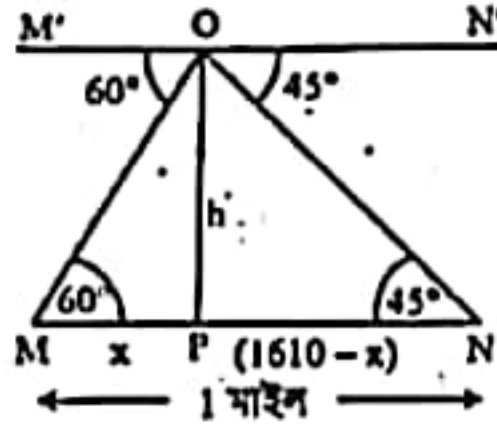
$$= (1.61 \times 1000) \text{ মি. } [\because 1 \text{ কি. মি.} = 1000 \text{ মি.}]$$

$$= 1610 \text{ মি.}$$

ধরি, M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব MP = x মি.

এবং টাওয়ার উচ্চতা OP = h মি.

তাহলে PN = (1610 - x) মি.



এখন, ΔOMP -এ

$$\tan \angle OMP = \frac{OP}{MP}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = x\sqrt{3}$$

আবার, ΔONP -এ,

$$\tan \angle ONP = \frac{OP}{PN}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{h}{1610 - x}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{1610 - x}$$

$$\text{বা, } h = 1610 - x$$

$$\text{বা, } x\sqrt{3} + x = 1610 [\because h = x\sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } x(\sqrt{3} + 1) = 1610$$

$$\text{বা, } x = \frac{1610}{\sqrt{3} + 1} = \frac{1610}{1.732 + 1} = \frac{1610}{2.732}$$

$$\therefore x = 589.3 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব 589.3 মিটার (প্রায়)।

মাস্টার প্রবন্ধ প্যামোন্স কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ১ : ভূ-রেখা, উর্ধ্বরেখা, উন্নয়নতল, উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রশ্ন ৩৪ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ১-এর আলোকে প্রণীত

একটি গাছের শীর্ষ হতে $10\sqrt{3}$ মিটার দূরের ভূতলস্থ কোনো বিন্দুর অবনতি কোণ 60° ।

ক. দেখাও যে, $\sin \theta + \cos \theta > 1$.

খ. গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. সূর্যের উন্নতি কোণ কত হলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য গাছের দৈর্ঘ্যের $\sqrt{3}$ গুন হবে।

৩৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে

$\angle B =$ এক সমকোণ, AC এর অতিভুজ।

$\angle C = \theta$ যা একটি ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ।

এখানে, $AB + BC > AC$

[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর

সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} > \frac{AC}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin \angle C + \cos \angle C > 1$$

$$\text{বা, } \sin \theta + \cos \theta > 1$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta > 1. \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. মনে করি, গাছের শীর্ষ A হতে AC = $10\sqrt{3}$ মিটার দূরের ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle CAM = 60^\circ$

$$\therefore AC = 10\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

$$\angle CAM = \angle ACB = 60^\circ$$

ধরি, গাছটির উচ্চতা AB = h মি.

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

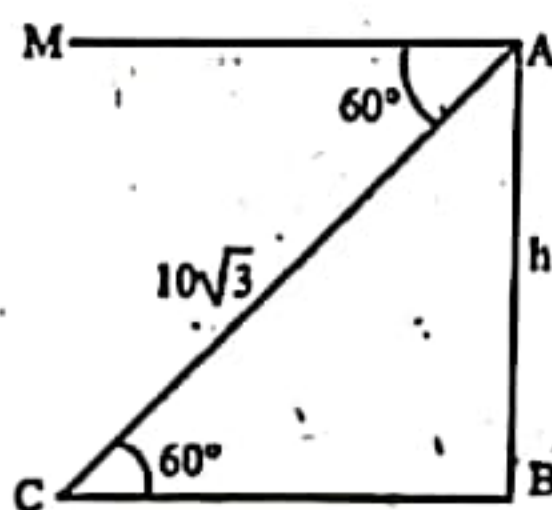
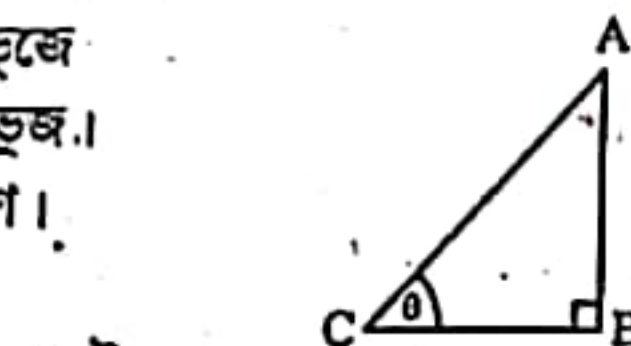
$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{h}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } 2h = 10\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{30}{2} = 15 \text{ মিটার}$$

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা 15 মিটার।



গ. মনে করি, সূর্যের উন্নতি কোণ θ হলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য গাছের দৈর্ঘ্যের $\sqrt{3}$ গুন হবে।

'খ' হতে পাই,

গাছটির দৈর্ঘ্য AB = 15 মি.

$$\therefore \text{গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য হবে } BC = (15 \times \sqrt{3}) \text{ মি.}$$

$$= 15\sqrt{3} \text{ মি.}$$

$$\text{এবং } \angle ACB = \theta$$

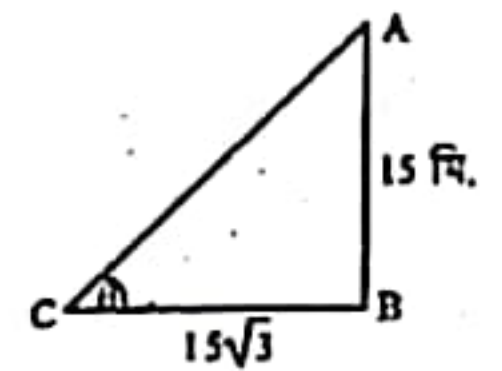
ΔABC হতে পাই

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{15}{15\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$\therefore$ সূর্যের উন্নতি কোণ 30° হলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য গাছের দৈর্ঘ্যের $\sqrt{3}$ গুন হবে।



শিখনফল ২ : ত্রিকোণমিত্তির সাহায্যে দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারব।

প্রশ্ন ৩৫ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার।

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্র অঙ্কন কর।

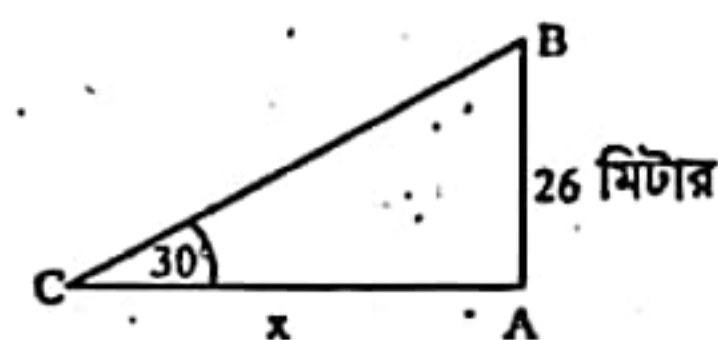
খ. মিনারের পাদবিন্দু থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

গ. মিনারের শীর্ষবিন্দু থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১০ এর প্রশ্ন ১০নং এর আলোকে]

৩৫নং প্রশ্নের সমাধান

এখানে, মিনারের উচ্চতা, AB = 26 মিটার। মনে করি, মিনারের পাদবিন্দু A হতে AC = x মিটার দূরে C বিন্দুতে মিনারের শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 30^\circ$ ।



ক-হতে প্রাপ্ত,

মিনারের উচ্চতা, $AB = 26$ মিটার, $AC = x$ মিটার

এবং $\angle ACB = 30^\circ$

$\triangle ACB$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{26}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{x}$$

$$\text{বা, } x = 26\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 45.033 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ মিনারের পাদবিন্দু থেকে স্থানটির দূরত্ব 45.033 মিটার (প্রায়)।

গ-হতে প্রাপ্ত,

মিনারের উচ্চতা, $AB = 26$ মিটার

এবং $\angle ACB = 30^\circ$

$\triangle ACB$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{26}{BC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{26}{BC}$$

$$\therefore BC = 52$$

$\therefore$ মিনারের শীর্ষবিন্দু থেকে স্থানটির দূরত্ব 52 মিটার।

প্রশ্ন ৩৬ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

18 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে।

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর।

খ. দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্নকারী মইয়ের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

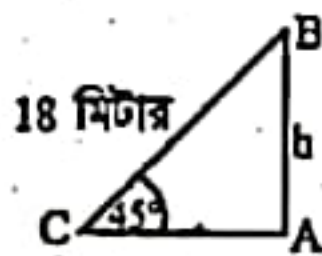
[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১০ এর প্রশ্ন ১২ নং এর আলোকে]

৩৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, দেওয়ালের উচ্চতা = AB

মইয়ের দৈর্ঘ্য, $BC = 18$ মিটার

এবং $\angle ACB = 45^\circ$



খ মনে করি,

দেওয়ালের উচ্চতা, $AB = h$ মিটার

ক-এর চিত্র হতে পাই,

$\triangle ACB$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \sin 45^\circ = \frac{h}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18}{\sqrt{2}}$$

$$= 9\sqrt{2} = 12.728 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ দেওয়ালটির উচ্চতা 12.728 মিটার (প্রায়)।

গ এখানে, দেওয়ালের উচ্চতা, $AB = 12.728$ মিটার (প্রায়)

এবং $\angle ADB = 30^\circ$

মনে করি, মইয়ের দৈর্ঘ্য, $BD = l$ মিটার

এখন, $\triangle ADB$ সমকোণী ত্রিভুজে,

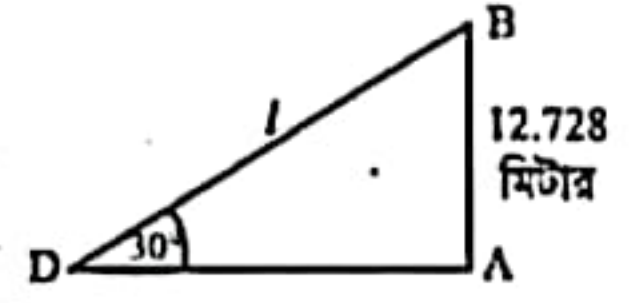
$$\sin \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{12.728}{l}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{12.728}{l}$$

$$\therefore l = 25.456 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্নকারী মইয়ের দৈর্ঘ্য 25.456 মিটার (প্রায়) হবে।



শিখনফল ৩ : ত্রিকোণমিতির সাহায্যে হাতে-কলমে দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক বিভিন্ন পরিমাপ করতে পারব।

প্রশ্ন ৩৭ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৩-এর আলোকে প্রণীত

একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর।

খ. গাছটি কত মিটার উচ্চতায় ভেঙেছিল?

গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয়।

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১০ এর প্রশ্ন ১৮ নং এর আলোকে]

৩৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, AB একটি গাছ।

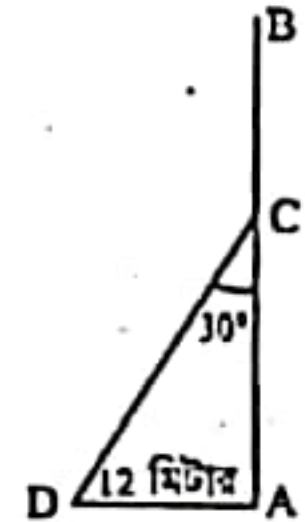
গাছটি ঝড়ে C বিন্দুতে ভেঙে

দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle ACD$

$= 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের

গোড়া থেকে $AD = 12$ মিটার

দূরে মাটি স্পর্শ করে।



গ এখানে, $\angle ACD = 30^\circ$

এবং $AD = 12$ মিটার

$\triangle ACD$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ACD = \frac{AD}{AC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{12}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{AC}$$

$$\text{বা, } AC = 12\sqrt{3} = 20.785 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ গাছটি 20.785 মিটার (প্রায়) উচ্চতায় ভেঙেছিল।

গ এখানে, $\angle ACD = 30^\circ$, $AD = 12$ মিটার

এবং $AC = 20.785$ মিটার (প্রায়)

$\triangle ACD$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\sin \angle ACD = \frac{AD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{12}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{12}{CD}$$

$$\therefore CD = 24$$

অতএব, $BC = CD = 24$

$AB = AC + BC = (20.785 + 24) \text{ মিটার} = 44.785 \text{ মিটার (প্রায়)}$

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য 44.785 মিটার (প্রায়)।

সময়িত অধ্যায় ও অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রশ্নিত

প্রশ্ন ৩৮ ১ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.২ ও ১০ এর সমন্বয়ে প্রশ্নিত



চিত্রে AB একটি গাছ যার উচ্চতা ১ মিটার। গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $AC = \sqrt{3}$ মিটার।

- ক. BC = কত মিটার?
খ. চিত্র হতে $\sin B + \cos C$ এর মান নির্ণয় কর।
গ. C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর।

৩৮নং প্রশ্নের সমাধান

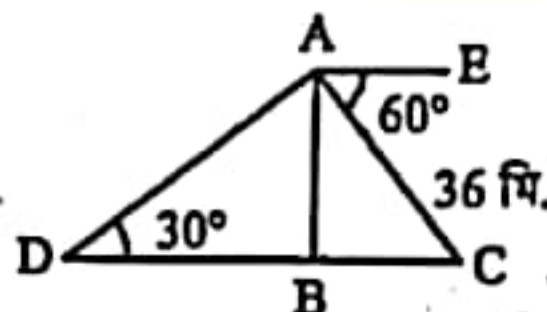
এখানে, গাছের উচ্চতা $AB = 1$ মিটার
গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $AC = \sqrt{3}$ মিটার
ABC সমকোণী ত্রিভুজে,
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4$
বা, $BC = \sqrt{4} = 2$ মিটার।

ABC সমকোণী ত্রিভুজে,
 $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
এবং $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\therefore \sin B + \cos C = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{2}$
 $= \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

নির্ণেয় মান $\sqrt{3}$ ।

এখানে, C বিন্দুতে AB গাছটির শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB$
ABC সমকোণী ত্রিভুজে,
 $\tan \angle ACB = \frac{AB}{AC}$
বা, $\tan \angle ACB = \frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, $\tan \angle ACB = \tan 30^\circ$
 $\therefore \angle ACB = 30^\circ$
 $\therefore$ C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30° ।

প্রশ্ন ৩৯ ১ পাঠ্যবইয়ের ২০০ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রশ্নিত



চিত্রে অবনতি $\angle CAE = 60^\circ$, উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$, $AC = 36$ মিটার
এবং D, B, C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

- ক. $\angle ACB$ এর মান কত?
খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
গ. $\triangle ADC$ -এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

৩৯নং প্রশ্নের সমাধান

চিত্র অনুযায়ী, $\angle CAE = 60^\circ$
যেহেতু $BC \parallel AE$
সেহেতু $\angle CAE = \angle ACB = 60^\circ$
 $\therefore \angle ACB = 60^\circ$ ।

চিত্রে, অবনতি $\angle CAE = 60^\circ$,
উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$
 $AC = 36$ মিটার
 $\angle CAE = \angle ACB = 60^\circ$

এখন, $\triangle ABC$ হতে,

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{AB}{36}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{36}$$

$$\text{বা, } AB = \frac{36\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AB = 31.176 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য } 31.176 \text{ মিটার (প্রায়)}।$$

চিত্রে, অবনতি $\angle CAE = 60^\circ$,
উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$,
 $AC = 36$ মিটার,
 $\angle CAE = \angle ACB = 60^\circ$

খ-হতে প্রাপ্ত, $AB = 31.176$ মিটার

এখন, $\triangle ABD$ হতে,

$$\text{বা, } \sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{31.176}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{31.176}{AD}$$

$$\text{বা, } AD = 31.176 \times 2$$

$$= 62.352$$

$$\therefore AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য } 62.352 \text{ মিটার (প্রায়)}।$$

আবার, $\triangle ADC$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\text{বা, } \sin \angle ADC = \frac{AC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{36}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{36}{CD} \quad [AC = 36]$$

$$\text{বা, } CD = 72$$

$$\therefore CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য } 72 \text{ মিটার}।$$

$$\therefore \triangle ADC\text{-এর পরিসীমা} = AC + CD + AD$$

$$= (36 + 72 + 62.352) \text{ মিটার}$$

$$= 170.352 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \triangle ADC\text{-এর পরিসীমা } 170.352 \text{ মিটার}।$$

PART

04



যাচাই ও মূল্যায়ন
Assessment
& Evaluation

অধ্যয়নভিত্তিক প্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য
মডেল টেস্ট আকারে বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল
প্রশ্নপত্র ও উত্তরমালা

পরীক্ষাপ্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য **৪৫২** বহুনির্বাচনি প্রশ্নব্যাংক ও উত্তরমালা (মডেল টেস্ট আকারে প্রদত্ত)

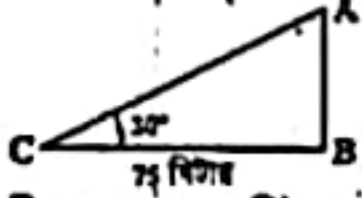
বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট

সময় : ৩০ মিনিট

পূর্ণমান : ৩০

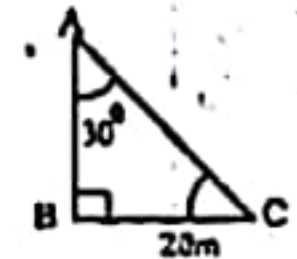
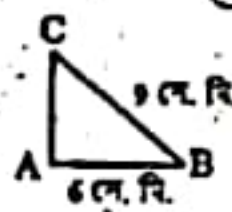
[বহুনির্বাচনি প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংকেতিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১। প্রশ্নপত্রে কোন প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।]

- কোনো সমকোণী ত্রিভুজের দৈর্ঘ্য তার দৈর্ঘ্যের কতগুণ হলে উন্নতি কোণ 30° হবে?
 (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{3}$
- একটি মিনারের উচ্চতা $60\sqrt{3}$ মিটার এবং এর ছায়ার দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার হলে অবনতি কোণ কত?
 (a) 90° (b) 60° (c) 45° (d) 30°
- PQR ত্রিভুজে $\angle Q = 1$ সমকোণ ও $\angle PRQ = 60^\circ$ এবং $PQ = 8$ সে. মি. হলে, $QR =$ কত?
 (a) ৪ সে.মি. (b) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ সে.মি. (c) $4\sqrt{3}$ সে.মি. (d) ১৬ সে.মি.
- অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রী হলে ছুঁটির দৈর্ঘ্য ছায়ার দৈর্ঘ্যের $\sqrt{3}$ গুণ হবে?
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
- একটি ছুঁটির দৈর্ঘ্য ২০ মি., এর ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার হলে, উন্নতি কোণ 45° হবে?
 (a) ২৮.২৮ মি. (b) ২০ মি. (c) ১৪.১৪ মি. (d) ১১.৪৭ মি.
- একটি দড় ও ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $\sqrt{3}:1$ হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ কত?
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
- $10\sqrt{3}$ মিটার লম্বা একটি মই একটি দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। দেয়ালটির উচ্চতা কত মিটার?
 (a) ১০ (b) ১৫ (c) ৩০ (d) ৪৫



চিত্রে $BC = 75$ মিটার, $\angle ACB = 30^\circ$ হলে AB কত মিটার হবে?

- (a) $75\sqrt{3}$ মি. (b) $50\sqrt{3}$ মি. (c) $25\sqrt{3}$ মি. (d) $20\sqrt{3}$ মি.
- একটি টাওয়ারের পাদদেশে থেকে ৭৫ মিটার দূরে ভূতলস্থ কোন বিন্দুতে টাওয়ারের উন্নতি কোণ 45° হলে টাওয়ারের উচ্চতা কত?
 (a) $75\sqrt{2}$ মি. (b) ৭৫ মি. (c) $75\sqrt{3}$ মি. (d) $25\sqrt{3}$ মি.
- সমকোণী ত্রিভুজের কোণে ছুঁটি ও অতিভুজের অনুপাত ৩ : ৫ হলে লম্ব কত হবে?
 (a) ৩ (b) ৪ (c) ৫ (d) ৬
- সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহু ৫ একক ও লম্ব ৩ একক হলে $\sin \theta$ সম্পর্কিত নিচের কোনটি?
 (a) $\sin \theta = \frac{5}{3}$ (b) $\sin \theta = \frac{3}{5}$ (c) $\cos \theta = \frac{3}{5}$ (d) $\tan \theta = \frac{3}{5}$
- ৬ মিটার লম্বা একটি মই দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। দেয়ালটির উচ্চতা কত হবে?
 (a) $3\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{3}$ (c) $4\sqrt{3}$ (d) $6\sqrt{2}$
- চিত্রে $BC = 9$ সে. মি. এবং $AB = 6$ সে. মি. হলে $\angle ABC$ কোণের মান কত?
 (a) ৪৮.১৮ (b) ৪৯.১৮ (c) ৫০.১৮ (d) ৫১.১৮



চিত্রে—

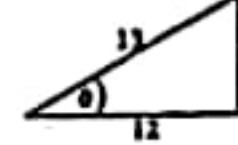
- $AC = 20\sqrt{3}$ মিটার
- $AB = 20\sqrt{3}$ মিটার
- $AC = 40$ মিটার

নিচের কোনটি সঠিক?

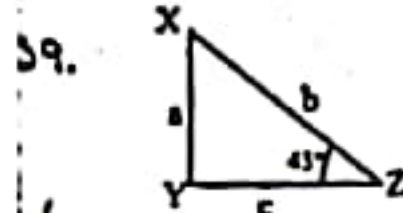
- i ও ii (b) ii ও iii (c) i, ii ও iii (d) i ও iii

উত্তরমালা ▶ বহুনির্বাচনি

নিচের চিত্রের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



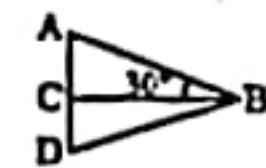
- $\cos \theta$ এর মান কত?
 (a) $\frac{12}{13}$ (b) $\frac{13}{5}$ (c) $\frac{13}{12}$ (d) $\frac{5}{13}$
- $\sin \theta$ এর মান কত?
 (a) $\frac{5}{13}$ (b) $\frac{12}{5}$ (c) $\frac{13}{12}$ (d) $\frac{5}{12}$



উক্ত ত্রিভুজসমূহ—

- $c < a$ (ii) $a = c$ (iii) $b > c$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- i ও ii (b) i ও iii (c) ii ও iii (d) i, ii ও iii
- সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে কত মিটার উচ্চতার ছুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য ১০ মিটার হবে?
 (a) ১০ (b) $10\sqrt{3}$ (c) ২০ (d) $20\sqrt{3}$
 - একটি গাছের দৈর্ঘ্য ও গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3:\sqrt{3}$ হলে উন্নতি কোণ কত?
 (a) 60° (b) 45° (c) 30° (d) 15°
 - অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রী হলে একটি ছুঁটির দৈর্ঘ্য ও ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হবে?
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
 - একটি ছুঁটির দৈর্ঘ্য ২০ মি. এর ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার হলে, উন্নতি কোণ 84° হবে?
 (a) ৪০ (b) ২০ (c) ১০ (d) $20\sqrt{3}$
 - ৩ মিটার উঁচু একটি গাছের পাদবিন্দু হতে $\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে সূর্যের উন্নতি কোণ কত?
 (a) 90° (b) 60° (c) 45° (d) 30°
 - কোনো মিনারের দৈর্ঘ্য ২৫ মি. ও উন্নতি কোণ 30° হলে, মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার?
 (a) ২৫ (b) $\frac{25}{\sqrt{3}}$ (c) $25\sqrt{3}$ (d) ৭৫
 - সূর্যের উন্নতি কোণ কত ডিগ্রী হলে একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য উচ্চতার $\sqrt{3}$ গুণ হবে?
 (a) 0° (b) 30° (c) 45° (d) 60°
 - একটি গাছের শীর্ষবিন্দু থেকে ২০ মিটার দূরবর্তী কোনো স্থানের অবনতি কোণ 30° হলে গাছটির উচ্চতা কত?
 (a) ২০ মি. (b) ১০ মি. (c) $10\sqrt{3}$ মি. (d) ১৫.৭২ মি.
 - একটি মিনারের পাদদেশ থেকে ১৫ মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে মিনারের চূড়ায় উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারের উচ্চতা কত?
 (a) $15\sqrt{3}$ (b) $20\sqrt{3}$ (c) $30\sqrt{3}$ (d) $50\sqrt{3}$
 - ১৫ মিটার একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে সূর্যের উন্নতি কোণ—
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
 - একটি গাছের উচ্চতা ১০৫ মিটার। গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির গোড়া থেকে ভূতলস্থ বিন্দুর দূরত্ব কত মিটার?
 (a) ৫৭ (b) ৬০ (c) ৬১ (d) ৬২

নিচের চিত্র থেকে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



- চিত্রে : $AC = 50$ মিটার এবং $CD = 10$ মিটার।
 ২৯. $BC =$ কত মিটার?
 (a) $25\sqrt{3}$ (b) $50\sqrt{3}$ (c) $100\sqrt{3}$ (d) ১০০
৩০. $BD =$ কত মিটার?
 (a) ৮৭.১৮ (b) ৮৬.০২ (c) ৭৬.৬০ (d) ১৮৬.৬০

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০	২১	২২	২৩	২৪	২৫	২৬	২৭	২৮	২৯	৩০
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----