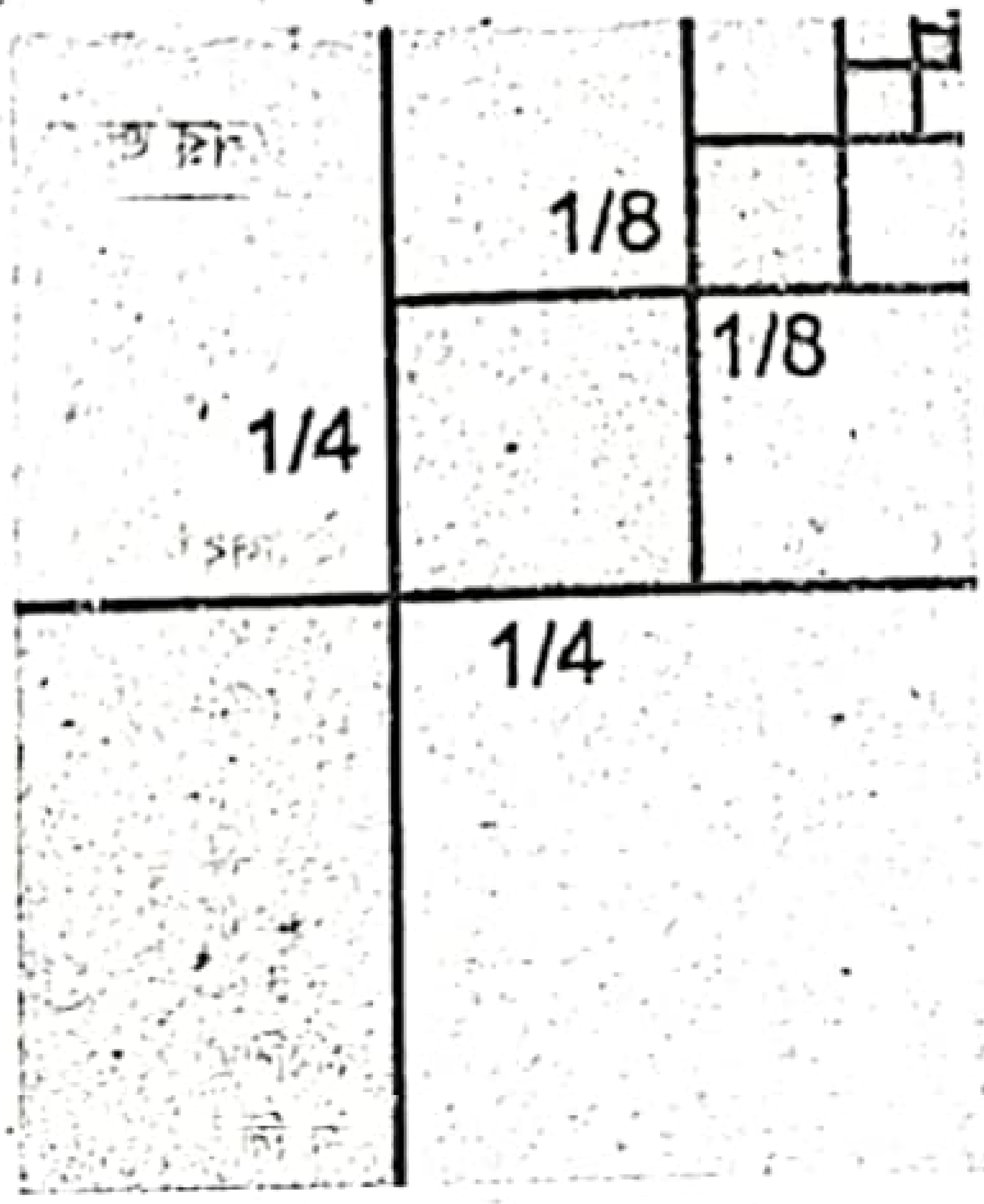
www.abswer.com

অধ্যায় ১৩

সসীম ধারা
Finite Series



এ অধ্যায়ে অনন্য সংযোজন

- শিখনফল ও বোর্ড প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ
- পাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ প্রশ্ন ও সমাধান
- বোর্ড ও স্কুল প্রশ্ন ও সমাধান
- সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান
- যাচাই ও মূল্যায়ন

অধ্যায়ের সিলেবাস

• অনুক্রম • ধারা • অনুক্রম ও ধারার পার্থক্য • সমান্তর ধারা • সমান্তর ধারার নির্দিষ্টতম পদ ও নির্দিষ্ট সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র গঠন • স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের ও ঘনের সমষ্টি নির্ণয় • ধারার বিভিন্ন সূত্র প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান • গুণোত্তর ধারা • গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ • গুণোত্তর ধারার নির্দিষ্টতম পদ ও নির্দিষ্ট সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়।

প্রাথমিক আলোচনা Primary Discussion

ধারা মূলত একটি অনুক্রমের পদসমূহের সমষ্টি। বাস্তব সংখ্যার একটি অনুক্রম $u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n, \ldots$ হলে, $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n + \ldots$ কে বাস্তব সংখ্যার অসীম ধারা বলা হয়। এখানে u_n হলো অসীম ধারার n-তম পদ। এরূপ ধারার পদ সংখ্যা নির্দিষ্ট থাকলে তাকে সান্ত ধারা বলা হয়। ধারা সমান্তর বা গুণোত্তর প্রকৃতির হতে পারে। সমান্তর ধারায় ক্রমিক যেকোনো দুইটি পদের অন্তর সর্বদা সমান হয়। অন্যদিকে গুণোত্তর ধারায় $u_r \neq 0$ এবং যেকোনো দুইটি ক্রমিক পদের অনুপাত সর্বদা সমান (অশূন্য) হয়। গ্রিক গণিতবিদ আর্কিমিডিস সর্বপ্রথম 'Egyptian Fraction'-এ বিশ্লেষণসহ অসীম ধারার সমষ্টি গঠন করেন, যা আজও ক্যালকুলাসে ব্যবহৃত হচ্ছে। তিনি অসীম ধারার সমষ্টি ব্যবহার করে পরাবৃত্তের পরিধিস্থ এলাকা নির্ণয় করতেন।

ওয়েব লিংকড তথ্য সংযোগ

শিখনফলের ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে–

en.wikipedia.org/wiki/List_of_mathematical_series
en.wikipedia.org/wiki/Series_(mathematics)
en.wikipedia.org/wiki/Arithmetic_progression
www.purplemath.com/modules/series4.htm
http://en.wikipedia.org/wiki/Geometric_progression

পরিচিতি ও অবদান — অধ্যায়ের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট শীর্ষস্থানীয় গণিতবিদ

শ্রীনিবাস রামানুজন (Srinivasa Ramanujan)

বিশ্ববিখ্যাত ভারতীয় গণিতবিদ শ্রীনিবাস রামানুজন (১৮৮৭–১৯২২) নাম্বার থিউরিতে বিশাল অবদান রাখেন। তিনি প্রথম 10000 পূর্ণসংখ্যার বৈশিষ্ট্য মনে রাখতে পারতেন। একদা হার্ডি অসুস্থ রামানুজনকে দেখতে যে ট্যাক্সিতে আসেন তার নাম্বার 1729 কে বোরিং নাম্বার বললে রামানুজন সঙ্গে সঙ্গে বলেন সংখ্যাটি খুবই মজার। কারণ এটাই হলো সবচেয়ে ছোট পূর্ণসংখ্যা যা দুইটি ঘনের যোগফল হিসাবে দুইভাবে প্রকাশ করা যায়, অর্থাৎ $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$। এছাড়া অসীম ধারা ব্যাখ্যায় তিনি গুরুত্বপূর্ণ অবদান রাখেন।

আর্কিমিডিস (Archimedes)

আর্কিমিডিস (খ্রিস্টপূর্ব ২৮৭–২১২) একজন গ্রিক গণিতবিদ, পদার্থবিজ্ঞানী, প্রকৌশলী, উদ্ভাবক এবং জ্যোতির্বিদ ছিলেন। তাকে প্রাচীনকালে সর্বশ্রেষ্ঠ গণিতজ্ঞ হিসাবে বিবেচনা করা হয়। আর্কিমিডিস আধুনিক ক্যালকুলাসের ধারণার সম্ভাবনা দেখেন। আর্কিমিডিসের সবচেয়ে জনপ্রিয় আবিষ্কারগুলোর মধ্যে একটি ছিল অনিয়মিত আকারের বস্তুর আয়তন পরিমাপের পদ্ধতি। তিনি তাঁর 'Egyption fraction' গ্রন্থে বিশ্লেষণসহ অসীম ধারার সমষ্টি নির্ণয় করেন। এছাড়া তিনি অসীম ধারার সমষ্টি ব্যবহার করে পরাবৃত্তের পরিধিস্থ এলাকা নির্ণয় করতেন।

www.abswer.com

www.abswer.com

PART 02 অনুশীলন Practice

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য ১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন অর্জন যাচাই

- অনুক্রম ও ধারা সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা চিনতে পারব।
- ধারার n তম পদ, পদসংখ্যা ও সমষ্টি নির্ণয়ের কৌশল শিখতে পারব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- ক্রম বা অনুক্রম সংবলিত প্রাত্যহিক জীবনে বিভিন্ন বস্তুর ছবি।
- পাঠ্যবইয়ের ২৪৯ ও ২৫৮ পৃষ্ঠার ছবি।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে তাৎক্ষণিক সমাধানের কৌশল

ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় :

প্রথমে [SHIFT] [log] (Σ) বাটন চাপতে হবে। এরপর [x] এবং প্রথম সংখ্যা ও শেষ সংখ্যা নির্দিষ্ট করে [=] বাটন চাপতে হবে।

যেমন : $1+2+3+4$ .... $+99=$ কত?

[অনুশীলনী - ১৩.১ এর উদাহরণ ৪ নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

[SHIFT] [log] [ALPHA] [x] [▶] [1] [▲] [9] [9] [=] → 4950

একইভাবে, ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ, ঘন বা উচ্চতর ঘাতের সমষ্টি নির্ণয় করা যাবে। এক্ষেত্রে সংখ্যা (X) এর ঘাত নির্দিষ্ট করতে হবে।

যেমন : $1^2+2^2+3^2+4^2+$ .... $+20^2=$ কত?

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

[SHIFT] [log] [ALPHA] [x] [x²] [▶] [1] [▲] [2] [0] [=] → 2870

সমান্তর ধারার n-তম পদ থেকে সমষ্টি নির্ণয় :

প্রথমে [SHIFT] [log] (Σ) বাটন চাপতে হবে। এরপর n তম পদ ইনপুট করে প্রথম পদসংখ্যা ও শেষ পদসংখ্যা নির্দিষ্ট করে [=] বাটন চাপতে হবে।

যেমন : কোনো ধারার n তম পদ $2n-4$ হলে, এর প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

ক্যালকুলেটরে নিচের নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

[SHIFT] [log] [2] [ALPHA] [x] [−] [4] [▶] [1] [▲] [2] [0] [=] → 340

অধ্যায় ১৩ — অনুশীলনী ১৩.১ সমান্তর ধারা

সাধারণ গাণিতিক অংশ — পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১। $13+20+27+34+ ...... +111$ ধারাটির পদ সংখ্যা কত?

ⓐ 10 ⓑ 13
ⓒ 15 ⓓ 20

▸▸ তথ্য ব্যাখ্যা : সাধারণ অন্তর, $d=20-13=7$

$a+(n-1)d=111$

বা, $13+(n-1).7=111$

বা, $13+7n-7=111$

বা, $6+7n=111$

বা, $7n=111-6=105$

$\therefore\ n=\frac{105}{7}=15.$

২। $5+8+11+14+ ... ...+62$ ধারাটি–

i. একটি সসীম ধারা

ii. একটি গুণোত্তর ধারা

iii. এর 19 তম পদ 59

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য ব্যাখ্যা :

(i) ধারাটির পদ সংখ্যা নির্দিষ্ট। তাই ধারাটি একটি সসীম ধারা।

(ii) ধারাটির যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সমান। তাই ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

(iii) ধারাটির সাধারণ অন্তর, $d=8-5=3$

19 তম পদ $=a+(19-1)d=5+18\times3=5+54=59$

অতএব, i ও iii সঠিক।

www.abswer.com

www.abswer.com

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$7 + 13 + 19 + 25 + \dots\dots$ একটি ধারা।

৩। ধারাটির 15 তম পদ কোনটি?
ক 85 খ 91 গ 97 ঘ 104

» তথ্য ব্যাখ্যা : ধারাটির সাধারণ অন্তর, $d = 13 - 7 = 6$
15 তম পদ $= a + (15 - 1)d = 7 + 14 \times 6 = 7 + 84 = 91.$

৪। ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি কত?
ক 141 খ 1210 গ 1280 ঘ 2560

» তথ্য ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি $= \frac{20}{2}\{2a + (20 - 1)d\}$
$= 10 \times (2 \times 7 + 19 \times 6) = 10 \times (14 + 114) = 10 \times 128 = 1280.$

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১.	গ	২.	ঘ	৩.	খ	৪.	গ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▸ $2 - 5 - 12 - 19 - \dots\dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12 তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$, সাধারণ অন্তর, $d = -5 - 2 = -7$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$\therefore$ ধারাটির 12 তম পদ $= a + (12 - 1)d$
$= 2 + (11)(-7) = 2 - 77 = -75$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অন্তর -7 এবং 12 তম পদ -75.

প্রশ্ন ৬ ▸ $8 + 11 + 14 + 17 + \dots\dots$ ধারাটির কোন পদ 392?

সমাধান : প্রথম পদ, $a = 8$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 8 = 3$
মনে করি, r তম পদ $= 392$
কিন্তু ধারাটির r তম পদ $= a + (r - 1)d$
প্রশ্নমতে, $a + (r - 1)d = 392$
বা, $8 + (r - 1).3 = 392$
বা, $(r - 1).3 = 392 - 8$
বা, $r - 1 = \frac{384}{3} = 128$
বা, $r = 128 + 1 = 129$
$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 129 তম পদ 392.

প্রশ্ন ৭ ▸ $4 + 7 + 10 + 13 + \dots\dots$ ধারাটির কোন পদ 301?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $4 + 7 + 10 + 13 + \dots\dots$
এখানে, প্রথম পদ, $a = 4$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$
$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।
মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 301$
আমরা জানি, n তম পদ $= a + (n - 1)d$
$\therefore$ $a + (n - 1)d = 301$
বা, $4 + (n - 1)3 = 301$
বা, $3n - 3 + 4 = 301$
বা, $3n + 1 = 301$
বা, $3n = 301 - 1 = 300$
বা, $n = \frac{300}{3} = 100$
অতএব, প্রদত্ত ধারার 100 তম পদ 301.

প্রশ্ন ৮ ▸ কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m হলে, ধারাটির (m + n) তম পদ কত?

সমাধান : ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d
প্রশ্নমতে, m তম পদ, $a + (m - 1)d = n$ .... (1)
এবং n তম পদ, $a + (n - 1)d = m$ .... (2)

(1) নং থেকে (2) নং বিয়োগ করে পাই,
$(m - 1 - n + 1)d = n - m$
বা, $(m - n)d = -(m - n)$
বা, $d = -1$ .... (3)

$\therefore$ $(m + n)$ তম পদ $= a + (m + n - 1)d$
$= a + (m - 1)d + nd$
$= n + n \times (-1)$ [(1) ও (3) নং হতে]
$= n - n = 0$

$\therefore$ $(m + n)$ তম পদ 0.

প্রশ্ন ৯ ▸ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots\dots$ ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : $1 + 3 + 5 + 7 + \dots\dots$
এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 1$
সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$
পদ সংখ্যা $= n$

$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$
$= \frac{n}{2}\{2 \times 1 + (n - 1)2\}$
$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2) = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$

$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি n^2.

প্রশ্ন ১০ ▸ $8 + 16 + 24 + \dots\dots$ ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার
প্রথম পদ, $a = 8$, সাধারণ অন্তর, $d = 16 - 8 = 8$
পদ সংখ্যা, $n = 9$

$\therefore$ যোগফল, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$
$= \frac{9}{2}\{2.8 + (9 - 1)8\}$
$= \frac{9}{2}(16 + 8 \times 8) = \frac{9}{2} \times (16 + 64) = \frac{9}{2} \times 80 = 360$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি 360.

প্রশ্ন ১১ ▸ $5 + 11 + 17 + 23 + \dots\dots + 59 =$ কত?

সমাধান : $5 + 11 + 17 + 23 + \dots\dots + 59$
এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 5$
সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 5 = 6$
শেষ পদ, $l = 59$
মনে করি, ধারাটির n তম পদ, $l = 59$
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$
$\therefore$ $a + (n - 1)d = 59$
বা, $5 + (n - 1)6 = 59$
বা, $(n - 1)6 = 59 - 5 = 54$
বা, $n - 1 = \frac{54}{6}$
বা, $n - 1 = 9$
বা, $n = 9 + 1 = 10$

$\therefore$ যোগফল, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = \frac{10}{2}\{2.5 + (10 - 1)6\}$
$= 5(10 + 9 \times 6) = 5(10 + 54) = 5 \times 64 = 320$

নির্ণেয় সমষ্টি 320.

প্রশ্ন ১২ ▸ $29 + 25 + 21 + \dots\dots - 23 =$ কত?

সমাধান : $29 + 25 + 21 + \dots\dots - 23$
এটি একটি সমান্তর ধারা যার,
প্রথম পদ, $a = 29$
সাধারণ অন্তর, $d = 25 - 29 = -4$
পদ সংখ্যা $= n$, শেষ পদ, $l = -23$
কিন্তু, $l = a + (n - 1)d$

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্নমতে, $a + (n-1)d = -23$

বা, $29 + (n-1)(-4) = -23$

বা, $-4(n-1) = -23 - 29$

বা, $-4(n-1) = -52$

বা, $n - 1 = \frac{-52}{-4}$

বা, $n - 1 = 13$

বা, $n = 13 + 1$

∴ $n = 14$

∴ যোগফল, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{14}{2}\{2.29 + (14-1)(-4)\}$

[∵ $n = 14, a = 29$ এবং $d = -4$]

$= 7\{58 + 13 \times (-4)\}$

$= 7(58 - 52) = 7 \times 6 = 42$

নির্ণেয় সমষ্টি 42.

প্রশ্ন ১৩ ▸ কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ সমান্তর ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$

∴ ধারাটির 12 তম পদ $= a + (12-1)d = a + 11d$

প্রশ্নমতে, $a + 11d = 77$ .... (1)

আবার, কোনো সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

∴ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,

$S_{23} = \frac{23}{2}\{2a + (23-1)d\}$

$= \frac{23}{2}(2a + 22d) = \frac{23 \times 2}{2}(a + 11d)$

$= 23 \times 77$ [(1) নং হতে]

$= 1771$

∴ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি 1771.

প্রশ্ন ১৪ ▸ একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ – 20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ n তম পদ $= a + (n-1)d$

16 তম পদ $= a + (16-1)d = a + 15d$

প্রশ্নমতে, $a + 15d = -20$ .... (1)

সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

∴ ধারাটির 31 পদের সমষ্টি, $S_{31} = \frac{31}{2}\{2a + (31-1)d\}$

$= \frac{31}{2}(2a + 30d)$

$= \frac{31}{2}.2(a + 15d)$

$= 31 \times (-20)$ [(1)নং হতে মান বসিয়ে]

$= -620$

∴ ধারাটির প্রথম 31 পদের সমষ্টি – 620.

প্রশ্ন ১৫ ▸ 9 + 7 + 5 +...... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল – 144 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

9 + 7 + 5 + ... ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল – 144

প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ, $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = -144$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 9 + (n-1)(-2)\} = -144$

বা, $n(18 - 2n + 2) = -288$

বা, $n(20 - 2n) = -288$

বা, $20n - 2n^2 = -288$

বা, $-2(n^2 - 10n) = -288$

বা, $n^2 - 10n = 144$

বা, $n^2 - 10n - 144 = 0$

বা, $n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$

বা, $n(n-18) + 8(n-18) = 0$

বা, $(n-18)(n+8) = 0$

হয়, $n - 18 = 0$ অথবা, $n + 8 = 0$

∴ $n = 18$ ∴ $n = -8$

কিন্তু $n \neq -8$, কারণ ধারার পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ n এর মান 18.

প্রশ্ন ১৬ ▸ 2 + 4 + 6 + 8 + ... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = 4 - 2 = 2$, পদসংখ্যা = n

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{n}{2}\{2.2 + (n-1)2\} = n\{2 + n - 1\} = n(n+1) = n^2 + n$

শর্তমতে, $n^2 + n = 2550$

বা, $n^2 + n - 2550 = 0$

বা, $n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$

বা, $n(n+51) - 50(n+51) = 0$

বা, $(n+51)(n-50) = 0$

হয়, $n + 51 = 0$ অথবা, $n - 50 = 0$

বা, $n = -51$ বা, $n = 50$

কিন্তু $n \neq -51$, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ n এর মান 50.

প্রশ্ন ১৭ ▸ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি n(n + 1) হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = n(n+1)$

n = 1 হলে, ধারাটির প্রথম পদ $= 1(1+1) = 2 = S_1$

n = 2 হলে, ধারাটির প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি $= 2(2+1) = 6 = S_2$

∴ ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$

আবার, n = 3 হলে, ধারাটির প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি $= 3(3+1) = 12 = S_3$

∴ ধারাটির তৃতীয় পদ $= S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$

....

....

∴ ধারাটি 2 + 4 + 6 + ...

প্রশ্ন ১৮ ▸ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি n(n + 1)। ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = n(n+1)$

∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = 10(10+1) = 10 \times 11 = 110$

∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 110.

www.abswer.com

www.abswer.com

বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, ধারাটির n পদের সমষ্টি, $S_n = n(n+1) = n^2 + n$

$n = 1, 2, 3$ .... ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

S_1 = ১ম 1 পদের সমষ্টি $= 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

S_2 = ১ম 2 পদের সমষ্টি $= 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$

S_3 = ১ম 3 পদের সমষ্টি $= 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$ ইত্যাদি

∴ প্রথম পদ $= S_1 = 2$

দ্বিতীয় পদ $= S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$

তৃতীয় পদ $= S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$

সুতরাং, ধারাটি হলো $2 + 4 + 6 +$ ....

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = 4 - 2 = 2$

ও ধারাটির পদসংখ্যা, $n = 10$

আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{10}{2}\{2.2 + (10-1)2\}$

$= 5(4 + 9.2)$

$= 5(4 + 18)$

$= 5 \times 22 = 110$

নির্ণেয় সমষ্টি 110.

প্রশ্ন ১৯ ▸ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

এখন, 12 পদের সমষ্টি, $S_{12} = \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$

বা, $144 = 6(2a + 11d)$

বা, $2a + 11d = \frac{144}{6}$

∴ $2a + 11d = 24$ .... (1)

আবার, 20 পদের সমষ্টি, $S_{20} = \frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$

বা, $560 = 10(2a + 19d)$

বা, $2a + 19d = \frac{560}{10}$

∴ $2a + 19d = 56$ .... (2)

(2) নং হতে (1) নং বিয়োগ করে পাই,

$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$

বা, $8d = 32$

∴ $d = 4$

d এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2a + 19 . 4 = 56$

বা, $2a = 56 - 76$

বা, $2a = -20$

∴ $a = -10$

∴ প্রথম 6 পদের সমষ্টি $= \frac{6}{2}\{2a + (6-1)d\}$

$= \frac{6}{2}\{2 \times (-10) + (6-1)4\}$

$= 3(-20 + 5 \times 4)$

$= 3(-20 + 20) = 3 \times 0 = 0$

∴ ধারাটির প্রথম 6 পদের সমষ্টি 0.

প্রশ্ন ২০ ▸ কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং প্রথম n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম (m + n) পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ ধারাটির প্রথম m পদের সমষ্টি $= \frac{m}{2}\{2a + (m-1)d\}$

বা, $n = \frac{m}{2}\{2a + (m-1)d\}$

বা, $2a + (m-1)d = \frac{2n}{m}$ .... (1)

আবার, প্রথম n পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

বা, $m = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

বা, $2a + (n-1)d = \frac{2m}{n}$ .... (2)

সমীকরণ (1)নং হতে (2)নং বিয়োগ করে পাই,

$2a + (m-1)d - 2a - (n-1)d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$

বা, $(m - 1 - n + 1)d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$

বা, $(m - n)d = \frac{2(n^2 - m^2)}{mn} = \frac{2(n-m)(n+m)}{mn}$

বা, $d = \frac{-2(m-n)(n+m)}{(m-n)mn} = -2\frac{n+m}{mn}$

তাহলে, প্রথম (m + n) পদের সমষ্টি

$= \frac{m+n}{2}\{2a + (m+n-1)d\} = \frac{m+n}{2}\{2a + (m-1)d + nd\}$

$= \frac{m+n}{2}\left[\frac{2n}{m} + n.\left\{\frac{-2(m+n)}{mn}\right\}\right]$ [(1)নং থেকে এবং d এর মান বসিয়ে]

$= \frac{m+n}{2}\left\{\frac{2n}{m} - \frac{2(m+n)}{m}\right\}$

$= \frac{m+n}{2}\left(\frac{2n - 2m - 2n}{m}\right) = \frac{m+n}{2}.\left(\frac{-2m}{m}\right) = -(m+n)$

∴ ধারাটির (m + n) পদের সমষ্টি $= -(m+n)$.

প্রশ্ন ২১ ▸ কোনো সমান্তর ধারায় p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c হলে, দেখাও যে, $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$.

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ = x

এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ ধারাটির p তম পদ $= x + (p-1)d = a$ .... (1)

q তম পদ $= x + (q-1)d = b$ .... (2)

r তম পদ $= x + (r-1)d = c$ .... (3)

(1)নং সমীকরণ হতে (2)নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$x + (p-1)d - x - (q-1)d = a - b$

বা, $d(p - 1 - q + 1) = a - b$

বা, $d(p - q) = a - b$

বা, $d = \frac{a-b}{p-q}$ .... (4)

আবার, (2)নং সমীকরণ হতে (3)নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$x + (q-1)d - x - (r-1)d = b - c$

বা, $(q - 1 - r + 1)d = b - c$

বা, $(q - r)d = b - c$

বা, $d = \frac{b-c}{q-r}$ .... (5)

এখন, (4) ও (5) হতে পাই,

$\frac{a-b}{p-q} = \frac{b-c}{q-r}$

বা, $(a-b)(q-r) = (b-c)(p-q)$

বা, $a(q-r) - b(q-r) = b(p-q) - c(p-q)$

বা, $a(q-r) + c(p-q) - b(q-r) - b(p-q) = 0$

বা, $a(q-r) + c(p-q) - b(q - r + p - q) = 0$

বা, $a(q-r) + c(p-q) - b(p-r) = 0$

∴ $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$. (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২২ ▶ দেখাও যে,
$1+3+5+7+ \ldots + 125 = 169+171+173+ \ldots +209$.

সমাধান : বামপক্ষ $= 1+3+5+7+ \ldots + 125$
এটি একটি সমান্তর ধারা, যার
প্রথম পদ, $a = 1$
সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$
শেষ পদ, $l = 125$
পদ সংখ্যা $= n$
কিন্তু, শেষ পদ, $l = a + (n-1)d$
প্রশ্নমতে, $a + (n-1)d = 125$
বা, $1 + (n-1)2 = 125$
বা, $(n-1)2 = 125 - 1$
বা, $(n-1)2 = 124$
বা, $n - 1 = \frac{124}{2}$
বা, $n - 1 = 62$
বা, $n = 62 + 1$
$\therefore$ $n = 63$
$\therefore$ ধারাটির যোগফল, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$= \frac{63}{2}\{2.1 + (63-1)2\}$
$= \frac{63}{2}\{2 + 62 \times 2\} = \frac{63}{2} \times 2(1+62)$
$= 63 \times 63 = 3969$
ডানপক্ষ $= 169 + 171 + 173 + \ldots + 209$
এটি একটি সমান্তর ধারা, যার
প্রথম পদ, $a = 169$, সাধারণ অন্তর, $d = 171 - 169 = 2$
পদ সংখ্যা $= n$, শেষ পদ, $l = 209$
কিন্তু শেষ পদ, $l = a + (n-1)d$
শর্তমতে, $a + (n-1)d = 209$
বা, $169 + (n-1)2 = 209$
বা, $(n-1)2 = 209 - 169 = 40$
বা, $n - 1 = \frac{40}{2}$
বা, $n - 1 = 20$
বা, $n = 20 + 1$
$\therefore$ $n = 21$
$\therefore$ যোগফল, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$= \frac{21}{2}\{2.169 + (21-1)2\}$
$= \frac{21}{2} \times 2(169 + 20) = 21 \times 189 = 3969$
$\therefore 1+3+5+7+ \ldots +125 = 169+171+173+ \ldots +209$.
(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২৩ ▶ এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছুসংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

সমাধান : প্রথম কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন 1 টাকা
দ্বিতীয় কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন $(1+2) = 3$ টাকা
তৃতীয় কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করেন $(3+2) = 5$ টাকা
$\therefore$ টাকা পরিশোধের কিস্তি একটি সমান্তর ধারা যার,
প্রথম পদ, $a = 1$, সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$
মনে করি, ঐ ব্যক্তি n সংখ্যক কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করবেন।
অতএব, পদসংখ্যা $= n$
$\therefore$ n পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
$= \frac{n}{2}\{2.1 + (n-1).2\}$
$= \frac{n}{2}\{2 + (n-1).2\}$
$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2) = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$
শর্তমতে, $n^2 = 2500$
বা, $\sqrt{n^2} = \sqrt{2500}$ [বর্গমূল করে]
বা, $n = 50$
অতএব, 50 টি কিস্তিতে ঋণ শোধ করতে পারবেন।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৪ কোনো সমান্তর ধারার দুইটি নির্দিষ্ট পদ, l তম পদ l^2 এবং k তম পদ k^2।

ক. ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d ধরে উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর।
খ. $(l+k)$ তম পদ নির্ণয় কর।
গ. প্রমাণ কর ধারাটির প্রথম $(l+k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{l+k}{2}(l^2+k^2+l+k)$।

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore$ ধারাটির l তম পদ $= a + (l-1)d$ এবং k তম পদ $= a + (k-1)d$
শর্তমতে, $a + (l-1)d = l^2$ এবং $a + (k-1)d = k^2$
নির্ণেয় সমীকরণ $a + (l-1)d = l^2$ এবং $a + (k-1)d = k^2$

খ ক-হতে প্রাপ্ত, $a + (l-1)d = l^2$ ....(1)
এবং $a + (k-1)d = k^2$ ....(2)
(1) নং হতে (2) নং বিয়োগ করে পাই,
$a + (l-1)d - a - (k-1)d = l^2 - k^2$
বা, $(l - 1 - k + 1)d = (l+k)(l-k)$
বা, $(l-k)d = (l+k)(l-k)$
বা, $d = \frac{(l+k)(l-k)}{l-k}$
বা, $d = l + k$ .... (3)
ধারাটির $(l+k)$ তম পদ $= a + (l+k-1)d$
$= a + (l-1)d + kd$
$= l^2 + k(l+k)$ [(1) নং ও (2)নং হতে]
$= l^2 + lk + k^2$
নির্ণেয় $(l+k)$ তম পদ $l^2 + lk + k^2$.

গ ক-হতে প্রাপ্ত, $a + (l-1)d = l^2$ ....(4)
এবং $a + (k-1)d = k^2$ ....(5)
খ-হতে প্রাপ্ত, $d = l + k$ ....(6)
ধারাটির প্রথম $(l+k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি
$= \frac{l+k}{2}\{2a + (l+k-1)d\}$
$= \frac{l+k}{2}\{a + (l-1)d + a + (k-1)d + d\}$
$= \frac{l+k}{2}(l^2 + k^2 + l + k)$ [(4), (5) ও (6) নং হতে]
$\therefore$ ধারাটির প্রথম $(l+k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{l+k}{2}(l^2+k^2+l+k)$
(প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুনির্বাচনি অংশ — MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{1}{3^n}$ হলে, দ্বিতীয় পদ কত? [ঢা. বো. '২০]

ⓐ $\frac{1}{6}$ ⓑ $\frac{1}{3}$
ⓒ $\frac{4}{9}$ ⓓ $\frac{1}{9}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \frac{1}{3^n}$

∴ দ্বিতীয় পদ $= \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.

২. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? [কু. বো. '২০]

ⓐ $\frac{1}{n}$ ⓑ $\frac{1}{2^n}$
ⓒ $\frac{1}{n+1}$ ⓓ $\frac{n}{n+1}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$

$= \frac{1}{1+1}, \frac{2}{1+2}, \frac{3}{1+3}, \ldots \frac{n}{1+n}$

∴ অনুক্রমটির সাধারণ পদ $= \frac{n}{n+1}$.

৩. $3 + 6 + 9 + \ldots$ ধারার 15 টি পদের সমষ্টি কত? [চ. বো. '২০]

ⓐ 270 ⓑ 315
ⓒ 360 ⓓ 405

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $3 + 6 + 9 + \ldots$ ধারাটির ১ম পদ, $a = 3$

সাধারণ অন্তর, $d = 6 - 3 = 3$

∴ 15টি পদের সমষ্টি $= \frac{15}{2}\{2a + (15-1)d\}$

$= \frac{15}{2}(2 \times 3 + 14 \times 3)$

$= \frac{15}{2} \times 48 = 360$.

৪. $2 + 3 + 4 + \ldots + 50 =$ কত? [সি. বো. '২০]

ⓐ 1274 ⓑ 1275
ⓒ 1325 ⓓ 2548

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $2 + 3 + 4 + \ldots + 50$

এখানে, ১ম পদ = 2; পদ সংখ্যা = 49

∴ সমষ্টি $= \frac{(\text{১ম পদ} + \text{শেষ পদ}) \times \text{পদ সংখ্যা}}{2}$

$= \frac{(2+50) \times 49}{2}$

$= 26 \times 49 = 1274$.

৫. $4 + p + q + 32$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে $(p^2 + q^2)$ এর মান নিচের কোনটি? [ব. বো. '২০]

ⓐ 80 ⓑ 264
ⓒ 320 ⓓ 576

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $4 + p + q + 32$ গুণোত্তর ধারার

১ম পদ, $a = 4$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

∴ ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$

বা, $32 = 4r^3$

বা, $r^3 = 8 = 2^3$

∴ $r = 2$

∴ ২য় পদ, $p = ar = 4 \times 2 = 8$

৩য় পদ, $q = ar^2 = 4 \times 2^2 = 16$

∴ $(p^2 + q^2) = 8^2 + 16^2 = 320$.

৬. $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots$ ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? [ঢা. বো. '১৯]

ⓐ n^2 ⓑ $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$
ⓒ $\frac{n(n+1)}{2}$ ⓓ $\frac{n^2}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার সমষ্টি $= n^2$

∴ $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots$ ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি n^2.

৭. $1 + 3 + 5 + \ldots + 101$ ধারাটির পদ সংখ্যা কত? [কু.বো. '১৯]

ⓐ 51 ⓑ 101
ⓒ 201 ⓓ 204

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ১ম পদ $a = 1$

সাধারণ অন্তর $d = 3 - 1 = 2$

ধরি, n তম পদ = 101

∴ $a + (n-1)d = 101$

বা, $1 + (n-1)2 = 101$

বা, $1 + 2n - 2 = 101$

বা, $2n = 101 + 1 = 102$

∴ $n = 51$.

৮. $5 + 7 + 9 + 11 + \ldots$ ধারাটির 12 তম পদ কত? [চ. বো. '১৯]

ⓐ 27 ⓑ 29
ⓒ 192 ⓓ 194

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ধারার ১ম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 5 = 2$

ধারার 12-তম পদ $= a + (12-1)d$

$= a + 11d = 5 + 11 \times 2 = 5 + 22 = 27$.

৯. $2 + 4 + 6 + \ldots$ ধারাটির দশম পদ কত? [ঢা. বো. '১৭]

ⓐ 110 ⓑ 48
ⓒ 28 ⓓ 20

▸▸ তথ্য ব্যাখ্যা : এখানে, $a = 2, d = 4 - 2 = 2$

10 তম পদ $= a + (10-1)d = a + 9d = 2 + 9 \times 2 = 2 + 18 = 20$.

১০. $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 25 =$ কত? [য. বো. '১৭]

ⓐ 35 ⓑ 150
ⓒ 325 ⓓ 625

▸▸ তথ্য ব্যাখ্যা : $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 25 = \frac{25(25+1)}{2} = 325$.

১১. $-16 - 8 - 0 + \ldots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? [ব. বো. '১৭]

ⓐ -8 ⓑ 8
ⓒ 2 ⓓ $\frac{1}{2}$

▸▸ তথ্য ব্যাখ্যা : সাধারণ অন্তর, $d = -8 - (-16) = -8 + 16 = 8$.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ঘ	২	ঘ	৩	গ	৪	ক	৫	গ	৬	ক	৭	ক	৮	ক	৯	ঘ	১০	গ	১১	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

১২. একটি সমান্তর ধারার n তম পদ $5n+3$ হলে সাধারণ অন্তর কত? [দি. বো. '১৭]

ক -2 খ $\frac{13}{8}$
গ 5 ঘ 8

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : n তম পদ $= 5n+3$
$n=1$ হলে প্রথম পদ $= 5.1+3=8$
$n=2$ হলে ২য় পদ $= 5.2+3=13$
....
সাধারণ অন্তর, $d=13-8=5$.

১৩. a, b, c, d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [রা. বো. '১৭]

ক $b=\frac{c+d}{2}$ খ $a=\frac{b+c}{2}$
গ $c=\frac{b+d}{2}$ ঘ $d=\frac{c+a}{2}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, $a=x, b=x+1, c=x+2, d=x+3$
$\therefore \frac{b+d}{2}=\frac{(x+1)+(x+3)}{2}=\frac{2x+4}{2}=x+2=c \therefore c=\frac{b+d}{2}$

১৪. $\log 2+\log 4+\log 8+......$ ধারাটির ৮ম পদ কোনটি? [রা. বো. '১৭]

ক $\log 256$ খ $\log 128$
গ $\log 64$ ঘ $\log 32$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\log 2+\log 4+\log 8+.....$
$=\log 2+\log 2^2+\log 2^3+......$
$=\log 2+2\log 2+3\log 2+....$
প্রথম পদ, $a=\log 2$
সাধারণ অন্তর, $d=2\log 2-\log 2=\log 2$
৮ম পদ $=a+(8-1)d$
$=a+7d$
$=\log 2+7\log 2=\log 2+\log 2^7=\log(2\times 2^7)=\log 256$

১৫. $5+11+17+......+59$ ধারাটির পদসংখ্যা কত? [ঢা. বো. '১৬]

ক 8 খ 9 গ 10 ঘ 11

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে,
১ম পদ $a=5$, সাধারণ অন্তর $d=11-5=6$, n-তম পদ $=59$
মনে করি, পদ সংখ্যা n
আমরা জানি, n-তম পদ $=a+(n-1)d$
বা, $59=5+(n-1)6$
বা, $59=5+6n-6$
বা, $6n=60 \therefore n=10$.

১৬. $1+3+5+.....+n$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? [ঢা. বো. '১৬]

ক $\frac{n^2}{2}$ খ $\frac{n(n+1)}{2}$
গ $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ ঘ n^2

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল n^2।

১৭. $1^3+2^3+3^3+.......+n^3=$ কত? [রা. বো. '১৬]

ক n^2 খ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
গ $\frac{n(n+1)}{2}$ ঘ $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

১৮. $2+4+6+......$ ধারাটির সাধারণ অন্তর ও n তম পদের অনুপাত কোনটি? [য. বো. '১৬]

ক $2n:2$ খ $2:2n$
গ $2:n$ ঘ $n:1$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $a=2, d=4-2=6-4=2$
n-তম পদ $=a+(n-1)d=2+(n-1).2=2+2n-2=2n$
$\therefore$ d : n-তম পদ $=2:2n$

১৯. প্রথম 30টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি কত? [কু. বো. '১৬]

ক 405 খ 435
গ 445 ঘ 465

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $n=30$,
$\therefore$ সমষ্টি $=\frac{n(n+1)}{2}=\frac{30(30+1)}{2}=465$.

২০. $4+8+16+.......$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [কু. বো. '১৬]

ক 2 খ 4
গ 5 ঘ 6

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{8}{4}=2$.

২১. $3+6+9+......$ ধারাটির কততম পদ 99? [কু. বো. '১৬]

ক 30 খ 33
গ 34 ঘ 35

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি, n-তম পদ 99।
এখানে, $a=3, d=6-3=9-6=3$
$\therefore$ n-তম পদ $=a+(n-1)d$
বা, $99=3+(n-1)3$
বা, $99=3+3n-3$
বা, $3n=99$
$\therefore n=33$.

২২. কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি কত? $[n=23]$ [চ. বো. '১৬]

ক 138 খ 184
গ 253 ঘ 276

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $n=23, \therefore S_n=\frac{n(n+1)}{2}=\frac{23(23+1)}{2}=\frac{23\times 24}{2}=276$.

২৩. $3+6+9+12+....$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? [সি. বো. '১৬]

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সাধারণ অন্তর, d = দ্বিতীয়পদ − প্রথম পদ $=6-3=3$.

২৪. নিচের কোন ধারার প্রথম 11টি পদের সমষ্টি 121?

ক $1+2+3+.....$ খ $3+5+7+.....$
গ $1+4+9+....$ ঘ $1+3+5+.....$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক ক্রমিক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $=n^2$
$\therefore n=11$ হলে, যোগফল $=(11)^2=121$.

২৫. $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4}$......... অনুক্রমটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি? [কু. বো. '১৫]

ক $\frac{1}{n}$ খ $\frac{n-1}{n+1}$
গ $\frac{1}{2^n}$ ঘ $\frac{n}{n+1}$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : অনুক্রমটির লবগুলোর ক্ষেত্রে,
প্রথম পদ, $a=1$, সাধারণ অন্তর, $d=2-1=2$
$\therefore$ n তম পদ $=a+(n-1)d=1+(n-1)1=n$
হরগুলোর ক্ষেত্রে, প্রথম পদ, $a=2$, সাধারণ অন্তর, $d=3-2=1$
$\therefore$ n তম পদ $=a+(n-1)d=2+(n-1).1=n+1$
$\therefore$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ $=\frac{\text{লব}}{\text{হর}}=\frac{n}{n+1}$.

২৬. $6+9+12+.......$ ধারাটির কততম পদ 93? [চ. বো. '১৫]

ক 30 খ 29
গ 28 ঘ 27

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রদত্ত ধারা : $6+9+12+........$
ধারাটির প্রথম পদ, $a=6$ এবং সাধারণ অন্তর, $d=9-6=3$
মনে করি, সমান্তর ধারাটির n-তম পদ $=93$
বা, $a+(n-1)d=93$
বা, $6+(n-1).3=93$
বা, $3n=93-3=90$
বা, $n=30$
$\therefore$ ধারাটির 30-তম পদ 93.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১২	গ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	গ	১৬	ঘ	১৭	ঘ	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	ক	২১	খ	২২	ঘ	২৩	খ	২৪	ঘ	২৫	ঘ	২৬	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

২৭. সমান্তর ধারার nতম পদ কোনটি? [সি. বো. '১৫]
ⓐ ar^{n-1} ⓑ $a+(n-1)d$
ⓖ $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$ ⓓ $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে, n-তম পদ $=a+(n-1)d$.

২৮. $1+2+3+4+....+100=$ কত? [সি. বো. '১৫]
ⓐ 4750 ⓑ 4950
ⓖ 5050 ⓓ 5150

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারাটির পদ সংখ্যা $n=100$
∴ ধারাটির সমষ্টি $=\frac{100(100+1)}{2}=\frac{100\times101}{2}=5050$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৯. $6+10+14+.......$ ধারার–
i. সাধারণ অন্তর 4
ii. 20 তম পদ 82
iii. প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 240
নিচের কোনটি সঠিক? [রা. বো. '২০]
ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $6+10+14+.........$
ধারাটির ১ম পদ, $a=6$
∴ (i) সাধারণ অন্তর, $d=10-6=4$
(ii) 20 তম পদ, $=a+(20-1)d=6+19\times4=82$
(iii) প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $=\frac{10}{2}\{2a+(10-1)d\}$
$=5(2\times6+9\times4)$
$=240$
∴ (i), (ii) ও (iii) সঠিক।

৩০. $\log3+\log9+\log27+..........$
i. ধারার পরবর্তী পদ log 81
ii. একটি সমান্তর ধারা
iii. এর সাধারণ অন্তর log 6
নিচের কোনটি সঠিক? [ব. বো. '১৬]
ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$1+3+5+7+.....$ [রা. বো. '১৯]

৩১. ধারাটির r-তম পদ কত?
ⓐ $2r-3$ ⓑ $2r-1$
ⓖ $2r+1$ ⓓ $2r+3$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $1+3+5+7+......$
ধারাটির ১ম পদ, $a=1$
সাধারণ অন্তর, $d=3-1=2$
∴ r তম পদ $=a+(r-1)d=1+(r-1)2=2r-1$.

৩২. ধারাটির প্রথম 9 পদের সমষ্টি কত?
ⓐ 17 ⓑ 81
ⓖ 256 ⓓ 511

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $a=1; d=2$
∴ ধারাটির ১ম 9টি পদের সমষ্টি $=\frac{9}{2}\{2a+(9-1)d\}$
$=\frac{9}{2}(2\times1+8\times2)$
$=\frac{9}{2}\times18=81$.

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ –3 এবং সাধারণ অন্তর 3। [দি. বো. '১৬]

৩৩. ধারাটির দ্বিতীয় পদ কোনটি?
ⓐ –6 ⓑ 0
ⓖ 3 ⓓ 6

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, ধারাটির ২য় পদ x
∴ $x-(-3)=3$
বা, $x+3=3$ ∴ $x=3-3=0$.

৩৪. ধারাটির n-তম পদ কত?
ⓐ 2n ⓑ $3n-6$
ⓖ $3n-3$ ⓓ $n-3$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : n-তম পদ $=a+(n-1)d$
$=-3+(n-1)3=-3+3n-3=3n-6$.

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৫ ও ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$4+6+8+..................$ একটি ধারা।

৩৫. ধারাটির 12-তম পদ– [ঢা. বো. '১৫]
ⓐ 22 ⓑ 24
ⓖ 26 ⓓ 28

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রথম পদ, $a=4$
সাধারণ অন্তর, $d=6-4=2$
এটি একটি সমান্তর ধারা।
∴ ধারাটির 12-তম পদ $=a+(12-1)d$
$=a+11d=4+11\times2=26$
∴ ধারাটির 12 তম পদ 26.

৩৬. ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি– [ঢা. বো. '১৫]
ⓐ 130 ⓑ 150
ⓖ 260 ⓓ 300

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি
$=\frac{10}{2}\{2a+(10-1)d\}$
$=\frac{10}{2}(2\times4+9\times2)=\frac{10}{2}(8+18)=\frac{10}{2}\times26=130$
∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 130.

■ $2+5+8+11+.........$ ধারাটি লক্ষ কর এবং ৩৭ – ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৩৭. ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? [য. বো. '১৫]
ⓐ –3 ⓑ 3
ⓖ 5 ⓓ 7

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রদত্ত ধারা : $2+5+8+11+........$
ধারাটির সাধারণ অন্তর, $d=5-2=3$.

৩৮. ধারাটির দশম পদ কত? [য. বো. '১৫]
ⓐ 29 ⓑ 31
ⓖ 35 ⓓ 37

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রথম পদ, $a=2$
সাধারণ অন্তর, $d=5-2=3$
∴ ধারাটির দশম পদ $=a+(10-1)d=2+9\times3=2+27=29$.

৩৯. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত? [য. বো. '১৫]
ⓐ 200 ⓑ 124
ⓖ 100 ⓓ 92

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি
$=\frac{8}{2}\{2a+(8-1)d\}$
$=\frac{8}{2}(2\times2+7\times3)$
$=\frac{8}{2}(4+21)=\frac{8}{2}\times25=100$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

২৭	ⓑ	২৮	ⓖ	২৯	ⓓ	৩০	ⓐ	৩১	ⓑ	৩২	ⓑ	৩৩	ⓑ	৩৪	ⓑ	৩৫	ⓖ	৩৬	ⓐ	৩৭	ⓑ	৩৮	ⓐ	৩৯	ⓖ

www.abswer.com

www.abswer.com

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪০ ও ৪১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3.

৪০. ধারাটির n তম পদ কত? [দি. বো. '১৫]
ⓚ $3n+1$ ⓛ $\frac{n(3n+1)}{2}$
ⓖ $3n-1$ ⓘ $\frac{n(3n-1)}{2}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, সমান্তর ধারার ১ম পদ $a=2$ এবং সাধারণ অন্তর $d=3$
∴ সমান্তর ধারাটির n তম পদ $=a+(n-1)d$
$=2+(n-1)3=2+3n-3=3n-1$.

৪১. ধারাটির প্রথম ৪ পদের যোগফল কত? [দি. বো. '১৫]
ⓚ 23 ⓛ 25 ⓖ 100 ⓘ 124

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারাটির ৪ পদের যোগফল
$=\frac{8}{2}\{2a+(8-1)d\}=\frac{8}{2}(2\times2+7\times3)=\frac{8}{2}(4+21)=\frac{8}{2}\times25=100.$

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৪২. $\log3+\log9+\log27+.....$
ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি কত?
[গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাইস্কুল, ধানমন্ডি, ঢাকা]
ⓚ $35\log3$ ⓛ $45\log3$
ⓖ $55\log3$ ⓘ $60\log3$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $s=\log3+\log9+\log27+.........$
$=\log3+\log3^2+\log3^3+.........=\log3+2\log3+3\log3+....$
$=(1+2+3+.........+10$ তম$)\log3=\frac{10(10+1)}{2}\log3=55\log3.$

৪৩. $5+7+9+11+.........$ ধারাটির 12তম পদ কত?
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ⓚ 27 ⓛ 29
ⓖ 192 ⓘ 194

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a=5$
এবং সাধারণ অন্তর, $d=7-5=2$
ধারাটির 12 তম পদ $=a+(12-1)d$
$=5+11\times2=5+22=27.$

৪৪. একটি সমান্তর ধারার n-তম পদ $5n+3$ হলে সাধারণ অন্তর কত?
[বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
ⓚ -2 ⓛ 8
ⓖ 5 ⓘ 10

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারার n তম পদ $=5n+3$
∴ ধারাটির ১ম পদ $=5.1+3=8$
ধারাটির ২য় পদ $=5.2+3=13$
∴ সাধারণ অন্তর $d=13-8=5$.

৪৫. ১ম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার সমষ্টি কত? [মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল]
ⓚ $2n$ ⓛ n^2
ⓖ n^3 ⓘ $\frac{n^2}{2}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a=1, d=2$
১ম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার সমষ্টি $=\frac{n}{2}\{2\times1+(n-1)2\}$
$=\frac{n}{2}\{2+2n-2\}=n^2.$

৪৬. সমান্তর ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে, সপ্তম পদ কত? [মতিঝিল মডেল হাইস্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ⓚ 18 ⓛ 20
ⓖ 22 ⓘ 24

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ১ম পদ, $a=2$ সাধারণ অন্তর, $d=3, n=7$
7ম পদ $=a(n-1)d=2+(7-1).3=20.$

৪৭. $6+9+12+......$ ধারাটির কোন পদ 93?
ⓚ 27 ⓛ 28
ⓖ 29 ⓘ 30

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি, n তম পদ $=93$
বা, $a+(n-1)d=93$
বা, $6+(n-1)3=93$
বা, $n-1=\frac{87}{3}$
বা, $n-1=29$
∴ $n=30.$

৪৮. $1+3+5+....+21$ ধারাটির কততম পদ শেষ পদ?
[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]
ⓚ 9 ⓛ 11
ⓖ 13 ⓘ 15

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a+(n-1)d=21$ বা, $1+(n-1)2=21$ বা, $n=11$

৪৯. $8+11+14+.....$ধারার ৭ম পদ কত?
[সরকারি পি.এন. বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]
ⓚ 20 ⓛ 23
ⓖ 26 ⓘ 29

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $8+11+14+.........$
ধারাটির ১ম পদ, $a=8$
সাধারণ অন্তর, $d=11-8=3$
∴ ৭ম পদ $=a+(7-1)d=8+6\times3=8+18=26.$

৫০. $\log2+\log4+\log8+.......$ ধারার 10ম পদ কত?
[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]
ⓚ $\log144$ ⓛ $\log256$
ⓖ $\log1024$ ⓘ $\log512$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\log2+\log4+\log8+......$
$=\log2+\log2^2+\log2^3+.......$
$=\log2+2\log2+3\log2+.....+n\log2$
ধারাটির 10 তম পদ $=10\log2=\log2^{10}=\log1024.$

৫১. $12+24+48+.........768$ ধারাটিতে কতটি পদ আছে?
[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]
ⓚ 5 ⓛ 7
ⓖ 13 ⓘ 37

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $12+24+48+............$
ধারাটির ১ম পদ, $a=12$
সাধারণ অনুপাত, $r=24\div12=2$
∴ n তম পদ ar^{n-1}
প্রশ্নমতে, $ar^{n-1}=768$
বা, $12\times2^{n-1}=768$
বা, $2^{n-1}=\frac{768}{12}=64$
বা, $2^{n-1}=2^6$
বা, $n-1=6$
বা, $n=6+1$
∴ $x=7$
∴ পদ সংখ্যা 7 টি।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৪০	ⓖ	৪১	ⓖ	৪২	ⓖ	৪৩	ⓚ	৪৪	ⓖ	৪৫	ⓛ	৪৬	ⓛ	৪৭	ⓘ	৪৮	ⓛ	৪৯	ⓖ	৫০	ⓖ	৫১	ⓛ

www.abswer.com

www.abswer.com

৫২. একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{1}{2^{n-1}}$ হলে, এর প্রথম পদ কত? [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]

ক $\frac{1}{8}$ খ $\frac{1}{4}$
গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \frac{1}{2^{n-1}}$

∴ প্রথম পদের জন্য n = 1

∴ প্রথম পদ $= \frac{1}{2^{1-1}} = \frac{1}{2^0} = \frac{1}{1} = 1.$

৫৩. সমান্তর ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে, সপ্তম পদ কত? [মতিঝিল মডেল হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; মিরপুর গার্লস আইডিয়াল ইনস্টিটিউট, ঢাকা]

ক 18   খ 20
গ 22   ঘ 24

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : ১ম পদ, a = 2 সাধারণ অন্তর, d = 3, n = 7

7ম পদ = a(n – 1) d = 2 + (7 – 1) . 3 = 20.

৫৪. 2, 4, 6..... অনুক্রমটির n তম পদ কত? [এ. কে. হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 2n – 1   খ $2n^2$
গ n^2 ঘ 2n

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : 2, 4, 6, ...

এখানে, অনুক্রমের ১ম পদ a = 2

সা. অন্তর, d = 4 – 2 = 2

∴ n-তম পদ = a + (n – 1) d

= 2 + (n – 1) 2 = 2 + 2n – 2 = 2n.

৫৫. 5 + 8 + 11 + 14 + ... ধারাটির কোন পদ 383? [আরমানিটোলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 127   খ 128
গ 129   ঘ 130

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : ১ম পদ, a = 5

সাধারণ অন্তর, d = 8 – 5 = 3

n তম পদ 383 হলে, a + (n – 1)d = 383

বা, 5 + (n – 1) 3 = 383

বা, (n – 1) 3 = 378

বা, n – 1 = 126 বা, n = 126 + 1

∴ n = 127.

৫৬. log 2 + log 4 + log 8 + ... ধারাটির সপ্তম পদ কোনটি? [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]

ক log 32   খ log 64
গ log 128   ঘ log 256

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির ১ম পদ, a = log 2

এবং সাধারণ অন্তর, d = log 4 – log 2

$= \log 2^2 - \log 2 = 2 \log 2 - \log 2 = \log 2$

∴ ধারাটির সপ্তম পদ = a + (7 – 1)d = a + 6d

$= \log 2 + 6 \times \log 2 = 7 \log 2 = \log 2^7 = \log 128.$

৫৭. 5 + 11 + 17 + ... + 59 ধারাটির পদসংখ্যা কত? [দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর]

ক 8   খ 9
গ 10   ঘ 11

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, a = 5, d = 11 – 5 = 6

শেষপদ = n-তম পদ = 59

আমরা জানি, n-তম পদ = a + (n – 1)d

59 = 5 + (n – 1) 6

বা, 59 = 6n – 1

বা, 6n = 60

∴ n = 10.

৫৮. কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ a = 5, সাধারণ অন্তর x = 7 হলে, 22 তম পদ কত? [নারায়ণগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক 138   খ 82
গ 152   ঘ 159

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারার 22তম পদ = a + (22 – 1)d

= 5 + 21 × 7

= 5 + 147 = 152.

৫৯. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ –2। সাধারণ অন্তর 3 হলে n তম পদ কত? [ইবনে তাইমিয়া স্কুল এন্ড কলেজ, কুমিল্লা]

ক 5 – 3n   খ 3n – 5
গ 15n   ঘ 3n

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : n তম পদ = –2 + (n – 1). 3

= –2 + 3n – 3 = 3n – 5.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৬০. 1 + 2 + 3 + ... + n ধারাটির সমষ্টি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সূত্র–

i. $\frac{n(n+1)}{2}$

ii. $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

iii. a + (n – 1)d

নিচের কোনটি সঠিক? [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ডেমরা, ঢাকা]

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

৬১. log 3 + log 9 + log 27 +......

i. ধারাটির সাধারণ অনুপাত log 3

ii. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি 55 log 3

iii. ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা

নিচের কোনটি সঠিক? [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

ক i   খ ii   গ i ও iii   ঘ i, ii ও iii

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : log 3 + log 9 + log 27 +......

$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + ...$

= log 3 + 2 log 3 + 3 log 3 +......

১ম পদ a = log 3

∴ সাধারণ অন্তর = 2 log 3 – log 3 = log 3

10 পদের সমষ্টি $= \frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\}$

= 5{2 log 3 + 9 log 3}

= 5 × 11 log 3 = 55 log 3.

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

log 3 + log 9 + log 27 +...... [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

৬২. ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

ক 3   খ 9
গ 2 log 3   ঘ log 3

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রদত্ত ধারা, log 3 + log 9 + log 27 + ...

$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 +$ ....

= log 3 + 2 log 3 + 3 log 3 + ...

∴ সমান্তর ধারাটির সাধারণ অন্তর, d = 2 log 3 – log 3 = log 3.

৬৩. ধারাটির 7ম পদ কত?

ক log 2187   খ log 729
গ log 243   ঘ log 81

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারাটির 7তম পদ = a + (7 – 1) d

= log 3 + 6 × log 3

$= 7 \log 3 = \log 3^7 = \log 2187.$

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৫২	ঘ	৫৩	খ	৫৪	ঘ	৫৫	ক	৫৬	গ	৫৭	গ	৫৮	গ	৫৯	খ	৬০	ক	৬১	খ	৬২	ঘ	৬৩	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

■ $1+2+3+4+......+99$ ধারাটির আলোকে ৬৪ ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, আজিমপুর, ঢাকা]

৬৪. ধারাটিতে পদ সংখ্যা কত?
ⓚ 88 ⓛ 90
ⓖ 80 ⓘ 99

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি,
ধারাটির n-তম পদ : 99
এখানে, $a=1$
$d=2-1=1$
$\therefore\ a+(n-1)d=99$
বা, $1+(n-1)1=99$
বা, $(n-1)=99-1$
বা, $n-1=98$
বা, $n=98+1=99.$

৬৫. ধারাটির সমষ্টি কত?
ⓚ 4945 ⓛ 4900
ⓖ 4950 ⓘ 4955

■ $3+x+y+......+15+17$ একটি এর সমান্তর ধারা।
উপরের তথ্যের আলোকে ৬৬ ও ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]

৬৬. x এর মান কত?
ⓚ 7 ⓛ 13
ⓖ 5 ⓘ 9

৬৭. ১ম তিনটি পদের সমষ্টি কত?
ⓚ 17 ⓛ 20
ⓖ 25 ⓘ 15

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৬৮ ও ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$1+2+3+......+99$ একটি ধারা। [বিদ্যাময়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ]

৬৮. ধারাটির 19 তম পদ কত?
ⓚ 17 ⓛ 19
ⓖ 45 ⓘ 49

৬৯. ধারাটির সমষ্টি কত?
ⓚ 4750 ⓛ 4850
ⓖ 4950 ⓘ 5050

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৭০. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5, সাধারণ অন্তর 4 হলে, ধারাটির 21 তম পদ কোনটি? (কঠিনমান)
ⓚ 70 ⓛ 80
ⓖ 85 ⓘ 90

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a+(n-1)d=5+(21-1)4=5+20\times4=85$

৭১. $3+6+9+12+.........$ সমান্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নিচের কোনটি? (কঠিনমান)
ⓚ 150 ⓛ 155
ⓖ 160 ⓘ 165

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $S_{10}=\frac{10}{2}\{2a+(10-1)d\}$
$=5(2.3+9.3)=5\times33=165.$

৭২. 51টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল নিচের কোনটি? (কঠিনমান)
ⓚ 102 ⓛ 1326
ⓖ 1275 ⓘ 2601

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{n(n+1)}{2}=\frac{51(51+1)}{2}=\frac{51\times52}{2}=1326.$

৭৩. 51টি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নিচের কোনটি? (কঠিনমান)
ⓚ 1326 ⓛ 1275
ⓖ 2601 ⓘ 1301

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a=1, d=2$
$\therefore S_{51}=\frac{51}{2}\{2a+(51-1)d\}=\frac{51}{2}\{2.1+50.2\}=2601.$

৭৪. $1+3+5+7+.....+19$ ধারাটির যোগফল 100 হলে, পদসংখ্যা কত? (মধ্যমান)
ⓚ 11 ⓛ 9
ⓖ 13 ⓘ 10

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}=100$
বা, $\frac{n}{2}\{2.1+(n-1)2\}=100$
বা, $\frac{n}{2}(2+2n-2)=100$
বা, $\frac{2n^2}{2}=100$ বা, $n^2=100\ \therefore n=\sqrt{100}=10.$

৭৫. $1+2+3+......+10=$ কত? (সহজমান)
ⓚ 16 ⓛ 45
ⓖ 55 ⓘ 110

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $1+2+3+......+10=\frac{10(10+1)}{2}=55.$

৭৬. $<2n>_{n=1}^{+\infty}$ এর অনুক্রম নিচের কোনটি? (মধ্যমান)
ⓚ 1, 2, 3, 4, ... ⓛ 1, 3, 5, 7, ...
ⓖ 2, 4, 6, 8, ... ⓘ 2, 4, 8, 16, ...

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : 2n পদটিতে n = 1, 2, 3, 4, ...ইত্যাদি বসালে অনুক্রমটি হয়, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, ... বা, 2, 4, 6, 8, ...

৭৭. $<\frac{1}{n}>_{n=1}^{+\infty}$ অনুক্রমটির জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ⓚ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ...$ ⓛ 1, 2, 3, 4, ...
ⓖ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, ...$ ⓘ $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, ...$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1}{n}$ পদটিতে n = 1, 2, 3, 4, ... ইত্যাদি বসালে অনুক্রমটি হয়, $=\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ...$

৭৮. $a+(a+d)+(a+2d)+......$ ধারাটির পঞ্চম পদ নিচের কোনটি? (সহজমান)
ⓚ a ⓛ a + 5d
ⓖ a + 4d ⓘ a + 3d

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : পঞ্চম পদ $=a+(5-1)d=a+4d.$

৭৯. $a+b+c+d+.........$ সমান্তর ধারার অন্তর্ভুক্ত হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ⓚ $a=b$ ⓛ $d-b=a$
ⓖ $a+b=d$ ⓘ $b-a=d-c$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমান্তর ধারার যেকোনো পদ এবং তার পূর্ববর্তী পদের অন্তর সর্বদা সমান। এখানে ৩য় ও ৪র্থ পদের অন্তর (d − c) এবং ১ম ও ২য় পদের অন্তর (b − a) পরস্পর সমান।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৬৪ ⓘ	৬৫ ⓖ	৬৬ ⓖ	৬৭ ⓘ	৬৮ ⓛ	৬৯ ⓖ	৭০ ⓖ	৭১ ⓘ	৭২ ⓛ	৭৩ ⓖ	৭৪ ⓘ	৭৫ ⓖ	৭৬ ⓖ	৭৭ ⓚ	৭৮ ⓖ	৭৯ ⓘ

www.abswer.com

www.abswer.com

৮০. $6 + 12 + 18 + 24 + ...$ সমান্তর ধারাটির n তম পদ 42 হলে n এর মান কত? (কঠিনমান)
ক 4 খ 5
গ 6 ঘ 7

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a + (n - 1) d = 42$
বা, $6 + (n - 1) 6 = 42$
বা, $(n - 1) 6 = 36$ বা, $n - 1 = 6$
$\therefore$ $n = 7$.

৮১. $\log 9 + \log 27 + \log 81 + ...$ ধারাটির সাধারণ অন্তর নিচের কোনটি? (কঠিনমান)
ক $\log 9$ খ $\log 3$
গ $-\log 3$ ঘ $-2 \log 3$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : সাধারণ অন্তর $\log 27 - \log 9 = \log 3^3 - \log 3^2 = 3 \log 3 - 2 \log 3 = \log 3$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৮২. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d এবং পদসংখ্যা n হলে–
i. ধারাটির nতম পদ $= a + (n - 1)d$
ii. ধারাটির 12তম পদ $= a + 12d$
iii. ধারাটির সমষ্টি $= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক i খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1) d$
(ii) ধারাটির 12তম পদ $= a + (12 - 1) d = a + 11d$
(iii) সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1) d\}$

৮৩. $5 + 8 + 11 + 14 + ... + 32$ ধারাটির–
i. পঞ্চম পদ = 17
ii. প্রথম তিন পদের সমষ্টি = 13 iii. পদসংখ্যা = 10
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) পঞ্চম পদ $= a + (5 - 1) d = 5 + 4.3 = 17$
(ii) প্রথম তিন পদের সমষ্টি $= \frac{3}{2} \{2a + (3 - 1) d\} = \frac{3}{2} \{2.5 + 2.3\} = 24$
(iii) $a + (n - 1) d = 32$
বা $5 + (n - 1)3 = 32$
বা, $(n - 1) 3 = 27$ বা, $n - 1 = 9$
$\therefore$ $n = 10$.

৮৪. সমান্তর ধারার প্রথম পদ 3 এবং সাধারণ অন্তর 4 হলে–
i. দ্বিতীয় পদ 7 ii. প্রথম পদ 15 iii. ধারাটি $3 + 7 + 11 + 15 + ...$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক i খ i ও ii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) দ্বিতীয় পদ $a + (2 - 1) d = 3 + 4 = 7$
(ii) প্রথম পদ 3
(iii) ১ম পদ 3, ২য় পদ 7, ৩য় পদ $7 + 4 = 11$, ৪র্থ পদ $11 + 4 = 15$
$\therefore$ ধারাটি $3 + 7 + 11 + 15 + ...$

৮৫. $a + (a + d) + (a + 2d) + ...$
i. ধারাটি একটি সমান্তর ধারা
ii. ধারাটির সাধারণ অন্তর a
iii. ধারাটির প্রথম পদ a
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) এটি একটি সমান্তর ধারা
(ii) সাধারণ অন্তর $= (a + d) - a = d$ (iii) প্রথম পদ = a.

৮৬. $-10 - 7 - 4 - 1 + ...$ একটি ধারা হলে–
i. এটি একটি সমান্তর ধারা
ii. ধারাটির সপ্তম পদ ৪
iii. এটি একটি গুণোত্তর ধারা
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) সাধারণ অন্তর, $d = -7 - (-10) = 3$
আবার, $-4 - (-7) = 3$ $\therefore$ ধারাটি সমান্তর
(ii) ৭ম পদ $= a + (7 - 1) d = -10 + 6.3 = 8$
(iii) ধারাটি গুণোত্তর নয়

৮৭. $30 + 25 + 20 + ... - 25$ হলে,
i. ধারাটির ১ম পদ 30 সাধারণ অন্তর 5
ii. ধারাটির ৭ম পদ 0
iii. ধারাটির ১২ তম পদ – 25
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) প্রথম পদ 30 এবং সাধারণ অন্তর $= 25 - 30 = -5$
(ii) ৭ম পদ $= a + (7 - 1) d = 30 + 6 (-5) = 0$
(iii) ১২ তম পদ $= a + (12 - 1) d = 30 + 11 (-5) = -25$.

৮৮. $2 + 7 + 12 + 17 + ... + 47$
i. ধারাটির সাধারণ অন্তর 5
ii. ধারাটির পদসংখ্যা 10
iii. ধারাটির ৭ম পদ 37
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 2 = 5$
(ii) $2 + (n - 1) 5 = 47$
বা, $(n - 1) 5 = 45$ বা, $n = \frac{45}{5} + 1 = 10$
(iii) ৭ম পদ $= a + (7 - 1) d = 2 + 6.5 = 32$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

$158 + 151 + 144 + ... + 116$
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৮৯ – ৯১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৮৯. ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? (সহজমান)
ক 7 খ 6
গ –7 ঘ –6

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির ১ম পদ, $a = 158$;
সাধারণ অন্তর, $d = 151 - 158 = -7$.

৯০. ধারাটির পদসংখ্যা কত? (মধ্যমান)
ক 7 খ 8
গ 9 ঘ 10

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি, পদসংখ্যা = n
$\therefore$ n তম পদ বা শেষপদ $= a + (n - 1) d$
বা, $116 = 158 + (n - 1) (-7)$
বা, $158 - 7n + 7 = 116$
বা, $7n = 158 + 7 - 116 = 49$
$\therefore n = 7$.

৯১. ধারাটির কোন পদ 130? (কঠিনমান)
ক 7 খ 6
গ 5 ঘ 4

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, ধারাটির r তম পদ = 130
বা, $a + (r - 1) d = 130$
বা, $158 + (r - 1) (-7) = 130$
বা, $-7r + 7 + 158 = 130$ $\therefore r = 5$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৮০	ঘ	৮১	খ	৮২	খ	৮৩	খ	৮৪	গ	৮৫	ঘ	৮৬	ক	৮৭	ঘ	৮৮	ক	৮৯	গ	৯০	ক	৯১	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান | নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▸ যশোর বোর্ড ২০২০

(i) $6+m+n+p+\frac{3}{8}$ একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) কোনো সমান্তর ধারার প্রথম p পদের সমষ্টি q এবং প্রথম q পদের সমষ্টি p।

ক. 2, x এবং 32 ক্রমিক সমানুপাতী হলে, x এর মান নির্ণয় কর, (যেখানে $x>0$)। ২

খ. (i) নং হতে m, n ও p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং হতে প্রথম $(p+q)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক 2, x এবং 32 ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$x^2 = 2\times 32$ হবে

বা, $x^2 = 64$

বা, $x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$

$\therefore x = 8\ [\because x>0]$

নির্ণেয় মান : $x = 8$.

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $6+m+n+p+\frac{3}{8}$

ধারাটির ১ম পদ $a = 6$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{m}{6} = \frac{n}{m} = \frac{p}{n}$

ধারাটির ৫ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

৫ম পদ, $ar^4 = \frac{3}{8}$

বা, $6\left(\frac{m}{6}\right)^4 = \frac{3}{8}$

বা, $6\times\frac{m^4}{6^4} = \frac{3}{8}$

বা, $\frac{m^4}{6^3} = \frac{3}{8}$

বা, $8m^4 = 3\times 216$

বা, $m^4 = \frac{3\times 216}{8} = 81 = 3^4$

$\therefore m = 3$

$\therefore$ সাধারণ অনুপাত,

$r = \frac{m}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{n}{m} = \frac{1}{2}$

বা, $2n = m$

বা, $n = \frac{m}{2}$

$\therefore n = \frac{3}{2}$

এবং $\frac{p}{n} = \frac{1}{2}$

বা, $2p = n$

বা, $p = \frac{n}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{2}\times\frac{1}{2}$

$\therefore p = \frac{3}{4}$

নির্ণেয় মান : $m = 3, n = \frac{3}{2}, p = \frac{3}{4}$

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

প্রথম p সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{p}{2}\{2a+(p-1)d\}$

বা, $q = \frac{p}{2}\{2a+(p-1)d\}$

বা, $2q = p\{2a+(p-1)d\}$

$\therefore 2a+(p-1)d = \frac{2q}{p}$ ....(1)

এবং প্রথম q সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{q}{2}\{2a+(q-1)d\}$

বা, $p = \frac{q}{2}\{2a+(q-1)d\}$

বা, $2p = q\{2a+(q-1)d\}$

$\therefore 2a+(q-1)d = \frac{2p}{q}$ ....(2)

সমীকরণ (2) হতে (1) বিয়োগ করে পাই,

$qd - pd = \frac{2p}{q} - \frac{2q}{p}$

বা, $-d(p-q) = \frac{2p^2-2q^2}{pq}$

বা, $-d(p-q) = \frac{2(p^2-q^2)}{pq}$

বা, $d = \frac{2(p+q)(p-q)}{-pq(p-q)}$

$\therefore d = \frac{2(p+q)}{-pq}$ ....(3)

এখন, ধারাটির প্রথম $(p+q)$ পদের সমষ্টি

$= \frac{p+q}{2}\{2a+(p+q-1)d\}$

$= \frac{p+q}{2}\{2a+(p-1)d+qd\}$

$= \frac{p+q}{2}\left\{\frac{2q}{p}+q\times\frac{2(p+q)}{-pq}\right\}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{p+q}{2}\left\{\frac{2q}{p}-\frac{2p+2q}{p}\right\}$

$= \frac{p+q}{2}\left\{\frac{2q-2p-2q}{p}\right\} = \frac{p+q}{2}\times\frac{-2p}{p} = -(p+q)$

নির্ণেয় প্রথম $(p+q)$ পদের সমষ্টি $= -(p+q)$.

প্রশ্ন ২ ▸ সিলেট বোর্ড ২০২০

একটি গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$, ৭ম পদ $\frac{1}{8\sqrt{2}}$ এবং একটি সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং 20 পদের সমষ্টি 610.

ক. $1+\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{5}+$ ....ধারার কোন পদ $\frac{1}{625\sqrt{5}}$? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি : $1+\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{5}+$ ....

ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার ১ম পদ, $a = 1$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

ধরি, গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= \frac{1}{625\sqrt{5}}$

www.abswer.com

www.abswer.com

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

বা, $\frac{1}{625\sqrt{5}} = 1\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1}$

বা, $\frac{1}{625\sqrt{5}} = \frac{1}{(\sqrt{5})^{n-1}}$ $[\because (1)^{n-1} = 1]$

বা, $(\sqrt{5})^{n-1} = 625\sqrt{5}$

বা, $\frac{(\sqrt{5})^n}{\sqrt{5}} = 625\sqrt{5}$

বা, $(\sqrt{5})^n = 3125 = (\sqrt{5})^{10}$

$\therefore$ $n = 10$.

$\therefore$ ধারাটির 10তম পদ $\frac{1}{625\sqrt{5}}$.

খ ধরি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$

দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারাটির তৃতীয় পদ, $ar^{3-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

বা, $ar^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$..............................(1)

এবং সপ্তম পদ, $ar^{7-1} = \frac{1}{8\sqrt{2}}$

বা, $ar^6 = \frac{1}{8\sqrt{2}}$..............................(2)

এখন, সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{ar^6}{ar^2} = \frac{\frac{1}{8\sqrt{2}}}{\frac{1}{2\sqrt{2}}}$

বা, $r^4 = \frac{1}{8\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$

$\therefore$ $r = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

এখন, সমীকরণ (1) এ $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ বসিয়ে পাই, $a\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

বা, $\frac{a}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ বা, $a = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ প্রথম 8টি পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r},\ [\because r < 1]$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8\right\}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{1}{16}\right)}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{16-1}{16\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{15}{16\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{15}{16(\sqrt{2}-1)} = \frac{15(\sqrt{2}+1)}{16(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$

$$= \frac{15(\sqrt{2}+1)}{16\{(\sqrt{2})^2-1^2\}} = \frac{15(\sqrt{2}+1)}{16(2-1)} = \frac{15+15\sqrt{2}}{16}$$

নির্ণেয় ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি $\frac{15+15\sqrt{2}}{16}$.

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ সমান্তর ধারার n-সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

সমান্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি = 155

$\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 155$

বা, $5(2a + 9d) = 155$

$\therefore$ $2a + 9d = 31$ ....(1)

সমান্তর ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি = 610

$\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 610$

বা, $10(2a + 19d) = 610$

$\therefore$ $2a + 19d = 61$..........(2)

এখন, সমীকরণ (2) হতে (1) বিয়োগ করে পাই,

$2a + 19d - 2a - 9d = 61 - 31$

বা, $10d = 30$

বা, $d = \frac{30}{10}$

$\therefore$ $d = 3$

(1) নং এ d = 3 বসিয়ে পাই, $2a + 9 \times 3 = 31$

বা, $2a = 31 - 27 = 4$

বা, $a = \frac{4}{2} = 2$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির ১ম 25টি পদের সমষ্টি

$= \frac{25}{2}\{2 \times 2 + (25-1) \times 3\}$

$= \frac{25}{2}\{4 + 24 \times 3\} = \frac{25}{2}\{4 + 72\} = \frac{25}{2} \times 76 = 950$

$\therefore$ ধারাটির ১ম 25টি পদের সমষ্টি 950.

প্রশ্ন ৩ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০২০

(i) একটি গুণোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $-\frac{1}{27\sqrt{3}}$.

(ii) কোনো সমান্তর ধারার ১ম 10টি পদের সমষ্টি 150 এবং ১ম 20টি পদের সমষ্টি 500.

ক. 3 + 7 + 11 + ... ধারাটির কোন পদ 399? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারার 35 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা = 3 + 7 + 11 + ...

সমান্তর ধারাটির ১ম পদ, a = 3

সাধারণ অন্তর, d = 7 − 3 = 4

ধরি, ধারাটির nতম পদ 399.

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার nতম পদ $= a + (n-1)d$

বা, $399 = 3 + (n-1)4$

বা, $399 = 3 + 4n - 4$

বা, $399 = 4n - 1$

বা, $4n = 399 + 1 = 400$

বা, $n = \frac{400}{4}$

$\therefore$ $n = 100$

$\therefore$ ধারাটির 100তম পদ 399.

খ ধরি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$

দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ, $ar^{6-1} = -\frac{\sqrt{3}}{9}$

বা, $ar^5 = -\frac{\sqrt{3}}{9}$..............................(1)

এবং দশম পদ, $ar^{10-1} = -\frac{1}{27\sqrt{3}}$

বা, $ar^9 = -\frac{1}{27\sqrt{3}}$..............................(2)

www.abswer.com

www.abswer.com

এখন, সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^5} = \frac{-\frac{1}{27\sqrt{3}}}{-\frac{\sqrt{3}}{9}}$$

বা, $r^4 = -\frac{1}{27\sqrt{3}} \times \left(\frac{9}{-\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4$

$\therefore$ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এখন, সমীকরণ (i) এ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই, $a\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 = -\frac{\sqrt{3}}{9}$

বা, $a \times \frac{1}{9\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{9}$

বা, $a = -\frac{9\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{9}$

$\therefore$ $a = -3$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি $= a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

$= -3 + (-3)\frac{1}{\sqrt{3}} + (-3)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + (-3)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + ...$

$= -3 - \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} - ....$

নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা : $-3 - \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} - ....$

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n-সংখ্যক পদের সমষ্টি

$= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

দেওয়া আছে, সমান্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি = 150

বা, $\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 150$

বা, $5(2a + 9d) = 150$

বা, $2a + 9d = \frac{150}{30}$

$\therefore$ $2a + 9d = 30$ ....(1)

এবং সমান্তর ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি = 500

$\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 500.$

বা, $10(2a + 19d) = 500$

বা, $2a + 19d = \frac{500}{50}$

$\therefore$ $2a + 19d = 50$ ....(2)

এখন, সমীকরণ (2) হতে (1) বিয়োগ করে পাই,

$2a + 19d - 2a - 9d = 50 - 30$

বা, $10d = 20$

বা, $d = \frac{20}{10}$

$\therefore$ $d = 2$

সমীকরণ (1) এ $d = 2$ বসিয়ে পাই,

$2a + 9 \times 2 = 30$

বা, $2a = 30 - 18 = 12$

বা, $a = \frac{12}{2} = 6$

$\therefore$ ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ ধারাটির 35 তম পদ $= 6 + (35-1)2 = 6 + 34 \times 2 = 6 + 68 = 74$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির 35 তম পদ 74.

প্রশ্ন ৪ ▶ দিনাজপুর বোর্ড ২০২০

একটি গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$, অষ্টম পদ $\frac{1}{27}$, অপর একটি সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি 610।

ক. $5 + 8 + 11 + ...$ধারাটির কোন পদ 383? ২

খ. একটি গুণোত্তর ধারা নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : $5 + 8 + 11 + ...$

ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$, সাধারণ অন্তর, $d = 8 - 5 = 3$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n-তম পদ = 383

বা, $a + (n-1)d = 383$

বা, $5 + (n-1).3 = 383$

বা, $5 + 3n - 3 = 383$

বা, $2 + 3n = 383$

বা, $3n = 383 - 2 = 381$

বা, $n = \frac{381}{3} = 127$

$\therefore$ ধারাটির 127 তম পদ 383.

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $= \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $ar^{3-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ $ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .... (1)

৮ম পদ $= \frac{1}{27}$

বা, $ar^{8-1} = \frac{1}{27}$

$\therefore$ $ar^7 = \frac{1}{27}$ .... (2)

(2) নং কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{ar^7}{ar^2} = \frac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

বা, $r^5 = \frac{1}{27} \times \sqrt{3} = \frac{1}{(\sqrt{3})^6} \times \sqrt{3} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore$ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(1) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই, $a.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a.\frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $a = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $= \sqrt{3}$

২য় পদ $= ar^{2-1} = ar = \sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}} = 1$

৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = \sqrt{3}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \sqrt{3}.\frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

৫ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4 = \sqrt{3}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \sqrt{3}.\frac{1}{9} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারা : $\sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + ...$

www.abswer.com

www.abswer.com

গ মনে করি, সমান্তর ধারার ১ম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি = 155

বা, $\frac{10}{2}\{2a+(10-1)d\} = 155$

বা, $5(2a+9d) = 155$

বা, $2a+9d = \frac{155}{5}$

$\therefore$ $2a+9d = 31$ .... (3)

১ম 20 পদের সমষ্টি = 610

বা, $\frac{20}{2}\{2a+(20-1)d\} = 610$

বা, $10(2a+19d) = 610$

বা, $2a+19d = \frac{610}{10}$

$\therefore$ $2a+19d = 61$ ....(4)

(4) নং হতে (3) নং বিয়োগ করে পাই,

$2a+19d-2a-9d = 61-31$

বা, $10d = 30$

$\therefore$ $d = 3$

(3)নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,

$2a+9\times3 = 31$

বা, $2a+27 = 31 = 31-27 = 4$ বা, $a = \frac{4}{2} = 2$

সমান্তর ধারার 30 তম পদ = $a+(30-1)d$

$= 2+29\times3 = 2+87 = 89$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ 89.

প্রশ্ন ৫ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৭

$3+a+9+$ .... $+60$ একটি সমান্তর ধারা।

ক. a এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন করে তার ১ম 9টি পদের সমষ্টি সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমান্তর ধারা : $3+a+9+......+60$

ধারাটির ১ম পদ, $a_1 = 3$, সাধারণ অন্তর, $d = a-3$

ধারাটির ৩য় পদ = 9

বা, $a_1+(3-1).d = 9$

বা, $3+2.(a-3) = 9$

বা, $3+2a-6 = 9$

বা, $2a-3 = 9$

বা, $2a = 9+3$

বা, $2a = 12$

বা, $a = \frac{12}{2} = 6$

$\therefore$ a এর মান 6.

খ প্রদত্ত সমান্তর ধারা : $3+a+9+.....+60$

ক হতে প্রাপ্ত, a = 6

$\therefore$ সমান্তর ধারা : $3+6+9+......+60$

ধারাটির ১ম পদ, $a_1 = 3$

সাধারণ অন্তর, $d = 6-3 = 3$

মনে করি, ধারাটির n-তম পদ = 60

বা, $a_1+(n-1)d = 60$

বা, $3+(n-1).3 = 60$

বা, $3+3n-3 = 60$

বা, $3n = 60$

বা, $n = \frac{60}{3} = 20$

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a_1+(n-1)d\}$

$= \frac{20}{2}\{2\times3+(20-1).3\}$

$= 10\times(6+19\times3)$

$= 10\times(6+57) = 10\times63 = 630$

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি 630.

গ সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = 3

খ হতে প্রাপ্ত, ধারাটির সাধারণ অন্তর = 3

ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a_1 = 3$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 3 > 1$

গুণোত্তর ধারার ২য় পদ $= a_1r^{2-1} = a_1r = 3.3 = 9$

৩য় পদ $= ar^{3-1} = a_1r^2 = 3.3^2 = 3.9 = 27$

৪র্থ পদ $= a_1r^{4-1} = a_1r^3 = 3.3^3 = 3.27 = 81$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারা, $3+9+27+81+......$

গুণোত্তর ধারার ১ম 9টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^9-1)}{r-1}$

$= \frac{3.(3^9-1)}{3-1} = \frac{3.(19683-1)}{2} = \frac{3\times19682}{2} = 29523$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির ১ম 9টি পদের সমষ্টি 29523.

প্রশ্ন ৬ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৬

একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 30 এবং একাদশতম পদ 55।

ক. প্রথম পদকে 'a' এবং সাধারণ অন্তরকে 'd' ধরে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. উদ্দীপক অনুসারে ধারাটি গঠন কর। ৪

গ. যদি ধারাটির n-সংখ্যক পদের সমষ্টি 6375 হয়, তবে n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.

এখানে, সমান্তর ধারাটির ষষ্ঠ পদ = 30

বা, $a+(6-1)d = 30$

বা, $a+5d = 30$

একাদশ তম পদ = 55

বা, $a+(11-1)d = 55$

বা, $a+10d = 55$

নির্ণেয় সমীকরণ $a+5d = 30$ এবং $a+10d = 55$.

খ ক-হতে প্রাপ্ত, $a+5d = 30$ .... (1)

এবং $a+10d = 55$ .... (2)

(2) নং সমীকরণ হতে (1) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$a+10d-a-5d = 55-30$

বা, $5d = 25$

বা, $d = \frac{25}{5} = 5$

(1) নং সমীকরণে d এর মান বসিয়ে পাই,

$a+5\times5 = 30$

বা, $a+25 = 30$

বা, $a = 30-25 = 5$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, a = 5

দ্বিতীয় পদ $= a+(2-1)d = a+d = 5+5 = 10$

তৃতীয় পদ $= a+(3-1)d$

$= a+2d = 5+2\times5 = 5+10 = 15$

চতুর্থ পদ $= a+(4-1)d$

$= a+3d = 5+3\times5 = 5+15 = 20$

পঞ্চম পদ $= a+(5-1)d$

$= a+4d = 5+4\times5 = 5+20 = 25$

নির্ণেয় ধারা : $5+10+15+20+25+30+$ ....

www.abswer.com

www.abswer.com

গ খ-হতে প্রাপ্ত,
সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$
এবং সাধারণ অন্তর, $d = 5$
এখানে, ধারাটির প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি = 6375
বা, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 6375$
বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 5 + (n-1) \times 5\} = 6375$
বা, $\frac{n}{2}(10 + 5n - 5) = 6375$
বা, $\frac{n}{2}(5n + 5) = 6375$
বা, $5n^2 + 5n = 12750$
বা, $5n^2 + 5n - 12750 = 0$
বা, $5(n^2 + n - 2550) = 0$
বা, $n^2 + n - 2550 = 0$
বা, $n^2 - 50n + 51n - 2550 = 0$
বা, $n(n-50) + 51(n-50) = 0$
বা, $(n-50)(n+51) = 0$
হয়, $n - 50 = 0$ বা, $n = 50$
অথবা, $n + 51 = 0$ বা, $n = -51$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
নির্ণেয় মান, $n = 50$.

প্রশ্ন ৭ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৬

একটি সমান্তর ধারার ১ম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 6.
ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 705 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির সাধারণ অন্তরকে ১ম পদ এবং ১ম পদকে সাধারণ অনুপাত ধরে গঠিত গুণোত্তর ধারার ১ম 7 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সাধারণ ধারার ১ম পদ, $a = 5$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 6$
সমান্তর ধারাটির ২য় পদ $= a + (2-1)d$
$= a + d = 5 + 6 = 11$
৩য় পদ $= a + (3-1)d$
$= a + 2d$
$= 5 + 2 \times 6$
$= 5 + 12 = 17$
৪র্থ পদ $= a + (4-1)d$
$= a + 3d$
$= 5 + 3 \times 6$
$= 5 + 18$
$= 23$
....
....
নির্ণেয় ধারা : $5 + 11 + 17 + 23 + \ldots\ldots$

খ এখানে, সমান্তর ধারার ১ম পদ, $a = 5$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 6$
১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 705
বা, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 705$
বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 5 + (n-1) \times 6\} = 705$
বা, $\frac{n}{2}(10 + 6n - 6) = 705$
বা, $\frac{n}{2}(6n + 4) = 705$
বা, $\frac{n}{2} \times 2(3n + 2) = 705$
বা, $n(3n + 2) = 705$
বা, $3n^2 + 2n = 705$
বা, $3n^2 + 2n - 705 = 0$
বা, $3n^2 - 45n + 47n - 705 = 0$
বা, $3n(n-15) + 47(n-15) = 0$
বা, $(n-15)(3n+47) = 0$
হয়, $n - 15 = 0$ বা, $n = 15$
অথবা, $3n + 47 = 0$ বা, $3n = -47$ বা, $n = \frac{-47}{3}$ যা গ্রহণযোগ্য নয়
নির্ণেয় মান, $n = 15$.

গ এখানে, সমান্তর ধারার ১ম পদ 5
এবং সাধারণ অন্তর 6
ধারাটির সাধারণ অন্তরকে ১ম পদ এবং ১ম পদকে সাধারণ অনুপাত ধরে, গঠিত গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a = 6$
এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 5 > 1$
∴ গুণোত্তর ধারার ১ম 7 পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^7 - 1)}{r - 1}$ [∵ $r > 1$]
$= \frac{6 \times (5^7 - 1)}{5 - 1} = \frac{6 \times (78125 - 1)}{4} = \frac{6 \times 78124}{4} = 117186$
∴ গুণোত্তর ধারার ১ম পদ 7 পদের সমষ্টি 117186.

প্রশ্ন ৮ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৫

$\log 3 + \log 9 + \log 27 + \ldots\ldots$
ক. এটি কোন ধরনের ধারা? ২
খ. ধারার পঞ্চম ও দশম পদ নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারার প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \ldots\ldots$
$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \ldots\ldots$
$= \log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + \ldots\ldots$
ধারাটির প্রথম পদ $a = \log 3$
সাধারণ অন্তর $d = 2\log 3 - \log 3 = \log 3$
∴ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

খ ক-হতে প্রাপ্ত, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = \log 3$
এবং সাধারণ অন্তর, $d = \log 3$
∴ ধারাটির পঞ্চম পদ $= a + (5-1)d$
$= \log 3 + 4\log 3$
$= 5\log 3$
ধারাটির দশম পদ $= a + (10-1)d$
$= \log 3 + 9\log 3$
$= 10\log 3$
∴ ধারাটির পঞ্চম পদ $5\log 3$ এবং দশম পদ $10\log 3$.

গ ক-হতে প্রাপ্ত, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = \log 3$
এবং সাধারণ অন্তর, $d = \log 3$
∴ সমান্তর ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি $= \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$
$= 6(2\log 3 + 11\log 3)$
$= 6 \times 13\log 3 = 78\log 3$
∴ ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি $78\log 3$.

www.abswer.com

www.abswer.com

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ৯ ▸ ব্লু-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট

$4 + x + y + z + 1024$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং অপর একটি সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি 610.

ক. $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = a$ হলে দেখাও যে, $xyz = 1$. ২

খ. উদ্দীপকে উল্লিখিত গুণোত্তর ধারাটি হতে x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = a$

এবার, $c^z = a$

বা, $(b^y)^z = a$

বা, $b^{yz} = a$

বা, $(a^x)^{yz} = a$

বা, $a^{xyz} = a^1$

∴ $xyz = 1$. (দেখানো হলো)

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার : $4 + x + y + z + 1024 + ...$

মনে করি, ধারাটির ১ম পদ, $a = 4$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

∴ পঞ্চম পদ, $ar^{5-1} = 1024$

বা, $4r^4 = 1024$

বা, $r^4 = \frac{1024}{4} = 256 = (\pm 4)^4$

∴ $r = \pm 4$

$r = 4$ হলে,

ধারাটির ২য় পদ, $x = ar^{2-1} = ar = 4 \times 4 = 16$

৩য় পদ, $y = ar^{3-1} = ar^2 = 4 \times 4^2 = 64$

৪র্থ পদ, $z = ar^{4-1} = ar^3 = 4 \times 4^3 = 256$

আবার, $r = -4$ হলে,

ধারাটির ২য় পদ, $x = ar^{2-1} = ar = 4 \times (-4) = -16$

৩য় পদ, $y = ar^{3-1} = ar^2 = 4 \times (-4)^2 = 64$

৪র্থ পদ, $z = ar^{4-1} = ar^3 = 4 \times (-4)^3 = -256$

নির্ণেয় মান : $x = 16, y = 64$ এবং $z = 256$

অথবা, $x = -16, y = 64$ এবং $z = -256$.

গ দেওয়া আছে, একটি সমান্তর ধারার ১ম 10টি পদের সমষ্টি = 155 এবং ১ম 20টি পদের সমষ্টি = 610

ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

১ম শর্ত মতে, $\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 155$

বা, $5(2a + 9d) = 155$

বা, $2a + 9d = \frac{155}{5}$

∴ $2a + 9d = 31$ .... (1)

২য় শর্তমতে, $\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 610$

বা, $10(2a + 19d) = 610$

বা, $2a + 19d = \frac{610}{10}$

∴ $2a + 19d = 61$ .... (2)

(1)নং হতে পাই, $2a = 31 - 9d$ .... (3)

এখন, (2)নং সমীকরণ $2a = 31 - 9d$ বসিয়ে পাই,

$31 - 9d + 19d = 61$

বা, $10d = 61 - 31$

বা, $10d = 30$

বা, $d = \frac{30}{10}$

∴ $d = 3$

(3)নং হতে,

$2a = 31 - 9 \times 3$

বা, $2a = 31 - 27 = 4$

বা, $a = \frac{4}{2}$

∴ $a = 2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n-তম পদ $= a + (n-1)d$

∴ সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ $= 2 + (30-1) \times 3$

$= 2 + 29 \times 3 = 2 + 87 = 89$

নির্ণেয় সমান্তর ধারাটির 30তম পদ 89.

প্রশ্ন ১০ ▸ বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল

(i) 1, 2, 3, 4, ... n ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা।

(ii) $a + 1 + b - 5 -$ .... একটি সমান্তর ধারার n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি -95.

ক. অনুক্রম কী? ২

খ. (i) হতে দেখাও যে, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$. ৪

গ. (ii) হতে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক অনুক্রম : কতকগুলো রাশি একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজালে রাশিগুলোর সেটই হচ্ছে অনুক্রম।

খ মনে করি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি S_n.

অর্থাৎ, $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$

আমরা জানি,

$(r+1)^2 - (r-1)^2 = (r^2 + 2r + 1) - (r^2 - 2r + 1) = 4r$

বা, $(r+1)^2 r^2 - r^2 (r-1)^2 = 4r^3$ [উভয়পক্ষকে r^2 দ্বারা গুণ করে]

উপরের অভেদটিতে $r = 1, 2, 3,$ .... n বসিয়ে পাই,

$2^2 . 1^2 - 1^2 . 0^2 = 4 . 1^3$

$3^2 . 2^2 - 2^2 . 1^2 = 4 . 2^3$

$4^2 . 3^2 - 3^2 . 2^2 = 4 . 3^3$

....

....

$(n+1)^2 n^2 - n^2 (n-1)^2 = 4n^3$

যোগ করে, $(n+1)^2 n^2 - 1^2 . 0^2$

$= 4(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3)$

বা, $(n+1)^2 n^2 = 4S_n$

বা, $S_n = \frac{(n+1)^2 n^2}{4} = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

∴ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি

$\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ (দেখানো হলো)

গ প্রদত্ত ধারাটি : $a + 1 + b - 5 -$ ....

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা হলে আমরা পাই, $\frac{a+b}{2} = 1$

বা, $a + b = 2$ ....(1)

www.abswer.com

www.abswer.com

এবং $\frac{-5+1}{2} = b$

বা, $2b = -5+1$ বা, $2b = -4$ $\therefore b = -2$

$\therefore$ (1) নং হতে পাই,

$a - 2 = 2$ $[\because b = -2]$

বা, $a = 2+2 = 4$

$\therefore$ $a = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় ধারাটি হবে : $4+1-2-5$...........

এখানে, ধারাটির ১ম পদ $a = 4$, সাধারণ অন্তর, $d = 1-4 = -3$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n-সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = -95$

বা, $\frac{n}{2}\{2\times4+(n-1)(-3)\} = -95$

বা, $\frac{n}{2}(8-3n+3) = -95$

বা, $n(11-3n) = -190$

বা, $11n - 3n^2 = -190$

বা, $3n^2 - 11n - 190 = 0$

বা, $3n^2 - 30n + 19n - 190 = 0$

বা, $3n(n-10) - 19(n-10) = 0$

বা, $(n-10)(3n-19) = 0$

$\therefore$ হয় $n - 10 = 0$ অথবা $3n - 19 = 0$

বা, $n = 10$ বা, $3n = 19$

$\therefore n = \frac{19}{3}$ কিন্তু ইহা গ্রহণযোগ্য নয়। কেননা n স্বাভাবিক সংখ্যা।

নির্ণেয় মান : $n = 10$.

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ১ : অনুক্রম ও ধারা বর্ণনা করতে ও তাদের পার্থক্য নিরূপণ করতে পারব।

প্রশ্ন ১১ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ১-এর আলোকে প্রণীত

একটি সমান্তর ধারার p তম পদ 2q এবং q তম পদ 2p.

ক. সমান্তর ধারা বলতে কী বুঝ? উদাহরণ দাও। ২

খ. ধারাটির $p+q$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ধারাটির প্রথম $p+q$ পদের সমষ্টি $= (p+q)^2 - p - q$.. ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোনো ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সবসময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।

উদাহরণ : $1+3+5+7+9+11+$..... একটি ধারা যার

১ম পদ $a = 1$, ২য় পদ $= 3$, ৩য় পদ $= 5$

এখানে, ২য় পদ − ১ম পদ $= 3 - 1 = 2$

৩য় পদ − ২য় পদ $= 5 - 3 = 2$

সুতরাং ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

খ মনে করি, সমান্তর ধারার ১ম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ p-তম পদ $= a+(p-1)d$ এবং q-তম পদ $= a+(q-1)d$

প্রশ্নমতে, $a+(p-1)d = 2q$ ...... (1)

এবং $a+(q-1)d = 2p$ ....(2)

সমীকরণ (1) হতে (2) বিয়োগ করে পাই,

$a+(p-1)d - a - (q-1)d = 2q - 2p$

বা, $(p-1)d - (q-1)d = 2q - 2p$

বা, $(p-1-q+1)d = 2(q-p)$

বা, $(p-q)d = -2(p-q)$

$\therefore$ $d = -2$

$\therefore$ ধারাটির $(p+q)$ তম পদ $= a+(p+q-1).d$

$= a+(p-1)d+qd$

$= 2q+q.(-2) = 2q-2q = 0$

$\therefore$ ধারাটির $(p+q)$ তম পদ 0

গ খ-হতে পাই, $d = -2$

এবং $a+(p-1)d = 2q$ ...... (1)

d এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a+(p-1).(-2) = 2q$

বা, $a - 2p + 2 = 2q$

বা, $a = 2p+2q-2$

$\therefore$ $a = 2(p+q-1)$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম $(p+q)$ পদের সমষ্টি

$= \frac{p+q}{2}\{2.a+(p+q-1)d\}$

$= \frac{p+q}{2}\{2.2(p+q-1)+(p+q-1)(-2)\}$

$= \frac{p+q}{2}(p+q-1)(4-2) = \frac{p+q}{2}(p+q-1)\times 2$

$= (p+q)(p+q-1) = (p+q)^2 - (p+q) = (p+q)^2 - p - q$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম $(p+q)$ পদের সমষ্টি $(p+q)^2 - p - q$. (দেখানো হলো)

শিখনফল ২ : সমান্তর ধারা ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রশ্ন ১২ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

$10+13+16+$........ $+289$ একটি ধারা।

ক. ধারাটির দশম পদ কত? ২

খ. ধারাটির কোন পদ 199? ৪

গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি 578 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $10+13+16+$......... $+289$

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$

সাধারণ অন্তর, $d = 13 - 10 = 3$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

$\therefore$ ধারাটির 10-তম পদ $= a+(10-1)d$

$= 10+9\times3 = 10+27 = 37$

$\therefore$ ধারাটির দশম পদ 37.

খ প্রদত্ত ধারা, $10+13+16+$............ $+289$

এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$

সাধারণ অন্তর $= 13 - 10 = 3$

মনে করি, ধারাটির n-তম পদ 199

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n-তম পদ $= a+(n-1)d$

$\therefore$ $a+(n-1)d = 199$

বা, $10+(n-1)3 = 199$

বা, $10+3n-3 = 199$

বা, $3n+7 = 199$

বা, $3n = 199 - 7$

বা, $3n = 192$

বা, $n = \frac{192}{3} = 64$

$\therefore$ ধারাটির 64-তম পদ 199.

www.abswer.com

www.abswer.com

গ প্রদত্ত ধারা, $10 + 13 + 16 + ... + 289$

এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$, সাধারণ অন্তর $= 13 - 10 = 3$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

শর্তমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 578$

বা, $\frac{n}{2}\{2.10 + (n-1).3\} = 578$

বা, $\frac{n}{2}(20 + 3n - 3) = 578$

বা, $\frac{n}{2}(17 + 3n) = 578$

বা, $17n + 3n^2 = 1156$

বা, $3n^2 + 17n - 1156 = 0$

বা, $3n^2 - 51n + 68n - 1156 = 0$

বা, $3n(n-17) + 68(n-17) = 0$

বা, $(n-17)(3n+68) = 0$

$\therefore$ $n - 17 = 0$ অথবা, $3n + 68 = 0$

বা, $n = 17$ বা, $3n = -68$

বা, $n = \frac{-68}{3}$ [গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

নির্ণেয় মান : $n = 17$.

শিখনফল ৩ : সমান্তর ধারার নির্দিষ্টতম পদ ও নির্দিষ্ট সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র গঠন করতে পারব এবং সূত্র প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারব।

প্রশ্ন ১৩ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৩-এর আলোকে প্রণীত

$\log 3 + \log 9 + \log 27 + ...$

ক. ধারাটির সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির সপ্তম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির কত তম পদ log 6561. ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : $\log 3 + \log 9 + \log 27 + ...$

$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + ...$

$= \log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + ...$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অন্তর $= 2\log 3 - \log 3 = \log 3$

নির্ণেয় সাধারণ অন্তর log3.

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত ধারাটি : $\log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + ...$

এখানে সমান্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = \log 3$

সাধারণ অন্তর, $d = \log 3$, পদসংখ্যা, $n = 7$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ " " সপ্তম পদ $= a + (7-1)d = \log 3 + 6\log 3 = 7\log 3$

আবার, আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি $S_7 = \frac{7}{2}\{2\log 3 + (7-1)\log 3\}$

$= \frac{7}{2}(2\log 3 + 6\log 3)$

$= \frac{7}{2} \times 8\log 3 = 28\log 3$

নির্ণেয় সপ্তম পদ 7log3 এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি 28log3.

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত,

ধারাটির প্রথম পদ, $a = \log 3$

ক-হতে প্রাপ্ত, ধারাটির সাধারণ অন্তর, $d = \log 3$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= \log 6561$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

শর্তমতে, $a + (n-1)d = \log 6561$

বা, $\log 3 + (n-1)\log 3 = \log 6561$

বা, $\log 3 + n\log 3 - \log 3 = \log 6561$

বা, $n\log 3 = \log 6561$

বা, $n\log 3 = \log 3^8$

বা, $n\log 3 = 8\log 3$

বা, $n = \frac{8\log 3}{\log 3}$

$\therefore$ $n = 8$

সুতরাং ধারাটির অষ্টম পদ log 6561.

প্রশ্ন ১৪ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৩-এর আলোকে প্রণীত

$9 + 7 + 5 + ...$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল -200।

ক. $1 + 3 + 5 + 7 + ...$ ধারাটির n পদের সমষ্টি কত? ২

খ. ধারাটির কত তম পদ -11? ৪

গ. n এর মান নির্ণয় কর। ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৩.১ এর ১৫ নং এর আলোকে]

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $1 + 3 + 5 + 7 + ...$

ধরি, ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{n}{2}\{2 \times 1 + (n-1).2\}$

$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2)$

$= \frac{n}{2}.2n = n^2$

$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি n^2.

খ প্রদত্ত ধারা : $9 + 7 + 5 + ...$

এখানে, ধারাটির ১ম পদ, $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= -11$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ $a + (n-1)d = -11$

বা, $9 + (n-1)(-2) = -11$

বা, $9 - 2n + 2 = -11$

বা, $11 - 2n = -11$

বা, $-2n = -11 - 11$

বা, $-2n = -22$

বা, $n = \frac{-22}{-2} = 11$

অতএব, ধারাটির 11 তম পদ $= -11$.

গ প্রদত্ত ধারা $9 + 7 + 5 + ...$

ধরি, ধারাটির ১ম পদ, $a = 9$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 2 = -2$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

www.abswer.com

www.abswer.com

আমরা জানি, কোনো সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{n}{2}\{2 \times 9 + (n-1)(-2)\}$

$= \frac{n}{2}(18 - 2n + 2)$

$= \frac{n}{2}(20 - 2n)$

$= \frac{n}{2} \times 2(10 - n)$

$= n(10 - n)$

প্রশ্নমতে, $n(10 - n) = -200$

বা, $10n - n^2 + 200 = 0$

বা, $-(n^2 - 10n - 200) = 0$

বা, $n^2 - 10n - 200 = 0$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $n^2 - 20n + 10n - 200 = 0$

বা, $n(n - 20) + 10(n - 20) = 0$

বা, $(n - 20)(n + 10) = 0$

হয় $n - 20 = 0$ অথবা, $n + 10 = 0$

∴ $n = 20$ ∴ $n = -10$

গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না

নির্ণেয় মান $n = 20$.

সমন্বিত অধ্যায় ও অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ১৫ ▸ অনুশীলনী ১৩.১ ও ১৩.২ এর সমন্বয়ে প্রণীত

$12 + 24 + 48 + ...$ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1524.

ক. ধারাটির পঞ্চম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত ধারাটি হতে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 23টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : $12 + 24 + 48 + ...$

প্রথম পদ, $a = 12$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{24}{12} = 2$

∴ এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = ar^4 = 12 \times 2^4 = 12 \times 16 = 192$

∴ ধারাটির পঞ্চম পদ 192.

খ 'ক'-হতে প্রাপ্ত, প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 12$

সাধারণ অনুপাত, $r = 2 > 1$

এখানে, ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 1524

তাহলে, $12.\frac{2^n - 1}{2 - 1} = 1524$

বা, $12.(2^n - 1) = 1524$

বা, $2^n - 1 = \frac{1524}{12}$

বা, $2^n - 1 = 127$

বা, $2^n = 127 + 1$

বা, $2^n = 128$

বা, $2^n = 2^7$

বা, $n = 7$

নির্ণেয় মান : $n = 7$

গ ক হতে প্রাপ্ত,

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 12$, সাধারণ অনুপাত, $r = 2$

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে নতুন ধারা তৈরি করা হলো :

$12 + 14 + 16 + 18 + 20 + ...$

প্রাপ্ত সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a_1 = 12$

সাধারণ অন্তর, $d_1 = 14 - 12 = 2$

∴ প্রাপ্ত সমান্তর ধারাটির প্রথম 23 টি পদের সমষ্টি

$= \frac{23}{2}\{2.12 + (23 - 1).2\}$

$= \frac{23}{2}(24 + 22.2) = \frac{23}{2}(24 + 44) = \frac{23}{2} \times 68 = 782$

নির্ণেয় প্রথম 23 টি পদের সমষ্টি 782.

প্রশ্ন ১৬ ▸ পাঠ্যবইয়ের ২৫১ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রণীত

একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 7।

ক. সমান্তর ধারা কী? ২

খ. ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ, r তম পদ ও 22 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির $(2p + 1)$-তম পদ এবং 20 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।

খ এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 7$

আমরা জানি, ধারাটির n তম পদ $= a + (n - 1)d$

∴ প্রথম পদ $= a + (1 - 1).d = 5 + 0 \times 7 = 5$

দ্বিতীয় পদ $= a + (2 - 1).d = 5 + 1 \times 7 = 12$

তৃতীয় পদ $= a + (3 - 1).d = 5 + 2 \times 7 = 19$

চতুর্থ পদ $= a + (4 - 1).d = 5 + 3 \times 7 = 26$

পঞ্চম পদ $= a + (5 - 1).d = 5 + 4 \times 7 = 33$

ষষ্ঠ পদ $= a + (6 - 1).d = 5 + 5 \times 7 = 40$

∴ ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ যথাক্রমে 5, 12, 19, 26, 33, 40

আবার, r তম পদ $= a + (r - 1).d = 5 + (r - 1).7$

$= 5 + 7r - 7 = 7r - 2$

আবার, 22 তম পদ $= a + (22 - 1)d = 5 + (22 - 1).7$

$= 5 + 21 \times 7$

$= 152$

নির্ণেয় r তম পদ $7r - 2$ এবং 22 তম পদ 152.

গ এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$, সাধারণ অন্তর, $d = 7$

∴ ধারাটির $(2p + 1)$-তম পদ $= a + (2p + 1 - 1)d$

$= 5 + 2p \times 7$

$= 5 + 14p$

আবার, আমরা জানি, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

∴ ধারাটির 20 পদের সমষ্টি,

$S_{20} = \frac{20}{2}\{2 \times 5 + (20 - 1) \times 7\}$

$= 10(10 + 19 \times 7)$

$= 10(10 + 133)$

$= 10 \times 143$

$= 1430$

নির্ণেয় $(2p + 1)$ তম পদ $5 + 14p$ এবং 20 পদের সমষ্টি 1430.

www.abswer.com

www.abswer.com

অধ্যায় ১৩

অনুশীলনী ১৩.২
গুণোত্তর ধারা

সাধারণ গাণিতিক অংশ
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১। a, b, c ও d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $b=\frac{c+d}{2}$ খ $a=\frac{b+c}{2}$

গ $c=\frac{b+d}{2}$ ঘ $d=\frac{a+c}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি, $x \in N$ এর জন্য ক্রমিক পদ চারটি $a=x, b=x+1, c=x+2, d=x+3$

তাহলে, $\frac{b+d}{2}=\frac{(x+1)+(x+3)}{2}=\frac{2x+4}{2}=x+2=c$

$\therefore c=\frac{b+d}{2}$.

২। $n \in N$ এর জন্য—

i. $\Sigma i=\frac{n^2+n}{2}$

ii. $\Sigma i^2=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

iii. $\Sigma i^3=\frac{n^2(n^2+2n+1)}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $n \in N$ এর জন্য

(i) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল, $\Sigma n=\frac{1}{2}n(n+1)=\frac{n^2+n}{2}$

(ii) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল, $\Sigma n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

(iii) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের যোগফল,

$\Sigma n^3=\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2=\frac{n^2(n^2+2n+1)}{4}$

সুতরাং i ও iii সঠিক।

■ নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2+\log 4+\log 8+$ ....

৩। ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

ক 2 খ 4

গ log 2 ঘ 2 log 2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\log 2+\log 4+\log 8+......$
$=\log 2+\log 2^2+\log 2^3+.........$
$=\log 2+2\log 2+3\log 2+......$

ধারাটি সমান্তর ধারা যার ১ম পদ, $a=\log 2$

$\therefore$ সাধারণ অন্তর, $d=2\log 2-\log 2=\log 2$

৪। ধারাটির সপ্তম পদ কোনটি?

ক log 32 খ log 64

গ log 128 ঘ log 256

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির সপ্তম পদ $=a+(7-1)d$
$=\log 2+6\times\log 2$
$=7\log 2=\log 2^7=\log 128.$

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	গ	২	খ	৩	গ	৪	গ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▸ $64+32+16+8+.....$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a=64$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{32}{64}=\frac{1}{2}$

ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

$\therefore$ অষ্টম পদ $=ar^{8-1}$ [$\because$ n তম পদ $=ar^{n-1}$]

$=64.\left(\frac{1}{2}\right)^7=2^6.\frac{1}{2^6.2^1}=\frac{1}{2^1}=\frac{1}{2}$

$\therefore$ ধারাটির অষ্টম পদ $\frac{1}{2}$.

প্রশ্ন ৬ ▸ $3+9+27+......$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার, ১ম পদ, $a=3$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{9}{3}=3>1$ এবং পদ সংখ্যা $n=14$

$\therefore$ ১ম ১৪টি পদের সমষ্টি, $S_{14}=\frac{a(r^n-1)}{r-1}=\frac{3(3^{14}-1)}{3-1}=\frac{3}{2}(3^{14}-1)$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি $\frac{3}{2}(3^{14}-1)$.

প্রশ্ন ৭ ▸ $128+64+32+..........$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার,

প্রথম পদ, $a=128$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{64}{128}=\frac{1}{2}$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $\frac{1}{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ, ar^{n-1}

তাহলে, $ar^{n-1}=\frac{1}{2}$

বা, $128.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{1}{2}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{1}{256}=\left(\frac{1}{2}\right)^8$

বা, $n-1=8$

বা, $n=8+1=9$

$\therefore$ ধারাটির 9ম পদ $\frac{1}{2}$.

প্রশ্ন ৮ ▸ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ পঞ্চম পদ, $ar^{5-1}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$ [$\because$ n তম পদ $=ar^{n-1}$]

বা, $ar^4=\frac{2\sqrt{3}}{9}$ .... (1)

এবং দশম পদ, $ar^{10-1}=\frac{8\sqrt{2}}{81}$ বা, $ar^9=\frac{8\sqrt{2}}{81}$ .... (2)

www.abswer.com

www.abswer.com

সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^4}=\frac{8\sqrt{2}}{81}\div\frac{2\sqrt{3}}{9}=\frac{8\sqrt{2}}{81}\times\frac{9}{2\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2})^4.\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4.\sqrt{3}}$$

বা, $r^5=\frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5}=\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore r=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

তৃতীয় পদ $=ar^{3-1}=ar^2=\frac{ar^4}{r^2}$

$=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{9}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2}$ [$\because ar^4=\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং $r=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$]

$=\frac{2\sqrt{3}}{9}\times\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

প্রশ্ন ৯ ▸ $\frac{1}{\sqrt{2}}-1+\sqrt{2}-$ .... ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r=\frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=-\sqrt{2}$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $8\sqrt{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $=ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $ar^{n-1}=8\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}}.(-\sqrt{2})^{n-1}=8\sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1}=8\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1}=16$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1}=(-\sqrt{2})^8$

বা, $n-1=8$

বা, $n=8+1=9$

$\therefore$ ধারাটির ৯ম পদ $8\sqrt{2}$.

প্রশ্ন ১০ ▸ 5 + x + y + 135 গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : $5+x+y+135$

ধারাটির প্রথম পদ, $a=5$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{x}{5}=\frac{y}{x}$ .... (1)

$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $=ar^{4-1}=ar^3=5\left(\frac{x}{5}\right)^3=\frac{5.x^3}{5^3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{5.x^3}{5^3}=135$

বা, $x^3=\frac{5^3\times135}{5}=5^3.3^3$

বা, $x^3=(3\times5)^3$

$\therefore x=5\times3=15$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই, $\frac{15}{5}=\frac{y}{15}$

বা, $y=\frac{15\times15}{5}=45$

নির্ণেয় মান : $x=15$ এবং $y=45$

প্রশ্ন ১১ ▸ 3 + x + y + z + 243 গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a=3$

এবং সাধারণ অনুপাত $=r$

তাহলে, ২য় পদ, $ar=x$ [$\because$ n তম পদ $=ar^{n-1}$]

৩য় পদ, $ar^2=y$

৪র্থ পদ, $ar^3=z$

৫ম পদ, $ar^4=243$

এখন, $ar^4=243$

বা, $3r^4=243$

বা, $r^4=81$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $r^4=3^4=3$

$\therefore$ ২য় পদ, $x=3\times3=9$

৩য় পদ, $y=3\times3^2=3\times9=27$

৪র্থ পদ, $z=3\times3^3=3\times27=81$

নির্ণেয় মান : $x=9, y=27$ এবং $z=81$.

প্রশ্ন ১২ ▸ 2 − 4 + 8 − 16 + ... ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : $2-4+8-16+$ ....

এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার ১ম পদ, $a=2$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{-4}{2}=-2<1$

পদ সংখ্যা, $n=7$

$\therefore$ প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি, $S_7=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$=\frac{2\{1-(-2)^7\}}{1-(-2)}$

$=\frac{2\{1+128\}}{1+2}=\frac{2\times129}{3}=86$

$\therefore$ প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি 86.

প্রশ্ন ১৩ ▸ 1 − 1 + 1 − 1 + ... ধারাটির (2n + 1) সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : $1-1+1-1+$ ....

এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a=1$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{-1}{1}=-1<1$

$\therefore$ ধারাটি (2n + 1) পদের সমষ্টি $=\frac{a(1-r^{2n+1})}{1-r}=\frac{1\{1-(-1)^{2n+1}\}}{1-(-1)}$

$=\frac{1\{1-(-1)\}}{1-(-1)}=\frac{1(1+1)}{1+1}=\frac{2}{2}=1$

$\therefore$ ধারাটির (2n + 1) সংখ্যক পদের সমষ্টি 1.

প্রশ্ন ১৪ ▸ log 2 + log 4 + log 8 + ... ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $\log 2+\log 4+\log 8+$ .... 10টি পদ

$=\log 2+\log 2^2+\log 2^3+\log 2^4+$ ...... 10টি পদ

$=\log 2+2\log 2+3\log 2+4\log 2+$ .... 10টি পদ

$=(1+2+3+$ .... $+10)\log 2$

$=\frac{10(10+1)}{2}\log 2$ [$\because 1+2+3+$ .... $+n=\frac{n(n+1)}{2}$]

$=5\times11\log 2=55\log 2$

$\therefore$ প্রথম দশটি পদের সমষ্টি 55 log 2.

প্রশ্ন ১৫ ▸ log 2 + log 16 + log 512 + ... ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $=\log 2+\log 16+\log 512+$ .... 12টি পদ

$=\log 2+\log 2^4+\log 2^9+$ .... 12টি পদ

$=\log 2+4\log 2+9\log 2+$ .... 12টি পদ

$=(1+4+9+$ .... 12টি পদ$)\log 2$

$=(1^2+2^2+3^2+$ .... $+12^2)\log 2$

www.abswer.com

www.abswer.com

এখানে, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

অতএব, প্রথম 12টি পদের সমষ্টি, $S_{12} = \frac{12(12+1)(2\times12+1)}{6}$

$= \frac{12\times13\times25}{6}$

$= 650$

∴ প্রদত্ত ধারার প্রথম বারটি পদের সমষ্টি 650 log 2.

প্রশ্ন ১৬ ▸ 2 + 4 + 8 + 16 + ... ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে, n এর মান কত?

সমাধান : 2 + 4 + 8 + 16 + ...

এখানে, প্রথম পদ, a = 2 এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2 > 1$

∴ n পদের সমষ্টি, $S_n = a.\frac{r^n - 1}{r - 1} = 254$

বা, $2.\frac{2^n - 1}{2 - 1} = 254$

বা, $\frac{2^n - 1}{1} = \frac{254}{2}$

বা, $2^n - 1 = 127$

বা, $2^n = 127 + 1$

বা, $2^n = 128$

বা, $2^n = 2^7$

∴ n = 7

প্রশ্ন ১৭ ▸ 2 − 2 + 2 − 2 + ... ধারাটির (2n + 2) সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারার ১ম পদ, a = 2

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-2}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

পদ সংখ্যা, m = 2n + 2

সুতরাং এটি একটি গুণোত্তর ধারা যেখানে, r < 1

∴ সমষ্টি, $S = \frac{a(1 - r^m)}{1 - r}$

$= \frac{2\{1 - (-1)^{2n+2}\}}{1 - (-1)}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{2(1 - 1)}{1 + 1}$ [∵ (2n + 2) একটি জোড় স্বাভাবিক যেকোনো সংখ্যা]

$= \frac{2\times0}{2}$

$= 0$

∴ ধারাটির (2n + 2) পদের সমষ্টি 0 (শূন্য)।

প্রশ্ন ১৮ ▸ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে, n এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

প্রশ্নমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 441$

বা, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = (21)^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 21$ [উভয়পক্ষে বর্গমূল করে]

বা, $n(n+1) = 42$

বা, $n^2 + n - 42 = 0$

বা, $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$

বা, $n(n+7) - 6(n+7) = 0$

বা, $(n+7)(n-6) = 0$

হয় n + 7 = 0, ∴ n = −7 | অথবা, n − 6 = 0, ∴ n = 6

[n = −7 গ্রহণযোগ্য নয় কেননা পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি, $S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{6\times7}{2} = 21$

∴ n = 6 এবং সমষ্টি, S = 21.

প্রশ্ন ১৯ ▸ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে, n এর মান কত? ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

সমাধান : আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

প্রশ্নমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 225 = (15)^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 15$

বা, $n^2 + n = 30$

বা, $n^2 + n - 30 = 0$

বা, $n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$

বা, $n(n+6) - 5(n+6) = 0$

বা, $(n+6)(n-5) = 0$

হয়, n + 6 = 0, বা, n = −6 | অথবা, n − 5 = 0, বা, n = 5

সুতরাং n = 5 [কেননা পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

আবার, আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

n = 5 হলে সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি $= \frac{5(5+1)(2.5+1)}{6}$

$= \frac{5.6.11}{6}$

$= 55$

∴ n = 5 এবং বর্গের সমষ্টি 55.

প্রশ্ন ২০ ▸ দেখাও যে,

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$

সমাধান : বামপক্ষ $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3$

আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

∴ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = \left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2$

$= \left\{\frac{10\times11}{2}\right\}^2$

$= (55)^2$

$= 3025$

ডানপক্ষ $= (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$

আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি

$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

∴ $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 10 = \frac{10(10+1)}{2} = 5\times11 = 55$

সুতরাং $(1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2 = (55)^2 = 3025$

অতএব, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$

(দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২১ ▶ $\frac{1^3+2^3+3^3+\dots\dots+n^3}{1+2+3+\dots\dots+n}=210$ হলে n এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{1^3+2^3+3^3+\dots\dots+n^3}{1+2+3+\dots\dots+n}=210$

বা, $\frac{\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2}{\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}}=210$ $\left[\because 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 \text{ এবং } 1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}\right]$

বা, $\frac{n(n+1)}{2}=210$

বা, $n^2+n=420$

বা, $n^2+n-420=0$

বা, $n^2+21n-20n-420=0$

বা, $n(n+21)-20(n+21)=0$

বা, $(n+21)(n-20)=0$

হয়, $n+21=0$ অথবা, $n-20=0$

$\therefore n=-21$ $\therefore n=20$

কিন্তু $n\neq-21$ [কারণ পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

সুতরাং n এর মান 20.

প্রশ্ন ২২ ▶ 1 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহ দণ্ডকে 10টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের মান আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে,

গুণোত্তর ধারার n তম পদ $=a.r^{n-1}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারার 10 তম পদ $=a.r^{10-1}=ar^9$

প্রশ্নমতে, $10a=a.r^9$

বা, $r^9=10$

$\therefore r=10^{\frac{1}{9}}$

আবার, গুণোত্তর ধারার n পদের সমষ্টি $=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$

প্রশ্নমতে, $\frac{a(r^{10}-1)}{r-1}=100$ [∵ 1 মি. = 100 সে.মি.]

বা, $a\times\frac{\left(10^{\frac{1}{9}}\right)^{10}-1}{10^{\frac{1}{9}}-1}=100$

বা, $a\times\frac{12.915-1}{1.2915-1}=100$

বা, $a=\frac{100\times0.2915}{11.915}=2.447$ সে.মি.

$=24.47$ মি.মি. (প্রায়) [∵ 1 সে. মি. = 10 মি.মি.]

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্য 24.47 মি.মি. (প্রায়)।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৩ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির চতুর্থ পদ –2 এবং নবম পদ $8\sqrt{2}$.

ক. উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর।

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপরোক্ত তথ্যগুলোকে নিম্নলিখিত দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো,

ধারাটির চতুর্থ পদ, $ar^{4-1}=-2$ [∵ n তম পদ $=ar^{n-1}$]

বা, $ar^3=-2$ .... (i)

এবং ধারাটির নবম পদ, $ar^{9-1}=8\sqrt{2}$

বা, $ar^8=8\sqrt{2}$ .... (ii)

খ ধারাটির 12 তম পদ $=ar^{12-1}$

ক-হতে প্রাপ্ত সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^3}=\frac{8\sqrt{2}}{-2}$

বা, $r^5=-\frac{\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}$

বা, $r^5=-\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}$

বা, $r^5=(-\sqrt{2})^5$

বা, $r=-\sqrt{2}$

ক-হতে প্রাপ্ত (i) নম্বর সমীকরণে r এর মান বসিয়ে পাই,

$a.(-\sqrt{2})^3=-2$

বা, $a=\frac{-\sqrt{2}.\sqrt{2}}{-\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

অতএব, 12 তম পদ $=\frac{1}{\sqrt{2}}.(-\sqrt{2})^{11}$

$=-\frac{1}{\sqrt{2}}.(\sqrt{2})^{11}=-(\sqrt{2})^{10}=-32$

নির্ণেয় 12 তম পদ – 32.

গ খ-হতে প্রাপ্ত, প্রথম পদ $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r=-\sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির দ্বিতীয় পদ $=ar^{2-1}=\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})=-1$

তৃতীয় পদ $=ar^{3-1}=\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^2=\frac{1\times2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

চতুর্থ পদ $=ar^{4-1}=\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^3=-2$ ....

....

নির্ণেয় ধারাটি, $\frac{1}{\sqrt{2}}-1+\sqrt{2}-2+\dots\dots\dots$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$; যখন $r<1$

সুতরাং ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি

$=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\{1-(-\sqrt{2})^7\}}{1-(-\sqrt{2})}$

$=\frac{1+8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}$

$=\frac{(1+8\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{2}-1)$ দ্বারা গুণ করে]

$=\frac{\sqrt{2}+8.2-1-8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2-1)}$

$=\frac{15-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{15\sqrt{2}-7.\sqrt{2}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}$ [লব ও হরকে $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$=\frac{1}{2}(15\sqrt{2}-14)$

$\therefore$ 7টি পদের সমষ্টি $\frac{1}{2}(15\sqrt{2}-14)$.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২৪ কোন ধারার n তম পদ 2n – 4.

ক. ধারাটি নির্ণয় কর।

খ. ধারাটির 10-তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির n তম পদ $2n-4$

∴ $n = 1, 2, 3, \dots\dots$ বসিয়ে পাই,

১ম পদ $2.1-4=-2$

২য় পদ $2.2-4=0$

৩য় পদ $2.3-4=2$

৪র্থ পদ $2.4-4=4$

....

নির্ণেয় ধারা : $-2+0+2+4+\dots\dots$

খ দেওয়া আছে, n তম পদ $= 2n-4$

∴ ধারাটির 10 তম পদ $= 2.10-4=16$

ক-হতে প্রাপ্ত ধারাটির, প্রথম পদ $a=-2$

সাধারণ অন্তর, $d = 0-(-2) = 2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$$

সুতরাং ধারাটির 20টি পদের সমষ্টি,

$$S_{20} = \frac{20}{2}\{2(-2)+(20-1)(2)\}$$
$$= 10\{-4+19\times 2\} = 10(-4+38) = 10\times 34 = 340$$

∴ ধারাটির 10 তম পদ 16 এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি 340.

গ ক-হতে প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদ $a=-2$

সাধারণ অন্তর $d = 0-(-2) = 2$

প্রাপ্ত ধারার প্রথম পদকে প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত [r = 2] ধরে যে গুণোত্তর ধারা পাওয়া যাবে তার পদগুলো নিম্নরূপ :

∴ গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ, $ar^{1-1} = (-2).2^0 = -2$

দ্বিতীয় পদ, $ar^{2-1} = -2\times 2 = -4$

তৃতীয় পদ, $ar^{3-1} = -2\times 2^2 = -8$

চতুর্থ পদ, $ar^{4-1} = -2\times 2^3 = -16$

....

নির্ণেয় ধারা : $-2-4-8-16 \dots\dots$ n পর্যন্ত।

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}; \text{ যখন } r>1$$

∴ ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি, $S_8 = \frac{-2(2^8-1)}{2-1}$

$= -2(256-1)$

$= -2\times 255 = -510$

নির্ণেয় ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি – 510.

প্রশ্ন ২৫ দুপুর 1 টা 15 মিনিটে 1 জন এস.এস.সি পরীক্ষার ফলাফল জানতে পারল। 1 টা 20 মিনিটে জানল 8 জন, 1 টা 25 মিনিটে জানল 27 জন। এভাবে ফলাফল ছড়িয়ে পড়ল।

ক. উদ্দীপকের আলোকে প্যাটার্ন দুইটি লিখ।

খ. ঠিক 2 টা 10 মিনিটে কত জন এবং 2 টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট কত জন ফলাফল জানতে পারবে?

গ. কয়টার সময় 6175225 জন ফলাফল জানতে পারবে?

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, 1টা 15 মিনিটে ফলাফল জানতে পারবে 1 জন বা 1^3 জন

1টা 20 মিনিটে " " " 8 জন বা 2^3 জন

1টা 25 মিনিটে " " " 27 জন বা 3^3 জন

এখানে, সময় একটি সমান্তর ধারা গঠন করে যার প্রথম পদ, $a = 1:15$

সাধারণ অন্তর, $d = 1:20 - 1:15 = 0:5$

∴ ধারাটি হলো : $1:15 + 1:20 + 1:25 + \dots\dots\dots$

অপরদিকে, ফলাফলপ্রাপ্ত লোকগুলো স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টিরূপে প্রকাশ পায়। অর্থাৎ $1^3+2^3+3^3 \dots\dots\dots$

খ 1 টা 15 মিনিটে ফলাফল জানতে পারে 1 বা 1^3 জন

1 টা 20	"	"	"	" 8	" 2^3	"
1 টা 25	"	"	"	" 27	" 3^3	"
1 টা 30	"	"	"	" 64	" 4^3	"
1 টা 35	"	"	"	" 125	" 5^3	"
1 টা 40	"	"	"	" 216	" 6^3	"
1 টা 45	"	"	"	" 343	" 7^3	"
1 টা 50	"	"	"	" 512	" 8^3	"
1 টা 55	"	"	"	" 729	" 9^3	"
2 টা 00	"	"	"	" 1000	" 10^3	"
2 টা 05	"	"	"	" 1331	" 11^3	"
2 টা 10	"	"	"	" 1728	" 12^3	"

∴ 2 টা 10 মিনিটে মোট 1728 জন ফলাফল জানতে পারবে। এবং 1 টা 15 মিনিট হতে 2 টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট ফলাফল জানতে পারবে $(1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3+10^3+11^3+12^3)$ জন

এখানে, $n = 12$

∴ আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি

$$= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$$
$$= \left\{\frac{12(12+1)}{2}\right\}^2 \quad [\because n = 12]$$
$$= (6\times 13)^2 = 6084$$

∴ 2 টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট ফলাফল জানতে পারবে 6084 জন।

গ ফলাফল প্রাপ্ত লোকসংখ্যার ধারা

$1^3+2^3+3^3+\dots\dots\dots+n^3$

এখানে, $1^3+2^3+3^3+\dots\dots\dots+n^3 = 6175225$

বা, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 6175225$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 2485$

বা, $n(n+1) = 4970$

বা, $n^2+n-4970 = 0$

বা, $n^2+71n-70n-4970 = 0$

বা, $n(n+71)-70(n+71) = 0$

বা, $(n+71)(n-70) = 0$

হয়, $n+71 = 0$ | অথবা $n-70=0$

∴ $n \neq -71$ | ∴ $n = 70$

∴ $n = 70$

'ক' হতে পাই,

$1:15+1:20+1:25+\dots\dots\dots$

এখানে, প্রথম পদ, $a = 1:15$ বা 75 মিনিট

সাধারণ অন্তর, $d = 1:20 - 1:15 = 5$ মিনিট

পদসংখ্যা, $n = 70$

∴ 70তম পদ $= a+(70-1)d$

$= 75+69\times 5 = 75+345 = 420$

সুতরাং $(420\div 60)$ বা 7 টার সময় 6175225 জন ফলাফল জানতে পারবে।

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুনির্বাচনি অংশ · MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর · সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $256 + 128 + 64 + ...$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{4}$? [ঢা. বো. '২০]

ⓐ 12 ⓑ 11
ⓒ 10 ⓓ 9

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $256 + 128 + 64 + ...$

এখানে, $a = 256$, $r = \frac{128}{256} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ n তম পদ $= ar^{n-1}$

শর্তমতে, $ar^{n-1} = \frac{1}{4}$

বা, $256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4 \times 256} = \frac{1}{1024} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

বা, $n - 1 = 10$ $\therefore n = 10 + 1 = 11$.

২. $3 - 3 + 3 - 3 + ...$ ধারাটির 10তম পদ নিচের কোনটি? [য. বো. '২০]

ⓐ −30 ⓑ −3
ⓒ 3 ⓓ 30

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $3 - 3 + 3 - 3 + ...$

এখানে, $a = 3$, $r = \frac{-3}{3} = -1$

$\therefore$ 10 তম পদ $= ar^{10-1} = ar^9 = 3(-1)^9 = -3$.

৩. $64 + 32 + 16 + 8 + ...$ ধারার অষ্টম পদ কত? [সি. বো. '২০]

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ $\frac{1}{4}$
ⓒ 2 ⓓ 4

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $64 + 32 + 16 + 8 + ...$ ধারাটির, ১ম পদ, $a = 64$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ অষ্টম পদ $= ar^{8-1} = ar^7 = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 64 \times \frac{1}{128} = \frac{1}{2}$.

৪. $-2 + 2 - 2 + 2 - 2 + ...$ ধারাটির $(2n + 2)$ পদের সমষ্টি কত? [দি. বো. '২০]

ⓐ 4 ⓑ 2
ⓒ 0 ⓓ −1

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $-2 + 2 - 2 + 2 - 2 + ...$ধারাটির $(2n + 2)$ তম পদ একটি জোড় সংখ্যা

$\therefore$ ধারাটির জোড় সংখ্যক পদের সমষ্টি = 0.

৫. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি কত? [ম. বো. '২০]

ⓐ n^2 ⓑ $2n^2$
ⓒ $n^2 + n$ ⓓ $2n + 1$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি

$= 2 + 4 + 6 + ... + 2n = 2(1 + 2 + 3 + ... + n)$

$= 2 \times \frac{n(n+1)}{2}$ $[\because 1 + 2 + 3 + ...+ n = \frac{n(n+1)}{2}]$

$= n(n + 1) = n^2 + n$

৬. $1 + 4 + 16 + ...$ ধারার কোন পদ 1024? [ঢা. বো. '১৯]

ⓐ ৫ম ⓑ ৬ষ্ঠ
ⓒ ১০ম ⓓ ১১তম

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 4 \div 1 = 4$

ধারাটির n তম পদ 1024 হলে, $ar^{n-1} = 1024$

বা, $1 \cdot 4^{n-1} = 1024$ বা, $4^{n-1} = 4^5$ বা, $n - 1 = 5$

$\therefore n = 5 + 1 = 6$

$\therefore$ ধারাটির 6 তম অর্থাৎ ৬ষ্ঠ পদ 1024.

৭. $\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3} - ....$ ধারাটির ৮ম পদ কত? [কু.বো. '১৯]

ⓐ $-27\sqrt{3}$ ⓑ −27
ⓒ 27 ⓓ $27\sqrt{3}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3} - ....$ এটি একটি গুণোত্তর ধারা

ধারাটির ১ম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{3}$

$\therefore$ ধারাটির ৮ম পদ $= ar^{8-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^7 = \frac{1}{\sqrt{3}}(-27\sqrt{3}) = -27$

৮. $p + q + r + s + ...$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. '১৯]

ⓐ $q - p = s - r$ ⓑ $\frac{p}{q} = \frac{s}{r}$
ⓒ $\frac{q}{p} = \frac{s}{r}$ ⓓ $p - q = r - s$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $p + q + r + s + ...$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে

$\therefore$ ধারাটি সাধারণ অনুপাত $= \frac{q}{p} = \frac{r}{q} = \frac{s}{r}$ [পরবর্তী পদ ÷ পূর্ববর্তী পদ]

$\therefore \frac{q}{p} = \frac{s}{r}$

৯. $12 + 24 + 48 + ... + 768$ গুণোত্তর ধারাটিতে কতটি পদ আছে? [সি. বো. '১৯]

ⓐ 5 ⓑ 6
ⓒ 7 ⓓ 8

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির ১ম পদ $a = 12$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{24}{12} = 2$

ধরি, ধারাটির nতম পদ = 768

$\therefore ar^{n-1} = 768$

বা, $12(2)^{n-1} = 768$

বা, $2^{n-1} = \frac{768}{12} = 64 = 2^6$

বা, $n - 1 = 6$ $\therefore n = 7$.

১০. $2 - 2 + 2 - 2 + ...$ ধারাটির 19 তম পদ নিচের কোনটি? [দি. বো. '১৯]

ⓐ −2 ⓑ 2
ⓒ −38 ⓓ 38

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{2}{2} = -1$

$\therefore$ 19 তম পদ $= ar^{19-1} = ar^{18} = 2 \times (-1)^{18} = 2 \times 1 = 2$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ⓑ	২	ⓑ	৩	ⓐ	৪	ⓒ	৫	ⓒ	৬	ⓑ	৭	ⓑ	৮	ⓒ	৯	ⓒ	১০	ⓑ

www.abswer.com

www.abswer.com

১১. $6 + 12 + a + 48 + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা, a এর মান কত? [দি. বো. '১৯]
ⓚ 36 ⓛ 30
ⓜ 24 ⓝ 18
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ১ম পদ, $p = 6$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{12}{6} = 2$
∴ তৃতীয় পদ, $a = pr^{3-1} = 6 \times 2^2 = 6 \times 4 = 24.$

১২. $8 + 16 + 24 + ...$ধারার নবম পদ কত? [সকল বোর্ড ২০১৮]
ⓚ 72 ⓛ 88
ⓜ 360 ⓝ 432
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a = 8,\ d = 16 - 8 = 8$
নবম পদ $= a + (9 - 1)d = 8 + 8 \times 8 = 72.$

১৩. $2 + a + b + c + 162$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, সাধারণ অনুপাত কত? [য. বো. '১৭]
ⓚ 3 ⓛ 4
ⓜ 5 ⓝ 6
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ৫ম পদ $= 162$
বা, $xr^{5-1} = 162$ [প্রথম পদ, $x = 2$]
বা, $2 \times r^4 = 162$
বা, $r^4 = 81$ বা, $r^4 = 3^4$ ∴ $r = 3.$

১৪. $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + ...$ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম $(2n + 1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? [কু. বো. '১৭]
ⓚ 0 ⓛ 1
ⓜ 2 ⓝ 4
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $(2n + 1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি
$= \frac{a\{1 - (r)^{2n+1}\}}{1 - r}$
$= \frac{1\{1 - (-1)^{2n+1}\}}{1 - (-1)} = \frac{1 + 1}{1 + 1} = \frac{2}{2} = 1.$

১৫. $4 + a + b + 32 + ...$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [সি. বো. '১৭]
ⓚ 1 ⓛ 2
ⓜ 3 ⓝ 4
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রথম পদ $x = 4$ এবং সাধারণ অনুপাত r হলে,
এখানে, চতুর্থ পদ $= 32$
বা, $xr^3 = 32$
বা, $4r^3 = 32$
বা, $r^3 = 8 = 2^3$
∴ $r = 2.$

১৬. $1 + 4 + 16 + ...$ ধারাটির কততম পদ 1024? [ব. বো. '১৭]
ⓚ ৬ষ্ঠ ⓛ ৫ম
ⓜ ৭ম ⓝ ৮ম
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি,
n তম পদ $= 1024$
বা, $ar^{n-1} = 1024$
বা, $1 \times (4)^{n-1} = 1024$
বা, $4^{n-1} = 4^5$
বা, $n - 1 = 5$
∴ $n = 6.$

১৭. $\frac{1}{\sqrt{7}}, -1, \sqrt{7}$ অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত কোনটি? [দি. বো. '১৭]
ⓚ $\frac{1}{\sqrt{7}}$ ⓛ $-\frac{1}{\sqrt{7}}$
ⓜ $\sqrt{7}$ ⓝ $-\sqrt{7}$
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত, $r = -1 \div \frac{1}{\sqrt{7}} = -\sqrt{7}.$

১৮. $256 + 128 + 64 + ...$ গুণোত্তর ধারার 5^{th} পদ কত? [ঢা. বো. '১৬]
ⓚ 4 ⓛ 8
ⓜ 16 ⓝ 32
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $a = 256,\ r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ $= ar^{n-1}$
∴ ৫ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4 = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 16.$

১৯. $128 + 64 + 32 + ...$ ধারাটির কততম পদ $\frac{1}{2}$? [রা. বো. '১৬]
ⓚ 9 তম ⓛ 8 তম
ⓜ 7 তম ⓝ 6 তম
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $a = 128,\ r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$
∴ n-তম পদ $= ar^{n-1}$
$\frac{1}{2} = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
বা, $2^n = 512 = 2^9$
∴ $n = 9.$

২০. $1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$ .... অনুক্রমটির ৪র্থ পদটি কত? [য. বো. '১৬]
ⓚ 1 ⓛ $\frac{1}{4}$
ⓜ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ⓝ $\frac{1}{4\sqrt{2}}$
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, ...$
এখানে, $a = 1,\ r = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1.$
আমরা জানি, n-তম পদ $= ar^{n-1}$
∴ ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 1 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$

২১. $\frac{1}{\sqrt{5}}, -1, \sqrt{5}, ...$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [সি. বো. '১৬]
ⓚ $\sqrt{5}$ ⓛ $\frac{1}{\sqrt{5}}$
ⓜ $-\sqrt{5}$ ⓝ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার ১ম পদ $= \frac{1}{\sqrt{5}}$
∴ সাধারণ অনুপাত $= \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\sqrt{5}.$

২২. p, q, r, s গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে—
ⓚ $pq = rs$ ⓛ $qs = r^2$
ⓜ $pq = r^2$ ⓝ $pq = qr$
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : p, q, r, s গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, $\frac{q}{p} = \frac{r}{q} = \frac{s}{r}$
∴ $\frac{r}{q} = \frac{s}{r}$ বা, $qs = r^2.$

২৩. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নিচের কোনটি? [রা. বো. '১৫]
ⓚ $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ ⓛ $S_n = \frac{n^3(n+1)^3}{8}$
ⓜ $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ⓝ $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০	২১	২২	২৩
ⓜ	ⓚ	ⓚ	ⓛ	ⓛ	ⓚ	ⓝ	ⓜ	ⓚ	ⓜ	ⓜ	ⓛ	ⓚ

www.abswer.com

www.abswer.com

২৪. $3+a+b+81$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, b এর মান কত? [রা. বো. '১৫]
ক 9 খ 12
গ 18 ঘ 27

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $3+a+b+81$

ধারাটির প্রথম পদ $p=3$, সাধারণ অনুপাত $r=\frac{a}{3}=\frac{b}{a}=\frac{81}{b}$

ধারাটির চতুর্থ পদ $=pr^{4-1}=pr^3=3.\left(\frac{81}{b}\right)^3=\frac{3\times531441}{b^3}=\frac{1594323}{b^3}$

শর্তমতে, $\frac{1594323}{b^3}=81$

বা, $81b^3=1594323$

বা, $b^3=\frac{1594323}{81}=19683=(27)^3$

$\therefore b=27.$

২৫. $\frac{1}{\sqrt{2}}-1+\sqrt{2}-\ldots\ldots$ ধারাটির অষ্টম পদ কত? [কু. বো. '১৫]
ক -16 খ -8
গ 8 ঘ 32

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r=\frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=-1\times\frac{\sqrt{2}}{1}=-\sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির অষ্টম পদ $=ar^{8-1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times(-\sqrt{2})^7=-\frac{1}{\sqrt{2}}\times8\sqrt{2}=-8.$

২৬. $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [চ. বো. '১৫]
ক $-\sqrt{2}$ খ -1
গ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{2}$

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : গুণোত্তর ধারাটির সাধারণ অনুপাত,

$r=\frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=-1\times\frac{\sqrt{2}}{1}=-\sqrt{2}.$

২৭. $4+8+16+\ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ পদ কত? [দি. বো. '১৫]
ক 2^{n-1} খ 2^{n+1} গ 8^{n-1} ঘ 8^{n+1}

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ১ম পদ, $a=4$, সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{8}{4}=2$

$\therefore$ n-তম পদ বা সাধারণ পদ $=ar^{n-1}$
$=4.2^{n-1}=2^2.2^{n-1}$
$=2^{2+n-1}=2^{n+1}$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যানুসারে ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$3+m+n+81+\ldots\ldots\ldots\ldots$ [চ. বো. '১৬]

২৮. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ক 3 খ 4
গ 9 ঘ 27

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, সাধারণ অনুপাত $=r$, n-তম পদ $=ar^{n-1}$

এখানে, ৪র্থ পদ $=3r^{4-1}$ $\therefore 81=3r^3$

বা, $27=r^3$ বা, $3^3=r^3$ $\therefore r=3$

২৯. ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 363 হলে, n এর মান কত?
ক 5 খ 4
গ 3 ঘ 2

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : $r=3>1$

$\therefore S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$ বা, $363=\frac{3(3^n-1)}{3-1}$ বা, $363=\frac{3}{2}(3^n-1)$

বা, $3^n-1=\frac{2\times363}{3}=242$ বা, $3^n=243=3^5$ $\therefore n=5.$

$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\ldots\ldots$
উপরের ধারাটির সাহায্যে ৩০ ও ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩০. ধারাটির ৭ম পদ কত? [ব. বো. '১৫]
ক $\frac{1}{729}$ খ $\frac{1}{243}$ গ $\frac{1}{81}$ ঘ -3

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রদত্ত ধারা : $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\ldots\ldots$

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $a=1$ এবং সাধারণ অনুপাত $r=\frac{\frac{1}{3}}{1}=\frac{1}{3}$

$\therefore$ ধারাটির ৭ম পদ $=ar^{7-1}=1.(\frac{1}{3})^6=\frac{1}{729}$

৩১. ধারাটির ১ম ৮টি পদের সমষ্টি কত? [ব. বো. '১৫]
ক $\frac{364}{243}$ খ $\frac{1093}{729}$ গ $\frac{3280}{2187}$ ঘ $\frac{6560}{6561}$

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $a=1$

এবং সাধারণ অনুপাত $r=\frac{1}{3}<1$

$\therefore$ ধারাটির ১ম ৮টি পদের সমষ্টি $S_8=\frac{a(1-r^8)}{1-r}$

$=\frac{1\{1-(\frac{1}{3})^8\}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1-\frac{1}{6561}}{\frac{3-1}{3}}=\frac{\frac{6561-1}{6561}}{\frac{2}{3}}=\frac{6560}{6561}\times\frac{3}{2}=\frac{3280}{2187}.$

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৩২. $3+m+n+81+\ldots\ldots$ গুণোত্তর ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক 3 খ 4
গ 9 ঘ 27

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ $a=3$

সাধারণ অনুপাত $=r$

$\therefore$ চতুর্থ পদ, $ar^{4-1}=81$

বা, $3r^3=81$

বা, $r^3=\frac{81}{3}=27=3^3$

$\therefore r=3.$

$\therefore$ সাধারণ অনুপাত 3.

৩৩. $\frac{1}{\sqrt{2}}-1+\sqrt{2}-\ldots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?
[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক 7 তম খ 8 তম
গ 9 তম ঘ 10 তম

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, n তম পদ $=8\sqrt{2}$

বা, $ar^{n-1}=8\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^{n-1}=8\sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1}=16$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1}=(-\sqrt{2})^8$

বা, $n-1=8$

$\therefore n=9.$

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	ক	২৭	খ	২৮	ক	২৯	ক	৩০	ক	৩১	গ	৩২	ক	৩৩	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

৩৪. $5+\frac{5}{3}+\frac{5}{9}+ \ldots\ldots +\frac{5}{729}$ ধারাটির পদ সংখ্যা কত?
[হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 9 খ 8
গ 7 ঘ 6

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $5+\frac{5}{3}+\frac{5}{9}+ \ldots\ldots +\frac{5}{729}$

এখানে ধারাটির ১ম পদ $a = 5$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{5}{3} \div 5 = \frac{5}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{3}$

ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore ar^{n-1} = \frac{5}{729}$

বা, $5 . \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{5}{729}$

বা, $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{5}{729 \times 5} = \frac{1}{729}$

বা, $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{6}$ বা, $n-1 = 6$

$\therefore n = 6+1 = 7.$

৩৫. যদি $n = 5$ হয় তবে n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি কত হবে?
[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল]

ক 100 খ 225
গ 450 ঘ 625

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $S_n = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$.

$\therefore S_5 = \left\{\frac{5(5+1)}{2}\right\}^2 = 15^2 = 225.$

৩৬. $x - x + x - x + \ldots\ldots$ ধারাটির 23 তম পদ কোনটি?
[ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ময়মনসিংহ]

ক $-x$ খ x
গ $20x$ ঘ $-20x$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $x - x + x - x + \ldots\ldots$ ধারাটির বিজোড় তম পদ x

$\therefore$ ধারাটির 23 তম পদ x।

৩৭. $4 - 4 + 4 - 4 + 4 - 4 + \ldots\ldots$ ধারার ক্ষেত্রে $(2n+2)$ পদের সমষ্টি কত?
[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী]

ক 4 খ -4
গ 0 ঘ 8

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : যেহেতু $(2n+2)$ একটি জোড় সংখ্যা তাই উক্ত ধারার $(2n+2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি শূন্য।

৩৮. $a + 2ar + 4ar^2 + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ক r খ 2r
গ 2ar ঘ $2r^2$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= \frac{\text{২য় পদ}}{\text{১ম পদ}} = \frac{2ar}{a} = 2r.$

৩৯. $4 + p + q + 32$ গুণোত্তর ধারা ভুক্ত হলে $(p, q) =$ কত?
[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

ক (6, 12) খ (8, 16)
গ (12, 20) ঘ (4, 8)

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a = 4$, সাধারণ অনুপাত r হলে—

$4r^3 = 32$ | $p = ar = 4 \times 2 = 8$

বা, $r^3 = 8$ | $q = ar^2 = 4 \times 2^2 = 16$

বা, $r = 2$

$\therefore (p, q) = (8, 16).$

৪০. $3 + x + y + 81$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এর মান কত?
[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 9 খ 12
গ 18 ঘ 27

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির ১ম পদ $a = 3$

চতুর্থ পদ $= 81$

বা, $ar^{4-1} = 81$

বা, $3.r^3 = 81$ $\therefore r^3 = 27$

$\therefore r = 3$

$\therefore$ দ্বিতীয় পদ $x = ar^{2-1} = ar = 3 \times 3 = 9.$

৪১. কোন ধারার 11 তম পদ 31 এবং ১ম পদ 2 হলে সাধারণ অন্তর কত?
[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর]

ক 1 খ $\frac{29}{10}$
গ 4 ঘ $\frac{31}{20}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, ধারাটির ১ম পদ $a = 2$

এবং সাধারণ অন্তর $d = ?$

$\therefore$ 11 তম পদ $= a + (11-1)d$

প্রশ্নমতে, $a + (11-1)d = 31$

বা, $2 + 10d = 31$

বা, $10d = 31 - 2 = 29$

$\therefore d = \frac{29}{10}.$

৪২. প্রথম ছয়টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি—
[নবাব ফয়জুন্নেছা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা]

ক 216 খ 441
গ 225 ঘ 196

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : প্রথম ছয়টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি :

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 6^3 = \left\{\frac{6(6+1)}{2}\right\}^2 = (3 \times 7)^2 = (21)^2 = 441.$

৪৩. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots$ ১ম আট পদের সমষ্টি কত?
[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর]

ক 128 খ $\frac{1}{128}$
গ $\frac{128}{255}$ ঘ $\frac{255}{128}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{1\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{255}{128}.$

৪৪. $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি কত?
[গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাইস্কুল, ধানমন্ডি, ঢাকা]

ক $35 \log 3$ খ $45 \log 3$
গ $55 \log 3$ ঘ $60 \log 3$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $s = \log 3 + \log 9 + \log 27 + \ldots\ldots\ldots$

$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \ldots\ldots$

$= \log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + \ldots\ldots\ldots$

$= (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots + 10 \text{ তম}) \log 3$

$= \frac{10(10+1)}{2} \log 3$

$= 55 \log 3.$

৪৫. $16 - 8 + 4 - 2 + \ldots\ldots$ ধারাটির ৭ম পদ কত?
[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা]

ক $\frac{1}{2}$ খ $-\frac{1}{2}$
গ $-\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{1}{4}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a = 16$

$r = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2}$

সপ্তম পদ $= ar^{7-1} = 16 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{4}.$

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৩৪	গ	৩৫	খ	৩৬	খ	৩৭	গ	৩৮	খ	৩৯	খ	৪০	ক	৪১	খ	৪২	খ	৪৩	ঘ	৪৪	গ	৪৫	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

৪৬. $1-1+1-1+.....$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [ফয়জুর রহমান আইডিয়াল ইন্সটিটিউট, ঝিলগাঁও, ঢাকা]

ক -1 খ -2
গ 1 ঘ 2

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $1-1+1-1+.........$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{-1}{1}=-1$.

৪৭. $16-8+4-2+....$ ধারাটির ৭ম পদ কত? [আওয়ার লেডী অব ফাতিমা গার্লস হাই স্কুল, কুমিল্লা; নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নরসিংদী]

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{4}$
গ $-\frac{1}{4}$ ঘ $-\frac{1}{2}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a=16$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{-8}{16}=-\frac{1}{2}$

$\therefore$ ধারাটির ৭ম পদ $=ar^{7-1}=16.\left(-\frac{1}{2}\right)^6=16\times\frac{1}{64}=\frac{1}{4}$.

৪৮. $6+m+n+162$ একটি গুণোত্তর ধারা। ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

ক 3 খ 6
গ 12 ঘ 27

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, সাধারণ অনুপাত r

ধারাটির চতুর্থ পদ = 162

বা, $ar^{4-1}=162$

বা, $6.r^3=162$

বা, $r^3=\frac{162}{6}$

বা, $r^3=27$

বা, $r^3=3^3$

$\therefore$ $r=3$.

৪৯. $2+4+8+......$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল 126 হলে n এর মান কত? [কুমিল্লা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্লা; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক 2 খ 6
গ 14 ঘ 42

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $a=2$

$r=\frac{4}{2}=2>1$

$\therefore \frac{a(r^n-1)}{r-1}=126$

বা, $\frac{2(2^n-1)}{2-1}=126$

বা, $2^n-1=63$

বা, $2^n=64$

বা, $2^n=2^6$

$\therefore n=6$.

৫০. $\frac{1}{\sqrt{5}}-1+\sqrt{5}$ ধারাটির ৮ম পদ কত? [ডাঃ খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক $-125\sqrt{5}$ খ -125
গ 125 ঘ $125\sqrt{5}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারার প্রথম পদ, $a=\frac{1}{\sqrt{5}}$ এবং

সাধারণ অনুপাত, $r=-1\div\frac{1}{\sqrt{5}}=-1\times\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

ধারার অষ্টম পদ $=ar^{8-1}=\frac{1}{\sqrt{5}}(-\sqrt{5})^7=-125$.

৫১. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+........$ ধারার প্রথম তিনটি পদের যোগফল কত? [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]

ক $\frac{5}{8}$ খ $\frac{7}{8}$
গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{1}{8}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫২. $-5+5-5+5-5+-$

i. ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা

ii. ধারাটির সাধারণ অনুপাত -1

iii. এর প্রথম $(2n+1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি -5

নিচের কোনটি সঠিক? [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৩. n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার–

i. সমষ্টি $=\frac{n(n+1)}{2}$

ii. বর্গের সমষ্টি $\frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$

iii. ঘনের সমষ্টি $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

নিচের কোনটি সঠিক? [হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫৪. $2-2+2-2+....$ n পদের সমষ্টি–

i. 0

ii. 1

iii. 2

নিচের কোনটি সঠিক? [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]

ক i ও ii খ i গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : n এর মান জোড় হলে,

$2-2+2-2+....=0$

n এর মান বিজোড় হলে, $2-2+2-2+2-......=2$.

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৫৫ – ৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 3+\log 9+\log 27+.............$

৫৫. ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি? [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা; হাসান আলী সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক 3 খ 9
গ $\log 3$ ঘ $2\log 3$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\log 3+\log 9+\log 27+.........$

$=\log 3+\log 3^2+\log 3^3+.......=\log 3+2\log 3+3\log 3+........$

$\therefore$ ধারাটির ১ম পদ $a=\log 3$

সাধারণ অন্তর $d=2\log 3-\log 3=\log 3$

৫৬. ধারাটির সপ্তম পদ কত?

ক $\log 81$ খ $\log 243$
গ $\log 729$ ঘ $\log 2187$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির সপ্তম পদ $=a+(7-1)d=\log 3+6\log 3$ $=7\log 3=\log 3^7=\log 2187$.

৫৭. ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি কত?

ক $4\log 3$ খ $7\log 3$
গ $28\log 3$ ঘ $32\log 3$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : 7 টি পদের সমষ্টি $=\frac{7}{2}\{2a+(7-1)d\}$

$=\frac{7}{2}\{2\log 3+6\log 3\}$

$=\frac{7}{2}\times 8\log 3=28\log 3$.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৪৬	ক	৪৭	খ	৪৮	ক	৪৯	খ	৫০	খ	৫১	খ	৫২	ঘ	৫৩	খ	৫৪	গ	৫৫	গ	৫৬	ঘ	৫৭	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৫৮ ও ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$5+x+y+320$ একটি গুণোত্তর ধারাভুক্ত।
[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

৫৮. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ⓚ 7 ⓑ 5
ⓖ 4 ⓓ 3

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a=5$
চতুর্থ পদ, $ar^{4-1}=320$
বা, $5r^3=320$ বা, $r^3=\frac{320}{5}=64=4^3$
$\therefore r=4.$

৫৯. ধারাটির $(y-x)$ এর মান কত?
ⓚ 80 ⓑ 60
ⓖ 40 ⓓ 20

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $x=ar^{2-1}=5\times4=20$
এবং তৃতীয় পদ, $y=ar^{3-1}=5\times4^2=5\times16=80$.
$\therefore y-x=80-20=60.$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬০ ও ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+......$
[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

৬০. ধারাটির সপ্তম পদ কত?
ⓚ $\frac{1}{2^8}$ ⓑ $\frac{1}{2^7}$
ⓖ $\frac{1}{2^6}$ ⓓ $\frac{1}{2^5}$

৬১. ধারাটির ১ম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত?
ⓚ $\frac{31}{64}$ ⓑ $\frac{31}{32}$
ⓖ $\frac{31}{16}$ ⓓ $\frac{31}{8}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $a\frac{1-r^n}{1-r}$ বা, $1\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5}{1-\frac{1}{2}}$ বা, $\frac{1-\frac{1}{32}}{\frac{1}{2}}=\frac{31}{32}\times2=\frac{31}{16}.$

■ নিচের তথ্য থেকে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441.
[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল]

৬২. নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ $(1+2+3+......+n)^2=441$
ⓑ $(1+2+3+......+n)^3=441$
ⓖ $1^2+2^2+3^2+......+n^2=441$
ⓓ $1+2+3+......+n=441$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি
$1+2+3+..........+n=\frac{n(n+1)}{2}$
$\therefore$ সংখ্যাগুলোর সমষ্টির বর্গ $(1+2+3+......+n)^2=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ ...... (1)
আবার, $1^3+2^3+3^3+.......+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$
প্রশ্নমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=441$
$\therefore$ (1) হতে $(1+2+3+......+n)^2=441.$

৬৩. n এর মান নিচের কোনটি?
ⓚ 5 ⓑ 6
ⓖ 7 ⓓ 8

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : শর্তমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=441$
বা, $\frac{n(n+1)}{2}=\sqrt{441}=21$
বা, $n^2+n=42$
বা, $n^2+n-42=0$
বা, $n^2+7n-6n-42=0$
বা, $n(n+7)-6(n+7)=0$
বা, $(n-6)(n+7)=0$
$\therefore n-6=0$ অথবা, $n+7=0$
$\therefore n=6$ $\therefore n\neq-7$
[∵ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হয় না।]

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৬৪. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 7, সাধারণ অনুপাত 3 হলে ধারাটি নিচের কোনটি? (সহজমান)
ⓚ $7+21+63+........$ ⓑ $7+28+81+........$
ⓖ $3+21+147+........$ ⓓ $3+9+27+........$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ১ম পদ 7, ২য় পদ $=7.3=21$, ৩য় পদ $=7.3^2=63$
$\therefore$ ধারাটি $7+21+63+..............$

৬৫. $1^2+2^2+3^2+.........+9^2=$ কত? (মধ্যমমান)
ⓚ 300 ⓑ 45
ⓖ 2025 ⓓ 285

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{9(9+1)(2.9+1)}{6}=\frac{9.10.19}{6}=285$

৬৬. $1^3+2^3+3^3+.........+6^3=$ কত? (কঠিনমান)
ⓚ 441 ⓑ 21
ⓖ 65 ⓓ 200

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=\left\{\frac{6(6+1)}{2}\right\}^2$
$=\left(\frac{6.7}{2}\right)^2$
$=(21)^2=441.$

৬৭. $12+4+\frac{4}{3}+........$ গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত কত? (সহজমান)
ⓚ 2 ⓑ $\frac{1}{2}$
ⓖ $\frac{1}{3}$ ⓓ $\frac{2}{3}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}.$

৬৮. $16-8+4-2+.......$ ধারাটির ৭ম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যমমান)
ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓑ $-\frac{1}{2}$
ⓖ $-\frac{1}{4}$ ⓓ $\frac{1}{4}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $ar^{7-1}=16\left(-\frac{1}{2}\right)^6=16.\frac{1}{64}=\frac{1}{4}.$

৬৯. $3+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+.......+\frac{3}{64}$ ধারাটির পদসংখ্যা কত? (মধ্যমমান)
ⓚ 6 ⓑ 7
ⓖ 8 ⓓ 9

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $ar^{n-1}=\frac{3}{64}$
বা, $3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{3}{64}$ বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^6$
বা, $n-1=6$ $\therefore n=7.$

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৫৮	৫৯	৬০	৬১	৬২	৬৩	৬৪	৬৫	৬৬	৬৭	৬৮	৬৯
গ	খ	গ	গ	ক	খ	ক	ঘ	ক	গ	ঘ	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

৭০. $a+b+c+d+$ .... একটি গুণোত্তর ধারা হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক $\frac{b}{a}=\frac{a}{b}$ খ $b=\frac{a+c}{2}$
গ $c=\frac{b+d}{2}$ ঘ $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

৭১. $k+l+m+n+$ .... $+t$ একটি গুণোত্তর ধারা হলে নিচের কোনটি n তম পদ? (মধ্যমান)

ক $k\left(\frac{l}{k}\right)^{n-1}$ খ $k\left(\frac{k}{l}\right)^{n-1}$
গ $k\left(\frac{l}{k}\right)^{n}$ ঘ $l\left(\frac{l}{k}\right)^{n-1}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $ar^{n-1}=k.\left(\frac{l}{k}\right)^{n-1}$.

৭২. $3-6+12-24+$ ...... ধারাটির সাধারণ অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজমান)

ক 3 খ 2
গ -2 ঘ -3

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $=\frac{-6}{3}=-2$.

৭৩. $2-2+2-2+$ .... ধারাটির 2n তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ক 2 খ -2
গ 0 ঘ 4

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : 2n তম পদ $=ar^{2n-1}=2.(-1)^{2n-1}=2.(-1)=-2$.

৭৪. $1-1+1-1+$ .... ধারাটির দশটি পদের সমষ্টি কত? (কঠিনমান)

ক 1 খ -1
গ 2 ঘ 0

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $S_{10}=\frac{a(1-r^{10})}{1-r}=\frac{1.\{1-(-1)^{10}\}}{1-(-1)}=\frac{1(1-1)}{2}=\frac{0}{2}=0$.

৭৫. $1^3+2^3+3^3+$ .... $+10^3=$ কত? (কঠিনমান)

ক 2105 খ 4101
গ 3025 ঘ 3250

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=\left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2=(55)^2=3025$.

৭৬. $1^3+2^3+3^3+$ ...... $+30^3$ – ধারাটির দশম পদ নিচের কোনটি? (সহজমান)

ক 729 খ 1000
গ 1331 ঘ 1200

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : দশম পদ $=(10)^3=1000$.

৭৭. $-1+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{3}+$ .... ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{9\sqrt{3}}$? (সহজমান)

ক 5 খ 6
গ 7 ঘ 8

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার ১ম পদ, $a=-1$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{-1}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

মনে করি, n তম পদ $=\frac{1}{9\sqrt{3}}$

বা, $ar^{n-1}=\frac{1}{9\sqrt{3}}$

বা, $(-1)\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1}=\frac{1}{(\sqrt{3})^5}$

বা, $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1}=\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5$

বা, $n-1=5 \quad \therefore n=6$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৭৮. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার–

i. সমষ্টি $=\frac{n(n+1)}{2}$ ii. বর্গের সমষ্টি $=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

iii. ঘনের সমষ্টি $=\frac{n(n+1)^2}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $\frac{n(n+1)}{2}$

(ii) n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(iii) n সংখ্যার স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

৭৯. $1-1+1-1+$ .... ধারাটির–

i. 2n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1

ii. 2n + 1 সংখ্যক পদের সমষ্টি 1 iii. পদ সংখ্যা অসীম

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) 2n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$=\frac{a(1-r^{2n})}{1-r}=\frac{1\{1-(-1)^{10}\}}{1-(-1)}=\frac{1(1-1)}{2}=0$

(ii) 2n + 1 সংখ্যক পদের সমষ্টি $=\frac{a(1-r^{2n+1})}{1-r}$

$=\frac{1\{1-(-1)^{2n+1}\}}{1-(-1)}=\frac{1(1+1)}{1+1}=1$

(iii) ধারাটির পদসংখ্যা অসীম।

৮০. $a+ar+ar^2+ar^3+$ .... একটি গুণোত্তর ধারা হলে–

i. r গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ

ii. a গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ

iii. গুণোত্তর ধারার n তম পদ ar^{n-1}

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৮১. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{3}$ হলে–

i. ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{9}$ ii. ধারাটির প্রথম চারটি পদের সমষ্টি $\frac{14}{9}$

iii. ধারাটি হবে $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+$ ....

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ নিচের তথ্য হতে ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
কোন সমান্তর ধারার 20 তম ও 22 তম পদ যথাক্রমে 161 ও 169 হলে,

৮২. 21 তম পদটি কত হবে? (কঠিনমান)

ক 163 খ 165
গ 167 ঘ 166

৮৩. উপরোক্ত ক্ষেত্রে ধারাটির সাধারণ অন্তর কত হবে? (সহজমান)

ক 2 খ 3
গ 4 ঘ 1

■ $2+4+8+16+$ .... একটি গুণোত্তর ধারা।
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৮৪ ও ৮৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৮৪. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (মধ্যমান)

ক 2 খ 4
গ 8 ঘ 3

৮৫. ধারাটির অষ্টম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ক 256 খ 128
গ 512 ঘ 64

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৭০	ঘ	৭১	ক	৭২	গ	৭৩	খ	৭৪	ঘ	৭৫	গ	৭৬	খ	৭৭	খ	৭৮	ক	৭৯	গ	৮০	গ	৮১	গ	৮২	খ	৮৩	গ	৮৪	ক	৮৫	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▶ ঢাকা বোর্ড ২০২০

(i) $2+7+12+17+$ .... একটি সমান্তর ধারা।

(ii) $7+x+y+z+4375+$......... একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. সমাধান কর : $\frac{y}{m}+\frac{m}{y}=\frac{y}{n}+\frac{n}{y}$ ২

খ. (i) নং ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2235 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং ধারা হতে x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{y}{m}+\frac{m}{y}=\frac{y}{n}+\frac{n}{y}$

বা, $\frac{y}{m}-\frac{y}{n}=\frac{n}{y}-\frac{m}{y}$

বা, $\frac{ny-my}{mn}=\frac{n-m}{y}$

বা, $\frac{y(n-m)}{mn}=\frac{n-m}{y}$

বা, $y^2(n-m)=mn(n-m)$

বা, $y^2=\frac{mn(n-m)}{n-m}$ বা, $y^2=mn$

$\therefore$ $y=\pm\sqrt{mn}$

নির্ণেয় সমাধান : $y=\pm\sqrt{mn}$.

খ প্রদত্ত (i) নং সমান্তর ধারাটি হলো : $2+7+12+17+$ ....

ধারাটির প্রথম পদ, $a=2$ এবং সাধারণ অন্তর, $d=7-2=5$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

বা, $2235=\frac{n}{2}\{2.2+(n-1)5\}$

বা, $2235=\frac{n}{2}\{4+5n-5\}=\frac{n}{2}\{5n-1\}=\frac{5n^2-n}{2}$

বা, $5n^2-n=4470$ বা, $5n^2-n-4470=0$

বা, $5n^2-150n+149n-4470=0$

বা, $5n(n-30)+149(n-30)=0$

বা, $(n-30)(5n+149)=0$

হয়, $n-30=0$, $\therefore$ $n=30$

অথবা, $5n+149=0$ বা, $5n=-149$

বা, $n=\frac{-149}{5}$, যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

নির্ণেয় মান : $n=30$.

গ প্রদত্ত (ii) নং গুণোত্তর ধারাটি হলো : $7+x+y+z+4375+$ .....

ধারাটির ১ম পদ, $a=7$

সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{x}{7}=\frac{y}{x}=\frac{z}{y}$

পঞ্চম পদ $=ar^{5-1}$

বা, $4375=7\times\left(\frac{x}{7}\right)^4$

বা, $4375=7\times\frac{x^4}{7^4}$

বা, $\frac{x^4}{7^3}=4375$

বা, $\frac{x^4}{343}=4375$

বা, $x^4=4375\times343=1500625$

বা, $x=\sqrt[4]{1500625}$

$\therefore$ $x=35$

$\therefore$ সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{x}{7}=\frac{35}{7}=5$

এবং $5=\frac{y}{x}$

বা, $5=\frac{y}{35}$ বা, $y=5\times35=175$

আবার, $5=\frac{z}{y}$ বা, $5=\frac{z}{175}$

$\therefore$ $z=5\times175=875$

নির্ণেয় মান : $x=35$, $y=175$ এবং $z=875$.

প্রশ্ন ২ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০২০

$7+12+17+$ .... একটি সমান্তর ধারা এবং একটি গুণোত্তর ধারার ৫ম পদ $=3\sqrt{3}$ ও ৮ম পদ $=-27$.

ক. $4x+3y=6$ ও $x-2y=7$ সমীকরণদ্বয় এর সমাধান কর। ২

খ. সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি 1197 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $4x+3y=6$ ....(1)

এবং $x-2y=7$ ....(2)

সমীকরণ (1)নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$8x+6y=12$ ....(3)

সমীকরণ (2)নং কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$3x-6y=21$ ....(4)

এখন, সমীকরণ (3) ও (4)নং যোগ করে পাই,

$8x+6y=12$

$3x-6y=21$

$11x\quad=33$

বা, $x=\frac{33}{11}$

$\therefore$ $x=3$

সমীকরণ (2)নং এ $x=3$ বসিয়ে পাই,

$3-2y=7$

বা, $3-7=2y$

বা, $-4=2y$

বা, $2y=-4$

বা, $y=\frac{-4}{2}$

$\therefore$ $y=-2$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y)=(3, -2)$.

www.abswer.com

www.abswer.com

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $4x+3y=6$ ....(1)

এবং $x-2y=7$

বা, $x=2y+7$ ....(2)

সমীকরণ (1)নং এ $x=2y+7$ বসিয়ে পাই,

$4(2y+7)+3y=6$

বা, $8y+28+3y=6$

বা, $11y=6-28$

বা, $11y=-22$

বা, $y=\frac{-22}{11}=-2$

এখন, সমীকরণ (2)নং এ $y=-2$ বসিয়ে পাই,

$x=2(-2)+7$

বা, $x=-4+7$

$\therefore x=3$

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y)=(3, -2)$.

খ প্রদত্ত সমান্তর ধারা : $7+12+17+$ ....

ধারাটির ১ম পদ, $a=7$

সাধারণ অন্তর, $d=12-7=5$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$$

বা, $1197=\frac{n}{2}\{2\times7+(n-1)5\}$

বা, $1197=\frac{n}{2}\{14+5n-5\}$

বা, $1197=\frac{n}{2}\{5n+9\}$

বা, $n\{5n+9\}=1197\times2$

বা, $5n^2+9n=2394$

বা, $5n^2+9n-2394=0$

বা, $5n^2-105n+114n-2394=0$

বা, $5(n-21)+114(n-21)=0$

বা, $(n-21)(5n+114)=0$

হয়, $n-21=0$ $\therefore n=21$

অথবা, $(5n+114)=0$

বা, $5n=-114$

বা, $n=\frac{-114}{5}$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

নির্ণেয় মান $n=21$.

গ দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারাটির ৫ম পদ $=3\sqrt{3}$

এবং ৮ম পদ $=-27$

ধরি, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $=a$

এবং সাধারণ অন্তর $=r$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $=ar^{n-1}$

শর্তমতে, $ar^{5-1}=3\sqrt{3}$

$\therefore ar^4=3\sqrt{3}$ ....(1)

এবং $ar^{8-1}=-27$

$\therefore ar^7=-27$ ....(2)

এখন, সমীকরণ (2)নং কে (1)নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^7}{ar^4}=\frac{-27}{3\sqrt{3}}$$

বা, $r^3=\frac{-9}{\sqrt{3}}=\frac{-3\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=-3\sqrt{3}=(-\sqrt{3})^3$

$\therefore r=-\sqrt{3}$

এখন, সমীকরণ (1)নং এ $r=-\sqrt{3}$ বসিয়ে পাই,

$a(-\sqrt{3})^4=3\sqrt{3}$

বা, $9a=3\sqrt{3}$ বা, $a=\frac{3\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি : $a+ar+ar^2+ar^3$.........

$=\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})+\frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^2+\frac{1}{\sqrt{3}}.(-\sqrt{3})^3$ ....

$=\frac{1}{\sqrt{3}}-1+\sqrt{3}-3+$ ....

নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা : $\frac{1}{\sqrt{3}}-1+\sqrt{3}-3+$ ....

প্রশ্ন ৩ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৯

$2+4+8+16+$ ..... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1022 এবং একটি সমান্তর ধারার 10 তম পদ 34 এবং 16 তম পদ 52.

ক. $1^2+2^2+3^2+4^2+.....+11^2$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\therefore$ $1^2+2^2+3^2+4^2+.....+11^2$ ধারাটি হচ্ছে প্রথম 11টি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি।

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি $=\frac{11(11+1)(2\times11+1)}{6}=\frac{11\times12\times23}{6}=506$

নির্ণেয় সমষ্টি $=506$.

খ প্রদত্ত ধারাটি : $2+4+8+16+$......

যার প্রথম পদ, $a=2$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{4}{2}=2>1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$s_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}; r>1$

প্রশ্নমতে, $\frac{a(r^n-1)}{r-1}=1022$

বা, $\frac{2(2^n-1)}{2-1}=1022$

বা, $2(2^n-1)=1022$

বা, $2^n-1=\frac{1022}{2}$

বা, $2^n=511+1=512=2^9$

$\therefore n=9$

নির্ণেয় n এর মান 9।

গ ধরি, সমান্তর ধারার ১ম পদ $=a$ এবং সাধারণ অন্তর $=d$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির 10 তম পদ $=a+(10-1)d$

$=a+9d$

এবং 16তম পদ $=a+(16-1)d=a+15d$

প্রশ্নমতে, $a+9d=34$ ....(1)

এবং $a+15d=52$ ....(2)

(2) নং হতে (1) নং বিয়োগ করে পাই,

$a+15d-a-9d=52-34$

বা, $6d=18$

বা, $d=\frac{18}{6}$

$\therefore d=3$

www.abswer.com

www.abswer.com

(1) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,

$a + 9 \times 3 = 34$

বা, $a + 27 = 34$

বা, $a = 34 - 27$

∴ $a = 7$

∴ সমান্তর ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি

$= \frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$

$= 10\{2 \times 7 + 19 \times 3\} = 10(14 + 57) = 10 \times 71 = 710$

নির্ণেয় ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি 710.

প্রশ্ন ৪ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৯

একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $\frac{1}{2}$ এবং 7 তম পদ $\frac{1}{128}$। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম 5 টি পদের সমষ্টি 35 এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 120.

ক. log 3 + log 9 + log 27 + log 81 + ... ধারাটির সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 20 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা $= \log 3 + \log 9 + \log 27 + \log 81 + ...$

$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \log 3^4 + ...$

$= \log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + 4\log 3 + ...$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = \log 3$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 2\log 3 - \log 3$

∴ $d = \log 3$

∴ ধারাটির সাধারণ অন্তর log 3.

খ মনে করি, একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

∴ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

∴ ধারাটির 7 তম পদ $= ar^{7-1} = ar^6$

প্রশ্নমতে, $a = \frac{1}{2}$

এবং $ar^6 = \frac{1}{128}$

বা, $\frac{1}{2} \times r^6 = \frac{1}{128}$

বা, $r^6 = \frac{\frac{1}{128}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{128} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$

∴ $r = \frac{1}{2} < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$= \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$

∴ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^7)}{1-r}$

$= \frac{\frac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7\right\}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{128}\right)}{\frac{1}{2}}$

$= 1 - \frac{1}{128} = \frac{128-1}{128} = \frac{127}{128}$

নির্ণেয় ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি $\frac{127}{128}$.

গ মনে করি, সমান্তর ধারার ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি, সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

∴ ধারাটির প্রথম 5টি পদের সমষ্টি, $S_5 = \frac{5}{2}\{2a + (5-1)d\}$

$= \frac{5}{2}(2a + 4d)$

$= \frac{5}{2} \times 2(a + 2d)$

$= 5(a + 2d)$

এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\}$

$= 5(2a + 9d)$

প্রশ্নমতে, $5(a + 2d) = 35$

বা, $a + 2d = \frac{35}{5}$

∴ $a + 2d = 7$ ....(1)

এবং $5(2a + 9d) = 120$

বা, $2a + 9d = \frac{120}{5}$

বা, $2a + 9d = 24$ ....(2)

(1) নং হতে পাই,

$a + 2d = 7$

∴ $a = 7 - 2d$ ....(3)

(2) নং এ a এর মান বসিয়ে পাই,

$2(7 - 2d) + 9d = 24$

বা, $14 - 4d + 9d = 24$

বা, $5d = 24 - 14$

বা, $5d = 10$

বা, $d = \frac{10}{5}$

∴ $d = 2$

(3) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,

$a = 7 - 2 \times 2$

বা, $a = 7 - 4$

∴ $a = 3$

∴ সমান্তর ধারাটির 20 তম পদ $= a + (20-1)d$

$= 3 + 19 \times 2 = 41$

নির্ণেয় ধারাটির 20 তম পদ 41.

প্রশ্ন ৫ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯

কোনো গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ এবং ৭ম পদ $\frac{4}{9\sqrt{3}}$.

ক. 125 + 25 + 5 + ,..... ধারার কোন পদ $\frac{1}{125}$ তা নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $\frac{19}{18}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, 125 + 25 + 5 ....

যার ১ম পদ, a = 125

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$

ইহা একটি গুণোত্তর ধারা,

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= \frac{1}{125}$

www.abswer.com

www.abswer.com

আমরা জানি, n তম পদ = ar^{n-1}

$\therefore\ ar^{n-1} = \frac{1}{125}$

বা, $125\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{125}$

বা, $\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{125 \times 125}$

বা, $\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{15625}$

বা, $\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{6}$

বা, $n - 1 = 6$

বা, $n = 6 + 1$

$\therefore\ n = 7$

$\therefore$ ধারাটির 7 তম পদ $\frac{1}{125}$.

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3$

এবং ৭ম পদ = $ar^{7-1} = ar^6$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ....(1)

এবং $ar^6 = \frac{4}{9\sqrt{3}}$ ....(2)

(2) নং কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{\frac{4}{9\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}$$

বা, $r^3 = \frac{4}{9\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\therefore\ r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

(1) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}$

বা, $a \times \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

বা, $a = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ = $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

" " ২য় পদ = $ar^{2-1} = ar = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

" " ৩য় পদ = $ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা : $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ...$

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r};\ r < 1$$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1-r^6)}{1-r} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^6\right\}}{1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1-\frac{8}{27}\right)}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{19}{27} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{3 \times 19}{2 \times 27(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{19}{18(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{19(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{18(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{19(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{18\{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2\}} = \frac{19(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{18(3-2)} = \frac{19}{18}(\sqrt{3}+\sqrt{2}).$$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $\frac{19}{18}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯

একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং ১ম 24 পদের সমষ্টি 876.

ক. 3 + 5 + 7 + 9 + ... ধারার কোন পদ 303? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, 3 + 5 + 7 + 9 + ...

যার প্রথম পদ, a = 3

এবং সাধারণ অন্তর, d = 5 − 3 = 2

এটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ = 303

আমরা জানি, ধারাটির n তম পদ = a + (n − 1)d

$\therefore\ a + (n-1)d = 303$

বা, $3 + (n-1)2 = 303$

বা, $3 + 2n - 2 = 303$

বা, $1 + 2n = 303$

বা, $2n = 303 - 1$

বা, $n = \frac{302}{2}$

$\therefore\ n = 151$

$\therefore$ ধারাটির 151 তম পদ 303.

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ গুণোত্তর ধারার n তম পদ = ar^{n-1}

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির ৪র্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3$

এবং দশম পদ = $ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = \frac{1}{3}$ ....(1)

এবং $ar^9 = \frac{1}{81}$ ....(2)

(2) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{ar^9}{ar^3} = \frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{3}}$

বা, $r^6 = \frac{1}{81} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6$

$\therefore\ r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

www.abswer.com

www.abswer.com

(1) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$a \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{1}{3}$

বা, $a \times \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{a}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

বা, $3a = 3\sqrt{3}$

বা, $a = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

∴ ধারাটির প্রথম পদ $= a = \sqrt{3}$

" দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = ar = \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$

" তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় ধারা : $\sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} +$ ....

গ মনে করি,

সমান্তর ধারার ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

∴ ধারাটির ১ম 12 পদের সমষ্টি, $S_{12} = \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$

$= 6(2a + 11d)$

এবং ১ম 24 পদের সমষ্টি, $S_{24} = \frac{24}{2}\{2a + (24-1)d\}$

$= 12(2a + 23d)$

প্রশ্নমতে, $6(2a + 11d) = 222$

বা, $2a + 11d = \frac{222}{6}$

∴ $2a + 11d = 37$ ....(1)

এবং $12(2a + 23d) = 876$

বা, $2a + 23d = \frac{876}{12}$

∴ $2a + 23d = 73$ ....(2)

(2) নং থেকে (1) নং বিয়োগ করে পাই,

$2a + 23d - 2a - 11d = 73 - 37$

বা, $12d = 36$

বা, $d = \frac{36}{12}$

∴ $d = 3$

(1) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,

$2a + 11 \times 3 = 37$

বা, $2a + 33 = 37$

বা, $2a = 37 - 33$

বা, $2a = 4$

বা, $a = \frac{4}{2}$

∴ $a = 2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

∴ সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ $= a + (60-1)d$

$= 2 + 59 \times 3$

$= 2 + 177 = 179$

নির্ণেয় ধারাটির 60 তম পদ 179.

প্রশ্ন ৭ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৯

১ম ধারা : $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 +$ ....

২য় ধারা : $4 + 7 + 10 +$ ....

ক. $x(x-a) = (x-a)$ সমীকরণের সমাধান সেট নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম ধারার প্রথম দশ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি 714 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ,

$x(x-a) = (x-a)$

বা, $x(x-a) - (x-a) = 0$

বা, $(x-a)(x-1) = 0$

হয় $x - a = 0$ ∴ $x = a$ | অথবা, $x - 1 = 0$ ∴ $x = 1$

∴ সমাধান $x = 1$ অথবা a এবং সমাধান সেট, $S = \{1, a\}$.

খ ১ম ধারা : $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 +$ ....

ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{1} = \sqrt{2} > 1$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r > 1$

∴ ধারাটির প্রথম দশ পদের সমষ্টি,

$S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$

$= \frac{\frac{1}{2}\{(\sqrt{2})^{10} - 1\}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(32 - 1)}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\frac{1}{2} \times 31}{\sqrt{2} - 1}$

$= \frac{31}{2(\sqrt{2} - 1)} = \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$

$= \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2\{(\sqrt{2})^2 - 1\}} = \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2(2 - 1)} = \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2}$

নির্ণেয় ধারাটির প্রথম দশ পদের সমষ্টি $\frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2}$.

গ ২য় ধারা : $4 + 7 + 10 +$ ....

ধারাটির ১ম পদ $a = 4$, সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 714$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 4 + (n-1)3\} = 714$

বা, $\frac{n}{2}(8 + 3n - 3) = 714$

বা, $n(3n + 5) = 714 \times 2$

বা, $3n^2 + 5n - 1428 = 0$

বা, $3n^2 + 68n - 63n - 1428 = 0$

বা, $n(3n + 68) - 21(3n + 68) = 0$

বা, $(n - 21)(3n + 68) = 0$

হয় $n - 21 = 0$ ∴ $n = 21$ | অথবা, $3n + 68 = 0$ ∴ $n = \frac{-68}{3}$ গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ n এর মান 21.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৮ ▶ বরিশাল বোর্ড ২০১৯

(i) $7 + p + q + s + 16807 + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা।
(ii) $7 + 12 + 17 + 22 + ...$

ক. প্রথম 50 টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. (ii) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1090 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $\frac{n(n+1)}{2}$

অর্থাৎ, $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

∴ প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_{50} = \frac{50(50+1)}{2}$
$= 25 \times 51 = 1275.$

খ. প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $7 + p + q + s + 16807 + ...$
ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$
এবং সাধারণ অনুপাত $= r$
∴ ধারাটির ৫ ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$
প্রশ্নমতে, $ar^4 = 16807$
বা, $7r^4 = 16807$
বা, $r^4 = \frac{16807}{7} = 2401 = (7)^4$
∴ $r = 7$
∴ ধারাটির ২য় পদ $= ar^{2-1}$
বা, $p = ar$
বা, $p = 7 \times 7$
∴ $p = 49$
ধারাটির ৩য় পদ $= ar^{3-1}$
বা, $q = ar^2$
বা, $q = 7 \times (7)^2$
∴ $q = 343$
ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$
বা, $s = ar^3$
বা, $s = 7 \times (7)^3$
∴ $s = 2401$
নির্ণেয় $p = 49, q = 343, s = 2401$

গ. (ii) নং ধারাটি : $7 + 12 + 17 + 22 + ...$
ধারাটির প্রথম পদ $a = 7$
সাধারণ অনুপাত $d = 12 - 7 = 5$
∴ ইহা একটি সমান্তর ধারা।
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 1090$
বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 7 + (n-1)5\} = 1090$
বা, $\frac{n}{2}(14 + 5n - 5) = 1090$
বা, $n(9 + 5n) = 1090 \times 2$
বা, $9n + 5n^2 = 2180$
বা, $5n^2 + 9n - 2180 = 0$
বা, $5n^2 + 109n - 100n - 2180 = 0$
বা, $n(5n + 109) - 20(5n + 109) = 0$
বা, $(n - 20)(5n + 109) = 0$
হয় $n - 20 = 0$ অথবা, $5n + 109 = 0$
∴ $n = 20$ বা, $5n = -109$
∴ $n = \frac{-109}{5}$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
নির্ণেয় মান $n = 20.$

প্রশ্ন ৯ ▶ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯

একটি সমান্তর ধারার 15 তম পদ 89 এবং 21 তম পদ 125 এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারা $-\frac{1}{2} + x + y + z - 2 + ...$

ক. $7 + 11 + 15 + ...$ ধারাটির 210 তম পদ নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 25 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত ধারা : $7 + 11 + 15 + ...$
ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$
এবং সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 7 = 4$
∴ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা
∴ ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$
∴ " 210 " " $= a + (210 - 1)d$
$= 7 + 209 \times 4 = 7 + 836 = 843$

খ. মনে করি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$
এবং সাধারণ অন্তর $= d$
∴ ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$
∴ " 15 তম পদ $= a + (15-1)d$
$= a + 14d$
এবং 21 তম পদ $= a + (21-1)d = a + 20d$
প্রশ্নমতে, $a + 14d = 89$ ....(1)
এবং $a + 20d = 125$ ....(2)
(2) নং থেকে (1) নং বিয়োগ করে পাই,
$a + 20d - a - 14d = 125 - 89$
বা, $6d = 36$
বা, $d = \frac{36}{6}$
∴ $d = 6$
(1) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,
$a + 14 \times 6 = 89$
বা, $a + 84 = 89$
বা, $a = 89 - 84$
∴ $a = 5$
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
∴ সমান্তর ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি
$= \frac{25}{2}\{2 \times 5 + (25-1)6\}$
$= \frac{25}{2}(10 + 24 \times 6)$
$= \frac{25}{2}(10 + 144)$
$= \frac{25}{2} \times 154 = 25 \times 77 = 1925$
নির্ণেয় ধারাটির 25টি পদের সমষ্টি 1925.

www.abswer.com

www.abswer.com

গ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $-\frac{1}{2}+x+y+z-2+\ldots\ldots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a=-\frac{1}{2}$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ ধারাটির ৫ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

প্রশ্নমতে, $ar^4 = -2$

বা, $-\frac{1}{2}\times r^4 = -2$

বা, $r^4 = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4 = (\sqrt{2})^4$

$\therefore$ $r = \sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= ar^{2-1}$

বা, $x = ar$

বা, $x = -\frac{1}{2}\times\sqrt{2}$

$\therefore x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

ধারাটির ৩য় পদ $= ar^{3-1}$

বা, $y = ar^2$

বা, $y = -\frac{1}{2}\times(\sqrt{2})^2$

বা, $y = -\frac{1}{2}\times 2$

$\therefore y = -1$

ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$

বা, $z = ar^3 = -\frac{1}{2}(\sqrt{2})^3 = -\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

$\therefore$ উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির x, y ও z এর মান যথাক্রমে $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}, y=-1, z=-\sqrt{2}$.

প্রশ্ন ১০ ▸ সকল বোর্ড ২০১৮

$3+6+9+12+\ldots\ldots$

ক. প্রথম 20টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি 630 হলে n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারার ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা তৈরি কর এবং ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$\therefore$ ১ম 20টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_{20} = \frac{20(20+1)}{2}$

$= \frac{20\times 21}{2} = \frac{420}{2} = 210$

$\therefore$ ১ম 20টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 210.

খ উদ্দীপকের ধারাটি নিম্নরূপ : $3+6+9+12+\ldots\ldots$

এখানে, ১ম পদ, $a=3$, সাধারণ অন্তর, $d=6-3=3$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = 630$

বা, $n\{2\times 3+(n-1)\times 3\} = 1260$

বা, $6n+3n^2-3n = 1260$

বা, $3n^2+3n-1260 = 0$

বা, $n^2+n-420 = 0$

বা, $n^2+21n-20n-420 = 0$

বা, $n(n+21)-20(n+21) = 0$

বা, $(n+21)(n-20) = 0$

হয়, $(n+21) = 0$ বা, $n=-21$ | অথবা, $n-20=0$ বা, $n=20$

$n=-21$ মানটি গ্রহণযোগ্য হতে পারে না।

নির্ণেয় n এর মান 20.

গ খ হতে পাই, সমান্তর ধারার ১ম পদ, $a=3$ এবং সাধারণ অন্তর, $d=3$

প্রশ্নমতে, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a=3$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r=3>1$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি $= a+ar+ar^2+ar^3+\ldots\ldots$

$= 3+3\times 3+3\times(3)^2+3\times(3)^3+\ldots$

$= 3+9+3\times 9+3\times 27+\ldots\ldots$

$= 3+9+27+81+\ldots\ldots$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n-সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ যখন, $r>1$

$\therefore$ ১ম 10টি পদের সমষ্টি,

$S_{10} = \frac{3\{(3)^{10}-1\}}{3-1} = \frac{3\times(59049-1)}{2}$

$= \frac{3\times 59048}{2} = \frac{177144}{2} = 88572$

নির্ণেয় ধারা : $3+9+27+81+\ldots$ এবং ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি 88572.

প্রশ্ন ১১ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৭

একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং ৮ম পদ $\frac{1}{27}$ এবং অপর একটি সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি 610।

ক. $5+8+11+14+\ldots$ ধারাটির কোন পদ 383? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : $5+8+11+14+\ldots$

ধারাটির ১ম পদ, $a=5$, সাধারণ অন্তর, $d=8-5=3$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n-তম পদ $= 383$

বা, $a+(n-1)d = 383$

বা, $5+(n-1).3 = 383$

বা, $5+3n-3 = 383$

বা, $2+3n = 383$

বা, $3n = 383-2 = 381$

বা, $n = \frac{381}{3} = 127$

$\therefore$ ধারাটির 127 তম পদ 383.

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $= a$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $= \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $ar^{3-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ $ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .... (1)

৮ম পদ $= \frac{1}{27}$

বা, $ar^{8-1} = \frac{1}{27}$

$\therefore$ $ar^7 = \frac{1}{27}$ .... (2)

www.abswer.com

www.abswer.com

(2) নং কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{ar^7}{ar^2}=\frac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

বা, $r^5=\frac{1}{27}\times\sqrt{3}=\frac{1}{(\sqrt{3})^6}\times\sqrt{3}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore\ r=\frac{1}{\sqrt{3}}$

(1)নং এ r এর মান বসিয়ে পাই, $a.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a.\frac{1}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

∴ গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $=\sqrt{3}$

২য় পদ $=ar^{2-1}=ar=\sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}=1$

৪র্থ পদ $=ar^{4-1}=ar^3=\sqrt{3}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3=\sqrt{3}.\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$

৫ম পদ $=ar^{5-1}=ar^4=\sqrt{3}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4=\sqrt{3}.\frac{1}{9}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$

∴ গুণোত্তর ধারা : $\sqrt{3}+1+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3\sqrt{3}}+\ldots\ldots$

গ মনে করি, সমান্তর ধারার ১ম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d

সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি = 155

বা, $\frac{10}{2}\{2a+(10-1)d\}=155$

বা, $5(2a+9d)=155$

বা, $2a+9d=\frac{155}{5}$

$\therefore\ 2a+9d=31$ .... (3)

১ম 20 পদের সমষ্টি = 610

বা, $\frac{20}{2}\{2a+(20-1)d\}=610$

বা, $10(2a+19d)=610$

বা, $2a+19d=\frac{610}{10}$

$\therefore\ 2a+19d=61$ ....(4)

(4) নং হতে (3) নং বিয়োগ করে পাই,
$2a+19d-2a-9d=61-31$

বা, $10d=30$

$\therefore\ d=3$

(3)নং এ d এর মান বসিয়ে পাই, $2a+9\times3=31$

বা, $2a+27=31$

বা, $2a=31-27=4$

বা, $a=\frac{4}{2}=2$

সমান্তর ধারার 30 তম পদ $=a+(30-1)d$
$=2+29\times3=2+87=89$

∴ সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ 89.

প্রশ্ন ১২ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭

$7+x+y+189$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির চতুর্থ পদকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর যেখানে প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r। ২

খ. x এবং y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে সমান্তর ধারাটি নির্ণয় করে এর প্রথম 16টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $7+x+y+189$

ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

ধারাটির চতুর্থ পদ = 189

বা, $ar^{4-1}=189$

বা, $ar^3=189$

নির্ণেয় সমীকরণ, $ar^3=189$

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $7+x+y+189$

ধারাটির প্রথম পদ, a = 7

ক-হতে প্রাপ্ত, $ar^3=189$

বা, $7.r^3=189$

বা, $r^3=\frac{189}{7}=27=3^3$

$\therefore\ r=3$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ = x

বা, $ar^{2-1}=x$

বা, $ar=x$

বা, $x=ar=7\times3=21$

তৃতীয় পদ = y

বা, $ar^{3-1}=y$

বা, $ar^2=y$

বা, $y=ar^2=7.3^2=7.9=63$

নির্ণেয় মান, x = 21 এবং y = 63.

গ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ = 7

ক-হতে প্রাপ্ত, গুণোত্তর ধারাটির সাধারণ অনুপাত = 3

প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে

সমান্তর ধারার প্রথম পদ, a = 7

এবং সাধারণ অন্তর, d = 3

সমান্তর ধারাটির দ্বিতীয় পদ $=a+(2-1)d$
$=7+1.3=7+3=10$

তৃতীয় পদ $=a+(3-1)d$
$=7+2.3=7+6=13$

চতুর্থ পদ $=a+(4-1)d$
$=7+3.3=7+9=16$

পঞ্চম পদ $=a+(5-1)d=7+4.3=7+12=19$

∴ সমান্তর ধারাটি, $7+10+13+16+19+\ldots\ldots$

সমান্তর ধারাটির প্রথম 16টি পদের সমষ্টি $=\frac{16}{2}\{2a+(16-1)d\}$
$=8(2.7+15.3)$
$=8(14+45)$
$=8\times59=472$

∴ সমান্তর ধারাটির প্রথম 16টি পদের সমষ্টি 472.

প্রশ্ন ১৩ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৭

একটি ধারার n তম পদ $2n-1, n\in N$.

ক. ধারাটি গঠন কর। ২

খ. ধারাটির কততম পদ 169? ৪

গ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন করে নতুন ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারার n-তম পদ $= 2n - 1, n \in N$

∴ ধারাটির প্রথম পদ $= 2.1 - 1 = 2 - 1 = 1$

দ্বিতীয় পদ $= 2.2 - 1 = 4 - 1 = 3$

তৃতীয় পদ $= 2.3 - 1 = 6 - 1 = 5$

চতুর্থ পদ $= 2.4 - 1 = 8 - 1 = 7$

....

∴ ধারাটি : $1 + 3 + 5 + 7 + ...$

খ ক-হতে প্রাপ্ত, ধারাটি $1 + 3 + 5 + 7 + ...$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

ধরি, ধারাটির m-তম পদ $= 169$

বা, $a + (m - 1)d = 169$

বা, $1 + (m - 1).2 = 169$

বা, $1 + 2m - 2 = 169$

বা, $2m - 1 = 169$

বা, $2m = 169 + 1$

বা, $m = \frac{170}{2} = 85$

∴ ধারাটির 85 তম পদ 169.

গ ক-হতে প্রাপ্ত, ধারাটির প্রথম পদ $= 1$

খ-হতে প্রাপ্ত, ধারাটির সাধারণ অন্তর $= 2$

ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাত ধরে গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 1$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 2 > 1$

গুণোত্তর ধারার দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = ar = 1.2 = 2$

তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = 1.2^2 = 1.4 = 4$

চতুর্থপদ $= ar^{4-1} = ar^{4-1} = ar^3 = 1.2^3 = 1.8 = 8$

....

∴ গুণোত্তর ধারাটি $1 + 2 + 4 + 8 + ...$

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = \frac{1.(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1.(1024 - 1)}{1} = 1023$$

∴ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 1023.

প্রশ্ন ১৪ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৬

$25 + 23 + 21 + ...$ ধারাটির ১ম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি -456.

ক. ধারাটির সপ্তম পদ কত? ২

খ. n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত ধরে ধারাটির প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 25$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 23 - 25 = -2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

∴ ধারাটির 7 তম পদ $= 25 + (7 - 1)(-2) = 25 - 12 = 13$

∴ ধারাটির সপ্তম পদ 13

খ ক-হতে প্রাপ্ত, প্রদত্ত সমান্তর ধারার প্রথম পদ $a = 25$

এবং সাধারণ অন্তর $d = -2$

এখানে, সমান্তর ধারাটির ১ম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি $= -456$

বা, $\frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = -456$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 25 + (n - 1)(-2)\} = -456$

বা, $\frac{n}{2}\{50 - 2(n - 1)\} = -456$

বা, $n(25 - n + 1) = -456$

বা, $n(26 - n) = -456$

বা, $26n - n^2 + 456 = 0$

বা, $n^2 - 26n - 456 = 0$

বা, $n^2 - 38n + 12n - 456 = 0$

বা, $n(n - 38) + 12(n - 38) = 0$

বা, $(n - 38)(n + 12) = 0$

∴ $n - 38 = 0$ অথবা, $n + 12 = 0$

বা, $n = 38$ | বা, $n = -12$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না

নির্ণেয় মান, $n = 38$.

গ ক-হতে প্রাপ্ত,প্রদত্ত সমান্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 25$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = -2$

প্রদত্ত সমান্তর ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত ধরে,

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 25$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -2 < 1$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$; যখন $r < 1$

∴ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1 - r^7)}{1 - r}$

$$= \frac{25 \times \{1 - (-2)^7\}}{1 - (-2)} = \frac{25 \times (1 + 128)}{1 + 2} = \frac{25 \times 129}{3} = 1075$$

∴ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি 1075.

প্রশ্ন ১৫ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৬

$33 + 29 + 25 + ... - 19$ একটি ধারা এবং $m = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$

ক. ধারাটির 12তম পদ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - \frac{2m}{y} + 1 = 0$. ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন কর এবং ধারাটির ১ম পাঁচ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : $33 + 29 + 25 + ... - 19$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার ১ম পদ, $a = 33$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 29 - 33 = -4$

সমান্তর ধারাটির 12তম পদ $= a + (12 - 1)d$

$= 33 + 11 \times (-4) = 33 - 44 = -11$

∴ ধারাটির 12 তম পদ -11.

খ দেওয়া আছে, $m = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y} + \sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y} - \sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{2\sqrt{1+y}}{2\sqrt{1-y}} = \frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1-y}}$

বা, $\left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1-y}}\right)^2$

www.abswer.com

www.abswer.com

বা, $\frac{m^2+2m+1}{m^2-2m+1}=\frac{1+y}{1-y}$

বা, $\frac{m^2+2m+1+m^2-2m+1}{m^2+2m+1-m^2+2m-1}=\frac{1+y+1-y}{1+y-1+y}$ [পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(m^2+1)}{4m}=\frac{2}{2y}$

বা, $\frac{m^2+1}{2m}=\frac{1}{y}$

বা, $m^2+1=\frac{2m}{y}$

$\therefore$ $m^2-\frac{2m}{y}+1=0$. (প্রমাণিত)

গ ক-হতে প্রাপ্ত, প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ, $a=33$

এবং সাধারণ অন্তর, $d=-4$

ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a=33$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r=-4<1$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারার ২য় পদ $=ar^{2-1}=ar=33\times(-4)=-132$

৩য় পদ $=ar^{3-1}=ar^2=33\times(-4)^2=33\times16=528$

৪র্থ পদ $=ar^{4-1}=ar^3=33\times(-4)^3=33\times(-64)=-2112$

....

....

নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা : $33-132+528-2112+.....$

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পাঁচ পদের সমষ্টি

$=\frac{a(1-r^5)}{1-r}$ [$\because r<1$]

$=\frac{33\times\{1-(-4)^5\}}{1-(-4)}$

$=\frac{33\times(1+1024)}{1+4}=\frac{33\times1025}{5}=6765$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির ১ম পাঁচ পদের সমষ্টি 6765.

প্রশ্ন ১৬ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৬

$\frac{1}{\sqrt{2}}-1+\sqrt{2}-........$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং ৪র্থ পদ কত? ২

খ. ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$? ৪

গ. ধারাটির 10 তম পদ এবং প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $\frac{1}{\sqrt{2}}-1+\sqrt{2}-.........$

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=-1\times\frac{\sqrt{2}}{1}=-\sqrt{2}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির ৪র্থ পদ $=ar^{4-1}$

$=ar^3=\frac{1}{\sqrt{2}}\times(-\sqrt{2})^3$

$=-\frac{1}{\sqrt{2}}\times2\sqrt{2}=-2$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত $-\sqrt{2}$ এবং ৪র্থ পদ -2.

খ ক-হতে প্রাপ্ত, প্রদত্ত গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r=-\sqrt{2}$

মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির n-তম পদ $=8\sqrt{2}$

বা, $ar^{n-1}=8\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^{n-1}=8\sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1}=16$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1}=(-\sqrt{2})^8$

বা, $n-1=8$

বা, $n=8+1=9$

$\therefore$ ধারাটির 9-তম পদ $8\sqrt{2}$.

গ ক-হতে প্রাপ্ত, প্রদত্ত গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r=-\sqrt{2}<1$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির 10 তম পদ, $S_{10}=ar^{10-1}$

$=ar^9=\frac{1}{\sqrt{2}}\times(-\sqrt{2})^9$

$=-\frac{1}{\sqrt{2}}\times16\sqrt{2}=-16$

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি

$=\frac{a(1-r^{10})}{1-r}$ [$\because r<1$]

$=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\times\{1-(-\sqrt{2})^{10}\}}{1-(-\sqrt{2})}$

$=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\times(1-32)}{1+\sqrt{2}}=\frac{\frac{-31}{\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}}=\frac{-31}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\frac{-31}{2+\sqrt{2}}$

$\therefore$ ধারাটির 10 তম পদ -16 এবং প্রথম দশটি পদের সমষ্টি $\frac{-31}{2+\sqrt{2}}$.

প্রশ্ন ১৭ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৫

একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ -27 এবং একাদশ পদ $81\sqrt{3}$.

ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির 14 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ $=a$

এবং সাধারণ অনুপাত $=r$

দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ $=-27$

বা, $ar^{8-1}=-27$

বা, $ar^7=-27$

গুণোত্তর ধারার একাদশ পদ $=81\sqrt{3}$

বা, $ar^{11-1}=81\sqrt{3}$

বা, $ar^{10}=81\sqrt{3}$

নির্ণেয় সমীকরণ : $ar^7=-27$ এবং $ar^{10}=81\sqrt{3}$.

খ ক-হতে প্রাপ্ত,

$ar^7=-27$ .... (1)

এবং $ar^{10}=81\sqrt{3}$ .... (2)

(2) নং সমীকরণকে (1) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করি,

$\frac{ar^{10}}{ar^7}=\frac{81\sqrt{3}}{-27}$

বা, $r^3=-3\sqrt{3}=(-\sqrt{3})^3$

$\therefore$ $r=-\sqrt{3}$

www.abswer.com

www.abswer.com

(1) নং সমীকরণে r এর মান বসিয়ে পাই,

$a.(-\sqrt{3})^7 = -27$

বা, $-27\sqrt{3}\,a = -27$

বা, $a = \frac{-27}{-27\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

গুণোত্তর ধারাটির 14 তম পদ $= ar^{14-1} = ar^{13}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{3})^{13}$

$= -\frac{1}{\sqrt{3}} \times 729\sqrt{3} = -729$

∴ ধারাটির 14 তম পদ -729.

গ খ- হতে প্রাপ্ত,

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{3}$

∴ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি

$= \frac{a(1-r^{10})}{1-r}$ $[\because r = -\sqrt{3} < 1]$

$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}\{1-(-\sqrt{3})^{10}\}}{1-(-\sqrt{3})} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}(1-243)}{1+\sqrt{3}} = \frac{-242}{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})} = \frac{-242}{3+\sqrt{3}}$

∴ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি $\frac{-242}{3+\sqrt{3}}$.

প্রশ্ন ১৮ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৫

$215 + 213 + 211 + ... + 175 = S_1$ এবং $24 + 96 + 384 + ...$ ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি $= S_2$।

ক. S_1 এর দশম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. S_1 এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. S_1 এবং S_2 এর অনুপাত বের কর। ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $215 + 213 + 211 + ... + 175 = S_1$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 215$, সাধারণ অন্তর, $d = 213 - 215 = -2$

∴ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

সমান্তর ধারাটির দশম পদ $= a + (10-1)d$

$= 215 + 9.(-2) = 215 - 18 = 197$

∴ S_1 এর দশম পদ 197.

খ দেওয়া আছে, $215 + 213 + 211 + ... + 175 = S_1$

ক-হতে প্রাপ্ত, S_1 একটি সমান্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 215$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = -2$

ধারাটির শেষ পদ, $P = 175$

মনে করি, ধারাটির n-তম পদ = 175

বা, $a + (n-1)d = 175$

বা, $215 + (n-1).(-2) = 175$

বা, $215 - 2n + 2 = 175$

বা, $217 - 2n = 175$

বা, $2n = 217 - 175 = 42$

বা, $n = \frac{42}{2} = 21$

∴ ধারাটির 21 পদের সমষ্টি $= \frac{21}{2}\{2a + (21-1)d\}$

$= \frac{21}{2}\{2 \times 215 + 20(-2)\}$

$= \frac{21}{2}(430 - 40) = \frac{21}{2} \times 390 = 4095$

∴ S_1 এর মান 4095.

গ দেওয়া আছে, $24 + 96 + 384 + ...$ ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি $= S_2$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 24$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{96}{24} = 4 > 1$

∴ ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি, $S_2 = \frac{a(r^5-1)}{r-1}$

$= \frac{24(4^5-1)}{4-1} = \frac{24(1024-1)}{3} = \frac{24 \times 1023}{3} = 8184$

খ-হতে প্রাপ্ত, $S_1 = 4095$

∴ S_1 এবং S_2 এর অনুপাত $= 4095 : 8184 = 1365 : 2728$.

প্রশ্ন ১৯ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৫

$6 + x + y + z + 96 + ...$একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. সমান্তর ধারা ও অনুক্রম এর মধ্যে দুইটি পার্থক্য লিখ। ২

খ. x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের ধারাটি লেখ। ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 3066 হলে, n-এর মান কত? ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমান্তর ধারা ও অনুক্রম-এর মধ্যে দুইটি পার্থক্য :

১. কোনো সমান্তর ধারার পদগুলো '+' চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে ধারা পাওয়া যায়।
কতকগুলো রাশি একটি বিশেষ নিয়মে যদি ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কিভাবে সম্পর্কিত জানা যায়। তবে এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেট হচ্ছে অনুক্রম।

২. সমান্তর ধারার পদসংখ্যা নির্দিষ্ট বা অসীম হতে পারে। যেকোনো অনুক্রমের পদসংখ্যা অসীম।

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $6 + x + y + z + 96 + ...$

ধারাটির প্রথম পদ $a = 6$, সাধারণ অনুপাত $= r$

∴ ধারাটির ২য় পদ, $ar = x$ $[\because$ গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}]$

৩য় পদ, $ar^2 = y$, ৪র্থ পদ, $ar^3 = z$, ৫ম পদ, $ar^4 = 96$

এখন, $ar^4 = 96$

বা, $6r^4 = 96$

বা, $r^4 = \frac{96}{6} = 16 = 2^4$

বা, $r = 2$

∴ ধারাটির ২য় পদ, $x = ar = 6 \times 2 = 12$

৩য় পদ, $y = ar^2 = 6 \times 2^2 = 6 \times 4 = 24$

৪র্থ পদ, $z = ar^3 = 6 \times 2^3 = 6 \times 8 = 48$

নির্ণেয় মান $x = 12$, $y = 24$ এবং $z = 48$.

গ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $6 + x + y + z + 96 + ...$

খ-হতে প্রাপ্ত, $x = 12$, $y = 24$ এবং $z = 48$

নির্ণেয় ধারা $6 + 12 + 24 + 48 + 96 + ...$

ধারাটির প্রথম পদ $a = 6$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{12}{6} = 2 > 1$

ধারাটির প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি = 3066

বা, $\frac{a(r^n-1)}{r-1} = 3066$

বা, $\frac{6(2^n-1)}{2-1} = 3066$

বা, $6(2^n-1) = 3066$

বা, $2^n - 1 = \frac{3066}{6} = 511$

বা, $2^n = 511 + 1 = 512 = 2^9$

∴ $n = 9$

নির্ণেয় মান 9.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২০ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৫

একটি ধারার সাধারণ পদ $2n + 1$, $(n \in N)$.

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির কততম পদ 169? ৪

গ. ধারাটির প্রথম সংখ্যাকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে নতুন ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারার সাধারণ পদ $2n + 1$ যেখানে $n \in N$.

$n = 1, 2, 3, 4, ...$ বসিয়ে পাই,

ধারাটির প্রথম পদ $= 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$

দ্বিতীয় পদ $= 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$

তৃতীয় পদ $= 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$

চতুর্থ পদ $= 2 \times 4 + 1 = 8 + 1 = 9$

....

....

নির্ণেয় ধারা, $3 + 5 + 7 + 9 + ...$

খ ক-হতে প্রাপ্ত ধারা : $3 + 5 + 7 + 9 + ...$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অন্তর, $d = 5 - 3 = 2$

∴ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা

ধরি, ধারাটির m-তম পদ = 169

বা, $a + (m - 1)d = 169$

বা, $3 + (m - 1) \times 2 = 169$

বা, $3 + 2m - 2 = 169$

বা, $2m + 1 = 169$

বা, $2m = 169 - 1$

বা, $2m = 168$

বা, $m = \frac{168}{2}$

বা, $m = 84$

∴ ধারাটির 84 তম পদ 169.

গ খ-হতে প্রাপ্ত,

ধারাটির প্রথম সংখ্যা 3 এবং সাধারণ অন্তর 2

ধারাটির প্রথম সংখ্যাকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে,

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $a = 3$

সাধারণ অনুপাত $r = 2 > 1$

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$

$= \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{3(1024 - 1)}{1} = 3 \times 1023 = 3069$

∴ নতুন ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 3069.

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ২১ ▸ আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা

i. $5 + p + q + s + 3125$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত।

ii. $3bm^2 - 4am + 3b = 0$.

ক. $7 + 10 + 13 + ...$ ধারাটির কোন পদ 298? ২

খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}} = m$. ৪

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার ১ম পদ, $a = 7$

সাধারণ অন্তর, $d = 10 - 7 = 3$

মনেকরি, ধারাটির n তম পদ 298

n-তম পদ $= a + (n - 1)d$

বা, $298 = 7 + (n - 1) 3$

বা, $298 = 7 + 3n - 3$

বা, $3n + 4 = 298$

বা, $3n = 298 - 4 = 294$

∴ $n = \frac{294}{3} = 98$

∴ ধারাটির 98 তম পদ 298.

খ এখানে, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$

মনেকরি, সাধারণ অনুপাত r

∴ ৫ম পদ $= ar^4$

বা, $3125 = 5r^4$

বা, $r^4 = 625 = 5^4$

∴ $r = 5$

∴ ২য় পদ, $p = ar = 5 \times 5 = 25$

৩য় পদ, $q = ar^2 = 5 \times 5^2 = 125$

৪র্থ পদ, $s = ar^3 = 5 \times 5^3 = 5 \times 125 = 625$

নির্ণেয় মান : $p = 25$, $q = 125$ এবং $s = 625$.

গ (ii) নং উদ্দীপক হতে পাই,

$3bm^2 - 4am + 3b = 0$

বা, $3bm^2 + 3b = 4am$

বা, $3b(m^2 + 1) = 2a.\ 2m$

বা, $\frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{m^2 + 1 + 2m}{m^2 + 1 - 2m} = \frac{2a + 3b}{2a - 3b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\left(\frac{m + 1}{m - 1}\right)^2 = \frac{2a + 3b}{2a - 3b}$

বা, $\frac{m + 1}{m - 1} = \frac{\sqrt{2a + 3b}}{\sqrt{2a - 3b}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{m + 1 + m - 1}{m + 1 - m + 1} = \frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}}$

[পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}}$

∴ $\frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}} = m$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২২ ▸ ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$.

ক. উপরের তথ্যগুলো সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$. ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r

∴ পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$, দশম পদ $= ar^{10-1} = ar^9$

শর্তমতে, $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ .... (1)

এবং $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ .... (2)

খ 'ক' হতে পাই, $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ .... (1)

এবং $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ .... (2)

(2) নং কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \cdot \sqrt{3}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore r = \sqrt{\frac{2}{3}}$

r-এর মান (1) এ বসিয়ে পাই, $a \times \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $a \times \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ $\therefore a = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ ধারাটির প্রথম পদ $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (দেখানো হলো)

গ 'খ' হতে পাই, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \sqrt{\frac{2}{3}}$

দ্বিতীয় পদ $= ar = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

তৃতীয় পদ $= ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

চতুর্থ পদ $= ar^3 = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

....

....

∴ গুণোত্তর ধারা $= a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots\ldots$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \ldots\ldots$

আবার, ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি

$= \frac{a(1-r^5)}{1-r}$ $[\because r = \sqrt{\frac{2}{3}} < 1]$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{1-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^5\right\}}{1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1-\frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}\right)}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}(9\sqrt{3}-4\sqrt{2})\sqrt{3}}{2 \cdot 9\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$= \frac{9\sqrt{3}-4\sqrt{2}}{6\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(9\sqrt{3}-4\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{6\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$= \frac{9 \times 3 + 9\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 4 \times 2}{6\sqrt{3}(3-2)} = \frac{19+5\sqrt{6}}{6\sqrt{3}}$

নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা : $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \ldots$

এবং প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি $\frac{19+5\sqrt{6}}{6\sqrt{3}}$.

প্রশ্ন ২৩ ▸ রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

দৃশ্যকল্প-১ : $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$, $2a > b > 0$. $x \neq 0$

দৃশ্যকল্প-২ : একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং ৮ম পদ $\frac{1}{27}$.

ক. 3 + 6 + 9 + 12 + ...ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে x এর সকল সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : 3 + 6 + 9 + 12 + ...

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার ১ম পদ, a = 3

এবং সাধারণ অন্তর, d = 6 − 3 = 3

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

∴ ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি, $S_{20} = \frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$

$= \frac{20}{2}\{2 \times 3 + 19 \times 3\} = 10(6+57) = 10 \times 63 = 630$

নির্ণেয় ধারাটির প্রথম 20 পদের সমষ্টি 630.

খ দেওয়া আছে, $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$

বা, $\frac{(a+x-\sqrt{a^2-x^2})+(a+x+\sqrt{a^2-x^2})}{(a+x-\sqrt{a^2-x^2})-(a+x+\sqrt{a^2-x^2})} = \frac{b+x}{b-x}$ [যোজন বিয়োজন করে]

বা, $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}+a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2}-a-x-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{2a+2x}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{2(a+x)}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{(a+x)^2}{(-\sqrt{a^2-x^2})^2} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(a+x)(a+x)}{a^2-x^2} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$

বা, $\frac{(a+x)(a+x)}{(a+x)(a-x)} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$

বা, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$

বা, $\frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{(b+x)^2+(b-x)^2}{(b+x)^2-(b-x)^2}$ [আবার যোজন বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a}{2x} = \frac{2(b^2+x^2)}{4bx}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{2(b^2+x^2)}{2.2bx}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{b^2+x^2}{2bx}$

বা, $\frac{a}{1} = \frac{b^2+x^2}{2b}$

বা, $b^2 + x^2 = 2ab$

বা, $x^2 = 2ab - b^2$

∴ $x = \pm\sqrt{2ab-b^2}$

নির্ণেয় মান $\pm\sqrt{2ab-b^2}$

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২৪ ▸ চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম

স্মৃতি দাশ 2015 সালে জানুয়ারি মাসে 16000 টাকা বেতনে চাকুরীতে যোগদান করলেন। তার বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ প্রতি বছর 5%। প্রতি বছর তার বেতন থেকে 25% ভবিষ্যৎ তহবিল হিসেবে কর্তন করা হয়। তিনি বেতন থকে বার্ষিক 4% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে বছর শেষে একটি ব্যাংকে 15000 টাকা জমা রাখেন। তিনি 2045 সালের 31 ডিসেম্বর চাকুরী থেকে অবসরে যাবেন।

ক. স্মৃতি দাশের মূল বেতন কোন ধারাকে সমর্থন করে? ধারাটি লিখ। ২

খ. ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত তিনি বেতন হিসাবে চাকুরী জীবনে মোট কত টাকা পাবেন। ৪

গ. 2045 সালের 31 ডিসেম্বর ঐ ব্যাংকে মুনাফার সাথে তার মোট কত টাকা জমা হবে? ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এক্ষেত্রে, চক্রবৃদ্ধি মুনাফার সূত্র প্রযোজ্য।

আমরা জানি,

সবৃদ্ধি মূল, $C = P(1 + r)^n$

এখানে, মূলধন, $P = 16000$ টাকা

মুনাফার হার, $r = 5\% = \frac{5}{100} = 0.05$

$x = 1$ হলে,

1 বছর পরে বেতন, $C_1 = 16000(1 + 0.05)^1$
$= 16000 \times 1.05 = 16800$ টাকা

$x = 2$ হলে,

2 বছর পরে বেতন, $C_2 = 16000(1 + 0.05)^2$
$= 16000 \times (1.05)^2 = 17640$ টাকা

$\therefore$ বেতনের ধারাটি : $16000 + 16800 + 17640 + \ldots\ldots\ldots$

এখানে, $\frac{\text{২য় পদ}}{\text{১ম পদ}} = \frac{16800}{16000} = 1.05$

এবং $\frac{\text{৩য় পদ}}{\text{২য় পদ}} = \frac{17640}{16800} = 1.05$

$\therefore$ সাধারণ অনুপাত, $r = 1.05$

যেহেতু ধারাটির প্রতিক্ষেত্রে সাধারণ অনুপাত সমান সেহেতু মূল বেতনের ধারাটি গুণোত্তর ধারাকে সমর্থন করে।

খ 'ক' হতে পাই,

মূল বেতনের ধারা : $16000 + 16800 + 17640 + \ldots$

এখানে, ১ম পদ, $a = 16000$

সাধারণ অনুপাত, $r = 1.05$, যেখানে $r > 1$

পদসংখ্যা, $n = (2045 - 2015) + 1 = 30 + 1 = 31$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$\therefore$ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার প্রথম 31 পদের সমষ্টি

$$S = \frac{16000\{(1.05)^{31} - 1}{1.05 - 1}$$
$$= \frac{16000(4.538 - 1)}{0.05}$$
$$= \frac{16000 \times 3.538}{0.05}$$
$$= 1132160 \text{ টাকা}$$

আবার, ভবিষ্যৎ তহবিলের ধারা :

16000 এর 25% + 16800 এর 25% + 17640 এর 25% + ...
$= 4000 + 4200 + 4410 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

এখানে, ১ম পদ, $a = 4000$,

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4200}{4000} = \frac{4410}{4200} = 1.05$ [যেখানে $r > 1$]

এক্ষেত্রে, গুণোত্তর ধারাটির ১ম 31 পদের সমষ্টি

$$S = \frac{4000\{(1.05)^{31} - 1\}}{1.05 - 1}$$
$$= \frac{4000 \times 3.538}{0.05}$$
$$= 283040 \text{ টাকা}$$

$\therefore$ ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত মোট বেতন $= (1132160 - 283040)$ টাকা
$= 849120$ টাকা

সুতরাং ভবিষ্যত তহবিল ব্যতিত তিনি 849120 টাকা পাবেন।

গ আমরা জানি,

চক্রবৃদ্ধির সবৃদ্ধি মূল, $C = P(1 + r)^n \ldots\ldots$ (i)

এখানে,

আসল, $P = 15000 \times 31 = 465,000$ টাকা

মুনাফার হার $r = 4\% = \frac{4}{100} = 0.04$

সময়, $n = 31$ বছর

(i) হতে পাই, $C = 465,000 \times (1 + 0.04)^{31}$
$= 465000\ (1.04)^{31}$
$= 1,568507.04$ টাকা

$\therefore$ তার মোট জমা হবে 1,568507.04 টাকা।

প্রশ্ন ২৫ ▸ রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর

$6 + x + y + z + 96 + \ldots\ldots\ldots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. একটি সমান্তর ধারার সাধারণ পদ $2n - 1$ $(n \in N)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের ধারাটি লেখ। ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 6138 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল প্রশ্ন ১৩(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১৯(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত ধারাটি, $6 + 12 + 24 + 48 + 96 + \ldots\ldots\ldots$

এখানে, ১ম পদ $a = 6$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{12}{6} = 2 > 1$

$\therefore$ প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

বা, $6138 = \frac{6(2^n - 1)}{2 - 1}$

বা, $1023 = 2^n - 1$

বা, $2^n - 1 = 1023$

বা, $2^n = 1024$

বা, $2^n = 2^{10}$

$\therefore$ $n = 10$

নির্ণেয় মান, $n = 10$.

www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান | শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ৫ : ধারার বিভিন্ন সূত্র প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারব।

প্রশ্ন ২৬ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৫-এর আলোকে প্রণীত

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+ \ldots\ldots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? ২

খ. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতের বিপরীত সংখ্যাকে সাধারণ অন্তর ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং ধারাটির ১ম 30টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৩.২ এর উদাহরণ ১১ নং এর আলোকে]

২৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা, $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots\ldots$

এখানে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{\frac{1}{2}}{1}=\frac{1}{2}$

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা, $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots\ldots$

ধরি, ধারাটির ১ম পদ, $a=1$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{1}{2}<1$

∴ ধারাটির ১ম আটটি পদের সমষ্টি

$$=\frac{a(1-r^8)}{1-r}$$

$$=\frac{1\times\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{\left(1-\frac{1}{256}\right)}{\frac{1}{2}}=2\left(\frac{256-1}{256}\right)=2\times\frac{255}{256}=\frac{255}{128}=1\frac{127}{128}$$

∴ ধারাটির ১ম আটটি পদের সমষ্টি $1\frac{127}{128}$.

গ ধারাটির ১ম পদ $a=1$ এবং সাধারণ অনুপাত $=\frac{1}{2}$.

∴ সাধারণ অনুপাতের বিপরীত সংখ্যাটি $=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$

∴ নতুন ধারার সাধারণ অনুপাত, $d=2$

নতুন ধারাটি একটি সমান্তর ধারা

∴ ধারাটির n তম পদ $=a+(n-1)d$

∴ $n=1$ হলে ১ম পদ $=1+(1-1)2=1$

$n=2$ হলে ২য় পদ $=1+(2-1)2=3$

$n=3$ হলে ৩য় পদ $=1+(3-1)2=5$

....

নির্ণেয় ধারা, $1+3+5+\ldots\ldots\ldots\ldots$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n=\{2a+(n-1)d\}$

∴ ধারাটির ১ম 30টি পদের সমষ্টি, $S_{30}=\frac{30}{2}\{2\times1+(30-1).2\}$

$=15(2+58)$

$=15\times60=900.$

শিখনফল ৬ : গুণোত্তর ধারার নির্দিষ্টতম পদ ও নির্দিষ্ট সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র গঠন করতে পারব এবং সূত্র প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান।

প্রশ্ন ২৭ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৬-এর আলোকে প্রণীত

দুইটি গুণোত্ত ধারা যথাক্রমে $128+64+32+\ldots\ldots\ldots$

এবং $5+x+y+135$।

ক. ১ম ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$? ২

খ. ২য় ধারাটির x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় ধারাটি তৈরি কর এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৩.২ এর ৭ ও ১০ নং এর আলোকে]

২৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ১ম ধারা, $128+64+32+\ldots\ldots$

ধরি, ধারাটির ১ম পদ, $a=128$, সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{64}{128}=\frac{1}{2}$

∴ ধারাটির n তম পদ $=ar^{n-1}$

ধরি, ধারাটির n তম পদ $=\frac{1}{2}$

∴ $ar^{n-1}=\frac{1}{2}$

বা, $128\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{1}{2}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{1}{2\times128}=\frac{1}{256}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^8$

বা, $n-1=8$

বা, $n=8+1=9$

অতএব, ধারাটির 9 তম পদ $\frac{1}{2}$

খ ২য় ধারাটি, $5+x+y+135$

ধরি, ধারাটির ১ম পদ, $a=5$, সাধারণ অনুপাত $=r$

∴ ধারাটির ৪র্থ পদ $=ar^{4-1}=ar^3$

প্রশ্নমতে, $ar^3=135$

বা, $5r^3=135$

বা, $r^3=\frac{135}{5}=27=3^3$

∴ $r=3$

∴ ধারাটির ২য় পদ, $x=ar=5\times3=15$

ধারাটির ৩য় পদ, $y=ar^2=5\times3^2=45$

নির্ণেয় মান $x=15$ এবং $y=45$।

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত, $x=15$ এবং $y=45$

∴ ধারাটি হলো $5+15+45+135+\ldots\ldots\ldots$

এখানে, ধারাটির ১ম পদ, $a=5$, সাধারণ অনুপাত, $r=3>1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1},\ \text{যখন } r>1$$

∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10}=\frac{5(3^{10}-1)}{3-1}$

$=\frac{5\times59048}{2}=147620$

www.abswer.com

www.abswer.com

সমন্বিত অধ্যায় ও অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ২৮ ▶ অনুশীলনী ১৩.১ ও ১৩.২ এর সমন্বয়ে প্রণীত

$4 + x + y + z + 324 + \ldots\ldots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে গঠিত সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের যোগফল 650 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা,

$4 + x + y + z + 324 + \ldots\ldots$

ধরি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 4$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে,

পঞ্চম পদ, $ar^{5-1} = 324$

বা, $ar^4 = 324$

বা, $4r^4 = 324$ [$\because a = 4$]

বা, $r^4 = \frac{324}{4} = 81 = 3^4$

$\therefore$ $r = 3$

নির্ণেয় সাধারণ অনুপাত 3

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত,

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 4$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 3$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $ar^{2-1} = x$

বা, $ar = x$

বা, $4 \times 3 = x$

বা, $12 = x$

$\therefore$ $x = 12$

তৃতীয় পদ, $ar^{3-1} = y$

বা, $ar^2 = y$

বা, $4 \times 3^2 = y$

বা, $4 \times 9 = y$

বা, $36 = y$

$\therefore$ $y = 36$

আবার, চতুর্থ পদ,

$ar^{4-1} = z$

বা, $ar^3 = z$

বা, $4 \times 3^3 = z$

বা, $4 \times 27 = z$

বা, $108 = z$

$\therefore$ $z = 108$

নির্ণেয় মান : $x = 12, y = 36$ এবং $z = 108$.

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত,

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 4$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 3$

ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে গঠিত সমান্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 4$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 3$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

শর্তমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 650$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 4 + (n-1).3\} = 650$

বা, $n(8 + 3n - 3) = 1300$

বা, $n(3n + 5) = 1300$

বা, $3n^2 + 5n = 1300$

বা, $3n^2 + 5n - 1300 = 0$

বা, $3n^2 - 60n + 65n - 1300 = 0$

বা, $3n(n-20) + 65(n-20) = 0$

বা, $(n-20)(3n+65) = 0$

হয়, $n - 20 = 0$

বা, $n = 20$

অথবা, $3n + 65 = 0$

বা, $3n = -65$

বা, $x = -\frac{65}{3}$ যা গ্রহণযোগ্য নয়

নির্ণেয় মান : $n = 20$.

প্রশ্ন ২৯ ▶ পাঠ্যবইয়ের ২৫৯ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রণীত

একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 3 এবং সাধারণ অনুপাত -1.

ক. গুণোত্তর ধারার n-তম পদের সূত্র লেখ। ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির 50 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে, গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$.

খ এখানে, প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অনুপাত, $r = -1$

অতএব, দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1}$

$= ar = 3.(-1) = -3$

তৃতীয় পদ $= ar^{3-1}$

$= ar^2 = 3.(-1)^2 = 3$

চতুর্থ পদ $= ar^{4-1}$

$= ar^3$

$= 3.(-1)^3 = -3$

....

....

নির্ণেয় ধারাটি $3 - 3 + 3 - 3 + \ldots\ldots$

গ খ-হতে প্রাপ্ত গুণোত্তর ধারা $3 - 3 + 3 - 3 + \ldots\ldots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অনুপাত, $r = -1 < 1$

পদসংখ্যা, $n = 50$

$\therefore$ প্রথম 50 পদের সমষ্টি, $S_{50} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$= \frac{3\{1-(-1)^{50}}{1-(-1)}$

$= \frac{3(1-1)}{1+1}$

$= \frac{3 \times 0}{2}$

$= \frac{0}{2} = 0$

$\therefore$ ধারাটির 50 পদের সমষ্টি 0.

www.abswer.com

www.abswer.com

PART 04

যাচাই ও মূল্যায়ন
Assessment & Evaluation

অধ্যায়ভিত্তিক প্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য মডেল টেস্ট আকারে বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নপত্র ও উত্তরমালা

পরীক্ষাপ্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য বহুনির্বাচনি প্রশ্নব্যাংক ও উত্তরমালা (মডেল টেস্ট আকারে প্রদত্ত)

বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট

সময় : ৩০ মিনিট · পূর্ণমান : ৩০

[বহুনির্বাচনি প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক /সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১। প্রশ্নপত্রে কোন প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।]

১. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5, সাধারণ অন্তর 4 হলে, ধারাটির 21 তম পদ কোনটি?
ⓚ 70 ⓛ 80 ⓜ 85 ⓝ 90

২. $1+3+5+7+ \ldots + 19$ ধারাটির যোগফল 100 হলে, পদসংখ্যা কত?
ⓚ 11 ⓛ 9 ⓜ 13 ⓝ 10

৩. $\log 9 + \log 27 + \log 81 + \ldots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর নিচের কোনটি?
ⓚ $\log 9$ ⓛ $\log 3$
ⓜ $-\log 3$ ⓝ $-2 \log 3$

৪. $5+7+9+11+ \ldots$ ধারাটির 12তম পদ কত?
ⓚ 27 ⓛ 29 ⓜ 192 ⓝ 194

৫. ১ম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার সমষ্টি কত?
ⓚ 2n ⓛ n^2 ⓜ n^3 ⓝ $\frac{n^2}{2}$

৬. $3+6+9+ \ldots$ ধারাটির কততম পদ 99?
ⓚ 30 ⓛ 33 ⓜ 34 ⓝ 35

৭. $12+24+48+ \ldots \ldots 768$ ধারাটিতে কতটি পদ আছে?
ⓚ 5 ⓛ 7 ⓜ 13 ⓝ 37

৮. $8+11+14+ \ldots$ ধারার ৭ম পদ কত?
ⓚ 20 ⓛ 23 ⓜ 26 ⓝ 29

৯. একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{1}{2^{n-1}}$ হলে, এর প্রথম পদ কত?
ⓚ $\frac{1}{8}$ ⓛ $\frac{1}{4}$ ⓜ $\frac{1}{2}$ ⓝ 1

১০. একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ 20 হলে এর 31টি পদের সমষ্টি কত?
ⓚ 1771 ⓛ 620 ⓜ −620 ⓝ −1771

১১. সমান্তর ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে, সপ্তম পদ কত?
ⓚ 18 ⓛ 20 ⓜ 22 ⓝ 24

১২. 2, 4, 6..... অনুক্রমটির n তম পদ কত?
ⓚ $2n-1$ ⓛ $2n^2$ ⓜ n^2 ⓝ $2n$

১৩. একটি সমান্তর ধারার ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তর যথাক্রমে 9 এবং −2।
i. ৫ম পদ = 1
ii. n-তম পদ $= 11-2n$
iii. ধারাটি হলো $9+7+5+ \ldots$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \ldots$

১৪. ধারাটির সাধারণ অন্তর নিচের কোনটি?
ⓚ 2 ⓛ 4 ⓜ $\log 2$ ⓝ $2 \log 2$

১৫. ধারাটির সপ্তম পদ কোনটি?
ⓚ $\log 32$ ⓛ $\log 64$
ⓜ $\log 128$ ⓝ $\log 25$

১৬. $3+6+12+24+ \ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ⓚ −1 ⓛ −2 ⓜ 1 ⓝ 2

১৭. $8+4\sqrt{2}+4+2\sqrt{2}+ \ldots$ ধারাটির কোন পদ $\sqrt{2}$?
ⓚ 5 ⓛ 6 ⓜ 4 ⓝ 7

১৮. $-a+a-a+a- \ldots$ ধারাটির 12 তম পদ নিচের কোনটি?
ⓚ 0 ⓛ a
ⓜ −a ⓝ 2a

১৯. $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \ldots$ ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত?
ⓚ $55 \log 2$ ⓛ $21 \log 2$
ⓜ $42 \log 2$ ⓝ $36 \log 2$

২০. $3+m+n+81+ \ldots$ গুণোত্তর ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ⓚ 3 ⓛ 4 ⓜ 9 ⓝ 27

২১. $\frac{1}{\sqrt{2}}-1+\sqrt{2}- \ldots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?
ⓚ 7 তম ⓛ 8 তম
ⓜ 9 তম ⓝ 10 তম

২২. $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \ldots$ ধারাটির ৮ম পদ কত?
ⓚ $\log 32$ ⓛ $\log 64$
ⓜ $\log 256$ ⓝ $\log 128$

২৩. $4-4+4-4+4-4+ \ldots$ ধারার ক্ষেত্রে $(2n+2)$ পদের সমষ্টি কত?
ⓚ 4 ⓛ −4 ⓜ 0 ⓝ 8

২৪. $a+2ar+4ar^2+ \ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ⓚ r ⓛ 2r ⓜ 2ar ⓝ $2r^2$

২৫. একটি ধারার ১ম পদ $\sqrt{3}$ এবং সাধারণ অনুপাত −1 হলে 2n সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?
ⓚ $\sqrt{3}$ ⓛ 1 ⓜ 0 ⓝ $-\sqrt{3}$

২৬. $12+24+48+ \ldots +768$ এর 768 কত তম পদ?
ⓚ 6 ⓛ 7 ⓜ 8 ⓝ 9

২৭. $6+m+n+162$ একটি গুণোত্তর ধারা। ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ⓚ 3 ⓛ 6 ⓜ 12 ⓝ 27

২৮. $2-2+2-2+2 \ldots$
i. এটি একটি গুণোত্তর ধারা
ii. ধারাটির সাধারণ অনুপাত 1
iii. এর $(2n+1)$ পদের সমষ্টি 2
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$3+x+y+81+ \ldots$

২৯. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ⓚ 27 ⓛ 9 ⓜ 4 ⓝ 3

৩০. ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 363 হলে, n এর মান কত?
ⓚ 2 ⓛ 3
ⓜ 4 ⓝ 5

উত্তরমালা ▶ বহুনির্বাচনি

১	গ	২	ঘ	৩	খ	৪	ক	৫	খ	৬	খ	৭	খ	৮	গ	৯	ঘ	১০	গ	১১	খ	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	গ
১৬	ঘ	১৭	খ	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	ক	২১	গ	২২	গ	২৩	গ	২৪	খ	২৫	গ	২৬	খ	২৭	ক	২৮	খ	২৯	ঘ	৩০	ঘ

www.abswer.com