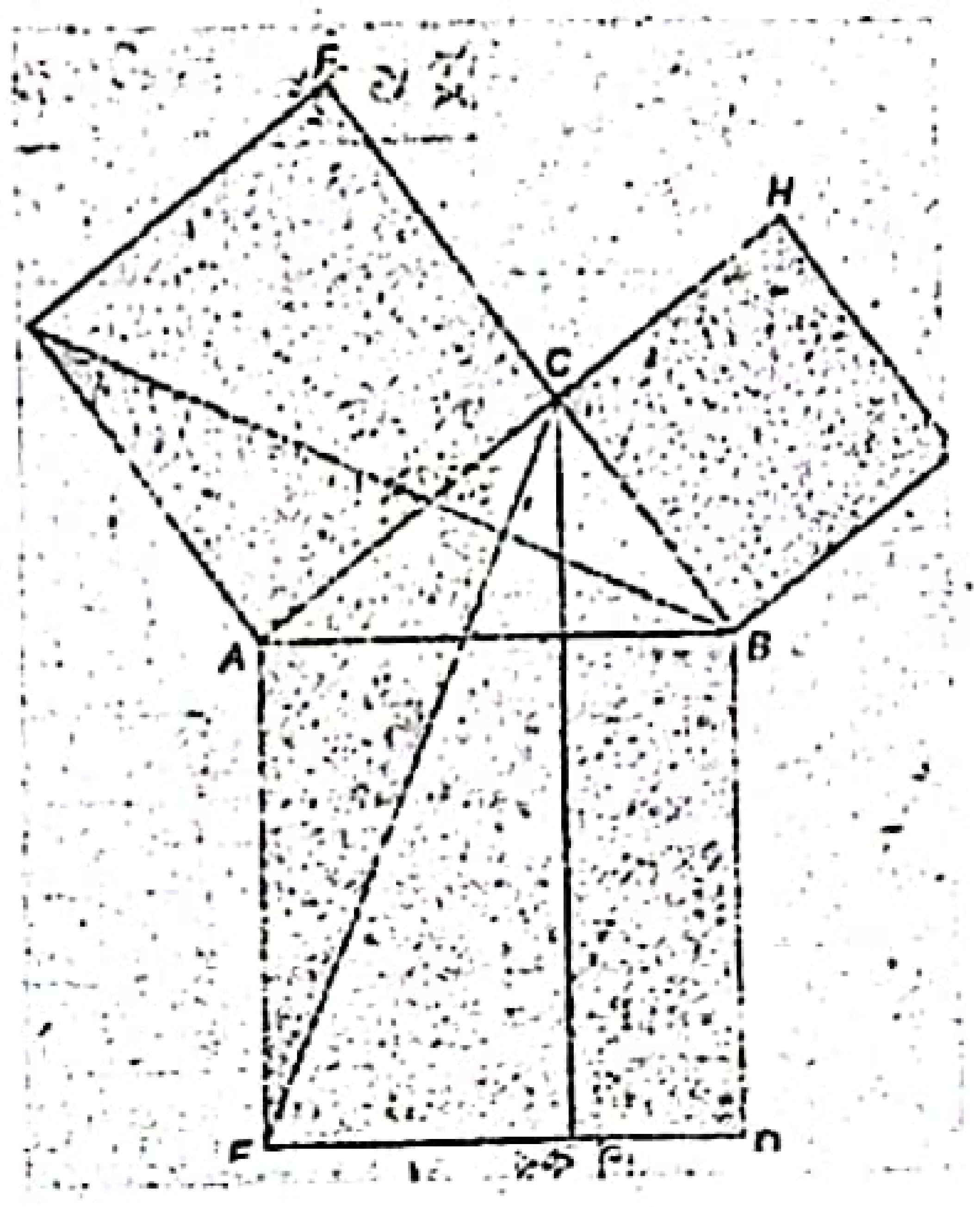
www.abswer.com

অধ্যায় ১৫

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

Area Related Theorems and Constructions



এ অধ্যায়ে অনন্য সংযোজন

- শিখনফল ও বোর্ড প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ
- পাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ প্রশ্ন ও সমাধান
- বোর্ড ও স্কুল প্রশ্ন ও সমাধান
- সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান
- যাচাই ও মূল্যায়ন

অধ্যায়ের সিলেবাস

• সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল • বহুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা • ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ • প্রদত্ত উপাত্ত ব্যবহার করে বহুভুজক্ষেত্র অঙ্কন ও অঙ্কনের যথার্থতা যাচাই • ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান চতুর্ভুজক্ষেত্র অঙ্কন • চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ত্রিভুজক্ষেত্র অঙ্কন।

প্রাথমিক আলোচনা Primary Discussion

সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের আকৃতি বিভিন্ন রকম হতে পারে। সমতল ক্ষেত্র যদি চারটি বাহুদ্বারা সীমাবদ্ধ হয়, তবে তাকে আমরা চতুর্ভুজ বলে থাকি। এই চতুর্ভুজের আবার শ্রেণিবিভাগ আছে এবং আকৃতি ও বৈশিষ্ট্যের উপর ভিত্তি করে তাদের নামকরণও করা হয়েছে। এই সকল সমতল ক্ষেত্রের বাইরে অনেক ক্ষেত্র আছে যাদের বাহু চারের অধিক। আলোচিত এ সকল ক্ষেত্রই বহুভুজক্ষেত্র। প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতলক্ষেত্রের নির্দিষ্ট পরিমাপ আছে যাকে ক্ষেত্রফল বলে অভিহিত করা হয়। এই সকল ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ব্যবহার করা হয় এবং তাদের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে লেখা হয়। উপপাদ্য ও সম্পাদ্যের সাহায্যেও কোনো ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করা যেতে পারে।

ওয়েব লিংকড তথ্য সংযোগ

শিখনফলের ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে—

math.about.com › ... › Geometry › Pythagorean
en.wikipedia.org/wiki/Pappus's_centroid_theorem
www.mathwarehouse.com/geometry/circle/
www.math.utah.edu/lectures/math1210/29PostNotes.pdf

পরিচিতি ও অবদান — অধ্যায়ের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট শীর্ষস্থানীয় গণিতবিদ

জোহানেস কেপলার (Johannes Kepler)

জোহানেস কেপলার (১৫৭১–১৬৩০) একাধারে জার্মান গণিতবিদ, জ্যোতির্বিজ্ঞানী ও জ্যোতিষী ছিলেন। কেপলারের গ্রহীয় গতিসূত্রের কারণে তিনি বিখ্যাত হয়ে আছেন। কেপলার মহাবিশ্ব নিয়ে গবেষণার সময় ক্ষেত্রফলের ধারণা দেন। তিনি অন্তঃবৃত্ত ও পরিবৃত্তের বিশ্লেষণীয় ধারণা প্রদান করেন। এছাড়া কোপার্নিকাসকে পৌরকেন্দ্রিক তত্ত্বের ধারণা উপস্থাপন করেছিলেন। কেপলার সেই ধারণার তিনটি গাণিতিক ব্যাখ্যা দেন তিনটি গাণিতিক সূত্রের সাহায্যে। তিনি প্রচলিত বৃত্তাকার কক্ষপথের পরিবর্তে উপবৃত্তাকার কক্ষপথ কল্পনা করে সাফল্য অর্জন করেন।

পিথাগোরাস (Pythagoras)

পিথাগোরাস (খ্রিস্টপূর্ব ৫৮২–৫০১) ছিলেন একজন গ্রিক দার্শনিক এবং গণিতবিদ। পিথাগোরাস সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর সম্পর্কের সূত্রের জন্য সারাবিশ্বে পরিচিত (যাকে বলা হয় পিথাগোরাসের সূত্র)। তিনি এমন একটি স্কুল প্রতিষ্ঠা করেন যেখানে গণিত, সঙ্গীত, বিজ্ঞান, দর্শন ও ধর্ম শিক্ষার ব্যবস্থা করা হয়। সংখ্যাতত্ত্ব এবং ত্রিমাত্রিক ও ক্ষেত্রফল সম্পর্কীয় জ্যামিতি শাস্ত্রে পিথাগোরাস অনেক বেশি অবদান রাখেন। পিথাগোরাস বিশ্বাস করতেন যে, "সকল বস্তুই সংখ্যা, গণিত হলো সবকিছুর ভিত্তি এবং জ্যামিতি গণিত চর্চার সর্বোৎকৃষ্ট পন্থা।"

www.abswer.com

www.abswer.com

PART 02

অনুশীলন Practice

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য ১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

১. শিখন অর্জন যাচাই

- ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের কৌশল শিখতে পারব।
- প্রদত্ত উপাত্তের সাহায্যে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারব।

▶ শিখন সহায়ক উপকরণ

- ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ আকৃতির বিভিন্ন বস্তুর ছবি।
- পাঠ্যবইয়ের ২৮৬ পৃষ্ঠার ছবি।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ — পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১। ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে; নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়?

ⓚ 3 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি. ⓚⓗ 6 সে.মি., 8 সে.মি., 10 সে.মি.

ⓖ 5 সে.মি., 7 সে.মি., 9 সে.মি. ⓖⓗ 5 সে.মি., 12 সে.মি., 13 সে.মি.

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $(\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2 = (\text{অতিভুজ})^2$

(ক) এর ক্ষেত্রে, $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$; ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব

(খ) এর ক্ষেত্রে, $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = (10)^2$; " "

(গ) এর ক্ষেত্রে, $5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74 = (\sqrt{74})^2 \neq 9^2$; ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়।

(ঘ) এর ক্ষেত্রে, $5^2 + (12)^2 = 25 + 144 = 169 = (13)^2$; ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

২। সমতলীয় জ্যামিতিতে—

i. প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতলক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে

ii. দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম

iii. দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ক্ষেত্রফল সমান

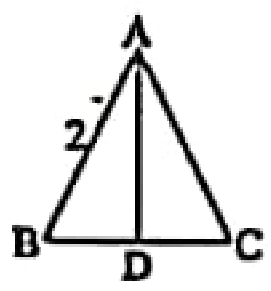
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমতল জ্যামিতির ক্ষেত্রে, i ও iii ই সঠিক।

■ পাশের চিত্রে, Δ ABC সমবাহু, AD ⊥ BC এবং AB = 2।

উপর্যুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩। BD = কত?

ⓚ 1 ⓚⓗ $\sqrt{2}$

ⓖ 2 ⓖⓗ 4

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমবাহু ত্রিভুজে AB = BC = CA = 2

$\therefore BD = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 2 = 1$.

৪। ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?

ⓚ $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ⓚⓗ $\sqrt{3}$ ⓖ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓖⓗ $2\sqrt{3}$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ত্রিভুজটির উচ্চতা, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}$

$= \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$

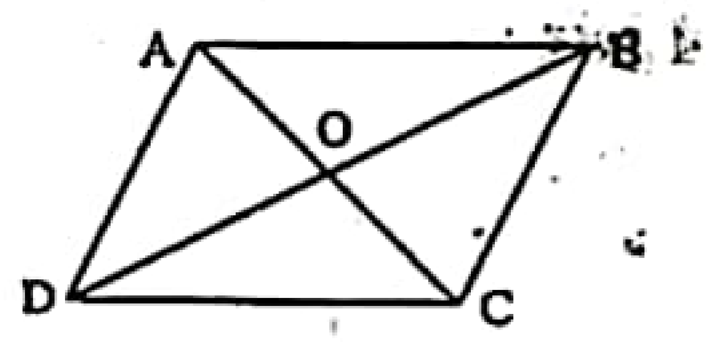
উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	গ	২	খ	৩	ক	৪	খ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▶ প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিকক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD কর্ণদ্বয় ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।



অর্থাৎ Δ-ক্ষেত্র AOB-এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BOC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র AOD এর ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ : ধাপ ১ : ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং AO = OC [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

এবং BO = OD [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ ২ : Δ ABC-এর মধ্যমা BO [∵ AO = OC]

∴ Δ ক্ষেত্র AOB এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BOC এর ক্ষেত্রফল।

[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে]

ধাপ ৩ : আবার, Δ BCD এর মধ্যমা OC [ধাপ (১) থেকে]

∴ Δ ক্ষেত্র BOC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল

[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে]

ধাপ ৪ : আবার, Δ ADC এর মধ্যমা DO [ধাপ (১) থেকে]

∴ Δ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র AOD এর ক্ষেত্রফল

[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে]

ধাপ ৫ : Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র AOD.

[ধাপ (২), (৩) এবং (৪) থেকে]

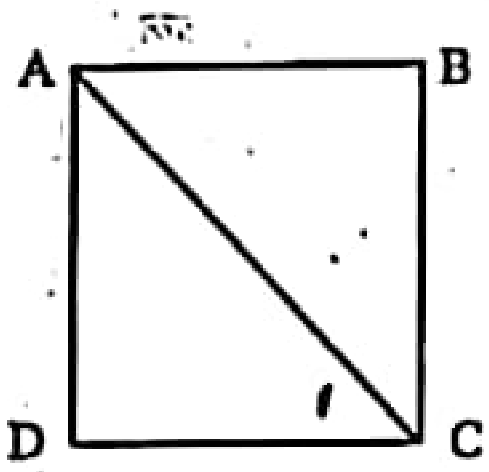
(প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৬ ▸ প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি; ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। এর AC কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = \frac{1}{2}AC^2$.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ABC-এ ∠B = এক সমকোণ [বর্গক্ষেত্রের সকল কোণ সমকোণ]

∴ Δ ABC সমকোণী এবং AC এর অতিভুজ।

ধাপ ২ : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

[বর্গক্ষেত্রের বাহুগুলো পরস্পর সমান]

বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$

বা, $2AB^2 = AC^2$

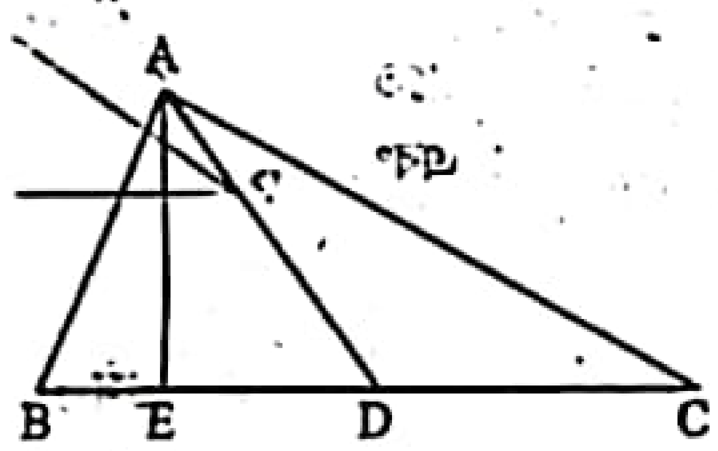
∴ $AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৭ ▸ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, Δ ABC-এ AD একটি মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD.



অঙ্কন : A বিন্দু থেকে BC-এর উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ABC-এ AD মধ্যমা

BD = CD [AD মধ্যমা বলে, D, BC এর মধ্যবিন্দু]

Δক্ষেত্র ABD-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BD \times AE$

[ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

ধাপ ২: আবার, Δক্ষেত্র ACD-এর

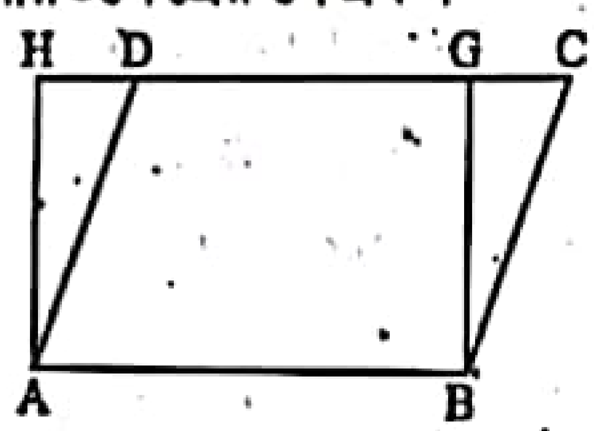
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CD \times AE$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

$= \frac{1}{2} \times BD \times AE$

ধাপ ৩ : Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD। [(১) ও (২) থেকে] (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ ▸ একটি সামান্তরিকক্ষেত্র এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র, একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাও যে, সামান্তরিকক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ABGH একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান এবং একই ভূমি AB-এর উপর অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD ক্ষেত্রের পরিসীমা ABGH ক্ষেত্রের পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের

পরিসীমা = 2(AB + BC) [সামান্তরিক ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)]

ABGH আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(AB + BG) [আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)]

ধাপ ২: উভয়ক্ষেত্রের পরিসীমা কমবেশি নির্ভর করে BC ও BG এর দৈর্ঘ্যের মানের উপর।

BG, CD এর উপর লম্ব হওয়ায় BGC একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং BC অতিভুজ।

∴ BC > BG [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বৃহত্তর বাহু]

বা, AB + BC > AB + BG [উভয়পক্ষে AB যোগ করে]

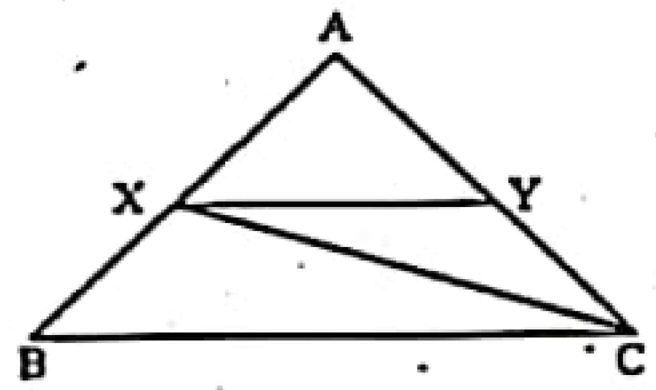
বা, 2(AB + BC) > 2(AB + BG) [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

∴ ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের পরিসীমা > ABGH আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা। [ধাপ (১) হতে]

সুতরাং ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের পরিসীমা ABGH আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৯ ▸ Δ ABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y. প্রমাণ কর যে, Δ AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ Δ ABC এর ক্ষেত্রফল।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, Δ ABC-এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y. প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)



অঙ্কন : C, X এবং X, Y যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু, X, AB-এর মধ্যবিন্দু। সেহেতু, CX, Δ ABC-এর মধ্যমা।

∴ Δ ক্ষেত্র ACX $= \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) [ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইটি অংশে বিভক্ত করে]

ধাপ ২: আবার, যেহেতু Δ ACX-এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু Y.

সুতরাং XY, Δ ACX-এর মধ্যমা

∴ Δ ক্ষেত্র AXY $= \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ACX) [ত্রিভুজের যে কোন মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইটি অংশে বিভক্ত করে]

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) [(১) থেকে]

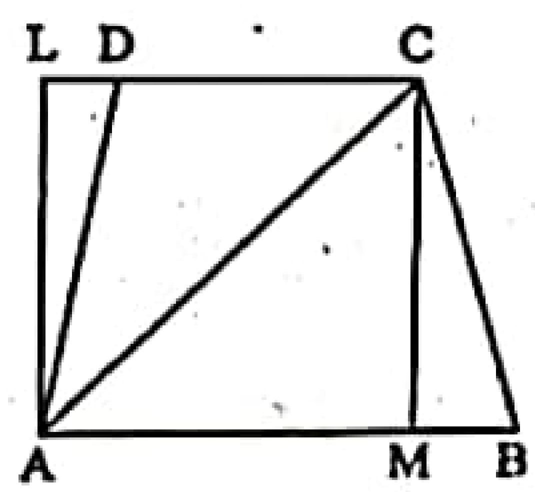
$= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

অর্থাৎ Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল).

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০ ▸ ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।



www.abswer.com

www.abswer.com

অঙ্কন : A বিন্দু হতে CD এর উপর (বর্ধিতাংশের ওপর) ও C বিন্দু হতে AB এর উপর যথাক্রমে AL ও CM লম্ব টানি। A ও C যোগ করি।

ধাপ ১ : ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল।

[ট্রাপিজিয়ামের কর্ণ ট্রাপিজিয়ামকে দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে]

ধাপ ২ : Δ ক্ষেত্র ABC এর

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times CM$ [ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

ধাপ ৩ : Δ ক্ষেত্র ACD এর

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CD \times AL$ [ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

ধাপ ৪ : ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times AB \times CM + \frac{1}{2} \times CD \times AL$ [ধাপ (১), (২) ও (৩) হতে]

$= \frac{1}{2} \times AB \times CM + \frac{1}{2} \times CD \times CM$

[ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব সমান]

$= \frac{1}{2} \times CM(AB + CD)$

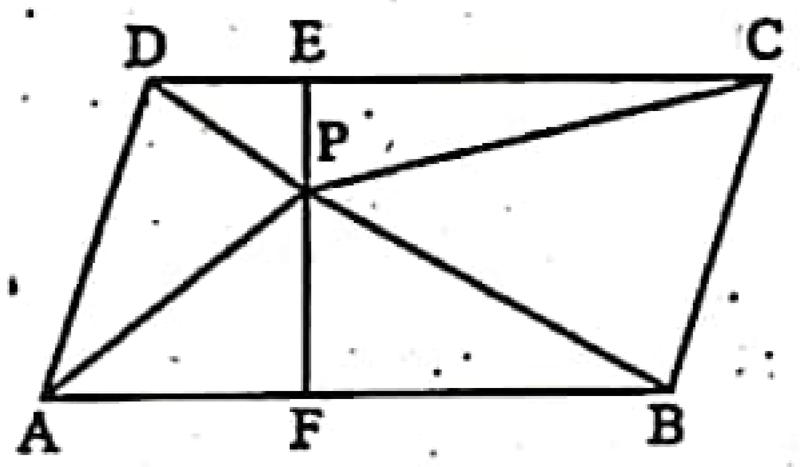
$= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times CM$

$= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × উচ্চতা

এটিই ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল।

প্রশ্ন ১১ ▶ সামান্তরিক ABCD এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, Δ PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ PCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। P, A; P, B; P, C এবং P, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ PCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ (সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)।

অঙ্কন : P বিন্দু হতে AB-এর উপর PF লম্ব টানি। FP কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন তা CD কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু AB ∥ CD এবং EF তাদের ছেদক।

∴ ∠DEF = ∠EFB = এক সমকোণ [একান্তর কোণ এবং EF ⊥ AB বলে]

∴ ABCD সামান্তরিকের উচ্চতা EF

সুতরাং সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD = AB × EF [যেহেতু সামান্তরিকক্ষেত্র = ভূমি × উচ্চতা]

∴ Δ PAB এ ভূমি AB এবং উচ্চতা PF. [∵ ∠PFB = এক সমকোণ তাই PF উচ্চতা]

Δ PAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times PF$

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে,

Δ PCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CD \times PE$ [∵ ∠PED = এক সমকোণ তাই PE উচ্চতা]

$= \frac{1}{2} \times AB \times PE$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

ধাপ ৩ : Δ PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ PCD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times AB \times PF + \frac{1}{2} \times AB \times PE$ [(১) ও (২) থেকে]

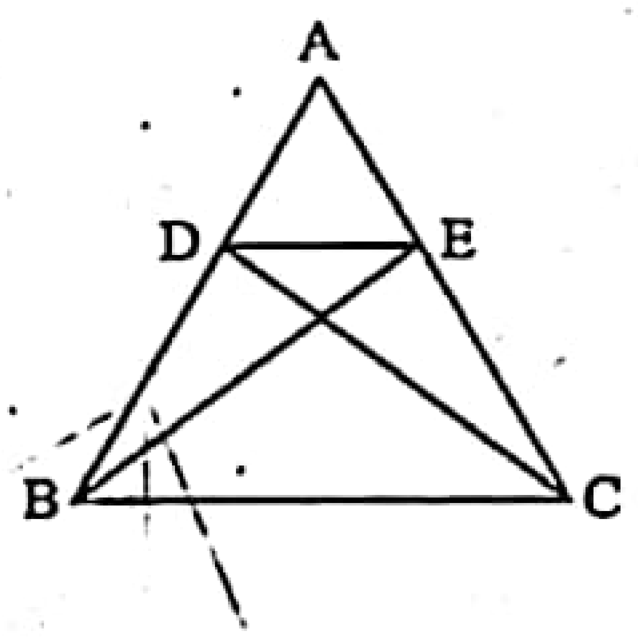
$= \frac{1}{2} AB (PF + PE) = \frac{1}{2} AB . EF$ [∵ PF + PE = EF]

$= \frac{1}{2}$ (সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল).

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ ▶ Δ ABC এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, Δ DBC = Δ EBC এবং Δ DBE = Δ CDE.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, Δ ABC-এর ভূমি BC-এর সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔDBC = ΔEBC এবং ΔDBE = ΔCDE.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ DBC ও Δ EBC-উভয়ই একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত।

∴ Δ DBC = Δ EBC [∵ একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান]

ধাপ ২ : Δ DBE ও Δ CDE-উভয়ই একই ভূমি DE এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত।

∴ Δ DBE = Δ CDE [∵ একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান]

ধাপ ৩: Δ DBC = Δ EBC

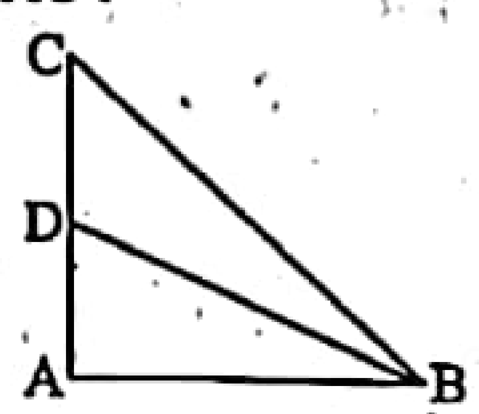
এবং Δ DBE = Δ CDE. [ধাপ (১) ও (২) হতে]

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ▶ ABC ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ এবং D, AC-এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.



www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :

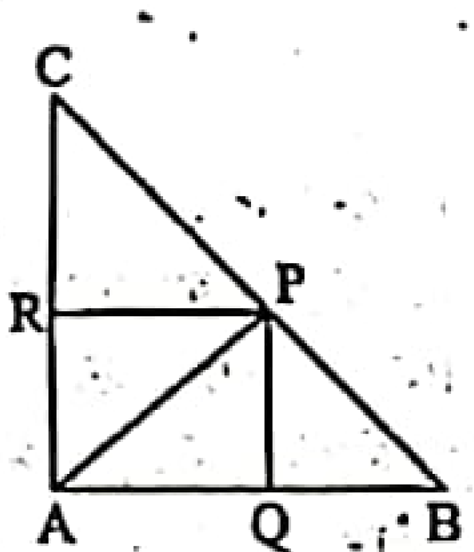
ধাপ ১ : যেহেতু, ABC সমকোণী ত্রিভুজে
$\angle A$ = এক সমকোণ [কল্পনা]
এবং BC অতিভুজ।
$\therefore$ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, ABD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BD.
$AB^2 + AD^2 = BD^2$
বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$

ধাপ ৩ : $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. (প্রমাণিত) [(১) ও (২) থেকে]

প্রশ্ন ১৪ ▶ ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর ওপর যেকোনো বিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.



অঙ্কন : P বিন্দু হতে AB ও AC বাহুর উপর PQ ও PR লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔABC এ $\angle A = 90°$, $\angle B = 45°$, $\angle C = 45°$
[$\because$ ΔABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]

ধাপ ২ : PBQ সমকোণী ত্রিভুজে,
PB অতিভুজ এবং $\angle PBQ = \angle BPQ = 45°$ [$\because$ $\angle PQB$ = এক সমকোণ]
$\therefore$ $PQ = BQ$
একই কারণে $PR = CR$
PBQ সমকোণী ত্রিভুজে,
$PB^2 = PQ^2 + BQ^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= PQ^2 + PQ^2$
$= 2PQ^2$

ধাপ ৩ : PCR সমকোণী ত্রিভুজে,
$PC^2 = PR^2 + CR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= PR^2 + PR^2$
$= 2PR^2$ [ধাপ (২) হতে, PR = CR]

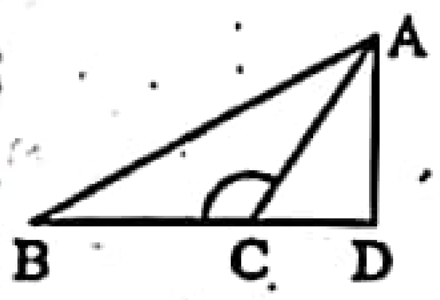
ধাপ ৪ : AQPR একটি আয়তক্ষেত্র
[$\because$ PQ, AB এর উপর এবং PR, AC এর উপর লম্ব]
সুতরাং PR = AQ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ৫ : $PB^2 + PC^2 = 2PQ^2 + 2PR^2$ [ধাপ (২) ও (৩) হতে]
$= 2(PQ^2 + PR^2)$

ধাপ ৬ : কিন্তু APQ সমকোণী ত্রিভুজের
$PQ^2 + AQ^2 = PA^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $PQ^2 + PR^2 = PA^2$ [ধাপ (৪) হতে]
বা, $2(PQ^2 + PR^2) = 2PA^2$
$\therefore$ $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$. [ধাপ (৫) হতে] (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ▶ ΔABC এর $\angle C$ স্থূলকোণ। AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : ABC এর $\angle C$ স্থূলকোণ AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে,
$AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.



প্রমাণ :

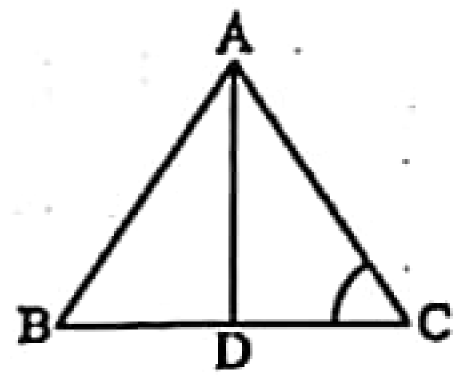
ধাপ ১ : ΔACD এ $\angle D = 90°$ এবং AC = অতিভুজ [$\because$ $AD \perp BD$]

ধাপ ২ : ΔACD সমকোণী ত্রিভুজে,
$AC^2 = AD^2 + CD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $AD^2 = AC^2 - CD^2$

ধাপ ৩ : আবার, ΔABD ত্রিভুজের অতিভুজ AB
[$\because$ $\angle ADB$ = এক সমকোণ]
ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,
$\therefore$ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= AD^2 + (BC + CD)^2$
$= AD^2 + BC^2 + CD^2 + 2BC.CD$ [$\because$ BD = BC + CD]
$= AC^2 - CD^2 + BC^2 + CD^2 + 2BC.CD$ [ধাপ (২) হতে]
$\therefore$ $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৬ ▶ ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ। AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ; AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে,
$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔABD ও ΔADC উভয়ই সমকোণী [$\because$ AD, BC এর উপর লম্ব]

ধাপ ২ : ADC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,
$AC^2 = AD^2 + CD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $AC^2 - CD^2 = AD^2$
$\therefore$ $AD^2 = AC^2 - CD^2$

ধাপ ৩ : আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,
$AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= AC^2 - CD^2 + BD^2$ [ধাপ (২) হতে]
$= AC^2 - CD^2 + (BC - CD)^2$ [$\because$ BD = BC − CD]
$= AC^2 - CD^2 + BC^2 + CD^2 - 2BC.CD$
$\therefore$ $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$. (দেখানো হলো)

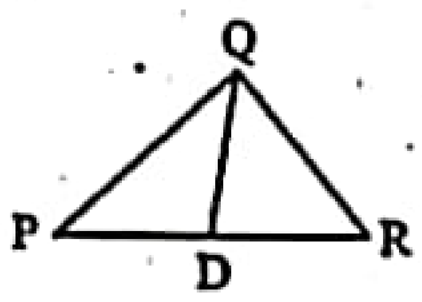
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৭ ΔPQR এ QD একটি মধ্যমা।

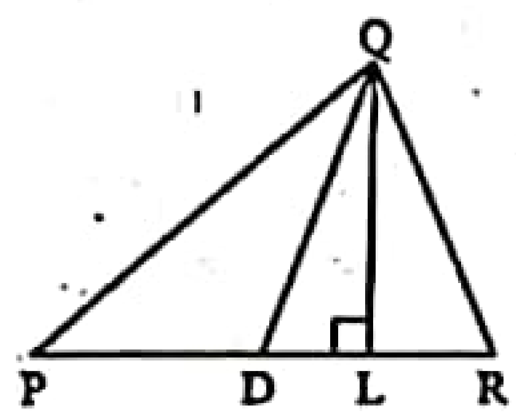
ক. উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁক।
খ. প্রমাণ কর, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$.
গ. যদি PQ = QR = PR হয়, তাহলে প্রমাণ কর, $4PD^2 = 3PQ^2$.

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে ΔPQR-এ QD একটি মধ্যমা।



খ ΔPQR এর PR বাহুর মধ্যমা QD। প্রমাণ করতে হবে যে,
$QP^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$.



অঙ্কন : Q বিন্দু থেকে PR এর বা এর বর্ধিতাংশের ওপর QL লম্ব টানি।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ QDL সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ QD [∵ ∠QLD = এক সমকোণ]

Δ QDL সমকোণী ত্রিভুজে,

$QL^2 + LD^2 = QD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $QL^2 = QD^2 - LD^2$

ধাপ ২ : QPL সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$QP^2 = QL^2 + PL^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= QD^2 - LD^2 + PL^2$ [ধাপ (১) হতে]

$= QD^2 - LD^2 + (PD + LD)^2$ [∵ PL = PD + DL]

$= QD^2 - LD^2 + PD^2 + LD^2 + 2PD.LD$

$= QD^2 + PD^2 + 2PD.LD$

∴ $QP^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.LD$

ধাপ ৩ : আবার, QLR সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$QR^2 = QL^2 + LR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= QD^2 - LD^2 + LR^2$ [ধাপ (১) হতে]

$= QD^2 - LD^2 + (DR - LD)^2$ [∵ LR = DR − LD]

$= QD^2 - LD^2 + (PD - LD)^2$

$= QD^2 - LD^2 + PD^2 - 2LD.PD + LD^2$

$= QD^2 + PD^2 - 2LD.PD$

[∵ D, PR এর মধ্যবিন্দু; সেহেতু PD = RD]

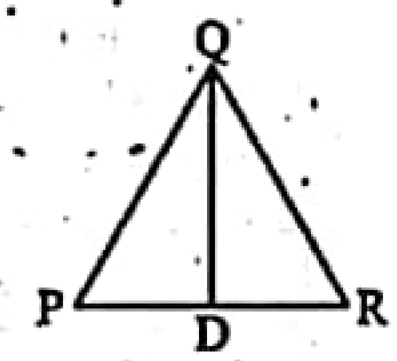
∴ $QR^2 = QD^2 + PD^2 - 2PD.LD$.

ধাপ ৪ : $QP^2 + QR^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.LD + QD^2 + PD^2 - 2PD.LD$ [ধাপ (২) ও (৩) হতে]

বা, $QP^2 + QR^2 = 2QD^2 + 2PD^2$

সুতরাং $QP^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$. (প্রমাণিত)

গ এখানে, Δ PQR এ PQ = QR = PR এবং PR এর উপর মধ্যমা QD।



প্রমাণ করতে হবে যে, $4QD^2 = 3PQ^2$.

প্রমাণ :

ধাপ ১: Δ QPR এ PQ = PR = QR . [∵ Δ QPR সমবাহু ত্রিভুজ]

এবং $PD = DR = \frac{1}{2}PR$

[QD লম্বের পাদ বিন্দু D, PR কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ ২ : এখন Δ QPD এ ∠QDP = 90° এবং PQ = অতিভুজ [∵QD, PR এর উপর লম্ব]

∴ Δ QPD সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ ৩ : QPD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$PQ^2 = QD^2 + PD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $PQ^2 - PD^2 = QD^2$

বা, $QD^2 = PQ^2 - \left(\frac{1}{2}PR\right)^2$. [ধাপ (১) হতে]

বা, $QD^2 = PQ^2 - \frac{PR^2}{4}$

বা, $QD^2 = \frac{4PQ^2 - PR^2}{4}$ [∵ PQ = PR = RQ]

বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - PQ^2$ [ধাপ (১) হতে]

∴ $4QD^2 = 3PQ^2$. (প্রমাণিত)

[বি. দ্র: $4PD^2 = 3PQ^2$ এর পরিবর্তে $4QD^2 = 3PQ^2$ হবে।]

প্রশ্ন ১৮ ABCD সামান্তরিকের AB = 5 সে.মি., AD = 4 সে.মি. এবং ∠BAD = 75°। অপর একটি সামান্তরিক APML এর ∠LAP = 60° Δ AED এর ক্ষেত্রফল ও APML সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল, ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান।

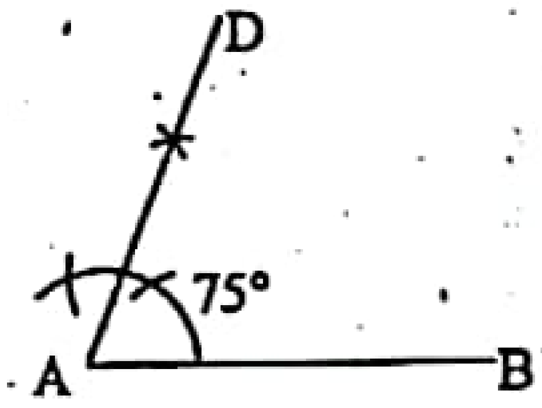
ক. পেন্সিল, কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে ∠BAD আঁক।

খ. Δ AED অঙ্কন কর। (অঙ্কন চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।)

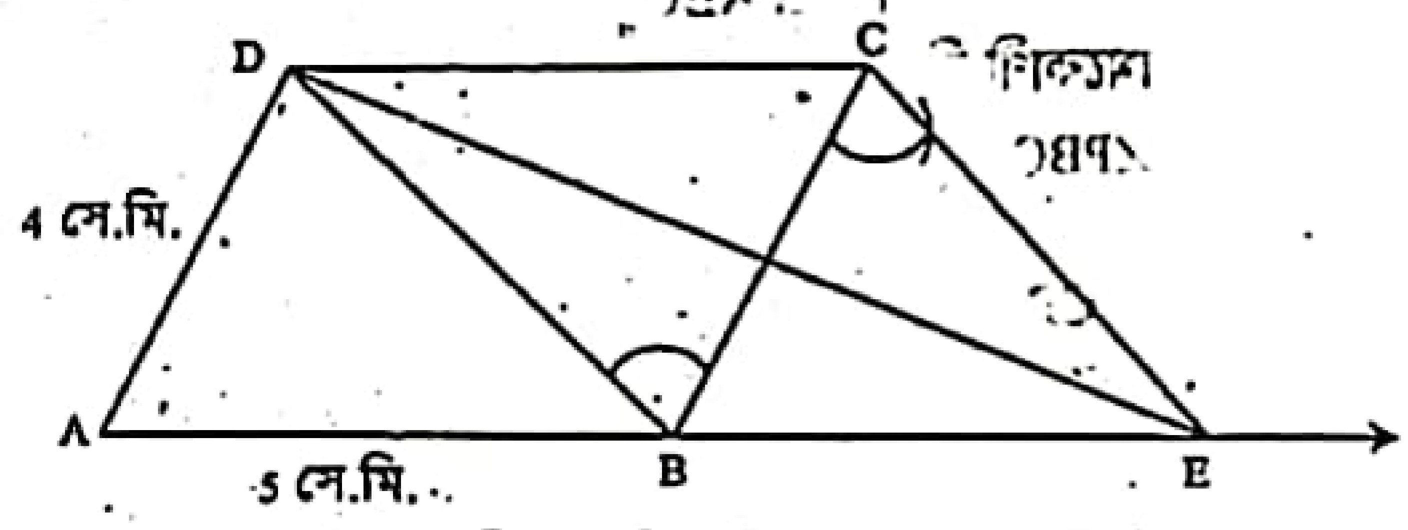
গ. APML সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কন চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।)

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক পেন্সিল, কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে ∠BAD = 75° আঁকা হলো।

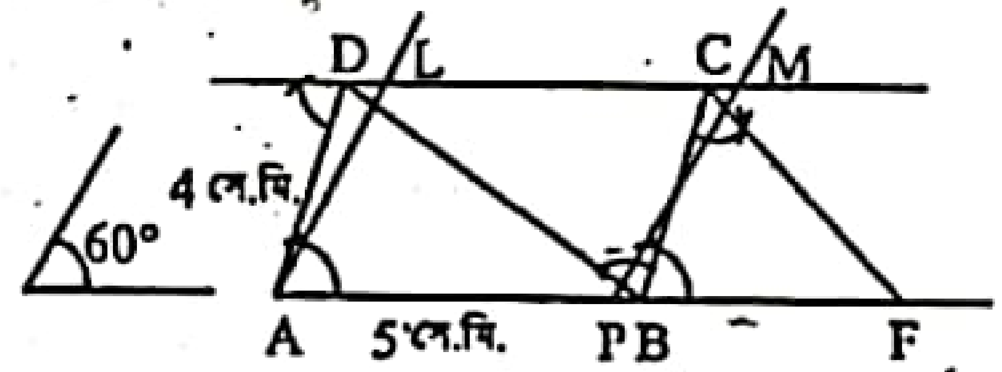


খ মনে করি, ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রের AB = 5 সে.মি., AD = 4 সে.মি. এবং ∠BAD = 75°। এরূপ একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



অঙ্কন : D, B যোগ করি। C বিন্দু দিয়ে CE ‖ DB টানি। মনে করি, তা AB বাহুর বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করি। তাহলে, Δ AED-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ মনে করি, ABCD সামান্তরিকের AB = 5 সে.মি., AD = 4 সে.মি., ∠BAD = 75° এবং ∠x = 60° এরূপ একটি সামান্তরিক APML আঁকতে হবে যার একটি কোণ প্রদত্ত ∠LAP এর সমান এবং সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



অঙ্কন : B, D যোগ করি। C বিন্দু দিয়ে CF ‖ DB টানি এবং মনে করি, CF, AB বাহুর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে। AF রেখাংশের মধ্যবিন্দু P নির্ণয় করি। AP রেখাংশের A বিন্দুতে ∠x এর সমান ∠LAP আঁকি এবং P বিন্দু দিয়ে PM ‖ AL টানি। D বিন্দু দিয়ে DLCM ‖ AP টানি এবং মনে করি, তা AL ও PM কে যথাক্রমে L ও M বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, APML-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুনির্বাচনি অংশ — MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

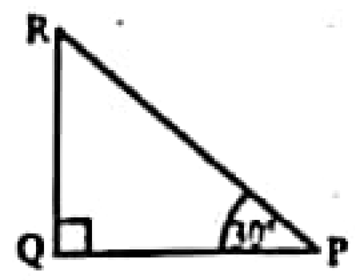
সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $\triangle PQR$ এ, $\angle Q = 90°$ এবং $P = 30°$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? [য. বো. '২০]

ক $PR = \sqrt{2}QR$ খ $PR = \sqrt{3}PQ$
গ $PR = 2QR$ ঘ $PR = 3QR$

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\triangle PQR$-এ, $\sin P = \frac{QR}{PR}$



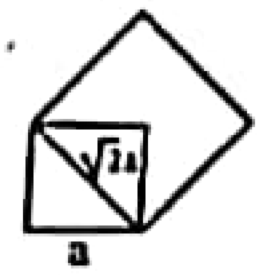
বা, $\sin 30° = \frac{QR}{PR}$ [∵ $\angle P = 30°$]

বা, $\frac{1}{2} = \frac{QR}{PR}$ ∴ $PR = 2QR$

২. কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের– [সি. বো. '২০; রা. বো. '১৬]

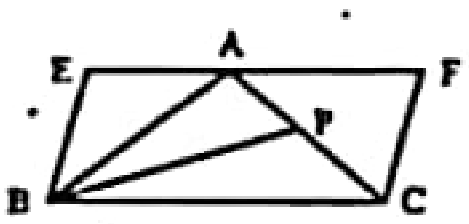
ক অর্ধেক খ সমান গ দ্বিগুণ ঘ চারগুণ

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : মনে করি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক



∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ একক
বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ = পরিবর্তিত বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য
∴ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল
$= (\sqrt{2}a)^2$ বর্গ একক $= 2a^2$ বর্গ একক
∴ $\frac{\text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}}{\text{বর্গের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল}} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2}$
∴ বর্গের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল।

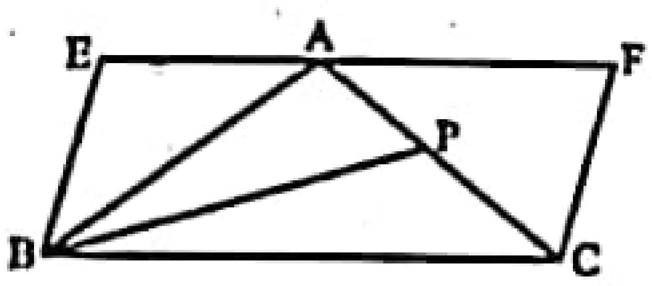
৩.



সামান্তরিক ক্ষেত্র BCFE এর ক্ষেত্রফল 120 বর্গ সে.মি. এবং AC এর মধ্যবিন্দু P হলে, $\triangle ABP$ এর ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি? [ব. বো. '২০]

ক 60 বর্গ সে.মি. খ 30 বর্গ সে.মি.
গ 20 বর্গ সে.মি. ঘ 15 বর্গ সে.মি.

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল



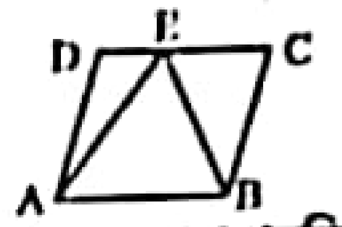
$= \frac{1}{2} \times$ BCEF সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2} \times 120 = 60$ বর্গ সে.মি.

∴ $\triangle ABP$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2} \times 60$
$= 30$ বর্গ সে.মি.।

৪. $\triangle ABC$ এর $\angle C$ স্থূলকোণ; AD, BC এর উপর লম্ব হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [সকল বোর্ড ২০১৮]

ক $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2AC.CD$ খ $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$
গ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.CD$ ঘ $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2BC.CD$

৫.



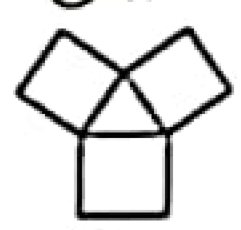
ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ মি.। $\triangle ABE$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি.? [চ. বো. '১৭]

ক 40 খ 60 গ 90 ঘ 120

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\triangle ABE$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 120 = 60$ বর্গ মি.।

৬. ত্রিভুজের তিন বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহ কয়টি সমকোণ তৈরি করে? [কু. বো. '১৬]

ক 8 খ 9 গ 12 ঘ 16

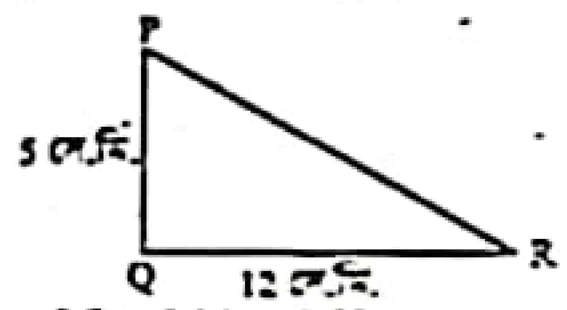


▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $3 \times 4 = 12$;

৭. $\triangle PQR$ এ $\angle Q = 90°$, $PQ = 5$ সে.মি., $QR = 12$ সে.মি. হলে PR এর মান কত সে.মি.? [য. বো. '১৫]

ক 7 খ 13 গ 17 ঘ 25

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\triangle PQR$-এ,
$\angle PQR = 90°$, $PQ = 5$ সে.মি.
এবং $QR = 12$ সে.মি.।



PQR সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,
$PR^2 = PQ^2 + QR^2 = (5)^2 + (12)^2 = 25 + 144 = 169$
বা, $PR = \sqrt{169} = 13$
∴ PR এর মান 13 সে.মি.।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৮. $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে, যদি এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হয়–
i. 5, 12, 13 একক ii. 6, 8, 10 একক iii. 7, 3, 10 একক
নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. '১৭]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :
i. $5^2 + 12^2 = 13^2$ বা, $25 + 144 = 169$ বা, $169 = 169$
ii. $6^2 + 8^2 = 10^2$ বা, $36 + 64 = 100$ বা, $100 = 100$
iii. $7^2 + 3^2 \neq 10^2$

৯. সম উচ্চতার $\triangle ABC$ এর ভূমি BC এর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল–
i. ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের সমান
ii. ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক
iii. ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ
নিচের কোনটি সঠিক? [য. বো. '১৬]

ক i খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i ও ii

১০. সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে– [সি. বো. '১৫]
i. 3 cm, 4 cm, 5 cm ii. 5 cm, 12 cm, 13 cm iii. 6 cm, 8 cm, 12 cm
নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

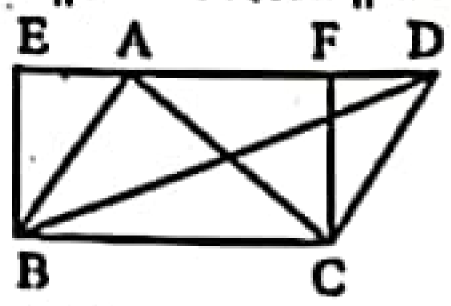
উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	গ	২	ক	৩	খ	৪	খ	৫	খ	৬	গ	৭	খ	৮	ক	৯	ক	১০	ক

www.abswer.com

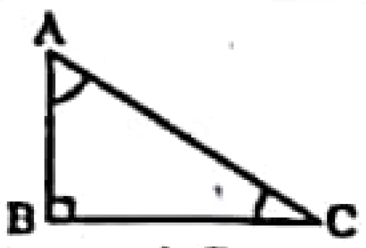
www.abswer.com

১১. চিত্রে BE ∥ CF, BC ∥ AD এবং AB ∥ CD হলে– [ব. বো. '১৫]



i. $\Delta ABC = \Delta ABD$
ii. $\Delta ABC = \Delta BCD$ iii. $\Delta BCD = \Delta ACF$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

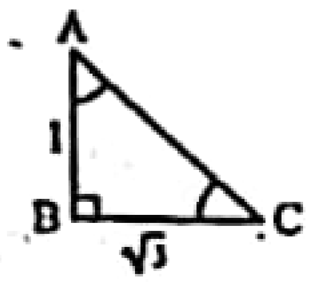
অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন



উপরের উদ্দীপকের আলোকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
যখন AB = 1 এবং $BC = \sqrt{3}$. [দি. বো. '২০]

১২. $2\angle C$ এর মান কোনটি?
ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC-এ,



$\tan C = \frac{AB}{BC}$
বা, $\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, $\tan C = \tan 30°$
$\therefore \angle C = 30°$
$\therefore 2\angle C = 2 \times 30° = 60°$.

১৩. ΔABC এর ক্ষেত্রে–
i. sec A = cosec A ii. $\cos A + \sec A = \frac{5}{2}$ iii. $\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$
নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. '২০]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

সমবাহু ΔABC এ AD ⊥ BC এবং BC = 2 একক। [রা. বো. '১৭]
উপরের তথ্যের আলোকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৪. AD এর দৈর্ঘ্য কত একক?
ক $\sqrt{3}$ খ $2\sqrt{3}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

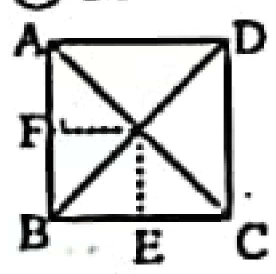
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : AB = AC = BC = 2
$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$.

১৫. ΔABD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
ক $2\sqrt{3}$ খ $\sqrt{3}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ABCD বর্গের কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দু O থেকে BC এর দূরত্ব 5 সে.মি.।
উক্ত তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [য. বো. '১৬]

১৬. Δ-ক্ষেত্র OAB = কত বর্গ সে.মি.?
ক 10 খ 25 গ 33.33 ঘ 50



▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, OE = 5 সে.মি.
∴ OF = OE = 5 সে.মি.
∴ Δ-ক্ষেত্র OAB $= \frac{1}{2}$ AB × OF
$= \frac{1}{2} \times (5 + 5) \times 5$ বর্গ সে.মি.
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5$ বর্গ সে.মি. = 25 বর্গ সে.মি.।

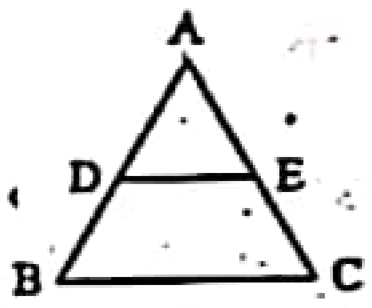
১৭. বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল কত?
ক 100 বর্গ সে.মি. খ 40 বর্গ সে.মি.
গ 25 বর্গ সে.মি. ঘ 20 বর্গ সে.মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রে OE = 5 সে.মি.। আমরা জানি, বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে মধ্যবিন্দুতে ছেদ করে। AD ও BC এর মধ্যবর্তী দূরত্ব হবে 2 × OE = 2 × 5 সে.মি. = 10 সে.মি.। অর্থাৎ বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য হবে 10 সে.মি.।
∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = $(10)^2$ বর্গ সে.মি. = 100 বর্গ সে.মি.।

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর | বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১৮.



ΔABC এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে, Δ ক্ষেত্র ADE : Δ ক্ষেত্র ABC = কত? [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
ক 1 : 4 খ 4 : 1 গ 1 : 2 ঘ 2 : 1

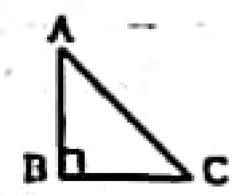
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, Δ ADE এর ক্ষেত্রফল, Δ ABC এর ক্ষেত্রফলের এক-চতুর্থাংশে।
∴ Δ ক্ষেত্র ADE : Δ ক্ষেত্র ABC = 1 : 4.

১৯. ΔABC-এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক ∠A = 90° খ ∠B = 90°
গ ∠C = 90° ঘ ∠A + ∠B = 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : Δ ABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$
অর্থাৎ Δ ABC-এ অতিভুজ হচ্ছে AC
সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বিপরীত কোণ এক সমকোণ বা 90°।
∴ Δ ABC-এ অতিভুজ AC এর বিপরীত কোণ ∠B = 90°।

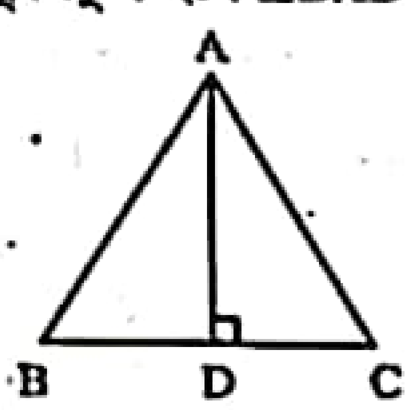
২০. যদি Δ ABC এর $AB^2 + BC^2 = AC^2$ এবং ∠C = 50° তবে ∠A = কত? [বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
ক 90° খ 60° গ 50° ঘ 40°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



∠B = 90°; ∴ ∠A + ∠C = 90°
বা, ∠A = 90° − ∠C = 90° − 50° = 40°.

২১. ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ হলে ∠BAD = কত?



[আরমানিটোলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]
ক 90° খ 60°
গ 30° ঘ 20°

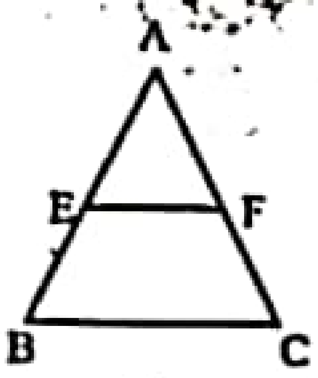
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ∠BAC = 60°
∴ ∠BAD $= \frac{1}{2}$ ∠BAC $= \frac{1}{2} . 60° = 30°$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১১	ক	১২	গ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	গ	১৬	খ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	খ	২০	ঘ	২১	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

২২.


Δ ABC-এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F। Δ ABC এর ক্ষেত্রফল 36 বর্গ সে.মি. হলে, Δ AEF এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

(ক) 72 (খ) 36
(গ) 18 (ঘ) 9

২৩. 36 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট Δ ABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে Δ AXY এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]

(ক) 4 (খ) 9
(গ) 18 (ঘ) 36

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔAXY-এর ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{4}\times$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{4}\times 36 = 9$ বর্গমিটার।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৪. সমতলীয় জ্যামিতিতে—

i. প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে
ii. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম
iii. দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ক্ষেত্রফল সমান

নিচের কোনটি সঠিক? [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৫. ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করলে—

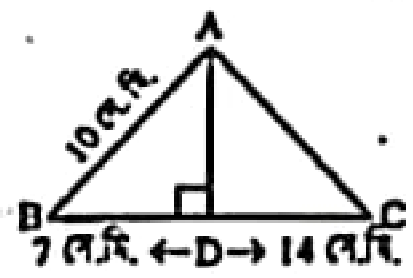
i. ∠AOB = ∠COD
ii. ∠ABC = ∠ADC
iii. ∠BAC = ∠ACD

নিচের কোনটি সঠিক? [ডাঃ খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ নিচের চিত্রের আলোকে ২৬ ও ২৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [মানিকগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মানিকগঞ্জ]



২৬. AD এর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 7 সে.মি. (খ) 7.14 সে.মি. (গ) 9 সে.মি. (ঘ) 33 সে.মি.

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}$

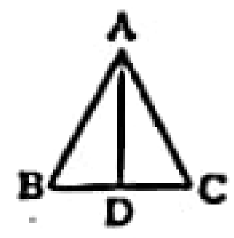
$=\sqrt{10^2-7^2}=\sqrt{100-49}=\sqrt{51}=7.14$.

২৭. Δ ABC এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 20 বর্গ সে.মি. (খ) 24.99 বর্গ সে.মি.
(গ) 78.54 বর্গ সে.মি. (ঘ) 39.27 বর্গ সে.মি.

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ২৮ ও ২৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে AB = AC = 10 সেন্টিমিটার এবং BC = 12 সেন্টিমিটার।



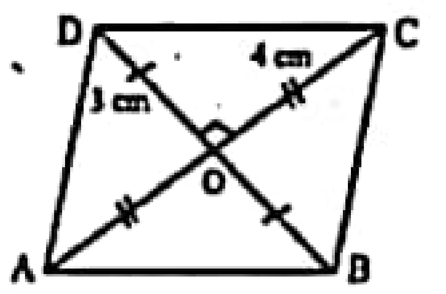
২৮. AD = কত সেন্টিমিটার? [পুলিশ লাইন মাধ্যমিক বিদ্যালয়, যশোর]

(ক) 5 (খ) 6 (গ) 7 (ঘ) 8

২৯. ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা কত সেন্টিমিটার?

(ক) 16 (খ) 18 (গ) 14 (ঘ) 12

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৩০ ও ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা]

৩০. Δ AOB এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 6 (খ) 7 (গ) 14 (ঘ) 21

৩১. ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা কত সে.মি.?

(ক) 12 (খ) 14 (গ) 20 (ঘ) 28

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : $CD=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$ সে.মি.

∴ পরিসীমা = 5 × 4 = 20 সে.মি.।

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৩২. ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত কত একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ব্যবহার করা হয়? (সহজমান)

(ক) এক একক (খ) দুই একক
(গ) তিন একক (ঘ) চার একক

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ব্যবহার করা হয়।

৩৩. কোনো বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সে. মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যমান)

(ক) 1 বর্গ সে. মি. (খ) 2 বর্গ সে. মি.
(গ) 4 সে. মি. (ঘ) 4 বর্গ সে. মি.

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 1 সে.মি. × 1 সে.মি. = 1 বর্গ সে.মি.।

৩৪. কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর ক্ষেত্রফল কত? (সহজমান)

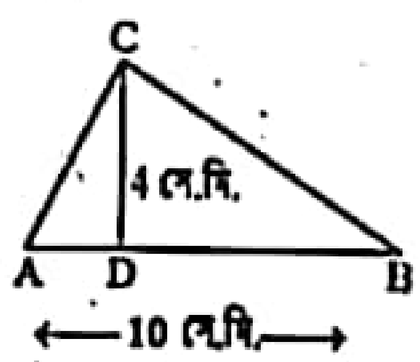
(ক) a^2 বর্গ একক (খ) 2a একক
(গ) 4a একক (ঘ) $2a^2$ বর্গ একক

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : ক্ষেত্রফল = a একক × a একক = a^2 বর্গ একক।

৩৫. কোন চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পর সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত। এটি কোন ধরনের চতুর্ভুজ হবে? (সহজমান)

(ক) বর্গক্ষেত্র (খ) আয়তক্ষেত্র (গ) সামান্তরিক (ঘ) ট্রাপিজিয়াম

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু সমান এবং কোণদ্বয় সমকোণ বলে কর্ণদ্বয়ও সমান হবে।

৩৬.


প্রদত্ত Δ ABC এর ক্ষেত্রফল কত? (কঠিনমান)

(ক) 14 সে.মি. (খ) 20 বর্গ সে.মি.
(গ) 40 বর্গ সে.মি. (ঘ) 80 বর্গ সে.মি.

৩৭. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ———। (সহজমান)

(ক) দৈর্ঘ্য × প্রস্থ (খ) $\frac{1}{2}\times$ (ভূমি × উচ্চতা)
(গ) $(বাহু)^2$ (ঘ) 2 × (ভূমি × উচ্চতা)

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ।

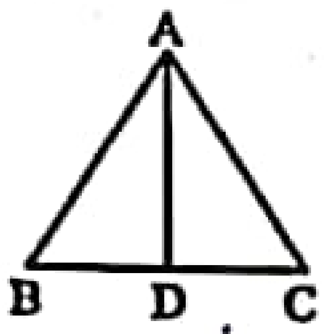
উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

২২	ঘ	২৩	খ	২৪	খ	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	ঘ	২৮	ঘ	২৯	ক	৩০	ক	৩১	গ	৩২	ক	৩৩	ক	৩৪	ক	৩৫	ক	৩৬	খ	৩৭	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

৩৮. ΔABC সমবাহু এর AD, BC বাহুর উপর মধ্যমা হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)



ⓚ $\Delta ABD = \Delta ACD$ ⓛ $\Delta ABD = \Delta ADC$
ⓜ Δ-ক্ষেত্র ABD = Δ-ক্ষেত্র ACD ⓝ $\angle BAD = \angle CAD$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : AD মধ্যমা BC কে সমান দুইভাগে ভাগ করেছে।

৩৯. একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গ ঐ সরলরেখার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের কতগুণ? (মধ্যমান)

ⓚ দ্বিগুণ ⓛ তিনগুণ ⓜ চারগুণ ⓝ পাঁচগুণ

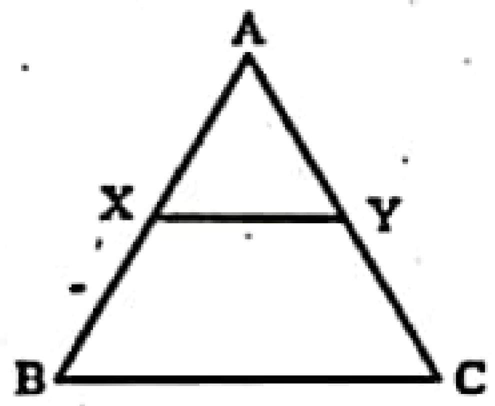
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ধরি, সরলরেখার দৈর্ঘ্য x মিটার।
$\therefore$ ঐ সরলরেখা ও এর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র হবে যথাক্রমে x^2 ও $\frac{x^2}{4}$ $\therefore \frac{x^2}{\frac{x^2}{4}} = x^2 \times \frac{4}{x^2} = 4.$

৪০. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 144 বর্গ একক। সমকোণ সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের একটির দৈর্ঘ্য 12 একক হলে অপরটি কত? (মধ্যমান)

ⓚ 15 একক ⓛ 24 একক ⓜ 20 একক ⓝ 30 একক

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা
বা, $144 = \frac{1}{2} \times 12 \times$ উচ্চতা $\therefore$ উচ্চতা $= \frac{144}{6} = 24.$

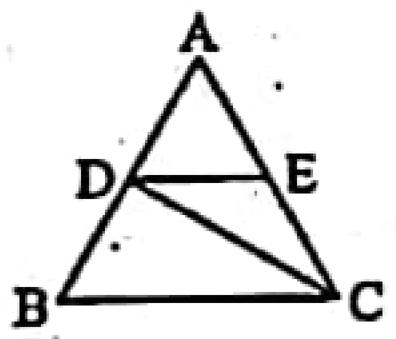
৪১. Δ-ক্ষেত্র ABC = 20 বর্গ একক। X ও Y যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু। Δ-ক্ষেত্র AXY = কত বর্গ একক? (কঠিনমান)



ⓚ 2 বর্গ একক ⓛ 4 বর্গ একক ⓜ 5 বর্গ একক ⓝ 10 বর্গ একক

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : পাদ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4} \times$ মূল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{4} \times 20 = 5$ বর্গ একক।

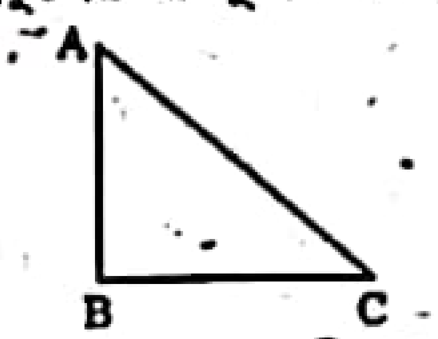
৪২. ΔABC এ D ও E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে এবং Δ-ক্ষেত্র ABC = 16 বর্গ সেন্টিমিটার হলে Δ-ক্ষেত্র DEC = কত বর্গ সেন্টিমিটার।



ⓚ 2 বর্গ সে. মি. ⓛ 4 বর্গ সে. মি.
ⓜ 6 বর্গ সে. মি. ⓝ 8 বর্গ সে. মি.

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\Delta DEC = \frac{1}{4} \times \Delta ABC = \frac{1}{4} \times 16 = 4$ বর্গ সে. মি.।

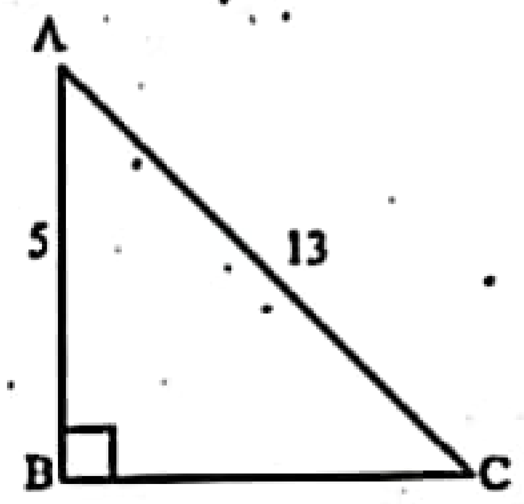
৪৩. ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ কোনটি? (সহজমান)



ⓚ AB ⓛ AC ⓜ BC ⓝ B + BC

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলা হয়।

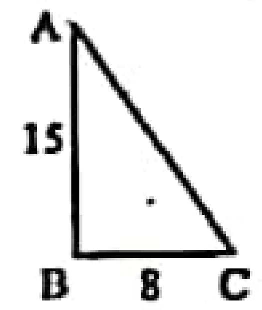
৪৪. চিত্রে BC এর মান কত? (মধ্যমান)



ⓚ 10 একক ⓛ 12 একক ⓜ 9 একক ⓝ 11 একক

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
$\therefore$ পিথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী, $AC^2 = AB^2 + BC^2$
বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2 = (13)^2 - 5^2$ বা, $BC^2 = 144$ $\therefore BC = 12$

৪৫. চিত্রে AC এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যমান)



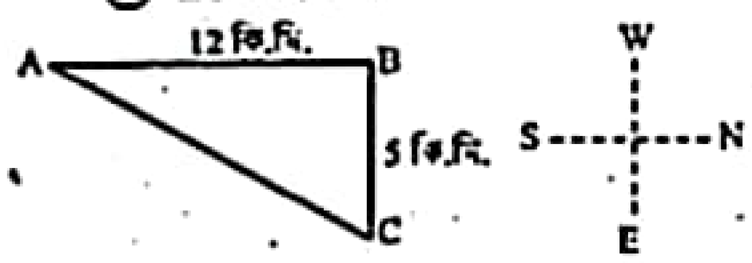
ⓚ 17 ⓛ 23 ⓜ 7 ⓝ 64

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$
$= \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17.$

৪৬. এক লোক একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে। তারপর 12 কি. মি. ঠিক উত্তর দিকে গেল। সেখান থেকে পূর্বে 5 কি. মি. গমন করল। যাত্রাশেষে সে নির্দিষ্ট অবস্থান থেকে কতদূরে অবস্থান করবে? (কঠিনমান)

ⓚ 17 কি. মি. ⓛ 15 কি. মি.
ⓜ 13 কি. মি. ⓝ 20 কি. মি.

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :

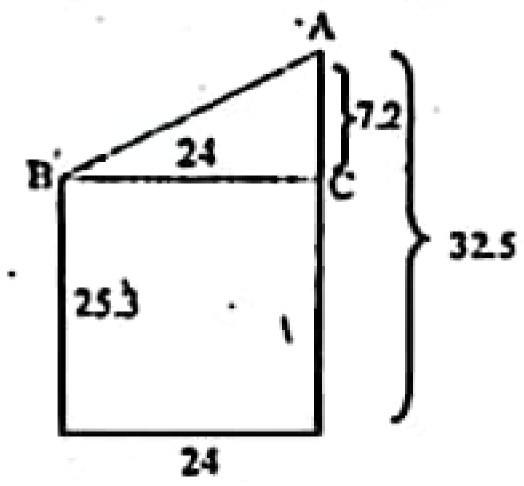


$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$
$= \sqrt{(12)^2 + 5^2}$
$= \sqrt{169} = 13$ কি.মি.

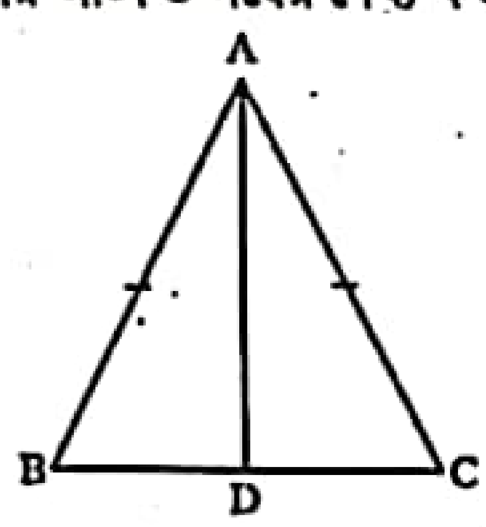
৪৭. দুইটি খুঁটি 25.3 মিটার এবং 32.5 মিটার উঁচু এবং পরস্পর থেকে 24 মিটার দূরে অবস্থিত। খুঁটিদ্বয়ের শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব কত? (কঠিনমান)

ⓚ 25.01 মি. ⓛ 26.305 মি. ⓜ 25.20 মি. ⓝ 26.0 মি.

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC এর
$AB^2 = BC^2 + AC^2$
বা, $AB^2 = (25.3)^2 + (7.2)^2$
$\therefore$ AB = 26.305 মিটার।



৪৮. ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার এক বাহু 4 সে. মি. হলে, A থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত? (কঠিনমান)



ⓚ $\sqrt{10}$ সে. মি. ⓛ $2\sqrt{3}$ সে. মি.
ⓜ $\sqrt{14}$ সে. মি. ⓝ 4 সে. মি.

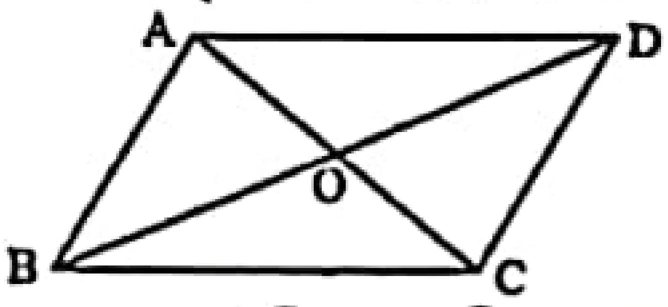
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ (সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য)
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4$ সে.মি. $= 2\sqrt{3}$ সে.মি.।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৩৮	৩৯	৪০	৪১	৪২	৪৩	৪৪	৪৫	৪৬	৪৭	৪৮
ⓜ	ⓜ	ⓛ	ⓜ	ⓛ	ⓛ	ⓛ	ⓚ	ⓜ	ⓛ	ⓛ

www.abswer.com

www.abswer.com

৪৯. 

ABCD সামান্তরিক হলে, নিচের কোন উত্তরটি সঠিক? (সহজমান)

(ক) AC = BC (খ) AD = AC (গ) AO = OB (ঘ) OA = OC

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে বলে OA = OC.

৫০. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় 3 এবং 4 সে. মি. হলে তার অতিভুজের মান কত? (কঠিনমান)

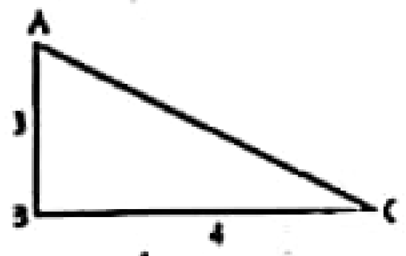
(ক) 7 সে. মি. (খ) 5 সে. মি. (গ) 6 সে. মি. (ঘ) 8 সে. মি.

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $3^2 + 4^2 = AC^2$ [যখন AB = 3, BC = 4]

বা, $9 + 16 = AC^2$

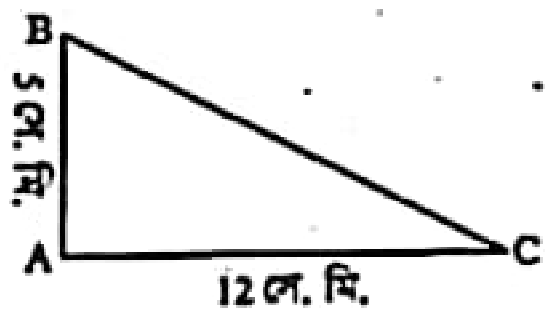
বা, $AC^2 = 25$ ∴ AC = 5.



৫১. Δ ABC এ ∠A = 90°, AC = 12 সে. মি. ও AB = 5 সে. মি. হলে BC = কত সে. মি.? (কঠিনমান)

(ক) 10 সে. মি. (খ) 11 সে. মি. (গ) 12 সে. মি. (ঘ) 13 সে. মি.

>> তথ্য/ব্যাখ্যা :



চিত্র হতে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$

বা, $BC^2 = (5)^2 + (12)^2$ বা, $BC^2 = 25 + 144$

বা, $BC^2 = 169$ ∴ $BC = \sqrt{169} = 13$ সে. মি.।

৫২. যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো সমান কিন্তু কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে কী বলে? (সহজমান)

(ক) আয়তক্ষেত্র (খ) বর্গক্ষেত্র (গ) সামান্তরিক (ঘ) রম্বস

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : সামান্তরিকের শর্তগুলো হল বিপরীত বাহুগুলো সমান কিন্তু কোন কোণ সমকোণ নয়।

৫৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের পরিমাণ 25 বর্গগজ এবং এক বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের পরিমাণ 9 বর্গগজ। ত্রিভুজের অন্য বাহুর পরিমাণ কত? (কঠিনমান)

(ক) 16 বর্গগজ (খ) 34 বর্গগজ (গ) 4 গজ (ঘ) 5 গজ

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : 25 − 9 = অন্য বাহুর বর্গ

বা, অন্য বাহুর বর্গ = 16 ∴ অন্য বাহু = $\sqrt{16}$ = 4 গজ।

৫৪. নিচের কোন বাহুগুলো একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি করে? (সহজমান)

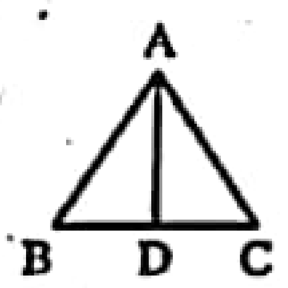
(ক) 4, 4, 5 (খ) 3, 4, 5 (গ) 4, 5, 6 (ঘ) 6, 7, 8

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$;

ফলে 3, 4, 5 বাহুগুলো সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি করে।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫৫. নিচের চিত্রটি লক্ষ কর :



Δ ABC-এর AD, BC এর উপর লম্ব এবং ∠C সূক্ষ্মকোণ হলে—

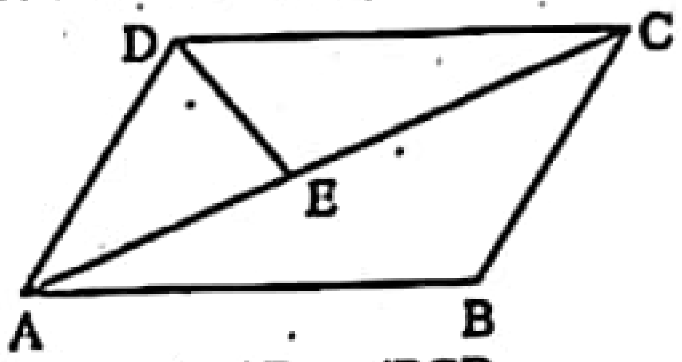
i. ∠ADB = ∠ADC ii. ∠ADB + ∠ADC = 180°

iii. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৬. ABCD সামান্তরিকের কর্ণ AC = 24cm, লম্বের দৈর্ঘ্য DE = 5 cm হলে—



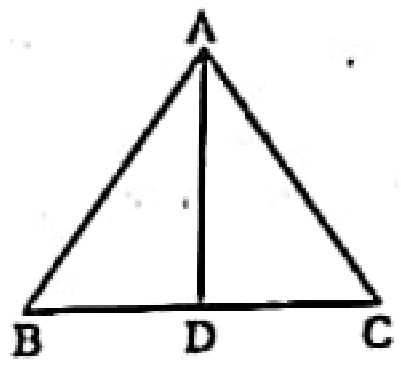
i. ∠ABC = ∠ADC, ∠BAD = ∠BCD

ii. Δ ADC এর ক্ষেত্রফল = 60 বর্গ সে.মি.

iii. ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 240 বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৭. 

চিত্রে—

i. ∠C হচ্ছে সূক্ষ্মকোণ

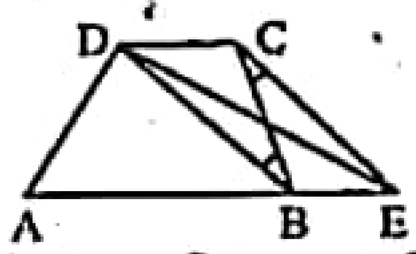
ii. Δ ADB ও Δ ADC উভয় স্থূলকোণী ত্রিভুজ

iii. $AD^2 = AC^2 - CD^2$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

(ক) শুধু i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : যে কোণের পরিমাপ 90° থেকে ছোট তাকে সূক্ষ্মকোণ বলা হয় এবং $AC^2 = AD^2 + CD^2$ বা $AD^2 = AC^2 - CD^2$.

৫৮. 

উপরোক্ত চিত্রে BD ভূমির উপর অবস্থিত।

i. Δ ABC ii. Δ BDC iii. Δ BDE

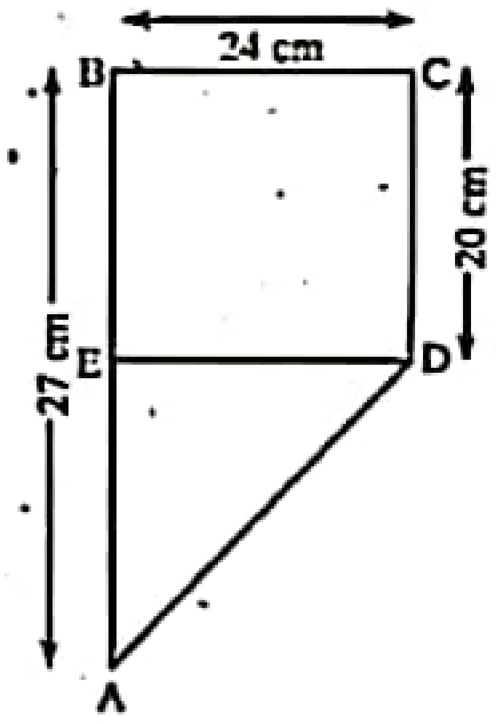
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

(ক) শুধু i (খ) i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i ও iii

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : যেহেতু BD ∥ CE তাই BD ভূমির উপর Δ BDC ও Δ BDE অবস্থিত।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের চিত্র হতে ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫৯. DE = কত? (সহজমান)

(ক) 24 cm (খ) 20 cm (গ) 3 cm (ঘ) 4 cm

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : BC = DE = 24 cm.

৬০. AD = কত? (কঠিনমান)

(ক) 20 cm (খ) 25 cm (গ) 7 cm (ঘ) 24 cm

>> তথ্য/ব্যাখ্যা : $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2}$

$= \sqrt{7^2 + (24)^2}$

$= \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25.$

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৪৯	ঘ	৫০	খ	৫১	ঘ	৫২	গ	৫৩	গ	৫৪	খ	৫৫	ঘ	৫৬	ক	৫৭	গ	৫৮	গ	৫৯	ক	৬০	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

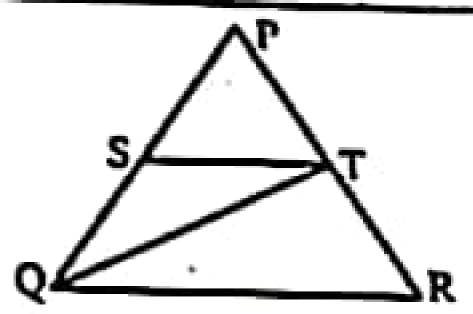
সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০২০



চিত্রে, S ও T যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।

ক. প্রমাণ কর যে,

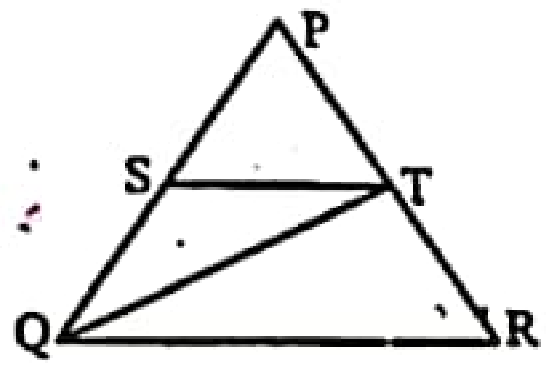
ΔPST এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(ΔPQR এর ক্ষেত্রফল)। ২

খ. যদি PQ = QR = PR হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $4QT^2 = 3PQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $2ST = QR$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔPQR-এ S ও T যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।



প্রমাণ করতে হবে যে, ΔPST এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(ΔPQR এর ক্ষেত্রফল)

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPQT এ S, PQ এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ ST মধ্যমা।

অর্থাৎ ΔPST এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\Delta PQT$ এর ক্ষেত্রফল।

[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

ধাপ-২ : ΔPQR এ T, PR এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ QT মধ্যমা।

অর্থাৎ ΔPQT এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\Delta PQR$ এর ক্ষেত্রফল।

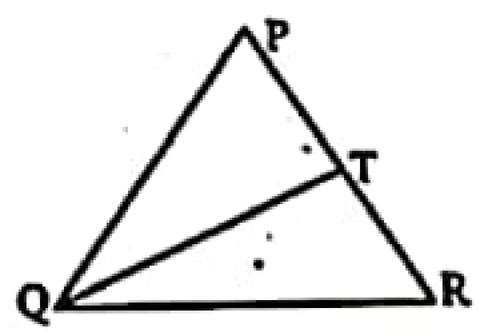
[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

ধাপ-৩: ধাপ (২) ও (৩) থেকে পাই,

ΔPST এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(\frac{1}{2}\Delta PQR$ এর ক্ষেত্রফল)

$\therefore \Delta PST$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(ΔPQR এর ক্ষেত্রফল)। (প্রমাণিত)

খ মনে করি, ΔPQR-এ PQ = QR = PR । প্রমাণ করতে হবে যে, $4QT^2 = 3PQ^2$



প্রমাণ :

ধাপ-১: ΔPQR-এ PQ = QR = PR

$\therefore PT = RT = \frac{1}{2}PR$ [QT এর পাদবিন্দু T, PR কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-২ : ΔPQT সমকোণী ত্রিভুজে,

$PQ^2 = QT^2 + PT^2$.

বা, $QT^2 = PQ^2 - PT^2$

বা, $QT^2 = PQ^2 - \left(\frac{PR}{2}\right)^2$

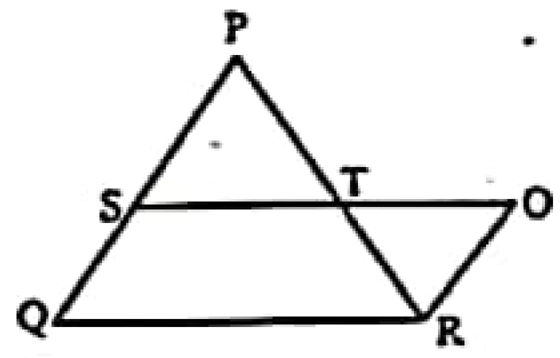
বা, $QT^2 = PQ^2 - \frac{PR^2}{4}$

বা, $QT^2 = \frac{4PQ^2 - PR^2}{4}$

বা, $4QT^2 = 4PQ^2 - PQ^2$ [$\because PQ = PR \therefore PQ^2 = PR^2$]

$\therefore 4QT^2 = 3PQ^2$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ΔPQR একটি ত্রিভুজ। PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T। প্রমাণ করতে হবে যে, $2ST = QR$.



অঙ্কন : ST কে O বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, ST = OT হয়। O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPST ও ΔROT-এ PT = RT [প্রদত্ত]

ST = OT [অঙ্কনানুসারে]

$\angle PTS = \angle OTR$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta PST \cong \Delta ROT$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle PST = \angle TOR$ এবং $\angle SPT = \angle ORT$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ PS ∥ OR বা, PQ ∥ OR

আবার, QS = PS = OR এবং QS ∥ OR

$\therefore$ QROS একটি সামান্তরিক।

ধাপ-২ : QROS সামান্তরিকে

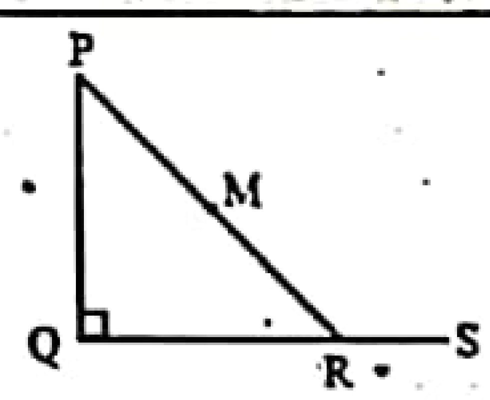
SO = QR [সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান]

বা, ST + OT = QR

বা, ST + ST = QR

$\therefore 2ST = QR$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▶ যশোর বোর্ড ২০২০



ক. যদি $\angle QPR = 37°$ হয়, তবে $\angle PRS$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. যদি M, PR এর উপর যেকোনো বিন্দু এবং PQ = RQ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PM^2 + RM^2 = 2MQ^2$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔPQR-এ $\angle PQR = 90°$, $\angle QPR = 37°$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°

$\therefore \Delta PQR$-এ

$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180°$

বা, $90° + 37° + \angle PRQ = 180°$

www.abswer.com

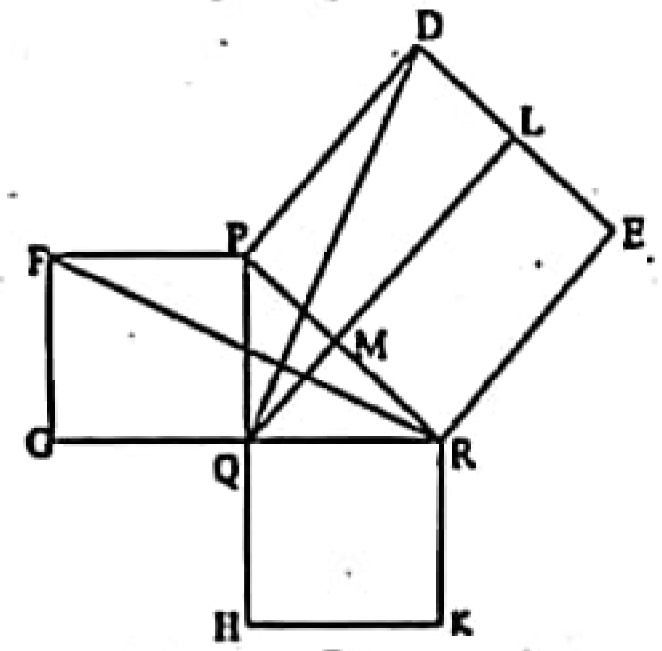
www.abswer.com

বা, $127° + \angle PRQ = 180°$
বা, $\angle PRQ = 180° - 127°$
$\therefore \angle PRQ = 53°$
আবার, $\angle PRQ + \angle PRS = 180°$ [এক সরলকোণ]
বা, $53° + \angle PRS = 180°$
$\therefore \angle PRS = 127°$
নির্ণেয় মান $\angle PRS = 127°$.

▸ বিকল্প পদ্ধতি

ΔPQR এর একটি বহিঃস্থ কোণ $\angle PRS$
আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
$\therefore \angle PRS = \angle PQR + \angle QPR = 90° + 37° = 127°$
নির্ণেয় মান $\angle PRS = 127°$.

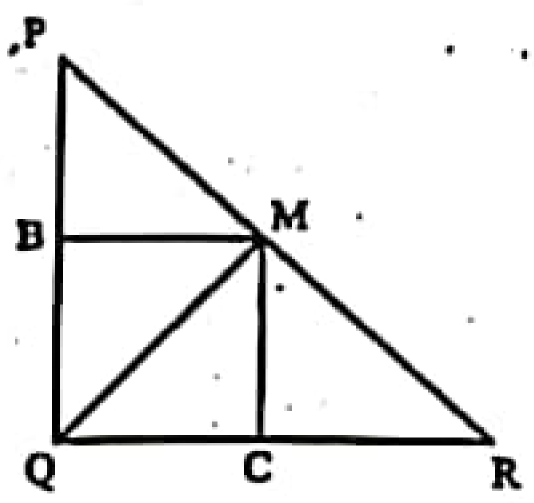
খ পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি হলো : সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।
মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং PR অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$.



অঙ্কন : PR, PQ এবং RQ বাহুর উপর যথাক্রমে PRED, PQGF এবং RQHK বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। Q বিন্দু দিয়ে PD বা RE রেখার সমান্তরাল QL রেখা আঁকি। মনে করি, তা PR কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। Q ও D এবং R ও F যোগ করি।

প্রমাণ :
ধাপ ১ : ΔQPD ও ΔFPR এ $QP = PF$; $PD = PR$
[∵ $\angle RPD = \angle QPF = 1$ সমকোণ]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle QPD = \angle QPR + \angle DPR$
$= \angle QPR + \angle QPF$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle RPF$
অতএব, $\Delta QPD \cong \Delta FPR$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
ধাপ ২ : ত্রিভুজক্ষেত্র QPD এবং আয়তক্ষেত্র PDLM একই ভূমি PD এর উপর এবং PD ও QL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।
সুতরাং, আয়তক্ষেত্র PDLM = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র QPD)
ধাপ ৩ : ত্রিভুজক্ষেত্র RPF এবং বর্গক্ষেত্র PQGF একই ভূমি PF এর উপর এবং PF ও RG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।
সুতরাং, বর্গক্ষেত্র PQGF = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র FPR) = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র QPD) [উপপাদ্য-১]
ধাপ ৪ : আয়তক্ষেত্র PDLM = বর্গক্ষেত্র PQGF
ধাপ ৫ : অনুরূপভাবে Q, E ও P, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র RELM = বর্গক্ষেত্র RQHK [উপপাদ্য-১]
ধাপ ৬ : আয়তক্ষেত্র (PDLM + RELM) = বর্গক্ষেত্র PQGF + বর্গক্ষেত্র RQHK [(২) ও (৩) থেকে]
বা, বর্গক্ষেত্র PRED = বর্গক্ষেত্র PQGF + বর্গক্ষেত্র RQHK
[(৪) ও (৫) থেকে]
অর্থাৎ, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ΔPQR-এ $PQ = QR$ এবং $\angle PQR = 90°$। M, PR এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PM^2 + RM^2 = 2QM^2$



অঙ্কন : $MB \perp PQ$, $MC \perp QR$ আঁকি। M, Q যোগ করি।

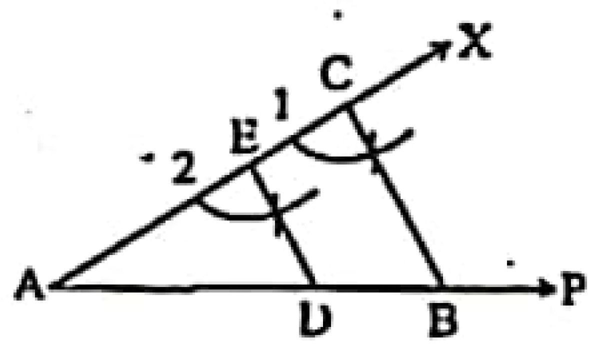
প্রমাণ : ধাপ-১ : ΔPQR-এ $\angle PQR = 90°$ [প্রদত্ত]
$PQ = QR$
$\therefore \angle P = \angle R = 45°$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ]
ধাপ-২ : ΔMCR সমকোণী ত্রিভুজে, MR অতিভুজ।
$\angle CMR = \angle CRM = 45°$ [(১) থেকে]
$\therefore CM = CR$
একইভাবে, $BM = BP$
ধাপ-৩ : ΔMCR সমকোণী ত্রিভুজে
$MR^2 = CM^2 + CR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $MR^2 = CM^2 + CM^2 = 2CM^2$
একইভাবে, $MP^2 = BM^2 + BP^2$
বা, $MP^2 = BM^2 + BM^2 = 2BM^2$
ধাপ-৪ : BMCQ আয়তক্ষেত্র
সুতরাং $BM = CQ$ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]
ধাপ-৫ : $MR^2 + MP^2 = 2(CM^2 + BM^2)$
ধাপ-৬ : ΔMCQ সমকোণী ত্রিভুজে,
$QM^2 = CM^2 + CQ^2$ [পিথাগোরাস]
বা, $2QM^2 = 2(CM^2 + BM^2)$ [ধাপ (৪)]
বা, $2QM^2 = MR^2 + MP^2$ [ধাপ ৫ হতে]
$\therefore PM^2 + RM^2 = 2MQ^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▸ সিলেট বোর্ড ২০২০

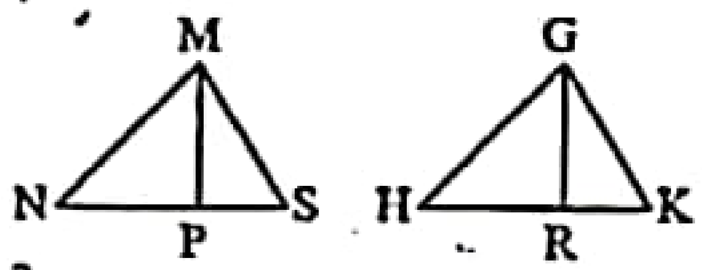
ΔMNS ও ΔGHK দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ। ΔMNS এর MP একটি মধ্যমা।
ক. 5 সে.মি. দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\Delta SMN : \Delta KGH = MN^2 : GH^2$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $MN^2 + MS^2 = 2(MP^2 + NP^2)$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, AB = 5 সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাকে D বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করা হলো।



খ মনে করি, ΔMNS ও ΔGHK দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ।
প্রমাণ করতে হবে যে,
$\Delta SMN : \Delta KGH = MN^2 : GH^2$



অঙ্কন : $MP \perp NS$ এবং $GR \perp HK$ আঁকি।
প্রমাণ :
ধাপ-১ : $\Delta MNS = \frac{1}{2} NS \times MP$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]
এবং $\Delta KGH = \frac{1}{2} \times HK \times GR$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

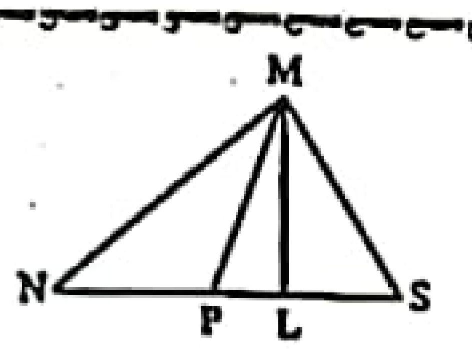
$$\therefore \frac{\Delta MNS}{\Delta KGH} = \frac{\frac{1}{2} NS \times MP}{\frac{1}{2} HK \times GR} = \frac{NS}{HK} \times \frac{MP}{GR}$$

ধাপ-২ : ΔPMN ও ΔRGH-এ,
$\angle N = \angle H$ [ΔMNS ও ΔGHK সদৃশ]
$\angle MPN = \angle GRH$ [সমকোণ]
$\therefore \Delta PMN$ ও ΔRGH পরস্পর সদৃশকোণী বিধায় সদৃশ।
ধাপ-৩ : $\frac{MP}{GR} = \frac{MN}{GH} = \frac{NS}{HK}$ [ΔMNS ও ΔGHK সদৃশ]
$\therefore \frac{\Delta MNS}{\Delta KGH} = \frac{MN}{GH} \times \frac{MN}{GH} = \frac{MN^2}{GH^2}$ [ধাপ (১) থেকে]
$\therefore \Delta MNS : \Delta KGH = MN^2 : GH^2$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

গ মনে করি, Δ MNS-এ MP একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN^2 + MS^2 = 2(MP^2 + NP^2)$



অঙ্কন : $ML \perp NS$ আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : Δ PML সমকোণী ত্রিভুজে, $MP^2 = ML^2 + PL^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

বা, $ML^2 = MP^2 - PL^2$

ধাপ-২ : Δ MNL সমকোণী ত্রিভুজে,

$MN^2 = ML^2 + NL^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= MP^2 - PL^2 + NL^2$ [ধাপ (১) থেকে]

$= MP^2 - PL^2 + (NP + PL)^2$

$= MP^2 - PL^2 + NP^2 + 2NP \cdot PL + PL^2$

$= MP^2 + NP^2 + 2NP \cdot PL$

ধাপ-৩ : Δ MSL সমকোণী ত্রিভুজে,

$MS^2 = ML^2 + LS^2$

$= MP^2 - PL^2 + (SP - PL)^2$

$= MP^2 - PL^2 + (NP - PL)^2$ [$\because$ P, NS এর মধ্যবিন্দু]

$= MP^2 - PL^2 + NP^2 - 2NP \cdot PL + PL^2$

$= MP^2 + NP^2 - 2NP \cdot PL$

ধাপ-৪ : এখন, $MN^2 + MS^2 = MP^2 + NP^2 + 2NP \cdot PL + MP^2 + NP^2 - 2NP \cdot PL$ [ধাপ(২) ও ধাপ (৩) হতে]

$\therefore MN^2 + MS^2 = 2(MP^2 + NP^2)$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০২০

Δ PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $PM \perp QR$ এবং $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

ক. $P = 12$ সে.মি., $\frac{P}{4}$ বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁক। ২

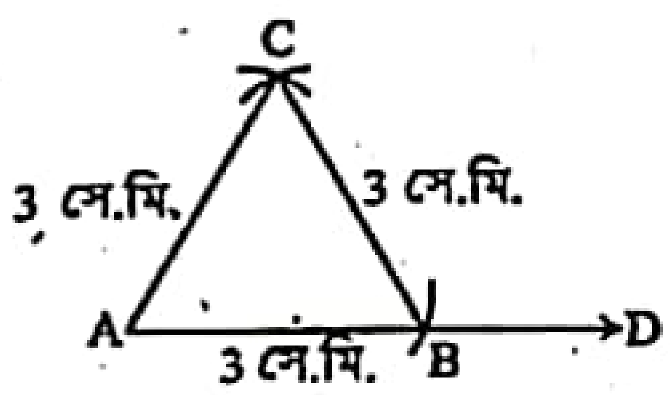
খ. প্রমাণ কর যে, $4PM^2 = 3PQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QOR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

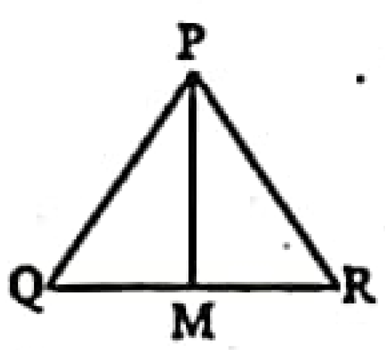
ক এখানে, $P = 12$ সে.মি.

$\therefore \frac{P}{4} = \frac{12}{4} = 3$ সে.মি.



চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি.।

খ মনে করি, Δ PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $PM \perp QR$ প্রমাণ করতে হবে যে, $4PM^2 = 3PQ^2$.



প্রমাণ :

ধাপ-১ : Δ PQR-এ $PQ = QR = PR$ [সমবাহু ত্রিভুজ]

$QM = RM = \frac{1}{2}QR$

[PM লম্বের পাদবিন্দু M, QR কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-২ : Δ PMQ সমকোণী ত্রিভুজ। [$PM \perp QR$]

$\therefore PQ^2 = PM^2 + QM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

বা, $PQ^2 - QM^2 = PM^2$

বা, $PM^2 = PQ^2 - \left(\frac{1}{2}QR\right)^2$

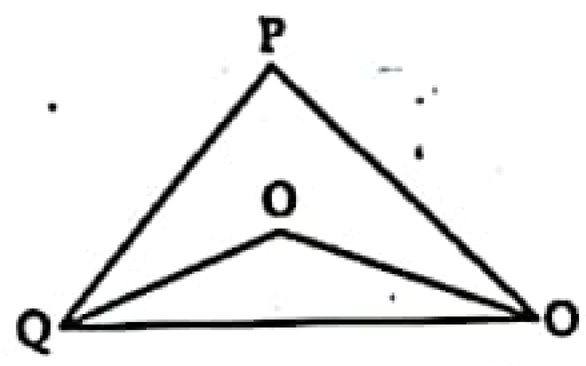
বা, $PM^2 = PQ^2 - \frac{QR^2}{4}$

বা, $PM^2 = \frac{4PQ^2 - QR^2}{4}$

বা, $4PM^2 = 4PQ^2 - PQ^2$ [$\because PQ = QR$]

$\therefore 4PM^2 = 3PQ^2$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, Δ PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle QOR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$

প্রমাণ : ধাপ-১ : Δ PQR-এ

$\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$ [ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 90°$

বা, $\frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 90° - \frac{1}{2}\angle P$

ধাপ-২ : Δ QOR-এ,

$\angle OQR + \angle ORQ + \angle QOR = 180°$ [ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি 180°]

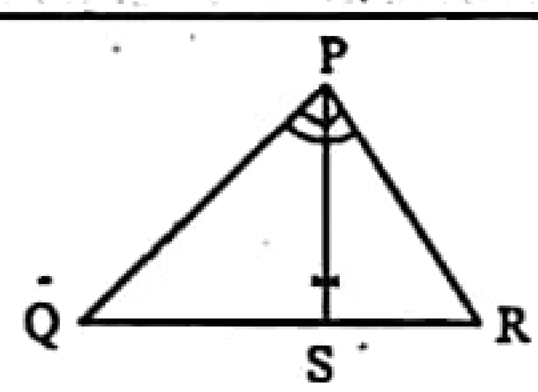
বা, $\frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R + \angle QOR = 180°$

বা, $90° - \frac{1}{2}\angle P + \angle QOR = 180°$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $\angle QOR = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle P$

$\therefore \angle QOR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ ▸ ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২০



চিত্রে, $\angle P = 90°$, $PQ > PR$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS রেখাংশ QR কে S বিন্দুতে ছেদ করে।

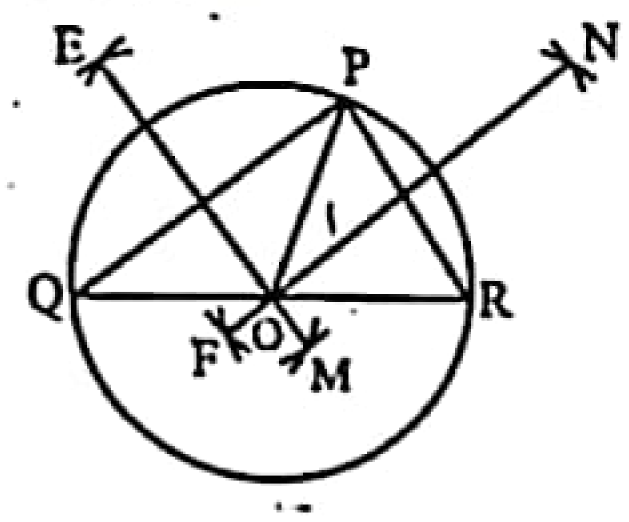
ক. PQR ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ। ৪

গ. উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle QPR = 90°$। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু P, Q ও R দিয়ে যায়।



অঙ্কন :

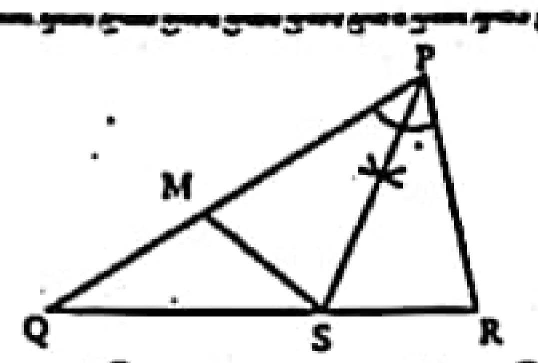
১. PQ ও RP রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।
২. P, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি P, Q ও R বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই Δ PQR এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

www.abswer.com

www.abswer.com

খ এখানে, ΔPQR-এর $PQ > PR$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS, QR বাহুকে S বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ।



অঙ্কন : PQ বাহু হতে PR-এর সমান PM অংশ কাটি এবং S, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. ΔPMS ও ΔPRS-এ, $PM = PR$ [অঙ্কন অনুসারে]

$PS = PS$ [সাধারণ বাহু]

$\angle SPM = \angle RPS$ [$\because PS$, $\angle P$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\therefore$ $\Delta PMS \cong \Delta PRS$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle PSM = \angle PSR$

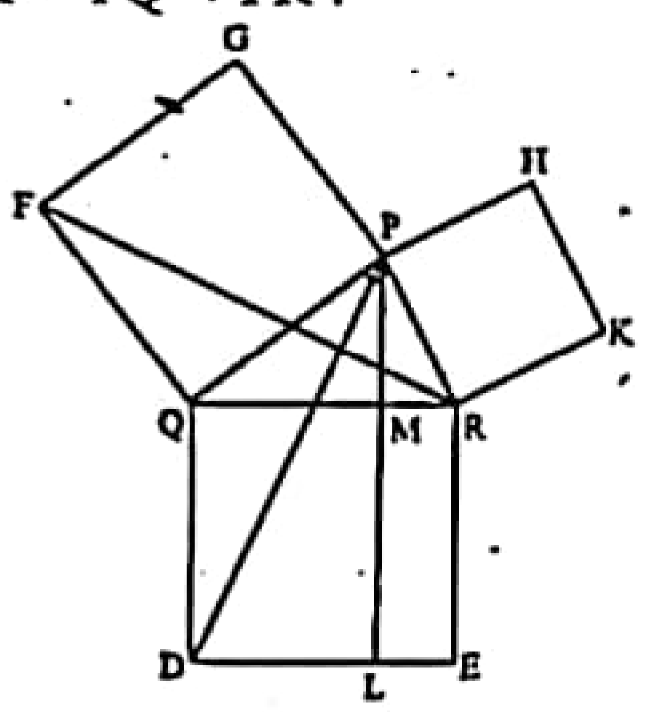
সুতরাং $\angle PSQ > \angle PSM$ [$\because \angle PSM$, $\angle PSQ$-এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle PSQ > \angle PSR$ [$\because \angle PSR = \angle PSM$]

$\therefore$ $\angle PSQ$ স্থূলকোণ। [$\because \angle PSQ$ ও $\angle PSR$-এর সমষ্টি এক সরলকোণ।] (প্রমাণিত)

গ মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle QPR = 90°$ এবং QR অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$.

অঙ্কন : QR, QP এবং RP বাহুর উপর যথাক্রমে $QRED$, $QPGF$ এবং $RPHK$ বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। P বিন্দু দিয়ে QD বা RE রেখার সমান্তরাল PL রেখা আঁকি। মনে করি, তা QR কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। P ও D এবং R ও F যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔPQD ও ΔFQR এ $PQ = QF$, $QD = QR$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PQD = \angle PQR + \angle DQR = \angle PQR + \angle PQF =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle RQF$ [$\angle RQD = \angle PQF = 1$ সমকোণ]

অতএব, $\Delta PQD \cong \Delta FQR$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

ধাপ ২ : ত্রিভুজক্ষেত্র PQD এবং আয়তক্ষেত্র $QDLM$ একই ভূমি QD এর উপর এবং QD ও PL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং, আয়তক্ষেত্র $QDLM = 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র PQD)

ধাপ ৩ : ত্রিভুজক্ষেত্র RQF এবং বর্গক্ষেত্র $QPGF$ একই ভূমি QF এর উপর এবং QF ও RG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, বর্গক্ষেত্র $QPGF = 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র FQR) $= 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র PQD)

ধাপ ৪ : আয়তক্ষেত্র $QDLM =$ বর্গক্ষেত্র $QPGF$.

ধাপ ৫ : অনুরূপভাবে P, E ও Q, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র $RELM =$ বর্গক্ষেত্র $RPHK$

ধাপ ৬ : আয়তক্ষেত্র $(QDLM + RELM) =$ বর্গক্ষেত্র $QPGF +$ বর্গক্ষেত্র $RPHK$ [(৪) ও (৫) থেকে]

বা, বর্গক্ষেত্র $QRED =$ বর্গক্ষেত্র $QPGF +$ বর্গক্ষেত্র $RPHK$

অর্থাৎ, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬ ▶ যশোর বোর্ড ২০১৯

MLN সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $\angle L$ সমকোণ।

ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x°$ ও $2x°$ হলে, ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $MN^2 = NL^2 + ML^2$. ৪

গ. MN এর উপরস্থ কোনো বিন্দু Q হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}(QM^2 + QN^2) = QL^2$. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x°$ ও $2x°$। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি এক সমকোণ বা $90°$।

অর্থাৎ $4x° + 2x° = 90°$

বা, $6x° = 90°$

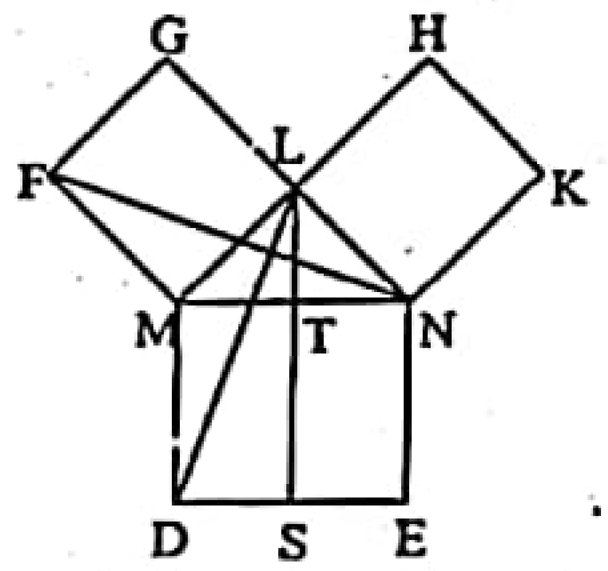
বা, $x° = \frac{90°}{6}$

$\therefore$ $x° = 15°$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণ $= 2x° = 2 \times 15° = 30°$.

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাণ $30°$.

খ মনে করি, MLN সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $\angle L =$ এক সমকোণ এবং MN অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN^2 = LN^2 + ML^2$.



অঙ্কন : MN, ML এবং NL বাহুর উপর যথাক্রমে $MNED$, $MLGF$ এবং $NLHK$ বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। L বিন্দু দিয়ে MD বা NE রেখার সমান্তরাল LS রেখা আঁকি। মনে করি, তা MN কে T বিন্দুতে এবং DE কে S বিন্দুতে ছেদ করে। L ও D এবং N ও F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. ΔLMD ও ΔFMN এ $LM = MF$, $MD = MN$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle LMD = \angle LMN + \angle DMN = \angle LMN + \angle LMF =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle NMF$ [$\angle NMD = \angle LMF = 1$ সমকোণ]

অতএব, $\Delta LMD \cong \Delta FMN$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

ধাপ ২. ত্রিভুজক্ষেত্র LMD এবং আয়তক্ষেত্র $MDST$ একই ভূমি MD এর উপর এবং MD ও LS সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং, আয়তক্ষেত্র $MDST = 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র LMD)

ধাপ ৩. ত্রিভুজক্ষেত্র NMF এবং বর্গক্ষেত্র $MLGF$ একই ভূমি MF এর উপর এবং MF ও NG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, বর্গক্ষেত্র $MLGF = 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র FMN) $= 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র LMD).

ধাপ ৪. আয়তক্ষেত্র $MDST =$ বর্গক্ষেত্র $MLGF$.

ধাপ ৫. অনুরূপভাবে L, E ও M, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র $NEST =$ বর্গক্ষেত্র $NLHK$

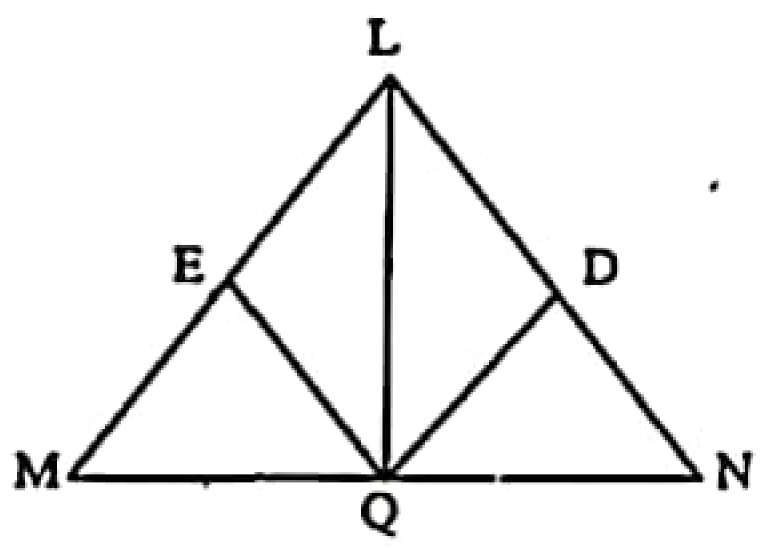
ধাপ ৬. আয়তক্ষেত্র $(MDST + NESP) =$ বর্গক্ষেত্র $MLGF +$ বর্গক্ষেত্র $NLHK$

বা, বর্গক্ষেত্র $MNED =$ বর্গক্ষেত্র $MLGF +$ বর্গক্ষেত্র $NLHK$ [(৪) ও (৫) থেকে]

বা, $MN^2 = ML^2 + LN^2$

$\therefore$ $MN^2 = NL^2 + ML^2$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, MLN সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $ML = NL$. $\angle L =$ এক সমকোণ এবং অতিভুজ MN এর উপরস্থ একটি বিন্দু Q। L, Q যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{1}{2}(QM^2 + QN^2) = QL^2$.

অঙ্কন : Q বিন্দু হতে LN ও ML এর উপর যথাক্রমে QD ও QE লম্ব আঁকি।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ MLN এ $\angle L = 90°$ [∵ Δ MLN সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]।

∴ $\angle M = \angle N = 45°$

ধাপ ২. QND সমকোণী ত্রিভুজে, QN অতিভুজ এবং $\angle QND = \angle NQD = 45°$ [∵ $\angle QDN$ = এক সমকোণ]

∴ QD = QN

একই কারণে QE = ME [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

এখন, QND সমকোণী ত্রিভুজে,

$QN^2 = QD^2 + ND^2$

$= QD^2 + QD^2 = 2QD^2$

ধাপ ৩. QME সমকোণী ত্রিভুজে, [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$QM^2 = QE^2 + ME^2$

$= QE^2 + QE^2 = 2QE^2$

ধাপ ৪. LDQE একটি আয়তক্ষেত্র

সুতরাং LD = QE [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ৫. $QM^2 + QN^2 = 2QE^2 + 2QD^2 = 2(QE^2 + QD^2)$

ধাপ ৬. QLD সমকোণী ত্রিভুজে

$QD^2 + LD^2 = QL^2$

বা, $QD^2 + QE^2 = QL^2$

বা, $2(QE^2 + QD^2) = 2QL^2$

বা, $QM^2 + QN^2 = 2QL^2$. [ধাপ ৫]

∴ $\frac{1}{2}(QM^2 + QN^2) = QL^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৭ ▶ ঢাকা বোর্ড ২০১৭

Δ ABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.

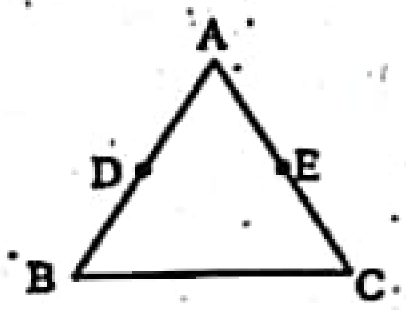
ক. তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, DE ∥ BC. ৪

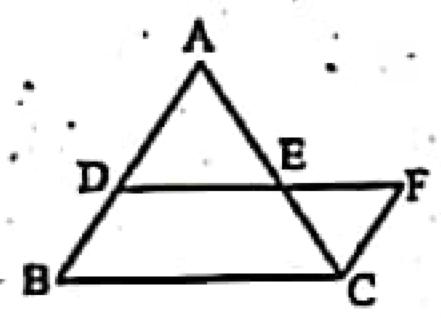
গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, Δ ABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.



খ ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E. প্রমাণ করতে হবে যে, DE ∥ BC.



অঙ্কন : D, E যোগ করে বর্ধিত করি যেন DE = EF হয়।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ADE ও Δ CEF-এ

AE = CE [E, AC এর মধ্যবিন্দু]

DE = EF [অঙ্কনানুসারে]

$\angle AED = \angle CEF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ $\Delta ADE \cong \Delta CEF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

AD = CF বা, BD = CF [∵ AD = BD]

$\angle ADF = \angle EFC$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle ADF = \angle DFC$

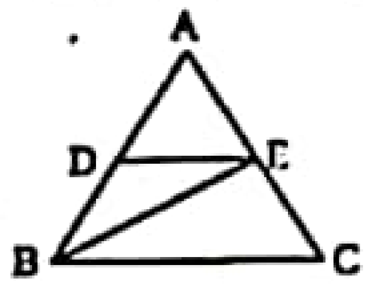
∴ AD ∥ CF বা, BD ∥ CF

∴ BCFD একটি সামান্তরিক

∴ DF ∥ BC

অর্থাৎ DE ∥ BC. (প্রমাণিত)

গ Δ ABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)



অঙ্কন : B, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ABC-এ E, AC এর মধ্যবিন্দু

∴ BE মধ্যমা

BE মধ্যমা হওয়ায়,

ক্ষেত্র ABE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজটিকে দুইটি সমান অংশে ভাগ করে]

ধাপ ২ : D, AB এর মধ্যবিন্দু।

∴ DE মধ্যমা।

DE মধ্যমা হওয়ায় Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times$ (Δ ক্ষেত্র ABE এর ক্ষেত্রফল)

[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজটিকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত করে]

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

$= \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) [(১) এর হতে]

∴ Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ ▶ যশোর বোর্ড ২০১৭

Δ ABC এ $\angle C = 1$ সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$.

ক. $\angle A = ?$ এবং $\angle B = ?$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ΔABC এর যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশের দৈর্ঘ্য এর তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ΔABC-এ $\angle C = 1$ সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান। তাই,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $\angle A + 2\angle A + 90° = 180°$

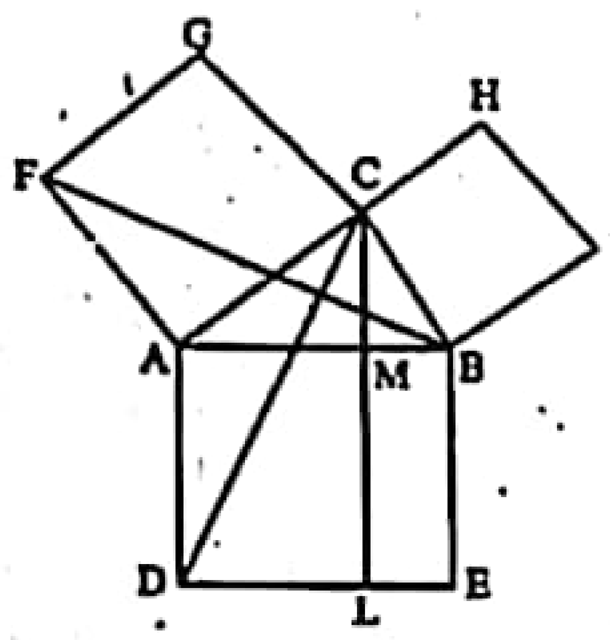
বা, $3\angle A = 90°$

বা, $\angle A = 30°$।

∴ $\angle B = 2 \times 30° = 60°$

নির্ণেয় মান, $\angle A = 30°$ এবং $\angle B = 60°$.

খ মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C = 1$ সমকোণ, $\angle B = 2\angle A$ এবং AB অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$.



অঙ্কন : AB, AC এবং BC বাহুর উপর যথাক্রমে ABED, ACGF এবং BCHK বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি।

C বিন্দু দিয়ে AD বা BE রেখার সমান্তরাল CL রেখা আঁকি। মনে করি, তা AB কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। C ও D এবং B ও F যোগ করি।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔCAD ও ΔFAB এ $CA = AF$, $AD = AB$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD$
$= \angle CAB + \angle BAD$ [$\angle BAD = \angle CAF = 1$ সমকোণ]
$= \angle CAB + \angle CAF =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BAF$

অতএব, $\Delta CAD \cong \Delta FAB$

ধাপ ২ : ত্রিভুজক্ষেত্র CAD এবং আয়তক্ষেত্র ADLM একই ভূমি AD এর উপর এবং AD ও CL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, আয়তক্ষেত্র ADLM = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র CAD) [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

ধাপ ৩ : ত্রিভুজক্ষেত্র BAF এবং বর্গক্ষেত্র ACGF একই ভূমি AF এর উপর এবং AF ও BG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, বর্গক্ষেত্র ACGF = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র FAB) = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র CAD) [উপপাদ্য-১]

ধাপ ৪ : আয়তক্ষেত্র ADLM = বর্গক্ষেত্র ACGF

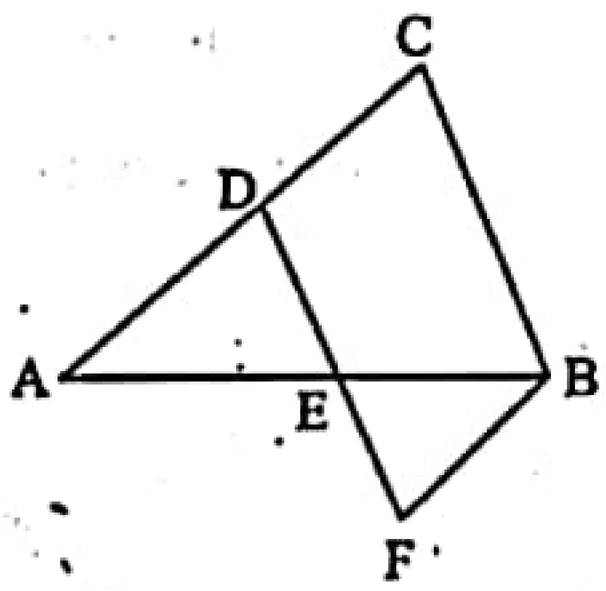
ধাপ ৪ : অনুরূপভাবে C, E ও A, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র BELM = বর্গক্ষেত্র BCHK [উপপাদ্য-১]

ধাপ ৬ : আয়তক্ষেত্র (ADLM + BELM) = বর্গক্ষেত্র ACGF + বর্গক্ষেত্র BCHK [(২) ও (৩) থেকে]

বা, বর্গক্ষেত্র ABED = বর্গক্ষেত্র ACGF + বর্গক্ষেত্র BCHK [(৪) ও (৫) থেকে]

অর্থাৎ, $AB^2 = AC^2 + BC^2$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABC ত্রিভুজে $\angle C = 1$ সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$। D এবং E যথাক্রমে AC এবং AB এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC এর AC ও AB বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা অপর বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে অর্ধেক।



অর্থাৎ $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$.

অঙ্কন : D ও E যোগ করে বর্ধিত করি যেন $EF = DE$ হয়।

প্রমাণ : ধাপ ১ : ΔADE ও ΔBEF এর মধ্যে
$AE = EB$, $DE = EF$ [অঙ্কনানুসারে]
$\angle AED = \angle BEF$ [বিপ্রতীপ কোণ]
$\Delta ADE \cong \Delta BEF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore$ $\angle ADE = \angle EFB$ এবং
$\angle DAE = \angle EBF$ [একান্তর কোণ]
$\therefore$ $DF \parallel BC$ বা $DE \parallel BC$

ধাপ ২ : আবার, $DF = BC$
বা, $DE + EF = BC$
বা, $DE + DE = BC$
বা, $2DE = BC$ [$\because DE = EF$]
বা, $DE = \frac{1}{2}BC$.

অর্থাৎ, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৯ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭

ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B =$ এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ।

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ। ২

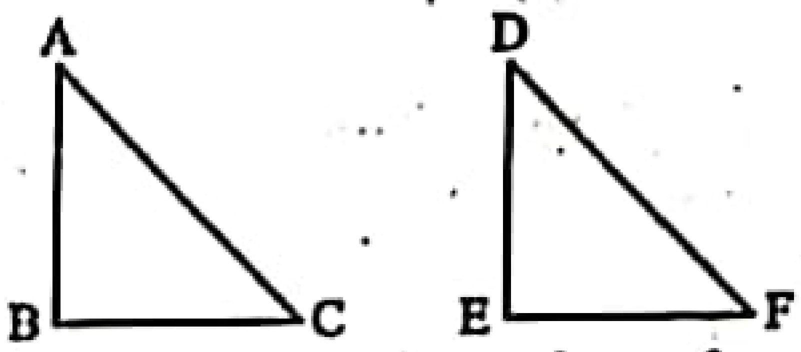
খ. ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ হলে প্রমাণ কর যে, $\angle B = 1$ সমকোণ। ৪

গ. যদি $AB = BC$ হয় এবং P, AC এর উপরস্থ কোনো বিন্দু হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$. ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক পিথাগোরাসের উপপাদ্য : সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

খ



মনে করি, ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B = 1$ সমকোণ।

অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি যেন $\angle E = 1$ সমকোণ, $EF = BC$ এবং $DE = AB$ হয়।

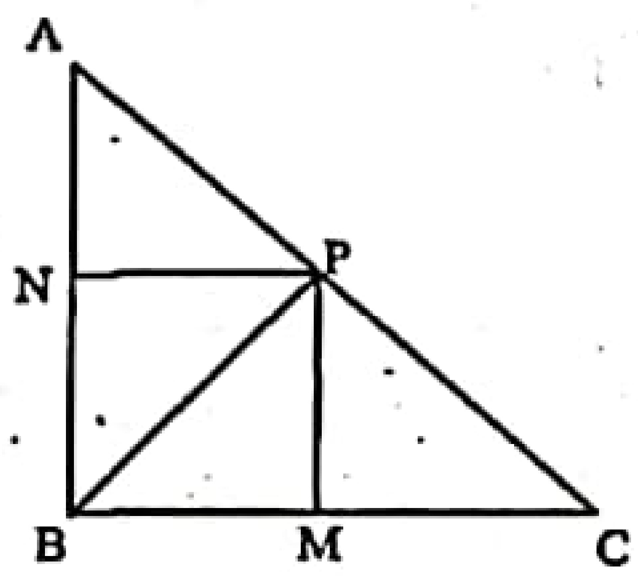
প্রমাণ :

ধাপ ১ : $DF^2 = DE^2 + EF^2$
বা, $DF^2 = AB^2 + BC^2$ [ΔDEF এ $\angle E = 1$ সমকোণ]
বা, $DF^2 = AC^2$
বা, $DF = AC$ [কল্পনা]

ধাপ ২ : ΔABC ও ΔDEF এ
$BC = EF$
$AB = DE$ [ধাপ (১) হতে]
$AC = DF$
$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore$ $\angle B = \angle E$

অতএব, $\angle B = 1$ সমকোণ [$\because \angle E = 1$ সমকোণ]
(প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ যেখানে $AB = BC$। AC এর অতিভুজ এবং P, AC এর উপর যে কোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$



অঙ্কন : P বিন্দু হতে BC ও AB এর উপর যথাক্রমে PM ও PN লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔABC এ $\angle B = 90°$ [$\because \Delta ABC$ সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]
$\therefore$ $\angle A = \angle C = 45°$

ধাপ ২ : PCM সমকোণী ত্রিভুজে, PC অতিভুজ [$\because \angle PMC =$ এক সমকোণ]
এবং $\angle PCM = \angle CPM = 45°$
$\therefore$ $PM = PC$
একই কারণে $PN = AN$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
এখন, PCM সমকোণী ত্রিভুজে,
$PC^2 = PM^2 + CM^2 = PM^2 + PM^2 = 2PM^2$

ধাপ ৩ : PAN সমকোণী ত্রিভুজে, [একই]
$PA^2 = PN^2 + AN^2 = PN^2 + PN^2 = 2PN^2$

ধাপ ৪ : BMPN একটি আয়তক্ষেত্র
সুতরাং $BM = PN$ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ৫ : $PA^2 + PC^2 = 2PN^2 + 2PM^2 = 2(PN^2 + PM^2)$

ধাপ ৬ : PBM সমকোণী ত্রিভুজে, $PM^2 + BM^2 = PB^2$
বা, $PM^2 + PN^2 = PB^2$
বা, $2(PN^2 + PM^2) = 2PB^2$ [ধাপ ৫]
$\therefore$ $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১০ ▶ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৭

সমকোণী ΔPQR এর $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং ΔABC সমবাহু যার $AD \perp BC$.

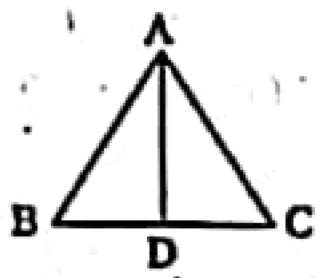
ক. দেখাও যে, $BD = CD$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

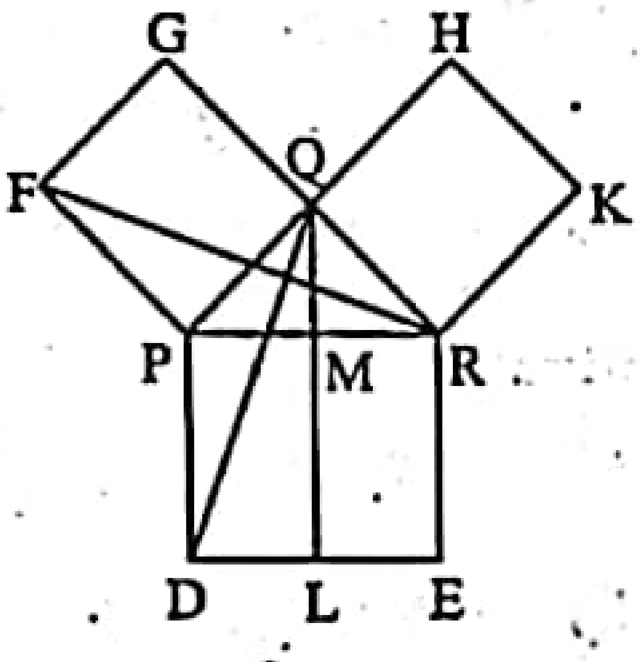
১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। BC এর উপর লম্ব AD। দেখাতে হবে যে, $BD = CD$.



ধাপ ১ : এখানে $\angle ADB = \angle ADC = 90°$ [BC এর উপর লম্ব AD]
অর্থাৎ ΔABD ও ΔACD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।
ধাপ ২ : ABD ও ACD সমকোণী ত্রিভুজে [ABC সমবাহু ত্রিভুজ]
অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [সাধারণ বাহু]
$AD = AD$
$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ [সমকোণী অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]
অতএব, $BD = CD$. (দেখানো হলো)

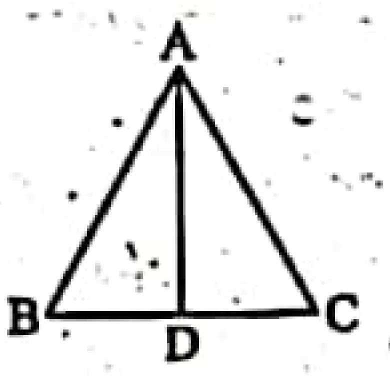
খ মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং PR অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$.



অঙ্কন : PR, PQ এবং RQ বাহুর উপর যথাক্রমে PRED, PQGF এবং RQHK বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। Q বিন্দু দিয়ে PD বা RE রেখার সমান্তরাল QL রেখা আঁকি।
মনে করি, তা PR কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। Q ও D এবং R ও F যোগ করি।

প্রমাণ :
ধাপ ১ : ΔQPD ও ΔFPR এ $QP = PF, PD = PR$
[$\angle RPD = \angle QPF = 1$ সমকোণ]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle QPD = \angle QPR + \angle DPR$
$= \angle QPR + \angle QPF$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle RPF$
অতএব, $\Delta QPD \cong \Delta FPR$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
ধাপ ২ : ত্রিভুজক্ষেত্র QPD এবং আয়তক্ষেত্র PDLM একই ভূমি PD এর উপর এবং PD ও QL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।
সুতরাং, আয়তক্ষেত্র PDLM = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র QPD)
ধাপ ৩ : ত্রিভুজক্ষেত্র RPF এবং বর্গক্ষেত্র PQGF একই ভূমি PF এর উপর এবং PF ও RG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, বর্গক্ষেত্র PQGF = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র FPR) = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র QPD) [উপপাদ্য-১]
ধাপ ৪ : আয়তক্ষেত্র PDLM = বর্গক্ষেত্র PQGF
ধাপ ৫ : অনুরূপভাবে Q, E ও P, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র RELM = বর্গক্ষেত্র RQHK [উপপাদ্য-১]
ধাপ ৬ : আয়তক্ষেত্র (PDLM + RELM) = বর্গক্ষেত্র PQGF + বর্গক্ষেত্র RQHK [(২) ও (৩) থেকে]
বা, বর্গক্ষেত্র PRED = বর্গক্ষেত্র PQGF + বর্গক্ষেত্র RQHK
[(৪) ও (৫) থেকে]
অর্থাৎ, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.



প্রমাণ :
ধাপ ১ : ΔABC এ $AB = BC = CA$
[$\because$ ΔABC সমবাহু ত্রিভুজ]
এবং $BD = DC = \frac{1}{2}BC$
[$\because$ AD লম্বের পাদ বিন্দু D, BC কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
ধাপ ২ : এখন ΔABD এ $\angle ADB = 90°$
এবং AB = অতিভুজ [$\because$ AD, BC এর উপর লম্ব]
$\therefore$ ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ।
ধাপ ৩ : ABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,
[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$AB^2 = AD^2 + BD^2$
বা, $AB^2 - BD^2 = AD^2$
বা, $AD^2 = AB^2 - \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$ [(১) হতে]
বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$
বা, $AD^2 = \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$ [$\because AB = BC$]
বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$ [(১) হতে]
$\therefore$ $4AD^2 = 3AB^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১ ▶ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৬

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যেখানে $\angle B$ = এক সমকোণ।

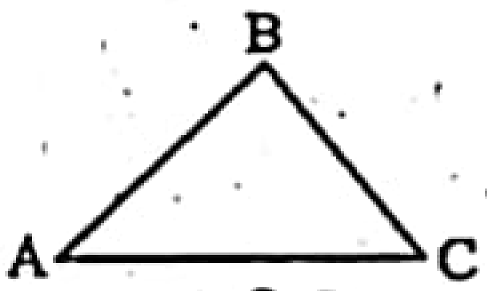
ক. উপরের তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. ৪

গ. ABC ত্রিভুজে AB = BC এবং P অতিভুজ AC এর উপরস্থ যে কোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$. ৪

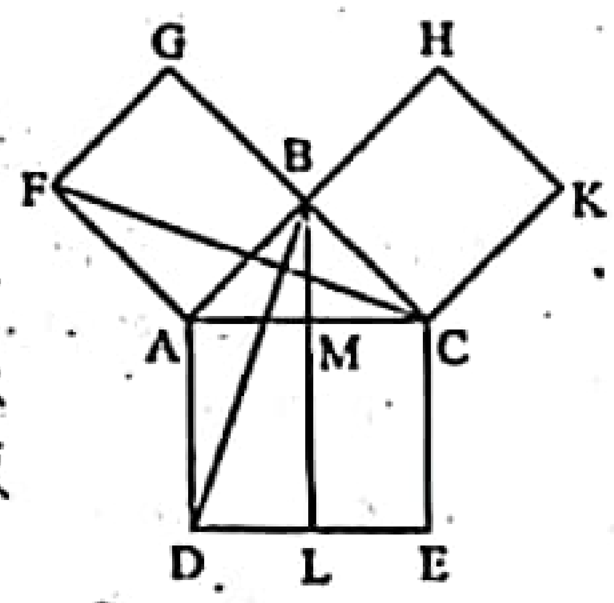
১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ = এক সমকোণ।

খ মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$.



অঙ্কন : AC, AB এবং CB বাহুর উপর যথাক্রমে ACED, ABGF এবং CBHK বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। B বিন্দু দিয়ে AD বা CE রেখার সমান্তরাল BL রেখা আঁকি। মনে করি, তা AC কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। B ও D এবং C ও F যোগ করি।

প্রমাণ :
ধাপ ১ : ΔBAD ও ΔFAC এ $BA = AF, AD = AC$
[$\angle CAD = \angle BAF = 1$ সমকোণ]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAD = \angle BAC + \angle DAC = \angle BAC + \angle BAF$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CAF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
অতএব, $\Delta BAD \cong \Delta FAC$
ধাপ ২ : ত্রিভুজক্ষেত্র BAD এবং আয়তক্ষেত্র ADLM একই ভূমি AD এর উপর এবং AD ও BL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।
সুতরাং, আয়তক্ষেত্র ADLM = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র BAD)
ধাপ ৩ : ত্রিভুজক্ষেত্র CAF এবং বর্গক্ষেত্র ABGF একই ভূমি AF এর উপর এবং AF ও CG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।
সুতরাং, বর্গক্ষেত্র ABGF = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র CAF) = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র BAD) [উপপাদ্য-১]

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ৪ : আয়তক্ষেত্র ADLM = বর্গক্ষেত্র ABGF

ধাপ ৫ : অনুরূপভাবে B, E ও A, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র CELM = বর্গক্ষেত্র CBHK [উপপাদ্য-১]

ধাপ ৬ : আয়তক্ষেত্র (ADLM + CELM) [(২) ও (৩) থেকে]

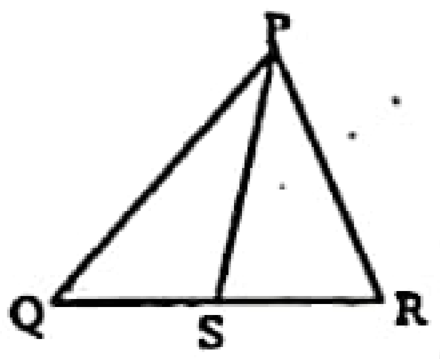
= বর্গক্ষেত্র ABGF + বর্গক্ষেত্র CBHK

বা, বর্গক্ষেত্র ACED = বর্গক্ষেত্র ABGF + বর্গক্ষেত্র CBHK [(৪) ও (৫) থেকে]

অর্থাৎ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৯(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৬



চিত্রে PQ > PR এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু।

ক. পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠PSQ স্থূলকোণ। ৪

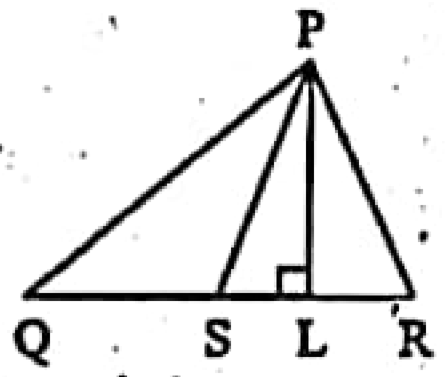
গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি হলো—সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

খ মনে করি, Δ PQR এ PQ > PR এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু। P, S যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠PSQ স্থূলকোণ।

অঙ্কন : P বিন্দু থেকে QR এর উপর PL লম্ব আঁকি।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : PSL সমকোণী ত্রিভুজে, ∠PLS = 90 [PL ⊥ QR]

বহিঃস্থ ∠PSQ = ∠PLS + ∠LPS

[ত্রিভুজের যে কোনো বহিঃস্থ কোণ, তা এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

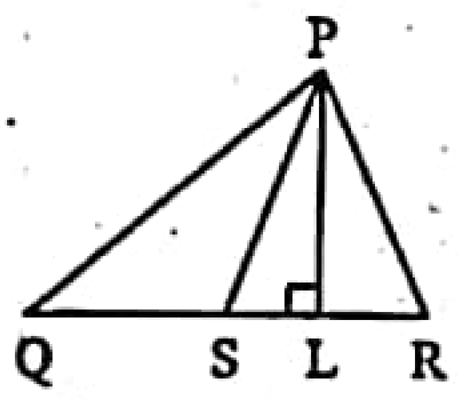
বা, ∠PSQ = 90° + ∠LPS

অর্থাৎ, ∠PSQ এর পরিমাণ 90° থেকে বড় এবং 180° থেকে ছোট। [∠PLS = 90°]

∴ ∠PSQ স্থূলকোণ। [∠LPS হচ্ছে সূক্ষ্মকোণ] (প্রমাণিত)

গ মনে করি, Δ PQR-এ PQ > PR এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$

অঙ্কন : PS যোগ করি এবং P বিন্দু থেকে QR এর ওপর PL লম্ব টানি।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : PSL সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ PS [∵ ∠PLS = এক সমকোণ]

PSL সমকোণী ত্রিভুজে,

$PL^2 + LS^2 = PS^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $PL^2 = PS^2 - LS^2$

ধাপ ২ : PQL সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$PQ^2 = PL^2 + QL^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= PS^2 - LS^2 + QL^2$ [(১) হতে]

$= PS^2 - LS^2 + (QS + LS)^2$ [∵ QL = QS + SL]

$= PS^2 - LS^2 + QS^2 + LS^2 + 2QS.LS$

$= PS^2 + QS^2 + 2QS.LS$

∴ $PQ^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS.LS$

ধাপ ৩ : আবার, PLR সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$PR^2 = PL^2 + LR^2$ [(১) হতে]

$= PS^2 - LS^2 + LR^2$ [∵ LR = SR − LS]

$= PS^2 - LS^2 + (SR - LS)^2$ [∵ S, QR এর মধ্যবিন্দু; সেহেতু QS = RS]

$= PS^2 - LS^2 + (QS - LS)^2$

$= PS^2 - LS^2 + QS^2 - 2LS.QS + LS^2$

$= PS^2 + QS^2 - 2LS.QS$

∴ $PR^2 = PS^2 + QS^2 - 2QS.LS$

ধাপ ৪ : $PQ^2 + PR^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS.LS + PS^2 + QS^2 - 2QS.LS$

[(২) ও (৩) হতে]

বা, $PQ^2 + PR^2 = 2PS^2 + 2QS^2$

সুতরাং $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৫

Δ PQR-এ ∠P = এক সমকোণ এবং QR-এর মধ্যবিন্দু S.

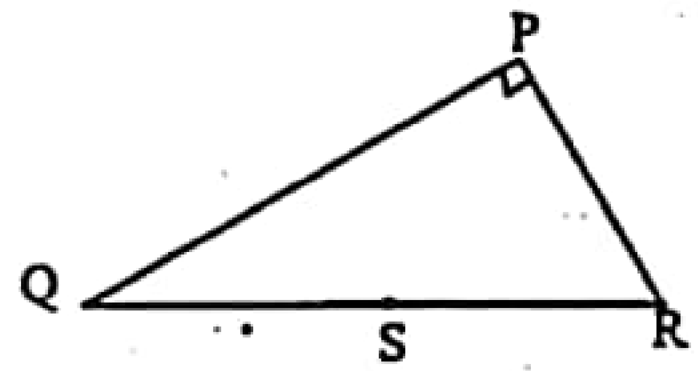
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$. ৪

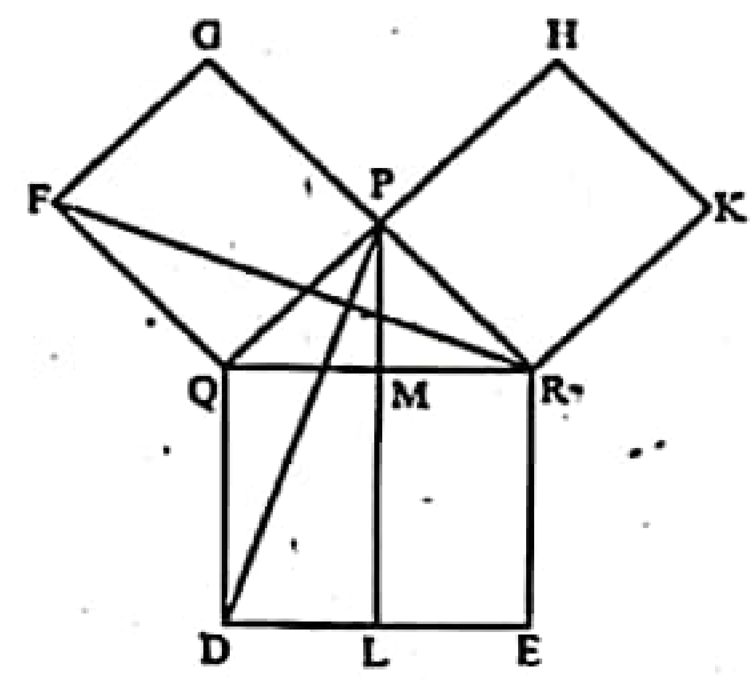
গ. দেখাও যে, PS এর দৈর্ঘ্য QR এর অর্ধেক। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে Δ PQR-এ ∠P = এক সমকোণ এবং QR এর মধ্যবিন্দু S।



খ মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজের ∠QPR সমকোণ এবং QR অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$.



অঙ্কন : QR, QP এবং RP বাহুর উপর যথাক্রমে QRED, QPGF এবং RPHK বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। P বিন্দু দিয়ে QD বা RE রেখার সমান্তরাল PL রেখা আঁকি। মনে করি, তা QR কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। P ও D এবং R ও F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ PQD ও Δ FQR এ PQ = QF, QD = QR এবং অন্তর্ভুক্ত ∠PQD = ∠PQR + ∠DQR = ∠PQR + ∠PQF = অন্তর্ভুক্ত ∠RQF

[∠RQD = ∠PQF = 1 সমকোণ]

অতএব, Δ PQD ≅ Δ FQR [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

ধাপ ২ : ত্রিভুজক্ষেত্র PQD এবং আয়তক্ষেত্র QDLM একই ভূমি QD এর উপর এবং QD ও PL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং, আয়তক্ষেত্র QDLM = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র PQD)

ধাপ ৩ : ত্রিভুজক্ষেত্র RQF এবং বর্গক্ষেত্র QPGF একই ভূমি QF এর উপর এবং QF ও RG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং, বর্গক্ষেত্র QPGF = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র FQR) = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র PQD) [উপপাদ্য-১]

ধাপ ৪ : আয়তক্ষেত্র QDLM = বর্গক্ষেত্র QPGF.

www.abswer.com

www.abswer.com

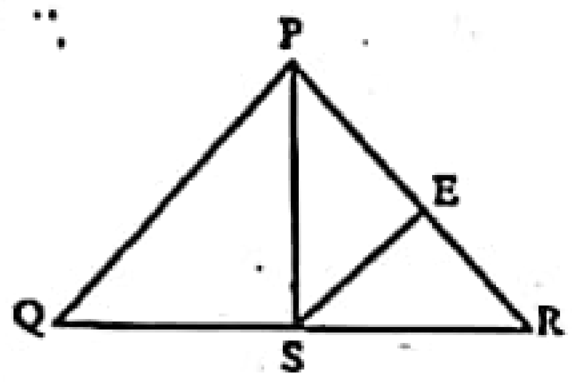
ধাপ ৫ : অনুরূপভাবে P, E ও Q, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র RELM = বর্গক্ষেত্র RPHK [উপপাদ্য-১]

ধাপ ৬ : আয়তক্ষেত্র (QDLM + RELM) = বর্গক্ষেত্র QPGF + বর্গক্ষেত্র RPHK [(২) ও (৩) থেকে]

বা, বর্গক্ষেত্র QRED = বর্গক্ষেত্র QPGF + বর্গক্ষেত্র RPHK

অর্থাৎ, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$. [(৪) ও (৫) থেকে] (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, PQR সমকোণী ত্রিভুজে ∠P = এক সমকোণ। S অতিভুজ RQ-এর মধ্যবিন্দু। P, S যোগ করি। দেখাতে হবে যে, PS এর দৈর্ঘ্য QR-এর অর্ধেক অর্থাৎ $PS = \frac{1}{2}QR$.



অঙ্কন : RP-এর মধ্যবিন্দু E নেই এবং E, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ES ∥ PQ. [ES, RP ও RQ রেখার মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা।]

যেহেতু PQ, RP-এর উপর লম্ব।

অতএব, ES, RP এর উপর লম্ব।

এবং Δ RES এবং Δ PES উভয়ই সমকোণী।

ধাপ ২ :

(২) এখন, Δ RES ও Δ PES-এর মধ্যে

RE = PE. [অঙ্কন অনুসারে]

ES = ES [সাধারণ বাহু]

∠RES = ∠PES [প্রত্যেকে সমকোণ]

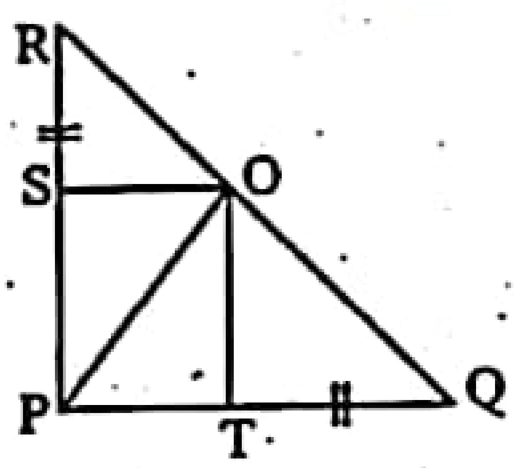
∴ Δ RES ≅ Δ PES [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং, RS = PS [S, RQ-এর মধ্যবিন্দু]

$RS = \frac{1}{2}RQ$

∴ $PS = \frac{1}{2}QR$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ▶ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৫



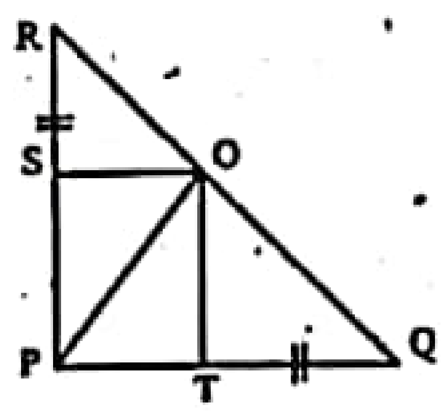
ক. উপরোক্ত চিত্রের জ্যামিতিক বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$. ৪

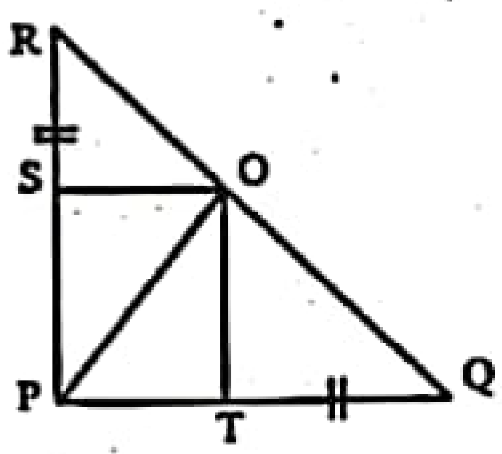
গ. PR = 4.4 সে.মি., হলে দেখাও যে, Δ-ক্ষেত্র PQR = 2 × Δ-ক্ষেত্র POQ. ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে PQR একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। এর ∠P = এক সমকোণ, QR অতিভুজ এবং PR = PQ। QR এর উপর যেকোনো একটি বিন্দু O। O হতে PR ও PQ এর উপর যথাক্রমে OS ও OT লম্ব।



খ PQR সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজে ∠P = এক সমকোণ, QR অতিভুজ এবং PR = QR। QR এর উপর যেকোনো বিন্দু O। O হতে PR ও PQ এর উপর যথাক্রমে OS ও OT লম্ব।



প্রমাণ করতে হবে যে, $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ PQR এ ∠P = 90°, ∠Q = ∠R = 45° [∵ Δ PQR সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]

ধাপ ২ : OQT সমকোণী ত্রিভুজে,

OQ অতিভুজ এবং ∠OQT = ∠QOT = 45° [∵ ∠OTQ = এক সমকোণ]

∴ OT = QT

একই কারণে OS = RS

OQT সমকোণী ত্রিভুজে,

$OQ^2 = OT^2 + QT^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= OT^2 + OT^2$

$= 2OT^2$

ধাপ ৩ : ORS সমকোণী ত্রিভুজে,

$OR^2 = OS^2 + RS^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= OS^2 + OS^2 = 2OS^2$ [(২) হতে, OS = RS]

ধাপ ৪ : PTOS একটি আয়তক্ষেত্র

সুতরাং OS = PT [∵ OT, PQ এর উপর এবং OS, PR এর উপর লম্ব] [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ৫ : $OQ^2 + OR^2 = 2OT^2 + 2OS^2$

$= 2(OT^2 + OS^2)$ [(২) ও (৩) হতে]

ধাপ ৬ : কিন্তু POT সমকোণী ত্রিভুজের $OT^2 + PT^2 = OP^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $OT^2 + OS^2 = OP^2$ [∵ ধাপ (৪) হতে]

বা, $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$. [(৫) ও (৬) হতে]

∴ $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$. (প্রমাণিত)

গ এখানে, PR = PQ = 4.4 সে.মি.

Δ PQR-এ QR ও PQ এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে O ও T।

∴ $OT = \frac{1}{2}PR$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্যে এর অর্ধেক]

$= \frac{1}{2} \times 4.4$ সে.মি. $= 2.2$ সে.মি.

এখন Δ-ক্ষেত্র POQ $= \frac{1}{2} \times PQ \times OT$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 4.4 \times 2.2$ বর্গ সে.মি.

$= 4.84$ বর্গ সে.মি.

Δ-ক্ষেত্র PQR $= \frac{1}{2} \times PR \times PQ$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 4.4 \times 4.4$ বর্গ সে.মি.

$= 9.68$ বর্গ সে.মি.

$= 2 \times 4.84$ বর্গ সে.মি.

$= 2 \times$ Δ-ক্ষেত্র POQ

সুতরাং Δ-ক্ষেত্র PQR = 2 × Δ-ক্ষেত্র POQ. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৫ ▶ বরিশাল বোর্ড ২০১৫

PQR সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ QR-এর উপর M যেকোনো বিন্দু। D, PQ-এর উপর একটি বিন্দু।

ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + RD^2$. ৪

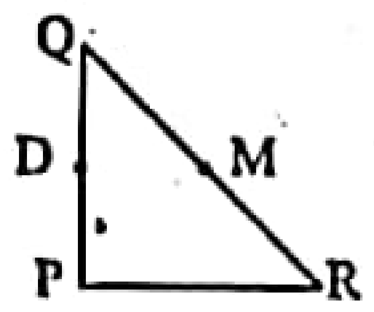
গ. প্রমাণ কর যে, $MR^2 + MQ^2 = 2PM^2$. ৪

www.abswer.com

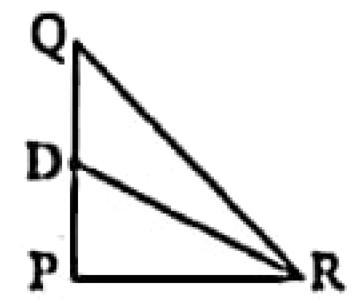
www.abswer.com

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, PQR সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের $\angle P$ = এক সমকোণ, অতিভুজ QR এর উপর যেকোনো বিন্দু M এবং PQ এর উপর যেকোনো বিন্দু D।



খ PQR ত্রিভুজের $\angle P$ = এক সমকোণ এবং D, PQ-এর উপরস্থ একটি বিন্দু। R ও D যোগ করি। দেখাতে হবে যে, $RQ^2 + PD^2 = RD^2 + PQ^2$



প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু, PQR সমকোণী ত্রিভুজে $\angle P$ = এক সমকোণ এবং RQ অতিভুজ। [কল্পনা]

$\therefore$ $RQ^2 = PR^2 + PQ^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, PRD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ RD.

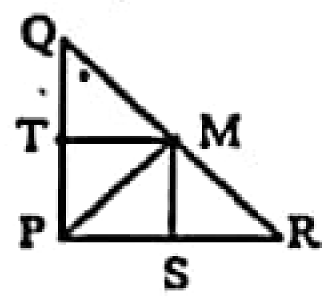
$PR^2 + PD^2 = RD^2$

বা, $PD^2 = RD^2 - PR^2$ [ধাপ-১ ও ২ থেকে]

ধাপ ৩ : $RQ^2 + PD^2 = RD^2 + PQ^2$. (দেখানো হলো)

গ PQR একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। RQ এর অতিভুজ এবং M, RQ এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $MR^2 + MQ^2 = 2PM^2$.

অঙ্কন : M বিন্দু হতে PR ও PQ বাহুর উপর যথাক্রমে MS ও MT লম্ব আঁকি।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ PQR এ $\angle P = 90°$

[$\because$ Δ PQR সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]

$\angle Q = \angle R = 45°$

ধাপ ২ : MRS সমকোণী ত্রিভুজে, [$\because$ $\angle MSR$ = এক সমকোণ]

MR অতিভুজ এবং $\angle MRS = \angle RMS = 45°$

$\therefore$ MS = RS

একই কারণে MT = QT

MRS সমকোণী ত্রিভুজে,

$MR^2 = MS^2 + RS^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= MS^2 + MS^2 = 2MS^2$

ধাপ ৩ : MQT সমকোণী ত্রিভুজে,

$MQ^2 = MT^2 + QT^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= MT^2 + MT^2$

$= 2MT^2$ [(২) হতে, MT = QT]

ধাপ ৪ : PTMS একটি আয়তক্ষেত্র

[$\because$ MS, PR এর উপর এবং MT, PQ এর উপর লম্ব]

সুতরাং MT = PS [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ৫ : $MR^2 + MQ^2 = 2MS^2 + 2MT^2$ [(২) ও (৩) হতে]

$= 2(MS^2 + MT^2)$

ধাপ ৬ : কিন্তু PMS সমকোণী ত্রিভুজের $MS^2 + PS^2 = PM^2$

[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $MS^2 + MT^2 = PM^2$ [$\because$ ধাপ (৪) হতে]

$\therefore$ $MR^2 + MQ^2 = 2PM^2$. [(৫) ও (৬) হতে] (প্রমাণিত)

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান | মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ১৬ ▸ আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা

Δ PQR-এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং Δ DEF একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার DG একটি মধ্যমা।

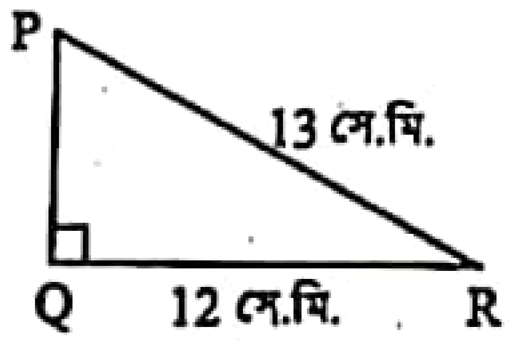
ক. PR = 13 সে.মি., RQ = 12 সে.মি. হলে PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + RQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $4DG^2 = 3DF^2$. ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, PQR ত্রিভুজে, $\angle Q$ = এক সমকোণ



PR = 13 সে.মি. এবং RQ = 12 সে.মি.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

বা, $(13)^2 = PQ^2 + (12)^2$

বা, $PQ^2 = 169 - 144$

বা, $PQ^2 = 25$ $\therefore$ PQ = 5

$\therefore$ PQ এর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

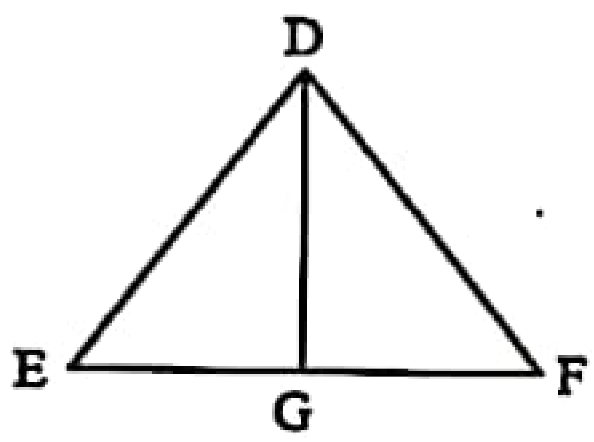
গ এখানে, DEF সমবাহু ত্রিভুজে DG একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $4DG^2 = 3DF^2$.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ DEF-এ DE = EF = DF হওয়ায়,

$DG \perp EF$ এবং $EG = GF = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}DF$

ধাপ ২ : Δ DGF-এ $\angle DGF = 90°$



সুতরাং, $DG^2 + GF^2 = DF^2$

বা, $DG^2 + \left(\frac{1}{2}DF\right)^2 = DF^2$

বা, $DG^2 + \frac{1}{4}DF^2 = DF^2$

বা, $DG^2 = DF^2 - \frac{1}{4}DF^2$

$= \frac{4DF^2 - DF^2}{4}$

$= \frac{3DF^2}{4}$

$\therefore$ $4DG^2 = 3DF^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৭ ▸ ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যেখানে $\angle B$ = এক সমকোণ।

ক. উপরের তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$। ৪

গ. ABC ত্রিভুজে AB = BC এবং P অতিভুজ AC এর উপরস্থ যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$. ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল প্রশ্ন ১১(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৯(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

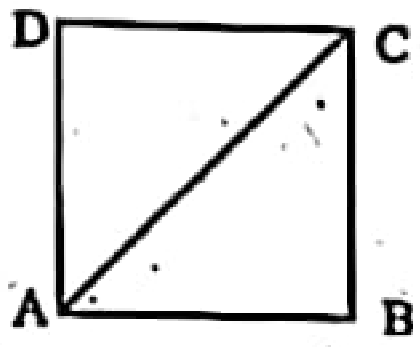
www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ১ : বহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রশ্ন ১৮ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ১-এর আলোকে প্রণীত



চিত্রে ABCD একটি বর্গক্ষেত্র এবং AC এর একটি কর্ণ।

ক. AB = 5 সে.মি. হলে, ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC \cong \Delta ACD$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ABCD বর্গক্ষেত্র AC এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক। ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৫ এর ৬নং এর আলোকে]

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ABCD বর্গের বাহু, AB = 5 সে.মি.।

∴ ABCD বর্গের ক্ষেত্রফল = AB^2 বর্গ একক

= 5^2 বর্গ সে.মি.

= 25 বর্গ সে.মি.

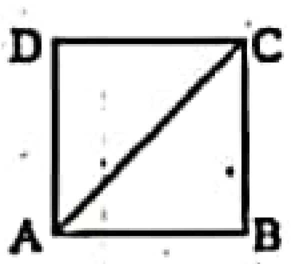
এবং কর্ণ AC = $\sqrt{2}$ AB একক

= $\sqrt{2} \times 5$ সে.মি.

= 7.071 সে.মি. (প্রায়)

∴ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 25 বর্গ সে.মি. এবং AC এর দৈর্ঘ্য 7.071 সে.মি. (প্রায়)।

খ এখানে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র এবং AC এর একটি কর্ণ।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC \cong \Delta ACD$।

প্রমাণ : ΔABC এবং ΔACD এ,

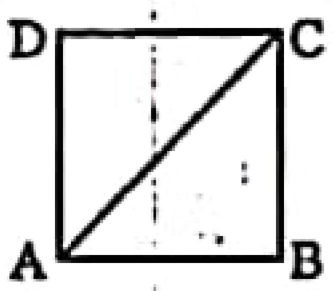
AB = CD [বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু সমান]

BC = AD [বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু সমান]

এবং AC = AC [সাধারণ বাহু]

∴ $\Delta ABC \cong \Delta ACD$. [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য] (প্রমাণিত)

গ এখানে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র এবং AC এর একটি কর্ণ।



প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD বর্গক্ষেত্র AC এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক

অর্থাৎ $AB^2 = \frac{1}{2}AC^2$।

প্রমাণ : ABCD বর্গক্ষেত্রে, AB = BC = CD = AD [বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু সমান]

ΔABC-এ, ∠B = এক সমকোণ [বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক কোণ এক সমকোণ]

∴ ΔABC সমকোণী এবং AC এর অতিভুজ।

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$ [∵ BC = AB]

বা, $AC^2 = 2AB^2$

∴ $AB^2 = \frac{1}{2}AC^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৯ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ১-এর আলোকে প্রণীত

ABCD একটি সামান্তরিক এবং এর কর্ণদ্বয় যথাক্রমে AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

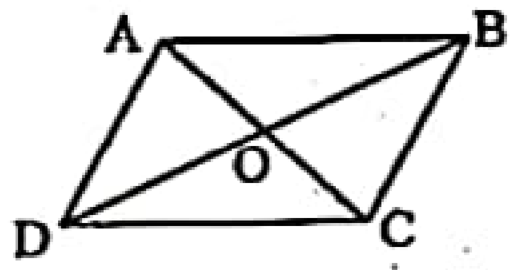
ক. উপরের তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AO = CO এবং BO = OD. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র AOD. ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



খ এখানে, ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অর্থাৎ AO = CO এবং BO = DO.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : AB ∥ CD [∵ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

এবং AC তাদের ছেদক।

∴ ∠BAC = ∠DCA. [একান্তর কোণ]

অর্থাৎ ∠OAB = ∠OCD

ধাপ ২ : আবার, AB ∥ CD এবং BD তাদের ছেদক।

∴ ∠ABD = ∠CDB [একান্তর কোণ বলে]

অর্থাৎ ∠OBA = ∠ODC

ধাপ ৩ : এখন, ΔOAB এবং ΔOCD-এ,

∠OAB = ∠OCD

∠OBA = ∠ODC

এবং AB = CD [∵ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

∴ $\Delta OAB \cong \Delta OCD$ [কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

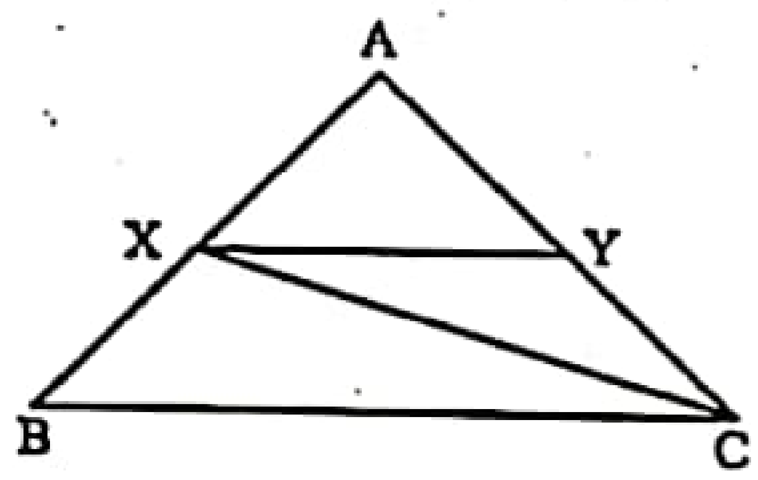
সুতরাং AO = CO এবং BO = DO. (দেখানো হলো)

গ অনুশীলনীর ৫নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

শিখনফল ২ : ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ করতে পারব।

প্রশ্ন ২০ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

Δ ABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y.



ক. ত্রিভুজের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, Δ AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)। ৪

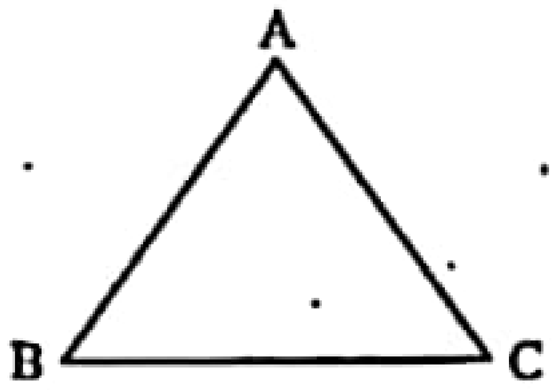
গ. Δ AXY এর ক্ষেত্রফল = 50 বর্গ সে.মি. হলে, Δ ABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক ত্রিভুজ : তিনটি বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলা হয়।



চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ।

খ অনুশীলনীর ৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ এখানে, Δ AXY এর ক্ষেত্রফল = 50 বর্গ সে.মি.

খ-হতে প্রাপ্ত,

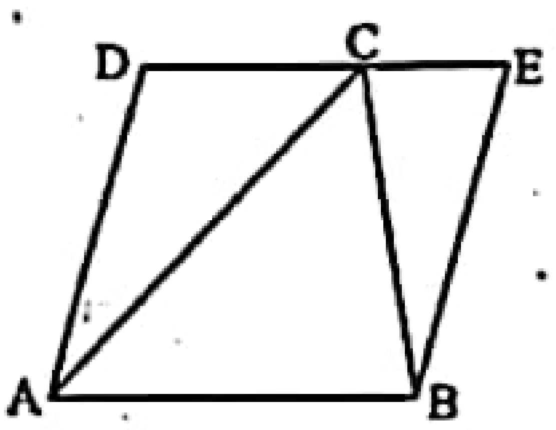
Δ-ক্ষেত্র AXY-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল)

বা, 50 বর্গ সে. মি. $= \frac{1}{4} \times$ Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

বা, Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = 200 বর্গ সে.মি.।

সুতরাং Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = 200 বর্গ সে.মি.।

প্রশ্ন ২১ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত



চিত্রে AB ∥ DE এবং AD ∥ BE

ক. CD = 4 সে.মি. এবং CE = 3 সে.মি. হলে DE^2 = কত সে.মি.? ২

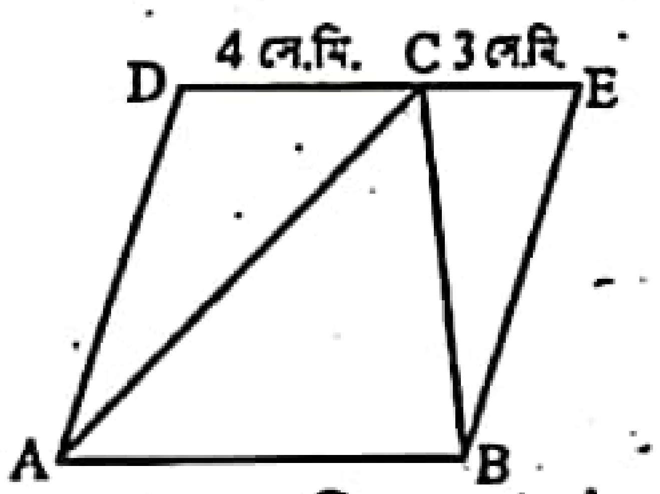
খ. ABCD ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ABC $= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিকক্ষেত্র ABED। ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৫ এর ১০নং এর আলোকে]

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, CD = 4 সে.মি.,

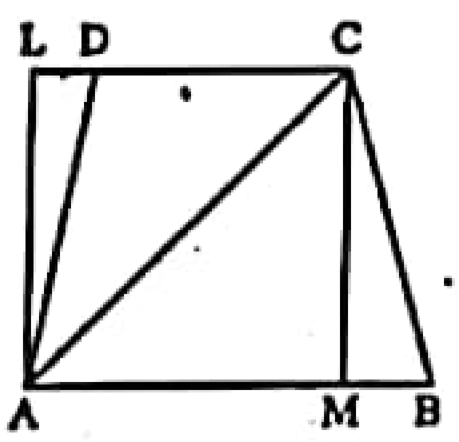
CE = 3 সে.মি.

এবং DE = CD + CE = (4 + 3) সে.মি. = 7 সে.মি.

বা, $DE^2 = 7^2$ বর্গ সে.মি

∴ DE^2 = 49 বর্গ সে.মি.।

খ এখানে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।



অঙ্কন : A বিন্দু হতে CD এর উপর (বর্ধিতাংশের ওপর) ও C বিন্দু হতে AB এর উপর যথাক্রমে AL ও CM লম্ব টানি। A ও C যোগ করি।

ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

ধাপ ১ : ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল [ট্রাপিজিয়ামের কর্ণ ট্রাপিজিয়ামকে দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে]

ধাপ ২ : Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times CM$

[∵ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

ধাপ ৩ : Δ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CD \times AL$

[∵ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা]

ধাপ ৪ : ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times AB \times CM + \frac{1}{2} \times CD \times AL$

$= \frac{1}{2} \times AB \times CM + \frac{1}{2} \times CD \times CM$ [ধাপ (১), (২) ও (৩) হতে]

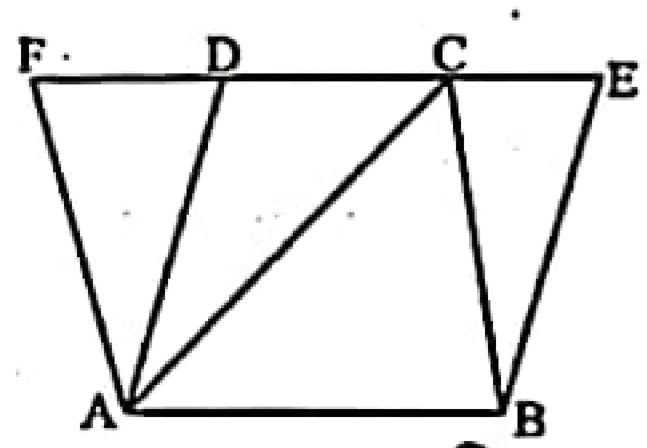
$= \frac{1}{2} \times CM(AB + CD)$

$= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times CM$ [∵ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব সমান].

$= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × উচ্চতা

এটিই ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল।

গ



এখানে, Δ ABC ও সামান্তরিক ABED একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল যুগল AB ও DE এর মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ABC $= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিকক্ষেত্র ABED।

অঙ্কন : A বিন্দু দিয়ে BC এর সমান্তরাল AF রেখা অঙ্কন করি যা ED এর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : AF ∥ BC [অঙ্কনানুসারে]

এবং AB ∥ FC

∴ ABCF একটি সামান্তরিক।

ধাপ ২ : সামান্তরিক ABED ও ABCF একই ভূমি AB এবং একই সমান্তরালযুগল AB ও FE এর মধ্যে অবস্থিত।

∴ সামান্তরিক ABED = সামান্তরিক ABCF

[∵ একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান]

ধাপ ৩ : সামান্তরিক ABCF এর কর্ণ AC

∴ Δ ABC $= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক ABCF

$= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক ABED [ধাপ (২) হতে]

সুতরাং, Δ ABC $= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক ক্ষেত্র ABED. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

শিখনফল ৪ : ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান চতুর্ভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারব

প্রশ্ন ২২ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৪-এর আলোকে প্রণীত

ABC ত্রিভুজে ∠A = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু।

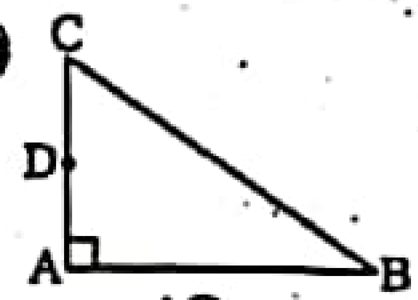
ক. বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. ৪

গ. যদি ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু এবং অতিভুজ BC এর উপর যেকোনো বিন্দু P হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$. ৪

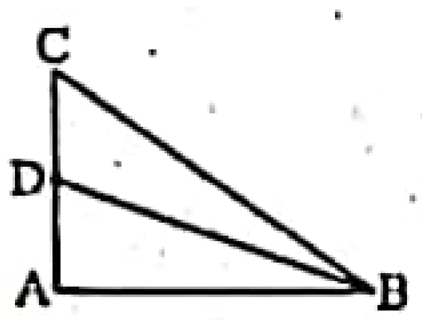
[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৫ এর ১৩ ও ১৪নং এর আলোকে]

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক 

চিত্রে ABC ত্রিভুজে ∠A = এক সমাকোণ এবং D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু।

খ মনে করি, ABC ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ এবং D, AC-এর উপরস্থ একটি বিন্দু। B, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.



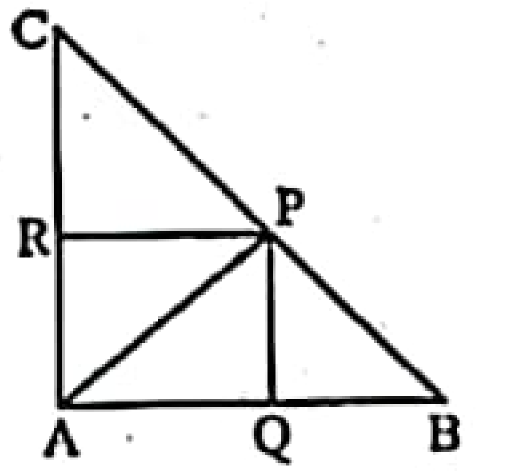
প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু, ABC সমকোণী ত্রিভুজে
∠A = এক সমকোণ [কল্পনা]
এবং BC অতিভুজ।
∴ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, ABD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BD.
$AB^2 + AD^2 = BD^2$
বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$

ধাপ ৩ : $BC^2 + AD^2 = AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$ [(১) ও (২) হতে]
∴ $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজে ∠A = এক সমকোণ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর ওপর যেকোনো বিন্দু। P, A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.



অঙ্কন : P বিন্দু হতে AB ও AC বাহুর উপর PQ ও PR লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ABC এ ∠A = 90°, [∵ Δ ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]
∠B = ∠C = 45°

ধাপ ২ : PBQ সমকোণী ত্রিভুজে,
PB অতিভুজ এবং [∵ ∠PQB = এক সমকোণ]
∠PBQ = ∠BPQ = 45°
∴ PQ = BQ
একই কারণে PR = CR
PBQ সমকোণী ত্রিভুজে,
$PB^2 = PQ^2 + BQ^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= PQ^2 + PQ^2$ [∵ BQ = PQ]
$= 2PQ^2$

ধাপ ৩ : PCR সমকোণী ত্রিভুজে, [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$PC^2 = PR^2 + CR^2$
$= PR^2 + PR^2 = 2PR^2$ [∵ PR = CR]

ধাপ ৪ : AQPR একটি আয়তক্ষেত্র
[∵ PQ, AB এর উপর এবং PR, AC এর উপর লম্ব]
সুতরাং PR = AQ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ৫ : $PB^2 + PC^2 = 2PQ^2 + 2PR^2$ [ধাপ (২) ও (৩) হতে]
$= 2(PQ^2 + PR^2)$

ধাপ ৬ : কিন্তু APQ সমকোণী ত্রিভুজের $PQ^2 + AQ^2 = PA^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $PQ^2 + PR^2 = PA^2$ [ধাপ (৪) হতে]
বা, $2(PQ^2 + PR^2) = 2PA^2$
∴ $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$. [ধাপ (৫) হতে]
(প্রমাণিত)

একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ২৩ ▶ অনুশীলনী ৬.৩ ও ১৫ এর সমন্বয়ে প্রণীত

PQR সমকোণী ত্রিভুজে ∠PQR = এক সমকোণ। S ও T যথাক্রমে PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু।

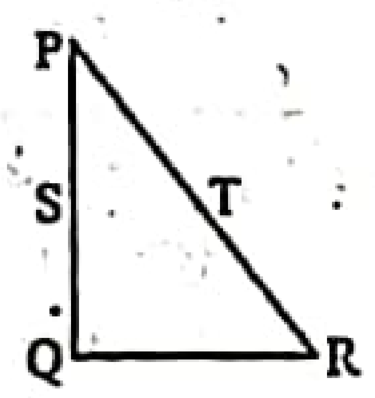
ক. তথ্যগুলো চিত্রে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $ST = \frac{1}{2}QR$. ৪

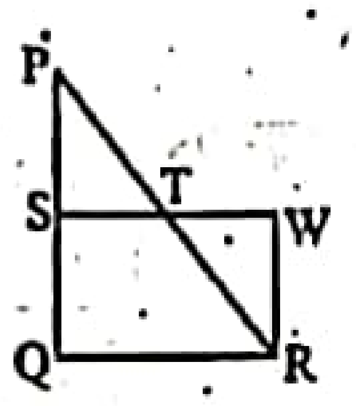
গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + QR^2 = PR^2$. ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে PQR সমকোণী ত্রিভুজে ∠PQR = এক সমকোণ। PQ এবং PR বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে S ও T।



খ চিত্রে, Δ PQR এ PQ এবং PR বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T এর সংযোজক রেখা ST.



প্রমাণ করতে হবে যে, $ST = \frac{1}{2}QR$.

অঙ্কন : ST কে এমনভাবে W পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন ST = TW হয়।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ PST ও Δ TWR-এ,
PT = TR [∵ T, PR এর মধ্যবিন্দু]
ST = TW [অঙ্কনানুসারে]
∠PTS = ∠RTW [বিপ্রতীপ কোণ]
অতএব, Δ PST ≅ Δ TWR [বাহু-কোণ-বাহু-উপপাদ্য]

ধাপ ২ : সুতরাং PS = WR = SQ এবং ∠SPR = ∠TRW
কিন্তু এরা একান্তর কোণ বলে PS এবং WR সমান্তরাল। [PR ছেদক]
∴ PQ ∥ WR

ধাপ ৩ : SQ = WR
অতএব, SW = QR এবং SW ∥ QR
বা, ST ∥ QR
আবার, SW = QR [ধাপ (১) হতে]
বা, ST + TW = QR
বা, ST + ST = QR
বা, 2ST = QR
∴ $ST = \frac{1}{2}QR$. (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২৪ ▸ অনুশীলনী ৬.৩ ও ১৫ এর সমন্বয়ে প্রণীত

ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

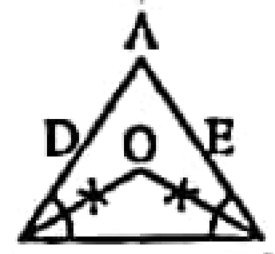
ক. উদ্দীপকের আলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. দেখাও যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

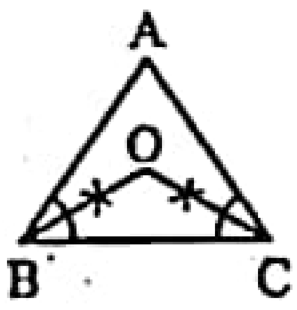
গ. প্রমাণ কর যে, Δ-ক্ষেত্র BDE-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল). ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, ΔABC এর D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু। $\angle B$ ও $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় OB ও OC পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



খ এখানে, Δ ABC-এর $\angle B$ ও $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডক OB এবং OC পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$.



প্রমাণ : ধাপ ১ : Δ ABC-এ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = \frac{180°}{2}$

বা, $\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90° - \frac{1}{2}\angle A$

ধাপ ২ : $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle B$ [OB, $\angle B$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle C$ [OC, $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ ৩ : এখন, Δ BOC-এ,

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।]

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$ [ধাপ (২) থেকে]

বা, $\angle BOC + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $\angle BOC = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. (দেখানো হলো)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অধিক অনুশীলনের জন্য আরও সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর — প্রশ্নব্যাংক আকারে উপস্থাপিত

২৫। ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle C$ = 1 সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$। AC ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E।

ক. উপরের তথ্য অনুযায়ী ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB = 2BC. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5(AC^2 + BC^2) = 4(BD^2 + AE^2)$. ৪

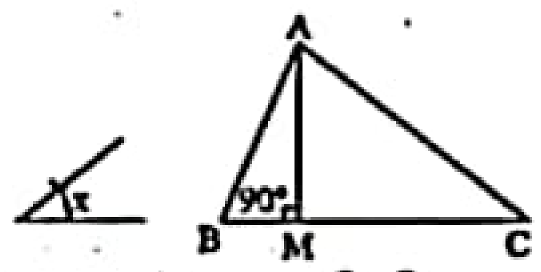
২৬। ΔABC-এ AB > AC এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ। ৪

গ. ΔABC-এর AB ও AC-এর মধ্যবিন্দু E ও F হলে, প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র BEF $= \frac{1}{4}\Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল। ৪

২৭।



ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CM$. ৪

গ. এমন একটি সামান্তরিক আঁক যার একটি কোণ $\angle x$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র ΔABC এর ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

২৮। ABCD চতুর্ভুজের AB ∥ CD এবং AB = 6 সে. মি. ও CD = 4 সে. মি.; যেখানে $\angle A = 60°$ ও $\angle B = 50°$।

ক. প্রতিসাম্য রেখা কাকে বলে? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর যার একটি কোণ $\angle A$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

PART 03 এক্সক্লুসিভ সাজেশন্স Exclusive Suggestions

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত ১০০% প্রস্তুতি উপযোগী প্রশ্ন সংবলিত এক্সক্লুসিভ সাজেশন্স

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সৃজনশীল অংশে সেরা প্রস্তুতির জন্য নিচের ছকে প্রদত্ত গুরুত্বসূচক চিহ্ন সংবলিত প্রশ্নের সমাধান ভালোভাবে অনুশীলন করবে। বহুনির্বাচনি প্রশ্ন অধ্যায়ের যেকোনো লাইন হতে আসতে পারে বিধায় প্রশ্নসংখ্যা উল্লেখ করে সাজেশন্স প্রদান করলে তা কমনের নিশ্চয়তা প্রদান করে না। এজন্য বহুনির্বাচনি অংশে ১০০% প্রস্তুতি নিশ্চিত করতে PART 02 এর প্রশ্নসমূহের উত্তর ভালোভাবে অনুশীলন করবে এবং PART 04 এ পরীক্ষা দিবে।

বিষয়/ শিরোনাম	গুরুত্বসূচক চিহ্ন		
	⑦ স্টার	⑤ স্টার	③ স্টার
বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর	PART 02 (অনুশীলন অংশে) এর সব বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষার জন্য অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।		
সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান	৩, ৭, ১২, ১৯, ২৩	২, ৬, ১০, ১৬, ১৮, ২২	১, ৫, ৯, ১৪, ১৭, ২০

www.abswer.com

www.abswer.com

PART 04 যাচাই ও মূল্যায়ন Assessment & Evaluation

অধ্যায়ভিত্তিক প্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য মডেল টেস্ট আকারে বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নপত্র ও উত্তরমালা

পরীক্ষাপ্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য 44? বহুনির্বাচনি প্রশ্নব্যাংক ও উত্তরমালা (মডেল টেস্ট আকারে প্রদত্ত)

বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট

সময় : ৩০ মিনিট পূর্ণমান : ৩০

[বহুনির্বাচনি প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক /সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১। প্রশ্নপত্রে কোন প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।]

১. ΔPQR এ, $\angle Q = 90°$ এবং $P = 30°$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
(ক) $PR = \sqrt{2}\,QR$ (খ) $PR = \sqrt{3}\,PQ$ (গ) $PR = 2QR$ (ঘ) $PR = 3QR$

২. কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের–
(ক) অর্ধেক (খ) সমান (গ) দ্বিগুণ (ঘ) চারগুণ

৩. ΔABC এর $\angle C$ স্থূলকোণ; AD, BC এর উপর লম্ব হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2AC.CD$ (খ) $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$
(গ) $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.CD$ (ঘ) $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2BC.CD$

৪. কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?
(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) 2

৫. ত্রিভুজের তিন বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহ কয়টি সমকোণ তৈরি করে?
(ক) 8 (খ) 9 (গ) 12 (ঘ) 16

৬. ΔPQR এ $\angle Q = 90°$, PQ = 5 সে.মি., QR = 12 সে.মি. হলে PR এর মান কত সে.মি.?
(ক) 7 (খ) 13 (গ) 17 (ঘ) 25

৭. ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত কত একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ব্যবহার করা হয়?
(ক) এক একক (খ) দুই একক (গ) তিন একক (ঘ) চার একক

৮. একটি প্রতিজ্ঞা প্রমাণের সময় আরো কিছু সত্য প্রমাণিত হয়। সেই সত্যকে কী বলে?
(ক) স্বতঃসিদ্ধ (খ) অনুসিদ্ধান্ত (গ) স্বীকার্য (ঘ) প্রমাণ

৯. কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?
(ক) a^2 বর্গ একক (খ) 2a একক (গ) 4a একক (ঘ) $2a^2$ বর্গ একক

১০. কোনো বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সে. মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 1 বর্গ সে. মি. (খ) 2 বর্গ সে. মি. (গ) 4 সে. মি. (ঘ) 4 বর্গ সে. মি.

১১. কোন চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পর সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত। এটি কোন ধরনের চতুর্ভুজ হবে?
(ক) বর্গক্ষেত্র (খ) আয়তক্ষেত্র (গ) সামান্তরিক (ঘ) ট্রাপিজিয়াম

১২. $\angle A$ ও $\angle B$ পরস্পর সম্পূরক কোণ। $\angle A = 115°$ হলে, $\angle B$ = কত?
(ক) 65° (খ) 75° (গ) 85° (ঘ) 90°

১৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 144 বর্গ একক। সমকোণ সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের একটির দৈর্ঘ্য 12 একক হলে অপরটি কত?
(ক) 15 একক (খ) 24 একক (গ) 20 একক (ঘ) 30 একক

১৪. একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গ ঐ সরলরেখার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের কতগুণ?
(ক) দ্বিগুণ (খ) তিনগুণ (গ) চারগুণ (ঘ) পাঁচগুণ

১৫. কোনটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র?
(ক) $\frac{1}{2}$(দৈর্ঘ্য + উচ্চতা) (খ) দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
(গ) 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) (ঘ) ভূমি × উচ্চতা

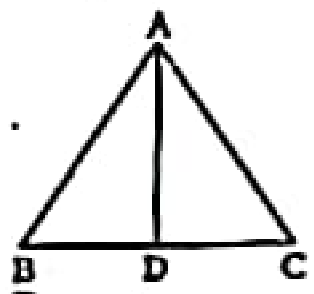
১৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় 20 সে. মি. ও 21 সে. মি.। এর ক্ষেত্রফল অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গের শতকরা কত অংশ?
(ক) 25% (খ) 30% (গ) 20% (ঘ) 35%

১৭. দুইটি খুঁটি 25.3 মিটার এবং 32.5 মিটার উঁচু এবং পরস্পর থেকে 24 মিটার দূরে অবস্থিত। খুঁটিদ্বয়ের শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব কত?
(ক) 25.01 মি. (খ) 26.305 মি. (গ) 25.20 মি. (ঘ) 26.0 মি.

১৮. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে কি বলে?
(ক) ভূমি (খ) লম্ব (গ) অতিভুজ (ঘ) কোণ

১৯. নিচের কোন বাহুগুলো একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি করে?
(ক) 4, 4, 5 (খ) 3, 4, 5 (গ) 4, 5, 6 (ঘ) 6, 7, 8

২০.

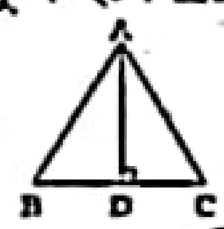


চিত্রে,
i. $\angle C$ হচ্ছে সূক্ষ্মকোণ ii. ΔADB ও ΔADC উভয় স্থূলকোণী ত্রিভুজ
iii. $AD^2 = AC^2 - CD^2$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) শুধু i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

২১. ΔABC-এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $\angle A = 90°$ (খ) $\angle B = 90°$ (গ) $\angle C = 90°$ (ঘ) $\angle A + \angle B = 90°$

২২. যদি ΔABC এর $AB^2 + BC^2 = AC^2$ এবং $\angle C = 50°$ তবে $\angle A$ = কত?
(ক) 90° (খ) 60° (গ) 50° (ঘ) 40°

২৩. ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ হলে $\angle BAD$ = কত?



(ক) 90° (খ) 60° (গ) 30° (ঘ) 20°

২৪. 36 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট Δ ABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে Δ AXY এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
(ক) 4 (খ) 9 (গ) 18 (ঘ) 36

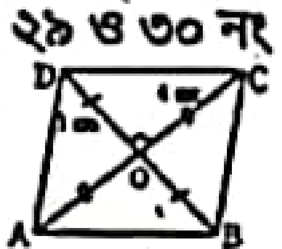
২৫. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় 3 এবং 4 সে. মি. হলে তার অতিভুজের মান কত?
(ক) 7 সে. মি. (খ) 5 সে. মি. (গ) 6 সে. মি. (ঘ) 8 সে. মি.

২৬. ত্রিভুজের একটি কোণ অপর দুইটি কোণের সমষ্টির সমান হলে, ত্রিভুজটি কী হবে?
(ক) সূক্ষ্মকোণী (খ) সমকোণী (গ) স্থূলকোণী (ঘ) সমবাহু

২৭. ΔABC এ $\angle A = 90°$, AC = 12 সে. মি. ও AB = 5 সে. মি. হলে BC = কত সে. মি.?
(ক) 10 সে. মি. (খ) 11 সে. মি. (গ) 12 সে. মি. (ঘ) 13 সে. মি.

২৮. সমতলীয় জ্যামিতিতে–
i. প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে
ii. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম
iii. দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ক্ষেত্রফল সমান
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

■ নিচের চিত্রের আলোকে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



২৯. ΔAOB এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
(ক) 6 (খ) 7 (গ) 14 (ঘ) 21

৩০. ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা কত সে.মি.?
(ক) 12 (খ) 14 (গ) 20 (ঘ) 28

উত্তরমালা ▸ বহুনির্বাচনি

১	গ	২	ক	৩	খ	৪	খ	৫	গ	৬	খ	৭	ক	৮	খ	৯	ক	১০	ক	১১	ক	১২	ক	১৩	খ	১৪	গ	১৫	ঘ
১৬	ক	১৭	খ	১৮	গ	১৯	খ	২০	গ	২১	খ	২২	ঘ	২৩	গ	২৪	খ	২৫	খ	২৬	খ	২৭	ক	২৮	খ	২৯	ক	৩০	গ

www.abswer.com