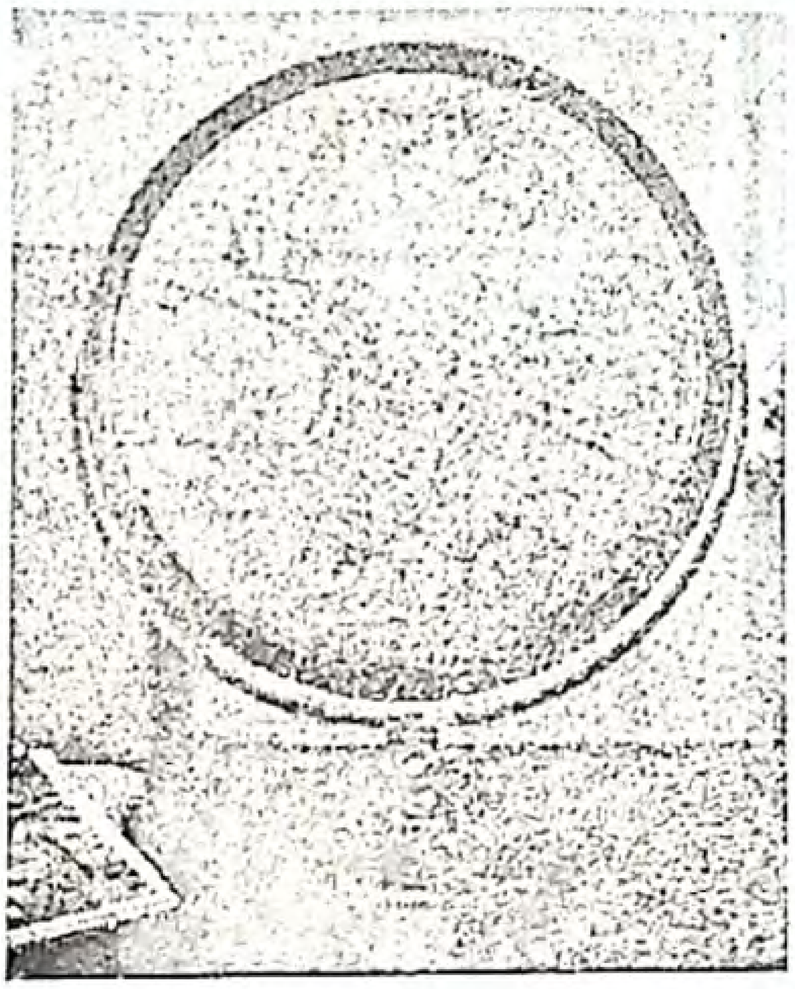
www.abswer.com

অধ্যায় ০৮

বৃত্ত
Circle



এ অধ্যায়ে অনন্য সংযোজন

- শিখনফল ও বোর্ড প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ
- পাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ প্রশ্ন ও সমাধান
- বোর্ড ও মুল প্রশ্ন ও সমাধান
- সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান
- যাচাই ও মূল্যায়ন

অধ্যায়ের সিলেবাস

• বৃত্ত • বৃত্তের জ্যা ও ব্যাস • বৃত্তচাপ • কেন্দ্রস্থ কোণ • বৃত্তস্থ কোণ • বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ • বৃত্তের ছেদক ও স্পর্শক • সাধারণ স্পর্শক • বহি:স্পর্শ • অন্ত:স্পর্শ • বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য • বৃত্ত সংক্রান্ত বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে উপপাদ্য প্রয়োগ • বৃত্ত সম্পর্কিত সম্পাদ্য।

প্রাথমিক আলোচনা — Primary Discussion

সমতলে চলমান কোনো বিন্দু যদি সর্বদাই ঐ সমতলস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু হতে একই দূরত্বে অবস্থান করে, তাহলে উক্ত চলমান বিন্দুর সঞ্চারপথ একটি বৃত্ত হবে। নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে বৃত্তটির কেন্দ্র এবং নির্দিষ্ট বিন্দু ও চলমান বিন্দুর স্থির দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলা হয়। আধুনিক ধারণা মতে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমান দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট দ্বারা উৎপন্ন জ্যামিতিক চিত্রকে বৃত্ত বলে। আমরা জানি, কোনো বৃত্তে অসংখ্য বিন্দু সমাপতিত হতে পারে। এক্ষেত্রে দুইটি সমাপতিত বিন্দুর ছেদবিন্দুর স্পর্শবিন্দু বলা যায় এবং ছেদকটিকে স্পর্শক বলে। অন্যদিকে বৃত্তটির স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শকের উপর অঙ্কিত লম্ব রেখাকে ঐ বিন্দুতে বৃত্তের অভিলম্ব বলে। দুইটি বৃত্তের সাধারণ স্পর্শক যদি বৃত্ত দুইটিকে একই বিন্দুতে স্পর্শ করে তবে ঐ বিন্দুতে বৃত্ত দুইটি পরস্পরকে স্পর্শ করে বলা হয়।

ওয়েব লিংকড — তথ্য সংযোগ

শিখনফলের ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে–

www.mathwarehouse.com/geometry/circle/
en.wikipedia.org/wiki/Circle
math2.org/math/geometry/circles.htm
www.mathopenref.com/circlearea.html
en.wikipedia.org/wiki/Inscribed_angle
www.mathopenref.com/circleinscribed.html

পরিচিতি ও অবদান — অধ্যায়ের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট শীর্ষস্থানীয় গণিতবিদ

প্লেটো (Plato)

প্লেটো ছিলেন বিশ্ববিখ্যাত গ্রিক দার্শনিক। তিনি দার্শনিক সক্রেটিসের ছাত্র ছিলেন এবং দার্শনিক এরিস্টটল তার ছাত্র ছিলেন। তৎকালীন সময়ে জ্ঞান-বিজ্ঞানের প্রায় সকল শাখায় তাঁর অবাধ বিচরণ ছিল। গণিতশাস্ত্রে বিশেষ করে জ্যামিতিতে তাঁর অবদান উল্লেখ করার মতো। প্লেটো দর্শনতত্ত্বকে কাজে লাগিয়ে বৃত্ত সম্পর্কে ধারণা দেন এবং বৃত্তের সর্বজন গ্রহণযোগ্য সংজ্ঞা প্রদান করেন। তিনি বৃত্তকে সঠিকভাবে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করতে সক্ষম হন। এছাড়া তিনি অন্যান্য জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কনের সাথে বৃত্ত অঙ্কনের বৈসাদৃশ্যগুলোও ব্যাখ্যা করেন।

এ্যাপোলোনিয়াস (Apollonius)

গ্রিক জ্যামিতিবিদ ও জ্যোতির্বিজ্ঞানী এ্যাপোলোনিয়াস (খ্রিস্টপূর্ব ২৪০–১৯০) বৃত্ত সংক্রান্ত একাধিক মৌলিক ধারণার অবতারণা করেছিলেন। তিনি বৃত্তের এমন দুইটি বিন্দু আবিষ্কার করেন যা থেকে বৃত্তের পরিধির যেকোনো বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত ধ্রুব থাকে। তিনি তাঁর উপপাদ্যের মাধ্যমে ত্রিভুজের বাহু ও মধ্যমার সম্পর্ক নির্ণয় করেন। তিনি প্রমাণ করেন, সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তিনগুণের সমান। এছাড়া তিনি পরাবৃত্ত, উপবৃত্ত ও অধিবৃত্তের নামকরণ করেন।

www.abswer.com

www.abswer.com

PART 02

অনুশীলন Practice

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য
১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল
এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন অর্জন যাচাই

- চিত্র দেখে বৃত্তের কেন্দ্র, ব্যাস, ব্যাসার্ধ, জ্যা ইত্যাদি চিনতে পারব।
- বৃত্তের ছেদক ও স্পর্শক আঁকতে পারব।
- প্রদত্ত উপাত্তের সাহায্যে বৃত্ত অঙ্কন করতে পারব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- স্কেল, পেন্সিল কম্পাস, ত্রিকোণী, কাটা কম্পাস।
- পাঠ্যবইয়ের ১৬৩ ও ১৬৪ পৃষ্ঠার ছবি।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

অনুশীলনী ৮.১
বৃত্তের জ্যা ও ব্যাস সংক্রান্ত উপপাদ্য

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

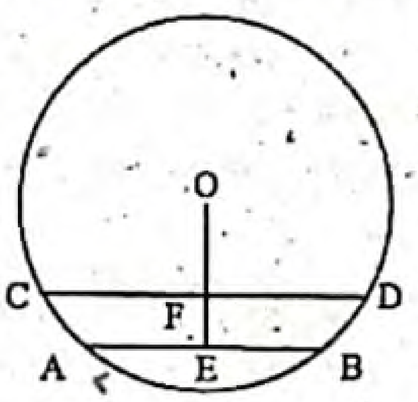
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১ ▸ প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব।

সমাধান : মনে করি, ABDC বৃত্তের কেন্দ্র O। AB ও CD দুইটি সমান্তরাল জ্যা। E এবং F যথাক্রমে AB ও CD-এর মধ্যবিন্দু। EF মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা। প্রমাণ করতে হবে যে, EF কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।



অঙ্কন : O, F যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপ ১. F, CD এর মধ্যবিন্দু।

∴ OF ⊥ CD [বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা-এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা-এর উপর লম্ব।]

এবং ∠OFC = এক সমকোণ।

ধাপ ২. E, AB এর মধ্যবিন্দু।

∴ OE ⊥ AB [একই কারণে]

এবং ∠OEA = এক সমকোণ।

ধাপ ৩. ∠OFC = ∠OEA [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

ধাপ ৪. AB ∥ CD [কল্পনা]

∴ ∠OFC ও ∠OEA অনুরূপ কোণ।

∴ O, F, E একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সুতরাং E ও F বিন্দুর সংযোজক রেখা কেন্দ্র O গামী এবং AB ও CD সমান্তরাল রেখা জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, AB = AC.

সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC দুইটি জ্যা। O, A যোগ করি। AB ও AC জ্যাদ্বয় A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ OA এর সাথে সমান কোণ ∠OAB ও ∠OAC উৎপন্ন করে। অর্থাৎ ∠OAB = ∠OAC। প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC।

অঙ্কন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ OAB এ OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∠OBA = ∠OAB [ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

ধাপ ২. আবার, Δ OAC এ

OA = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∠OCA = ∠OAC [ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

ধাপ ৩. এখানে, ∠OAB = ∠OAC

বা, ∠OBA = ∠OCA [ধাপ (১) ও (২) হতে]

ধাপ ৪. ∠AOB = 180° − (∠OAB + OBA)

এবং ∠AOC = 180° − (∠OAC + ∠OCA)

= 180° − (∠OAB + ∠OBA) [ধাপ (৩) হতে]

∴ ∠AOB = ∠AOC

ধাপ ৫. এখন, Δ OAB এবং Δ OAC এ

OB = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∠AOB = ∠AOC [ধাপ (৪) হতে]

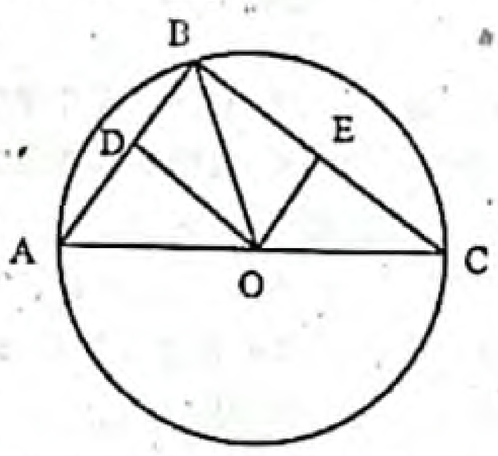
এবং OA = OA [সাধারণ বাহু]

∴ Δ OAB ≅ Δ OAC [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং AB = AC. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▸ কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

সমাধান : মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। এর ∠ABC = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। A, B ও C শীর্ষ দিয়ে বৃত্তটি অতিক্রম করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের কেন্দ্র O, AC অতিভুজের মধ্যবিন্দু।



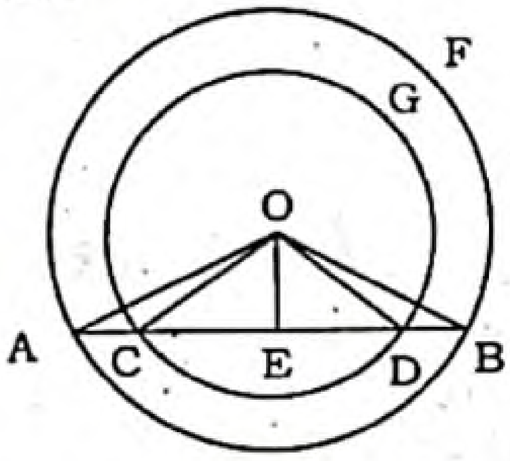
অঙ্কন : O হতে AB-এর উপর OD এবং BC-এর উপর OE লম্ব টানি। O, B যোগ করি।

www.abswer.com

www.abswer.com

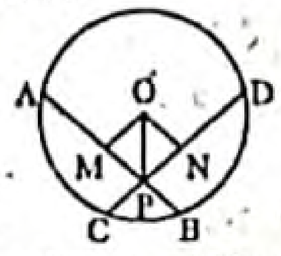
প্রমাণ :
ধাপ ১. Δ AOD ও Δ BOD-এর মধ্যে
AD = BD [OD, AB জ্যা-এর উপর লম্ব]
OD = OD [সাধারণ বাহু]
এবং ∠ADO = ∠BDO [উভয়েই এক সমকোণ]
Δ AOD ≅ Δ BOD [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ AO = BO
ধাপ ২. অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, CO = BO
সুতরাং, AO = BO = CO [ধাপ (১) থেকে]
অতএব, O বৃত্তের কেন্দ্র।
ধাপ ৩. এখন, AC = AO + CO
= AO + AO [(২) থেকে]
বা, AC = 2AO
∴ $AO = \frac{1}{2}AC$
অতএব, বৃত্তের কেন্দ্র O অতিভুজ AC-এর মধ্যবিন্দু। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ ▸ দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির জ্যা AB অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = BD.
সমাধান : মনে করি, ABF ও CDG বৃত্ত দুইটি সমকেন্দ্রিক এবং O এদের কেন্দ্র। AB, CDG বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD.
অঙ্কন : O হতে AB-এর উপর OE লম্ব টানি। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১. AOE ও BOE সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে
অতিভুজ OA = অতিভুজ OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
OE = OE [সাধারণ বাহু]
Δ AOE ≅ Δ BOE [অতিভুজ বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ AE = BE
ধাপ ২. অনুরূপভাবে COE ও DOE সমকোণী ত্রিভুজ নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, CE = DE [ধাপ (১) থেকে]
ধাপ ৩. এখন, AE = BE
বা, AC + CE = BD + DE [∴ AE = AC + CE এবং BE = BD + DE]
বা, AC + DE = BD + DE [ধাপ (২) হতে]
∴ AC = BD. [উভয়পক্ষ হতে সমান সমান অংশ বাদ দিয়ে]
(প্রমাণিত)

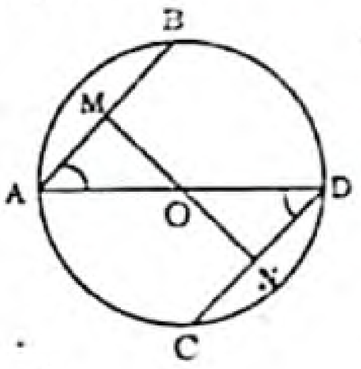
প্রশ্ন ৫ ▸ বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, তাদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।
সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি সমান জ্যা AB ও CD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাতে হবে যে, PA = PD এবং PB = PC.



অঙ্কন : কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব অঙ্কন করি। O, P যোগ করি।

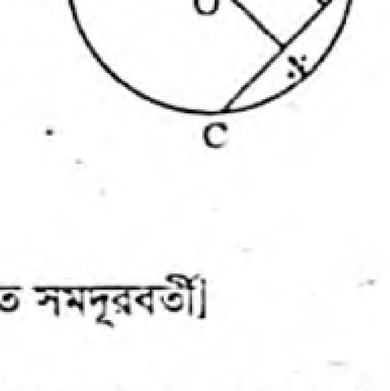
প্রমাণ :
ধাপ ১. Δ MOP ও Δ NOP সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে ∠OMP = ∠ONP = এক সমকোণ [∵ OM ⊥ AB এবং ON ⊥ CD]
OM = ON [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
OP = OP [সাধারণ বাহু]
∴ Δ MOP ≅ Δ NOP
∴ PM = PN [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]
ধাপ ২. এখন, OM, AB এর উপর লম্ব হওয়ায়,
$AM = \frac{1}{2}AB$ [কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
এবং ON, CD এর উপর লম্ব হওয়ায়,
$DN = \frac{1}{2}CD$ [কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
ধাপ ৩. যেহেতু AB = CD [কল্পনা]
∴ AM = DN [ধাপ-২]
∴ PM + AM = PN + DN [ধাপ-১]
সুতরাং PA = PD
ধাপ ৪. আবার, AB = CD
বা, AB − PA = CD − PD [ধাপ ৩]
∴ PB = PC
অতএব, PA = PD এবং PB = PC. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬ ▸ দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।
সমাধান : মনে করি, ABDC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AD ব্যাস। AB ও CD ব্যাসের বিপরীত দিকে দুইটি সমান সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB ∥ CD.
অঙ্কন : O হতে AB-এর উপর OM এবং CD-এর উপর ON লম্ব আঁকি।



প্রমাণ :
ধাপ ১. Δ OAM এবং Δ ODN-এর মধ্যে
OM = ON [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
OA = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং AM = DN [OM ⊥ AB, ON ⊥ CD এবং সমান সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দু M ও N বলে।]
অতএব, Δ OAM ≅ Δ ODN [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
∴ ∠OAM = ∠ODN
ধাপ ২. যেহেতু কোণদ্বয় একান্তর যেখানে AB ও CD এর ছেদক AD
∴ AB ∥ CD. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৭ ▸ দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।
সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। AB ও CD-এর দুইটি জ্যা এবং AB > CD. OE এবং OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD এর উপর লম্ব।
প্রমাণ করতে হবে যে, OE < OF.
অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১. যেহেতু OE ⊥ AB [কল্পনা]
সেহেতু $AE = \frac{1}{2}AB$ [E, AB এর মধ্যবিন্দু]
ধাপ ২. অনুরূপভাবে, $CF = \frac{1}{2}CD$

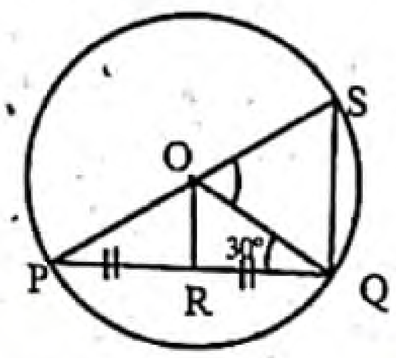
www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ৩. এখন, সমকোণী ত্রিভুজ AOE-এ
$OA^2 = OE^2 + AE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
ধাপ ৪. অদ্রূপ সমকোণী ত্রিভুজ COF-এ
$OC^2 = OF^2 + CF^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$\therefore \quad OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$
ধাপ ৫. $AB > CD$
$\frac{1}{2} AB > \frac{1}{2} CD$
বা, $AE > CF$
$\therefore \quad AE^2 > CF^2$
সুতরাং, $OE^2 < OF^2$ [ধাপ (৪) থেকে]
$\therefore \quad OE < OF$. (দেখানো হলো)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

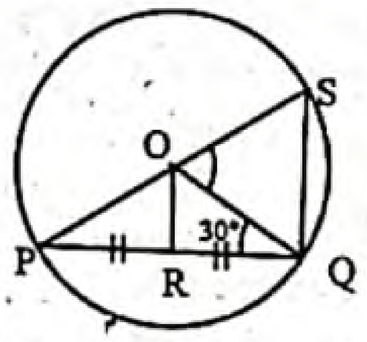
প্রশ্ন ৮ | O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে জ্যা $PQ = x$ সে.মি. এবং $OR \perp PQ$.



ক. $\angle QOS$ কোণের পরিমাণ কত?
খ. প্রমাণ কর যে, PS জ্যা বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা।
গ. $OR = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$ সে.মি. হলে x এর মান নির্ণয় কর।

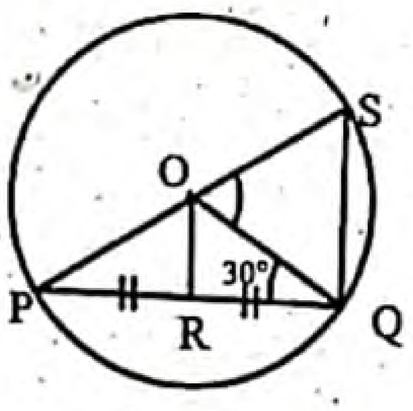
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $\angle OQP = 30°$
অর্ধবৃত্তস্থ কোন বলে $\angle PQS = 90°$
$\therefore \quad \angle OQS = 90° - \angle OQP$
$= 90° - 30° = 60°$
আবার, $OP = OQ = OS$
[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]



$\therefore \quad \angle OSQ = \angle OQS = 60°$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ]
$\therefore \quad \angle QOS = 180° - (\angle OQS + \angle OSQ)$
$= 180° - (60° + 60°)$
$= 180° - 120° = 60°$.

খ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQS একটি বৃত্ত। PS ব্যাস বৃত্তটির O কেন্দ্রগামী জ্যা এবং PQ ও QS ব্যাসভিন্ন দুইটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, $PS > PQ$ এবং $PS > QS$ অর্থাৎ PS জ্যা বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা।

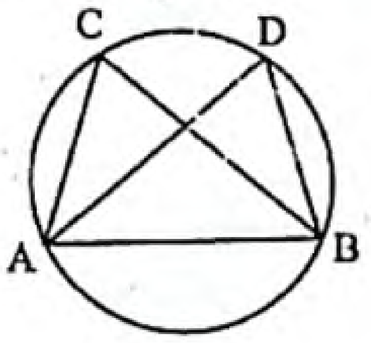


অঙ্কন : O, P; O, Q এবং O, S যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১. $OP = OS = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এখন, ΔPOQ-এ
$OP + OQ > PQ$
[∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $OP + OS > PQ$
অর্থাৎ, $PS > PQ$
ধাপ ২. আবার, ΔOQS-এ
$OQ + OS > QS$ [∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $OP + OS > QS$
অর্থাৎ, $PS > QS$
∴ PS জ্যা, PQ ও QS প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর
সুতরাং, PS জ্যা বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা। (প্রমাণিত)

গ এখানে, $OR = \frac{x}{2} - 2$
$QR = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} x$ সে.মি.
এখন, ORQ সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan 30° = \frac{OR}{QR}$
বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{x}{2} - 2}{\frac{x}{2}}$
বা, $\frac{x}{2} - 2 = \frac{x}{2\sqrt{3}}$
বা, $\frac{x}{2} - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 2$
বা, $x - \frac{x}{\sqrt{3}} = 4$
বা, $(\sqrt{3} - 1)x = 4\sqrt{3}$
বা, $x = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$
বা, $x = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$
বা, $x = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = 2\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) = 6 + 2\sqrt{3}$
নির্ণেয় মান : $x = 6 + 2\sqrt{3}$.

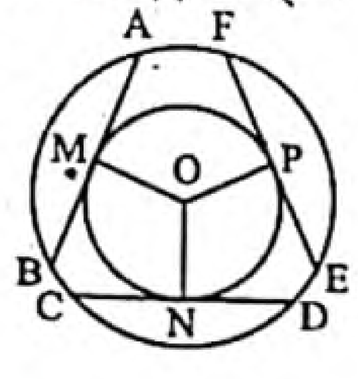
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৯ ▸ প্রমাণ কর যে, দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তার একই পাশে অপর দুই বিন্দুতে সমান কোণ উৎপন্ন করলে, বিন্দু চারটি সমবৃত্ত হবে।
সমাধান : মনে করি, দুইটি বিন্দু A ও B এর সংযোগ রেখাংশ AB তার একই পাশে অপর দুইটি বিন্দু C ও D তে সমান কোণ উৎপন্ন করে অর্থাৎ, $\angle ACB = \angle ADB$. প্রমাণ করতে হবে যে যে, A, B, C ও D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।



প্রমাণ :
ধাপ ১. $\angle ACB = \angle ADB$ [দেওয়া আছে]
সুতরাং AB যে বৃত্তের চাপ সেই বৃত্তটি অবশ্যই C ও D বিন্দুগামী। অর্থাৎ, $\angle ACB$ এবং $\angle ADB$ একই চাপ AB এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ।
[∵ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তঃস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]
অতএব, A, B, C এবং D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০ ▸ প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলি সমবৃত্ত।
সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD এবং EF তিনটি পরস্পর সমান জ্যা। M, N ও P যথাক্রমে AB, CD ও EF এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N ও P সমবৃত্ত।



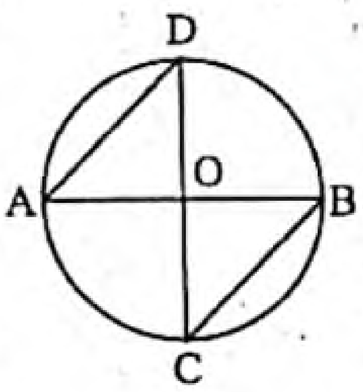
অঙ্কন : O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।

www.abswer.com

www.abswer.com

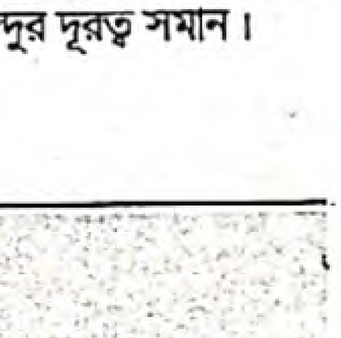
প্রমাণ :
ধাপ ১. M, AB এর মধ্যবিন্দু এবং OM কেন্দ্রগামী রেখাংশ
∴ OM ⊥ AB [বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যায়ের উপর লম্ব]
অনুরূপভাবে, ON ⊥ CD এবং OP ⊥ EF
ধাপ ২. যেহেতু AB = CD = EF
সেহেতু OM = ON = OP [বৃত্তের সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
সুতরাং O কেন্দ্র করে OM বা ON বা OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্তটি M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে।
অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১ ▸ দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।



সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A ও B প্রান্ত হতে এর বিপরীত দিকে অঙ্কিত AD ও BC জ্যাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল। দেখাতে হবে যে, AD = BC.
অঙ্কন : O, D এবং O, C যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১. AD ∥ BC এবং AB এদের ছেদক
∴ ∠BAD = ∠ABC [একান্তর কোণ]
বা, ∠OAD = ∠OBC [একান্তর কোণ]
ধাপ ২. Δ AOD ও Δ BOC-এ
OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
OD = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং ∠OAD = ∠OBC
∴ Δ AOD ≅ Δ BOC [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য অনুসারে]
সুতরাং AD = BC. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২ ▸ প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে এদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।



সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ AO = BO এবং CO = DO। প্রমাণ করতে হবে যে, O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র।
প্রমাণ :
ধাপ ১. Δ AOD ও Δ BOC-এ
DO = CO
এবং AO = BO [∵ AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে]
∠AOD = ∠BOC [বিপ্রতীপ কোণ]
∴ Δ AOD ≅ Δ BOC
∴ CO = AO [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
BO = DO [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ AO = BO = CO = DO
অর্থাৎ O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ A, B, C, D বিন্দুর দূরত্ব সমান। তাই বলা যায় O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো বিন্দুর দূরত্ব সমান।
∴ O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র। (প্রমাণিত)

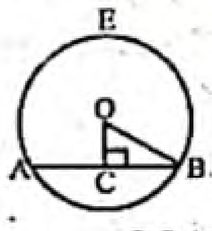
বহুনির্বাচনি অংশ — MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

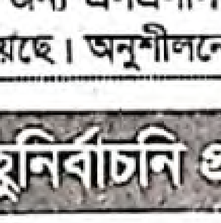
১.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OC = 3 সে.মি. এবং AB = 8 সে.মি., বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত? [ব. বো. '২০]

ক 8 সে.মি. খ 6 সে.মি.
গ 5 সে.মি. ঘ 4 সে.মি.

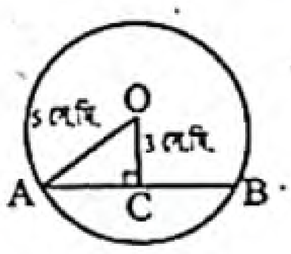
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তে, AB = 8 সে.মি.
∴ $BC = \frac{8}{2} = 4$ সে.মি.
∴ $OB^2 = OC^2 + BC^2$
$= 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
∴ $OB = \sqrt{25} = 5$ সে.মি.
∴ ব্যাসার্ধ OB = 5 সে.মি.।



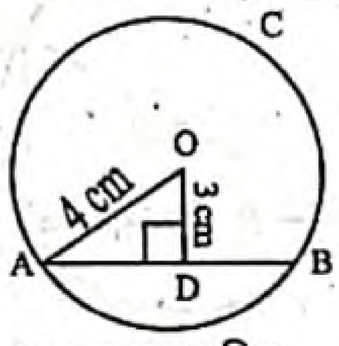
২. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. হলে, বৃত্তের ঐ জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? [দি. বো. '২০]

ক 16 সে.মি. খ 8 সে.মি.
গ 4 সে.মি. ঘ 2 সে.মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের
ব্যাসার্ধ, OA = 5 সে.মি. এবং OC = 3 সে.মি.
∴ $OC^2 + AC^2 = OA^2$
বা, $AC^2 = OA^2 - OC^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
∴ $AC = \sqrt{16} = 4$ সে.মি.
∴ AB জ্যায়ের দৈর্ঘ্য = 2AC = 2 × 4 = 8 সে.মি.।



৩.



AB = কত সে.মি.? [সকল বোর্ড ২০১৮]

ক $\sqrt{7}$ খ $2\sqrt{7}$
গ 7 ঘ 14

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AD = \sqrt{OA^2 - OD^2}$
$= \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$
∴ AB = 2AD = $2\sqrt{7}$ সে.মি.।

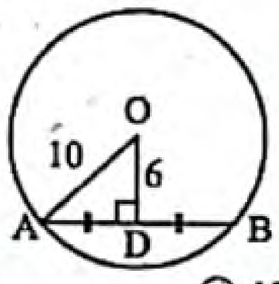
উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	গ	২	ঘ	৩	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

৪. চিত্রে AB এর দৈর্ঘ্য কত একক? [য. বো. '১৫]



ক 8 খ 12
গ 16 ঘ 20

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে,
OA = 10 একক
OD = 6 একক এবং AD = BD
OAB সমকোণী ত্রিভুজে,
$AD^2 + OD^2 = OA^2$
বা, $AD^2 = OA^2 - OD^2$
$= (10)^2 - (6)^2$
$= 100 - 36$
$= 64$
বা, $AD = \sqrt{64} = 8$
∴ AD = BD = 8 একক
এখন, AB = AD + BD
= (8 + 8) একক
= 16 একক
∴ AB এর দৈর্ঘ্য 16 একক।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫. বৃত্তের ক্ষেত্রে–
i. যে কোনো সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুইয়ের অধিক বিন্দুতে ছেদ করতে পারে না
ii. বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী
iii. বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা
নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৭]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৬. বৃত্তের–
i. যে কোনো জ্যা এর লম্ব সমদ্বিখন্ডক কেন্দ্রগামী
ii. কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান
iii. একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক
নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. '১৬]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

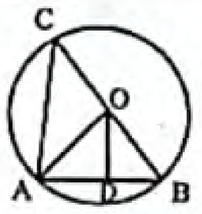
৭.

চিত্রে–
i. PQ = 12
ii. OR = 8
iii. বৃত্তটির ব্যাস 16
নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৬]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৮. বৃত্তের– [সি. বো. '১৫]
i. ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা
ii. সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী
iii. কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

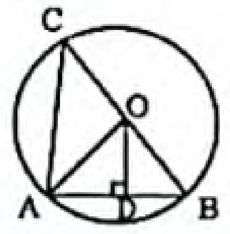
অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যে হতে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু D.



৯. OA = 5 সে.মি. OD = 4 সে.মি., AB = কত? [য. বো. '২০]
ক 6 সে.মি. খ 8 সে.মি.
গ 10 সে.মি. ঘ 12 সে.মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : OA = 5 সে.মি., OD = 4 সে.মি.
∴ $AD^2 + OD^2 = OA^2$
বা, $AD^2 = OA^2 - OD^2 = 5^2 - 4^2 = 9$
∴ $AD = \sqrt{9} = 3$
∴ AB = 2AD = 2 × 3 = 6 সে.মি.।



১০. ∠OAB = 50° হলে, ∠AOB = কত? [য. বো. '২০]
ক 75° খ 80°
গ 90° ঘ 100°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রে, OA = OB (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ)
∴ ∠OAB = ∠OBA = 50°
এখন, ∠AOB + ∠OAB + ∠OBA = 180°
বা, ∠AOB + 50° + 50° = 180°
∴ ∠AOB = 180° – 100° = 80°.

O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস ভিন্ন জ্যা। M, AB এর মধ্যবিন্দু
তথ্যের আলোকে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [ঢা. বো. '১৬]

১১. ∠AOM = 40° হলে, ∠AOB = কত?
ক 80° খ 90°
গ 100° ঘ 110°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ∠AOM = 40°
∴ ∠BOM = 40° যেহেতু AM = BM
∴ ∠AOB = ∠AOM + ∠BOM = 40° + 40° = 80°.

১২. OA = 5 cm, OM = 4 cm হলে, AB = কত?
ক 6 cm খ 7 cm
গ 8 cm ঘ 12 cm

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : OA = 5 cm, OM = 4 cm
∴ $AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$
∴ AB = 2 × AM = 2 × 3 = 6 cm.

উপরের তথ্যের আলোকে ১৩ – ১৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কু. বো. '১৬]

১৩. OC ⊥ AB হলে, OA = 4 সে.মি., OC = 3 সে.মি. হলে, AB = কত সে.মি.?
ক $\sqrt{7}$ খ $2\sqrt{7}$
গ 7 ঘ 9

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা: ∵ OC ⊥ AB ∴ AC = BC
এখানে, OA = 4 সে.মি., OC = 3 সে.মি.
চিত্র হতে, Δ OAC-এ $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$
∴ $AB = 2AC = 2 \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$ সে.মি.।

১৪. OB = 4 সে.মি. হলে, বৃত্তের ব্যাস কত সে.মি.?
ক 8 খ 16
গ 20 ঘ 25

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রে, OB বৃত্তের ব্যাসার্ধ
∴ বৃত্তের ব্যাস = 2 × ব্যাসার্ধ = 2 × 4 সে.মি. = 8 সে.মি.।

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

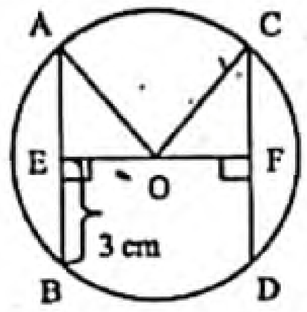
৪	গ	৫	ঘ	৬	ঘ	৭	ক	৮	ঘ	৯	ক	১০	খ	১১	ক	১২	ক	১৩	খ	১৪	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

১৫. $\angle OAB = 50°$ হলে, AB চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণের মান কত?
ক 60° খ 80°
গ 100° ঘ 120°
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ $\angle OAB = \angle OBA = 50°$
∴ AB চাপের উপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOB = 180° - (50° + 50°) = 80°$.

■ পাশের তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
O বৃত্তের কেন্দ্র এবং OE = OF = 4 cm

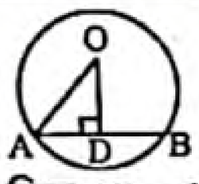


১৬. OA এর মান কত? [ঢা. বো. '১৫]
ক 4 cm খ 5 cm
গ 6 cm ঘ 7 cm
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, AE = BE = 3 cm এবং OE = OF = 4 cm
এখন, AOE সমকোণী ত্রিভুজে,
$OA^2 = AE^2 + OE^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
বা, OA = 5.

১৭. চিত্রে— [ঢা. বো. '১৫]
i. CD = 6 cm
ii. $\angle OAB = \angle OCD$
iii. $\Delta AOE \cong \Delta COF$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং OE = OF = 4 cm
যেহেতু বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান
সেহেতু AB = CD
বা, 2BE = CD
বা, 2 × 3 = CD
∴ CD = 6 cm
আবার, AB = CD
বা, 2AE = 2CF
বা, AE = CF
এখন, AOE এবং COF সমকোণী ত্রিভুজে, OA = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
OE = OF [অঙ্কন অনুসারে]
এবং AE = CF
∴ $\Delta AOE \cong \Delta COF$ [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
অতএব, $\angle OAE = \angle OCF$
বা, $\angle OAB = \angle OCD$
অর্থাৎ (i), (ii) ও (iii) সঠিক।

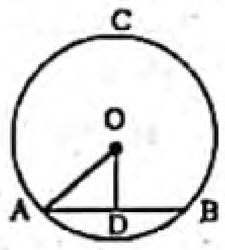
শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১৮. 

চিত্রে AB = 6 সে. মি. এবং OA = 5 সে. মি. হলে, OD = কত?
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 3 সে. মি. খ 3.5 সে. মি.
গ 4 সে. মি. ঘ 1 সে. মি.

১৯. জ্যা AB = 8 cm এবং OD = (AD − 1) cm হলে, ব্যাসার্ধ কত cm?
[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
ক 3 খ 4
গ 5 ঘ 6
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : AB = 8 cm
∴ $AD = \frac{8}{2} = 4$ cm
∴ OD = (4 − 1) cm = 3 cm
$OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ cm.

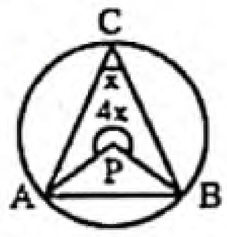


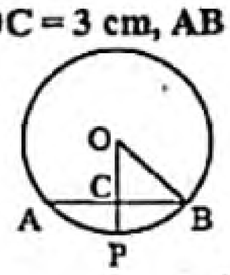
২০.

চিত্রে কেন্দ্রস্থ $\angle BOC = 60°$ হলে, $\angle BDC$ এর মান কত?
[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]
ক 30° খ 45°
গ 60° ঘ 90°
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ, কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

২১. P কেন্দ্রবিশিষ্ট হতে x এর মান কত? [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ সংযুক্ত হাইস্কুল, ঢাকা]

ক 60° খ 70°
গ 80° ঘ 90°
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কেন্দ্রস্থ $\angle APB = 2\angle ACB = 2x$
এখন, $\angle APB$ + প্রবৃদ্ধ $\angle APB = 360°$
বা, $2x + 4x = 360°$
বা, $6x = 360°$
∴ $x = \frac{360°}{6} = 60°$.



২২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OC = 3 cm, AB = 8 cm এবং OC ⊥ AB.


[গভঃ ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক 4 খ 5
গ 6 ঘ 8
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $BC = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2}$ সে.মি. = 4 সে.মি.
BOC সমকোণী ত্রিভুজে, $OB^2 = OC^2 + BC^2$
বা, $OB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
∴ OB = $\sqrt{25}$ = 5 সে.মি.।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করলে— [বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
i. OD > OB
ii. AP = CP
iii. DP = BP
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৪. বৃত্তের— [কুষ্টিয়া জিলা স্কুল, কুষ্টিয়া]
i. সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী
ii. বৃত্তের যেকোনো জ্যা এর লম্ব দ্বিখণ্ডক কেন্দ্রগামী
iii. যে কোনো সরল রেখায় দুইয়ের অধিক ছেদবিন্দু থাকতে পারে না
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১৫	খ	১৬	খ	১৭	ঘ	১৮	গ	১৯	গ	২০	ক	২১	ক	২২	খ	২৩	গ	২৪	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

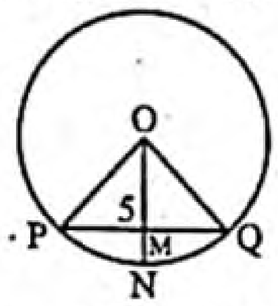
■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের জ্যা AB = 6 সে. মি.।
OC ⊥ AB, OA = 5 সে. মি.। [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

২৫. বৃত্তের ব্যাস নিচের কোনটি?
ক 12 সে. মি. খ 10 সে. মি.
গ 3 সে. মি. ঘ 5 সে. মি.

২৬. OC = ?
ক 3 সে. মি. খ 5 সে. মি.
গ 6 সে. মি. ঘ 4 সে. মি.

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৭ ও ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রীক বৃত্তের OM = 5 cm এবং PQ জ্যা এর দৈর্ঘ্য 24 cm।
OM ⊥ PQ. [মতিঝিল মডেল হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

২৭. PM এর দৈর্ঘ্য কত cm?
ক 11 খ 12
গ 13 ঘ 19

২৮. বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত?
ক 11 খ 12
গ 13 ঘ 14

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB এবং CD এর উপর অঙ্কিত লম্ব OE = 3 cm এবং OF = 2 cm। [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

২৯. বৃত্তটির ব্যাস = 10 cm হলে AB = ?
ক 3 cm খ 4 cm
গ 8 cm ঘ 10 cm

৩০. নিচের কোনটি সঠিক?
ক 2 cm < CF < 3 cm খ 3 cm < CF < 4 cm
গ 4 cm < CF < 5 cm ঘ 5 cm < CF < 10 cm

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে. মি.।

৩১. O থেকে A বিন্দুর দূরত্ব কত সে. মি.? [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]
ক 2 খ 4
গ 8 ঘ 16

৩২. O থেকে D বিন্দুর দূরত্ব 6 সে. মি.। D বিন্দু বৃত্তের কোথায় অবস্থিত?
ক অভ্যন্তরে খ বাইরে
গ পরিধিতে ঘ কেন্দ্রে

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা। M, AB এর মধ্যবিন্দু। [দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর]

৩৩. OA = 5 cm, OM = 4 cm হলে AB = কত cm?
ক 5 খ 6
গ 7 ঘ 8

৩৪. ∠OAB = 50° হলে, ∠AOB = কত?
ক 80° খ 90°
গ 75° ঘ 100°

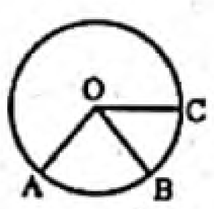
মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৩৫. বৃত্তের দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কী বলে? (সহজমান)
ক ব্যাস খ ব্যাসার্ধ
গ চাপ ঘ জ্যা

৩৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A, B ও C বৃত্তস্থ বিন্দু। সুতরাং OA, OB ও OC বৃত্তটির– (মধ্যমান)



ক ব্যাস খ ব্যাসার্ধ
গ চাপ ঘ জ্যা

৩৭. কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে যায় তবে জ্যাটিকে বৃত্তের কী বলে? (সহজমান)
ক ব্যাস খ ব্যাসার্ধ
গ পরিধি ঘ চাপ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের কেন্দ্রগামী যেকোনো জ্যা হলো ব্যাস।

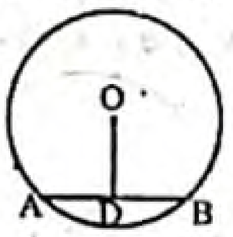
৩৮. ব্যাস হলো বৃত্তের– (সহজমান)
ক উপচাপ খ অধিচাপ
গ বৃহত্তম জ্যা ঘ ক্ষুদ্রতম জ্যা

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ব্যাস হলো বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা যা বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

৩৯. বৃত্তের ব্যাস যদি D দ্বারা এবং ব্যাসার্ধ r দ্বারা সূচিত হয় তবে D এর সমান নিচের কোনটি? (মধ্যমান)
ক r খ 2r
গ $\frac{3}{2}r$ ঘ $\frac{1}{2}r$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ব্যাস, D = 2 × ব্যাসার্ধ = 2 × r = 2r.

৪০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB জ্যা এর উপর OD লম্ব। অতএব– (মধ্যমান)



ক AD = BD খ AD ≠ BD
গ AD > BD ঘ AD < BD

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

২৫	খ	২৬	ঘ	২৭	খ	২৮	গ	২৯	গ	৩০	গ	৩১	খ	৩২	খ	৩৩	খ	৩৪	ক	৩৫	ঘ	৩৬	খ	৩৭	ক	৩৮	গ	৩৯	খ	৪০	ক

www.abswer.com

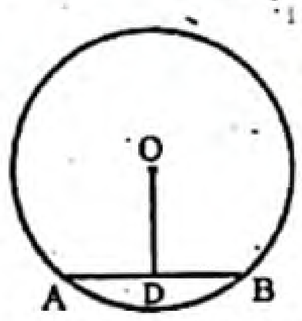
www.abswer.com

৪১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OM ⊥ AB। ∠OMA এর মান কত? (মধ্যমান)

ক 80° খ 90°
গ 120° ঘ 180°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : OM ⊥ AB হওয়ায় ∠OMA = 1 সমকোণ = 90°.

৪২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OD, AB জ্যায়ের উপর লম্ব। AD = 2 সে. মি. হলে, AB = কত? (মধ্যমান)



ক 2 সে. মি. খ 3 সে. মি.
গ 4 সে. মি. ঘ 5 সে. মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : AB = AD + BD
= AD + AD
= 2AD = 2 × 2 সে. মি.
= 4 সে. মি.।

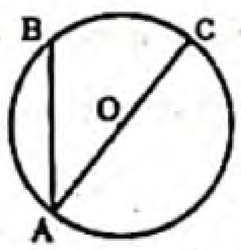
৪৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OD ⊥ AB হলে, এবং OD = 5 সে. মি. এবং AB = 24 সে. মি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? (কঠিনমান)

ক 10 সে. মি. খ 29 সে. মি.
গ 14 সে. মি. ঘ 13 সে. মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : D, AB এর মধ্যবিন্দু হওয়ায়, $AD = BD = \frac{24}{2} = 12$ সে.মি.

∴ ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(12)^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ সে.মি.।

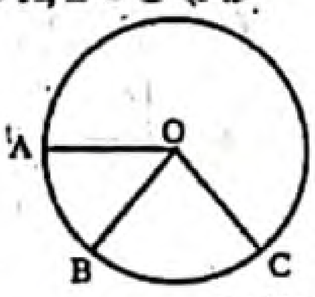
৪৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা। এদের মধ্যে কোনটি ব্যাস? (মধ্যমান)



ক AB খ OA
গ OC ঘ AC

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, AC কেন্দ্রগামী এবং এটি বৃহত্তম জ্যা যা বৃত্তের ব্যাস।

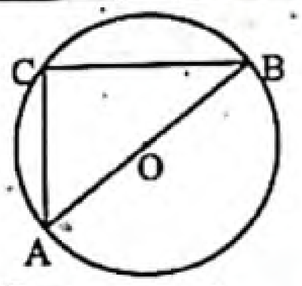
৪৫. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A, B ও C হলো— (কঠিনমান)



ক অধিচাপ খ উপচাপ
গ সমবৃত্ত বিন্দু ঘ বিন্দু

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৪৬.



চিত্রে—
i. ∠ACB = 90°
ii. ∠OBC = 60°
iii. AB বৃত্তটির ব্যাস,
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৭. বৃত্তের—
i. সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী
ii. কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে
iii. যেকোনো সরলরেখায় একটি মাত্র ছেদবিন্দু থাকে
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হলে—
i. OD > OB
ii. AP = CP
iii. DP = BP
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৯ ও ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা। M, AB এর মধ্যবিন্দু।

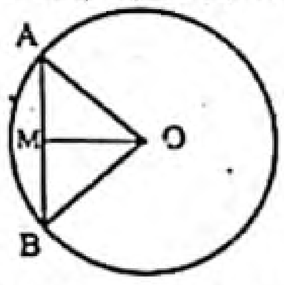
৪৯. OA = 5 সে.মি. হলে, OB = কত সে.মি.? (মধ্যমান)

ক 3 খ 3.5
গ 5 ঘ 5.5

৫০. OA = 5 সে.মি. এবং OM = 4 সে.মি. হলে, AB = কত সে.মি.? (কঠিনমান)

ক 5 খ 6
গ 7 ঘ 8

নিচের চিত্র হতে ৫১ ও ৫২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা এবং OM ⊥ AB. সুতরাং— (সহজমান)

ক AM = OA খ AM = BM
গ BM = OB ঘ AM = OM

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

৫২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা এবং OM ⊥ AB. সুতরাং— (মধ্যমান)

ক ∠OMA = ∠OAM খ ∠OMB = ∠OBM
গ ∠OMA = ∠OMB ঘ ∠OBM = ∠OMA

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : OM ⊥ AB হওয়ায় ∠OMA = ∠OMB = এক সমকোণ।

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৪১	খ	৪২	গ	৪৩	ঘ	৪৪	ঘ	৪৫	গ	৪৬	গ	৪৭	ক	৪৮	খ	৪৯	গ	৫০	খ	৫১	খ	৫২	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

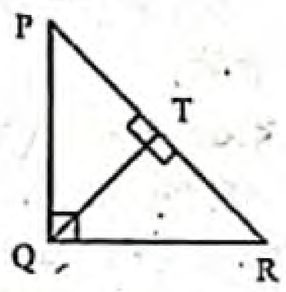
প্রশ্ন ১ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০২০

(i) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PQ ও RT দুটি জ্যা। $OA \perp PQ$ ও $OB \perp RT$.
(ii) C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু D এবং DE ও DF উহার দুইটি স্পর্শক।

ক. ΔPQR এ $\angle Q = 90°$ এবং $QT \perp PR$ হলে, দেখাও যে, ΔPQT ও ΔPQR সদৃশ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, DE = DF. ৪
গ. PQ > RT হলে, প্রমাণ কর যে, OA < OB. ৪

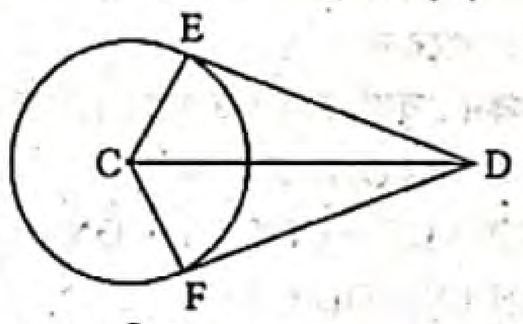
১নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ΔPQR-এ $\angle Q = 90°$ এবং $QT \perp PR$। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔPQT ও ΔPQR সদৃশ।



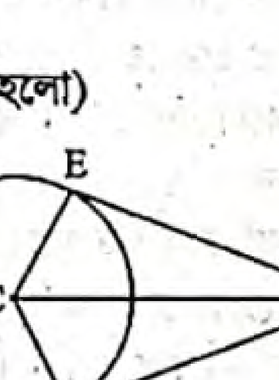
প্রমাণ :
ধাপ ১ : যেহেতু $QT \perp PR$
$\therefore \angle PTQ = 1$ সমকোণ
ধাপ ২ : ΔPQR ও ΔPQT-এ,
$\angle PQR = \angle PTQ$ [উভয়েই সমকোণ]
$\angle RPQ = \angle TPQ$ [সাধারণ কোণ]
এবং অবশিষ্ট $\angle PRQ =$ অবশিষ্ট $\angle PQT$.
$\therefore \Delta PQT$ ও ΔPQR সদৃশ। (দেখানো হলো)

খ মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত যার বহিঃস্থ বিন্দু D থেকে DE ও DF দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, DE = DF.



অঙ্কন : C, D ও C, E এবং C, F যোগ করি।
প্রমাণ : ধাপ ১ : $DE \perp CE$ ও $DF \perp CF$ [স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]
$\therefore \angle DEC = \angle DFC = 1$ সমকোণ
ধাপ ২ : ΔDEC ও ΔDFC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,
CE = CF [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
অতিভুজ, CD = অতিভুজ CD [সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta DEC \cong \Delta DFC$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা]
$\therefore$ DE = DF. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ও RT দুটি জ্যা। $OA \perp PQ$, $OB \perp RT$ এবং PQ > RT হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, OA < OB.



অঙ্কন : O, P ও O, R যোগ করি।
প্রমাণ : ধাপ ১ : $OA \perp PQ$, $OB \perp RT$
$PA = \frac{1}{2}PQ$, $RB = \frac{1}{2}RT$ [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা'র উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা'টিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
ধাপ ২ : ΔPAO সমকোণী ত্রিভুজে,
$OP^2 = AP^2 + OA^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $AP^2 = OP^2 - OA^2$
আবার, ΔROB সমকোণী ত্রিভুজে,
$OR^2 = OB^2 + RB^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $RB^2 = OR^2 - OB^2$
ধাপ ৩ : PQ > RT
বা, $\frac{1}{2}PQ > \frac{1}{2}RT$
বা, PA > RB [ধাপ (১) হতে]
বা, $PA^2 > RB^2$
বা, $OP^2 - OA^2 > OR^2 - OB^2$ [ধাপ (২) হতে]
বা, $-OA^2 > -OB^2$ [OP = OR একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে $OP^2 = OR^2$]
বা, $OA^2 < OB^2$
$\therefore$ OA < OB. (প্রমাণিত)

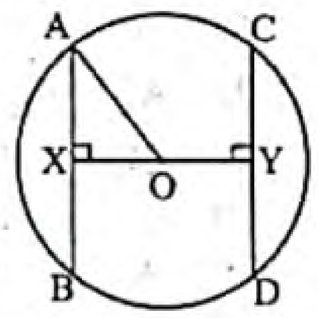
প্রশ্ন ২ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। $OX \perp AB$ এবং $OY \perp CD$. XY এর একই পার্শ্বে A ও C এর অবস্থান।

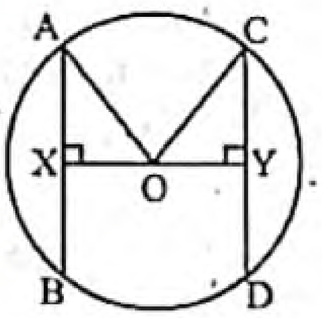
ক. AB = 24 সে.মি. এবং OX = 5 সে.মি. হলে OA এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, OX = OY. ৪
গ. AB ∥ CD এবং $\angle XAO = 30°$ হলে প্রমাণ কর যে, ΔAOC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, AB = 24 সে.মি., OX = 5 সে.মি.।
$OX \perp AB$
$\therefore$ OX, AB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে $AX = BX = \frac{1}{2}AB$.
বা, $AX = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ সে.মি.
এখন, OAX সমকোণী ত্রিভুজে,
$OA^2 = AX^2 + OX^2$
বা, $OA^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$
বা, OA = 13
$\therefore$ OA এর দৈর্ঘ্য 13 সে.মি.।



খ মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। $OX \perp AB$ এবং $OY \perp CD$। O, A এবং O, C যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, OX = OY.



প্রমাণ :
ধাপ ১ : $OX \perp AB$ ও $OY \perp CD$
সুতরাং AX = BX এবং CY = DY [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
$\therefore AX = \frac{1}{2}AB$
এবং $CY = \frac{1}{2}CD$.

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ২ : কিন্তু AB = CD [কল্পনা]

বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} = CD$

∴ AX = CY [ধাপ (১) হতে]

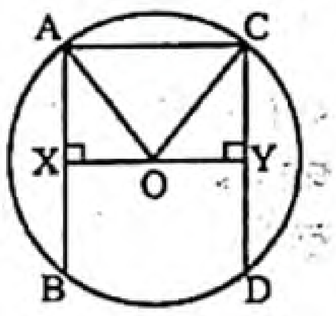
ধাপ ৩ : এখন Δ OAX এবং Δ OCY সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,

অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং AX = CY [ধাপ ২ হতে]

∴ Δ OAX ≅ Δ OCY [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

∴ OX = OY. (প্রমাণিত)



গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। OX ⊥ AB এবং OY ⊥ CD, AB ∥ CD এবং ∠XAO = 30°।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ AOC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : OAX সমকোণী ত্রিভুজে ∠XAO = 30° [প্রদত্ত]

এবং ∠AXO = 90° [সমকোণ]

এখন, ADX ত্রিভুজে, ∠XAO + ∠AXO + ∠AOX = 180°

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, 30° + 90° + ∠AOX = 180°

বা, ∠AOX = 180° − 120°

∴ ∠AOX = 60°

ধাপ ২ : Δ OAX ≅ Δ OCY [খ নং থেকে প্রাপ্ত]

∴ ∠XAO = ∠OCY = 30°

∠AOX = ∠COY = 60°

ধাপ ৩ : ∠AOX + ∠AOC + ∠COY = ∠XOY

বা, 60° + ∠ADC + 60° = 180° [∵ ∠XOY এক সরলকোণ বা 180°]

বা, ∠AOC = 180° − 120°

∴ ∠AOC = 60°

ধাপ ৪ : Δ AOC এ OA = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∴ ∠OAC = ∠OCA [সমান সমান বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় সমান]

ধাপ ৫ : Δ AOC এ

∠AOC + ∠OAC + ∠OCA = 180° [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, 60° + ∠OAC + ∠OAC = 180° [∵ ∠OAC = ∠OCA]

বা, 2∠OAC = 180° − 60°

বা, 2∠OAC = 120°

∴ ∠OAC = 60°

∴ ∠OCA = ∠OAC = 60°

অর্থাৎ, Δ AOC এ

∠AOC = ∠OAC = ∠OCA = 60°

OA = OC = AC

অতএব, Δ AOC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০১৭

LMN বৃত্তের কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.।

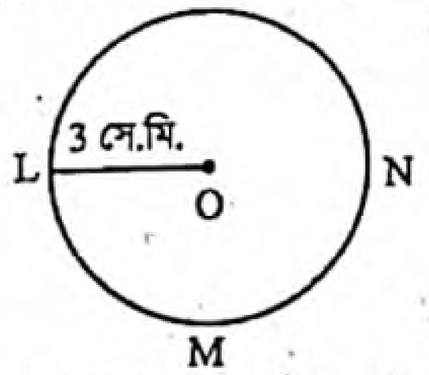
ক. বৃত্তটির আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের M বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক OM এর উপর লম্ব। ৪

গ. জ্যামিতিক চিত্র ও যুক্তির সাহায্যে প্রমাণ কর যে, বৃত্তটির কোনো জ্যা 6 সে.মি. এর বড় হতে পারে না। ৪

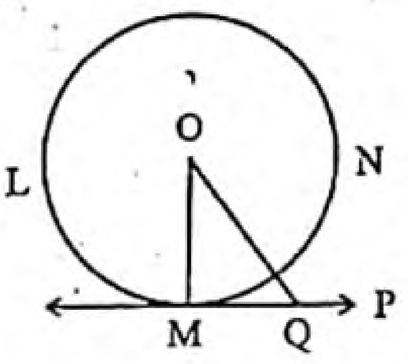
৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট LMN বৃত্তের ব্যাসার্ধ OL = 3 সে.মি.।

খ O কেন্দ্রবিশিষ্ট LMN বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. এবং বৃত্তের উপরস্থ M বিন্দুতে MP একটি স্পর্শক এবং OM স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে যে, MP ⊥ OM.



অঙ্কন : M স্পর্শকের উপর যেকোনো একটি বিন্দু Q নিই এবং O, Q যোগ করি।

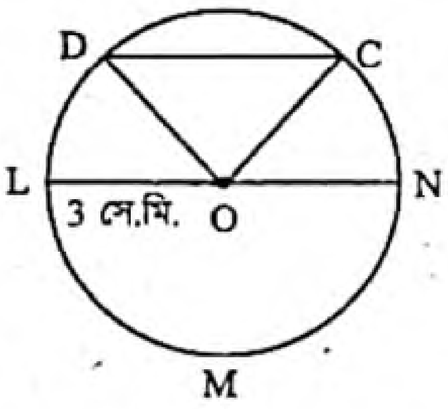
প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের M বিন্দুতে MP একটি স্পর্শক, সুতরাং ঐ M বিন্দু ব্যতীত MP এর উপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে। সুতরাং Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

∴ OQ বৃত্তের ব্যাসার্ধ OM এর চেয়ে বড়, অর্থাৎ OQ > OM এবং তা স্পর্শবিন্দু M ব্যতীত MP এর উপরস্থ Q বিন্দুর সকল অবস্থানের জন্য সত্য।

∴ কেন্দ্র O থেকে M স্পর্শকের উপর OM হলো ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

সুতরাং MP ⊥ OM. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট LMN বৃত্তের ব্যাসার্ধ OL = ON = 3 সে.মি.।



প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তটির কোনো জ্যা 6 সে.মি. এর বড় হতে পারে না।

অঙ্কন : বৃত্তটির একটি জ্যা CD আঁকি। O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ : OC = OD = OL = ON = 3 সে.মি. [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ব্যাস LN = OL + ON

বা, LN = (3 + 3) সে.মি.

বা, LN = 6 সে.মি.

Δ OCD-এ

OC + OD > CD

[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, (3 + 3) সে.মি. > CD

বা, 6 সে.মি. > CD

বা, CD < 6 সে.মি.

∴ বৃত্তটির কোনো জ্যা 6 সে.মি. এর বড় হতে পারে না। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ ▶ সিলেট বোর্ড ২০১৬

O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা।

ক. বৃত্তটির ব্যাস 10 সে.মি. হলে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, PQ ও RS জ্যা দুইটি কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। ৪

গ. যদি PQ > RS হয়, তবে প্রমাণ কর যে, PQ জ্যা RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, বৃত্তটির ব্যাস 10 সে.মি.

∴ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $r = \frac{10}{2}$ সে.মি. = 5 সে.মি.

বৃত্তটির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক

$= 3{\cdot}1416 \times 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 3{\cdot}1416 \times 25$ বর্গ সে.মি.

$= 78{\cdot}54$ বর্গ সে.মি.

∴ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 78·54 বর্গ সে.মি.।

খ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে PQ এবং RS জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : O থেকে PQ এবং RS জ্যা এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব আঁকি। O, P এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : $OE \perp PQ$ ও $OF \perp RS$

সুতরাং, PE = QE এবং SF = RF [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

∴ $PE = \frac{1}{2} PQ$ এবং $SF = \frac{1}{2} RS$

ধাপ ২ : কিন্তু PQ = RS [কল্পনা]

∴ PE = SF.

ধাপ ৩ : এখন Δ OPE এবং Δ OSF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OP = অতিভুজ OS [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং PE = SF [ধাপ ২]

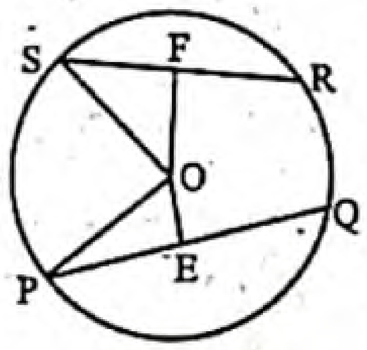
∴ Δ OPE ≅ Δ OSF [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

∴ OE = OF.

ধাপ ৪ : কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে PQ জ্যা এবং RS জ্যা-এর দূরত্ব।

সুতরাং, PQ এবং RS জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে সমদূরবর্তী। (প্রমাণিত)

গ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQ ও SR দুইটি জ্যা যেখানে PQ > RS। প্রমাণ করতে হবে যে, PQ জ্যা RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্র O এর নিকটতর।



অঙ্কন : O থেকে PQ ও RS জ্যা এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব আঁকি। O, P এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু $OE \perp PQ$

সেহেতু $PE = \frac{1}{2} PQ$

[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, $SF = \frac{1}{2} RS$

ধাপ ৩ : এখন, সমকোণী ত্রিভুজ POE-এ,

$OP^2 = OE^2 + PE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $PE^2 = OP^2 - OE^2$

ধাপ ৪ : ত্রুপ সমকোণী ত্রিভুজ SOF-এ,

$OS^2 = OF^2 + SF^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $SF^2 = OS^2 - OF^2$

ধাপ ৫ : PQ > RS

$\frac{1}{2} PQ > \frac{1}{2} RS$

বা, PE > SF

∴ $PE^2 > SF^2$

বা, $OP^2 - OE^2 > OS^2 - OF^2$ [(৩) ও (৪) থেকে]

বা, $-OE^2 > -OF^2$

সুতরাং, $OE^2 < OF^2$

∴ OE < OF.

ধাপ ৬ : কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে PQ এবং RS জ্যা এর দূরত্ব।

সুতরাং PQ জ্যা RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্র O এর নিকটতর। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৫

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD ও EF তিনটি সমান জ্যা। M, N ও P যথাক্রমে জ্যাত্রয়ের মধ্যবিন্দু।

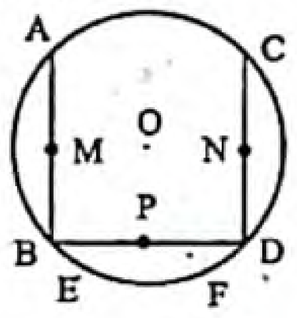
ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, OM = ON. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, M, N ও P বিন্দু তিনটি সমবৃত্ত। ৪

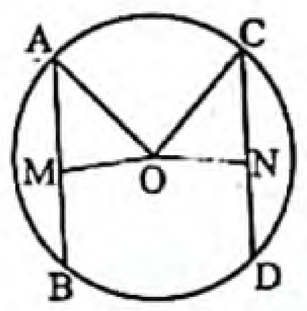
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD ও EF তিনটি সমান জ্যা। M, N ও P যথাক্রমে AB, CD ও EF জ্যাত্রয়ের মধ্যবিন্দু।



খ মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। AB এবং CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। O, M এবং O, N যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, OM = ON.



অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : AM = BM এবং CN = DN. [AB ও CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N]

∴ $AM = \frac{1}{2} AB$ এবং $CN = \frac{1}{2} CD$

ধাপ ২ : কিন্তু AB = CD [কল্পনা]

∴ AM = CN

ধাপ ৩ : এখন, Δ OAM এবং Δ OCN সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে, [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

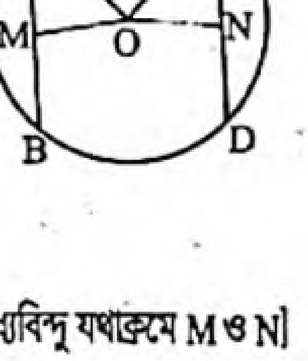
অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [ধাপ ২]

এবং AM = CN [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

∴ Δ OAM ≅ Δ OCN

∴ OM = ON. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD এবং EF তিনটি সমান জ্যা। M, N এবং P সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং P বিন্দু তিনটি সমবৃত্ত।



অঙ্কন : O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :
ধাপ ১ : যেহেতু M, AB-এর মধ্যবিন্দু।
সেহেতু OM, AB-এর উপর লম্ব।
[কেন্দ্র থেকে কোনো জ্যা-এর সমদ্বিখণ্ডক ঐ জ্যা-এর উপর লম্ব]
ধাপ ২ : একই কারণে ON এবং OP যথাক্রমে CD এবং EF-এর উপর লম্ব।
এখানে, OM = ON = OP [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
সুতরাং, O-কে কেন্দ্র করে OM অথবা ON অথবা OP-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে।
অতএব, M, N ও P বিন্দু তিনটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

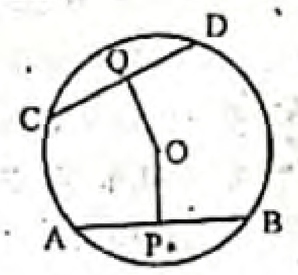
প্রশ্ন ৬ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৫

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব।

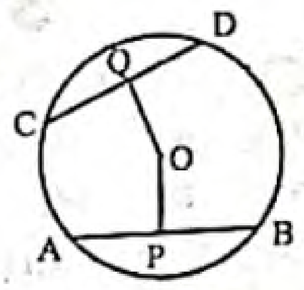
ক. ডল্লেখিত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, P, AB এর মধ্যবিন্দু। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, OP = OQ. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OP ও OQ লম্ব।

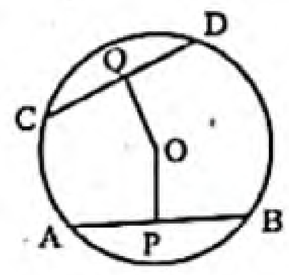


খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB এবং CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব।
প্রমাণ করতে হবে যে, P, AB এর মধ্যবিন্দু।



প্রমাণ :
ধাপ ১ : OP ⊥ AB
সুতরাং AP = BP
∴ $AP = \frac{1}{2}AB$ [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
∴ P, AB এর মধ্যবিন্দু। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। AB এবং CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব। O, A এবং O, C যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, OP = OQ.



প্রমাণ :
ধাপ ১ : OP ⊥ AB ও OQ ⊥ CD.
[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
সুতরাং AP = BP এবং CQ = DQ.
∴ $AP = \frac{1}{2}AB$ এবং $CQ = \frac{1}{2}CD$.
ধাপ ২ : কিন্তু AB = CD [কল্পনা]
∴ AP = CQ.
ধাপ ৩ : এখন OAP এবং OCQ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে, [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [ধাপ ২]
এবং AP = CQ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ Δ OAP ≅ Δ OCQ
∴ OP = OQ. (প্রমাণিত)

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ৭ ▸ মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা।

ক. বৃত্তস্থ কোণের সংজ্ঞা দাও। ২
খ. প্রমাণ কর যে, PQ ও RS জ্যা দুইটি কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। ৪
গ. যদি PQ > RS হয় তবে প্রমাণ কর যে, PQ জ্যা RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। ৪

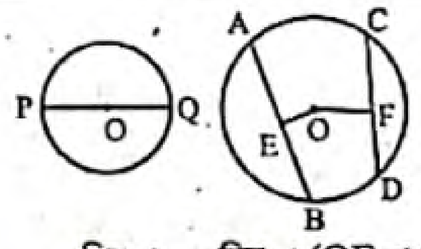
৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক বৃত্তস্থ কোণ : বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে বৃত্তের উপর কোনো বিন্দুতে ছেদ করলে এদের মধ্যবর্তী কোণকে বৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোণ বলা হয়। একটি বৃত্তস্থ কোণ বৃত্তে যে চাপ খণ্ডিত করে, কোণটি সেই চাপের উপর দণ্ডায়মান এবং খণ্ডিত চাপের অনুবন্ধী চাপে অন্তর্লিখিত বলা হয়।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮ ▸ মানিকগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মানিকগঞ্জ

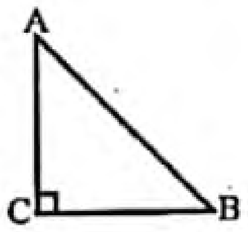


চিত্র–১ চিত্র–২(OE < OF)

ক. চিত্রসহ পিথাগোরাসের উপপাদ্য বিবৃতি কর। ২
খ. চিত্র-১ হতে প্রমাণ কর যে, PQ ব্যাসই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা। ৪
গ. চিত্র-২ হতে প্রমাণ কর যে, AB > CD. ৪

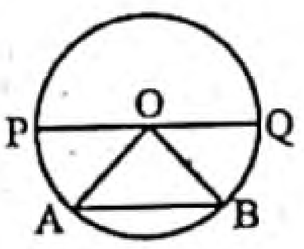
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক পিথাগোরাসের উপপাদ্য : সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।



ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PABQ বৃত্তে PQ ব্যাস। AB ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা নিই। O, A ; O, B যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, PQ > AB.



www.abswer.com

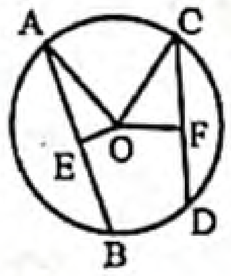
www.abswer.com

প্রমাণ : চিত্রে, OA = OB = OP = OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ΔOAB এ, OA + OB > AB [∵ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, OP + OQ > AB [∵ OA = OB = OP = OQ]

∴ PQ > AB [∵ OP + OQ = PQ] (প্রমাণিত)



গ মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর OE ও OF লম্ব যেখানে OE < OF। OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, AB > CD.

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু OE ⊥ AB

সেহেতু, $AE = \frac{1}{2}AB$ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, $CF = \frac{1}{2}CD$

ধাপ ৩ : এখন সমকোণী ত্রিভুজ AOE এ

$OA^2 = OE^2 + AE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

∴ $OE^2 = OA^2 - AE^2$

ধাপ ৪ : তদ্রূপ সমকোণী ত্রিভুজ COF-এ

$OC^2 = OF^2 + CF^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

∴ $OF^2 = OC^2 - CF^2$ [∵ OA = OC]

ধাপ ৫ : OE < OF

বা, $OE^2 < OF^2$

বা, $OA^2 - AE^2 < OC^2 - CF^2$ [(১) ও (২) নং হতে]

বা, $-AE^2 < -CF^2$

বা, $AE^2 > CF^2$

বা, AE > CF

বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$

∴ AB > CD. (প্রমাণিত)

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ২ : বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য প্রমাণ করতে পারব।

প্রশ্ন ৯ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

ABC বৃত্তের AB ও AC দুইটি জ্যা A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন কর। ২

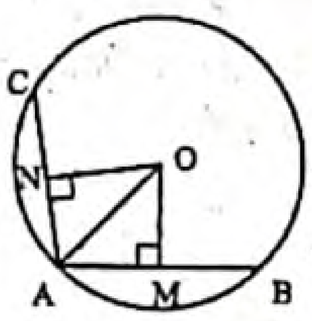
খ. প্রমাণ কর যে, AB = AC. ৪

গ. AB = AC হলে দেখাও যে, A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে উৎপন্ন কোণদ্বয়ও পরস্পর সমান। ৪

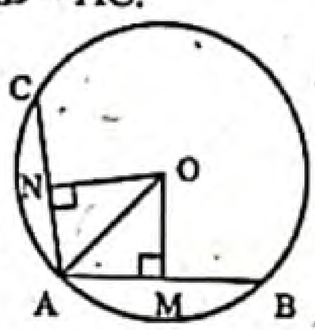
[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৮.১ এর ২ নং এর আলোকে]

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ও AC দুইটি জ্যা। জ্যা দুইটি A বিন্দুতে অঙ্কিত AO ব্যাসার্ধের সাথে ∠BAO ও ∠CAO কোণদ্বয় উৎপন্ন করে।



খ মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র। AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুতে অঙ্কিত ব্যাসার্ধ AO-এর সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC.



অঙ্কন : O হতে AB-এর উপর OM এবং AC-এর উপর ON লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ AOM ও Δ AON-এর মধ্যে ∠AMO = ∠ANO [প্রত্যেকেই এক সমকোণ]

∠OAM = ∠OAN.

এবং OA = OA [সাধারণ বাহু]

Δ AOM ≅ Δ AON [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]

সুতরাং AM = AN

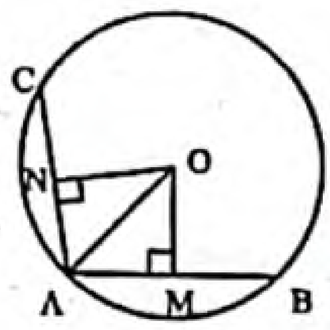
ধাপ ২. $AM = \frac{1}{2}AB$

এবং $AN = \frac{1}{2}AC$ [M ও N যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু]

ধাপ ৩. $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

∴ AB = AC. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা AB = জ্যা AC। O, A যোগ করি। O বিন্দু হতে জ্যা AB ও AC এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BAO = ∠CAO.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : এখানে AB জ্যা = CD জ্যা

আমরা জানি, সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী।

∴ OM = ON

ধাপ ২ : Δ OAM ও Δ OAN সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে

OM = ON [ধাপ (১)]

OA = OA [সাধারণ বাহু]

∴ Δ OAM ≅ Δ OAN [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]

∴ Δ MAO = Δ NAO

∴ ∠BAO = ∠CAO. (দেখানো হলো)।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১০ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

O কেন্দ্রবিশিষ্ট ADBC বৃত্তে AD একটি ব্যাস।

ক. 4 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর। ২

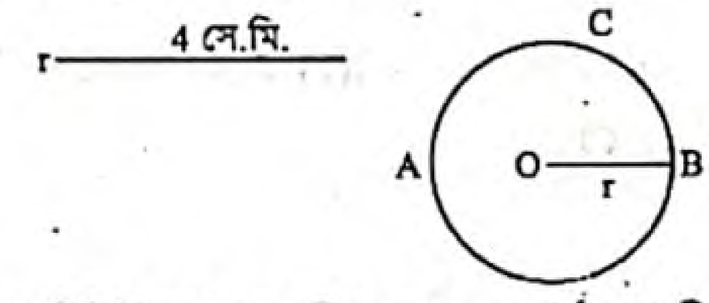
খ. প্রমাণ কর যে, AD ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ৪

গ. AD ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে দেখাও যে, তারা সমান্তরাল। ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুসিদ্ধান্ত ৩ এবং অনুশীলনী ৮.১ এর ৬ নং এর আলোকে]

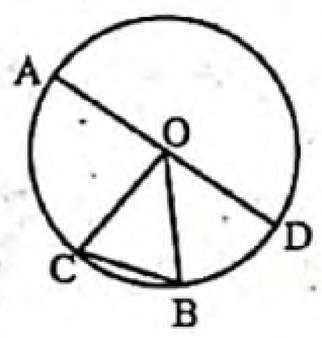
১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 4$ সে.মি.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ 4 সে.মি.।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ADBC বৃত্তে AD ব্যাস। BC ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা নিই। O, C এবং O, B যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, AD > BC.



প্রমাণ : ধাপ ১ : $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ধাপ ২ : আমরা জানি, ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

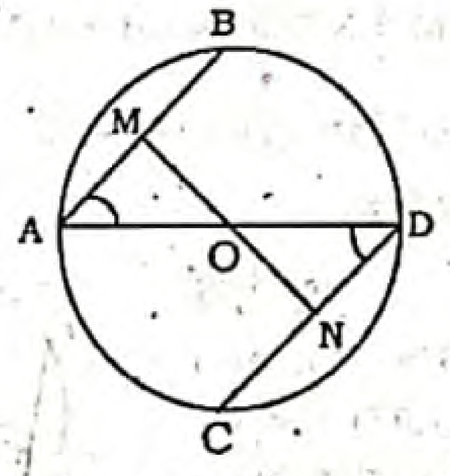
এখন, ΔOCB এ, $OC + OB > BC$

বা, $OA + OD > BC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \quad AD > BC$

অর্থাৎ AD ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ADBC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AD ব্যাস। AB ও CD ব্যাসের বিপরীত দিকে দুইটি সমান সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB ∥ CD.



অঙ্কন : O হতে AB-এর উপর OM এবং CD-এর উপর ON লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. ΔOAM এবং ΔODN-এর মধ্যে

$OM = ON$ [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]

$OA = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $AM = DN$ [$OM \perp AB$, $ON \perp CD$ এবং সমান সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দু M ও N বলে।]

অতএব, $\Delta OAM \cong \Delta ODN$ [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle OAM = \angle ODN$

বা, $\angle DAB = \angle ADC$

ধাপ ২. যেহেতু কোণদ্বয় একান্তর যেখানে AB ও CD এর ছেদক AD

$\therefore$ AB ∥ CD. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১১ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A ও B প্রান্ত হতে এর বিপরীত দিকে অঙ্কিত AD ও BC জ্যাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

ক. বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

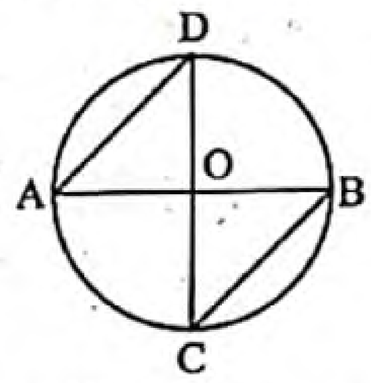
খ. প্রমাণ কর যে, AD = BC. ৪

গ. যদি 'খ' নং চিত্রে AB ও CD দুইটি জ্যা হয় এবং জ্যা দুইটি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে, তাহলে দেখাও যে, এদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে। ৪

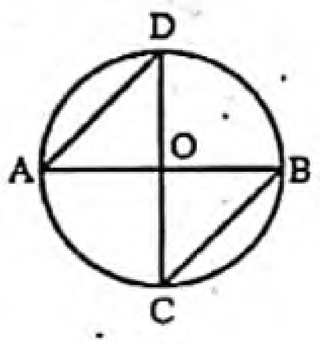
[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৮.১ এর ১১ ও ১২ নং এর আলোকে]

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক বর্ণনা অনুযায়ী চিত্রটি নিম্নরূপ :



খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A ও B প্রান্ত হতে এর বিপরীত দিকে অঙ্কিত AD ও BC জ্যাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।



দেখাতে হবে যে, AD = BC.

অঙ্কন : O, D এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. AD ∥ BC এবং AB এদের ছেদক

$\therefore \angle BAD = \angle ABC$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle OAD = \angle OBC$ [একান্তর কোণ]

ধাপ ২. ΔAOD ও ΔBOC-এ

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

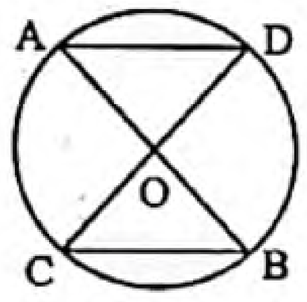
$OD = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $\angle OAD = \angle OBC$

$\therefore \Delta AOD \cong \Delta BOC$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য অনুসারে]

সুতরাং AD = BC. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ AO = BO এবং CO = DO। প্রমাণ করতে হবে যে, O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র।



প্রমাণ :

ধাপ ১. ΔAOD ও ΔBOC-এ

$DO = CO$

এবং $AO = BO$ [$\because$ AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে]

$\angle AOD = \angle BOC$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \quad \Delta AOD \cong \Delta BOC$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore \quad CO = AO$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$BO = DO$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \quad AO = BO = CO = DO$

অর্থাৎ O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ A, B, C, D বিন্দুর দূরত্ব সমান। তাই বলা যায় O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো বিন্দুর দূরত্ব সমান।

$\therefore \quad$ O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র। (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ১২ ▸ পাঠ্যবইয়ের ১৫৪ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রণীত

O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।

ক. বর্ণনা অনুযায়ী বৃত্তটি আঁক। ২

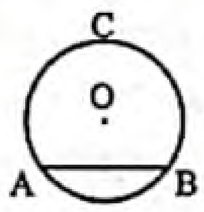
খ. প্রমাণ কর যে, কেন্দ্র O থেকে AB এর উপর অঙ্কিত লম্ব AB-কে সমদ্বিখন্ডিত করে। ৪

গ. যদি ব্যাস ভিন্ন অপর একটি জ্যা GH ∥ AB হয়, তবে প্রমাণ কর যে, AB ও GH এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং AB ও GH এর উপর লম্ব। ৪

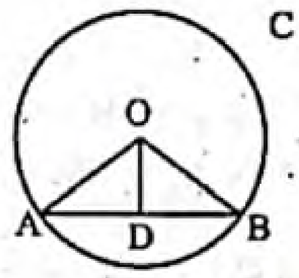
১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক বর্ণনা অনুযায়ী বৃত্তটি হলো :

এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।



খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং কেন্দ্র O থেকে এই জ্যা এর উপর OD লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, OD, AB জ্যা কে D বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে। অর্থাৎ AD = BD।



অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. OD ⊥ AB হওয়ায় ∠ODA = ∠ODB = এক সমকোণ।

অতএব, Δ ODA ও Δ ODB উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ। [কল্পনা]

ধাপ ২. এখন, Δ ODA ও Δ ODB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

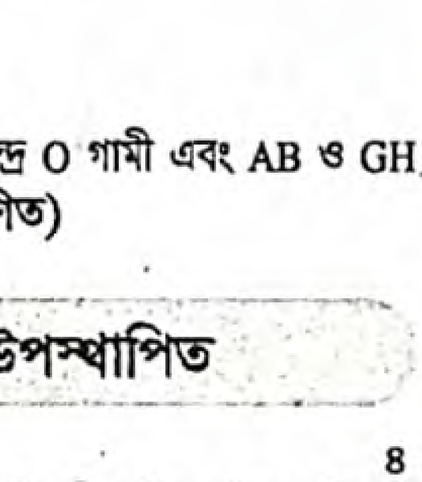
অতিভুজ OA = অতিভুজ OB [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OD = OD [সাধারণ বাহু]

∴ Δ ODA ≅ Δ ODB

অতএব, AD = BD. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABC বৃত্তের কেন্দ্র O। AB ও GH দুইটি সমান্তরাল জ্যা। E এবং F যথাক্রমে AB ও GH-এর মধ্যবিন্দু। EF মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা। প্রমাণ করতে হবে যে, EF কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।



অঙ্কন : O, F এবং O, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. F, GH এর মধ্যবিন্দু।

∴ OF ⊥ GH এবং ∠OFG = এক সমকোণ। [বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা-এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা-এর উপর লম্ব।]

ধাপ ২. E, AB এর মধ্যবিন্দু। [একই কারণে]

∴ OE ⊥ AB এবং ∠OEA = এক সমকোণ।

ধাপ ৩. ∠OFG = ∠OEA [(১) ও (২) থেকে]

ধাপ ৪. AB ∥ GH [কল্পনা]

∴ ∠OFG ও ∠OEA অনুরূপ কোণ।

∴ O, F, E একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সুতরাং E ও F বিন্দুর সংযোজক রেখা কেন্দ্র O গামী এবং AB ও GH সমান্তরাল রেখা জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব। (প্রমাণিত)

অধিক অনুশীলনের জন্য আরও সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর — প্রশ্নব্যাংক আকারে উপস্থাপিত

১৩। O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABDC বৃত্তে AB ও CD জ্যাদ্বয় কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী।

ক. উপরের বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB = CD. ৪

গ. যদি কেন্দ্র হতে AB ও CD এর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে OE এবং OF হয় এবং OE < OF তবে দেখাও যে, জ্যা AB > জ্যা CD. ৪

১৪। O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে OA = 3 সে.মি.। AB ও CD দুইটি জ্যা কেন্দ্র O হতে সমদূরবর্তী।

ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB = CD. ৪

গ. উদ্দীপকের বৃত্তটিতে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°। ৪

১৫। O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা। E ও F যথাক্রমে AB ও CD এর মধ্যবিন্দু।

ক. বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, EF কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব। ৪

গ. বৃত্তের জ্যা দুইটি পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান। ৪

অনুশীলনমূলক কাজ অংশ — Practice Activities Section

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ের এ অধ্যায়ে অনুশীলনমূলক কাজ (একক ও দলগত) দেওয়া আছে। কাজগুলোর পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর উল্লেখ করে নিচে প্রদত্ত হলো। তোমরা এ কাজগুলো একক বা দলগতভাবে সম্পাদন করে মূল্যায়নের জন্য শ্রেণি শিক্ষকের নিকট জমা দিবে।

অনুশীলনমূলক কাজ : • পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা ১৫৪ এর কাজ

কাজ ১ ▸ উপপাদ্য ১৭ এর বিপরীত উপপাদ্যটি নিম্নরূপ :

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে– প্রমাণ কর।

সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং কেন্দ্র O থেকে একই জ্যা এর উপর OD লম্ব।

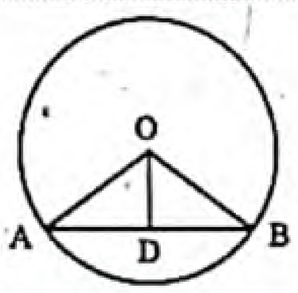
প্রমাণ করতে হবে যে, OD, AB জ্যা-কে D বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে। অর্থাৎ AD = BD।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. OD ⊥ AB হওয়ায় ∠ODA = ∠ODB = এক সমকোণ। [কল্পনা]

অতএব, Δ ODA ও Δ ODB উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।



ধাপ ২. এখন, Δ ODA ও Δ ODB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ OA = অতিভুজ OB [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OD = OD [সাধারণ বাহু]

∴ Δ ODA ≅ Δ ODB [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, AD = BD. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

অধ্যায় ৮

অনুশীলনী ৮.২
বৃত্তচাপ, বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণ সংক্রান্ত উপপাদ্য

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

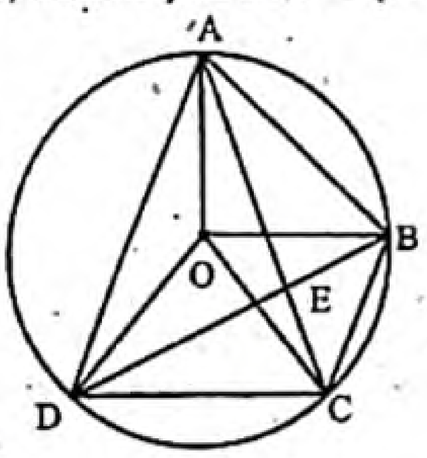
প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC, BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ ABCD। ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$.



প্রমাণ :

ধাপ ১. AB চাপের উপর অবস্থিত $\angle AOB = 2\angle ADB$
[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২. CD চাপের উপর অবস্থিত
$\angle COD = 2\angle DAC$ [একই কারণে]

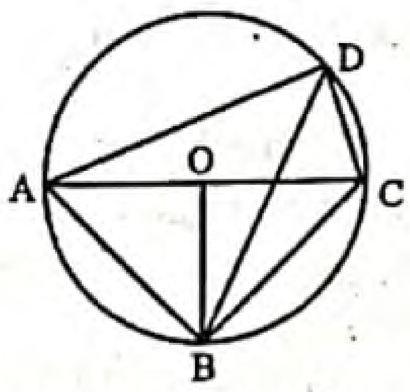
ধাপ ৩. $\angle AOB + \angle COD$
$= 2(\angle ADB + \angle DAC)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]
$= 2(\angle ADE + \angle DAE)$

ধাপ ৪. Δ DAE এর বহিঃস্থ $\angle AEB$ = অন্তঃস্থ $(\angle ADE + \angle DAE)$ [ধাপ (৩) হতে]

$\therefore \quad \angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। $\angle ADB + \angle BDC$ = এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে, A, O, C এক সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। B, D যোগ করি। $\angle ADB + \angle BDC$ = এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, A, O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত।



অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADB$ একই চাপ AB-এর উপর দণ্ডায়মান,
সেহেতু $\angle AOB = 2\angle ADB$ [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২. অনুরূপভাবে, BC চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle BOC = 2\angle BDC$

ধাপ ৩. $\angle AOB + \angle BOC = 2(\angle ADB + \angle BDC)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]
$= 2 \times 1$ সমকোণ [$\angle ADB + \angle BDC = 1$ সমকোণ]

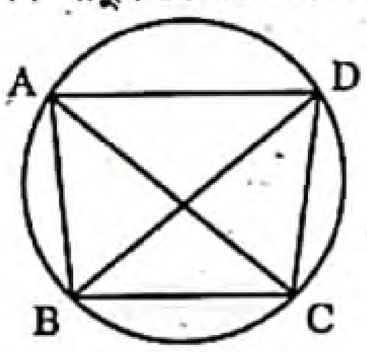
$\therefore \quad \angle AOB + \angle BOC = 2$ সমকোণ।

যেহেতু $\angle AOB$ এবং $\angle BOC$ সন্নিহিত কোণ।
সুতরাং A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▸ দেখাও যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম। AB এবং CD এর দুইটি তির্যক বাহু। দেখাতে হবে যে, AB = CD.



অঙ্কন : A, C এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. AD ∥ BC এবং BD এদের ছেদক
$\therefore \angle BDA = \angle CBD$ [একান্তর কোণ]

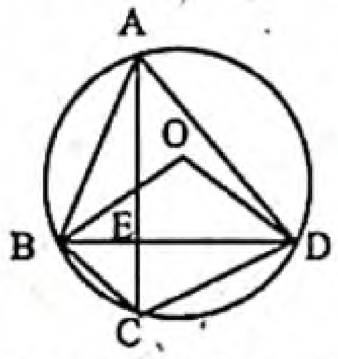
ধাপ ২. AB চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BDA$ এবং CD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle CBD$

$\therefore$ চাপ AB = চাপ CD [সমান চাপ বৃত্তে সমান কোণ উৎপন্ন করে]

$\therefore$ AB = CD. (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ৪ চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং OB = 2.5 সে.মি..



ক. ABCD বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$.

গ. AC ও BD পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$.

www.abswer.com

www.abswer.com

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে,

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ,

$r = OB = 2.5$ সে.মি.

∴ বৃত্তটির দৈর্ঘ্য = বৃত্তটির পরিধি

$= 2\pi r$

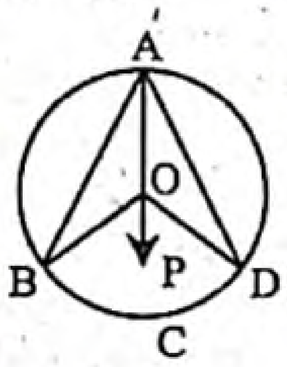
$= 2 \times 3.1416 \times 2.5$ সে.মি.

$= 15.708$ সে.মি.

∴ ABCD বৃত্তটির দৈর্ঘ্য 15.708 সে.মি.।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ BCD এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BAD এবং কেন্দ্রস্থ ∠BOD. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$.

অঙ্কন : মনে করি, AD রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে A বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ AP আঁকি।



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ AOB এর বহিঃস্থ কোণ

∠BOP = ∠BAO + ∠ABO

[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ ২. Δ AOB-এ OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, ∠BAO = ∠ABO

[সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ ৩. ∠BOP = 2∠BAO [ধাপ (১) ও (২) হতে]

ধাপ ৪. একইভাবে Δ AOC থেকে ∠DOP = 2∠DAO

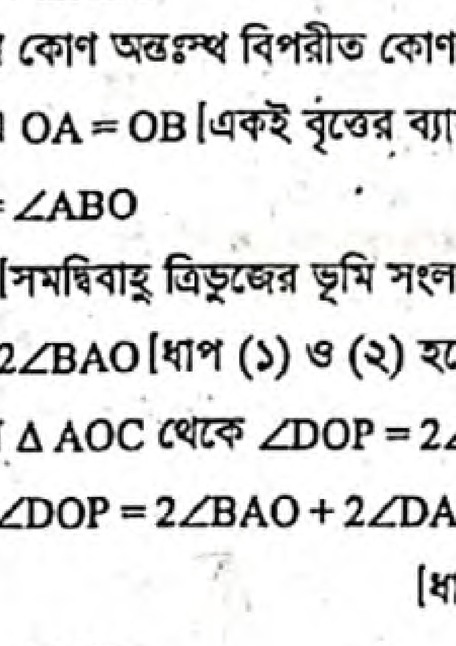
ধাপ ৫. ∠BOP + ∠DOP = 2∠BAO + 2∠DAO

[ধাপ (৩) ও (৪) হতে]

অর্থাৎ, ∠BOD = 2∠BAD

∴ $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$. (প্রমাণিত)

গ



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AC ও BD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। O, A এবং O, C যোগ করি। AB ও CD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে ∠AOB ও ∠COD কোণ উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠AOB + ∠COD = 2∠AEB.

প্রমাণ :

ধাপ ১. AB চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠AOB এবং বৃত্তস্থ ∠ADB. [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

সুতরাং ∠AOB = 2∠ADB = 2∠ADE

ধাপ ২. আবার, CD চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠COD এবং বৃত্তস্থ ∠CAD [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

সুতরাং ∠COD = 2∠CAD = 2∠EAD

ধাপ ৩. কিন্তু Δ ADE-এর অন্তঃস্থ (∠EAD + ∠ADE) = বহিঃস্থ ∠AEB [যোগ করে]

ধাপ ৪. এখন, ∠AOB + ∠COD = 2(∠ADE + ∠EAD) = 2∠AEB

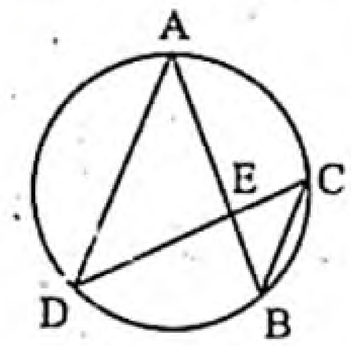
[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

অতএব, ∠AOB + ∠COD = 2∠AEB. (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৫ ▸ ABCD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে, Δ AED ও Δ BEC সদৃশকোণী।

সমাধান : দেওয়া আছে, ABCD বৃত্তের AB এবং CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, D এবং B, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ AED ও Δ BEC সদৃশকোণী।



প্রমাণ :

ধাপ ১. একই চাপ BD এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BAD এবং ∠BCD

∴ ∠BAD = ∠BCD [∵ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

অর্থাৎ ∠EAD = ∠ECB

ধাপ ২. আবার, একই চাপ AC এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠ADC এবং ∠ABC

∴ ∠ADC = ∠ABC [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

অর্থাৎ ∠ADE = ∠CBE

ধাপ ৩. এখন, Δ AED ও Δ BEC-এ,

∠EAD = ∠EOB

∠ADE = ∠CBE

এবং ∠AED = ∠BEC [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ Δ AED ও Δ BEC সদৃশকোণী। (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুনির্বাচনি অংশ MCQ SECTION

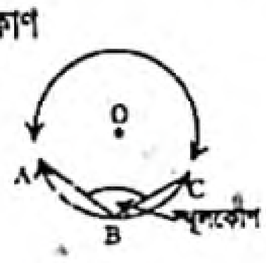
প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ— [সি. বো. '২০; ব. বো. '১৬]
ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ
গ স্থূলকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABC একটি উপচাপ
∴ ABC উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ ∠ABC একটি স্থূলকোণ।



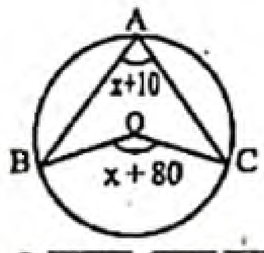
২.

O বৃত্তের কেন্দ্র
উপরের চিত্রে ∠POQ = 88° হলে ∠PRQ = কত? [সি. বো. '২০]
ক 44° খ 88° গ 92° ঘ 136°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :
চিত্রে, $\angle PSQ = \frac{1}{2}\angle POQ = \frac{1}{2} \times 88° = 44°$
∠PRQ + ∠PSQ = 180°
বা, ∠PRQ = 180° − ∠PS = 180° − 44° = 136°.

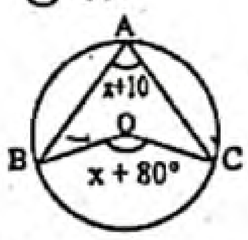
৩. কোনো বৃত্তে অধিচাপের অন্তর্লিখিত কোণ হচ্ছে— [ঢা. বো. '১৯]
ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ
গ স্থূলকোণ ঘ প্রবৃদ্ধকোণ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :
অধিচাপ ABC
∴ ∠ABC = সূক্ষ্মকোণ।

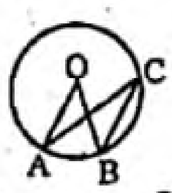
৪.


O বৃত্তের কেন্দ্র হলে x-এর মান কত? [চ. বো. '১৯]
ক 20° খ 30° গ 40° ঘ 60°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তটির কেন্দ্রস্থ কোণ ∠BOC এবং বৃত্তস্থ কোণ ∠BAC
∴ ∠BOC = 2∠BAC [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
বা, x + 80 = 2(x + 10)
বা, x + 80 = 2x + 20
∴ x = 60.

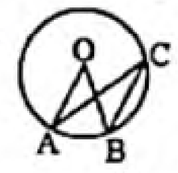


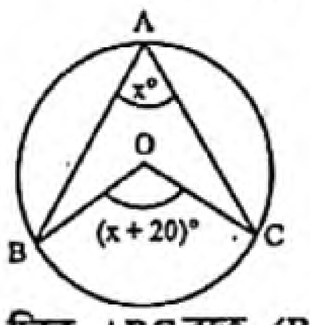
৫. চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং ∠AOB = 60° হলে ∠ACB = কত? [ব. বো. '১৯]



ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, ∠AOB = 60°
∴ $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$
[∵ একই চাপ AB এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]



৬.


চিত্রে, ABC বৃত্তে ∠BAC = কত? [ঢা. বো. '১৭]
ক 40° খ 30° গ 20° ঘ 10°

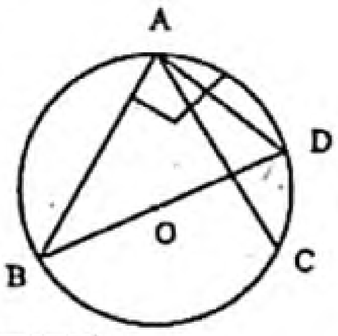
৭. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে কোনটি অঙ্কন করা সম্ভব? [ব. বো. '১৫]
ক সামান্তরিক খ ট্রাপিজিয়াম
গ আয়তক্ষেত্র ঘ বর্গক্ষেত্র

৮. অর্ধবৃত্তস্থ কোণের মান কত? [ব. বো. '১৫]
ক 60° খ 75° গ 90° ঘ 120°

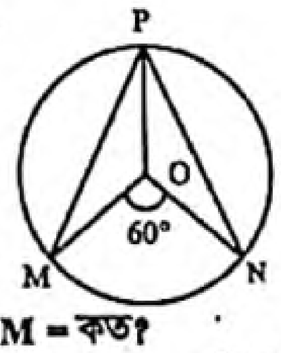
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : অর্ধবৃত্তস্থ কোণের মান এক সমকোণ বা 90°।

৯. কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্নিহিত কোনটি? [ঢা. বো. '১৬; রা. বো. '১৭, '১৬; দি. বো. '১৫]
ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ
গ স্থূলকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :
চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABC অধিচাপে অন্তর্লিখিত ∠BAC কোণ ∠BAC।
এখানে, ∠BAD = এক সমকোণ
[∵ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]
∴ ∠BAC এক সমকোণ অপেক্ষা ছোট অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ।



সুতরাং বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ।

১০.


উপরের চিত্রে ∠POM = কত?
ক 60° খ 90° গ 120° ঘ 150°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ∠MON = 60°
∴ $\angle MPN = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$
সুতরাং $\angle PMO = \angle MPO = \frac{1}{2} \times 30° = 15°$
∴ ∠POM = 180° − (∠PMO + ∠MPO)
= 180° − (15° + 15°) = 150°
∴ ∠POM = 150°.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	গ	২	ঘ	৩	ক	৪	ঘ	৫	ক	৬	গ	৭	ঘ	৮	গ	৯	ক	১০	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১১.

চিত্রে—

i. $\angle BOE = 2\angle OAB$

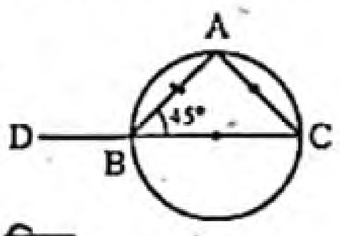
ii. $\angle DOE = \angle OAD + \angle ODA$

iii. $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle BAD$

নিচের কোনটি সঠিক? [কু.বো. '১৯]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১২.



চিত্রে, [য. বো. '১৭]

i. $\angle ABC = 45°$

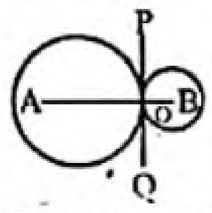
ii. $\angle A = 90°$

iii. $\angle ABD = 135°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৩.



চিত্রের আলোকে—

i. A, O এবং B একই সরলরেখায় অবস্থিত

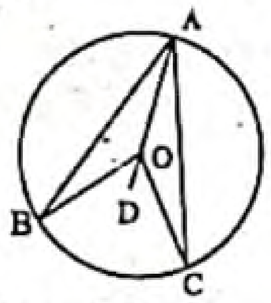
ii. $\angle AOP = \angle BOP$

iii. PQ, AB এর উপর লম্ব

নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. '১৬]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৪.



[য. বো. '১৫]

উপরের চিত্রে—

i. $\angle BOD = 2\angle BAD$

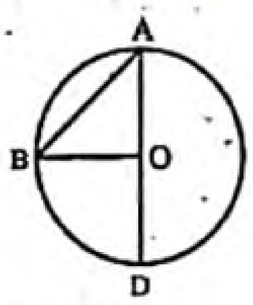
ii. $\angle COD = \angle OAC + \angle OCA$

iii. $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫. চিত্রে— [কু. বো. '১৫]



i. $\angle BOD = \angle OAB + \angle OBA$

ii. $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$

iii. $\angle OAB = \angle OBA$

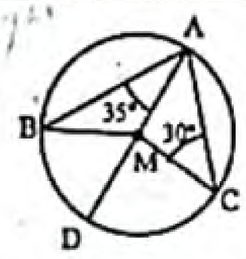
নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

চিত্রে, M বৃত্তের কেন্দ্র, AD = 10 সে.মি.।



১৬. $\angle BMC$ এর মান কত? [চ. বো. '২০]

ক 110° খ 115°

গ 120° ঘ 130°

তথ্য/ব্যাখ্যা : Δ AMC-এ, AM = CM

$\therefore \angle ACM = \angle CAM = 30°$

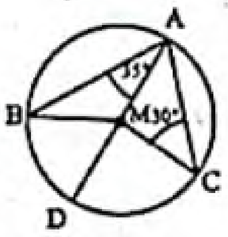
$\therefore \angle BAC = \angle BAM + \angle CAM$

$= 35° + 30° = 65°$

$\therefore \angle BMC = 2\angle BAC$

[$\because$ কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$= 2 \times 65° = 130°$.



১৭. বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [চ. বো. '২০]

ক 31.416 বর্গ সে.মি. খ 78.54 বর্গ সে.মি.

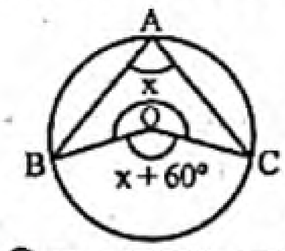
গ 100.00 বর্গ সে.মি. ঘ 314.16 বর্গ সে.মি.

তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের ব্যাস, AD = 10 সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{10}{2} = 5$ সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.1416 \times 5^2 = 78.54$ বর্গ সে.মি.।

প্রদত্ত উদ্দীপক থেকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [ঢা. বো. '১৯]



চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র

১৮. $\angle BAC =$ কত?

ক 30° খ 45°

গ 60° ঘ 120°

১৯. প্রবৃদ্ধকোণ $\angle BOC$ এর মান কত?

ক 120° খ 180°

গ 240° ঘ 280°

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle BOC = x + 60°$

$= 60° + 60°$ [$\because x = 60°$]

$= 120°$

$\therefore$ প্রবৃদ্ধকোণ $\angle BOC = 360° - 120° = 240°$.

নিচের তথ্য থেকে ২০ ও ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [দি. বো. '১৯]

O বৃত্তের কেন্দ্র, GE = 10 cm, GD = 4 cm

২০. $\frac{1}{2}\angle EFG =$ কত?

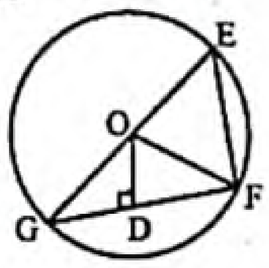
ক 30° খ 45°

গ 60° ঘ 90°

তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = 90°

$\therefore \angle EFG = 90°$

$\therefore \frac{1}{2}\angle EFG = \frac{90°}{2} = 45°$.



২১. Δ DOF এর পরিসীমা কত?

ক 12 cm খ 13 cm

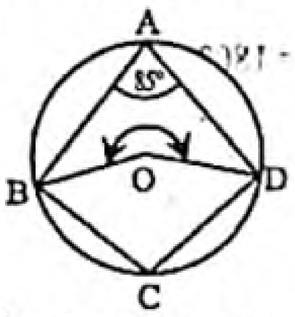
গ 16 cm ঘ 18 cm

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১১	ক	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	ঘ	১৫	ঘ	১৬	ঘ	১৭	খ	১৮	গ	১৯	গ	২০	খ	২১	ক

www.abswer.com

www.abswer.com



[য. বো. '১৭]

উপরের তথ্যের আলোকে ২২ ও ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২২. ∠BCD এর মান কত?

ক 100° খ 95° গ 90° ঘ 85°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ হওয়ায়, ∠BAD + ∠BCD = 180°

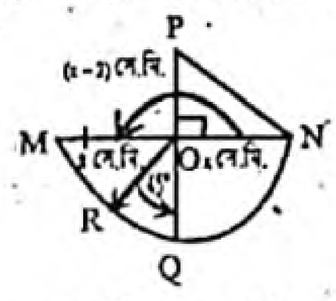
∴ ∠BCD = 180° − ∠BAD = 180° − 85° = 95°.

২৩. প্রবৃদ্ধ ∠BOD এর মান কত?

● 190° খ 260° গ 270° ঘ 285°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রানুযায়ী, প্রবৃদ্ধ ∠BOD = 2(বৃত্তস্থ কোণ ∠BCD) = 2 × 95° = 190°.

নিচের চিত্রানুযায়ী ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [চ. বো. '১৬]



২৪. ∠MON এবং ∠QOR এর বিয়োগফল কী ধরনের কোণ উৎপন্ন করে?

ক সূক্ষ্মকোণ খ সম্পূরক কোণ

গ স্থূলকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : 180° − 45° = 135°.

২৫. PN এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

ক $2\sqrt{7}$ খ 10 গ 28 ঘ 100

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $PN = \sqrt{x^2 + (x-2)^2}$

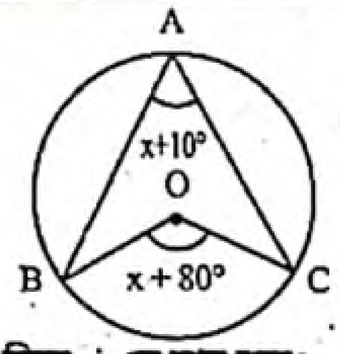
$= \sqrt{8^2 + (8-2)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10.$

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৬.



চিত্রে x এর মান কত? [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 20° খ 30°

গ 40° ঘ 60°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

এক্ষেত্রে ∠BOC = 2∠BAC

বা, x + 80° = 2(x + 10)

বা, x + 80° = 2x + 20°

বা, 2x − x = 80° − 20°

∴ x = 60°.

২৭. কোন বৃত্তে একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের মান x + 60° এবং বৃত্তস্থ কোণের মান x + 5° হলে x এর মান কত? [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ক 50° খ 60°

গ 70° ঘ 80°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

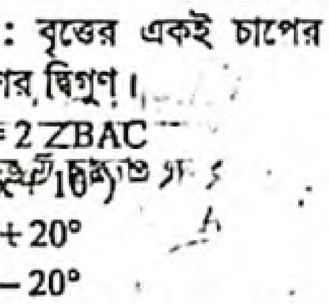
অর্থাৎ x + 60° = 2(x + 5°)

বা, x + 60° = 2x + 10°

বা, 2x − x = 60° − 10°

∴ x = 50°.

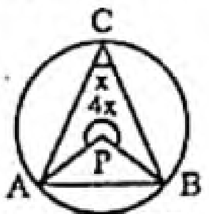
২৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে প্রবৃদ্ধ ∠AOB = 4x এবং ∠ACB = x হলে x এর মান কত? [বিন্দুবাসিনী সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]



ক 90° খ 60°

গ 80° ঘ 70°

২৯. P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে x এর মান কত?



[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ সংযুক্ত হাইস্কুল, ঢাকা]

ক 60° খ 70°

গ 80° ঘ 90°

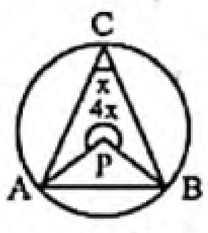
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : কেন্দ্রস্থ ∠APB = 2∠ACB = 2x

এখন, ∠APB + প্রবৃদ্ধ ∠APB = 360°

বা, 2x + 4x = 360°

বা, 6x = 360°

∴ $x = \frac{360°}{6} = 60°$.



৩০. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের ∠B = 60° হলে, বিপরীত ∠C = কত? [সেন্ট গ্রেগরী হাই স্কুল, ঢাকা]

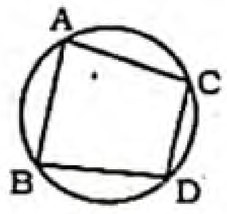
ক 40° খ 90°

গ 110° ঘ 120°

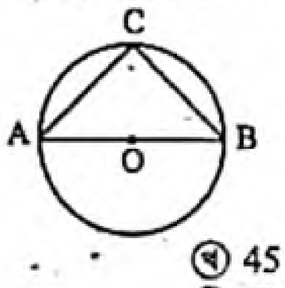
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলোর সমষ্টি ২ সমকোণ।

∴ ∠B + ∠C = 180

বা, ∠C = 180 − ∠B = 180 − 60 = 120.



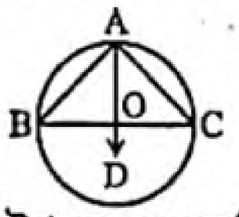
৩১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ∠ACB অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। ∠ABC = 60° হলে ∠BAC এর মান কত ডিগ্রি? [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ডেমরা, ঢাকা]



ক 30 খ 45

গ 60 ঘ 90

৩২.



উপরের O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপ কত? [মতিঝিল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 90° খ 180°

গ 260° ঘ 360°

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

২২	খ	২৩	ক	২৪	গ	২৫	খ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	খ	২৯	ক	৩০	ঘ	৩১	ক	৩২	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

৩৩. চিত্রানুযায়ী x এর মান কত?

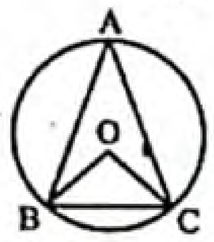
[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

ⓚ 55° ⓛ 40°
ⓜ 50° ⓝ 60°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।
চিত্র হতে, $x + 40° = 2 \times x$
বা, $2x - x = 40°$
∴ $x = 40°$.

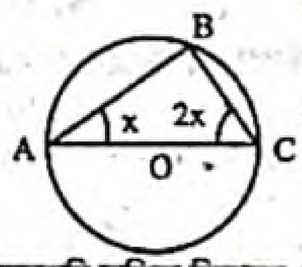
৩৪. চিত্রে ABC সমবাহু ত্রিভুজ হলে ∠BOC = ?

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]



ⓚ 75° ⓛ 90°
ⓜ 60° ⓝ 120°

৩৫. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ∠ACB এর সম্পূরক কোণ কত?



[রাজশাহী সরকারি বালিকা বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ⓚ 120° ⓛ 130° ⓜ 140° ⓝ 150°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ∠ABC হচ্ছে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।
অর্থাৎ ∠ABC = 90°
ABC ত্রিভুজে, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$
বা, $x + 90° + 2x = 180°$
বা, $3x = 180° - 90°$
বা, $x = \frac{90°}{3} = 30°$
∴ $\angle ACB = 2x = 2 \times 30° = 60°$
∴ ∠ACB এর সম্পূরক কোণ = $180° - 60° = 120°$.

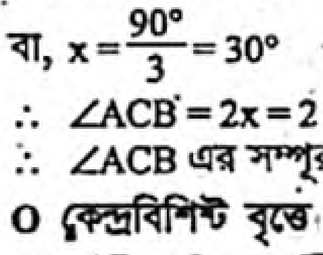
৩৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OC = 3 cm, AB = 8 cm এবং OC ⊥ AB হলে, ব্যাসার্ধ কত?

[গভঃ ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, রাজশাহী]

ⓚ 4 ⓛ 5 ⓜ 6 ⓝ 8

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $BC = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2}$ সে.মি. = 4 সে.মি.
BOC সমকোণী ত্রিভুজে, $OB^2 = OC^2 + BC^2$
বা, $OB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
বা, $OB = \sqrt{25} = 5$ সে.মি.।

৩৭.



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট MNP বৃত্তে ∠MNP অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। যদি ∠NMP = 60° হয়, তাহলে ∠MPN = কত? [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

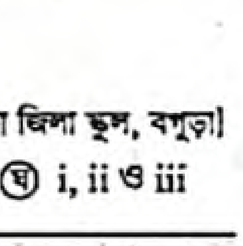
ⓚ 25° ⓛ 60° ⓜ 30° ⓝ 45°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ বা 90°
∴ ∠MNP = 90°
Δ MNP-এ, $\angle NMP + \angle MNP + \angle MPN = 180°$
বা, $60° + 90° + \angle MPN = 180°$
বা, $\angle MPN = 180° - 150°$
∴ ∠MPN = 30°

৩৮. সমবাহু Δ ABC এর পরিকেন্দ্র O হলে ∠AOB এর [illegible]

[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]

ⓚ 120° ⓛ 90°
ⓜ 60° ⓝ 30°



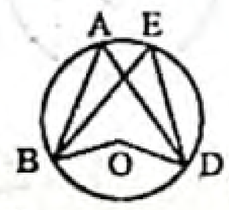
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ একই অর্থাৎ 60°.
∴ কেন্দ্রস্থ কোণ, ∠AOB = 2 × বৃত্তস্থ কোণ ∠ACB = 2 × 60° = 120°.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৩৯. বৃত্তের–
i. সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী
ii. কেন্দ্রগামী জ্যাকে ব্যাস বলে
iii. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সরলকোণ
নিচের কোনটি সঠিক? [বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৪০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে–



i. চাপ AB = চাপ AD
ii. ∠BAD = ∠BED
iii. ∠BOD = 2∠BED
নিচের কোনটি সঠিক? [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

প্রদত্ত উদ্দীপক থেকে ৪১ ও ৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা]

৪১. ∠BAC = কত?

ⓚ 30° ⓛ 45°
ⓜ 60° ⓝ 120°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।
চিত্রে ∠BOC = 2∠BAC
বা, $x + 60° = 2 \times x$
বা, $2x - x = 60°$
∴ $x = 60°$
∴ ∠BAC = $x = 60°$.

৪২. প্রবৃদ্ধকোণ ∠BOC এর মান কত?

ⓚ 120° ⓛ 180°
ⓜ 240° ⓝ 280°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : ∠BOC = $x + 60° = 60° + 60° = 120°$
∴ প্রবৃদ্ধ ∠BOC = $360° - 120° = 240°$.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৩৩	ⓛ	৩৪	ⓝ	৩৫	ⓚ	৩৬	ⓛ	৩৭	ⓜ	৩৮	ⓚ	৩৯	ⓚ	৪০	ⓜ	৪১	ⓜ	৪২	ⓜ

www.abswer.com

www.abswer.com

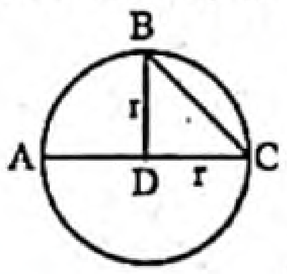
■ চিত্রের আলোকে ৪৩ – ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

৪৩. $OC \perp AB$ হলে $OA = 4$ সে.মি., $OC = 3$ সে.মি. হলে $AB =$ কত সে.মি.?
ক $\sqrt{7}$ খ $2\sqrt{7}$ গ 7 ঘ 9
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$
$\therefore AB = 2AC = 2\sqrt{7}$ সে.মি.।

৪৪. $OB = 4$ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাস কত?
ক 8 খ 16 গ 20 ঘ 25

৪৫. $\angle OAB = 50°$ হলে, AB চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণের মান কত?
[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]
ক 60° খ 100° গ 120° ঘ 80°
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $OC \perp AB$, $\angle OAB = 50°$
$\therefore \angle AOC = 90° - 50° = 40°$
$\angle AOB = 2\angle AOC = 2 \times 40° = 80°$.

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

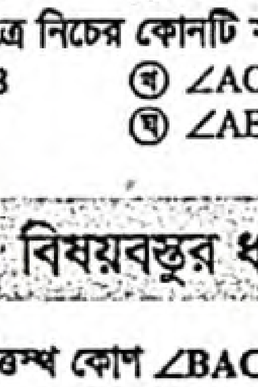


[যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

৪৬. ABC চাপের দৈর্ঘ্য S হলে বৃত্তটির পরিধি কত?
ক 4S খ 2S গ S ঘ $\frac{S}{2}$

৪৭. BD = 3 সে. মি. হলে AC = কত সে. মি.?
ক 3 খ 6 গ 9 ঘ 12

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O বৃত্তের কেন্দ্র এবং D ব্যাসভিন্ন জ্যা AB এর মধ্যবিন্দু।
[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

৪৮. $\angle AOB =$ কত?
ক 30° খ 50° গ 60° ঘ 100°

৪৯. AB জ্যা-এর দৈর্ঘ্য কত?
ক 10 খ 8 গ 4 ঘ 3

■ চিত্রে OC = 3 cm, OB = 5 cm, 'O' বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র।
উপরের চিত্র থেকে ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল]

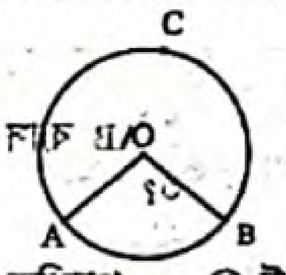
৫০. AB এর মান নির্ণয় কর।
ক 25 cm খ 16 cm গ 8 cm ঘ 4 cm

৫১. উদ্দীপকের চিত্রের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?
ক $\angle AOB = 2\angle AEB$ খ $\angle AOB = 2\angle AFB$
গ $\angle AEB = \angle AFB$ ঘ $\angle AEB > \angle AFB$

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

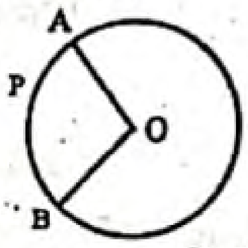
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, ACB চিহ্নিত অংশটিকে কী বলা হয়? (মধ্যমান)



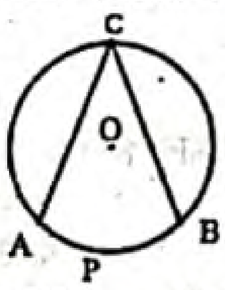
ক চাপ খ অধিচাপ গ উপচাপ ঘ বিন্দু
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, ACB চাপটি AB চাপ অপেক্ষা বড়। তাই ACB হচ্ছে অধিচাপ।

৫৩. চিত্রে $\angle AOB$ কী ধরনের কোণ? (মধ্যমান)



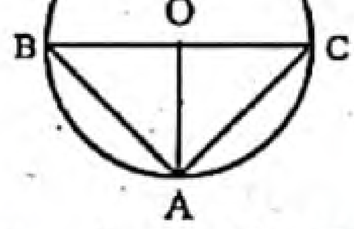
ক বৃত্তস্থ কোণ খ বহিঃস্থ কোণ
গ কেন্দ্রস্থ কোণ ঘ অন্তঃস্থ কোণ
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণের শীর্ষবিন্দু বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত।

৫৪. চিত্রে, APB ও ACB একে অপরের কী? (মধ্যমান)



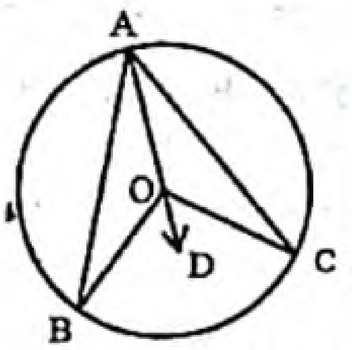
ক চাপ খ উপচাপ গ অধিচাপ ঘ অনুবন্ধী চাপ
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : উপচাপ এবং অধিচাপ একে অপরের অনুবন্ধী চাপ।

৫৫. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC$ মান কত? (কঠিনমান)



ক 80° খ 90°
গ 100° ঘ 110°
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : অর্ধবৃত্তস্থ কোণের মান এক সমকোণ বা 90°
এখানে, $\angle BAC$ হচ্ছে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।
$\therefore \angle BAC$ এর মান 90°.

৫৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle BAC$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle BOC$ কেন্দ্রস্থ কোণ। অতএব– (কঠিনমান)



ক $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle BAC$ খ $\angle BOC = \angle BAC$
গ $\angle BOC = 2\angle BAC$ ঘ $\angle BOC = \frac{1}{3}\angle BAC$
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৪৩	খ	৪৪	ক	৪৫	ঘ	৪৬	খ	৪৭	খ	৪৮	ঘ	৪৯	খ	৫০	গ	৫১	ক	৫২	খ	৫৩	গ	৫৪	ঘ	৫৫	খ	৫৬	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

৫৭. কোন বৃত্তস্থ কোণের পরিমাপ 45° হলে, কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত? (সহজমান)

ক $22\frac{1}{2}^\circ$ খ 90°

গ 135° ঘ $112\frac{1}{2}^\circ$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : কেন্দ্রস্থ কোণ = 2 × বৃত্তস্থ কোণ = 2 × 45° = 90°.

৫৮. একটি বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ $(x + 80)^\circ$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $(x + 10)^\circ$ হলে, x এর মান কত? (মধ্যমান)

ক 50° খ 60°

গ 70° ঘ 80°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $2 \times (x + 10^\circ) = x + 80^\circ$

বা, $x + 20^\circ = 80^\circ$

$\therefore x = 60^\circ$.

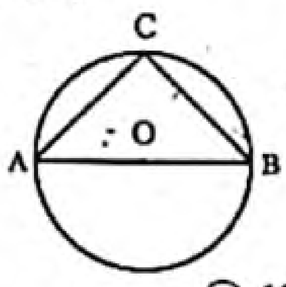
৫৯. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমান কত? (সহজমান)

ক 45° খ 90°

গ 120° ঘ 180°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = এক সমকোণ = 90°.

৬০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ∠ACB অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। ∠ABC = 45° হলে, ∠BAC এর পরিমাণ কত? (কঠিনমান)



ক 90° খ 180°

গ 45° ঘ 60°

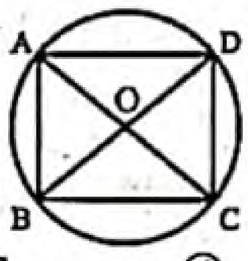
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle BAC = 180^\circ - (\angle ACB + \angle ABC)$
$= 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)$
$= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

৬১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, ∠AOB = 4x এবং ∠ACB = x হয়, তবে x এর মান কত? (কঠিনমান)

ক 60° খ 70°

গ 80° ঘ 90°

৬২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম, এর AD ∥ BC। অতএব, (মধ্যমান)



ক ∠AOB = ∠DOC খ ∠AOD = ∠BOC

গ ∠AOD = AOB ঘ ∠DOC = ∠BOC

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৬৩. বৃত্তের ক্ষেত্রে–

i. যে কোন জ্যা এর লম্ব দ্বিখন্ডক কেন্দ্রগামী

ii. যে কোন সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুইয়ের অধিক বিন্দুতে ছেদ করতে পারে না

iii. কোন বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i খ ii গ i ও ii ঘ i, ii ও iii

৬৪. কোনো বৃত্তে–

i. ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা

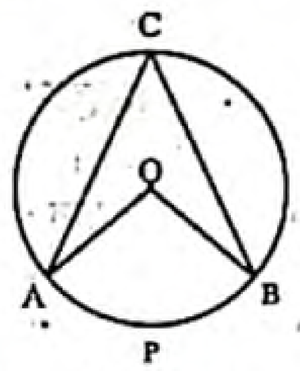
ii. উপচাপে অন্তর্লিখিত স্থূলকোণ

iii. যেকোনো জ্যা এর লম্বদ্বিখন্ডক কেন্দ্রগামী

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৬৫. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে–



i. ∠AOB, APB চাপ খন্ডিত করে

ii. $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$

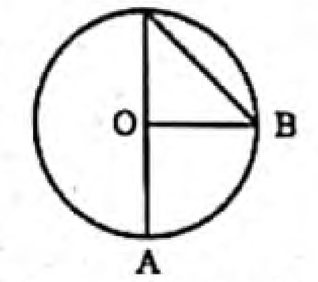
iii. APB চাপ ও ACB চাপ একে অপরের অনুবন্ধী

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৬৬ ও ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস এবং ∠ACB একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। ∠ACB এর মান কত? (সহজমান)

ক 45° খ 60°

গ 90° ঘ 120°

৬৭. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস এবং ∠ACB বৃত্তস্থ কোণ হলে, ∠AOB এর মান কত? (মধ্যমান)

ক 90° খ 45°

গ 120° ঘ 180°

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৬৮ ও ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একই চাপের উপর ∠AOB কেন্দ্রস্থ ও ∠ACB বৃত্তস্থ কোণ।

৬৮. উপরের তথ্যানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

ক ∠AOB = ∠ACB, খ $\angle AOB = \frac{1}{2} \angle ACB$

গ $2\angle AOB = \angle ACB$ ঘ $\angle AOB = 2\angle ACB$

৬৯. ∠ACB ও ∠CBO একই বৃত্তাংশস্থিত দুইটি কোণ। ∠CBO = 50° হলে, ∠ACB = ? (কঠিনমান)

ক 45° খ 50°

গ 40° ঘ 90°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের ওপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।

$\therefore \angle ACB = \angle CBO = 50^\circ$

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৫৭	খ	৫৮	খ	৫৯	খ	৬০	গ	৬১	ক	৬২	ক	৬৩	গ	৬৪	ঘ	৬৫	ঘ	৬৬	গ	৬৭	ঘ	৬৮	ঘ	৬৯	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ. CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০২০

O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা।

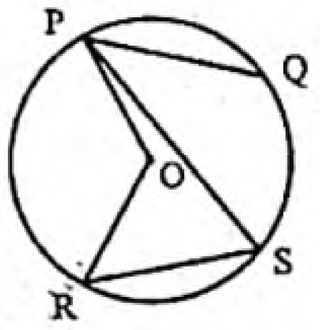
ক. উদ্দীপকের বৃত্তে $\angle POR = 120°$ হলে, $\frac{1}{2}\angle PSR$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে OE ও OF যথাক্রমে PQ ও RS এর উপর লম্ব হলে প্রমাণ কর যে, OE = OF. ৪

গ. PQ ও RS জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ M বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করলে, প্রমাণ কর যে, $\angle POR + \angle QOS = 180°$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা। PR চাপের উপর অঙ্কিত কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle POR$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle PSR$.



আমরা জানি, একই চাপের উপর অঙ্কিত কেন্দ্রস্থ কোণ, বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

অর্থাৎ, $\angle POR = 2\angle PSR$

বা, $\angle PSR = \frac{120°}{2}$ [$\because \angle POR = 120°$]

বা, $\angle PSR = 60°$

বা, $\frac{1}{2}\angle PSR = \frac{1}{2} \times 60°$

$\therefore \frac{1}{2}\angle PSR = 30°$

নির্ণেয় মান 30°.

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা OE $\perp$ PQ এবং OF $\perp$ RS। প্রমাণ করতে হবে যে, OE = OF।

অঙ্কন : O, P এবং O, R যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপ ১ : যেহেতু OE $\perp$ PQ এবং OF $\perp$ RS

$\therefore$ PE = QE, RF = SF [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা'র উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা'টিকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

$\therefore PE = \frac{1}{2}PQ$

এবং $RF = \frac{1}{2}RS$

ধাপ ২ : PQ = RS [প্রদত্ত]

$\therefore$ PE = RF

ধাপ ৩ : Δ OPE ও Δ ORF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,

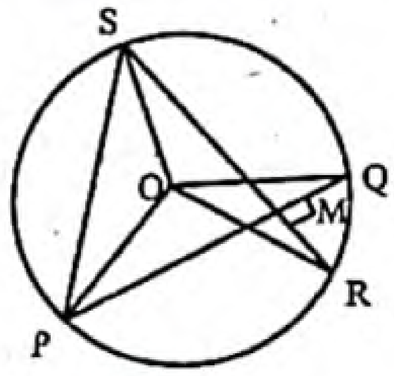
অতিভুজ OP = অতিভুজ OR [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

PE = RF [ধাপ (২) হতে]

$\therefore \Delta OPE \cong \Delta ORF$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore$ OE = OF. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PQ ও RS জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত M বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POR + \angle QOS = 180°$.



অঙ্কন : P, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ PR-এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle POR$ এবং বৃত্তস্থ $\angle PSR$

$\therefore \angle POR = 2\angle PSR$ [একই চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : অনুরূপ $\angle QOS = 2\angle QPS$

ধাপ ৩ : $\therefore \angle POR + \angle QOS = 2(\angle PSR + \angle QPS)$ [(১) ও (২) থেকে]

কিন্তু Δ PMS-এ, $\angle PMS = 90°$

$\therefore \angle SPM + \angle PSM = 90°$ [কল্পনা]

বা, $\angle SPQ + \angle PSR = 90°$

ধাপ ৪ : $\angle POR + \angle QOS = 2 \times 90°$ [(৩) থেকে]

$\therefore \angle POR + \angle QOS = 180°$

অতএব, $\angle POR + \angle QOS = 180°$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ যশোর বোর্ড ২০২০

(i) XYZ একটি ত্রিভুজ যার $XD = \frac{1}{2}XY$ এবং $XE = \frac{1}{2}XZ$.

(ii) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে, বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, DE $\parallel$ YZ এবং $DE = \frac{1}{2}YZ$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PEQ$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 4 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাস = (2 × 4) সে.মি. = 8 সে.মি.

বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,

বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ একক

$= 2\pi \times 4$ সে.মি.

$= 8\pi$ সে.মি.

$= 8 \times 3.1416$ সে.মি.

$= 25.13$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের পার্থক্য

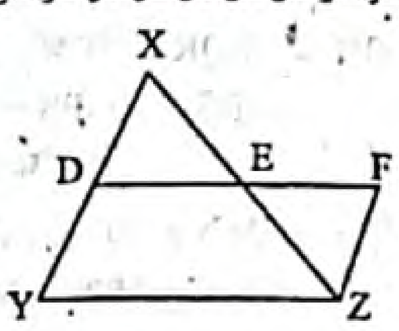
$= (25.13 - 8)$ সে.মি.

$= 17.13$ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের মধ্যে পার্থক্য 17.13 সে.মি. (প্রায়)।

www.abswer.com

www.abswer.com



গ এখানে, XYZ ত্রিভুজের $XD = \frac{1}{2}$ XY এবং $XE = \frac{1}{2}$ XZ অর্থাৎ, XYZ ত্রিভুজের D এবং E যথাক্রমে XY এবং XZ এর মধ্যবিন্দু।

D, E যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, DE ∥ YZ এবং $DE = \frac{1}{2}$ YZ.

অঙ্কন : DE কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EF = DE হয়। Z, F যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপ ১ : Δ XDE ও Δ ZEF এর মধ্যে

XE = EZ [XZ এর মধ্যবিন্দু E]

DE = EF [অঙ্কনানুসারে]

∠XED = ∠ZEF [বিপ্রতীপ কোণ]

Δ XDE ≅ Δ ZEF [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ XD = ZF

∠XDE = ∠EFZ এবং

∠DXE = ∠EZF [একান্তর কোণ]

∴ XD ∥ ZF

বা, XY ∥ ZF

আবার, YD = XD = ZF এবং YD ∥ ZF

সুতরাং YDFZ একটি সমান্তরিক

∴ DF ∥ YZ বা DE ∥ YZ

ধাপ ২ : আবার, DF = YZ

বা, DE + EF = YZ [∵ DF = DE + EF]

বা, DE + DE = YZ [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2DE = YZ

∴ $DE = \frac{1}{2}$ YZ

সুতরাং DE ∥ YZ এবং $DE = \frac{1}{2}$ YZ. (প্রমাণিত)

ঘ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। PQRS চতুর্ভুজের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাতে হবে যে, ∠POQ + ∠ROS = 2∠PEQ.

অঙ্কন : O, P; O, Q; O, R এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : PQ চাপের উপর অবস্থিত

∠POQ = 2∠PSQ [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : RS চাপের উপর অবস্থিত

∠ROS = 2∠SPR [একই কারণে]

ধাপ ৩ : ∠POQ + ∠ROS

= 2(∠PSQ + ∠SPR) [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

= 2(∠PSE + ∠SPE)

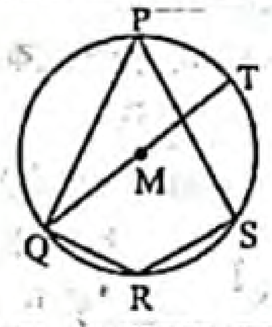
ধাপ ৪ : Δ SPE এর

বহিঃস্থ ∠PEQ = অন্তঃস্থ (∠PSE + ∠SPE)

∴ ∠POQ + ∠ROS = 2∠PEQ. [ধাপ (৩) থেকে]

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৩ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০২০



চিত্রে, M বৃত্তের কেন্দ্র।

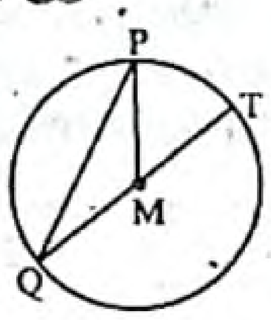
ক. প্রমাণ কর যে, QT > PQ. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS = \frac{1}{2}\angle QMS$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ∠PQR + ∠PSR = 180°. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে QT ব্যাস ও PQ ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, QT > PQ.



অঙ্কন : P, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : QM = MT = PM [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ধাপ ২ : Δ PQM-এ

QM + PM > PQ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, QM + MT > PQ [(১) থেকে]

∴ QT > PQ. (প্রমাণিত) [∵ QM + MT = QT]

খ মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে QRS চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ ∠QMS ও বৃত্তস্থ কোণ ∠QPS.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPS = \frac{1}{2}\angle QMS$.

অঙ্কন : M, S যোগ করি। M কেন্দ্রগামী রেখাংশ PD আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ PMQ এর বহিঃস্থ কোণ ∠QMD = ∠QPM + ∠PQM [∵ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ ২ : Δ PMQ এ MP = MQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, ∠QPM = ∠PQM

[সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ ৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে ∠QMD = 2∠QPM

ধাপ ৪ : একইভাবে Δ PMS থেকে ∠SMD = 2∠SPM

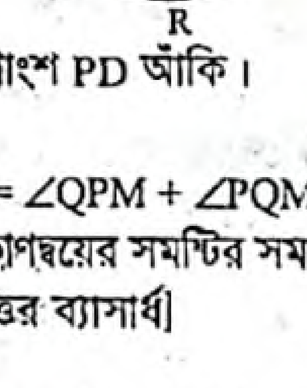
ধাপ ৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

∠QMD + ∠SMD = 2∠QPM + 2∠SPM

বা, ∠QMS = 2∠QPS [∵ ∠QMD + ∠SMD = ∠QMS]

∴ $\angle QPS = \frac{1}{2}\angle QMS$. (প্রমাণিত)

ঘ মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠PQR + ∠PSR = 180°.



অঙ্কন : M, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ QPS এর উপর দণ্ডায়মান প্রবৃদ্ধ কেন্দ্রস্থ ∠QMS = 2 (বৃত্তস্থ ∠QRS)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ, বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

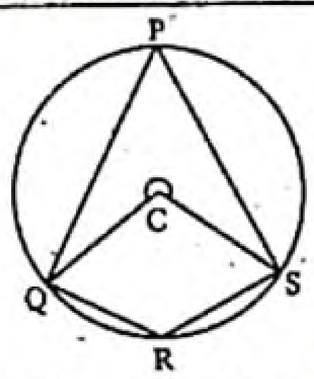
অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ ∠QMS = 2∠QRS

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ২ : আবার, একই চাপ QRS এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle QMS = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QPS$)
[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ, বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অর্থাৎ, $\angle QMS = 2\angle QPS$.
ধাপ ৩ : $\angle QMS$ + প্রবৃদ্ধ $\angle QMS = 2(\angle QRS + \angle QPS)$
[ধাপ (১) ও ধাপ (২) যোগ করে]
কিন্তু $\angle QMS$ + প্রবৃদ্ধ $\angle QMS = 360°$ [বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 360°]
$\therefore \quad 2(\angle QRS + \angle QPS) = 360°$
বা, $\angle QRS + \angle QPS = 180$
ধাপ ৪ : আবার, PQRS বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে,
$\angle PQR + \angle PSR + \angle QRS + \angle QPS = 360°$
[চতুর্ভুজের চারকোণের সমষ্টি 360°]
বা, $\angle PQR + \angle PSR + 180° = 360°$ [ধাপ (৩) হতে]
বা, $\angle PQR + \angle PSR = 360° - 180°$
$\therefore \quad \angle PQR + \angle PSR = 180°$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ ▶ ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২০

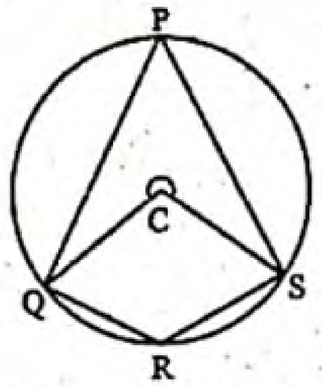


চিত্রে, CQ = 6 সে.মি. PQ > RS এবং $\angle QPS = 60°$.
ক. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle QRS = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle QCS$. ৪
গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, PQ জ্যা, RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

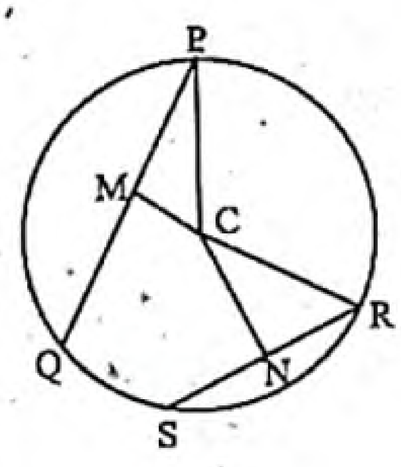
ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = CQ = 6 সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক
$= \pi(6)^2$ বর্গ সে.মি.
$= 3.1416 \times 36$ বর্গ সে.মি.
= 113.098 বর্গ সে.মি. (প্রায়)
নির্ণেয় বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 113.098 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

খ মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে এবং $\angle QPS = 60°$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QRS = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle QCS$.



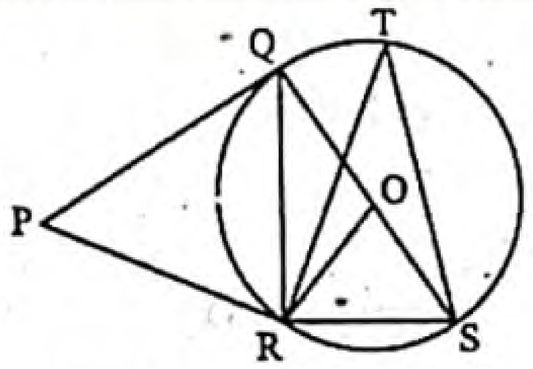
প্রমাণ :
ধাপ ১ : QRS চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QCS$.
$\therefore \quad \angle QCS = 2\angle QPS$ [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
বা, $\angle QCS = 2 \times 60°$ [$\because \angle QPS = 60°$]
বা, $\angle QCS = 120°$
ধাপ ২ : আবার, বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 360°
অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ $\angle QCS + \angle QCS = 360°$
বা, প্রবৃদ্ধ $\angle QCS + 120° = 360°$
বা, প্রবৃদ্ধ $\angle QCS = 360° - 120°$
বা, প্রবৃদ্ধ $\angle QCS = 240°$
ধাপ ৩ : PQRS বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে,
$\angle QRS + \angle QPS = 180°$
[বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°]
বা, $\angle QRS + 60° = 180°$
বা, $\angle QRS = 180° - 60°$
বা, $\angle QRS = 120°$
বা, $\angle QRS = \frac{1}{2} \times 240°$
$\therefore \quad \angle QRS = \frac{1}{2} \times$ প্রবৃদ্ধ $\angle QCS$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ > RS. প্রমাণ করতে হবে যে, PQ জ্যা, RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।



অঙ্কন : $CM \perp PQ$, $CN \perp ST$ আঁকি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : $PM = \frac{1}{2}$ PQ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা'র উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা'টিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
এবং $RN = \frac{1}{2}RS$
ধাপ ২ : সমকোণী ত্রিভুজ PCM-এ
$PC^2 = PM^2 + MC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $PM^2 = PC^2 - MC^2$
ধাপ ৩ : সমকোণী ত্রিভুজ RCN-এ
$RC^2 = CN^2 + NR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $RN^2 = RC^2 - CN^2$
ধাপ ৪ : PC = RC
$\therefore \quad PC^2 = RC^2$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
ধাপ ৫ : PQ > RS [প্রদত্ত]
বা, $\frac{1}{2}PQ > \frac{1}{2}RS$ [ধাপ (১)]
বা, PM > RN
বা, $PM^2 > RN^2$
বা, $PC^2 - MC^2 > RC^2 - CN^2$
বা, $-MC^2 > -CN^2$ [ধাপ (৪) থেকে]
বা, $MC^2 < CN^2$
$\therefore \quad CM < CN$
কিন্তু CM ও CN কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে PQ ও RS এর দূরত্ব নির্দেশ করে। অর্থাৎ PQ জ্যা, RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ ▶ সিলেট বোর্ড ২০১৯

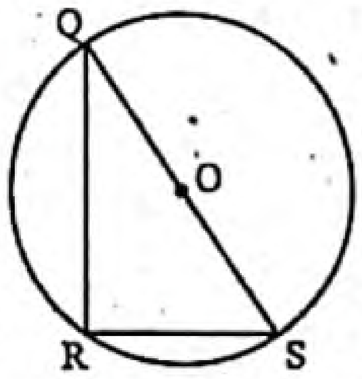


চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PQ ও PR দুইটি স্পর্শক এবং OR = RS.
ক. প্রমাণ কর যে, $\angle QRS = 1$ সমকোণ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle RTS = \frac{1}{2}\angle ROS$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, ΔPQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ। ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

৫নং প্রশ্নের সমাধান



ক এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট RQS বৃত্তে QS একটি ব্যাস এবং ∠QRS অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠QRS = 1 সমকোণ।

প্রমাণ :

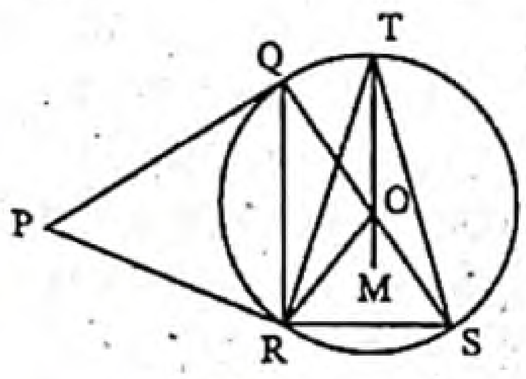
ধাপ ১ : SQ চাপের ওপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠QRS = $\frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ ∠QOS)

[∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ ২ : কিন্তু সরলকোণ ∠QOS = 2 সমকোণ

অর্থাৎ ∠QRS = $\frac{1}{2}$ × 2 সমকোণ

∴ ∠QRS = 1 সমকোণ। (প্রমাণিত)



খ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট QRST বৃত্তে RS উপচাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ ∠RTS এবং কেন্দ্রস্থ কোণ ∠ROS। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠RTS = $\frac{1}{2}$∠ROS।

অঙ্কন : T এবং O কে যোগ করে M পর্যন্ত বর্ধিত করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ TRM এর বহিস্থ কোণ ∠ROM = ∠RTO + ∠ORT

ধাপ ২ : Δ TRM এ OT = OR [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, ∠OTR = ∠ORT

[∵ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই ∠ROM = 2∠OTR

ধাপ ৪ : একইভাবে Δ OTS থেকে পাই ∠SOM = 2∠OTS

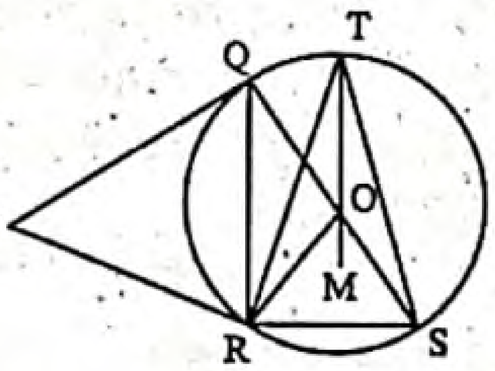
ধাপ ৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে পাই,

∠ROM + ∠SOM = 2∠OTR + 2∠OTS

বা, ∠ROS = 2(∠OTR + ∠OTS) [∵ ∠ROM + ∠SOM = ∠ROS]

বা, ∠ROS = 2∠RTS [∵ ∠OTR + ∠OTS = ∠RTS]

∴ ∠RTS = $\frac{1}{2}$∠ROS. (প্রমাণিত)



গ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট RSTQ বৃত্তের PQ ও PR দুইটি স্পর্শক এবং OR = RS। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ ORS-এ

OR = RS [দেওয়া আছে]

OR = OS [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∴ OR = RS = OS

অর্থাৎ Δ ORS একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

∴ ∠ORS = ∠ROS = ∠OSR = 60° [∵ সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ 60°]

ধাপ ২ : ∠QOS = 180° [এক সরলকোণ]

∴ ∠ROQ = 180° − ∠ROS

বা, ∠ROQ = 180° − 60°

∴ ∠ROQ = 120°

ধাপ ৩ : PQ ও PR যথাক্রমে Q ও R বিন্দুতে স্পর্শক বলে,

OQ ও OR স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

∴ OQ ⊥ PQ এবং OR ⊥ PR

∴ ∠PQO = ∠PRO = 90°

∴ ∠PQO + ∠PRO = 90° + 90° = 180°

এখন, PQOR চতুর্ভুজে,

∠RPQ + ∠PQO + ∠PRO + ∠ROQ = 360°

[∵ চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি 360°]

বা, ∠RPQ + 90° + 90° + 120° = 360°

বা, ∠RPQ = 360° − 300°

∴ ∠RPQ = 60°

ধাপ ৪ : আবার, Δ PQR-এ PQ = PR

[∵ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান]

∴ ∠PQR = ∠PRQ

ধাপ ৫ : এখন, ∠RPQ + ∠PQR + ∠PRQ = 180°

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, 60° + ∠PQR + ∠PQR = 180° [∵ ∠PQR = ∠PRQ]

বা, 2∠PQR = 180° − 60°

বা, 2∠PQR = 120°

∴ ∠PQR = 60°

∴ ∠PRQ = ∠PQR = 60°

অর্থাৎ, Δ PQR-এ

∠RPQ = ∠PQR = ∠PRQ = 60°

∴ PQ = QR = PR

অতএব, Δ PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯

EFGH চতুর্ভুজটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত। EF ও HG দুটি জ্যা। অপর দুটি জ্যা EG ও FH পরস্পরকে কেন্দ্র ব্যতীত D বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে 4x° ও 2x° হলে ক্ষুদ্রতর কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের প্রথম জ্যাদ্বয় সমান হলে প্রমাণ কর যে, কেন্দ্র হতে জ্যা দুটি সমদূরবর্তী। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত দ্বিতীয় জ্যা দুটির ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, ∠EOF + ∠GOH = 2∠EDF. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 90°.

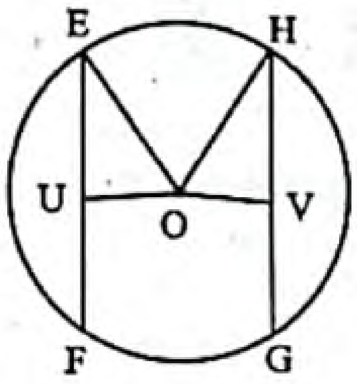
∴ 90° + 4x° + 2x° = 180°

বা, 6x° = 180° − 90°

বা, 6x° = 90°

বা, x = 15°

∴ ক্ষুদ্রতর কোণের পরিমাপ = 2 × 15° = 30°.



খ চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং EF ও HG বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে EF এবং HG জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : O থেকে EF এবং HG জ্যা এর উপর যথাক্রমে OU এবং OV লম্ব আঁকি। O, E এবং O, H যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : OU ⊥ EF ও OV ⊥ GH

সুতরাং, EU = FU এবং GV = HV [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

∴ EU = $\frac{1}{2}$EF এবং HV = $\frac{1}{2}$GH

LPL SSC গণিত—৫৬

www.abswer.com

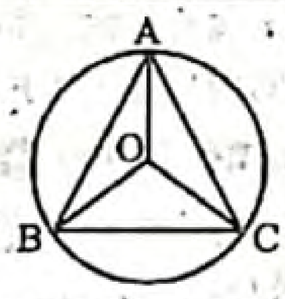
www.abswer.com

ধাপ ২ : কিন্তু EF = HG [কল্পনা]
∴ EU = HV.
ধাপ ৩ : এখন Δ OEU এবং Δ OHV সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OE = অতিভুজ OH [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং EU = HV [ধাপ ২]
∴ Δ OEU ≅ Δ OHV [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]
∴ OU = OV.
ধাপ ৪ : কিন্তু OU এবং OV কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে EF জ্যা এবং HG জ্যা-এর দূরত্ব।
সুতরাং, EF এবং HG জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে সমদূরবর্তী। (প্রমাণিত)

(গ) মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে EG ও FH দুইটি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। EF ও GH চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে ∠EOF ও ∠GOH কোণ উৎপন্ন করেছে। O, E; O, G; O, F এবং O, H এবং E, H যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, ∠EOF + ∠GOH = 2∠EDF.
প্রমাণ :
ধাপ ১ : EF চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠EOF এবং বৃত্তস্থ ∠EHF.
সুতরাং ∠EOF = 2∠EHF [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
আবার, GH চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠GOH এবং বৃত্তস্থ ∠GEH
সুতরাং ∠GOH = 2∠GEH [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অতএব, ∠EOF + ∠GOH = 2(EHF + GEH) [যোগ করে]
ধাপ ২ : এখন Δ EHD-এর বহিঃস্থ কোণ ∠EDF.
∴ ∠EDF = ∠EHD + ∠HED বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
বা, ∠EDF = ∠EHF + ∠GEH
অতএব, ∠EOF + ∠GOH = 2∠EDF. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৭ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৭

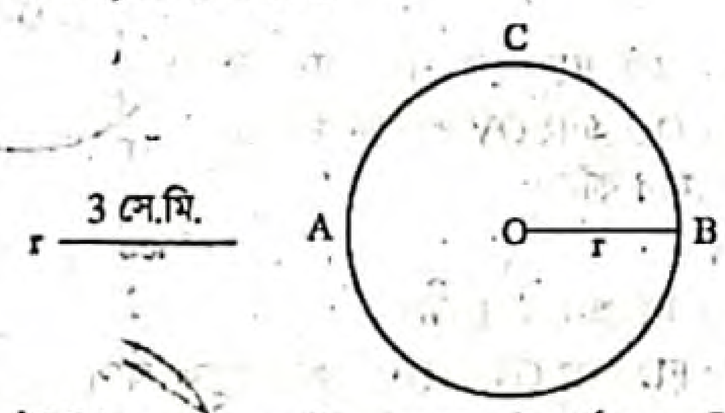


চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC = জ্যা BC.

ক. 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, ∠BOC = 2 ∠BAC. ৪
গ. যদি D, E এবং F যথাক্রমে AB, AC এবং BC এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে, D, E, F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

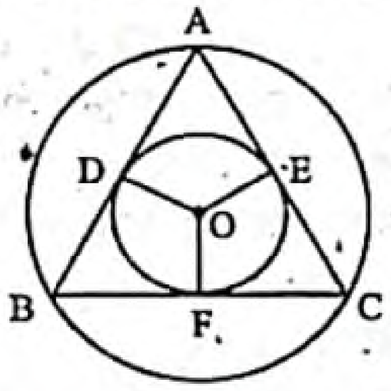
(ক) বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি.



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.।

(খ) সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

(গ) মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB, AC ও BC তিনটি সমান জ্যা। D, E ও F যথাক্রমে AB, AC ও BC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, D, E, F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত।
অঙ্কন : O, D; O, E এবং O, F যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১ : D, AB এর মধ্যবিন্দু
∴ OD ⊥ AB [বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোন জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]
ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, OE ⊥ AC এবং OF ⊥ BC
∴ OD = OE = OF [বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী]
ধাপ ৩ : কেন্দ্র O থেকে AB, AC ও BC জ্যাত্রয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে OD, OE ও OF এবং জ্যা AB = জ্যা AC = জ্যা BC।
ধাপ ৪ : O কে কেন্দ্র করে OD বা OE বা OF এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে তা D, E ও F বিন্দু দিয়ে যাবে।
∴ D, F ও F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

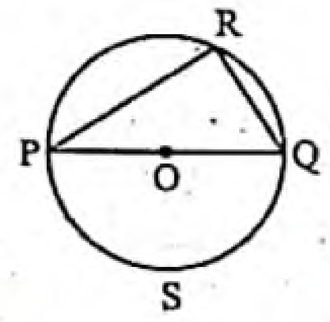
প্রশ্ন ৮ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৭

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ বৃত্তের ব্যাস। ∠PRQ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

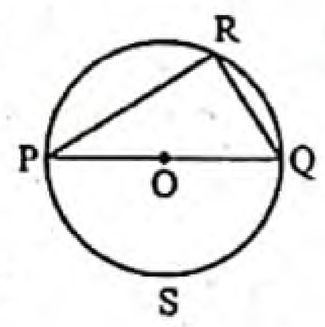
ক. উপরোক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, ∠PRQ = 1 সমকোণ। ৪
গ. ∠PRS + ∠SRQ = 1 সমকোণ হলে প্রমাণ কর যে, P, O এবং Q একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

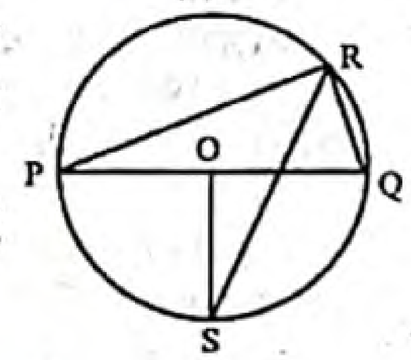
(ক) চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট PRQS বৃত্তে PQ একটি ব্যাস এবং ∠PRQ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।



(খ) মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PRQS বৃত্তে PQ একটি ব্যাস এবং ∠PRQ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।
প্রমাণ করতে হবে যে, ∠PRQ = 1 সমকোণ।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : PSQ চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠PRQ = $\frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ ∠POQ)
[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]
ধাপ ২ : কিন্তু সরলকোণ ∠POQ = 2 সমকোণ
অর্থাৎ ∠PRQ = $\frac{1}{2}$ × 2 সমকোণ
∴ ∠PRQ = 1 সমকোণ। (প্রমাণিত)



(গ) মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PRQS বৃত্তে PQ একটি ব্যাস, ∠PRQ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এবং ∠PRS + ∠SRQ = 1 সমকোণ।
প্রমাণ করতে হবে যে, P, O এবং Q একই সরলরেখায় অবস্থিত।
অঙ্কন : O, S যোগ করি।



www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle POS$ এবং বৃত্তস্থ $\angle PRS$ একই চাপ PS-এর উপর দণ্ডায়মান,

সেহেতু $\angle POS = 2\angle PRS$ [∵ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, SQ চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle SOQ = 2\angle SRQ$

ধাপ ৩ : $\angle POS + \angle SOQ = 2(\angle PRS + \angle SRQ)$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

$= 2 \times 1$ সমকোণ

[∵ $\angle PRS + \angle SRQ = 1$ সমকোণ]

∴ $\angle POS + \angle SOQ = 2$ সমকোণ।

যেহেতু $\angle POS$ এবং $\angle SOQ$ সন্নিহিত কোণ।

সুতরাং P, O এবং Q একই সরলরেখায় অবস্থিত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৯ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৬

O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে QR চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPR$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QOR$.

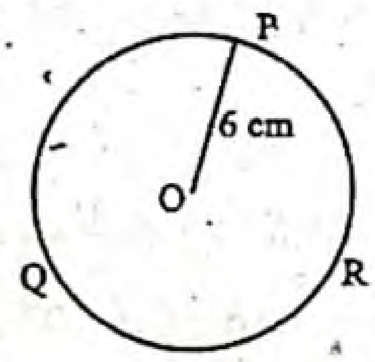
ক. OP = 6 cm হলে, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPR = \frac{1}{2}\angle QOR$. ৪

গ. যদি $\angle QPS + \angle SPR = 90°$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, Q, O এবং R একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = OP = 6 cm



PQR বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

$= 3{\cdot}1416 \times 6^2$ cm^2

$= 3{\cdot}1416 \times 36$ cm^2

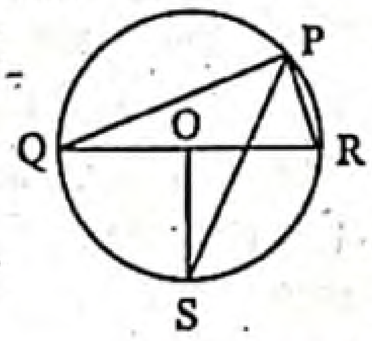
$= 113{\cdot}098$ cm^2 (প্রায়)

∴ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 113·098 cm^2 (প্রায়)।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle QPS + \angle SPR = 90°$।

প্রমাণ করতে হবে যে, Q, O এবং R একই সরলরেখায় অবস্থিত।



অঙ্কন : O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle QOS$ এবং বৃত্তস্থ $\angle QPS$ একই চাপ QS-এর উপর দণ্ডায়মান,

সেহেতু $\angle QOS = 2\angle QPS$

[∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, SR চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle SOR = 2\angle SPR$

ধাপ ৩ : ∴ $\angle QOS + \angle SOR = 2(\angle QPS + \angle SPR)$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

$= 2 \times \angle QPR$ [∵ $\angle QPS + \angle SPR = \angle QPR$]

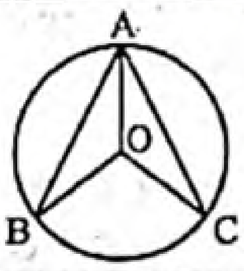
$= 2 \times 90° = 2 \times 1$ সমকোণ

∴ $\angle QOS + \angle SOR = 2$ সমকোণ।

যেহেতু $\angle QOS$ এবং $\angle SOR$ সন্নিহিত কোণ।

সুতরাং Q, O এবং R একই সরলরেখায় অবস্থিত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৬



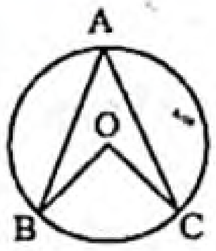
ক. উদ্দীপকের BC চাপের ওপর অবস্থিত বৃত্তস্থ কোণ ও কেন্দ্রস্থ কোণের নাম লিখ। ২

খ. $\angle OAB = \angle OAC$ হলে দেখাও যে, AB = AC. ৪

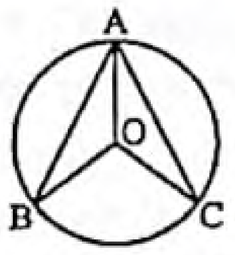
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$. ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে BC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOC$.



খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে একই উপচাপ BC এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BAC$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$। A, O যোগ করি যেন $\angle OAB = \angle OAC$ হয়।



দেখাতে হবে যে, AB = AC।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ AOB-এ OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∴ $\angle OAB = \angle OBA$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ দুইটি পরস্পর সমান]

ধাপ ২ : Δ AOC-এ OA = OC

∴ $\angle OAC = \angle OCA$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ দুইটি পরস্পর সমান]

ধাপ ৩ : এখন Δ AOB এবং Δ AOC-এ

OB = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

OA = OA [সাধারণ বাহু]

$\angle OAB = \angle OAC$ [কল্পনা]

∴ $\angle OBA = \angle OCA$

অবশিষ্ট $\angle AOB$ = অবশিষ্ট $\angle AOC$

অতএব, Δ AOB ≅ Δ AOC [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ AB = AC. (দেখানো হলো)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৬

PQRS চতুর্ভুজটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত। PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. PQ = SR হলে প্রমাণ কর যে, কেন্দ্র O হতে PQ ও SR সমদূরবর্তী। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$. ৪

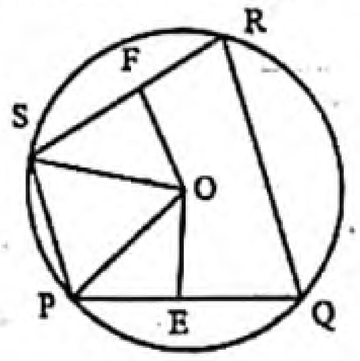
১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, PQRS চতুর্ভুজটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত। PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে M বিন্দুতে ছেদ করেছে।

www.abswer.com

www.abswer.com

খ এখানে, PQRS চতুর্ভুজটির O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত এবং PQ = SR। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে PQ এবং SR সমদূরবর্তী।



অঙ্কন : O থেকে PQ এবং SR এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব আঁকি। O, P এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : OE ⊥ PQ ও OF ⊥ SR

সুতরাং, PE = QE এবং SF = RF [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

∴ $PE = \frac{1}{2}PQ$ এবং $SF = \frac{1}{2}SR$

ধাপ ২ : কিন্তু PQ = SR [কল্পনা]

∴ PE = SF.

ধাপ ৩ : এখন Δ OPE এবং Δ OSF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OP = অতিভুজ OS [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং PE = SF [ধাপ ২]

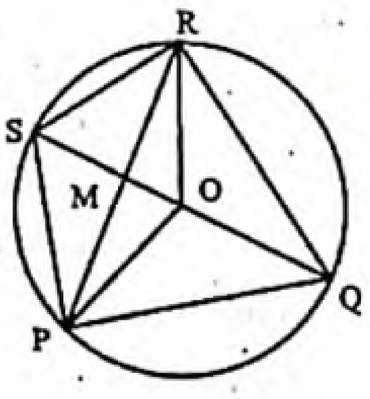
∴ Δ OPE ≅ Δ OSF [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

∴ OE = OF.

ধাপ ৪ : কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে PQ এবং SR এর দূরত্ব।

সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে PQ এবং SR সমদূরবর্তী। (প্রমাণিত)

গ এখানে, PQRS চতুর্ভুজটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত। PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,



$\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$.

অঙ্কন : O, P; O, Q; O, R এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : PQ চাপের উপর অবস্থিত $\angle POQ = 2\angle PSQ$

[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : RS চাপের উপর অবস্থিত

$\angle ROS = 2\angle SPR$ [একই কারণে]

ধাপ ৩ : $\angle POQ + \angle ROS = 2(\angle PSQ + \angle SPR)$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

$= 2(\angle PSM + \angle SPM)$

ধাপ ৪ : Δ SPM এর বহিঃস্থ $\angle PMQ$ = অন্তঃস্থ $(\angle PSM + \angle SPM)$

∴ $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$. [ধাপ (৩) থেকে]

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৬

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD দুইটি জ্যা।

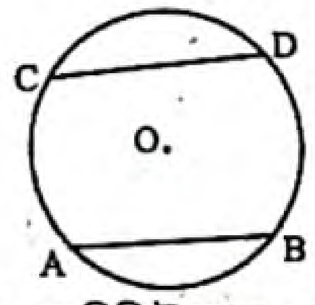
ক. উপর্যুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. AB, CD জ্যাদ্বয় যদি কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী হয়, তাহলে প্রমাণ কর, AB = CD। ৪

গ. AB, CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করলে AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন করে, তাদের সমষ্টি ∠AEC এর দ্বিগুণ– প্রমাণ কর। ৪

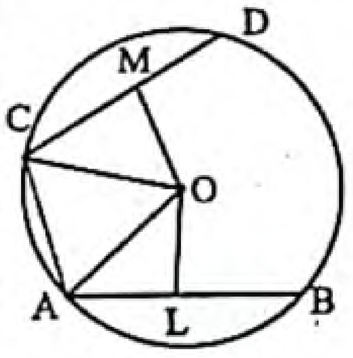
১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা।

খ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OL ও OM লম্ব।



তাহলে OL ও OM কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে। OL = OM হলে প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD.

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু OL ⊥ AB এবং OM ⊥ CD.

সুতরাং, $\angle OLA = \angle OMC$ = এক সমকোণ [∵ প্রত্যেকে সমকোণ]

ধাপ ২ : এখন, Δ OAL এবং Δ OCM সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OL = OM [কল্পনা]

∴ Δ OAL ≅ Δ OCM

[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু-সর্বসমতা উপপাদ্য]

∴ AL = CM.

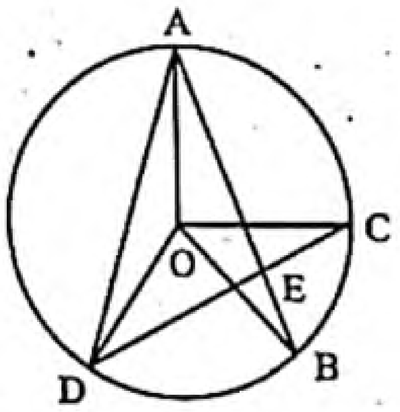
ধাপ ৩ : $AL = \frac{1}{2}AB$ এবং $CM = \frac{1}{2}CD$

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ ৪ : সুতরাং $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

∴ AB = CD. (প্রমাণিত)

গ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন করে তাদের সমষ্টি ∠AEC-এর দ্বিগুণ অর্থাৎ $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$.



অঙ্কন : O, A; O, B; O, C; O, D এবং A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু চাপ AC-এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠AOC এবং বৃত্তস্থ ∠ADC.

∴ $\angle AOC = 2\angle ADC$ [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$= 2\angle ADE$

ধাপ ২ : একইভাবে, $\angle BOD = 2\angle BAD = 2\angle EAD$

ধাপ ৩ : কিন্তু Δ AED-এ

অন্তঃস্থ $(\angle EAD + \angle ADE)$ = বহিঃস্থ ∠AEC

ধাপ ৪ : এখন, $\angle AOC + \angle BOD$

$= 2(\angle ADE + \angle EAD)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

∴ $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$. [ধাপ (৩) হতে]

(প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১৩ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৬

একটি বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা। AB জ্যা এর উপর লম্ব CD. AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে ∠AOC ও ∠BOD কোণ উৎপন্ন করেছে।

ক. তথ্যানুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

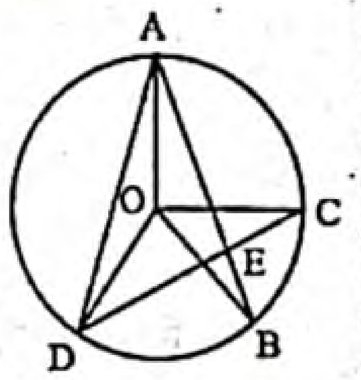
খ. দেখাও যে, ∠AOC + ∠BOD = 2∠AEC. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ∠AOC + ∠BOD = দুই সমকোণ। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা। AB জ্যা এর উপর লম্ব CD। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি। তাহলে AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে ∠AOC ও ∠BOD কোণ উৎপন্ন করেছে।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে ∠AOC ও ∠BOD কোণ উৎপন্ন করেছে। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি।



দেখাতে হবে যে,
∠AOC + ∠BOD = 2∠AEC.

অঙ্কন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : AC চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠AOC এবং বৃত্তস্থ ∠ADC [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
সুতরাং ∠AOC = 2∠ADC
আবার, BD চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠BOD এবং বৃত্তস্থ ∠BAD
সুতরাং ∠BOD = 2∠BAD [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অতএব, ∠AOC + ∠BOD = 2(ADC + BAD)

ধাপ ২ : এখন Δ ADE-এর বহিঃস্থ কোণ ∠AEC.
∴ ∠AEC = ∠ADE + ∠DAE
[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
বা, ∠AEC = ∠ADC + ∠BAD
অতএব, ∠AOC + ∠BOD = 2∠AEC. (দেখানো হলো)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে জ্যা AB ⊥ CD. E, AB ও CD জ্যা-এর ছেদবিন্দু। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠AOC + ∠BOD = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : AC চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠AOC এবং বৃত্তস্থ ∠ADC
সুতরাং, ∠AOC = 2∠ADC [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : আবার, BD চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠BOD এবং বৃত্তস্থ ∠BAD
সুতরাং ∠BOD = 2∠BAD [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
এখন, ∠AOC + ∠BOD = 2(∠ADC + ∠BAD)

ধাপ ৩ : এখন, ADE সমকোণী ত্রিভুজে ∠AED = এক সমকোণ। [কল্পনা]
সুতরাং ∠EAD + ∠ADE = এক সমকোণ
বা, ∠BAD + ∠ADC = এক সমকোণ

ধাপ ৪ : অতএব, ∠AOC + ∠BOD = 2 × এক সমকোণ = 2 সমকোণ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৫

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PM ও PN জ্যা কেন্দ্রগামী নয়।

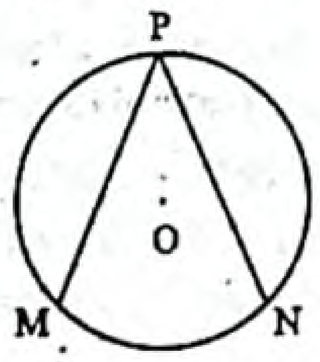
ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, $\angle MPN = \frac{1}{2}\angle MON$. ৪

গ. যদি PMQN চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত হয় তবে প্রমাণ কর যে, ∠MQN + ∠MPN = 180°. ৪

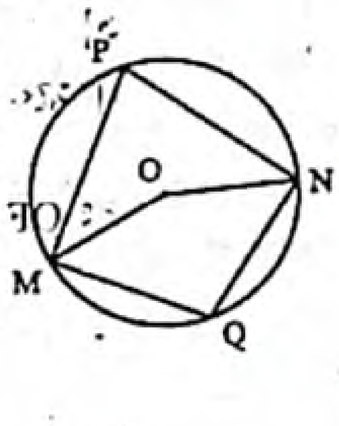
১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PM ও PN জ্যা কেন্দ্রগামী নয়।



খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PMQN বৃত্তে PM ও PN জ্যা কেন্দ্রগামী নয়। M, Q এবং N, Q যোগ করি। ফলে PMQN চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, ∠MQN + ∠MPN = 180°.

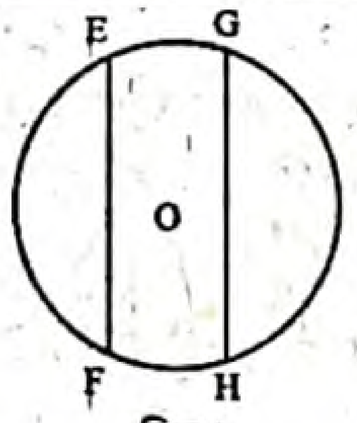
অঙ্কন : O, M এবং O, N যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ MPN এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠MON = 2 (বৃত্তস্থ ∠MQN)
[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]
অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ কোণ ∠MON = 2∠MQN

ধাপ ২ : আবার, একই চাপ MQN এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠MON = 2 (বৃত্তস্থ ∠MPN)
অর্থাৎ ∠MON = 2∠MPN
∴ ∠MON + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠MON = 4 সমকোণ.
∴ 2(∠MQN + ∠MPN) = 4 সমকোণ।
বা, ∠MQN + ∠MPN = 2 সমকোণ
∴ ∠MQN + ∠MPN = 180°. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৫



চিত্র-১

চিত্র-২

জ্যা EF = জ্যা GH, জ্যা PQ > জ্যা SR
এবং OM⊥PQ, ON⊥SR

ক. চিত্রসহ বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণের সংজ্ঞা লেখ। ২

খ. চিত্র-১ এর আলোকে প্রমাণ কর যে, কেন্দ্র O থেকে জ্যা-দ্বয়ের দূরত্ব সমান। ৪

গ. চিত্র-২ এর আলোকে প্রমাণ কর যে, OM < ON. ৪

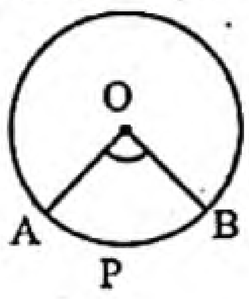
www.abswer.com

www.abswer.com

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বৃত্তস্থ কোণ :** একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের একটি বিন্দু হলে এবং কোণটির প্রত্যেক বাহুতে শীর্ষবিন্দু ছাড়াও বৃত্তের একটি বিন্দু থাকলে কোণটিকে একটি বৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোণ বলা হয়। চিত্রে ∠ACB কোণটি একটি বৃত্তস্থ কোণ এবং তা APB চাপের উপর দণ্ডায়মান।

কেন্দ্রস্থ কোণ : একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে, কোণটিকে ঐ বৃত্তের একটি কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয় এবং কোণটি বৃত্তকে যে চাপে খণ্ডিত করে সেই চাপের ওপর তা দণ্ডায়মান বলা হয়। চিত্রে ∠AOB কোণটি একটি কেন্দ্রস্থ কোণ এবং তা APB চাপের ওপর দণ্ডায়মান।



খ চিত্র-১-এ, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং EF ও GH বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে EF এবং GH জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : O থেকে EF এবং GH জ্যা এর উপর যথাক্রমে OU এবং OV লম্ব আঁকি। O, E এবং O, G যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : (১) OU ⊥ EF ও OV ⊥ GH

সুতরাং, EU = FU এবং GV = HV.

∴ $EU = \frac{1}{2}EF$ এবং $GV = \frac{1}{2}GH$

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ ২ : কিন্তু EF = GH [কল্পনা]

∴ EU = GV.

ধাপ ৩ : এখন Δ OEU এবং Δ OGV সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OE = অতিভুজ OG [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং EU = GV [ধাপ ২]

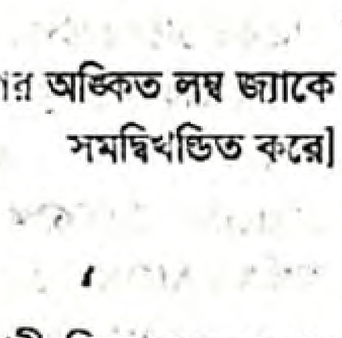
∴ Δ OEU ≅ Δ OGV [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

∴ OU = OV.

ধাপ ৪ : কিন্তু OU এবং OV কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে EF জ্যা এবং GH জ্যা-এর দূরত্ব।

সুতরাং, EF এবং GH জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে সমদূরবর্তী। (প্রমাণিত)

গ চিত্র-২-এ, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQSR বৃত্তে PQ ও SR দুইটি জ্যা এবং PQ > SR. OM এবং ON কেন্দ্র হতে যথাক্রমে PQ ও SR এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, OM < ON.



অঙ্কন : O, P এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু, OM ⊥ PQ [কল্পনা]

সেহেতু, $PM = \frac{1}{2}PQ$ [M, PQ এর মধ্যবিন্দু]

অনুরূপভাবে, $SN = \frac{1}{2}SR$ [N, SR এর মধ্যবিন্দু]

ধাপ ২ : এখন, POM সমকোণী ত্রিভুজে $OP^2 = OM^2 + PM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

আবার, SON সমকোণী ত্রিভুজে,

$OS^2 = ON^2 + SN^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

∴ $OM^2 + PM^2 = ON^2 + SN^2$ [∵ OP = OS]

ধাপ ৩ : কিন্তু, PQ > SR [কল্পনানুসারে]

$\frac{1}{2}PQ > \frac{1}{2}SR$

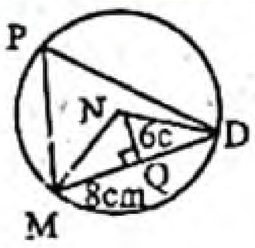
বা, PM > SN

∴ $PM^2 > SN^2$

$OM^2 < ON^2$ [(২) থেকে]

∴ OM < ON. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৫



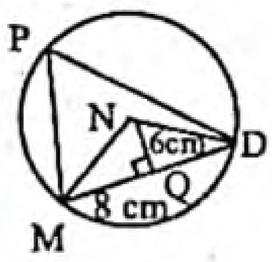
চিত্রে, N বিন্দুটি বৃত্তটির কেন্দ্র।

ক. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, MQ = QD. ৪

গ. MD উপচাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থকোণ ও কেন্দ্রস্থ কোণটির মধ্যে সম্পর্কটি লিখে তা প্রমাণ কর। ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান



ক এখানে, MQ = 8 cm এবং NQ = 6 cm

MNQ সমকোণী ত্রিভুজে, $MN^2 = MQ^2 + NQ^2$

বা, $MN^2 = (8\text{ cm})^2 + (6\text{ cm})^2$

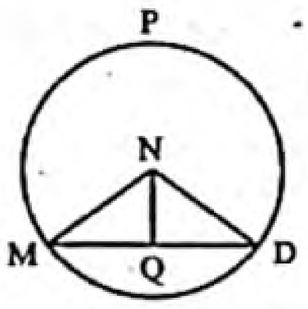
বা, $MN^2 = 64\text{ cm}^2 + 36\text{ cm}^2$

বা, $MN^2 = 100\text{ cm}^2$

বা, $MN = \sqrt{100\text{ cm}^2} = 10\text{ cm}$

∴ N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটির ব্যাসার্ধ MN = 10 cm.

খ মনে করি, N কেন্দ্রবিশিষ্ট MDP বৃত্তে MD ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং কেন্দ্র N থেকে এই জ্যা এর উপর NQ লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, MQ = DQ।



অঙ্কন : N, M এবং N, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : NQ ⊥ MD হওয়ায় ∠NQM = ∠NQD = এক সমকোণ।

অতএব, Δ NQM ও Δ NQD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ। [কল্পনা]

ধাপ ২ : এখন, Δ NQM ও Δ NQD সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ NM = অতিভুজ ND [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং NQ = NQ [সাধারণ বাহু]

∴ Δ NQM ≅ Δ NQD

অতএব, MQ = DQ. (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

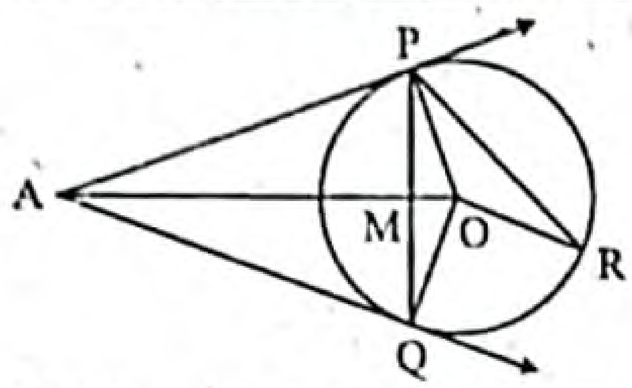
www.abswer.com

www.abswer.com

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ১৭ ▸ আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AP ও AQ দুইটি স্পর্শক এবং OR = 3.5 সে.মি.।

ক. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPR = \frac{1}{2}\angle QOR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\Delta AMQ : \Delta POM = AQ^2 : OP^2$. ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = OR = 3.5 সে.মি.

∴ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

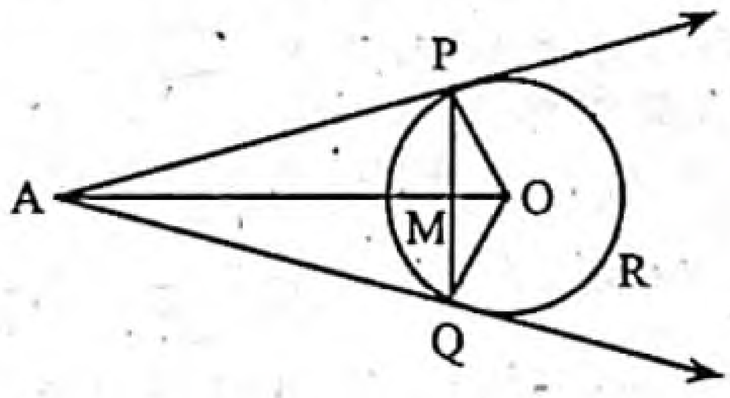
$= 3.1416 \times (3.5)^2$ বর্গ সে.মি.

= 38.48 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 38.48 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AP ও AQ দুইটি স্পর্শক, OP ও OQ স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, OA ও PQ পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta AMQ : \Delta POM = AQ^2 : OP^2$.



প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ POM এবং Δ QOM এ

OP = OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∴ ∠OPM = ∠OQM

[ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ ২ : এখানে, PQ হচ্ছে AP ও AQ স্পর্শকের স্পর্শ জ্যা

∴ ∠AMQ = ∠PMO = এক সমকোণ = 90°

[∵ AO সরলরেখা স্পর্শ জ্যা PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক]

ধাপ ৩ : Δ AMQ এ ∠AMQ = 90°

∴ ∠AQM = 90° − ∠QAM

ধাপ ৪ : এখানে, AQ স্পর্শকের স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ OQ।

∴ ∠AQO = 90° [∵ বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]

এখন, ∠OQM = ∠AQO − ∠AQM

= 90° − (90° − ∠QAM) [ধাপ (৩) হতে]

বা, ∠OQM = ∠QAM

∴ ∠OPM = ∠QAM [ধাপ (১) হতে]

ধাপ ৫ : Δ AMQ এবং Δ POM-এ,

∠AMQ = ∠PMO [ধাপ (২) হতে]

∠QAM = ∠OPM [ধাপ (৪) হতে]

∴ অবশিষ্ট ∠AQM = অবশিষ্ট ∠POM

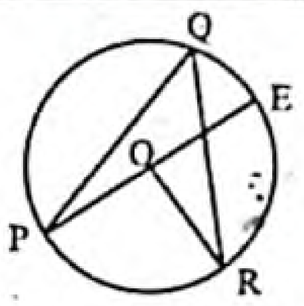
∴ Δ AMQ এবং Δ POM সদৃশকোণী, তাই সদৃশ

Δ AMQ এবং Δ POM সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ে AQ এর অনুরূপ বাহু OP

অতএব, $\Delta AMQ : \Delta POM = AQ^2 : OP^2$ [∵ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত এদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাতের সমান]

∴ $\Delta AMQ : \Delta POM = AQ^2 : OP^2$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৮ ▸ সরকারি পি. এন উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, রাজশাহী



ক. OD ⊥ PQ হলে, দেখাও যে, PD = QD. ২

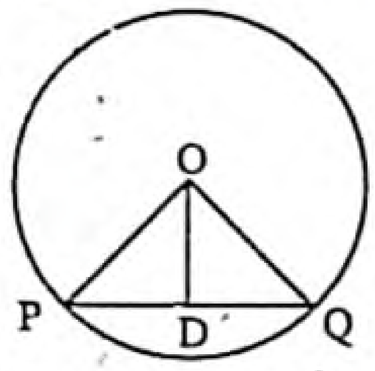
খ. প্রমাণ কর যে, ∠POR = 2∠PQR. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ∠POE = এক সরলকোণ। ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OD ⊥ PQ।

প্রমাণ করতে হবে যে, PD = QD.



অঙ্কন : O, P; O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : OD ⊥ PQ হওয়ায় ∠ODP = ∠ODQ = এক সমকোণ

অতএব, ΔOPD ও ΔOQD উভয় সমকোণী ত্রিভুজ [কল্পনা]

ধাপ ২ : এখন, Δ OPD ও Δ OQD সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

OP = OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OD = OD [সাধারণ বাহু]

∴ Δ OPD ≅ Δ OQD

[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

∴ PD = QD. (প্রমাণিত)

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQER একটি বৃত্ত। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠POE = এক সরলকোণ।

অঙ্কন : Q, E যোগ করি:

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ PR এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠POR = 2∠PQR

[∵ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

আবার, একই চাপ RE এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠ROE = 2∠RQE.

ধাপ ২ : ∠POR + ∠ROE = 2(∠PQR + ∠RQE)

বা, ∠POE = 2 ∠PQE

বা, ∠POE = 2 × 1 সমকোণ [∵ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

∴ ∠POE = 1 সরলকোণ। (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ২ : বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য বর্ণনা করতে পারব।

প্রশ্ন ১৯ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

ACBD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন কর। ২

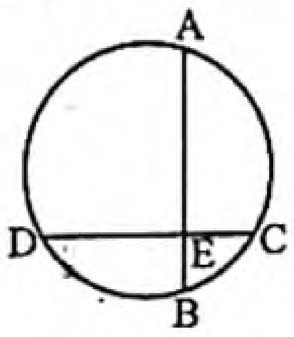
খ. প্রমাণ কর যে, Δ AED ও Δ BEC সদৃশকোণী। ৪

গ. যদি ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম হয় তবে দেখাও যে উহার তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান। ৪

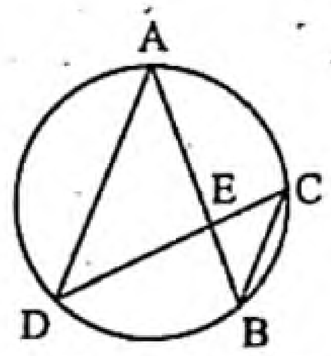
[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৮.২ এর ৩ ও ৫ নং এর আলোকে]

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক তথ্যানুসারে চিত্রটি নিম্নরূপ :



খ দেওয়া আছে, ABCD বৃত্তের AB এবং CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, D এবং B, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ AED ও Δ BEC সদৃশকোণী।



প্রমাণ :

ধাপ ১. একই চাপ BD এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BAD এবং ∠BCD

∴ ∠BAD = ∠BCD [∵ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

অর্থাৎ ∠EAD = ∠ECB

ধাপ ২. আবার, একই চাপ AC এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠ADC এবং ∠ABC

∴ ∠ADC = ∠ABC [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

অর্থাৎ ∠ADE = ∠CBE

ধাপ ৩. এখন, ΔAED ও Δ BEC-এ,

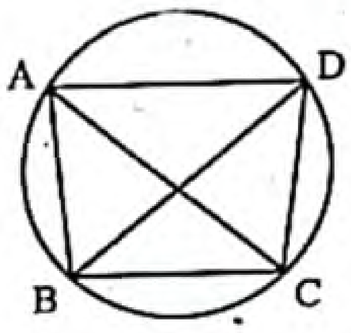
∠EAD = ∠ECB

∠ADE = ∠CBE

এবং ∠AED = ∠BEC [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ Δ AED ও Δ BEC সদৃশকোণী। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম। AB এবং CD এর দুইটি তির্যক বাহু। দেখাতে হবে যে, AB = CD.



অঙ্কন : A, C এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. AD ∥ BC এবং BD এদের ছেদক

∴ ∠BDA = ∠CBD [একান্তর কোণ]

ধাপ ২. AB চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BDA এবং CD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠CBD

∴ চাপ AB = চাপ CD [সমান চাপ বৃত্তে সমান কোণ উৎপন্ন করে]

∴ AB = CD. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২০ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তঃর্লিখিত হয়েছে।

ক. চতুর্ভুজের একটি কোণের মান 60° হলে উহার বিপরীত কোণের মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD এর একটি বাহুকে একদিকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$. ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

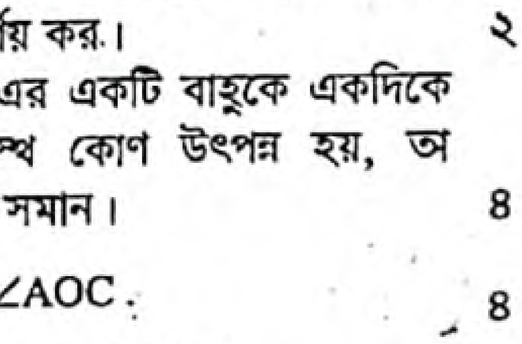
ক O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ।

∴ চতুর্ভুজটির বিপরীত কোণ = 180° − 60° = 120°

নির্ণেয় কোণের মান 120°.

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। ABCD এর একটি বাহু BC কে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।



প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BAD = ∠DCE.

ধাপ ১ : ABCD অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের ∠BAD + ∠BCD = 180°

[∵ বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°]

ধাপ ২ : আবার ∠BCD + ∠ECD = 180°

ধাপ ৩ : ধাপ (১) ও ধাপ (২) হতে

∠BAD + ∠BCD = ∠BCD + ∠ECD [∵ সরল কোণ]

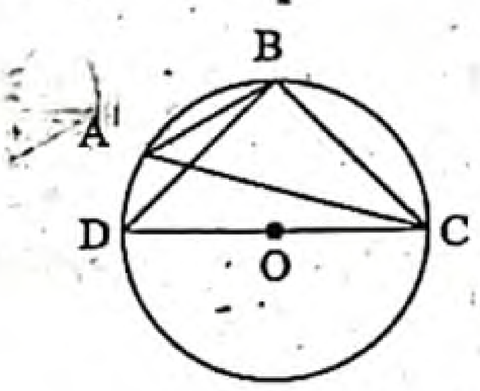
∠BAD = ∠ECD. (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ২১ ▸ পাঠ্যবইয়ের ১৬০ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রণীত

চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি লক্ষ কর :



ক. বৃত্তটির ব্যাস কোনটি? ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠DBC = 1 সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ABC উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ। ৪

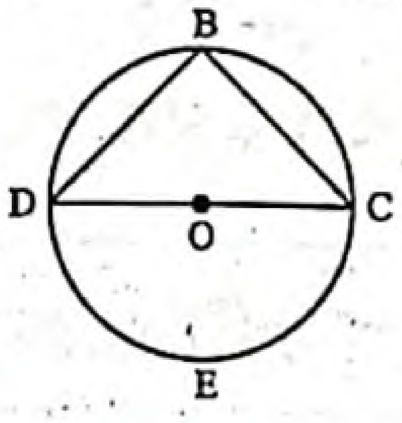
২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে বৃত্তটির কেন্দ্র O। বৃত্তটির CD জ্যা কেন্দ্র O বিন্দুগামী। সুতরাং বৃত্তটির ব্যাস CD।

www.abswer.com

www.abswer.com

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে CD একটি ব্যাস এবং ∠DBC একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠DBC = এক সমকোণ।



অঙ্কন : DC এর যে পাশে B বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু E নিই।

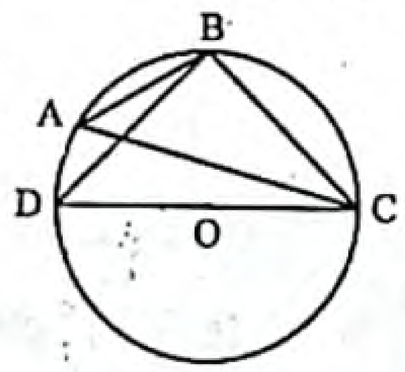
প্রমাণ :

ধাপ ১. DEC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠DBC = $\frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ ∠DOC) [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ ২. কিন্তু সরল কোণ ∠DOC = 2 সমকোণ।

∴ ∠DBC = $\frac{1}{2}$ × 2 সমকোণ = 1 সমকোণ। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABC উপচাপে অন্তর্লিখিত ∠ABC। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABC স্থূলকোণ।



অঙ্কন : CD ব্যাস আঁকি এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. CD ব্যাস।

∴ ∠CBD = এক সমকোণ। [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

ধাপ ২. ∠ABC = ∠ABD + ∠CBD

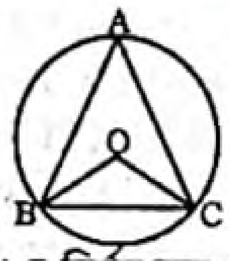
বা, ∠ABC = ∠ABD + এক সমকোণ।

∴ ∠ABC > এক সমকোণ। [ধাপ (১) থেকে]

অর্থাৎ ∠ABC স্থূলকোণ। (প্রমাণিত)

অধিক অনুশীলনের জন্য আরও সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর — প্রশ্নব্যাংক আকারে উপস্থাপিত

২২। ∠B এবং ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। O বৃত্তের কেন্দ্র।



ক. যদি ∠BOC = 119° হয়, তবে ∠BAC নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠BOC = 90° + $\frac{1}{2}$ ∠A. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ∠BOC = 2∠BAC. ৪

২৩। O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ।

ক. উপচাপ ও অধিচাপ বলতে কি বোঝায়? ২

খ. AC ও BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ কর যে, ∠AOB + ∠DOC = 2∠AEB। ৪

গ. ABCD ট্রাপিজিয়াম হলে প্রমাণ কর যে, এর তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান। ৪

অনুশীলনমূলক কাজ অংশ — Practice Activities Section

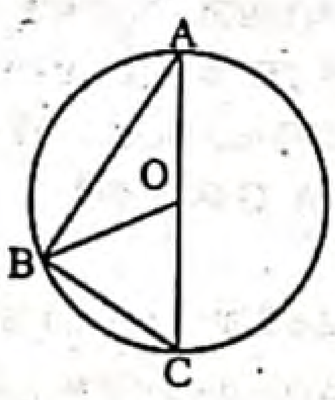
প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ের এ অধ্যায়ে অনুশীলনমূলক কাজ (একক ও দলগত) দেওয়া আছে। কাজগুলোর পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর উল্লেখ করে নিচে প্রদত্ত হলো। তোমরা এ কাজগুলো একক বা দলগতভাবে সম্পাদন করে মূল্যায়নের জন্য শ্রেণি শিক্ষকের নিকট জমা দিবে।

⏭ অনুশীলনমূলক কাজ : • পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা ১৫৯

কাজ ১ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের AC রেখা কেন্দ্রগামী হলে, উপপাদ্য ২০ প্রমাণ কর।

সমাধান :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ BC এর ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BAC এবং কেন্দ্রস্থ ∠BOC। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BOC = 2∠BAC.



অঙ্কন : O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ AOB এর বহিঃস্থ কোণ ∠BOC = ∠BAO + ∠ABO [বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ ২. Δ AOB এ OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, ∠BAO = ∠ABO [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ ৩. ধাপ (১) ও (২) থেকে, ∠BOC = 2∠BAO

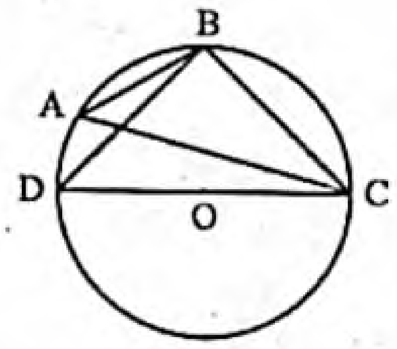
অর্থাৎ ∠BOC = 2∠BAO. (প্রমাণিত)

অন্যভাবে বলা যায়, বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

⏭ অনুশীলনমূলক কাজ : • পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা ১৬০

কাজ ২ ▸ প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ।

সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABC উপচাপে অন্তর্লিখিত ∠ABC। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABC স্থূলকোণ।



অঙ্কন : CD ব্যাস আঁকি এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. CD ব্যাস।

∴ ∠CBD = এক সমকোণ। [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

ধাপ ২. ∠ABC = ∠ABD + ∠CBD

বা, ∠ABC = ∠ABD + এক সমকোণ।

∴ ∠ABC > এক সমকোণ। [(১) থেকে]

অর্থাৎ ∠ABC স্থূলকোণ। (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

অধ্যায় ৮

অনুশীলনী ৮.৩
বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

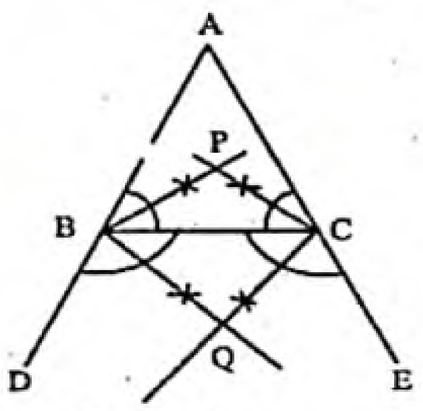
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১ ▸ Δ ABC-এ $\angle B$ ও $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC-এর $\angle B$ ও $\angle C$-এর অন্তর্দ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।



প্রমাণ :

ধাপ ১. $\angle ABC + \angle CBD = 180°$ [সরল কোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle CBD = 90°$ [BP ও BQ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle PBC + \angle CBQ = 90°$

বা, $\angle PBQ = 90°$

ধাপ ২. $\angle ACB + \angle BCE = 180°$ [সরলকোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle ACB + \frac{1}{2}\angle BCE = 90°$

বা, $\angle BCP + \angle BCQ = 90°$ [CP ও CQ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle PCQ = 90°$

ধাপ ৩. $\angle PBQ + \angle PCQ = 90° + 90° = 180°$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

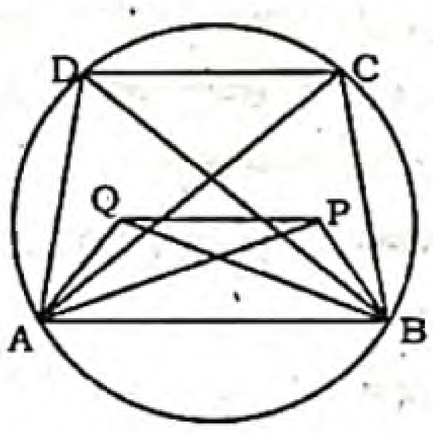
কিন্তু কোণদ্বয় চতুর্ভুজ BPCQ এর বিপরীত কোণ।

∴ BPCQ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

∴ B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ ABCD একটি বৃত্ত। $\angle CAB$ ও $\angle CBA$-এর সমদ্বিখণ্ডক দুইটি P বিন্দুতে এবং $\angle DBA$ ও $\angle DAB$ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি Q বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্ত। A, B; B, C; C, D; D, A; A, C এবং B, D যোগ করি। $\angle CAB$ এবং $\angle CBA$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে AP ও BP পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। আবার, $\angle DBA$ এবং $\angle DAB$-এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথক্রমে BQ ও AQ পরস্পর Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, A, Q, P ও B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :

ধাপ ১. BP, $\angle CBA$-এর সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore \angle ABP = \frac{1}{2}\angle CBA$

ধাপ ২. AP, $\angle CAB$-এর সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore \angle BAP = \frac{1}{2}\angle CAB$

ধাপ ৩. এখন, ΔABP-এ

$\angle ABP + \angle BAP + \angle APB = 180°$ [∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle CBA + \frac{1}{2}\angle CAB + \angle APB = 180°$

বা, $\angle CBA + \angle CAB + 2\angle APB = 360°$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

বা, $\angle CBA + \angle CAB + \angle ACB + 2\angle APB = 360° + \angle ACB$ [উভয়পক্ষে $\angle ACB$ যোগ করে]

বা, $180° + 2\angle APB = 360° + \angle ACB$ [∵ ΔABC এ, $\angle CBA + \angle CAB + \angle ACB = 180°$]

বা, $2\angle APB = 360° - 180° + \angle ACB$

বা, $2\angle APB = 180° + \angle ACB$

বা, $\angle ACB = 2\angle APB - 180°$

অনুরূপভাবে, $\angle ADB = 2\angle AQB - 180°$ [ধাপ (৩) হতে]

ধাপ ৪. কিন্তু, $\angle ACB$ এবং $\angle ADB$ উভয়ই AB চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ।

$\therefore \angle ACB = \angle ADB$

বা, $2\angle APB - 180° = 2\angle AQB - 180°$

বা, $2\angle APB = 2\angle AQB$

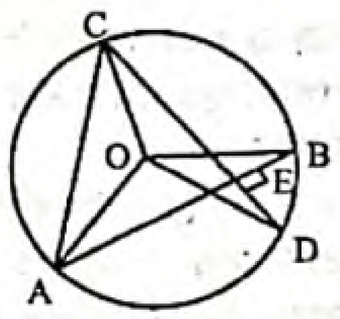
বা, $\angle APB = \angle AQB$

এখন, $\angle APB$ এবং $\angle AQB$ কোণদ্বয় A, B বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা AB এর একই পার্শ্বস্থ দুই বিন্দু P ও Q এ উৎপন্ন এবং সমান।

∴ A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ কর যে, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত E বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ।



অঙ্কন : A, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. একই চাপ AD-এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ACD$

∴ $\angle AOD = 2\angle ACD$ [একই চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২. তদ্রূপ $\angle BOC = 2\angle BAC$

ধাপ ৩. ∴ $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ACD + \angle BAC)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

কিন্তু ΔAEC-এ, $\angle AEC$ = 1 সমকোণ।

∴ $\angle CAE + \angle ACE$ = 1 সমকোণ [কল্পনা]

বা, $\angle CAB + \angle ACD$ = 1 সমকোণ

ধাপ ৪. $\angle AOD + \angle BOC = 2 \times 1$ সমকোণ

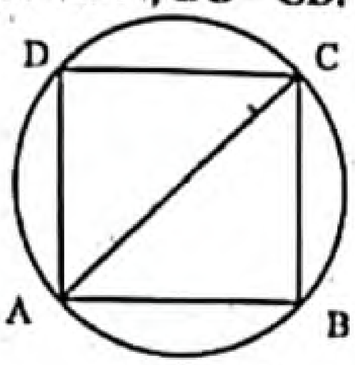
∴ $\angle AOD + \angle BOC$ = 2 সমকোণ [ধাপ (৩) হতে]

অতএব, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৪ ▸ ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। AC রেখা যদি ∠BAD-এর সমদ্বিখণ্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, BC = CD.



সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC রেখা, ∠BAD-এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, BC = CD.

প্রমাণ :

ধাপ ১. AC রেখা সমদ্বিখণ্ডক হওয়ায় ∠CAD = ∠CAB.

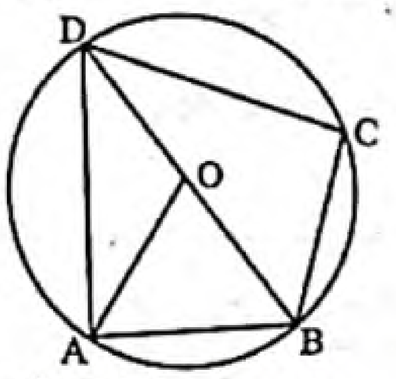
CD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠CAD, BC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠CAB উভয়ই সমান হওয়ায় চাপ CD = চাপ BC

[চাপদ্বয় সমান হলে চাপের উপর অবস্থিত জ্যাগুলো পরস্পর সমান]

∴ BC = CD. (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

[প্রশ্ন ৫] O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2.5 সে.মি., AB = 3 সে.মি. এবং BD, ∠ADC এর সমদ্বিখণ্ডক।



ক. AD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, ∠ADC + ∠ABC = 180°.

গ. প্রমাণ কর যে, AB = BC.

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বলে, ∠A = 90°

∴ ABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

এখানে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, OA = OB = OD = 2.5 সে.মি.

এবং AB = 3 সে.মি.

∴ BD = 2 × OD সে.মি. = 2 × 2.5 সে.মি. = 5 সে.মি.

এখন, Δ ABD-এ,

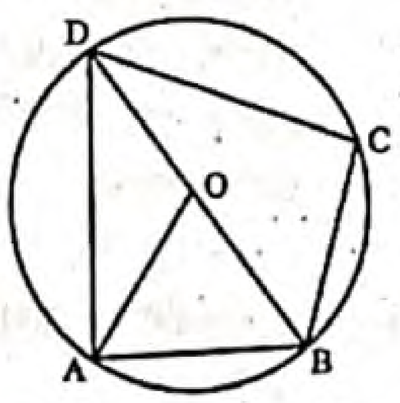
$BD^2 = AB^2 + AD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

বা, $AD = \sqrt{16} = 4$

নির্ণেয় AD এর দৈর্ঘ্য 4 সে. মি.।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ADC + ∠ABC = দুই সমকোণ।



অঙ্কন : O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ ∠AOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠ADC)

অর্থাৎ ∠AOC = 2∠ADC

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২. একই চাপ ADC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ ∠AOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠ABC)

অর্থাৎ, ∠AOC = 2∠ABC

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

∴ ∠AOC + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠AOC = 2(∠ADC + ∠ABC)

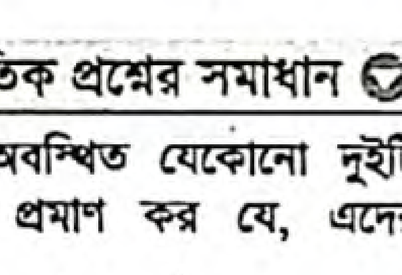
কিন্তু ∠AOC + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠AOC = 360°

∴ 2(∠ADC + ∠ABC) = 360°

বা, $\angle ADC + \angle ABC = \frac{360°}{2} = 180°$

সুতরাং, ∠ADC + ∠ABC = 180°. (প্রমাণিত)

গ এখানে, ABCD চতুর্ভুজটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত বলে এর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। BD, ∠ADC এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, AB = BC.



প্রমাণ :

ধাপ ১. BD, ∠ADC এর সমদ্বিখণ্ডক হওয়ায়,

∠BDA = ∠BDC

AB চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BDA

আবার, BC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BDC

কিন্তু বৃত্তস্থ কোণদ্বয় সমান হওয়ায়

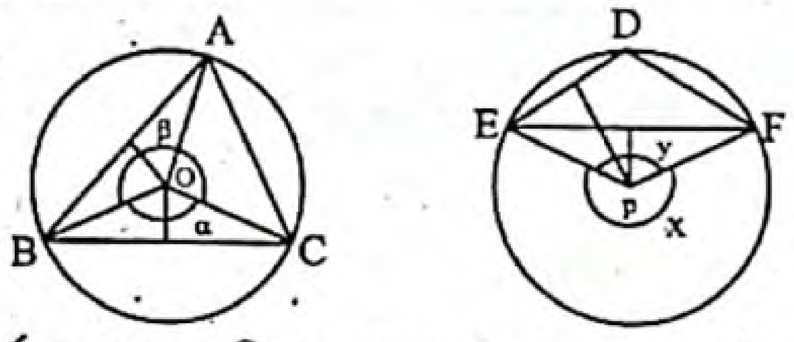
চাপ AB = চাপ BC [চাপদ্বয় সমান হলে চাপের উপর অবস্থিত জ্যাগুলো পরস্পর সমান]

∴ AB = BC. (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৬ ▸ সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত যেকোনো দুইটি ত্রিভুজের শিরঃকোণদ্বয় সম্পূরক হলে, প্রমাণ কর যে, এদের পরিবৃত্তদ্বয় সমান হবে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বাচন : মনে করি, ΔABC এবং ΔDEF এর ভূমি BC ও EF পরস্পর সমান অর্থাৎ BC = EF এবং শিরঃকোণ ∠A ও ∠D পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ ∠A + ∠D = 2 সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজদ্বয়ের পরিবৃত্তদ্বয় সমান।

অঙ্কন : AB ও BC এর লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি। লম্বদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। আবার, DE ও EF এর লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি। লম্বদিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে ছেদ করে। O কে কেন্দ্র করে OB ব্যাসার্ধ নিয়ে এবং P কে কেন্দ্র করে EP ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্ত আঁকি। এই বৃত্তদ্বয়ই হবে ABC ও DEF ত্রিভুজদ্বয়ের পরিবৃত্ত। O, B; O, C এবং P, E, P, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. ABC বৃত্তের BC উপচাপের উপর দণ্ডায়মান

কেন্দ্রস্থ ∠BOC = ∠α এবং বৃত্তস্থ ∠BAC.

∴ ∠α = 2∠BAC [∵ কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

আবার, DEF বৃত্তে EF অধিচাপের উপর দণ্ডায়মান

কেন্দ্রস্থ ∠EPF = ∠x এবং বৃত্তস্থ ∠EDF.

∴ ∠x = 2∠EDF

এখন, ∠α + ∠x = 2∠BAC + 2∠EDF

= 2(∠A + ∠D) = 2 × 2 সমকোণ

∴ . ∠α + ∠x = 4 সমকোণ

ধাপ ২. O বিন্দুতে কোণের সমষ্টি, ∠α + ∠β = 4 সমকোণ

অর্থাৎ ∠α + ∠β = ∠α + ∠x

বা, ∠β = ∠x

বা, BC অধিচাপের কেন্দ্রস্থ কোণ = EF অধিচাপের কেন্দ্রস্থ কোণ

∴ অধিচাপ BC = অধিচাপ EF

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ৩. P বিন্দুতে কোণের সমষ্টি, $\angle x + \angle y = 4$ সমকোণ

অর্থাৎ $\angle x + \angle y = \angle \alpha + \angle x$

বা, $\angle y = \angle \alpha$

বা, EF উপচাপের কেন্দ্রস্থ কোণ = BC উপচাপের কেন্দ্রস্থ কোণ

বা, উপচাপ EF = উপচাপ BC

∴ উপচাপ BC = উপচাপ EF

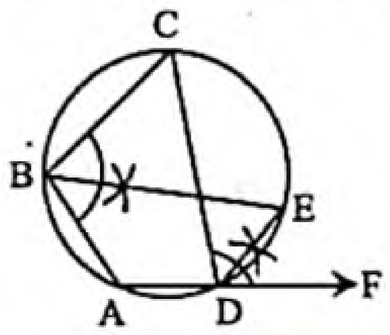
অধিচাপ BC + উপচাপ BC = অধিচাপ EF + উপচাপ EF

∴ O কেন্দ্রবিশিষ্ট পরিবৃত্তের পরিধি = P কেন্দ্রবিশিষ্ট পরিবৃত্তের পরিধি।

সুতরাং পরিবৃত্তদ্বয় সমান। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৭ ▸ প্রমাণ কর যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের যেকোনো কোণের সমদ্বিখণ্ডক ও তার বিপরীত কোণের বহির্দ্বিখণ্ডক বৃত্তের উপর ছেদ করে।

সমাধান : বিশেষ নির্বাচন : মনে করি, ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক BE এবং $\angle D$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক DE পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, ছেদবিন্দু E বৃত্তস্থ।



প্রমাণ : (১) ABCD চতুর্ভুজে $\angle ABC + \angle ADC = 2$ সমকোণ

আবার, $\angle ADC + \angle CDF = 2$ সমকোণ

[∵ $\angle ADC + \angle CDF$ = এক সরলকোণ]

∴ $\angle ABC + \angle ADC = \angle ADC + \angle CDF$

বা, $\angle ABC = \angle CDF$

বা, $\frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle CDF$

∴ $\frac{1}{2}\angle ABC = \angle CDE$ $[\because \frac{1}{2}\angle CDF = \angle CDE]$

(২) $\angle ABE + \angle ADE = \angle ABE + \angle ADC + \angle CDE$

$= \frac{1}{2}\angle ABC + \angle ADC + \frac{1}{2}\angle ABC$

$= \angle ABC + \angle ADC$

$= 2$ সমকোণ

যেহেতু ABED চতুর্ভুজে $\angle ABE + \angle ADE = 2$ সমকোণ।

সেহেতু ABED চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ

সুতরাং E বিন্দুটি বৃত্তস্থ। (প্রমাণিত)

বহুনির্বাচনি অংশ — MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

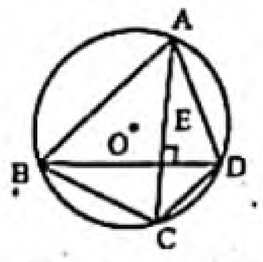
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি— [কু. বো. '২০]

ক রম্বস　খ বর্গ

গ আয়ত　ঘ ট্রাপিজিয়াম

২.

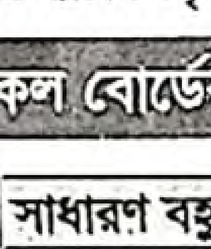


O বৃত্তের কেন্দ্র $\angle BOC + \angle AOD =$ কত? [সি. বো. '২০]

ক 45°　খ 90°

গ 180°　ঘ 360°

৩.



উপরের চিত্র অনুযায়ী $\angle STP$ এর পরিমাণ কত? [দি. বো. '২০]

ক 70°　খ 76°

গ 90°　ঘ 104°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :

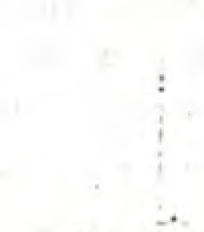
বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ PQRS-এর বহিঃস্থ $\angle TSP$ = অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle RQP$

∴ $\angle TSP = \angle RQP = 76°$

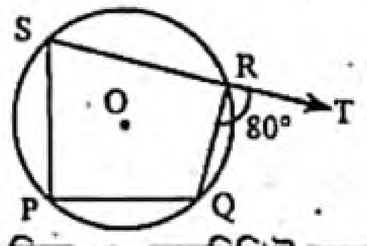
∴ $\angle STP + \angle TSP + \angle SPT = 180°$

বা, $\angle STP = 180° - (\angle TSP + \angle SPT)$

∴ $\angle STP = 180° - (76° + 34°) = 70°$.



৪.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS অন্তর্লিখিত হয়েছে। $\angle SPQ =$ কত? [রা. বো. '১৯]

ক 80°　খ 90°

গ 180°　ঘ 360°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বহিঃস্থ কোণ $\angle QRT = 80°$

যেহেতু বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণের সমান।

∴ $\angle SPQ = 80°$.

৫. বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি— [ব. বো. '১৯; ব. বো. '১৭]

ক বর্গক্ষেত্র　খ আয়তক্ষেত্র

গ রম্বস　ঘ ট্রাপিজিয়ামে

৬. বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু এবং বহিঃস্থ একটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটিকে কতটি বিন্দুতে ছেদ করে? [রা. বো. '১৭]

ক অসংখ্য　খ 1

গ 2　ঘ 3

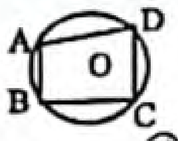
উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	গ	২	গ	৩	ক	৪	ক	৫	খ	৬	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

৭. ABCD বৃত্তে একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ $\angle BAD = 95°$ হলে, $\angle BCD$ = কত? [ঢা. বো. '১৬]



ক 85° খ 90°
গ 95° ঘ 105°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।
∴ $\angle BCD = 180° - \angle BAD = 180° - 95° = 85°$.

৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। $\angle B = 135°$ হলে $\angle D$ = কত? [সি. বো. '১৬]

ক 45° খ 60°
গ 90° ঘ 225°

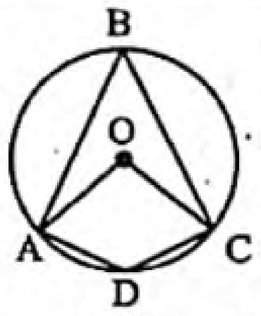
▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°
∴ $\angle D = 180° - 135° = 45°$

৯. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়? [দি. বো. '১৬]

ক 1 খ 2
গ 3 ঘ 4

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১০.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজ অন্তর্লিখিত হলে–

i. $\angle ABC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$)
ii. $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ = দুই সমকোণ
iii. $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. '১৭]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. বৃত্তের স্পর্শক, স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব
ii. অর্ধ বৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ
iii. বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী

নিচের কোনটি সঠিক? [রা. বো. '১৬]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১২.

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ হলে–

i. $\angle AEC = \angle ADC$
ii. $\angle ADC + \angle ABC = 180°$
iii. $2\angle AEC$ = প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$

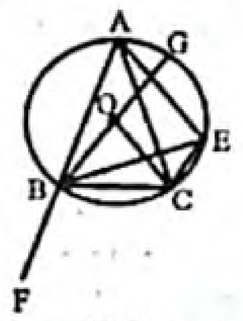
নিচের কোনটি সঠিক? [য. বো. '১৬]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :

i. সঠিক। কারণ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো সমান
ii. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ বা 180°। সুতরাং উক্তিটি সঠিক
iii. বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ বলে সঠিক।

১৩.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCE বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $\angle FBC$ বহিঃস্থ কোণ হলে–

i. $\angle FBC = \angle AEC$
ii. $\angle COG = \angle OBC + \angle OCB$
iii. $\angle BAC + \angle BEC = \angle BOC$

নিচের কোনটি সঠিক? [য. বো. '১৬]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : i. চিত্র হতে, বহিঃস্থ $\angle FBC + \angle ABC = 180°$
আবার, $\angle ABC + \angle AEC = 180°$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে]
∴ $\angle FBC + \angle ABC = \angle ABC + \angle AEC$
বা, $\angle FBC = \angle AEC$
সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

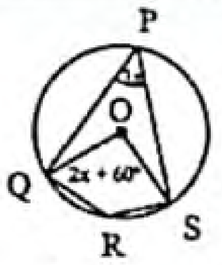
ii. ত্রিভুজের যেকোনো বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ কোণ দুইটির যোগফলের সমান। সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

iii. BC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BAC$ = বৃত্তস্থ $\angle BEC$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$
∴ $\angle BAC + \angle BEC = \angle BOC$
বা, $2\angle BAC = \angle BOC$
সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যের আলোকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র।



১৪. $\angle QRS$ = কত? [য. বো. '২০]

ক 30° খ 45°
গ 60° ঘ 135°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা :
বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।
∴ $2x + 60° = 2 \times 3x$
বা, $2x + 60° = 6x$
বা, $60° = 6x - 2x = 4x$
∴ $x = \frac{60°}{4} = 15°$

∴ $\angle QPS = 3x = 3 \times 15° = 45°$

এখন, $\angle P + \angle R = 180°$
বা, $\angle R = 180° - \angle P = 180° - 45° = 135°$
∴ $\angle QRS = 135°$.

১৫. $\angle PSR = 90°$ হলে, $\angle QRS + \angle PQR$ = কত? [য. বো. '২০]

ক 100° খ 135°
গ 180° ঘ 225°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : যেহেতু, $\angle PSR = 90°$
∴ $\angle PQR = 360° - (\angle P + \angle PSR + \angle QRS)$
$= 360° - (45° + 90° + 135°)$
$= 90°$
∴ $\angle QRS + \angle PQR = 135° + 90°$
$= 225°$.

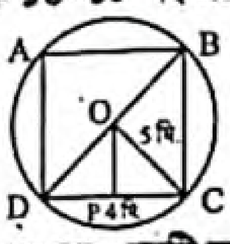
উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৭	ক	৮	ক	৯	খ	১০	খ	১১	ঘ	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	ঘ	১৫	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

নিচের চিত্রের আলোকে ১৬–১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABCD একটি চতুর্ভুজ।

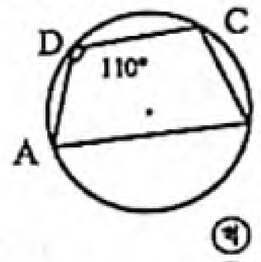
১৬. OPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [রা. বো. '১৫]

ক 30 খ 20
গ 12 ঘ 6

১৭. ABCD চতুর্ভুজের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? [রা. বো. '১৫]

ক $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ খ $\angle ABO + \angle BDC = 80°$
গ $\angle ODP + \angle OCP = 180°$ ঘ $\angle BAD + \angle BCD = 130°$

১৮. চিত্রে $\angle ABC$ = কত ডিগ্রি? [কু. বো. '১৫]



ক 70° খ 80°
গ 90° ঘ 110°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\angle ADC = 110°$
যেহেতু বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°। সেহেতু $\angle ABC + \angle ADC = 180°$
বা, $\angle ABC + 110° = 180°$ বা, $\angle ABC = 180° - 110°$
$\therefore \angle ABC = 70°$.

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

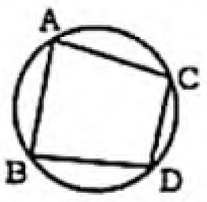
বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

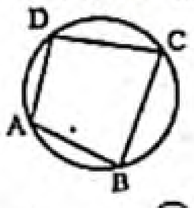
১৯. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের $\angle B = 60°$ হলে, বিপরীত $\angle C$ = কত? [সেন্ট গ্রেগরী হাই স্কুল, ঢাকা]

ক 40° খ 90°
গ 110° ঘ 120°

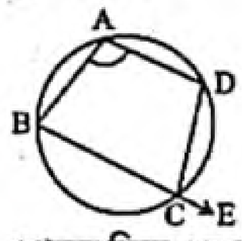
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলোর সমষ্টি ২ সমকোণ।
$\therefore \angle B + \angle C = 180°$
বা, $\angle C = 180° - \angle B = 180° - 60° = 120°$.



২০. চিত্রে $\angle ABC$ এর সম্পূরক কোণ কোনটি? [মতিঝিল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

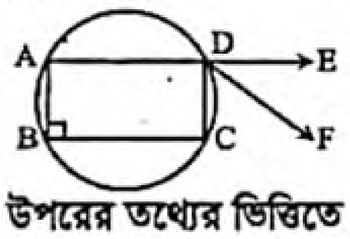


ক $\angle ACB$ খ $\angle BCD$
গ $\angle ADC$ ঘ $\angle BAD$

২১. 

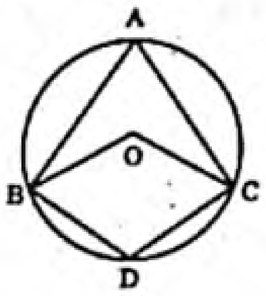
ওপরের চিত্রে ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে $\angle A = 110°$ হলে, $\angle ECD$ = কত? [মতিঝিল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 110° খ 80°
গ 70° ঘ 60°

২২. 

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে $\angle CDE$ এর মান নিচের কোনটি? [বি এ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]

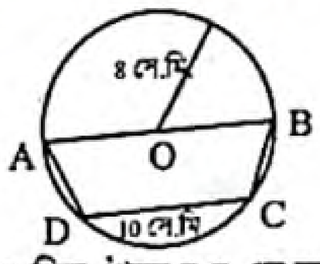
ক 45° খ 90°
গ 180° ঘ 270°

২৩. 

[ফুলপুর পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ]

$\angle BOC = 150°$ হলে, $\angle BAC$ এর মান কত?

ক 65° খ 75°
গ 80° ঘ 100°

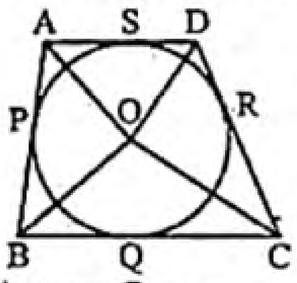
২৪. 

O বিন্দু থেকে DC এর মধ্যবিন্দুর সংযোগকারী রেখার দৈর্ঘ্য = 6 cm ABCD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল]

ক 13 খ 26
গ 78 ঘ 156

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $OB = OA = 8$; $AB = 8 + 8 = 16$
ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + CD) \times 6$
$= \frac{1}{2}(16 + 10) \times 6 = \frac{1}{2} \times 26 \times 6 = 78$ বর্গ সে.মি.।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৫. 

উপরের চিত্রে–
i. ABCD বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ
ii. AP = AS
iii. $\angle AOD + \angle BOC = 180°$
নিচের কোনটি সঠিক? [বি এ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৬. ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের–
i. $\angle ABC$ স্থূলকোণ হলে $\angle ADC$ সূক্ষ্মকোণ
ii. $\angle BAD = 45°$ হলে $\angle BCD = 45°$ হবে
iii. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$
নিচের কোনটি সঠিক? [সৈয়দপুর সরকারি কারিগরি কলেজ, নীলফামারী]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৭. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে জ্যা AB = জ্যা AC, $OM \perp AB$ এবং $ON \perp AC$ হলে–
i. $\angle AOM = \angle AON$ ii. $AB = 2AN$
iii. A, M, O, N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত
নিচের কোনটি সঠিক? [ডা. খাস্তগীর বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৮. যেকোনো বৃত্তের–
i. অভ্যন্তরস্থ বিন্দু হতে একটি মাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়
ii. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণ দুটি সম্পূরক
iii. কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান
নিচের কোনটি সঠিক? [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

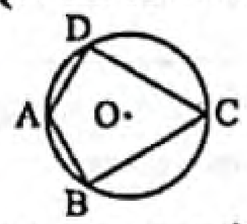
১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	গ	২১	ক	২২	খ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	গ	২৬	খ	২৭	ঘ	২৮	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।



চিত্রটির ভিত্তিতে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম]

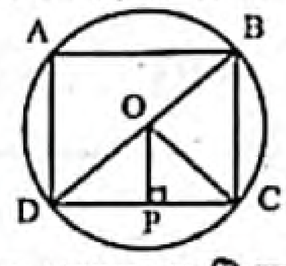
২৯. চিত্রে $\angle ABC = 75°$ হলে $\angle ADC =$ কত ডিগ্রি

ক 90° খ 100°
গ 105° ঘ 75°

৩০. $\angle BAD + \angle BCD =$ কত ডিগ্রি?

ক 90° খ 120°
গ 180° ঘ 360°

■ নিচের তথ্য থেকে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABCD একটি চতুর্ভুজ এবং OC = 5 সে.মি. এবং DC = 8 মি.। [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

৩১. OPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক 30 খ 20
গ 12 ঘ 6

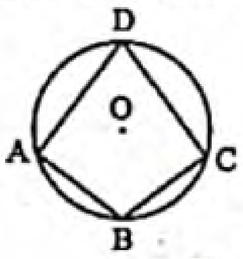
৩২. ABCD চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক 48 খ 30
গ 12 ঘ 6

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

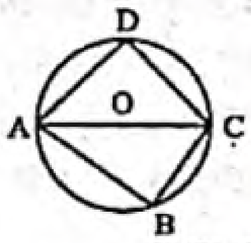
৩৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle A = 83°$ হলে, $\angle C$ সমান কত? (কঠিনমান)



ক 90° খ 95°
গ 97° ঘ 100°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle A + \angle C = 180°$
বা, $83° + \angle C = 180°$ ∴ $\angle C = 180° - 83° = 97°$.

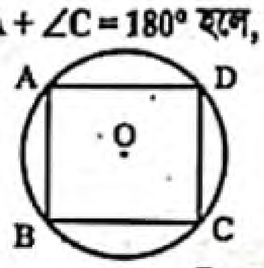
৩৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি চতুর্ভুজ। $\angle ABC + \angle ADC$ সমান কত? (কঠিনমান)



ক 90° খ 120°
গ 180° ঘ 360°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°।

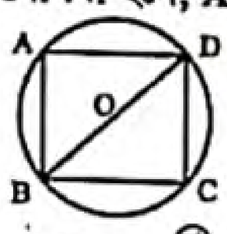
৩৫. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, $\angle A + \angle C = 180°$ হলে, $\angle B + \angle D$ সমান কত? (মধ্যমান)



ক 90° খ 100°
গ 120° ঘ 180°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle A + \angle C + \angle B + \angle D = 360°$
বা, $180° + \angle B + \angle D = 360°$ ∴ $\angle B + \angle D = 360° - 180° = 180°$.

৩৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, ABCD চতুর্ভুজের BD রেখা $\angle ABC$ এর সমদ্বিখণ্ডক। CD = 5 সে. মি. হলে, AD সমান কত? (মধ্যমান)



ক 2.5 খ 5
গ 10 ঘ 15

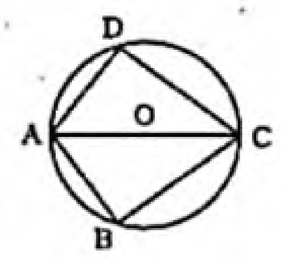
৩৭. বৃত্তীয় চতুর্ভুজের কয়টি শীর্ষবিন্দু বৃত্তের উপর অবস্থিত? (সহজমান)

ক একটি খ দুইটি
গ তিনটি ঘ চারটি

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তীয় চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দুই বৃত্তের উপর অবস্থিত।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৩৮. চিত্রটি লক্ষ কর :

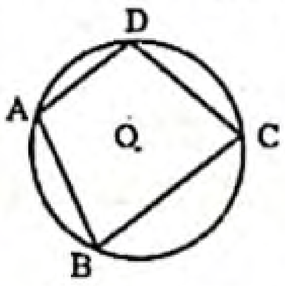


চিত্রে—
i. $\angle AOC = 2\angle ABC$
ii. $\angle AOC > 2\angle ADC$
iii. $\angle AOC =$ দুই সমকোণ
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

ক i ও ii খ i ও ii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩৯ ও ৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩৯. চিত্রে $\angle A = 95°$ হলে, $\angle C$ সমান কত? (সহজমান)

ক 95° খ 09°
গ 85° ঘ 80°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle A + \angle C = 180°$
বা, $95° + \angle C = 180°$
∴ $\angle C = 180° - 95° = 85°$.

৪০. $\angle B$ ও $\angle D$ এর সমষ্টি কত? (সহজমান)

ক 180° খ 120°
গ 100° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুর যেকোনো দুইটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

২৯	গ	৩০	গ	৩১	ঘ	৩২	ক	৩৩	গ	৩৪	গ	৩৫	ঘ	৩৬	খ	৩৭	ঘ	৩৮	খ	৩৯	গ	৪০	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২০

ABCD একটি চতুর্ভুজ যার $\angle ABC + \angle ADC = 180°$.

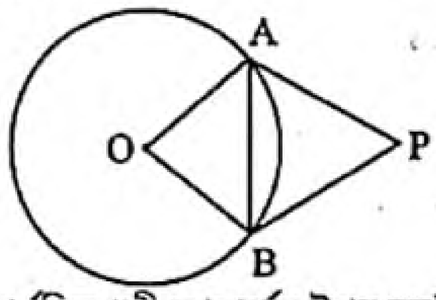
ক. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P হতে PA এবং PB দুটি স্পর্শক। $\angle PAB = 35°$ হলে, $\angle AOB$ এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

গ. AC রেখা $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক হলে, প্রমাণ কর যে, BC = CD. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে বহিঃস্থ P বিন্দু থেকে PA ও PB দুটি স্পর্শক। $\angle PAB = 35°$.



এখানে, $\angle PAOB$ একটি চতুর্ভুজ।

কিন্তু $PA \perp OA$ এবং $PB \perp OB$ [স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]

$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90°$

আবার, $\angle OAB + \angle PAB = 90°$

বা, $\angle OAB + 35° = 90°$

বা, $\angle OAB = 90° - 35°$

$\therefore \angle OAB = 55°$

কিন্তু OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OBA = \angle OAB = 55°$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]

ΔAOB-এ, $\angle AOB + \angle OBA + \angle OAB = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle AOB + 55° + 55° = 180°$

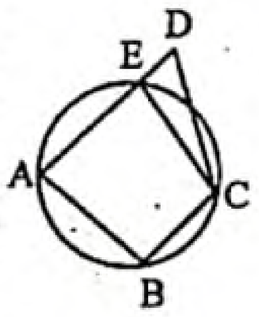
বা, $\angle AOB + 110° = 180°$

বা, $\angle AOB = 180° - 110°$

$\therefore \angle AOB = 70°$

নির্ণেয় $\angle AOB = 70°$.

খ এখানে, ABCD চতুর্ভুজে $\angle ABC + \angle ADC = 180°$। প্রমাণ করতে হবে যে, A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।



অঙ্কন : যেহেতু A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ নয়। সুতরাং, বিন্দু তিনটি দিয়ে যায় এরূপ একটি ও কেবল একটি বৃত্ত আছে। মনে করি, বৃত্তটি AD রেখাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : অঙ্কন অনুসারে ABCE বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

সুতরাং $\angle ABC + \angle AEC = 180°$ [∵ বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

ধাপ ২ : কিন্তু $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ [দেওয়া আছে]

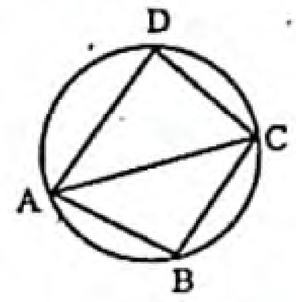
$\therefore \angle AEC = \angle ADC$

কিন্তু তা অসম্ভব। কারণ ΔCED এর বহিঃস্থ $\angle AEC >$ বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle ADC$

সুতরাং E এবং D বিন্দুদ্বয় ভিন্ন হতে পারে না। E বিন্দু অবশ্যই D বিন্দুর সাথে মিলে যাবে।

অতএব A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC রেখা, $\angle BAD$-এর সমদ্বিখণ্ডক।



প্রমাণ করতে হবে যে, BC = CD.

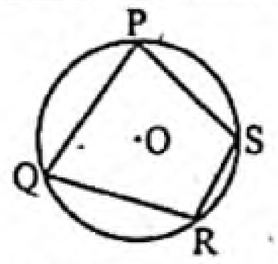
প্রমাণ :

ধাপ ১ : AC রেখা $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক হওয়ায় $\angle CAD = \angle CAB$.

CD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle CAD$, BC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle CAB$ উভয়ই সমান হওয়ায় চাপ CD = চাপ BC [চাপদ্বয় সমান হলে চাপের উপর অবস্থিত জ্যাগুলো পরস্পর সমান]

$\therefore$ BC = CD. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ সিলেট বোর্ড ২০২০



O বৃত্তের কেন্দ্র।

ক. বৃত্তের পরিধি 8π হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180°$. ৪

গ. উদ্দীপকের চিত্রে যদি $\angle QPR + \angle RPS = 90°$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, Q, O এবং S একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ একক [যেখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r]

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গএকক

প্রশ্নমতে, $2\pi r = 8\pi$

বা, $r = \frac{8\pi}{2\pi} = 4$

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi(4)^2$ বর্গ একক

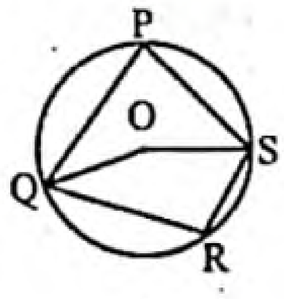
$= 16\pi$ বর্গ একক

$= 16 \times 3.1416$ বর্গ একক

$= 50.27$ বর্গ একক (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তের ক্ষেত্রফল 50.27 বর্গ একক (প্রায়)।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180°$.



অঙ্কন : O, Q ও O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ QRS এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle QOS = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QPS$) [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

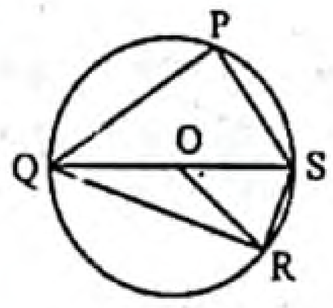
অর্থাৎ $\angle QOS = 2\angle QPS$

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ২ : আবার একই চাপ QPS এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOS = 2$(বৃত্তস্থ $\angle QRS$) [একই কারণে]
অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ $\angle QOS = 2\angle QRS$
$\therefore$ $\angle QOS +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOS = 2(\angle QPS + \angle QRS)$
কিন্তু $\angle QOS +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOS = 360°$
$\therefore$ $2(\angle QPS + \angle QRS) = 360°$
বা, $\angle QPS + \angle QRS = \frac{360°}{2}$
$\therefore$ $\angle QPS + \angle QRS = 180°$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQRS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। P, R যোগ করি। $\angle QPR + \angle RPS = 90°$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, Q, O, S একই সরলরেখায় অবস্থিত।



অঙ্কন : O, R যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : QR চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle QOR = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QPR$) [একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অর্থাৎ, $\angle QOR = 2\angle QPR$
ধাপ ২ : RS চাপের উপর দন্ডায়মান, কেন্দ্রস্থ $\angle ROS = ২$(বৃত্তস্থ $\angle RPS$) [একই চাপের ওপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অর্থাৎ, $\angle ROS = 2\angle RPS$
ধাপ ৩ : $\angle QOR + \angle ROS = 2(\angle QPR + \angle RPS)$ [ধাপ (১) ও (২) যোগ করে]
বা, $\angle QOR + \angle ROS = 2 \times 90°$ [প্রদত্ত]
$\therefore$ $\angle QOR + \angle ROS = 180°$
$\therefore$ Q, O, S একই সরলরেখায় অবস্থিত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▶ ঢাকা বোর্ড ২০১৯

চিত্রে, PQRS বৃত্তের কেন্দ্র O এবং OM < ON.
ক. $\angle QOS$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PQR$ এবং বিপরীত কোণ $\angle PSR$ এর সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, PQ > PS. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $\angle QPS = 50°$
এখন, QS চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle QPS$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle QOS$
$\therefore$ $\angle QOS = 2\angle QPS = 2 \times 50° = 100°$
অতএব, $\angle QOS$ এর মান 100°.

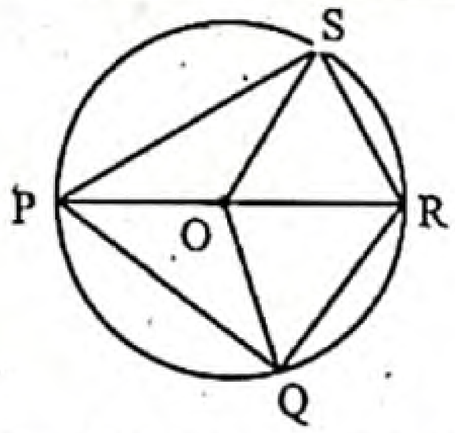
খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PQR + \angle PSR =$ দুই সমকোণ।

অঙ্কন : O, P এবং O, R যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : একই চাপ PQR এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle POR = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle PSR$)
অর্থাৎ $\angle POR = 2\angle PSR$ [$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
ধাপ ২ : আবার একই চাপ PSR এর কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2$(বৃত্তস্থ $\angle PQR$)
অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2\angle PQR$
এখন, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR = 2(\angle PSR + \angle PQR)$
কিন্তু, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR =$ চার সমকোণ
$\therefore$ $2(\angle PSR + \angle PQR) =$ চার সমকোণ
বা, $\angle PSR + \angle PQR =$ দুই সমকোণ
অর্থাৎ $\angle PQR + \angle PSR =$ দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ও PS দুইটি ব্যাস ভিন্ন জ্যা। O থেকে PQ ও PS এর উপর OM ও ON লম্ব। তাহলে OM ও ON কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে PQ ও PS জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে।
এখানে OM < ON প্রমাণ করতে হবে যে, PQ > PS.

অঙ্কন : O, P যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : এখানে, $OM \perp PQ$
$\therefore$ $PM = \frac{1}{2}PQ$ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
অনুরূপভাবে, $PN = \frac{1}{2}PS$
ধাপ ২ : এখন সমকোণী ত্রিভুজ POM-এ
$OP^2 = OM^2 + PM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$\therefore$ $OM^2 = OP^2 - PM^2$
ধাপ ৩ : তদ্রূপ সমকোণী ত্রিভুজ $\angle PON$-এ
$OP^2 = ON^2 + PN^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$\therefore$ $ON^2 = OP^2 - PN^2$
ধাপ ৪ : এখানে, OM < ON
বা, $OM^2 < ON^2$
বা, $OP^2 - PM^2 < OP^2 - PN^2$ [ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে]
বা, $-PM^2 < -PN^2$
বা, $PM^2 > PN^2$
বা, PM > PN
বা, $\frac{1}{2}PQ > \frac{1}{2}PS$ [ধাপ (১) হতে]
$\therefore$ PQ > PS. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ ▶ রাজশাহী বোর্ড ২০১৯



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তে PR ব্যাস $\angle QRS$ কে সমদ্বিখন্ডিত করেছে।
ক. $\angle OPQ = 30°$ হলে, $\angle POQ$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PQR$ এবং এর বিপরীত কোণ $\angle PSR$ এর সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, QR = SR. ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $\angle OPQ = 30°$

এখন, ΔPOQ এ $OP = OQ$ [∵ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∴ $\angle OPQ = \angle OQP$ [∵ ত্রিভুজের সমান সমান বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় সমান]

∴ $\angle OQP = \angle OPQ = 30°$

∴ ΔPOQ এ

$\angle OPQ + \angle OQP + \angle POQ = 180°$

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $30° + 30° + \angle POQ = 180°$

বা, $60° + \angle POQ = 180°$

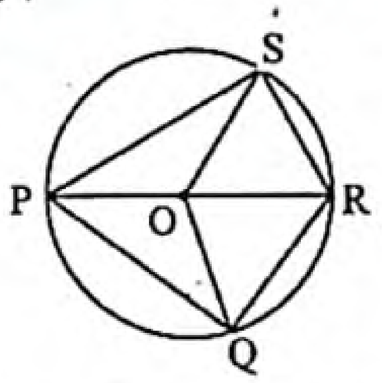
বা, $\angle POQ = 180° - 60°$

∴ $\angle POQ = 120°$

অতএব, $\angle POQ$ এর মান 120°.

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত এবং $\angle QRS$ এর সমদ্বিখণ্ডক PR।



প্রমাণ করতে হবে যে, QR = SR.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : $\angle QRS$ এর সমদ্বিখণ্ডক PR

∴ $\angle QRP = \angle SRP$

ধাপ ২ : ΔPSR এবং ΔPQR এ $\angle PSR = \angle PQR = 1$ সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]

আবার, $\angle QRP = \angle SRP$ [ধাপ (১) হতে]

অবশিষ্ট $\angle QPR$ = অবশিষ্ট $\angle SPR$.

ধাপ ৩ : এখন, QR চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle QPR$

SR চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle SPR$।

অর্থাৎ QR ও SR চাপদ্বয়ের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

∴ চাপ QR = চাপ SR

সুতরাং QR = SR. [সমান সমান চাপের উপর অবস্থিত জ্যাগুলো পরস্পর সমান] (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত এবং PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে ছেদ করেছে।

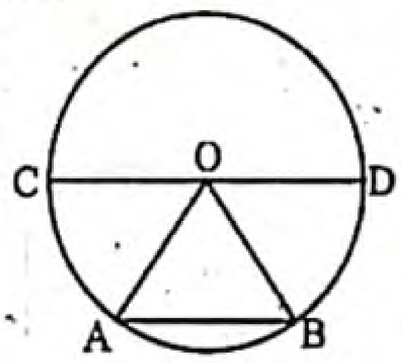
ক. যদি কোনো বৃত্তের ব্যাস CD এবং একটি জ্যা AB হয়, তবে দেখাও যে, CD > AB. ২

খ. প্রমাণ কর যে, PQRS চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180° এর সমান। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PTQ$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। বৃত্তটিতে CD ব্যাস এবং AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।



প্রমাণ করতে হবে যে, CD > AB.

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC বৃত্তে

OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ধাপ ২ : এখন, ΔOAB-এ,

OA + OB > AB

[∵ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

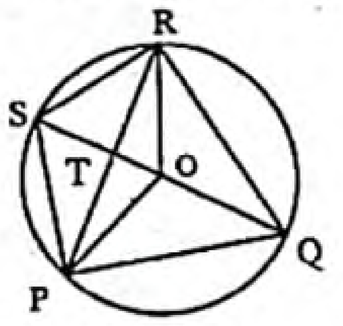
বা, OC + OD > AB [OA = OC এবং OB = OD]

∴ CD > AB. [∵ OC + OD = CD] (প্রমাণিত)

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। PQRS চতুর্ভুজের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাতে হবে যে,

$\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PTQ$.



অঙ্কন : O, P; O, Q; O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : PQ চাপের উপর অবস্থিত

$\angle POQ = 2\angle PSQ$ [∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : RS চাপের উপর অবস্থিত

$\angle ROS = 2\angle SPR$ [একই কারণে]

ধাপ ৩ : $\angle POQ + \angle ROS = 2(\angle PSQ + \angle SPR)$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

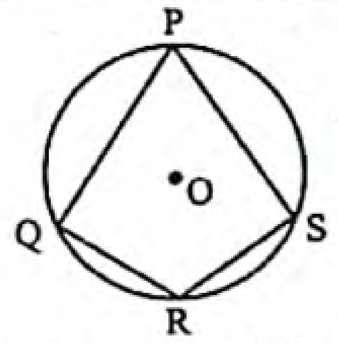
$= 2(\angle PST + \angle SPT)$

ধাপ ৪ : ΔSPT এর বহিঃস্থ $\angle PTQ$ = অন্তঃস্থ $(\angle PST + \angle SPT)$

∴ $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PTQ$. [ধাপ (৩) থেকে]

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৯



O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।

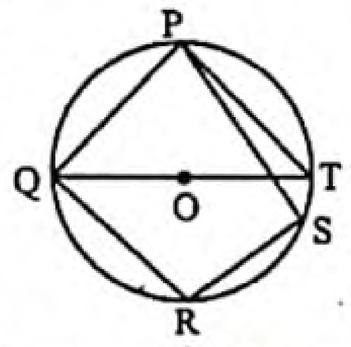
ক. বর্ধিত QO রেখাংশটি বৃত্তের পরিধিকে T বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle QPT = 1$ সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180°$. ৪

গ. PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PEQ$. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS একটি বৃত্ত। যার বর্ধিত QO রেখাংশটি বৃত্তের পরিধিকে T বিন্দুতে স্পর্শ করে, অর্থাৎ QT বৃত্তের ব্যাস এবং $\angle QPT$ অধিবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPT = 1$ সমকোণ।



প্রমাণ :

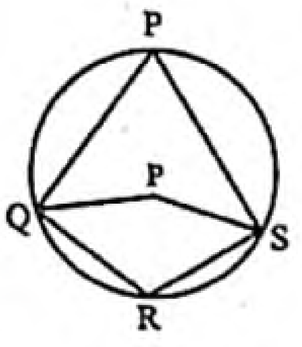
ধাপ-১ : QRST চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPT = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরলকোণ $\angle QOT$) [∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

কিন্তু সরলকোণ $\angle QOT = 2$ সমকোণ

∴ $\angle QPT = \frac{1}{2} \times 2$ সমকোণ

∴ $\angle QPT = 1$ সমকোণ। (প্রমাণিত)

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180°$.



অঙ্কন : O, Q ও O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ QRS এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle QOS = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QPS$)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ $\angle QOS = 2\angle QPS$

www.abswer.com

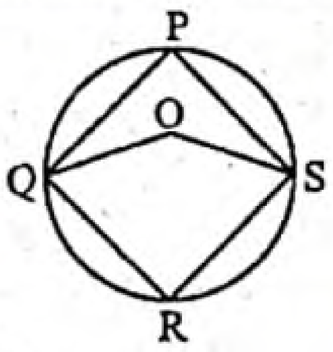
www.abswer.com

ধাপ ২ : আবার একই চাপ QPS এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠QOS = 2(বৃত্তস্থ ∠QRS) [একই কারণে]
অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ ∠QOS = 2∠QRS
∴ ∠QOS + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠QOS = 2(∠QPS + ∠QRS)
কিন্তু ∠QOS + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠QOS = 360°
∴ 2(∠QPS + ∠QRS) = 360°
বা, $\angle QPS + \angle QRS = \frac{360°}{2}$
∴ ∠QPS + ∠QRS = 180°. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। PQRS চতুর্ভুজের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাতে হবে যে, ∠POQ + ∠ROS = 2∠PEQ.

অঙ্কন : O, P; O, Q; O, R এবং O, S যোগ করি।
প্রমাণ : ধাপ ১ : PQ চাপের উপর অবস্থিত
∠POQ = 2∠PSQ [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
ধাপ ২ : RS চাপের উপর অবস্থিত
∠ROS = 2∠SPR [একই কারণে]
ধাপ ৩ : ∠POQ + ∠ROS
= 2(∠PSQ + ∠SPR) [ধাপ (১) ও (২) থেকে]
= 2(∠PSE + ∠SPE)
ধাপ ৪ : Δ SPE এর বহিঃস্থ ∠PEQ = অন্তঃস্থ (∠PSE + ∠SPE)
∴ ∠POQ + ∠ROS = 2∠PEQ. [ধাপ (৩) থেকে]
(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৭ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯

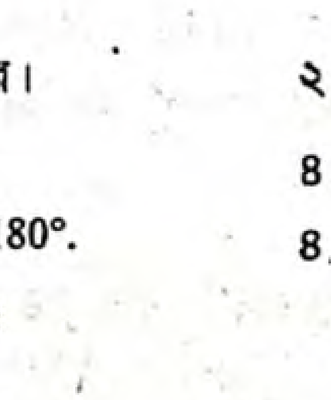


চিত্রে বৃত্তের ব্যাস 6 সে.মি.।
ক. উদ্দীপকের বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS = \frac{1}{2}\angle QOS$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, ∠QRS + ∠QPS = 180°. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, বৃত্তের ব্যাস, d = 6 সে. মি.
∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$ বর্গ একক
$= 3.1416 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2$ বর্গ সে. মি.
= 3.1416 × 9 বর্গ সে.মি.
= 28.2744 বর্গ সে. মি.
অতএব, বৃত্তের ক্ষেত্রফল 28.2744 বর্গ সে. মি.।

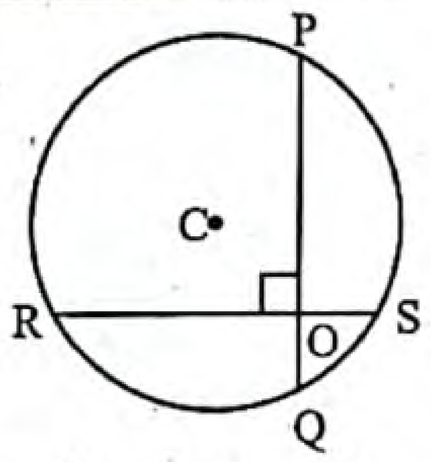
খ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ QRS এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠QPS এবং কেন্দ্রস্থ ∠QOS।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPS = \frac{1}{2}\angle QOS$.



অঙ্কন : মনে করি, PS রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ PD আঁকি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : Δ POQ এর বহিঃস্থ কোণ ∠QOD = ∠QPO + ∠PQO
[∵ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
ধাপ ২ : Δ POQ এ OP = OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
অতএব, ∠QPO = ∠PQO [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]
ধাপ ৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে ∠QOD = 2∠QPO
ধাপ ৪ : একইভাবে Δ POS থেকে ∠SOD = 2∠SPO
ধাপ ৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে ∠QOD + ∠SOD
= 2∠QPO + 2∠SPO
বা, ∠QOS = 2∠QPS [∵ ∠QOD + ∠SOD = ∠QOS]
∴ $\angle QPS = \frac{1}{2}\angle QOS$. (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৬(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮ ▸ সকল বোর্ড ২০১৮

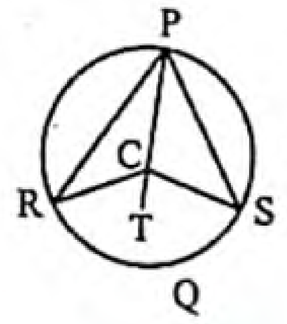


চিত্রে ∠ROP = 90°
ক. কেন্দ্রস্থ কোণ ও বৃত্তস্থ কোণের সংজ্ঞা দাও। ২
খ. প্রমাণ কর যে, ∠RCS = 2∠RPS. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, ∠PCR + ∠QCS = 180°. ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক **কেন্দ্রস্থ কোণ :** একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে কোণটিকে ঐ বৃত্তের একটি কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয় এবং কোণটি বৃত্তে যে চাপ খন্ডিত করে সেই চাপের উপর তা দণ্ডায়মান বলা হয়।
বৃত্তস্থ কোণ : একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের একটি বিন্দু হলে এবং কোণটির প্রত্যেক বাহুতে শীর্ষবিন্দু ছাড়াও বৃত্তের একটি বিন্দু থাকলে কোণটিকে ঐ বৃত্তের একটি বৃত্তস্থ কোণ বলা হয়।

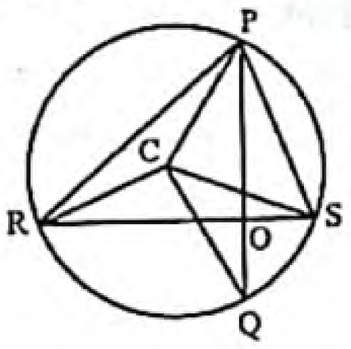
খ এখানে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট PRQS বৃত্তে RQS উপচাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ ∠RPS এবং কেন্দ্রস্থ কোণ ∠RCS। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠RCS = 2∠RPS।



অঙ্কন : P এবং C কে যোগ করে T পর্যন্ত বর্ধিত করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : Δ PRC এর বহিস্থ কোণ ∠RCT = ∠CPR + ∠CRP
ধাপ ২ : Δ PRC এ CP = CR [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
অতএব, ∠CPR = ∠CRP
[∵ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]
ধাপ ৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই ∠RCT = 2∠CPR
ধাপ ৪ : একইভাবে Δ PCS থেকে পাই ∠SCT = 2∠SPC
ধাপ ৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে পাই,
∠RCT + ∠SCT = 2∠CPR + 2∠SPC
বা, ∠RCS = 2(∠CPR + ∠SPC)
অর্থাৎ ∠RCS = 2∠RPS. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com



ঘ এখানে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ এবং RS জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে O বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করেছে। C, P; C, R; C, Q এবং C, S যোগ করায় কেন্দ্রে ∠PCR ও ∠QCS উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠PCR + ∠QCS = 180°.

অঙ্কন : P, R ও P, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ বলে, PR চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ,

∠PCR = 2 × বৃত্তস্থ কোণ ∠PSR

বা, ∠PCR = 2 ∠PSR

ধাপ ২ : একইভাবে, ∠QCS = 2∠QPS

ধাপ ৩ : ধাপ (১) ও (২) হতে পাই,

∠PCR + ∠QCS = 2∠PSR + 2∠QPS

= 2(∠PSR + ∠QPS)

= 2(∠PSO + ∠OPS) = 2 × 90° = 180°

∴ ∠PCR + ∠QCS = 180°. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৯ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৭

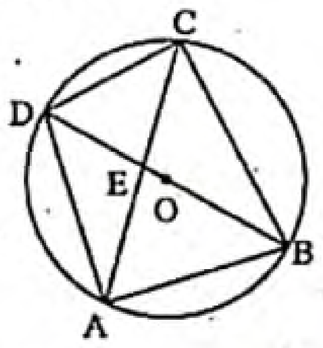
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

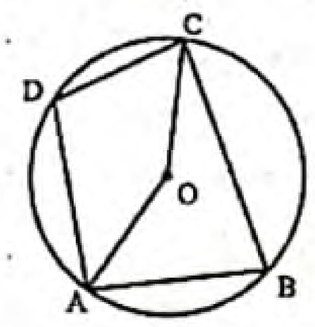
খ. প্রমাণ কর যে, ABCD চতুর্ভুজটির বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, ∠AOB + ∠COD = 2 ∠AEB. ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান



ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে।



খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABC + ∠ADC = দুই সমকোণ। এবং ∠BAD + ∠BCD = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ ADC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠AOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠ABC)

[একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, ∠AOC = 2∠ABC

ধাপ ২ : আবার, একই চাপ ABC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠AOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠ADC)

[একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠AOC = 2∠ADC

∴ ∠AOC + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠AOC = 2(∠ABC + ∠ADC)

কিন্তু ∠AOC + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠AOC = 4 সমকোণ

∴ 2(∠ABC + ∠ADC) = 4 সমকোণ

∴ ∠ABC + ∠ADC = 2 সমকোণ।

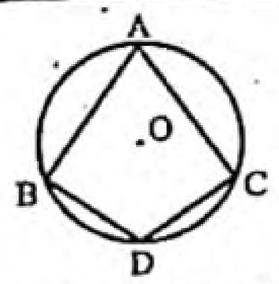
একইভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, ∠BAD + ∠BCD = 2 সমকোণ

∴ ∠ABC + ∠ADC = 2 সমকোণ

এবং ∠BAD + ∠BCD = 2 সমকোণ। (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৫(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৭

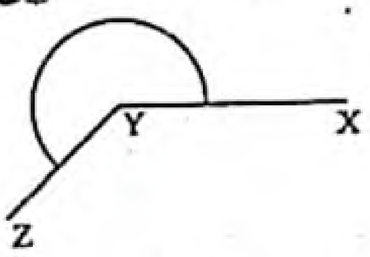


ক. চিত্রসহ প্রবৃদ্ধ কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠BDC + ∠BAC = 1 সরল কোণ। ৪

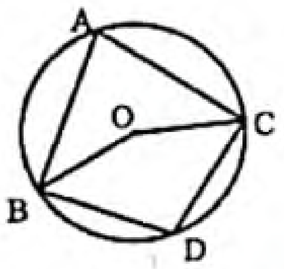
গ. উদ্দীপকের চিত্রে যদি ∠BAD + ∠DAC = 1 সমকোণ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, B, O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান



ক দুই সমকোণ থেকে বড় কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে।

চিত্রে চিহ্নিত ∠XYZ একটি প্রবৃদ্ধ কোণ।



খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BDC + ∠BAC = 1 সরলকোণ।

অঙ্কন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ BAC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠BOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠BDC)

[∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠BOC = 2∠BDC

ধাপ ২ : আবার, একই চাপ BDC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠BOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠BAC) [∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃহত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

অর্থাৎ ∠BOC = 2∠BAC

এখন, ∠BOC + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠BOC = 4 সমকোণ

∴ 2(∠BDC + ∠BAC) = 4 সমকোণ।

বা, ∠BDC + ∠BAC = 2 সমকোণ

∴ ∠BDC + ∠BAC = 180° = 1 সরলকোণ। (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। PT ঐ বৃত্তে একটি স্পর্শক।

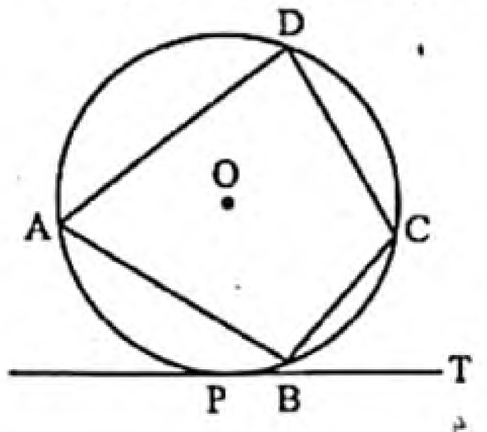
ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠ABC + ∠ADC = 2 সমকোণ এবং ∠BAD + ∠BCD = 2 সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, PT ⊥ OP. ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

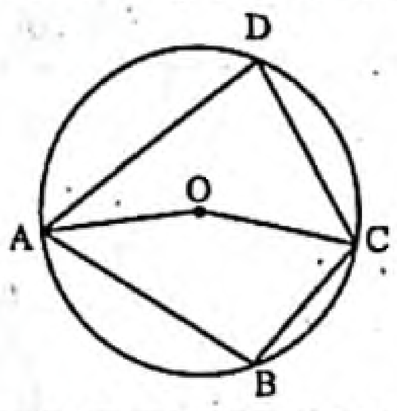
ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে এবং বৃত্তের উপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক।



www.abswer.com

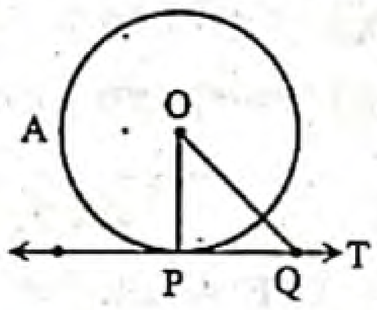
www.abswer.com

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে,
$\angle ABC + \angle ADC = 2$ সমকোণ। এবং
$\angle BAD + \angle BCD = 2$ সমকোণ।
অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : একই চাপ ADC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ABC$)
[∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]
অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC = 2\angle ABC$
ধাপ ২ : আবার, একই চাপ ABC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ADC$)
[∵ একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]
অর্থাৎ $\angle AOC = 2\angle ADC$
∴ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC + \angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$
কিন্তু প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC + \angle AOC = 4$ সমকোণ
∴ $2(\angle ABC + \angle ADC) = 4$ সমকোণ
∴ $\angle ABC + \angle ADC = 2$ সমকোণ
একইভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD + \angle BCD = 2$ সমকোণ। (প্রমাণিত)

ঘ মনে করে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ওপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক এবং OP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে যে, $PT \perp OP$.



অঙ্কন : PT স্পর্শকের ওপর যেকোনো একটি বিন্দু Q নিই এবং O, Q যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : যেহেতু বৃত্তের P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক, সুতরাং ঐ P বিন্দু ব্যতীত PT এর ওপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে। সুতরাং Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।
ধাপ ২ : OQ বৃত্তের ব্যাসার্ধ OP এর চেয়ে বড়, অর্থাৎ, $OQ > OP$ এবং তা স্পর্শ বিন্দু P ব্যতীত PT এর ওপরস্থ Q বিন্দুর সকল অবস্থানের জন্য সত্য।
∴ কেন্দ্র O থেকে PT স্পর্শকের ওপর OP হলো ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।
সুতরাং $PT \perp OP$. (প্রমাণিত)

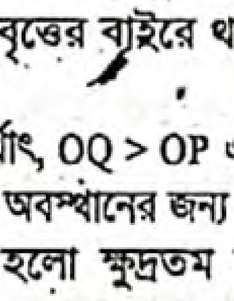
প্রশ্ন ১২ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৭

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে কেন্দ্র থেকে AB ও CD জ্যা দুইটির দূরত্ব যথাক্রমে OE এবং OF.

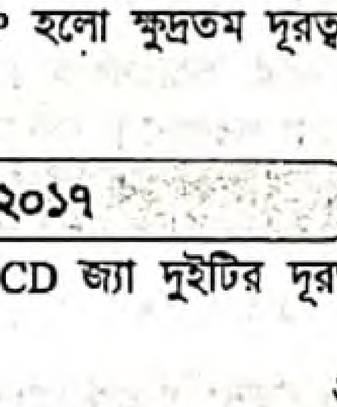
ক. তথ্যানুযায়ী চিত্রটি আঁক। ২
খ. যদি $AB > CD$ হয় তাহলে প্রমাণ কর যে, $OE < OF$. ৪
গ. যদি AB ও CD বৃত্তটির ভেতরে কোনো বিন্দুতে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, $\angle AOD + \angle BOC = 180°$. ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা এবং কেন্দ্র থেকে AB ও CD জ্যা দুইটির দূরত্ব যথাক্রমে OE ও OF।

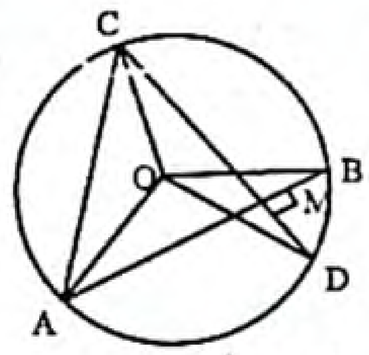


খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা এবং $AB > CD$। জ্যা দুইটির লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে OE ও OF।
প্রমাণ করতে হবে যে, $OE < OF$.
অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১ : যেহেতু $OE \perp AB$ [কল্পনা]
সেহেতু $AE = \frac{1}{2} AB$ [∵ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, $CF = \frac{1}{2} CD$
ধাপ ৩ : এখন, সমকোণী ত্রিভুজ AOE-এ
$OA^2 = OE^2 + AE^2$
ধাপ ৪ : তদ্রূপ সমকোণী ত্রিভুজ COF-এ $OC^2 = OF^2 + CF^2$
∴ $OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
ধাপ ৫ : $AB > CD$
বা, $\frac{1}{2} AB > \frac{1}{2} CD$
বা, $AE > CF$ [ধাপ (১) ও ধাপ (২) হতে]
∴ $AE^2 > CF^2$
সুতরাং, $OE^2 < OF^2$ [(৪) থেকে]
∴ $OE < OF$. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত M বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD + \angle BOC = 180°$.



অঙ্কন : A, C যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : একই চাপ AD-এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ACD$
∴ $\angle AOD = 2\angle ACD$
[একই চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
ধাপ ২ : তদ্রূপ $\angle BOC = 2\angle BAC$
ধাপ ৩ : ∴ $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ACD + \angle BAC)$ [(১) ও (২) থেকে]
কিন্তু ΔAMC-এ, $\angle AMC = 90°$ সমকোণ।
∴ $\angle CAM + \angle ACM = 90°$ [কল্পনা]
বা, $\angle CAB + \angle ACD = 90°$
ধাপ ৪ : $\angle AOD + \angle BOC = 2 \times 90°$ [(৩) থেকে]
∴ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$
অতএব, $\angle AOD + \angle BOC = 180°$. (প্রমাণিত)

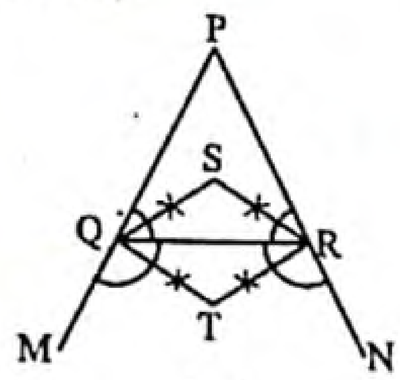
প্রশ্ন ১৩ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৬

ΔPQR এ $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় S বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখন্ডকদ্বয় T বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

ক. উপরোক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QSR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, Q, S, R, T বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

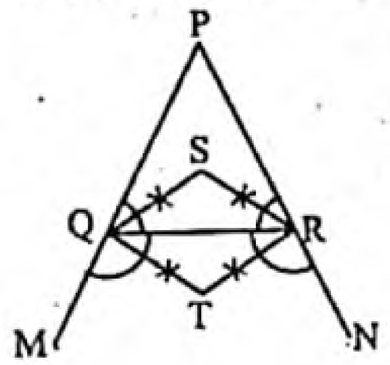
১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে ΔPQR-এর $\angle Q$ ও $\angle R$-এর সমদ্বিখন্ডক QS ও RS পরস্পর S বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখন্ডক QT ও RT পরস্পর T বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



www.abswer.com

www.abswer.com



গ এখানে, Δ PQR-এর ∠Q ও ∠R-এর সমদ্বিখণ্ডক QS এবং RS পরস্পর S বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডক QT ও RT পরস্পর T বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle QSR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ PQR-এ, $\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = \frac{180°}{2}$

বা, $\frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 90° - \frac{1}{2}\angle P$

ধাপ ২ : $\angle SQR = \frac{1}{2}\angle Q$ [QS, ∠Q-এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle SRQ = \frac{1}{2}\angle R$ [RS, ∠R-এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ ৩ : Δ QSR-এ, $\angle QSR + \angle SQR + \angle QRQ = 180°$

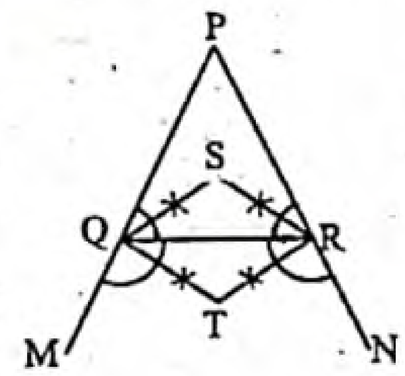
[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle QSR + \frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 180°$ [ধাপ (২) থেকে]

বা, $\angle QSR + 90° - \frac{1}{2}\angle P = 180°$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $\angle QSR = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle P$

∴ $\angle QSR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$. (প্রমাণিত)



গ এখানে, ΔPQR-এর ∠Q ও ∠R-এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক QS ও RS পরস্পর S বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডক QT ও RT পরস্পর T বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, Q, S, R, T বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : $\angle PQR + \angle RQM = 180°$ [সরল কোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle PQR + \frac{1}{2}\angle RQM = 90°$

বা, $\angle SQR + \angle RQT = 90°$

[QS ও QT যথাক্রমে ∠PQR ও ∠RQM এর সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle SQT = 90°$

ধাপ ২ : $\angle PRQ + \angle QRN = 180°$ [সরল কোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle PRQ + \frac{1}{2}\angle QRN = 90°$

[RS ও RT যথাক্রমে ∠PRQ ও ∠QRN এর সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle QRS + \angle QRT = 90°$

বা, $\angle SRT = 90°$

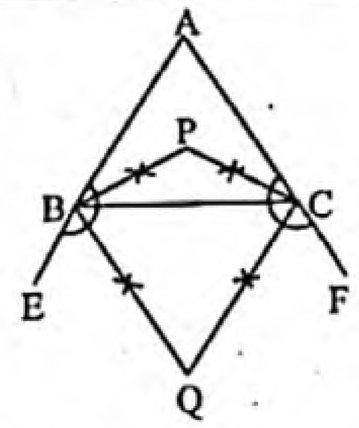
ধাপ ৩ : $\angle SQT + \angle SRT = 90° + 90° = 180°$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

কিন্তু কোণদ্বয় চতুর্ভুজ QSRT এর বিপরীত কোণ।

∴ QSRT একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

∴ Q, S, R, T বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৫



ক. সমরেখ ও সমবৃত্ত কাকে বলে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সমরেখ :** সমতলস্থ কতিপয় বিন্দুকে সমরেখ বলা হয় যদি বিন্দুগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত হয়।

সমবৃত্ত : সমতলস্থ কতিপয় বিন্দুকে সমবৃত্ত বলা হয় যদি বিন্দুগুলো দিয়ে একটি বৃত্ত আঁকা যায় অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত থাকে যাতে বিন্দুগুলো অবস্থিত হয়।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ১৩(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৫ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৫

Δ DEF এ ∠E ও ∠F এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

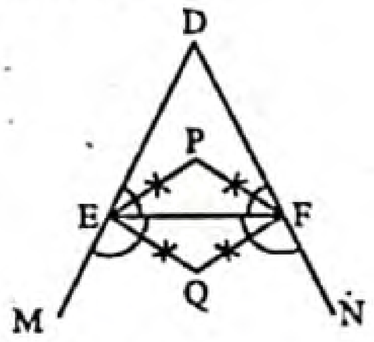
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অংকন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle EPF = 90° + \frac{1}{2}\angle D$. ৪

গ. দেখাও যে, E, P, F এবং Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক Δ DEF-এর ∠E ও ∠F-এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক EP ও FP পরস্পর P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডক EQ ও FQ পরস্পর Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ১৩(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৬ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৫

চিত্রে, PT ⊥ QS, O কেন্দ্র

ক. দেখাও যে, $\frac{1}{2}\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PSR = 90°$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2$ সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,
$PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QS^2 - 2QT.ST$. ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। দেখাতে হবে যে, $\frac{1}{2}\angle PQR+\frac{1}{2}\angle PSR=90°$.

আমরা জানি, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত দুই কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°।

তাহলে, PQRS বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $\angle PQR+\angle PSR=180°$

বা, $\frac{1}{2}(\angle PQR+\angle PSR)=\frac{180°}{2}$

বা, $\frac{1}{2}\angle PQR+\frac{1}{2}\angle PSR=90°$. (দেখানো হলো)

খ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PT ⊥ QS। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POQ+\angle ROS=2$ সমকোণ।

ধাপ ১ : PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle POQ$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle PSQ$ [বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$\therefore \angle POQ=2\angle PSQ$

ধাপ ২ : অনুরূপভাবে, $\angle ROS=2\angle RPS$ [(১) ও (২) হতে]

ধাপ ৩ : $\angle POQ+\angle ROS=2\angle PSQ+2\angle RPS$

বা, $\angle POQ+\angle ROS=2(\angle PSQ+\angle RPS)$

ধাপ ৪ : ΔPST-এ, $\angle PTS=1$ সমকোণ

$\therefore \angle PST+\angle TPS=1$ সমকোণ [$\because PT\perp QS$]

বা, $\angle PSQ+\angle RPS=1$ সমকোণ

ধাপ ৫ : $\angle POQ+\angle ROS=2\times1$ সমকোণ [(৩) ও (৪) হতে]

$\therefore \angle POQ+\angle ROS=2$ সমকোণ। (প্রমাণিত)

গ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PT ⊥ QS। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2+PS^2=2PT^2+QS^2-2QT\cdot ST$.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : PQT সমকোণী ত্রিভুজে,

$PQ^2=PT^2+QT^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

ধাপ ২ : PST সমকোণী ত্রিভুজে,

$PS^2=PT^2+ST^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

ধাপ ৩ : PQ^2+PS^2

$=PT^2+QT^2+PT^2+ST^2$ [(১) ও (২) হতে]

$=2PT^2+QT^2+ST^2$

$=2PT^2+QT^2+ST^2+2QT\cdot ST-2QT\cdot ST$

$=2PT^2+(QT+ST)^2-2QT\cdot ST$ [$\because QT+ST=QS$]

$\therefore PQ^2+PS^2=2PT^2+QS^2-2QT\cdot ST$. (প্রমাণিত)

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ১৭ ▸ রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অভ্যন্তরে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ $x+60°$ ও বৃত্তস্থ কোণ $x+15°$ হলে, x-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত চতুর্ভুজটির যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle AOB+\angle COD=2\angle AEB$. ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ $x+60°$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $x+15°$

আমরা জানি, একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

এখন, $x+60°=2(x+15°)$

বা, $x+60°=2x+30°$

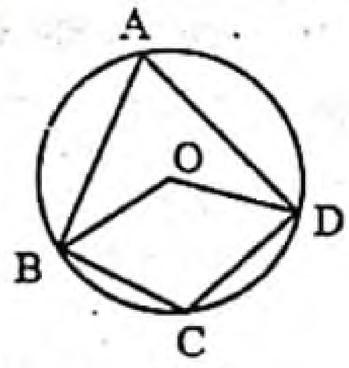
বা, $2x-x=60°-30°=30°$

নির্ণেয় মান 30°.

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৮ ▸ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OD = 3.5 সে. মি.

ক. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $5\angle BOD=10\angle BAD$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BAD$ ও $\angle BCD$ পরস্পর সম্পূরক কোণ। ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তটির কেন্দ্র O

এবং ব্যাসার্ধ, $r=OD=3.5$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $=\pi r^2$

$=3.1416\times(3.5)^2$ বর্গ সে.মি.

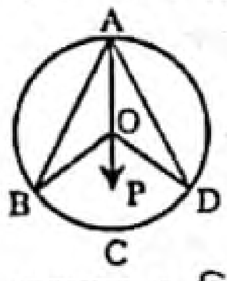
$=3.1416\times12.25$ বর্গ সে.মি.

$=38.48$ বর্গ সে.মি.

নির্ণেয় বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 38.48 বর্গ সে.মি.।

www.abswer.com

www.abswer.com



গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ BCD এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BAD এবং কেন্দ্রস্থ ∠BOD.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$.

অঙ্কন : মনে করি, AD রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে A বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ AP আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ AOB এর বহিঃস্থ কোণ ∠BOP = ∠BAO + ∠ABO
[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ ২ : Δ AOB-এ OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, ∠BAO = ∠ABO
[সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ ৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে
∠BOP = 2∠BAO

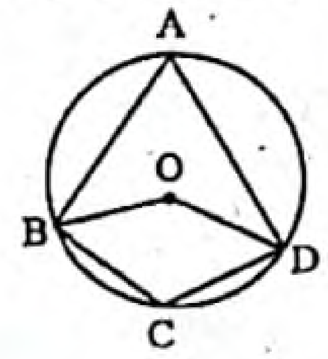
ধাপ ৪ : একইভাবে ΔAOD থেকে ∠DOP = 2∠DAO

ধাপ ৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে
∠BOP + ∠DOP = 2∠BAO + 2∠DAO

বা, ∠BOD = 2∠BAD

বা, 5∠BOD = 5 × 2∠BAD [উভয়পক্ষে 5 দ্বারা গুণ করে]

∴ 5∠BOD = 10∠BAD. (প্রমাণিত)



গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চর্তুভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে ∠BAD ও ∠BCD পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ, ∠BAD + ∠BCD = 2 সমকোণ।

অঙ্কন : O, B এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : একই চাপ BAD এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠BOD = 2(বৃত্তস্থ ∠BCD [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২ : আবার BCD চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠BOD = 2(বৃত্তস্থ ∠BAD

ধাপ ৩ : প্রবৃদ্ধ কোণ ∠BOD + ∠BOD = 2(∠BCD + ∠BAD)

কিন্তু প্রবৃদ্ধ ∠BOD + ∠BOD = 4 সমকোণ।

∴ 2 (∠BCD + ∠BAD) = 4 সমকোণ

∴ ∠BCD + ∠BAD = 2 সমকোণ

∴ ∠BAD + ∠BCD = 2 সমকোণ

সুতরাং ∠BAD ও ∠BCD পরস্পর সম্পূরক কোণ। (প্রমাণিত)

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ২ : বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য প্রমাণ করতে পারব।

প্রশ্ন ১৯ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় সম্পূরক।

ক. 76° কোণের সম্পূরক কোণ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

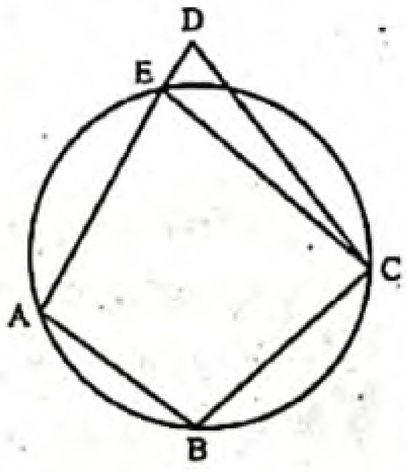
গ. যদি AC রেখা ∠BAD এর সমদ্বিখণ্ডক হয়, তবে দেখাও যে, BC = CD. ৪

[পাঠ্যবইয়ের উপপাদ্য ২৪ এবং অনুশীলনী ৮.৩ এর ৪ নং এর আলোকে]

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক 76° কোণের সম্পূরক কোণ = 180° − 76° = 104°.

খ মনে করি, ABCD চতুর্ভুজে ∠ABC + ∠ADC = দুই সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।



অঙ্কন : যেহেতু A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ নয়, সুতরাং বিন্দু তিনটি দিয়ে যায় এরূপ একটি ও কেবল একটি বৃত্ত আছে। মনে করি, বৃত্তটি AD রেখাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে ABCE বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

সুতরাং ∠ABC = ∠AEC = দুই সমকোণ [বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

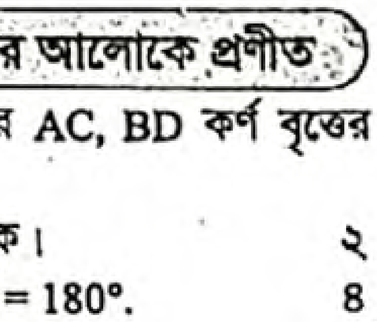
কিন্তু ∠ABC + ∠ADC = দুই সমকোণ [দেওয়া আছে]

∴ ∠AEC = ∠ADC

কিন্তু তা অসম্ভব। কারণ চিত্রে ΔCED এর বহিঃস্থ ∠AEC > বিপরীত অন্তঃস্থ ∠ADC সুতরাং E এবং D বিন্দুদ্বয় ভিন্ন হতে পারে না। E বিন্দু অবশ্যই D বিন্দুর সাথে মিলে যাবে।

অতএব, A, B. C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC রেখা, ∠BAD-এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, BC = CD.



প্রমাণ :

ধাপ ১. AC রেখা সমদ্বিখণ্ডক হওয়ায় ∠CAD = ∠CAB.

CD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠CAD, BC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠CAB উভয়ই সমান হওয়ায়

চাপ CD = চাপ BC [চাপদ্বয় সমান হলে চাপের উপর অবস্থিত জ্যাগুলো পরস্পর সমান]

∴ BC = CD. (দেখানো হলো)

শিখনফল ৩ : বৃত্ত সংক্রান্ত বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে উপপাদ্যগুলো প্রয়োগ করতে পারব।

প্রশ্ন ২০ ▶ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৩-এর আলোকে প্রণীত

ABCD, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। যার AC, BD কর্ণ বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

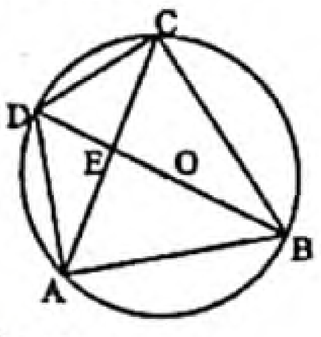
ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠ABC + ∠ADC = 180°. ৪

গ. দেখাও যে, ∠AOB + ∠COD = 2∠AEB. ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। যার AC ও BD কর্ণদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করে।



খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৫(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

www.abswer.com

www.abswer.com

একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ২১ ▸ অনুশীলনী ৬.৩ ও ৮.৩ এর সমন্বয়ে প্রণীত

Δ ABC-এ ∠B ও ∠C-এর সমদ্বিখণ্ডক P বিন্দুতে মিলিত হয়।

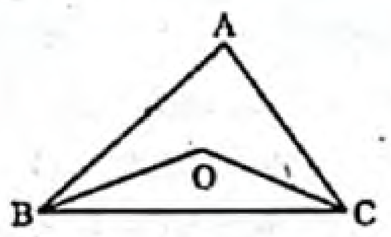
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

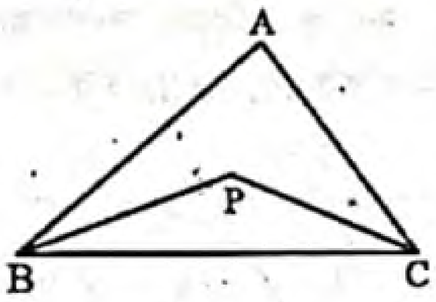
গ. যদি ∠B ও ∠C-এর বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত হবে। ৪

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, Δ ABC-এর ∠B ও ∠C-এর সমদ্বিখণ্ডক OB এবং OC পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



খ Δ ABC-এর ∠B ও ∠C-এর সমদ্বিখণ্ডক PB এবং PC পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$.



প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ ABC-এ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = \frac{180°}{2}$

বা, $\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90° - \frac{1}{2}\angle A$

ধাপ ২. $\angle PBC = \frac{1}{2}\angle B$

এবং $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle C$ [PB, ∠B-এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ ৩. এখন, Δ BPC-এ [PC, ∠C-এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\angle BPC + \angle PBC + \angle PCB = 180°$

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান]

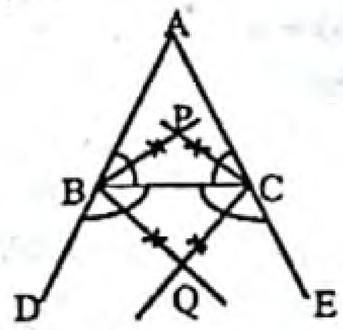
বা, $\angle BPC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$ [(২) থেকে]

বা, $\angle BPC + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$ [(১) থেকে]

বা, $\angle BPC = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle A$

∴ $\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. (প্রমাণিত)

গ Δ ABC-এর ∠B ও ∠C-এর অন্তর্দ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।



প্রমাণ :

ধাপ ১. ∠ABC + ∠CBD = 180° [সরল কোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle CBD = 90°$

বা, ∠PBC + ∠CBQ = 90° [BP ও BQ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক]

বা, ∠PBQ = 90°

ধাপ ২. ∠ACB + ∠BCE = 180° [সরলকোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle ACB + \frac{1}{2}\angle BCE = 90°$

বা, ∠BCP + ∠BCQ = 90° [CP ও CQ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক]

বা, ∠PCQ = 90°

ধাপ ৩. ∠PBQ + ∠PCQ = 90° + 90° = 180°

কিন্তু কোণদ্বয় চতুর্ভুজ BPCQ এর বিপরীত কোণ।

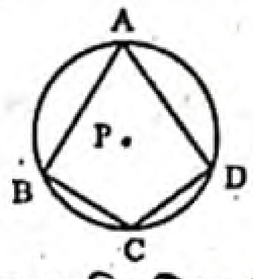
[ধাপ (১) ও (২) হতে]

∴ BPCQ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

∴ B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

অধিক অনুশীলনের জন্য আরও সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর — প্রশ্নব্যাংক আকারে উপস্থাপিত

২২।



চিত্রে, P বিন্দুটি বৃত্তটির কেন্দ্র।

ক. চিত্রসহ প্রবৃদ্ধ কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∠BAD + ∠BCD = 180°. ৪

গ. AC রেখা যদি ∠BAD এর সমদ্বিখণ্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, BC = CD. ৪

২৩। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অভ্যন্তরে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ x + 60° ও বৃত্তস্থ কোণ x + 15° হলে, x-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত চতুর্ভুজটির যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, ∠AOB + ∠COD = 2∠AEB. ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

অধ্যায় ৮

অনুশীলনী ৮.৪
বৃত্তের ছেদক ও স্পর্শক

সাধারণ গাণিতিক অংশ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

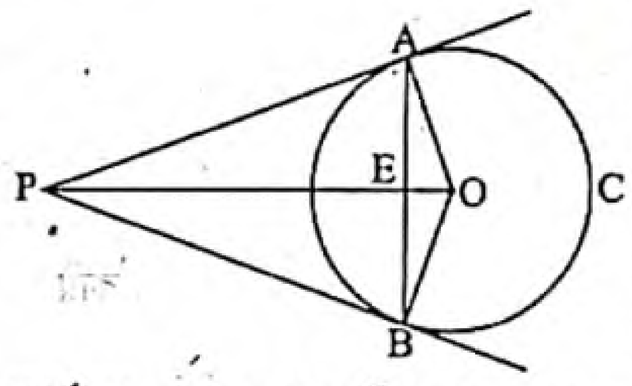
প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ১ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হল। প্রমাণ কর যে, OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং P বহিঃস্থ বিন্দু। P হতে অঙ্কিত PA ও PB স্পর্শক বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।



O, P এবং A, B যোগ করি। AB স্পর্শ জ্যা। OP, AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OP, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. যেহেতু OA এবং OB উভয়ই স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। [PA ও PB, A ও B বিন্দুতে স্পর্শক]

সুতরাং, ∠OAP = এক সমকোণ

এবং ∠OBP = এক সমকোণ

সমকোণী Δ PAO ও সমকোণী Δ PBO-এর মধ্যে

PA = PB [বহিঃস্থ বিন্দু হতে স্পর্শকদ্বয় সমান]

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OP সাধারণ বাহু

∴ Δ PAO ≅ Δ PBO

∴ ∠POA = ∠POB বা, ∠AOE = ∠BOE

ধাপ ২. এখন Δ OAE ও Δ OBE-এর মধ্যে

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

OE = OE [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠AOE = অন্তর্ভুক্ত ∠BOE

অতএব, Δ OAE ≅ Δ OBE [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ AE = BE

এবং ∠AEO = ∠BEO

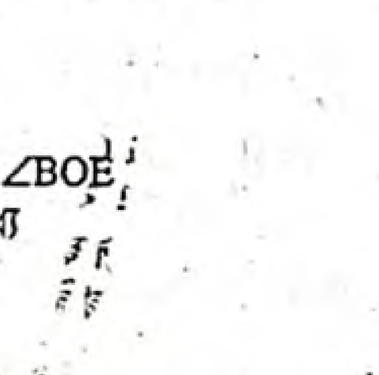
কিন্তু কোণদ্বয় সন্নিহিত বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ।

সুতরাং OE, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক

অর্থাৎ, OP, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ প্রমাণ কর যে, দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ও DPQ বৃত্ত দুইটি এককেন্দ্রিক অর্থাৎ উভয় বৃত্তের কেন্দ্র O। বৃত্ত ABC, বৃত্ত DPQ হতে বৃহত্তর। ABC বৃত্তের জ্যা AB, DPQ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, P বিন্দুতে AB সমদ্বিখণ্ডিত হবে। অর্থাৎ PA = PB.

অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. OP, DPQ বৃত্তের স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং AB স্পর্শক।

সুতরাং, ∠OPB = এক সমকোণ = ∠OPA।

সমকোণী Δ OPB ও সমকোণী Δ OPA-এর মধ্যে

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

OP = OP [সাধারণ বাহু]

∴ Δ OPB ≅ Δ OPA [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

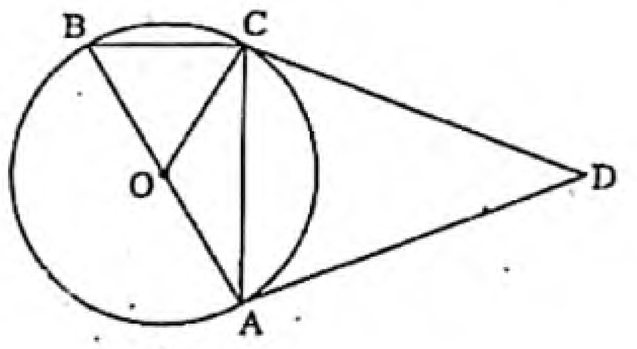
∴ PA = PB

অর্থাৎ AB, P বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▸ AB কোনো বৃত্তের ব্যাস এবং BC ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। যদি A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস। BC ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক দুইটি পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। A, C যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

অঙ্কন : O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. Δ BOC-এ

OB = OC = BC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

অতএব, Δ BOC সমবাহু।

ধাপ ২. সুতরাং, ∠OBC = 60° = ∠OCB [সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ 60°]

ধাপ ৩. এখন, ∠AOC = ∠OBC + ∠OCB

বা, ∠AOC = 60° + 60° = 120° [ধাপ (২) থেকে]

আবার, AO এবং CO স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ হওয়ায়;

∠DAO = এক সমকোণ = ∠DCA

ধাপ ৪. এখন, ADCO চতুর্ভুজক্ষেত্রে ∠D + ∠O = দুই সমকোণ

সুতরাং, ∠ADC + ∠AOC = 180°

বা, ∠ADC = 180° − ∠AOC = 180° − 120° = 60° [ধাপ (৩) হতে]

আবার, AD = CD

সুতরাং, ∠ACD = ∠DAC

ধাপ ৫. এখন, Δ ACD-এ, ∠ADC = 60°

∴ অপর কোণদ্বয় সমান হওয়ায় প্রত্যেকটি কোণ 60°।

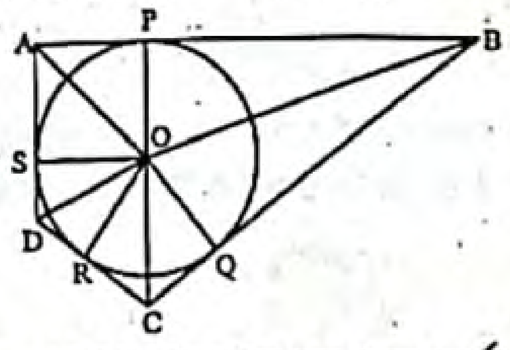
অতএব, Δ ACD সমবাহু। (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৪ ▸ প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ ধারণ করে, তারা পরস্পর সম্পূরক।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি পরিলিখিত। AB কেন্দ্রে ∠AOB এবং AB-এর বিপরীত বাহু CD কেন্দ্রে ∠COD উৎপন্ন করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, ∠AOB এবং ∠COD পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ ∠AOB + ∠COD = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : AB, BC, CD ও DA বাহু বৃত্তটিকে যথাক্রমে P, Q, R ও S বিন্দুতে স্পর্শ করে। O, P; O, Q; O, R এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপ ১. Δ POB ও Δ BOQ-এ,
PB = QB, [একটি বহিঃস্থ বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান]
OP = OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OB = OB [সাধারণ বাহু]
∴ Δ POB ≅ Δ BOQ [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
সুতরাং, ∠POB = ∠QOB
ধাপ ২. অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে,
∠AOP = ∠AOS, ∠SOD = ∠ROD
এবং ∠COQ = ∠COR
ধাপ ৩. এখন, ∠AOB + ∠COD + ∠AOD + ∠BOC = চার সমকোণ
[ধাপ (২) হতে]
ধাপ ৪. কিন্তু ∠AOD = ∠AOS + ∠DOS = ∠AOP + ∠DOR
[ধাপ (১) ও (২) হতে]
ধাপ ৫. এবং ∠BOC = ∠BOQ + ∠COQ = ∠BOP + ∠COR
[ধাপ (৩), (৪) ও (৫) হতে]
ধাপ ৬. সুতরাং, ∠AOB + ∠COD + ∠AOP + ∠DOR + ∠BOP + ∠COR = চার সমকোণ
[∵ ∠AOP + ∠BOP = ∠AOB এবং ∠DOR + ∠COR = ∠COD]
বা, ∠AOB + ∠COD + (∠AOP + ∠BOP) + (∠DOR + ∠COR) = চার সমকোণ
বা, ∠AOB + ∠COD + ∠AOB + ∠COD = চার সমকোণ
বা, 2 (∠AOB + ∠COD) = চার সমকোণ
∴ ∠AOB + ∠COD = দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

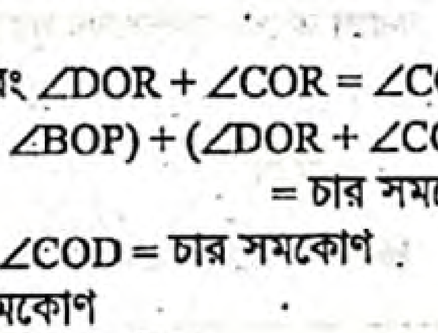
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ৫ | O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে বৃত্তে PA ও PB দুইটি স্পর্শক।

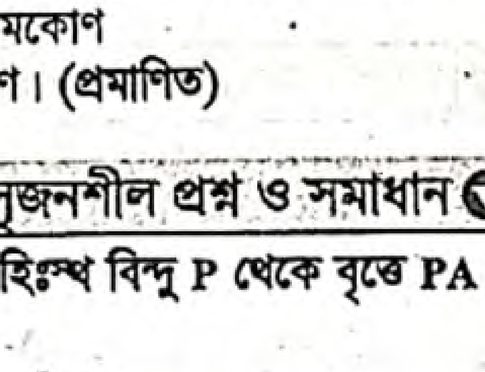
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁক।
খ. প্রমাণ কর যে, PA = PB.
গ. প্রমাণ কর যে, OP রেখাংশ স্পর্শ জ্যা AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রশ্মিদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।



খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রশ্মিদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PB।



অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :
ধাপ ১. যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ,
সেহেতু PA ⊥ OA. [স্পর্শক স্পর্শকবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]
∴ ∠PAO = এক সমকোণ।
অনুরূপে ∠PBO = এক সমকোণ
∴ Δ PAO এবং Δ PBO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।
ধাপ ২. এখন, Δ PAO ও Δ PBO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে
অতিভুজ PO = অতিভুজ PO [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OA = OB [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
∴ Δ PAO ≅ Δ PBO.
∴ PA = PB. (প্রমাণিত)

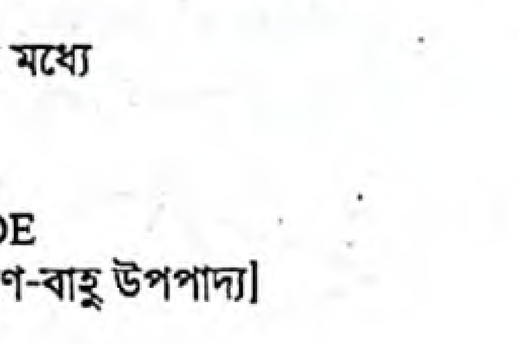
গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু। P হতে অঙ্কিত PA ও PB স্পর্শক বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। O, P এবং A, B যোগ করি। AB স্পর্শ জ্যা। OP, AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ করতে হবে যে, OP, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১. যেহেতু OA এবং OB উভয়ই স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।
সুতরাং ∠OAP = এক সমকোণ [PA ও PB, A ও B বিন্দুতে স্পর্শক]
এবং ∠OBP = এক সমকোণ
সমকোণী Δ PAO ও সমকোণী Δ PBO-এর মধ্যে PA = PB
[বহিঃস্থ বিন্দু হতে স্পর্শকদ্বয় সমান]
OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ Δ PAO ≅ Δ PBO [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ ∠POA = ∠POB
ধাপ ২. এখন Δ OAE ও Δ OBE-এর মধ্যে
OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OE = OE [সাধারণ বাহু]
এবং অন্তর্ভুক্ত ∠AOE = অন্তর্ভুক্ত ∠BOE
অতএব, Δ OAE ≅ Δ OBE [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ AE = BE
এবং ∠AEO = ∠BEO
কিন্তু কোণদ্বয় সন্নিহিত বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ।
সুতরাং OE, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।
অর্থাৎ OP, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক। (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৬ ▸ দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ কর যে, PO, ∠APB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সমাধান : বিশেষ নির্বাচন : দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, PO, ∠APB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।
প্রমাণ : ধাপ ১. Δ AOP এবং Δ BOP-এ
OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
PA = PB [বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান]
এবং OP = OP [সাধারণ বাহু]
∴ Δ AOP ≅ Δ BOP
∴ ∠APO = ∠BPO
∴ PO, ∠APB কে সমদ্বিখণ্ডক করে। (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুনির্বাচনি অংশ MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করে। এদের একটির ব্যাস 10 সে.মি. এবং অপরটির ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে, এদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে.মি.? [রা. বো. '২০]

ক 1 খ 4
গ 5 ঘ 9

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : দুইটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে এদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব হবে এদের ব্যাসার্ধের অন্তর = 5 – 4 = 1 সে.মি.।

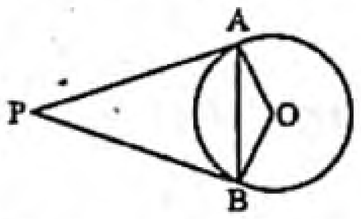
২. দুইটি বৃত্তে সর্বোচ্চ কয়টি সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব? [ব. বো. '২০]

ক 4 খ 3
গ 2 ঘ 1

৩. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে কোনটি? [দি. বো. '২০]

ক ব্যাসার্ধদ্বয়ের সমষ্টি খ বৃহত্তর বৃত্তের ব্যাসার্ধ
গ ক্ষুদ্রতর বৃত্তের ব্যাসার্ধ ঘ ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তর

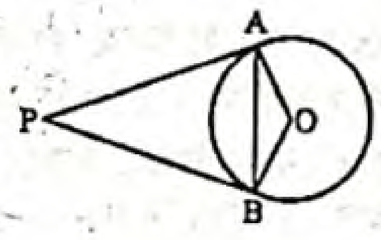
৪.



চিত্রে PA এবং PB দুইটি স্পর্শক এবং $\angle PAB = 30°$ হলে, $\angle AOB$ এর মান কত? [ম. বো. '২০]

ক 120° খ 90°
গ 60° ঘ 30°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে
PA এবং PB দুইটি স্পর্শক,
এবং $\angle PAB = 30°$
$\therefore \angle PAO = 90°$
বা, $\angle PAB + \angle OAB = 90°$
বা, $30° + \angle OAB = 90°$
$\therefore \angle OAB = 90° - 30° = 60°$
$\therefore \angle OBA = 60°$ [$\because$ OA = OB]
$\therefore \angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180°$
বা, $\angle AOB + 60° + 60° = 180°$
$\therefore \angle AOB = 180° - 120° = 60°$.

৫. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে বৃত্ত দুইটির মধ্যে সর্বোচ্চ কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়? [দি. বো. '১৯]

ক 4 খ 3
গ 2 ঘ 1

৬. কোনো বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি– [ব. বো. '১৭]

ক বর্গ খ রম্বস
গ আয়ত ঘ ট্রাপিজিয়াম

৭. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে সর্বোচ্চ কয়টি স্পর্শক আঁকা যাবে? [ঢা. বো. '১৭; দি. বো. '১৬]

ক 1 খ 2
গ 3 ঘ 4

৮. বৃত্তের কোনো একটি বিন্দুতে কতটি স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব? [চ. বো. '১৭]

ক 1 খ 2
গ 3 ঘ 4

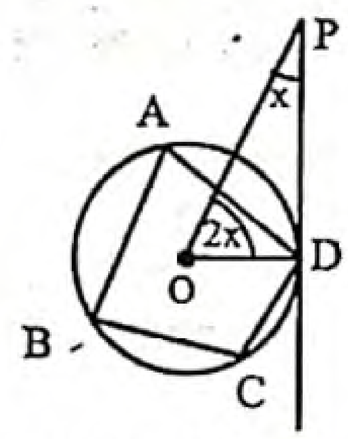
৯. 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে– [ব. বো. '১৭]

ক 1 সে.মি. খ 4 সে.মি.
গ 5 সে.মি. ঘ 9 সে.মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব (5 – 4) সে.মি. = 1 সে.মি.।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১০.



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের DP স্পর্শক–
i. $\angle BAD$ অধিচাপ
ii. $\angle BAD = 80°$
iii. $\angle OPD = 30°$
নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '২০]

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ক	২	ক	৩	ঘ	৪	গ	৫	খ	৬	গ	৭	খ	৮	ক	৯	ক	১০	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১১. দুইটি বৃত্ত অন্তঃস্পর্শ করলে তাদের সাধারণ স্পর্শক কয়টি থাকতে পারে? [গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাইস্কুল, ধানমন্ডি, ঢাকা]
ক 1টি খ 2টি
গ 3টি ঘ 4টি

১২. r_1 ও r_2 ব্যাসার্ধের বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]
ক $r_1 - r_2$ খ $r_1 + r_2$
গ $\frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ ঘ $2(r_1 - r_2)$

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান।
∴ r_1 ও r_2 ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $r_1 + r_2$.

১৩. 5 সে.মি. এবং 7 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে.মি.? [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]
ক 2 খ 5
গ 7 ঘ 12

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : 5 সে. মি. এবং 7 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের বিয়োগফল = (7 – 5) = 2 সে. মি.।

১৪. স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর লম্ব নিচের কোনটি দিয়ে যায়? [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ভেমরা, ঢাকা]
ক কেন্দ্র খ লম্ববিন্দু
গ পাদবিন্দু ঘ শীর্ষবিন্দু

১৫. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের কোনটি? [পুলিশ লাইন মাধ্যমিক বিদ্যালয়, যশোর]
ক সমান্তরাল খ লম্ব
গ সমান ঘ সমানুপাতিক

১৬. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PA ও PB স্পর্শক এবং AB জ্যা হলে, APB কোণ ধরনের ত্রিভুজ? [ক্যান্টনমেন্ট হাই স্কুল, যশোর]
ক সমকোণী খ সমবাহু
গ সমদ্বিবাহু ঘ বিষম বাহু

১৭. প্রত্যেক বৃত্তের ব্যাস কেন্দ্রে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে? [কুষ্টিয়া জিলা স্কুল, কুষ্টিয়া]
ক 120° খ 180°
গ 240° ঘ 300°

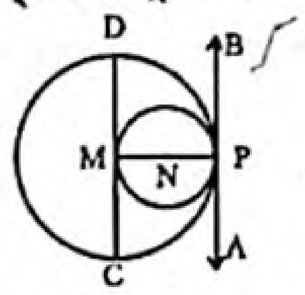
১৮. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ না করলে এদের মধ্যে সর্বোচ্চ কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়? [নবাব ফয়জুন্নেছা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা]
ক ২টি খ ৩টি
গ ৪টি ঘ ৫টি

১৯. 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করেছে। কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব কত? [চা: খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]
ক 1 সে.মি. খ 4 সে.মি.
গ 7 সে.মি. ঘ 12 সে.মি.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

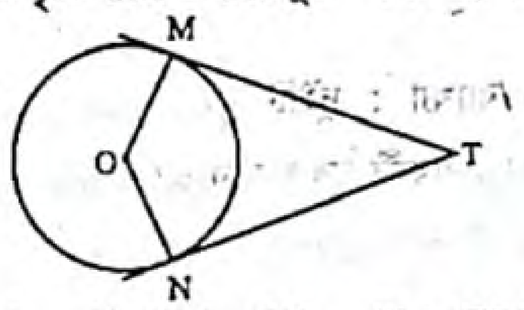
২০. দুইটি বৃত্ত পরস্পর–
i. বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান
ii. অন্ত:স্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান
iii. বহিঃস্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু অসমরেখ
নিচের কোনটি সঠিক? [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২১. M ও N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত P বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করার ফলে–



i. AB বৃত্ত দুটির সাধারণ স্পর্শক
ii. $< MPB = 90°$
iii. $MP = \frac{1}{2}CD$
নিচের কোনটি সঠিক? [গভ. ল্যাব. হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

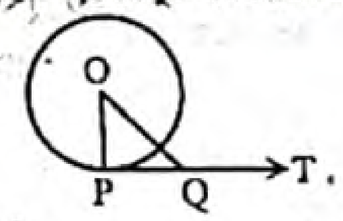
২২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে TM ও TN দুটি স্পর্শক হলে–



i. TM = TN ii. OM = ON iii. $\angle TMO = 180°$
নিচের কোনটি সঠিক? [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]
ক i ও iii খ ii ও iii গ i ও ii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

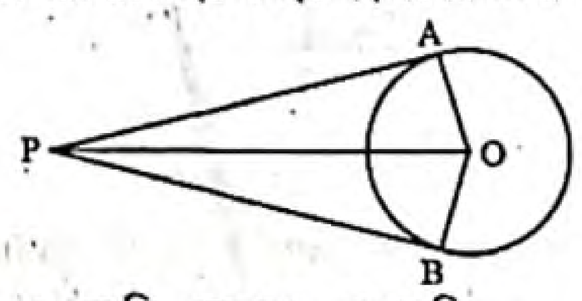
নিচের চিত্র থেকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমি, শেরপুর]



২৩. নিচের কোনটি সঠিক?
ক OP > OQ খ OP < OQ
গ OP = OQ ঘ OP ≥ OQ

২৪. চিত্রে PT স্পর্শক হলে–
i. OP ⊥ PT
ii. $\angle OPT = 90°$
iii. OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i খ i ও ii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

প্রদত্ত চিত্রের আলোকে ২৫ ও ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে OA = 3 সে.মি. এবং PA = 9 সে.মি। [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

২৫. চিত্রে OA এবং OB বাহু দুইটির সম্পর্ক কী?
ক উভয়েই একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ খ তারা একই রেখায় অবস্থিত
গ তাদের কোন সাধারণ বিন্দু নেই ঘ P থেকে তাদের দূরত্ব সমান নয়

২৬. Δ AOP ও Δ BOP এর মধ্যে সাদৃশ্য কী?
ক উভয়ই সমবাহু ত্রিভুজ খ উভয়ই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
গ উভয়ই স্থূলকোণী ত্রিভুজ ঘ উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১১	ক	১২	খ	১৩	ক	১৪	ক	১৫	খ	১৬	গ	১৭	খ	১৮	গ	১৯	ক	২০	ক	২১	ঘ	২২	গ	২৩	খ	২৪	ঘ	২৫	ক	২৬	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৭. দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান হলে বৃত্তদ্বয়ের প্রকৃতি কিরূপ? (সহজমান)

ক সমান হবে খ অন্তঃস্পর্শ করবে
গ বহিঃস্পর্শ করবে ঘ ছেদ করবে

২৮. সমতলস্থ একটি বৃত্ত ও সরলরেখার যদি দুইটি ছেদবিন্দু থাকে, তবে রেখাটিকে বৃত্তটির কী বলা হয়? (সহজমান)

ক স্পর্শক খ স্পর্শবিন্দু
গ ছেদবিন্দু ঘ ছেদক

২৯. বৃত্তের প্রত্যেক ছেদকের ছেদবিন্দুদ্বয়ের অন্তর্বর্তী সকল বিন্দু বৃত্তটির কোথায় থাকে? (সহজমান)

ক উপরে খ নিচে
গ বহির্ভাগে ঘ অভ্যন্তরে

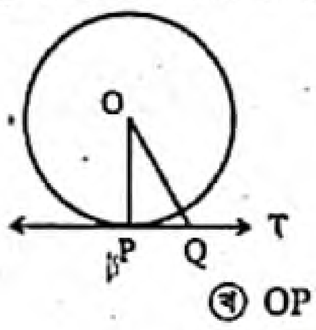
৩০. একটি সরলরেখা যদি দুইটি বৃত্তের স্পর্শক হয়, তবে তাকে বৃত্ত দুইটির একটি কী বলা হয়? (সহজমান)

ক স্পর্শক খ সাধারণ স্পর্শক
গ সরল সাধারণ স্পর্শক ঘ তির্যক সাধারণ স্পর্শক

৩১. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব— (সহজমান)

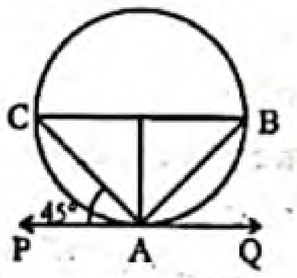
ক সমান খ সমান নয়
গ বড় ঘ ছোট

৩২. চিত্রে OP এবং OQ এর মধ্যে সঠিক সম্পর্ক কোনটি? (কঠিনমান)



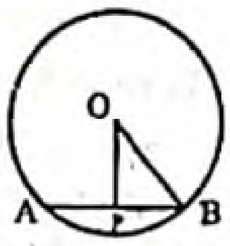
ক $OP > OQ$ খ $OP < OQ$
গ $OP = OQ$ ঘ $OP \neq OQ$

৩৩. চিত্রে, PAQ যদি A বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক এবং $\angle PAC = 45°$ হয়, তবে $\angle ABC$ এর মান কত? (কঠিনমান)



ক 40° খ 45°
গ 60° ঘ 90°

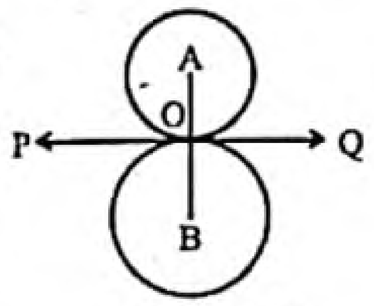
৩৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, AP = BP = 8 সে. মি. এবং OP = 6 সে. মি. হলে, OB = কত? (কঠিনমান)



ক 11 সে. মি. খ 12 সে. মি.
গ 13 সে. মি. ঘ 10 সে. মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $OB = \sqrt{OP^2 + BP^2}$
$= \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$
$= \sqrt{36 + 64}$
$= \sqrt{100}$
= 10 সে.মি.।

৩৫. চিত্রে $\angle AOB$ = কত? (কঠিনমান)



ক 90° খ 120°
গ 180° ঘ 360°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle AOB$ = এক সরলকোণ = 180°.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৩৬. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহি স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের—

i. ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান
ii. ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান
iii. ব্যাসার্ধের বর্গের সমষ্টির সমান

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i খ i ও ii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৭. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করলে—

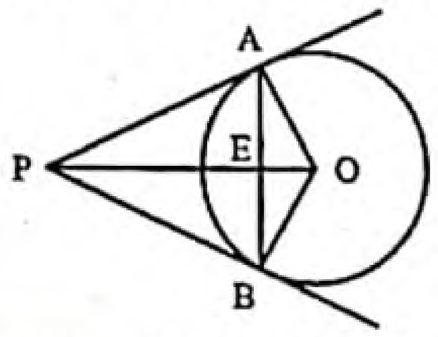
i. অন্তঃস্পর্শকের ক্ষেত্রে স্পর্শ বিন্দু ছাড়া বৃত্তের সকল বিন্দু বৃত্তের ভিতরে থাকবে
ii. বহিঃস্পর্শকের ক্ষেত্রে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান
iii. অন্তঃ ও বহিঃ উভয় স্পর্শকের ক্ষেত্রে বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র ও তাদের স্পর্শ বিন্দু সমরেখ

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩৮ ও ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PA ও PB স্পর্শক। OA ও OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ হলে, $\angle OAP$ এর পরিমাণ কত? (কঠিনমান)

ক 45° খ 90°
গ 60° ঘ 100°

৩৯. উপরের তথ্যানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

ক $OP = PA$ খ $OP = PB$
গ $PA = PB$ ঘ $PA = AB$

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

২৭	গ	২৮	ঘ	২৯	ঘ	৩০	খ	৩১	ক	৩২	খ	৩৩	খ	৩৪	ঘ	৩৫	গ	৩৬	ক	৩৭	ঘ	৩৮	খ	৩৯	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০২০

O কেন্দ্রবিশিষ্ট BCD বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু A থেকে বৃত্তে AB ও AC দুটি স্পর্শক।

ক. OB = 5 সে.মি. হলে, BCD বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB = AC. ৪

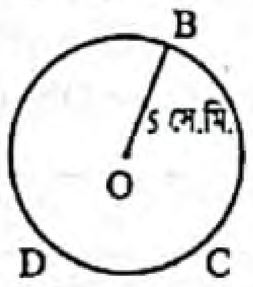
গ. প্রমাণ কর যে, AO ⊥ BC. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ [যেখানে বৃত্তের ব্যাসার্ধ r]

BCD বৃত্তে বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OB = 5 সে.মি.



∴ বৃত্তের পরিধি = $2\pi \times 5$ সে.মি.

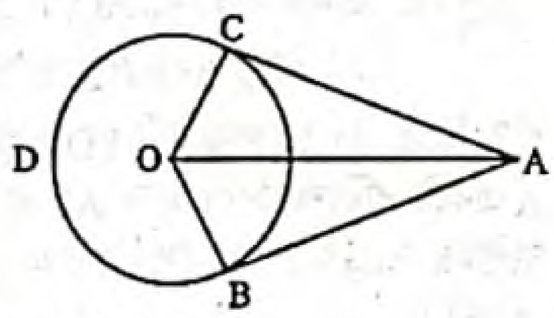
= 10π সে.মি.

= 10×3.1416 সে.মি.

= 31.416 সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তের পরিধি 31.416 সে.মি. (প্রায়)।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি BCD বৃত্তে বহিঃস্থ A বিন্দু থেকে AB ও AC দুইটি স্পর্শক।



প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC.

অঙ্কন : O, B; O, C এবং A, O যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : যেহেতু AB স্পর্শক এবং OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

∴ AB ⊥ OB [∵ স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]

∴ ∠ABO = 1 সমকোণ

অনুরূপভাবে, ∠ACO = 1 সমকোণ

∴ Δ AOB ও Δ AOC উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ ২ : Δ AOB ও Δ AOC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে অতিভুজ AO = অতিভুজ AO [সাধারণ বাহু]

OB = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∴ Δ AOB ≅ Δ AOC [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা]

∴ AB = AC. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট BCD বৃত্তে বহিঃস্থ A বিন্দু থেকে AB ও AC দুইটি স্পর্শক।

B, C যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, AO ⊥ BC.

অঙ্কন : A, O যোগ করি যা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

O, B ও O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ OBC-এ OB = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∠OCB = ∠OBC [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]

ধাপ ২ : Δ OBD ও Δ OCD-এ

OB = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

OD = OD [সাধারণ বাহু]

অন্তর্ভুক্ত ∠OBD = অন্তর্ভুক্ত ∠OCD [ধাপ (১)]

∴ Δ OBD ≅ Δ OCD [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ ∠ODB = ∠ODC

কিন্তু এরা রৈখিক যুগল কোণ।

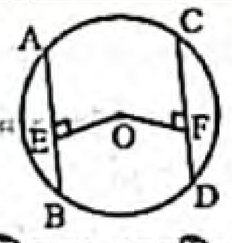
∴ ∠ODB = ∠ODC = 1 সমকোণ

∴ OD ⊥ BC

অতএব, AO ⊥ BC. [OA, OD এরই বর্ধিতাংশ]

∴ AO ⊥ BC. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০২০



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত। বৃত্তটির জ্যা AB = জ্যা CD.

ক. OA = 5 সে.মি. হলে, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, OE = OF. ৪

গ. বহিঃস্থ কোনো P বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে PM ও PN দুটি স্পর্শক টানা হলো। প্রমাণ কর যে, PM = PN. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক [যেখানে বৃত্তের ব্যাসার্ধ r]

এখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = OA = 5 সে.মি.

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক

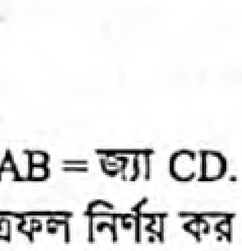
= $\pi(5)^2$ বর্গ সে.মি.

= 3.1416×25 বর্গ সে.মি.

= 78.54 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

নির্ণেয় বৃত্তের ক্ষেত্রফল 78.54 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

খ দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে জ্যা AB = জ্যা CD. OE ⊥ AB ও OF ⊥ CD. প্রমাণ করতে হবে যে, OE = OF.



অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : OE ⊥ AB এবং OF ⊥ CD

AE = BE, CF = DF [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা'র উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

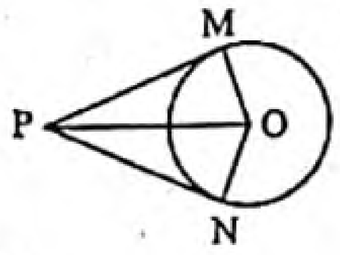
∴ $AE = \frac{1}{2}AB$, $CF = \frac{1}{2}CD$

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ২ : AB = CD [প্রদত্ত]
∴ AE = CF
ধাপ ৩ : Δ OAE ও Δ OFC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,
অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
AE = CF [ধাপ ২]
∴ Δ OAE ≅ Δ OFC [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
∴ OE = OF. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে ঐ বৃত্তে PM ও PN দুটি স্পর্শক আঁকা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, PM = PN.



অঙ্কন : O, M ও O, N এবং O, P যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : যেহেতু PM স্পর্শক, OM স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।
সুতরাং, PM ⊥ OM [∵ স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]
∴ ∠PMO = এক সমকোণ
অনুরূপভাবে, ∠PNO = এক সমকোণ
অর্থাৎ, Δ PMO ও Δ PNO সমকোণী ত্রিভুজ।
ধাপ ২ : Δ PMO ও Δ PNO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,
অতিভুজ PO = অতিভুজ PO [সাধারণ বাহু]
OM = ON [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ Δ PMO ≅ Δ PNO [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
∴ PM = PN. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৯

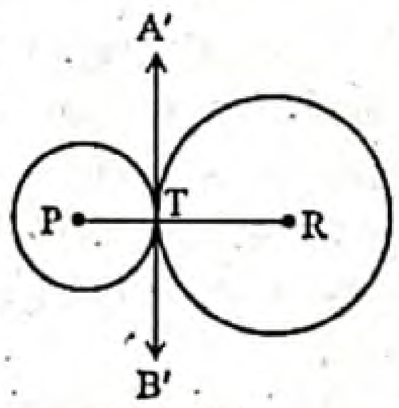
P ও R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। আবার O কেন্দ্রবিশিষ্ট অপর একটি বৃত্তের MN ও SQ দুইটি সমান জ্যা যার OA ⊥ MN এবং OB ⊥ SQ।

ক. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটির ব্যাস 20 cm হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকের ১ম শর্তানুসারে দেখাও যে, ∠PTR = 180°. ৪
গ. উদ্দীপকের ২য় শর্তানুসারে প্রমাণ কর যে, OA = OB. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

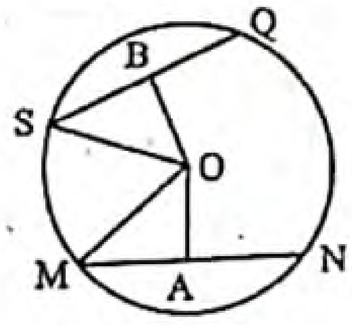
ক এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস 20 cm
∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{20}{2}$ cm = 10 cm
∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক
= 3·1416 × $(10)^2$ cm^2
= 3·1416 × 100 cm^2 = 314·16 cm^2
অতএব, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 314·16 cm^2.

খ মনে করি, P ও R কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত T বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠PTR = 180°।
অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে স্পর্শ করেছে সেহেতু T বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন T বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক A′TB′ অঙ্কন করি এবং T, P ও T, R যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১ : P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে TP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং A′TB′ স্পর্শক।
সুতরাং ∠A′TP = এক সমকোণ = 90°
তদ্রূপ ∠A′TR = এক সমকোণ = 90°
ধাপ ২ : ∠A′TP + ∠A′TR = 90° + 90° [ধাপ (১) হতে]
∴ ∠PTR = 180° [∵ A′TP + ∠A′TR = ∠PTR] (দেখানো হলো)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে MN ও SQ দুইটি সমান জ্যা। MN এবং SQ জ্যা এর উপর যথাক্রমে OA এবং OB লম্ব।
প্রমাণ করতে হবে যে, OA = OB.
অঙ্কন : O, M এবং O, S যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১ : এখানে, OA ⊥ MN ও OB ⊥ SQ.
সুতরাং MA = NA এবং SB = QB [∵ কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
∴ $MA = \frac{1}{2}MN$ এবং $SB = \frac{1}{2}SQ$.
ধাপ ২ : কিন্তু MN = SQ [কল্পনা]
বা, $\frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}SQ$
∴ MA = SB [ধাপ (১) হতে]
ধাপ ৩ : এখন OAM এবং OSB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,
অতিভুজ OM = অতিভুজ OS [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং MA = SB [ধাপ ২]
∴ Δ OAM ≅ Δ OSB
[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ OA = OB. (প্রমাণিত)

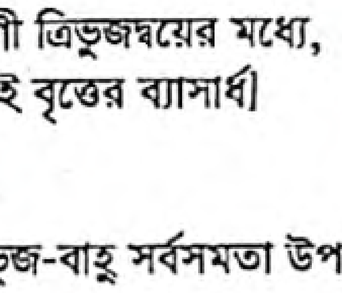
প্রশ্ন ৪ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৬

O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে A একটি বহিঃস্থ বিন্দু। AP এবং AQ বৃত্তের P ও Q বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।

ক. উপরের তথ্যের আলোকে বৃত্তটির চিহ্নিত চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, AP = AQ. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, AO, PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক। ৪

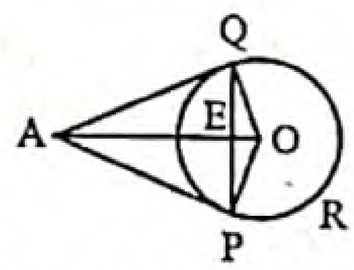
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তের A একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং AP ও AQ রশ্মিদ্বয় বৃত্তের P ও Q বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।



খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তের A একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং AP ও AQ রশ্মিদ্বয় বৃত্তের P ও Q বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।
O, A এবং Q, P যোগ করি। PQ স্পর্শ জ্যা। OA, PQ কে E বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে, AO, PQ-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।
অঙ্কন : O, Q এবং O, P যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১ : যেহেতু OQ এবং OP উভয়ই স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।
সুতরাং ∠OQA = এক সমকোণ
এবং ∠OPA = এক সমকোণ [AQ ও AP, Q ও P বিন্দুতে স্পর্শক]
সমকোণী Δ AQO ও সমকোণী Δ APO-এর মধ্যে AQ = AP
[বহিঃস্থ বিন্দু হতে স্পর্শকদ্বয় সমান]
OQ = OP [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ Δ AQO ≅ Δ APO [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ ∠AOQ = ∠AOP

www.abswer.com

www.abswer.com

ধাপ ২ : এখন Δ OQE ও Δ OPE-এর মধ্যে OQ = OP [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OE = OE [সাধারণ বাহু]
এবং অন্তর্ভুক্ত ∠QOE = অন্তর্ভুক্ত ∠POE
অতএব, Δ OQE ≅ Δ OPE [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ QE = PE এবং ∠QEO = ∠PEO
কিন্তু কোণদ্বয় সন্নিহিত বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ।
সুতরাং OE, QP-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।
অর্থাৎ AO, PQ-এর লম্বদ্বিখণ্ডক। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৫

C ও C′ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

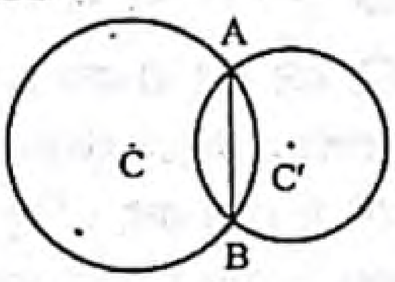
ক. A ও B বিন্দু দিয়ে দুইটি বৃত্তের একট সাধারণ জ্যা আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, C C′ রেখাংশ AB জ্যাকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে। ৪

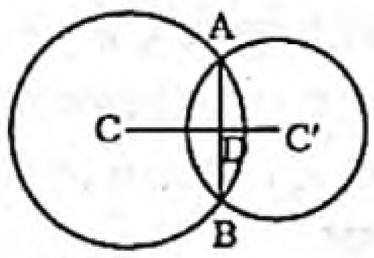
গ. প্রমাণ কর যে, দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু A ও B দিয়ে যায় এমন সব বৃত্তের কেন্দ্রগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে C ও C′ কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে। A ও B যোগ করি। তাহলে AB-ই হবে বৃত্তদ্বয়ের একটি সাধারণ জ্যা।

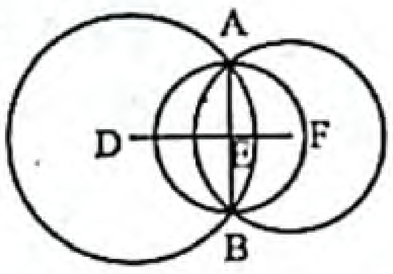


খ মনে করি, C ও C′ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, B যোগ করি। AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু D নির্ণয় করি। C, D এবং C′, D যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, CC′ রেখাংশ AB জ্যাকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।



প্রমাণ : C বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু D হওয়ায় CD ⊥ AB
[∵ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসভিন্ন যেকোনো জ্যা এর
মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]
∴ ∠ADC = এর সমকোণ।
অনুরূপভাবে, ∠ADC′ = এক সমকোণ।
কিন্তু ∠ADC ও ∠ADC′ সন্নিহিত কোণ।
∴ CD ও C′D একই সরলরেখায় অবস্থিত।
সুতরাং CC′ রেখাংশ AB জ্যাকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
(প্রমাণিত)

গ মনে করি, D, E ও F কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তগুলো দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু A ও B দিয়ে যায়। প্রমাণ করতে হবে যে, D, E ও F একই সরলরেখায় অবস্থিত।



অঙ্কন : A, B; D, E এবং E, F যোগ করি।
AB এর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করি। দেখা যাচ্ছে E বিন্দুই হচ্ছে AB এর মধ্যবিন্দু।
প্রমাণ : D বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু E হওয়ায় DE ⊥ AB
[∵ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসভিন্ন যেকোনো জ্যা এর
মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]
∴ ∠AED = এক সমকোণ।
অনুরূপভাবে, ∠AEF = এক সমকোণ।
∴ DE ও EF একই সরলরেখায় অবস্থিত।
সুতরাং D, E ও F একই সরলরেখায় অবস্থিত। (প্রমাণিত)

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ৬ ▸ ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।

ক. OQ = 4 সে.মি. হলে বৃত্তটির পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

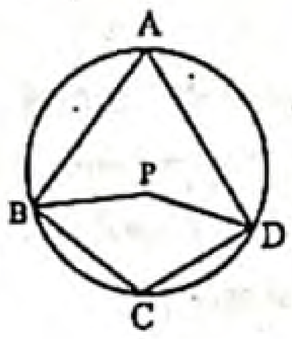
খ. প্রমাণ কর যে, ∠QPS এবং ∠QRS এর সমষ্টি দুই সমকোণের সমান। ৪

গ. PT ঐ বৃত্তে একটি স্পর্শক হলে প্রমাণ কর যে, PT ⊥ OP. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = OQ = 4 সে.মি.
∴ বৃত্তের পরিধি = 2πr একক
= 2 × 3.1416 × 4 সে.মি.
= 25.13 সে.মি. (প্রায়)
বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক
= 3.1416 × 4^2 বর্গ সে.মি.
= 50.27 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

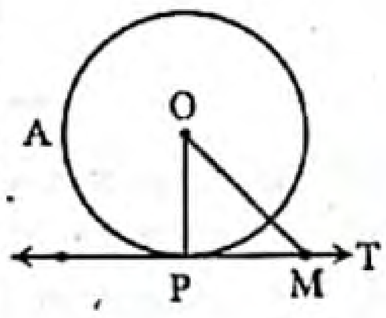
খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।
প্রমাণ করতে হবে যে,
∠QPS + ∠QRS = 180°



অঙ্কন : O, Q ও O, S যোগ করি।

প্রমাণ :
ধাপ ১ : একই চাপ QRS এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠QOS = 2 (বৃত্তস্থ ∠QPS)
[একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অর্থাৎ ∠QOS = 2∠QPS
ধাপ ২ : আবার একই চাপ QPS এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ ∠QOS = 2(বৃত্তস্থ ∠QRS) [একই কারণে]
অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ ∠ QOS = 2∠QRS
∴ ∠QOS + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠QOS = 2(∠QPS + ∠QRS)
কিন্তু ∠QOS + প্রবৃদ্ধ কোণ ∠QOS = 360°
∴ 2(∠QPS + ∠QRS) = 360°
বা, $\angle QPS + \angle QRS = \frac{360°}{2}$
∴ ∠QPS + ∠QRS = 180°. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ওপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক এবং OP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে যে, PT ⊥ OP.



অঙ্কন : PT স্পর্শকের ওপর যেকোনো একটি বিন্দু M নিই এবং O, M যোগ করি।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ :
ধাপ ১ : যেহেতু বৃত্তের P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক, সুতরাং ঐ P বিন্দু ব্যতীত PT এর ওপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে। সুতরাং M বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।
ধাপ ২ : OM বৃত্তের ব্যাসার্ধ OP এর চেয়ে বড়, অর্থাৎ, OM > OP এবং তা স্পর্শ বিন্দু P ব্যতীত PT এর ওপরস্থ M বিন্দুর সকল অবস্থানের জন্য সত্য।
∴ কেন্দ্র O থেকে PT স্পর্শকের ওপর OP হলো ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।
সুতরাং PT ⊥ OP. (প্রমাণিত)

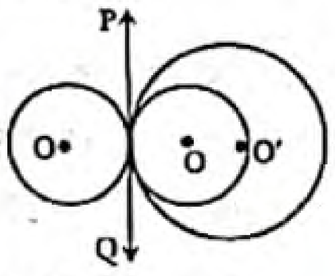
প্রশ্ন ৭ ▸ ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ

O এবং O' কেন্দ্র বিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে এবং PCQ তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক।

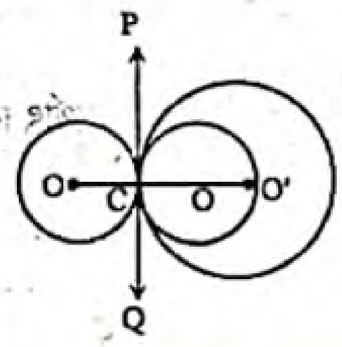
ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, অন্তঃস্পর্শ এবং বহিঃস্পর্শ উভয়ক্ষেত্রেই O, O', C সমরেখ। ৪
গ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে PA এবং PB দুইটি স্পর্শক টানা হলো। প্রমাণ কর যে, OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AB এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক O এবং O' কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত পরস্পর C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে এবং PCQ তাদের সাধারণ স্পর্শক।



খ মনে করি, O এবং O' কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে এবং PCQ তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক।
অঙ্কন : O, C এবং O', C যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১ : O কেন্দ্রবিশিষ্ট OC স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং PCQ স্পর্শক।
সুতরাং, ∠PCO = এক সমকোণ
তদ্রুপ, ∠PCO' = এক সমকোণ
∴ ∠PCO + ∠PCO' = এক সমকোণ + এক সমকোণ
বা, ∠OCO' = 2 সমকোণ বা এক সরলকোণ
অথবা, ∠COO' = 2 সমকোণ বা এক সরলকোণ
সুতরাং, O, O', C বিন্দুত্রয় সমরেখ।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৪(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

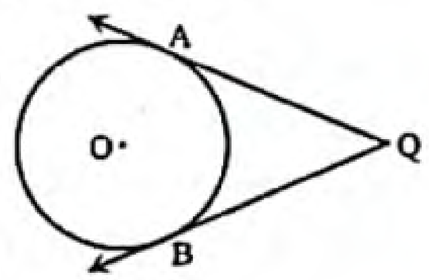
প্রশ্ন ৮ ▸ চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম

O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু Q থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হলো।

ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, OQ সরলরেখা স্পর্শ জ্যা এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪
গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত বৃত্তটিকে অপর একটি বৃত্তে অন্তঃস্পর্শ করলে প্রমাণ কর যে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখ। ৪

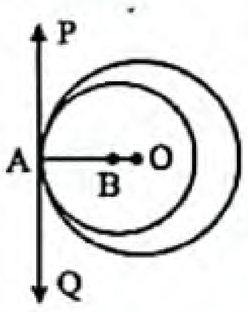
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু Q থেকে QA এবং QB দুটি স্পর্শক।



খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৪(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, O এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর A বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, O, B এবং A বিন্দু তিনটি সমরেখ।

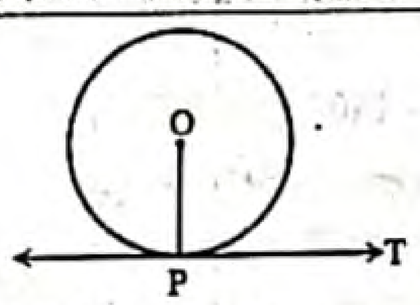


অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং A বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন A বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক PAQ অঙ্কন করি এবং A, O ও A, B যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ ১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AO স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং PAQ স্পর্শক। [স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]
সুতরাং ∠PAO = এক সমকোণ।
তদ্রুপ ∠PAB = এক সমকোণ।
∴ ∠PAO = ∠PAB = এক সমকোণ।
অর্থাৎ AO এবং AB উভয়ই PAQ রেখার A বিন্দুতে PQ এর ওপর লম্ব। [স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]
অতএব, AO, AB একই সরলরেখায় অবস্থিত।
সুতরাং O, B, A বিন্দুত্রয় সমরেখ। (প্রমাণিত)

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ২ : বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য বর্ণনা করতে পারব।

প্রশ্ন ৯ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

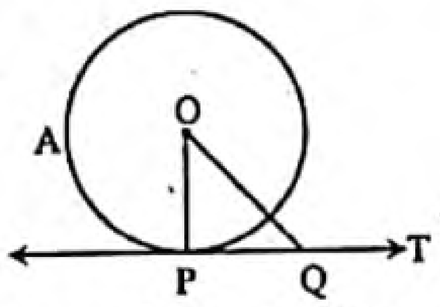


ক. চিত্রের সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ২
খ. প্রমাণ কর যে, PT ⊥ OP. ৪
গ. দেখাও যে, PT, P বিন্দুতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি স্পর্শক। ৪
[পাঠ্যবইয়ের উপপাদ্য ২৫ এর আলোকে]

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ওপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে যে, PT ⊥ OP.



অঙ্কন : PT স্পর্শকের ওপর যেকোনো একটি বিন্দু Q নিই এবং O, Q যোগ করি।

www.abswer.com

www.abswer.com

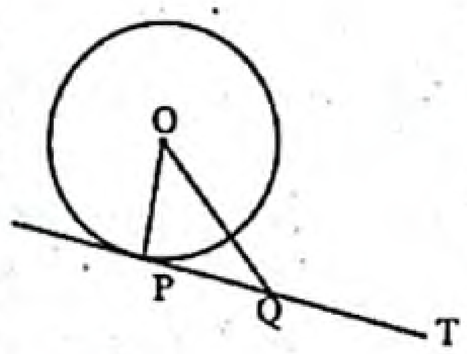
প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক, সুতরাং ঐ P বিন্দু ব্যতীত PT এর ওপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে। সুতরাং Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

∴ OQ বৃত্তের ব্যাসার্ধ OP এর চেয়ে বড়, অর্থাৎ OQ > OP এবং তা স্পর্শবিন্দু P ব্যতীত PT এর ওপরস্থ Q বিন্দুর সকল অবস্থানের জন্য সত্য।

∴ কেন্দ্র O থেকে PT স্পর্শকের ওপর OP হলো ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

সুতরাং PT ⊥ OP. (প্রমাণিত)

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি ব্যাসার্ধ OP . PT ⊥ OP। প্রমাণ করতে হবে যে, PT, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি স্পর্শক।



অঙ্কন : PT সরলরেখার উপরস্থ একটি বিন্দু Q নিই। O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : PT ⊥ OP [দেওয়া আছে]

∴ ∠OPT = 1 সমকোণ

∴ ΔOPQ সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ ২ : ΔOPQ এর অতিভুজ OQ.

∴ OQ > OP [সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু অতিভুজ]

∴ P বিন্দু ছাড়া PT রেখার উপরস্থ অন্যকোনো বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব OP ব্যাসার্ধের সমান নয়।

∴ PT রেখার উপরস্থ P বিন্দুই শুধু O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধিস্থ।

∴ PT, P বিন্দুতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি স্পর্শক। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১০ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে।

ক. বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

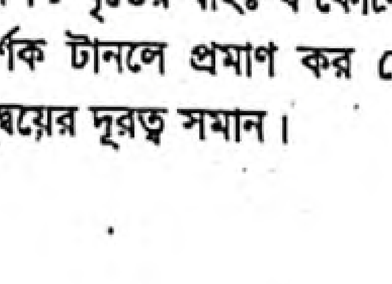
খ. প্রমাণ কর যে, A, O, B বিন্দুত্রয় সমরেখ। ৪

গ. দেখাও যে, দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হবে। ৪

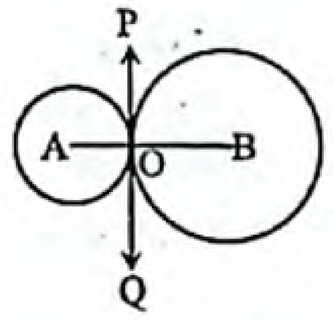
[পাঠ্যবইয়ের উপপাদ্য ২৭ এবং অনুশীলনী ৮.৪ এর ২নং এর আলোকে]

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক বর্ণনা অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন করা হলো :



খ মনে করি, A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, A, O, B বিন্দু তিনটি সমরেখ।



অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং O বিন্দুতে এদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ অঙ্কন করি এবং O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ : A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং POQ স্পর্শক। সুতরাং ∠POA = এক সমকোণ।

তদ্রুপ ∠POB = এক সমকোণ।

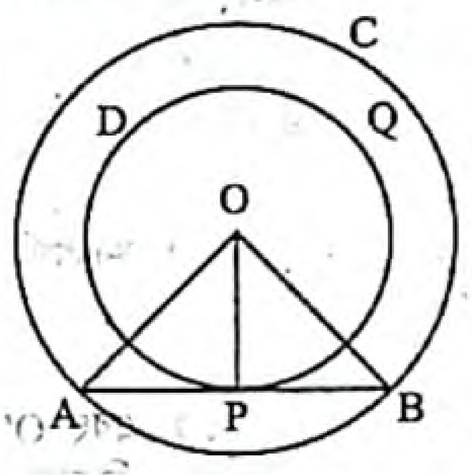
এখন, ∠POA + ∠POB = এক সমকোণ + এক সমকোণ = দুই সমকোণ।

বা, ∠AOB = দুই সমকোণ

অর্থাৎ, ∠AOB একটি সরলকোণ।

∴ A, O, B বিন্দুত্রয় সমরেখ। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ABC ও DPQ বৃত্ত দুইটি এককেন্দ্রিক অর্থাৎ উভয় বৃত্তের কেন্দ্র O। বৃত্ত ABC, বৃত্ত DPQ হতে বৃহত্তর। ABC বৃত্তের জ্যা AB, DPQ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, P বিন্দুতে AB সমদ্বিখণ্ডিত হবে। অর্থাৎ PA = PB.

অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. OP, DPQ বৃত্তের স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং AB স্পর্শক।

সুতরাং, ∠OPB = এক সমকোণ = ∠OPA।

সমকোণী Δ OPB ও সমকোণী Δ OPA-এর মধ্যে

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

OP = OP [সাধারণ বাহু]

∴ Δ OPB ≅ Δ OPA [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ AP = BP

অর্থাৎ AB, P বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। (দেখানো হলো)

অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ১১ ▸ পাঠ্যবইয়ের ১৬৬ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রণীত

A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করে।

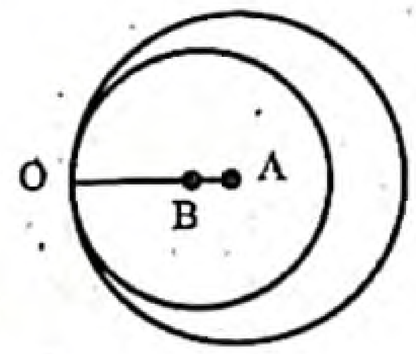
ক. চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হবে। ৪

গ. A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে প্রমাণ কর যে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

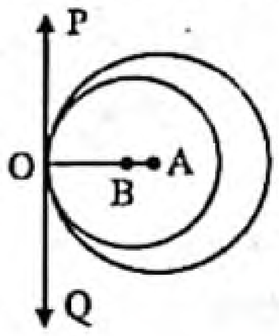
ক চিত্রে A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করেছে।



www.abswer.com

www.abswer.com

খ মনে করি, A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করে।
প্রমাণ করতে হবে যে, A, B এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ।

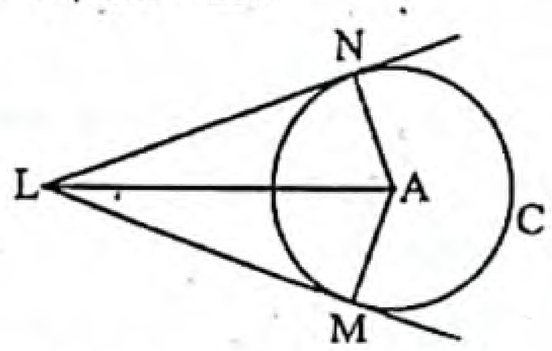


অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং O বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ অঙ্কন করি এবং O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OA স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং POQ স্পর্শক। [স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]
সুতরাং ∠POA = এক সমকোণ।
তদ্রুপ ∠POB = এক সমকোণ। [স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ
∴ ∠POA = ∠POB = এক সমকোণ। [স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]
অর্থাৎ AO এবং BO উভয়ই POQ রেখার O বিন্দুতে PQ এর ওপর লম্ব।
অতএব, AO, BO একই সরলরেখায় অবস্থিত।
সুতরাং A, B, O বিন্দুত্রয় সমরেখ। (প্রমাণিত)

গ মনে করি, A কেন্দ্রবিশিষ্ট MNC বৃত্তের, L একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং LM ও LN রশ্মিদ্বয় বৃত্তের M ও N বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।
প্রমাণ করতে হবে যে, LM = LN



অঙ্কন : A, M; A, N এবং A, L যোগ করি।

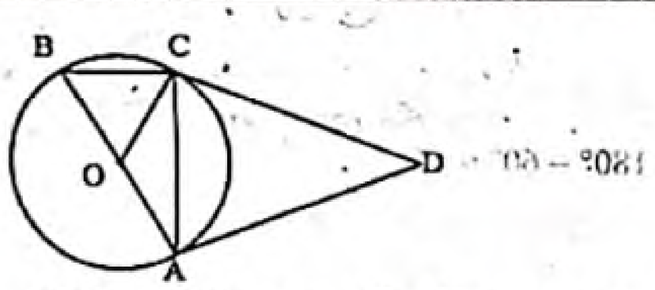
প্রমাণ :

ধাপ ১. যেহেতু LM স্পর্শক এবং AM স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু [স্পর্শক স্পর্শকবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]
LM ⊥ AM সুতরাং ∠LMA = এক সমকোণ।
অনুরূপে ∠LNA = এক সমকোণ।
∴ Δ LMA এবং Δ LNA উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।
ধাপ ২. এখন Δ LMA ও Δ LNA সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে
অতিভুজ LA = অতিভুজ LA
এবং AM = AN [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ Δ LMA ≅ Δ LNA [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
∴ LM = LN. (প্রমাণিত)

অধিক অনুশীলনের জন্য আরও সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্নব্যাংক আকারে উপস্থাপিত

১২।



ক. উদ্দীপকের চিত্রের সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ২
খ. প্রমাণ কর যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ। ৪
গ. দেখাও যে, OD সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AC এর লম্বদ্বিখণ্ডক। ৪

১৩। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ABCD একটি পরিলিখিত চতুর্ভুজ। AB ও BC বৃত্তটিকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করে।
ক. প্রমাণ কর যে, BP = BQ ২
খ. প্রমাণ কর যে, BO সরলরেখা স্পর্শ-জ্যা PQ এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪
গ. OB = OD হলে প্রমাণ কর যে, AD + BC = AB + CD ৪

অনুশীলনমূলক কাজ অংশ

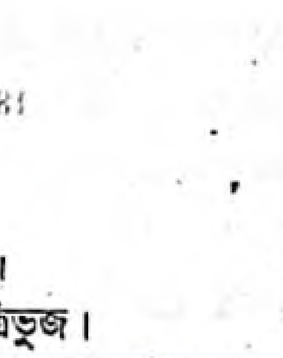
Practice Activities Section

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ের এ অধ্যায়ে অনুশীলনমূলক কাজ (একক ও দলগত) দেওয়া আছে। কাজগুলোর পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর উল্লেখ করে নিচে প্রদত্ত হলো। তোমরা এ কাজগুলো একক বা দলগতভাবে সম্পাদন করে মূল্যায়নের জন্য শ্রেণি শিক্ষকের নিকট জমা দিবে।

অনুশীলনমূলক কাজ : ● পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা ১৬৬ এর কাজ

কাজ ১ ▸ প্রমাণ কর যে, দুইটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হবে।

সমাধান : মনে করি, A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, A, B এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ।



অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং O বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ অঙ্কন করি এবং O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OA স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং POQ স্পর্শক। [স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]
সুতরাং ∠POA = এক সমকোণ।
তদ্রুপ ∠POB = এক সমকোণ। [স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ
∴ ∠POA = ∠POB = এক সমকোণ। [স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]
অর্থাৎ AO এবং BO উভয়ই POQ রেখার O বিন্দুতে PQ এর ওপর লম্ব।
অতএব, AO, BO একই সরলরেখায় অবস্থিত।
সুতরাং A, B, O বিন্দুত্রয় সমরেখ। (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

অধ্যায় ৮

অনুশীলনী ৮.৫
বৃত্ত সম্পর্কীয় সম্পাদ্য ও বৃত্তের স্পর্শক অঙ্কন

সাধারণ জ্যামিতিক অংশ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

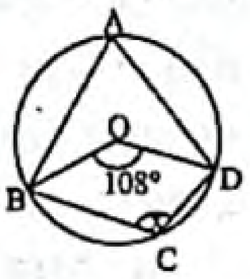
১। কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ–

ক সূক্ষ্মকোণ　খ স্থূলকোণ
গ সমকোণ　ঘ পূরক কোণ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ।

২। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে x-এর মান কত?

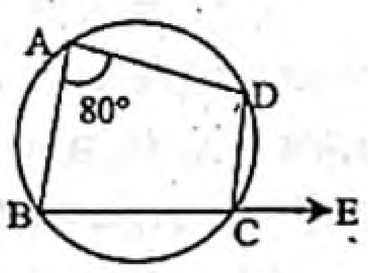
ক 126°　খ 108°
গ 72°　ঘ 54°



▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : x = বৃত্তস্থ $\angle BCD$
$= \frac{1}{2} \times$ কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle BOD$
$= \frac{1}{2} \times (360° - 108°)$
$= 126°$.

৩। পাশের চিত্রে $\frac{1}{2}\angle ECD$ = কত ডিগ্রি?

ক 40°　খ 50°
গ 80°　ঘ 100°



▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1}{2}\angle ECD = \frac{1}{2} \times (180° - \angle BCD)$
$= \frac{1}{2}\angle BAD$
$= \frac{1}{2} \times 80°$
$= 40°$.

৪। দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। তাদের একটির ব্যাস 8 সে.মি. এবং অপরটির ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে, এদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে.মি. হবে?

ক 0　খ 4
গ 8　ঘ 12

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে,
উভয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. ও $\frac{8}{2} = 4$ সে.মি.
যেহেতু বৃত্তদ্বয় বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করেছে। অতএব কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = (4 + 4) বা, 8 সে.মি.।

৫। O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক PQ ও PR টানা হলে ΔPQR হবে–

i. সমদ্বিবাহু
ii. সমবাহু
iii. সমকোণী

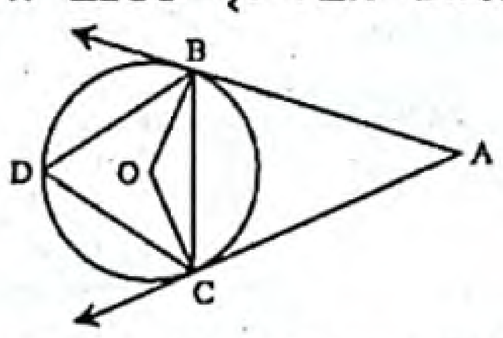
নিচের কোনটি সঠিক?

ক i　খ i ও ii
গ ii ও iii　ঘ i, ii ও iii

৬। ABC সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O হলে, $\angle BOC$ = কত ডিগ্রি?

ক 30°　খ 60°
গ 90°　ঘ 120°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমবাহু ত্রিভুজে, $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$
∴ $\angle BOC$ = বৃত্তস্থ $\angle A = 2 \times 60° = 120°$.



AB ও AC রেখাদ্বয় BCD বৃত্তের স্পর্শক। বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $\angle BAC = 60°$.
এই তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭। $\angle BOC$ এর মান কত?

ক 300°　খ 270°
গ 120°　ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে,
AB ও AC স্পর্শকদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ, $\angle BAC = 60°$
∴ $\angle BOC = 180° - 60° = 120°$.

৮। D, BDC চাপের মধ্যবিন্দু হলে–

i. $\angle BDC = \angle BAC$
ii. $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$
iii. $\angle BOC = \angle DBC + \angle BCD$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　খ i ও iii　গ ii ও iii　ঘ i, ii ও iii

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ক	২	ক	৩	ক	৪	গ	৫	ক	৬	ঘ	৭	গ	৮	ঘ

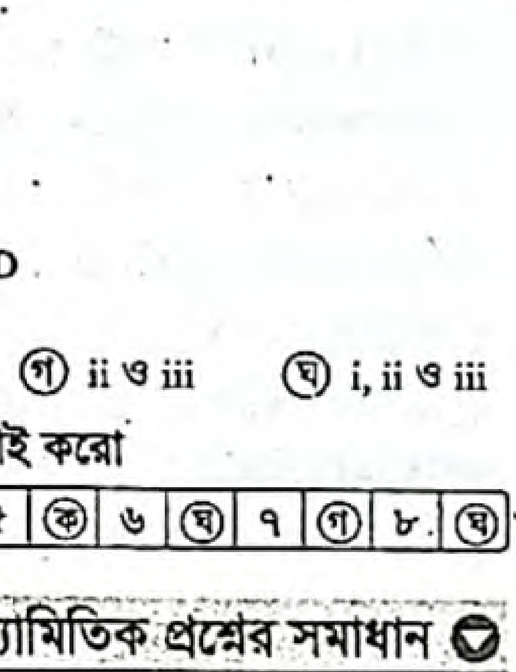
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর জ্যামিতিক প্রশ্নের সমাধান

প্রশ্ন ৯ ▸ কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট CXY একটি বৃত্ত। LM একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। CXY বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক অঙ্কন করতে হবে যা LM এর সমান্তরাল হয়।

অঙ্কন :

১. বৃত্তের কেন্দ্র O হতে LM রেখার উপর ON লম্ব আঁকি। ON বৃত্তকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
২. OC রেখার C বিন্দুতে CB লম্ব টানি এবং একে বিপরীত দিকে A পর্যন্ত বর্ধিত করি।



তাহলে AB স্পর্শকই LM এর সমান্তরাল অঙ্কিত হল।

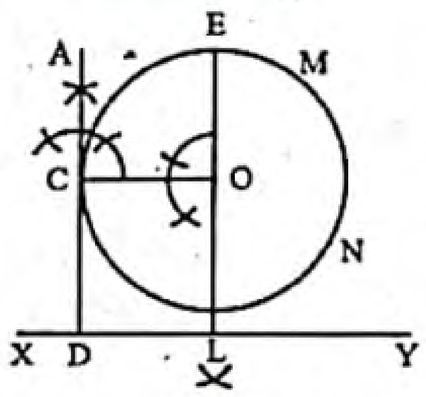
www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে, ON, LM এর উপর লম্ব।
∴ ∠ONM = এক সমকোণ
CB, OC এর উপর লম্ব
∴ ∠OCB = এক সমকোণ
C বৃত্তের স্পর্শ বিন্দু
∠ONM = ∠OCB কোণ দুইটি অনুরূপ।
সুতরাং CB বা AB || LM
সুতরাং AB নির্ণেয় স্পর্শক।

প্রশ্ন ১০ ▸ কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট MNC একটি বৃত্ত এবং XY একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। MNC বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যা XY এর ওপর লম্ব হয়।

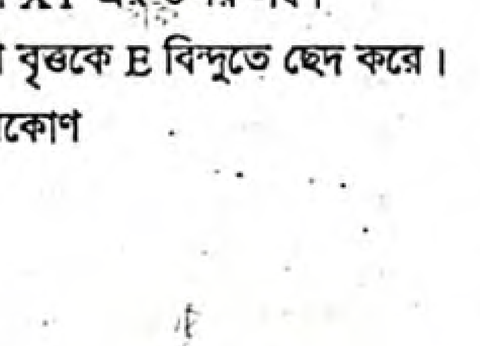


অঙ্কন :
১. MNC বৃত্তের কেন্দ্র O হতে XY সরলরেখার উপর OL লম্ব আঁকি।
২. OL রেখার O বিন্দুতে OC লম্ব আঁকি। এ লম্ব বৃত্তকে C বিন্দুতে স্পর্শ করে।
৩. OC রেখার C বিন্দুতে CA লম্ব আঁকি এবং তাকে বিপরীত দিকে বর্ধিত করি। বর্ধিত AC রেখা XY কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে AD রেখাই নির্ণেয় স্পর্শক যা XY এর উপর লম্ব।
প্রমাণ : LO কে বর্ধিত করি। যেন তা বৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে।
অঙ্কন অনুসারে, ∠COL = এক সমকোণ
সুতরাং, ∠COE = এক সমকোণ
আবার, ∠COE = ∠OLD
সুতরাং, OC || XY
∠OCA = অনুরূপ ∠YDC [AD ছেদক]
অর্থাৎ, AD, XY এর উপর লম্ব এবং C বৃত্তের স্পর্শক বিন্দু।
সুতরাং AD-ই নির্ণেয় স্পর্শক।

প্রশ্ন ১১ ▸ কোনো বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABX একটি বৃত্ত। ABX বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।



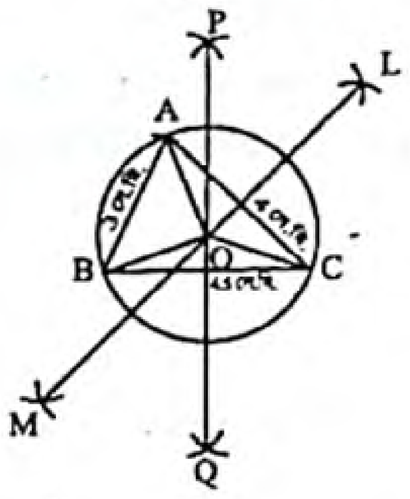
অঙ্কন :
১. ABX বৃত্তের পরিধির উপর P যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, P যোগ করি এবং OP কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OP = PL হয়।
২. P কে কেন্দ্র করে OP বা PL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এ বৃত্তটি ABX বৃত্তকে Y ও Z বিন্দুতে ছেদ করে। Y, L এবং Z, L যোগ করি।

তাহলে, YL এবং ZL উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

প্রমাণ : O, Y; Y, P; P, Z এবং O, Z যোগ করি।
অঙ্কন অনুসারে, ∠OYL = এক সমকোণ = ∠OZL [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]
Δ OPY-এ OP = PY = OY [সমান সমান বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ Δ OPY-এ ∠POY = 60°
তাহলে, OYL সমকোণী ত্রিভুজে ∠YLO = 30°
অনুরূপভাবে, OZL সমকোণী ত্রিভুজে ∠ZLO = 30°
∴ ∠YLZ = ∠YLO + ∠ZLO = 30° + 30° = 60°.

প্রশ্ন ১২ ▸ 3 সে. মি., 4 সে. মি. ও 4.5 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁক এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজ ABC এর তিনটি বাহু AB = 3 সে. মি., AC = 4 সে. মি. এবং BC = 4.5 সে. মি. দেওয়া আছে। ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

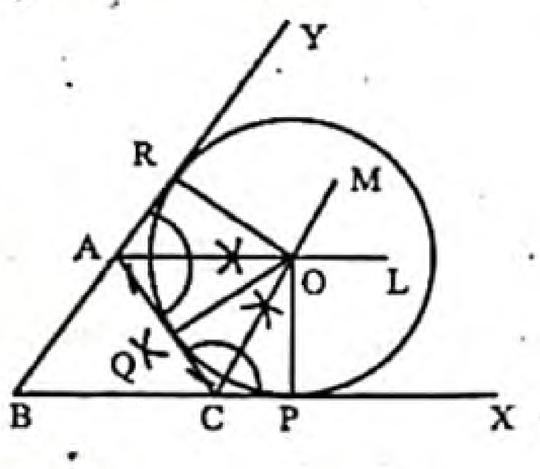


অঙ্কন :
১. BC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক PQ এবং AC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক LM অঙ্কন করি। PQ ও LM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
২. O কে কেন্দ্র করে OC বা OB বা OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি A, B, C বিন্দু দিয়ে যাবে।

অতএব, নির্ণেয় বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।
প্রমাণ : A, O; B, O ও C, O যোগ করি। O বিন্দুটি BC এর লম্বদ্বিখণ্ডক PQ এর ওপর অবস্থিত।
∴ OB = OA
একইভাবে, OA = OC
∴ OA = OB = OC
সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি A, B ও C বিন্দু তিনটি দিয়ে যাবে। সুতরাং এই বৃত্তটিই ΔABC এর পরিবৃত্ত।
ব্যাসার্ধ নির্ণয় : স্কেলের সাহায্যে মেপে পাই, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 2.3 সে.মি.।

প্রশ্ন ১৩ ▸ 5 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর AC বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত আঁক।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি.। AC বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :
১. BA বাহুকে Y এবং BC বাহুকে X পর্যন্ত বর্ধিত করি।
২. ∠ACX এর সমদ্বিখণ্ডক CM এবং ∠CAY এর সমদ্বিখণ্ডক AL আঁকি। AL এবং CM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। O বিন্দু হতে BX এর উপর OP লম্ব আঁকি।
৩. O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এটি ΔABC এর AC বাহুকে Q বিন্দুতে স্পর্শ করে।

সুতরাং অঙ্কিত বৃত্তই ΔABC এর বহির্বৃত্ত।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ : Δ COQ এবং Δ COP সর্বসম।

অতএব, OP = OQ

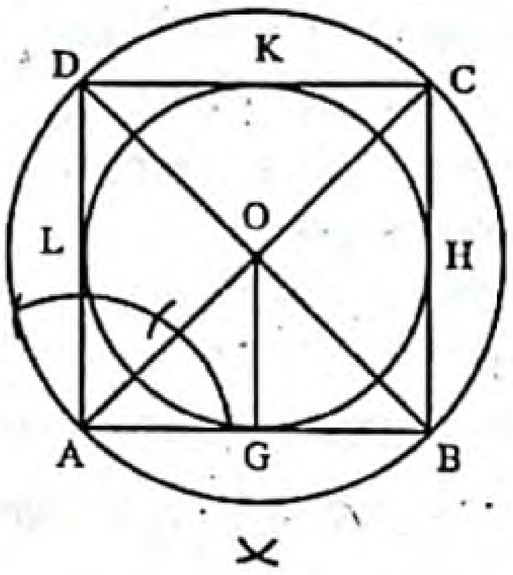
একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে, OQ = OR

O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকলে এটি P, Q, R বিন্দু দিয়ে যাবে।

∴ বৃত্তটি AY, CX এবং AC কে স্পর্শ করবে।

প্রশ্ন ১৪ ▸ একটি বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁক।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ABCD বর্গক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. A, C ও B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। AC ও BD কর্ণ O বিন্দুতে পরস্পর সমদ্বিখন্ডিত হয়।

২. O হতে AB এর উপর OG লম্ব টানি।

৩. এখন O কে কেন্দ্র করে OG এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি AB, BC, CD ও DA বাহুকে যথাক্রমে G, H, K ও L বিন্দুতে স্পর্শ করে। তাহলে GHKL বৃত্তই ABCD বর্গক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্ত।

৪. আবার O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

এই বৃত্ত ABCD বর্গক্ষেত্রের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রমাণ : বর্গক্ষেত্রের কর্ণ কোণগুলোকে সমদ্বিখন্ডিত করে। সুতরাং O বিন্দু AB, BC, CD এবং DA বাহু থেকে সমদূরবর্তী।

অর্থাৎ G, H, K ও L বিন্দু হতে সমদূরবর্তী। বৃত্তটি বর্গের ভেতরে অবস্থিত। সুতরাং GHKL নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

আবার, কর্ণ দুইটি O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়।

অতএব, OA = OB = OC = OD

সুতরাং OA ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত A, B, C, D শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তটি বর্গের বাইরে অবস্থিত।

সুতরাং ABCD বৃত্তই নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ১৫ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে,

$\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ও CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$.

অঙ্কন : O, A; O, D; O, B; O, C এবং C, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ . একই চাপ BD-এর উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BCD এবং কেন্দ্রস্থ ∠BOD

∴ $\angle BCD = \frac{1}{2}\angle BOD$ [বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ ২ . একই চাপ AC-এর উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠ABC এবং কেন্দ্রস্থ ∠AOC

∴ $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$ [বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ ৩ . অতএব, $\angle BCD + \angle ABC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$ [(১) ও (২) থেকে]

বা, $\angle BCE + \angle EBC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$

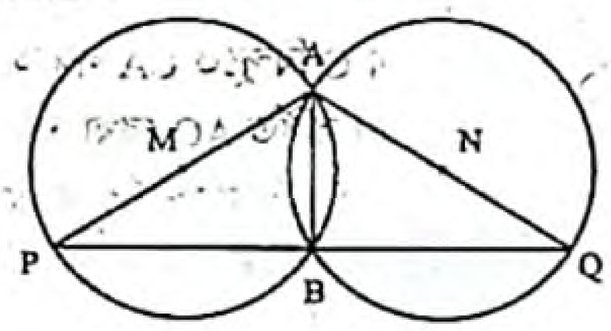
ধাপ ৪ . ΔBEC-এর বহিঃস্থ ∠AEC = ∠BCE + ∠EBC [বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

সুতরাং $\angle AEC = = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ▸ দুইটি সমান ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ জ্যা AB। B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত কোনো সরলরেখা যদি বৃত্ত দুইটির সাথে P ও Q বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, Δ PAQ সমদ্বিবাহু।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, M ও N কেন্দ্রবিশিষ্ট সমান ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা AB।

B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত রেখা বৃত্ত দুইটির সাথে P ও Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। A, P ও A, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ PAQ সমদ্বিবাহু।



প্রমাণ :

ধাপ ১. M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB চাপের উপর অবস্থিত ∠APB এবং N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB চাপের উপর অবস্থিত ∠AQB.

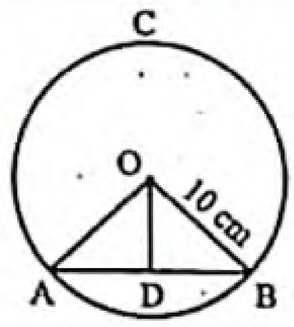
সুতরাং ∠APB = ∠AQB [সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

∴ AP = AQ

অর্থাৎ, Δ PAQ সমদ্বিবাহু (প্রমাণিত)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১৭ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা AB = x সে. মি., OD ⊥ AB।



পাশের চিত্র অনুযায়ী নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

গ. $OD = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$ সে. মি. হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গএকক

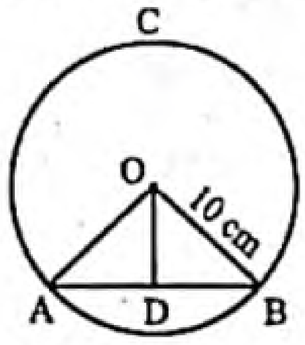
এখানে, ব্যাসার্ধ, r = 10 সে. মি.

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $3.1416 \times (10)^2$ বর্গ সে. মি.

= 314.16 বর্গ সে. মি. (প্রায়)

www.abswer.com

www.abswer.com



গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা AB, OD ⊥ AB। প্রমাণ করতে হবে যে, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

অঙ্কন : O, A যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১. OD ⊥ AB হওয়ায়,

∠ODA = ∠ODB = এক সমকোণ

অতএব, Δ ODA ও Δ ODB উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ ২. এখন, Δ ODA ও Δ ODB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ OA = অতিভুজ OB [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OD = OD [সাধারণ বাহু]

∴ Δ ODA ≅ Δ ODB

[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

অতএব, AD = BD

অর্থাৎ, D, AB এর মধ্যবিন্দু। (দেখানো হলো)

ঘ Δ ODB সমকোণী ত্রিভুজে, $OB^2 = OD^2 + BD^2$

[পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে]

এখানে, OB = 10 সে. মি.

$OD = \frac{x}{2} - 2$ সে. মি.

$BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}x$ সে. মি. $= \frac{x}{2}$ সে. মি.

∴ $OB^2 = OD^2 + BD^2$

বা, $(10)^2 = \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

বা, $100 = \frac{x^2}{4} - 2.\frac{x}{2}.2 + 4 + \frac{x^2}{4}$

বা, $100 = 2 \times \frac{x^2}{4} - 2x + 4$

বা, $100 = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$

বা, $100 = \frac{x^2 - 4x + 8}{2}$

বা, $x^2 - 4x + 8 = 200$

বা, $x^2 - 4x + 8 - 200 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 192 = 0$

বা, $x^2 - 16x + 12x - 192 = 0$

বা, $x(x - 16) + 12(x - 16) = 0$

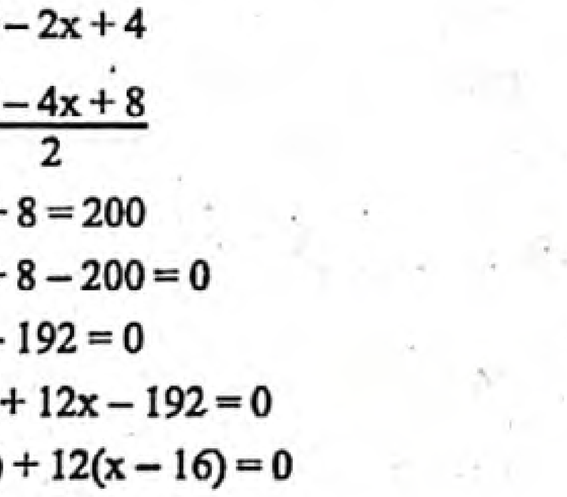
বা, $(x - 16)(x + 12) = 0$

হয়, $x - 16 = 0$ | অথবা, $x + 12 = 0$

∴ $x = 16$ | ∴ $x = -12$ [এটি গ্রহণযোগ্য নহে]

∴ x = 16 সে. মি.

প্রশ্ন ১৮ চিত্রে YM ও ZM যথাক্রমে ∠Y ও ∠Z এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক এবং YN ও ZN যথাক্রমে ∠Y ও ∠Z এর বহির্দ্বিখণ্ডক।



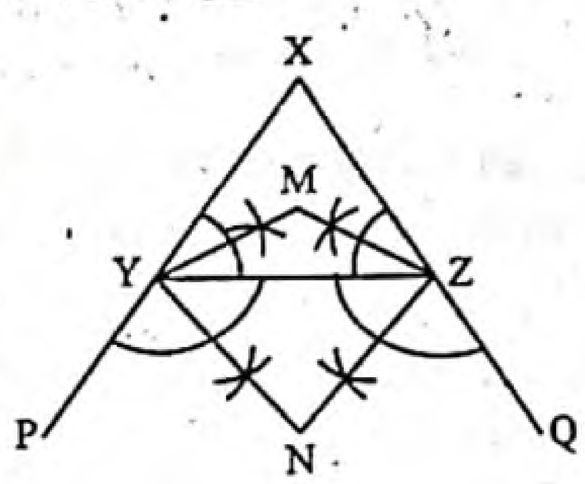
ক. দেখাও যে, ∠MYZ + ∠NYZ = 90°

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle YNZ = 90° - \frac{1}{2}\angle X$.

গ. প্রমাণ কর যে, Y, M, Z ও N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, Δ XYZ এর ∠Y ও ∠Z এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে YM ও ZM পরস্পর M বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডক YN ও ZN পরস্পর N বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। দেখাতে হবে যে, ∠MYZ + ∠NYZ = 90°.



প্রমাণ :

ধাপ ১. ∠XYZ + ∠ZYP = 180° [∵ এক সরলকোণ = 180°]

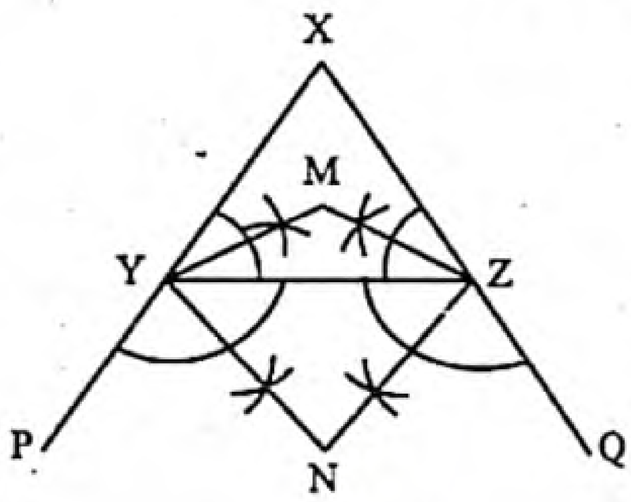
বা, $\frac{1}{2}\angle XYZ + \frac{1}{2}\angle ZYP = 90°$

∴ ∠MYZ + ∠NYZ = 90°

[∠Y এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক ও বহির্দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে YM ও YN]

(দেখানো হলো)

খ এখানে, Δ XYZ এর ∠Y ও ∠Z এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে YM ও ZM পরস্পর M বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডক YN ও ZN পরস্পর N বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle YNZ = 90° - \frac{1}{2}\angle X$.



প্রমাণ : ধাপ ১. Δ XYZ-এ,

∠X + ∠Y + ∠Z = 180° [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

∠PYZ = ∠X + ∠Z [ত্রিভুজের যেকোনো বহিঃস্থ কোণ উহার অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

এবং ∠QZY = ∠X + ∠Y [একই কারণে]

ধাপ ২. Δ YNZ-এ

∠YNZ + ∠NYZ + ∠NZY = 180°

বা, $\angle YNZ + \frac{1}{2}\angle PYZ + \frac{1}{2}\angle QZY = 180°$

বা, $\angle YNZ + \frac{1}{2}(\angle X + \angle Z) + \frac{1}{2}(\angle X + \angle Y) = 180$

বা, $\angle YNZ + \frac{1}{2}(\angle X + \angle Y + \angle Z + \angle X) = 180°$

বা, $\angle YNZ + \frac{1}{2}(180° + \angle X) = 180°$

বা, $\angle YNZ + 90° + \frac{1}{2}\angle X = 180°$

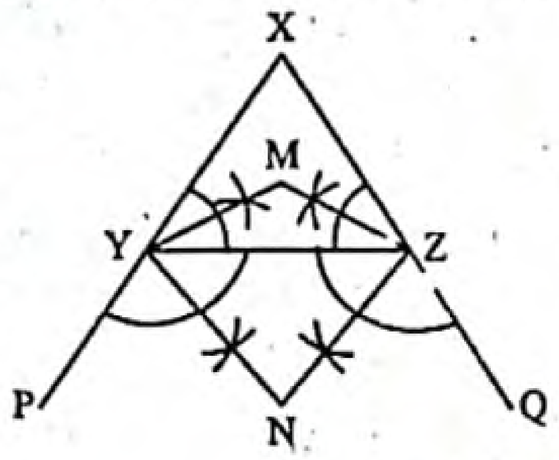
বা, $\angle YNZ = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle X$

∴ $\angle YNZ = 90° - \frac{1}{2}\angle X$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

গ এখানে, ΔXYZ এর $\angle Y$ ও $\angle Z$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে YM ও ZM পরস্পর M বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে YN ও ZN পরস্পর N বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, Y, M, Z ও N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।



প্রমাণ :

ধাপ ১. ΔXYZ-এ,

$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

$\angle PYZ = \angle X + \angle Z$ [ত্রিভুজের যেকোনো বহিঃস্থ কোণ উহার অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

এবং $\angle QZY + \angle X + \angle Y$ [একই কারণে]

ধাপ ২. YMZN চতুর্ভুজে,

$$\angle MYN + \angle MZN = \angle MYZ + \angle NYZ + \angle MZY + \angle NZY$$
$$= \frac{1}{2}\angle Y + \frac{1}{2}\angle PYZ + \frac{1}{2}\angle Z + \frac{1}{2}\angle QZY$$
$$= \frac{1}{2}\angle Y + \frac{1}{2}(\angle X + \angle Z) + \frac{1}{2}\angle Z + \frac{1}{2}(\angle X + \angle Y)$$
$$= (\frac{1}{2}\angle X + \frac{1}{2}\angle X) + (\frac{1}{2}\angle Y + \frac{1}{2}\angle Y) + (\frac{1}{2}\angle Z + \frac{1}{2}\angle Z)$$
$$= \angle X + \angle Y + \angle Z = 180°$$

$\therefore \angle MYN + \angle MZN = 180°$

অর্থাৎ $\angle MYN + \angle MZN$ = দুই সমকোণ

যেহেতু YMZN চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ।

$\therefore$ Y, M, Z ও N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৯ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে. মি., 5 সে. মি. ও 6 সে. মি.।

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

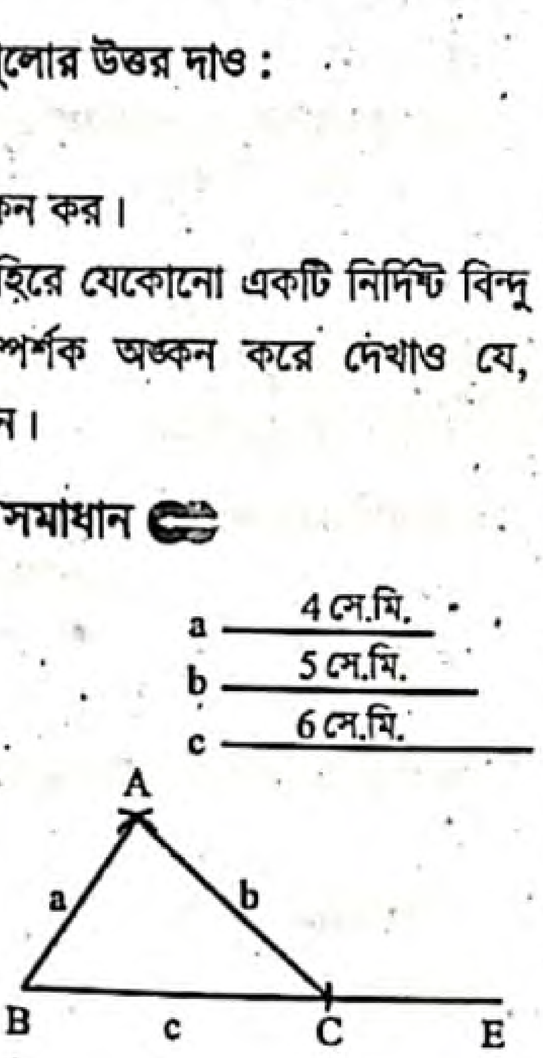
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর।

গ. ত্রিভুজের পরিবৃত্তের বাহিরে যেকোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে বৃত্তের দুইটি স্পর্শক অঙ্কন করে দেখাও যে, স্পর্শকদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 4$ সে. মি., $b = 5$ সে. মি. এবং $c = 6$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



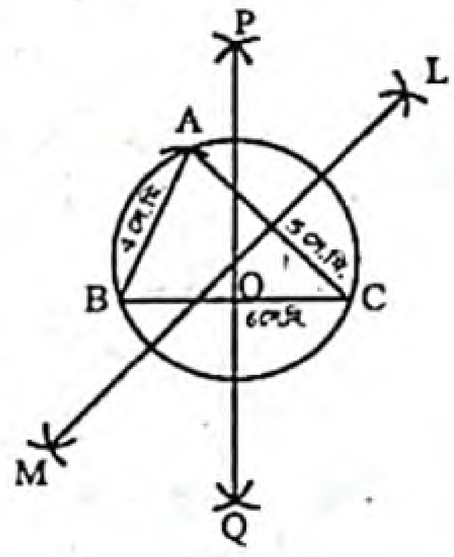
অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC অংশ কেটে নিই।

২. BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে B ও C এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

৩. A, B ও A, C যোগ করি। তাহলে, ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

খ মনে করি, কোনো ত্রিভুজ ABC এর তিনটি বাহু AB = 4 সে. মি., AC = 5 সে. মি. এবং BC = 6 সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কন :

১. BC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক PQ এবং AC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক LM অঙ্কন করি। PQ ও LM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

২ এখন, O কে কেন্দ্র করে OC বা OB বা OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি A, B, C বিন্দু দিয়ে যাবে।

তাহলে নির্ণেয় বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

প্রমাণ : BC এর লম্বদ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

$\therefore$ OB = OC

আবার, AC এর লম্বদ্বিখণ্ডক LM এর উপর O বিন্দু অবস্থিত।

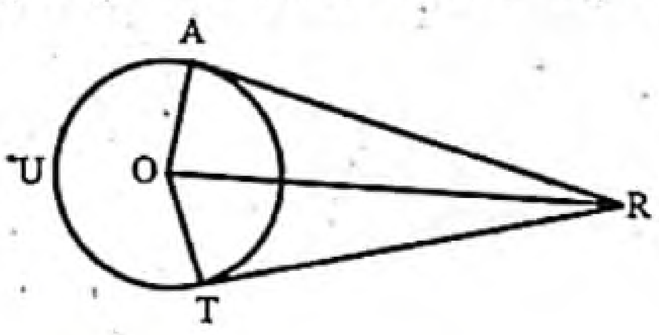
$\therefore$ OC = OA

সুতরাং OB = OC = OA

অতএব, O কে কেন্দ্র করে এবং OB ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা A, B, C বিন্দু দিয়ে যাবে।

সুতরাং অঙ্কিত বৃত্তটিই ΔABC এর পরিবৃত্ত।

গ মনে করি, খ-এ অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ OA এর সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ATU একটি বৃত্ত। বৃত্তটির বাইরে R যেকোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং RA ও RT রশ্মিদ্বয় পরিবৃত্তের A ও T বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, RA = RT.



অঙ্কন : O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ . যেহেতু RA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু $RA \perp OA$. [স্পর্শক স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]

$\therefore \angle RAO$ = এক সমকোণ

অনুরূপভাবে, $\angle RTO$ = এক সমকোণ

ধাপ ২ . এখন, ΔRAO ও ΔRTO

সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,

অতিভুজ OR = অতিভুজ OR এবং

OA = OT [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta RAO \cong \Delta RTO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore$ RA = RT. (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

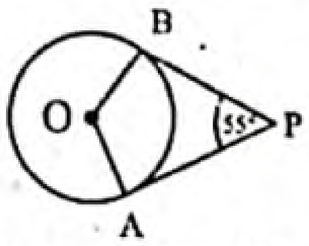
বহুনির্বাচনি অংশ MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

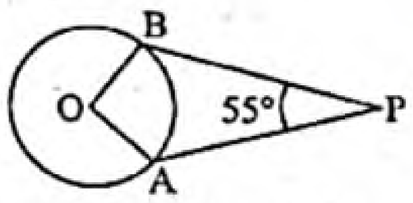
১.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PA ও PB দুইটি স্পর্শক হলে, $\angle AOB$ = কত? [ঢা. বো. '২০]

ক 115° খ 120°
গ 125° ঘ 135°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে,
$\angle A = \angle B = 90°$
এবং $\angle P = 55°$
$\therefore \angle AOB + \angle A + \angle B + \angle P = 360°$
[$\because$ চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি 360°]
বা, $\angle AOB + 90° + 90° + 55° = 360°$
বা, $\angle AOB = 360° - 235°$
$\therefore \angle AOB = 125°$.

২. কোনো বর্গে অন্তর্বৃত্ত আঁকতে কয়টি ধাপ অনুসরণ করতে হয়? [য. বো. '২০]

ক 2টি খ 3টি
গ 4টি ঘ 5টি

৩. স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র কোথায় অবস্থিত? [দি. বো. '২০]

ক বৃহত্তর বাহুর উপর খ ক্ষুদ্রতর বাহুর উপর
গ ত্রিভুজের অভ্যন্তরে ঘ ত্রিভুজের বহির্ভাগে

৪. সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র কোথায় অবস্থিত? [দি. বো. '১৯]

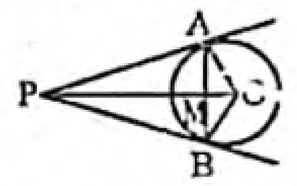
ক ত্রিভুজের অভ্যন্তরে খ ত্রিভুজের বহির্ভাগে
গ লম্বের উপর ঘ অতিভুজের উপর

৫. কোনো ত্রিভুজে কয়টি বহির্বৃত্ত আঁকা যায়? [সকল বোর্ড ২০১৮]

ক 1 খ 2
গ 3 ঘ 4

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

চিত্রটি লক্ষ কর এবং ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং P বিন্দু থেকে PA ও PB দুইটি স্পর্শক। [দি. বো. '১৬]

৬. কোনটি সঠিক?

ক $OP = PA$ খ $PA = PB$
গ $AO^2 + OB^2 = AB^2$ ঘ $PA = PM$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে। ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হয়।

৭. $\angle OPA$ এর সমান কোণ কোনটি?

ক $\angle OAP$ খ $\angle OPB$
গ $\angle AOP$ ঘ $\angle BOP$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : OP রেখাংশ $\angle APB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
$\therefore \angle OPA = \angle OPB$.

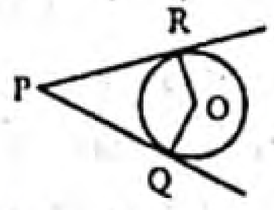
শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৮. বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু থেকে বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়? [বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

ক 1টি খ 2টি
গ 3টি ঘ অসংখ্য

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে PQ ও PR দুইটি স্পর্শক আঁকা যায়।



৯. সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র কোথায় অবস্থিত? [শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমি, শেরপুর]

ক ভরকেন্দ্রে খ অন্তঃকেন্দ্রে
গ অতিভুজের মধ্যবিন্দুতে ঘ ভূমির মধ্যবিন্দুতে

১০. স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র কোথায় অবস্থিত? [মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা]

ক ত্রিভুজের অভ্যন্তরে খ ভূমির উপর
গ ত্রিভুজের বহির্ভাগে ঘ কোণের সমদ্বিখণ্ডকের উপর

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

১	গ	২	খ	৩	ঘ	৪	ঘ	৫	গ	৬	খ	৭	খ	৮	খ	৯	গ	১০	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

১১. একটি ত্রিভুজের কয়টি বহির্বৃত্ত আঁকা সম্ভব?
[বিএএফ শাহীন কলেজ, ঢাকা; নড়াইল সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়; নারায়ণগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক একটি　　খ দুইটি
গ তিনটি　　ঘ চারটি

১২. পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের বাইরে হলে ত্রিভুজটি কিরূপ?
[রাজশাহী সররকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক সমকোণী　　খ স্থূলকোণী
গ সূক্ষ্মকোণী　　ঘ সমবাহু

১৩. নিচের কোনটির অন্তর্বৃত্ত আঁকা সম্ভব? [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

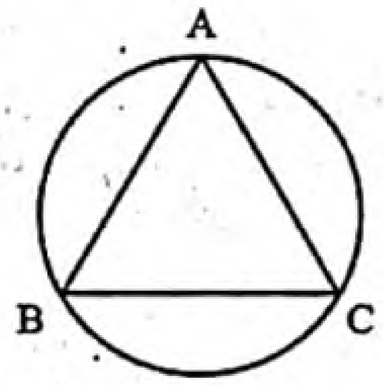
ক সামান্তরিক　　খ বর্গ
গ ট্রাপিজিয়াম　　ঘ আয়ত

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১৪. সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র–
i. এবং অন্তর্কেন্দ্র একই
ii. মধ্যমার উপর অবস্থিত
iii. উচ্চতার উপর অবস্থিত
নিচের কোনটি সঠিক? [আজিমপুর গার্লস স্কুল এন্ড কলেজ]

ক i　　খ ii
গ i ও iii　　ঘ i, ii ও iii

১৫.



বৃত্তটি ABC এর–
i. অন্তর্বৃত্ত
ii. পরিবৃত্ত
iii. বহিঃবৃত্ত
নিচের কোনটি সঠিক? [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক i　　খ ii
গ iii　　ঘ i, ii ও iii

১৬. একটি ত্রিভুজের
i. বহির্বৃত্তগুলো বাহুগুলোকে স্পর্শ করে
ii. অন্তবৃত্ত বাহুগুলোকে স্পর্শ করে
iii. পরিবৃত্ত শীর্ষগুলোকে স্পর্শ করে
নিচের কোনটি সঠিক? [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক i ও ii　　খ i ও iii
গ ii ও iii　　ঘ i, ii ও iii

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১১	গ	১২	ঘ	১৩	খ	১৪	ঘ	১৫	খ	১৬	ঘ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	গ	২০	ক	২১	গ

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AD এবং BC দুইটি ব্যাস। MN ⊥ AB, AB = 8 সে. মি. এবং ON = 3 সে. মি.।

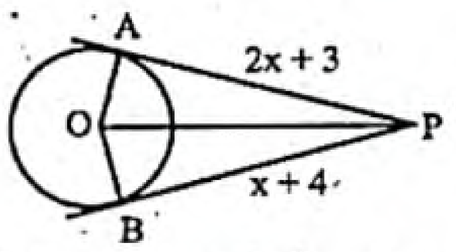
উক্ত তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

১৭. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত সে. মিটার?

ক 3　　খ 4
গ 5　　ঘ 6

১৮. বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.?

ক 75.4 (প্রায়)　　খ 78.54 (প্রায়)
গ 83.44 (প্রায়)　　ঘ 85.48 (প্রায়)

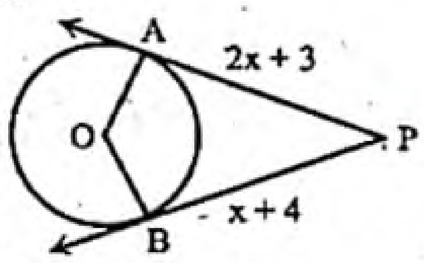


উপরের তথ্যের আলোকে ১৯ – ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর]

১৯. ∠PBO = কত ডিগ্রি?

ক 45°　　খ 60°
গ 90°　　ঘ 180°

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব
∴ ∠PBO = 90°



২০. x এর মান কত?

ক 1　　খ 2
গ 3　　ঘ 4

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, PA = PB
[বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান]
বা, 2x + 3 = x + 4
বা, 2x – x = 4 – 3
∴ x = 1.

২১. PA এর দৈর্ঘ্য কত একক? [শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর]

ক 3　　খ 4
গ 5　　ঘ 6

▶▶ তথ্য/ব্যাখ্যা: PA এর দৈর্ঘ্য = 2x + 3
= 2.1 + 3 = 2 + 3 = 5.

www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

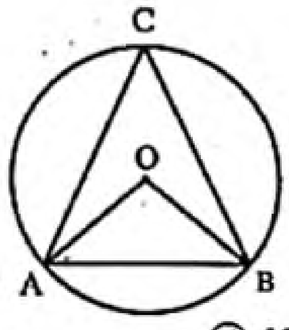
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২২. দুইটি সমান বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। একটি ব্যাসার্ধ 2 একক হলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত একক? (মধ্যমান)

ক 2 খ 4
গ 8 ঘ 1

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = (2 + 2) একক = 4 একক

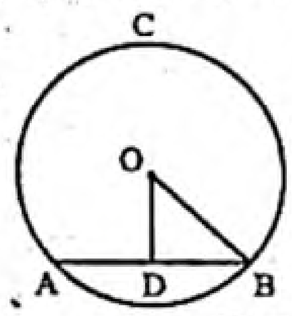
২৩. চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে Δ ABC একটি সমবাহু। ∠AOB এর মান কত? (কঠিনমান)



ক 90° খ 120°
গ 180° ঘ 240°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ∠AOB = 2∠ACB = 2 × 60° = 120°.

২৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা AB = 16 সে. মি., OD ⊥ AB, OB = 10 সে. মি. হলে, OD এর মান কত? (কঠিনমান)

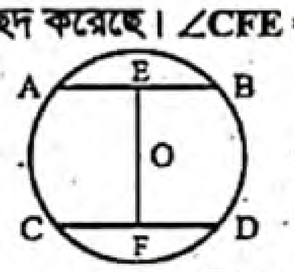


ক 4 সে. মি. খ 5 সে. মি.
গ 6 সে. মি. ঘ 7 সে. মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ সে. মি.

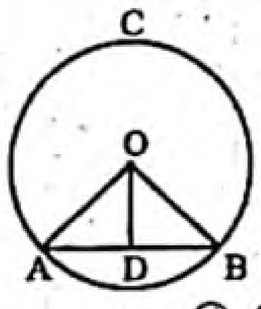
$OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ সে. মি.।

২৫. AB ও CD একই বৃত্তের সমান্তরাল জ্যা। AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক EF, CD কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে। ∠CFE = কত? (মধ্যমান)



ক 60° খ 90°
গ 120° ঘ 180°

২৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে OD ⊥ AB এবং AB = 10 সে. মি. হলে, AD = ? (সহজমান)



ক 3 সে. মি. খ 4 সে. মি.
গ 6 সে. মি. ঘ 5 সে. মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাসার্ধ ভিন্ন যেকোনো জ্যা ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ সে. মি.।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৭. একটি ত্রিভুজের–

i. বহিঃবৃত্তগুলো বাহুগুলোকে স্পর্শ করে
ii. অন্তঃবৃত্ত বাহুগুলোকে স্পর্শ করে
iii. পরিবৃত্ত শীর্ষগুলোকে স্পর্শ করে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ ii ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

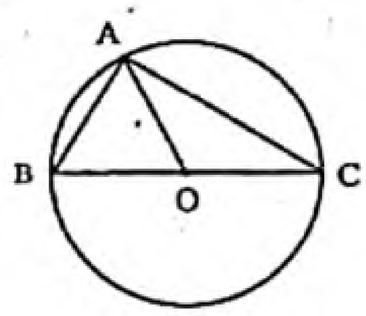
২৮. ত্রিভুজে আঁকা যায়–

i. অন্তর্বৃত্ত
ii. পরিবৃত্ত
iii. বহির্বৃত্ত

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৯. চিত্রটি লক্ষ কর :



চিত্রে–

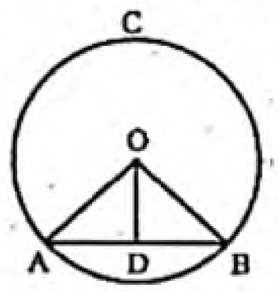
i. OA = BC
ii. $OA = \frac{1}{2}BC$
iii. OA = OB = OC

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩০ ও ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস ভিন্ন জ্যা। OD ⊥ AB. অতএব, (সহজমান)

ক OA = AD খ OB = BD
গ AD = OD ঘ AD = BD

৩১. ∠A = 45° হলে, ∠BOD = কত? (মধ্যমান)

ক 45° খ 60°
গ 90° ঘ 180°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : বৃত্তে OA = OB

বা, ∠B = ∠A = 45°

আবার, Δ BOD-এ, ∠BOD + ∠B = 90°

∴ ∠BOD = 90° − 45° = 45°.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

২২	খ	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	খ	২৬	ঘ	২৭	খ	২৮	ঘ	২৯	গ	৩০	ঘ	৩১	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০২০

a = 5 সে. মি., b = 8 সে. মি. দুইটি রেখাংশ এবং $\angle x = 45°$ একটি কোণ।

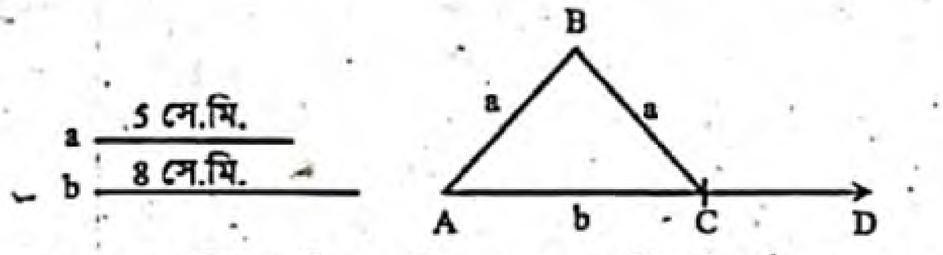
ক. এমন একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁক যার ভূমির দৈর্ঘ্য b এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a এর সমান। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক) ২

খ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমির দৈর্ঘ্য a, ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b এর সমান। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. $\frac{b}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এঁকে এতে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

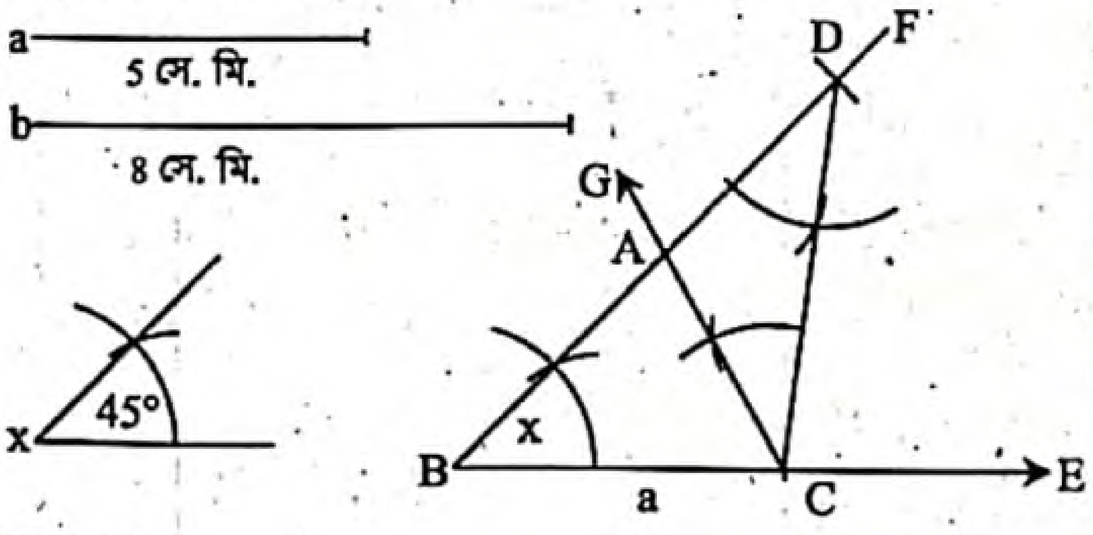
১নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার ভূমির দৈর্ঘ্য AC = b = 8 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য AB = BC = a = 5 সে.মি.।

খ এখানে, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 5 সে. মি., অপর দুই বাহুর সমষ্টি b = 8 সে. মি. এবং ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 45°$। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।

২. BF রশ্মি থেকে b এর সমান BD অংশ কাটি।

৩. C, D যোগ করি। C বিন্দুতে CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।

৪. CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

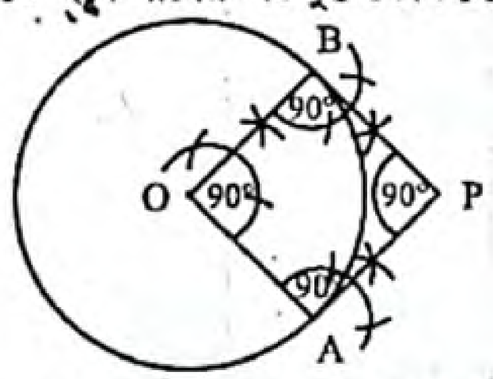
গ এখানে, b = 8 সে.মি.

$\therefore \frac{b}{2} = \frac{8}{2} = 4$ সে.মি.

মনে করি, $\frac{b}{2} = 4$ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র O, উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।

অঙ্কন :

১. OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং $\angle AOB = 90°$ আঁকি। OB রশ্মি বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে।



২. এখন, OA এর A বিন্দুতে AP এবং OB এর B বিন্দুতে BP লম্ব আঁকি। AP ও BP লম্বদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে AP ও BP-ই উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°.

প্রশ্ন ২ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০২০

S = 12 সে.মি., $\angle x = 75°$, $\angle y = 60°$.

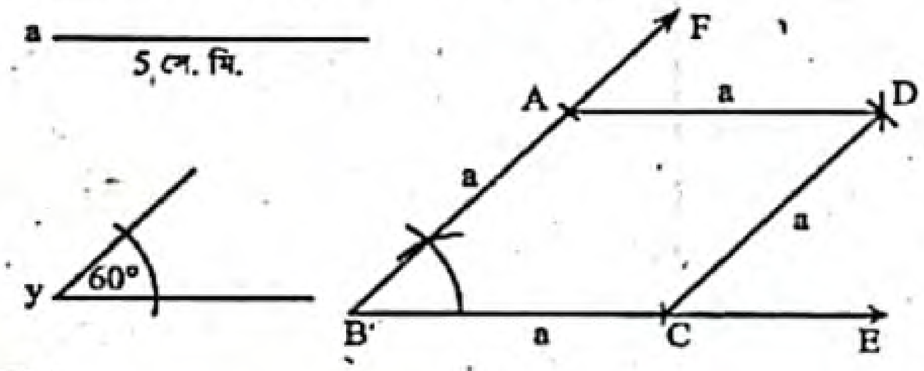
ক. 5 সে.মি. বাহু এবং $\angle y$ কোণবিশিষ্ট একটি রম্বস অঙ্কন কর। ২

খ. বিবরণসহ Δ PQR অঙ্কন কর যার পরিসীমা S এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান। ৪

গ. বিবরণসহ $\frac{S}{4}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y$ এর সমান হয়। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, রম্বসের একটি বাহু a = 5 সে.মি. ও একটি কোণ $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE নিই।

২. BE হতে a এর সমান করে BC অংশ কাটি।

৩. BC এর B বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি। BF হতে a এর সমান করে BA কাটি যা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

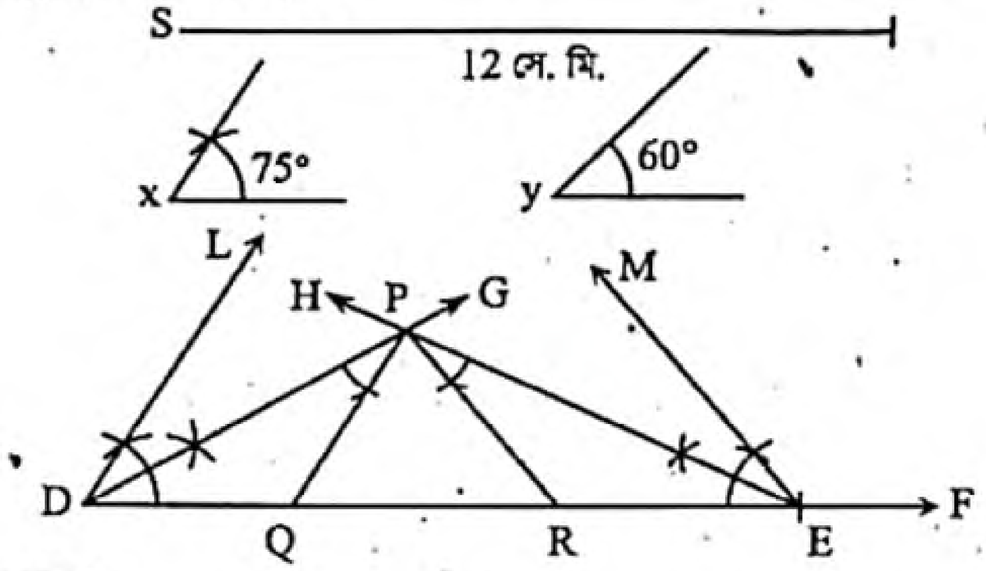
৪. A ও C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle CBF$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A ও D; C ও D যোগ করি। তাহলেই ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

www.abswer.com

www.abswer.com

খ মনে করি, PQR ত্রিভুজের পরিসীমা S = 12 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 75°$ এবং $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে S এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE অংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. P বিন্দুতে $\angle PDE$ এর সমান $\angle DPQ$ এবং $\angle PED$ এর সমান $\angle EPR$ আঁকি। PQ এবং PR রশ্মিদ্বয় DE অংশকে যথাক্রমে Q ও R বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, Δ PQR-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

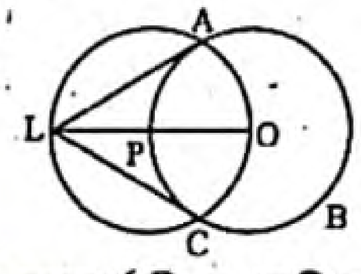
গ দেওয়া আছে, S = 12 সে.মি.।

$\therefore \frac{S}{4} = \frac{12}{4} = 3$ সে.মি. এবং $\angle y = 60°$

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{S}{4} = 3$ সে.মি.। ABC বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y = 60°$ হয়।

অঙ্কন :

১. ABC বৃত্তের পরিধির উপর P যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, P যোগ করি এবং OP কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OP = PL হয়।



২. P কে কেন্দ্র করে OP বা PL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এ বৃত্তটি ABC বৃত্তকে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে। A, L এবং C, L যোগ করি।

তাহলে, AL এবং CL উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y = 60°$।

প্রশ্ন ৩ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০২০

একটি ত্রিভুজের ভূমি a = 4.2 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle x = 30°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2.2 সে.মি.।

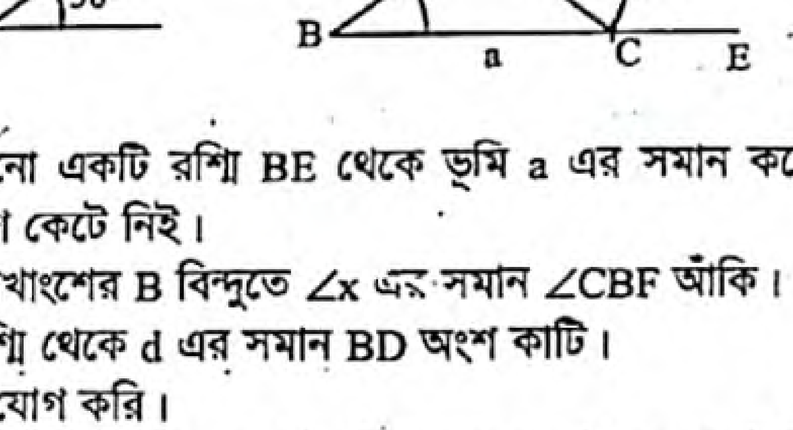
ক. 'a' এর দৈর্ঘ্যের সমান বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. অঙ্কনের বিবরণসহ 'a' এর সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়। ৪

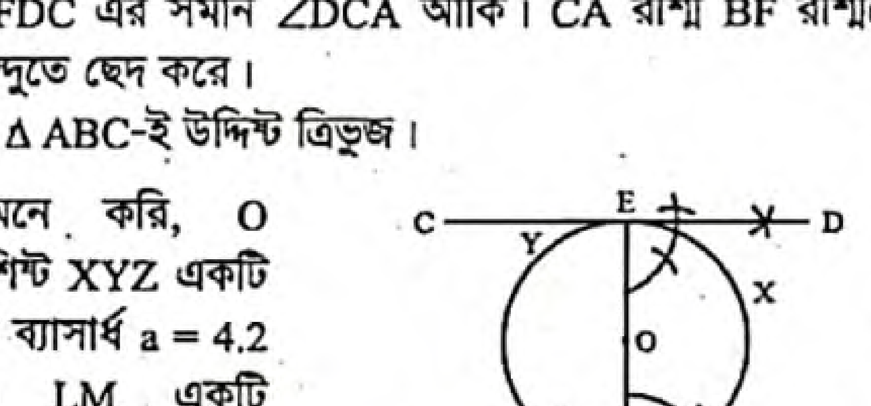
৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABCD বর্গ অঙ্কন করা হলো যার বাহু a = 4.2 সে.মি.।

খ এখানে, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 4.2 সে. মি., ভূমিসংলগ্ন কোণ $\angle x = 30°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2.2 সে. মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

২. BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।

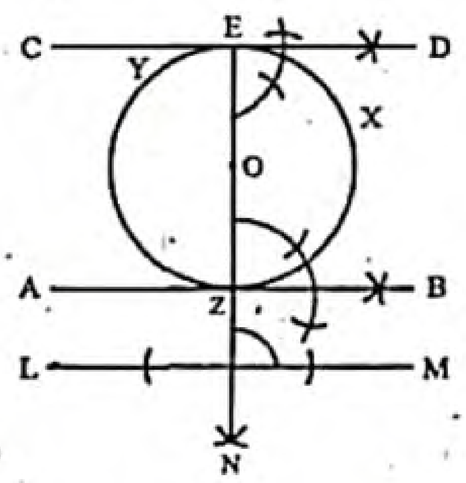
৩. BF রশ্মি থেকে d এর সমান BD অংশ কাটি।

৪. C, D যোগ করি।

৫. DC রেখাংশের যে পাশে F বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle FDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি। CA রশ্মি BF রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট XYZ একটি বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ a = 4.2 সে.মি.। LM একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। XYZ বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক অঙ্কন করতে হবে যা LM এর সমান্তরাল হয়।



অঙ্কন :

১. O বিন্দু থেকে LM এর উপর ON লম্ব আঁকি। ON বৃত্তকে Z বিন্দুতে ছেদ করে।

২. ON কে বর্ধিত করলে তা বৃত্তটিকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. ZE রেখার উপর Z ও E বিন্দুতে যথাক্রমে AB ও CD লম্ব আঁকি। তাহলে AB ও CD ই নির্ণেয় স্পর্শক হবে।

প্রশ্ন ৪ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৯

s = 11 সে.মি., r = 4 সে.মি., $\angle X = 75°$, $\angle Y = 60°$ এবং $\angle Z = 20°$.

ক. 4 সে.মি. বাহু এবং $\angle Y$ কোণবিশিষ্ট একটি রম্বস অঙ্কন কর। ২

খ. বিবরণসহ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার পরিসীমা s এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle X$ ও $\angle Y$. ৪

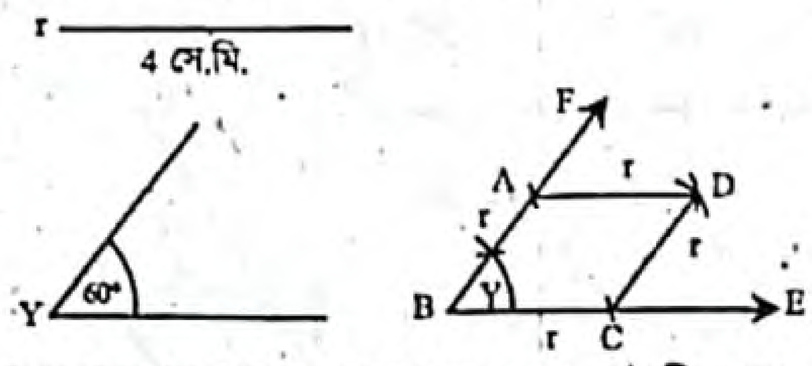
গ. বিবরণসহ r এর দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে এমন দুটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তাদের মধ্যবর্তী কোণ $3\angle Z$ এর সমান হয়। ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক

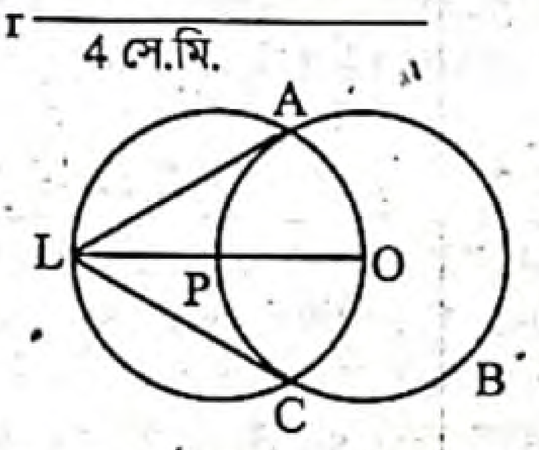


ABCD রম্বস অঙ্কন করা হলো যার বাহু r = 4 সে.মি. এবং একটি কোণ ∠Y = 60°।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ২(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ r = 4 সে.মি.। ABC বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 3 ∠Z = 3 × 20° = 60° হয়।

ABC বৃত্তের পরিধির উপর P যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, P যোগ করি এবং OP কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OP = PL হয়।



P কে কেন্দ্র করে OP বা PL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

এ বৃত্তটি ABC বৃত্তকে C ও A বিন্দুতে ছেদ করে। C, L এবং A, L যোগ করি।

তাহলে, CL এবং AL উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

প্রশ্ন ৫ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৯

a = 4 সে.মি., b = 5.2 সে.মি. এবং ∠x = 65°.

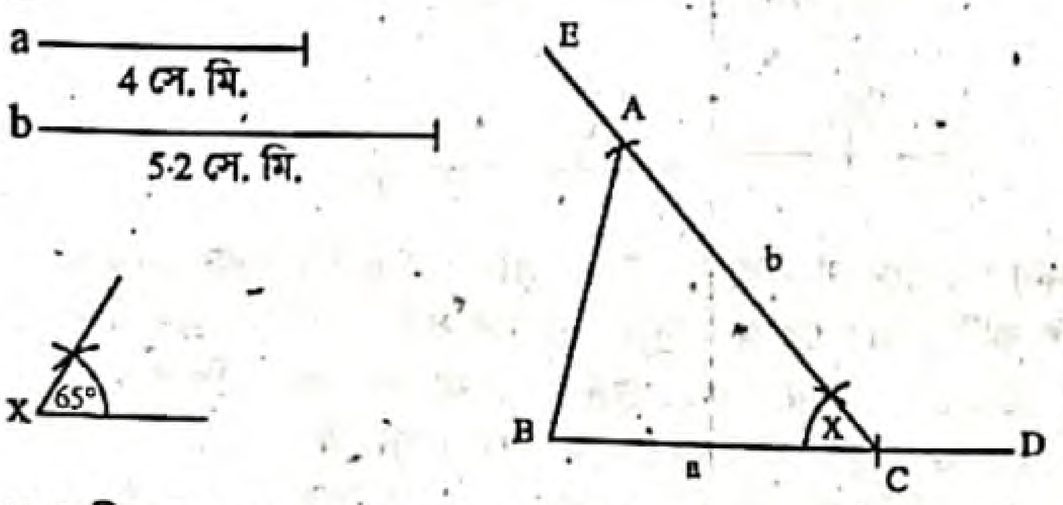
ক. কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য a ও b এর দৈর্ঘ্যের সমান এবং এদের অন্তর্গত কোণ ∠x হলে, ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ a এর দৈর্ঘ্যের সমান বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

গ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ a ও b এর দৈর্ঘ্যকে কোনো রম্বসের দুইটি কর্ণ ধরে রম্বসটি অঙ্কন কর। ৪

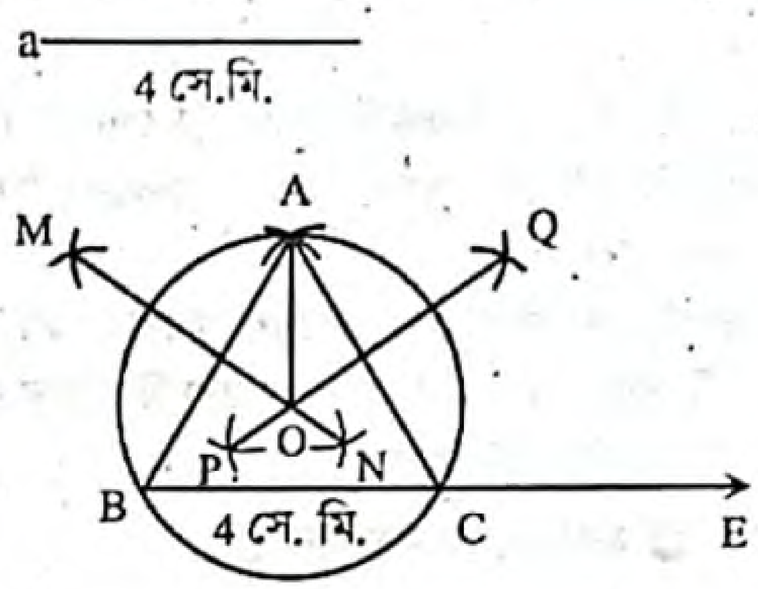
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC ত্রিভুজ অঙ্কন করা হলো যার দুইটি বাহু BC = a = 4 সে.মি. ও AC = b = 5·2 সে.মি. এবং এদের অন্তর্গত কোণ ∠ACB = ∠x = 65°।

খ মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহু a = 4 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে a = 4 সে.মি. এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

২. B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC এর একই পাশে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

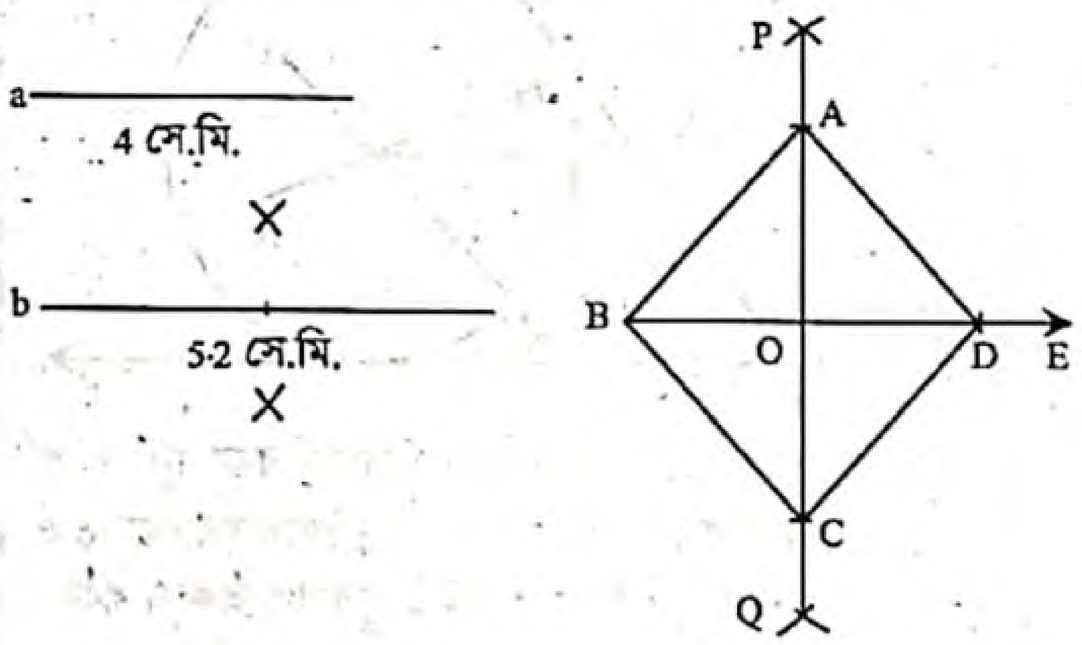
৩. A, B ও A, C যোগ করি। তাহলে Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ যার পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

৪. AB ও AC এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে MN ও PQ আঁকি। মনে করি তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

তাহলে এই বৃত্তটিই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

গ মনে করি, একটি রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য a = 4 সে.মি. এবং b = 5·2 সে.মি. দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান BD অংশ কেটে নিই।

২. BD অংশের লম্বসমদ্বিখণ্ডক PQ আঁকি যা BD কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. এবার O বিন্দুকে কেন্দ্র করে কর্ণ b এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পার্শ্বে দুইটি করে বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় PQ কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A যোগ করি।

তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৬ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯

একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.5 সে.মি., 4.5 সে.মি. এবং 5.5 সে.মি.।

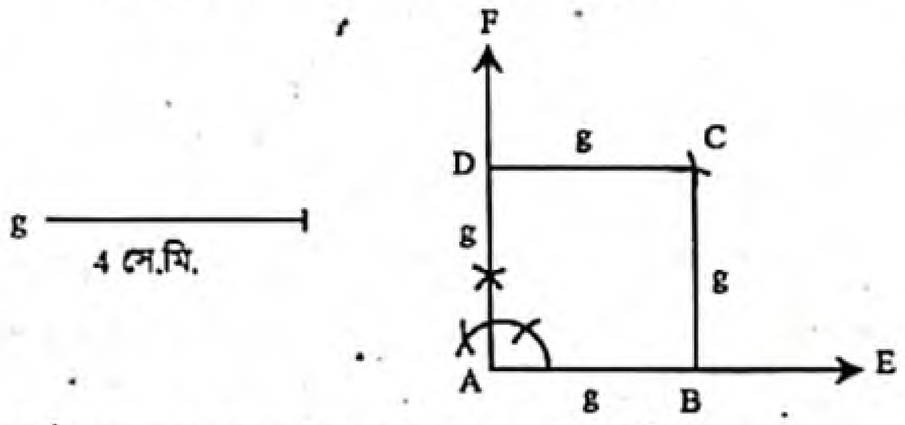
ক. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটির বহিঃর্বৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমা যদি রম্বসের পরিসীমা হয় এবং একটি কোণ $\angle x = 75°$ হয়, তবে রম্বসটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

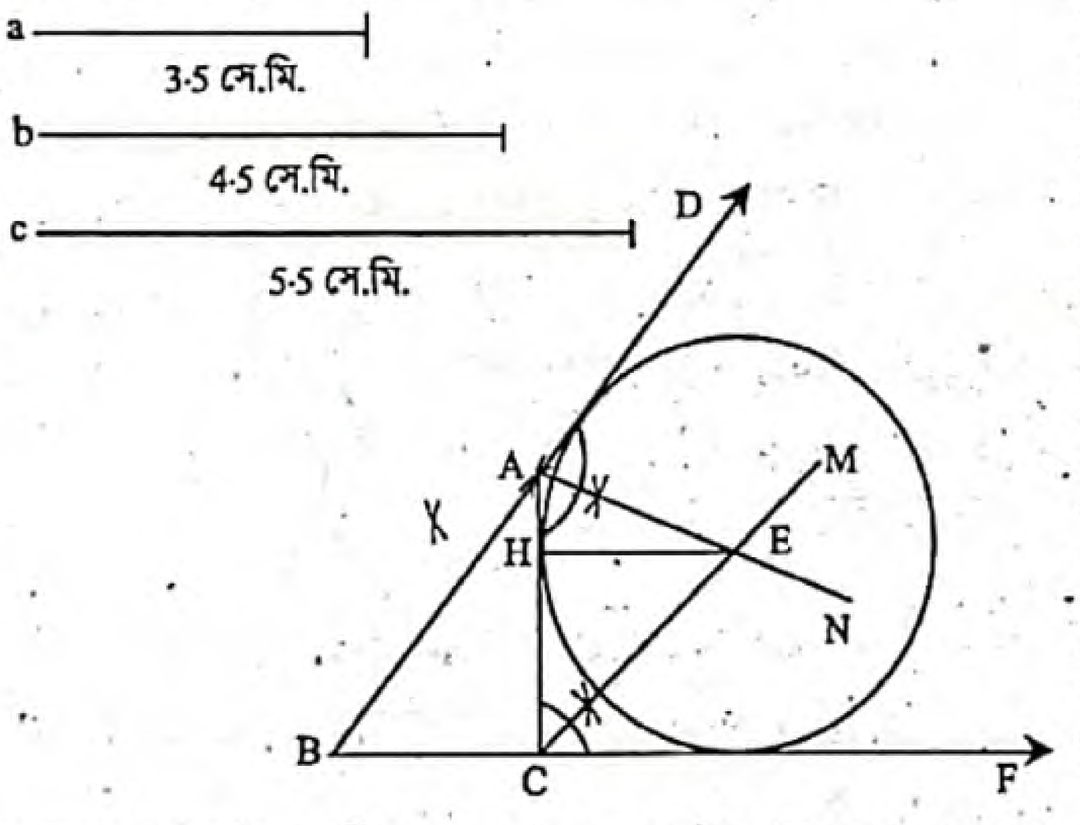
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



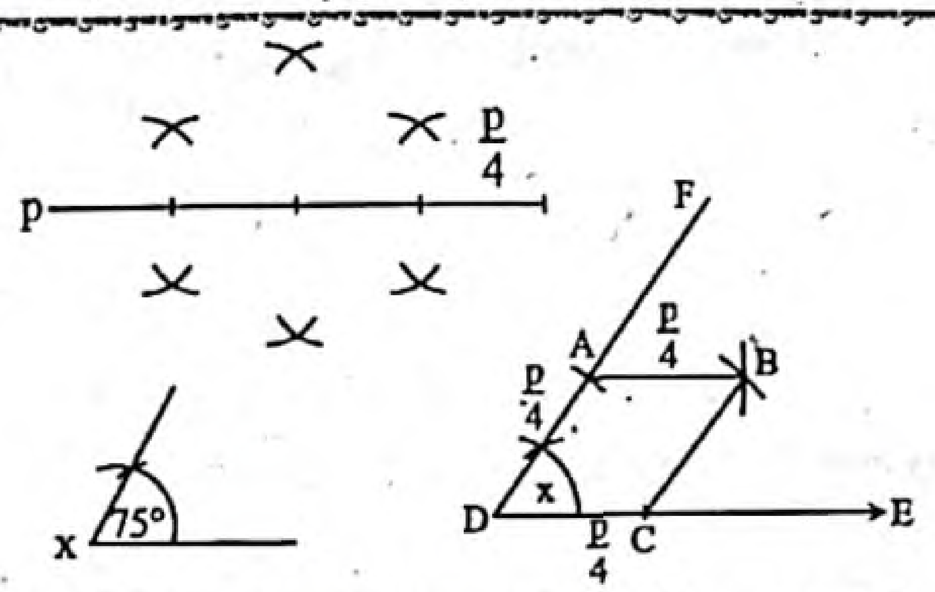
ABCD বর্গ অঙ্কন করা হলো যার বাহু $g = 4$ সে.মি.।

খ মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 3.5$ সে.মি., $b = 4.5$ সে.মি. এবং $c = 5.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটির বহিঃর্বৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি BF থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। B, A এবং C, A যোগ করি। তাহলে ABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ যার বহিঃর্বৃত্ত আঁকতে হবে।
AB বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি। $\angle ACF$ ও $\angle CAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক CM এবং AN আঁকি। মনে করি, E তাদের ছেদ বিন্দু।
E থেকে AC এর ওপর EH লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা AC কে H বিন্দুতে ছেদ করে। E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একট বৃত্ত আঁকি। তাহলে এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহিঃর্বৃত্ত।

গ মনে করি, কোনো রম্বসের পরিসীমা $p = (3.5 + 4.5 + 5.5)$ সে.মি. $= 13.5$ সেমি. এবং একটি কোণ $\angle x = 75°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন : পরিসীমা p কে সমান চার ভাগে বিভক্ত করি। যেকোনো রশ্মি DE থেকে $\frac{p}{4}$ এর সমান করে DC কেটে নিই। DC রেখাংশের D বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CDF$ আঁকি। DF হতে $\frac{p}{4}$ এর সমান করে DA নিই। এখন A ও C কে কেন্দ্র করে $\angle ADC$ এর একই পাশে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর B বিন্দুতে ছেদ করে। A, B এবং B, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ৭ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৯

$a = 3$ সে.মি., $b = 4$ সে.মি., $c = 4.5$ সে.মি. এবং $\angle y = 45°$.

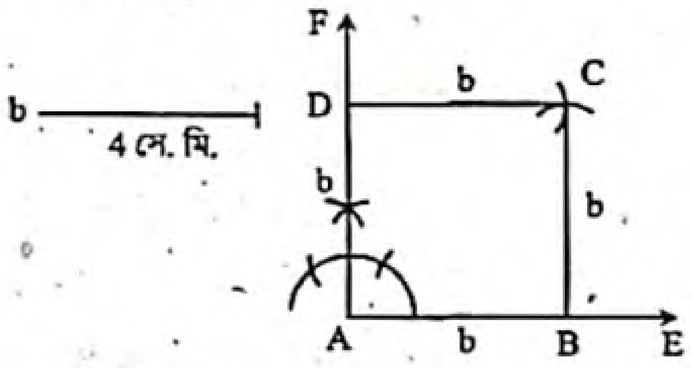
ক. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক।) ২

খ. একটি রম্বস আঁক যার বাহুর দৈর্ঘ্য c এর সমান ও একটি কোণ $\angle y$ এর সমান। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

গ. a, b, c দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করে ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

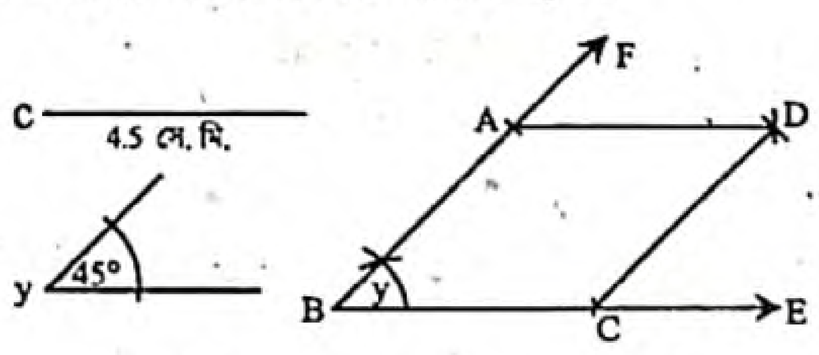
৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABCD বর্গ অঙ্কন করা হলো যার বাহু $AB = BC = CD = AD = b = 4$ সে. মি.।

খ মনে করি, রম্বসের একটি বাহু $c = 4.5$ সে.মি এবং একটি কোণ $\angle y = 45°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

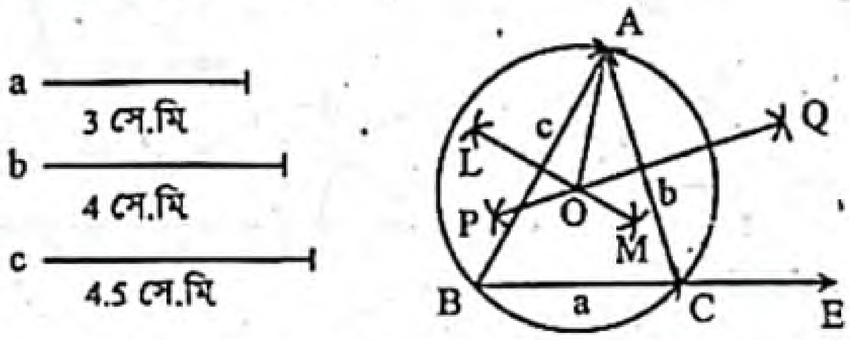


অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি BE নিই। BE হতে c এর সমান করে BC অংশ কাটি। BC এর B বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান করে $\angle CBF$ আঁকি। BF হতে c এর সমান করে BA কাটি যা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে। A ও C কে কেন্দ্র করে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle CBF$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D এবং C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

www.abswer.com

www.abswer.com

গ মনে করি, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে a = 3 সে. মি., b = 4 সে. মি. ও c = 4.5 সে: মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করে এর পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি BE নিই। BE হতে a এর সমান করে BC অংশ কাটি। BC রেখাংশের B ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। B, A এবং C, A যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই উদ্দীষ্ট ত্রিভুজ যার পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে LM ও PQ রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O যোগ করি। O কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করি যা A, B ও C বিন্দুগামী হয়।

তাহলে এই বৃত্তটিই উদ্দীষ্ট ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ৮ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. এবং 2.8 সে.মি.।

ক. কোনো বৃত্তে একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের মান $(x + 60)^\circ$ এবং বৃত্তস্থ কোণের মান $(x + 5)^\circ$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে ত্রিভুজ অঙ্কন করে উহার পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

$\therefore (x + 60)^\circ = 2(x + 5)^\circ$

বা, $x + 60 = 2(x + 5)$

বা, $x + 60 = 2x + 10$

বা, $2x - x = 60 - 10$

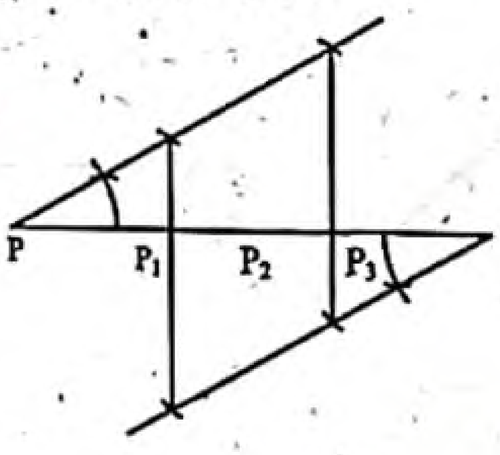
বা, $x = 50$

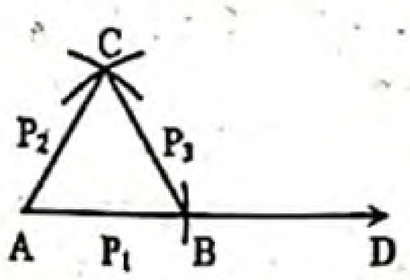
অতএব, x এর মান 50.

খ ত্রিভুজটির পরিসীমা = (3 + 3.5 + 2.8) সে. মি. = 9.3 সে. মি.

অর্থাৎ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা P = 9.3 সে.মি. দেওয়া আছে।

ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।





অঙ্কন :

১. P পরিসীমাটি তিনটি সমানভাগে বিভক্ত করি। তা $P_1 = P_2 = P_3$ $[\because P = P_1 + P_2 + P_3]$

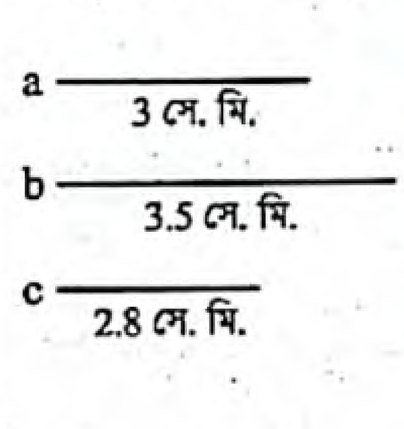
২. AD যেকোনো রশ্মি হতে $AB = P_1$ অংশ কেটে নেই।

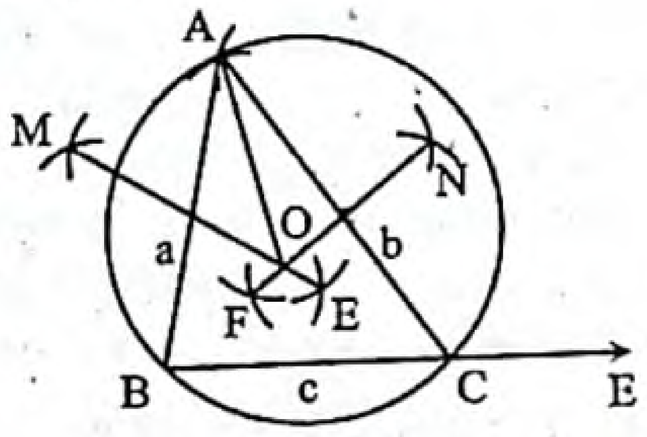
৩. A ও B হতে AD এর একই পাশে যথাক্রমে P_2 ও P_3 এর সমান করে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. C, A ও C, B যোগ করি।

তাহলে Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ।

গ এখানে, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 3 সে. মি., b = 3.5 সে. মি. এবং c = 2.8 সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করে তার পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।





অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে c এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

২. B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, B এবং A, C যোগ করি।

৪. AB ও AC রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই Δ ABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ৯ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৭

কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা 9.5 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় 50° ও 60°।

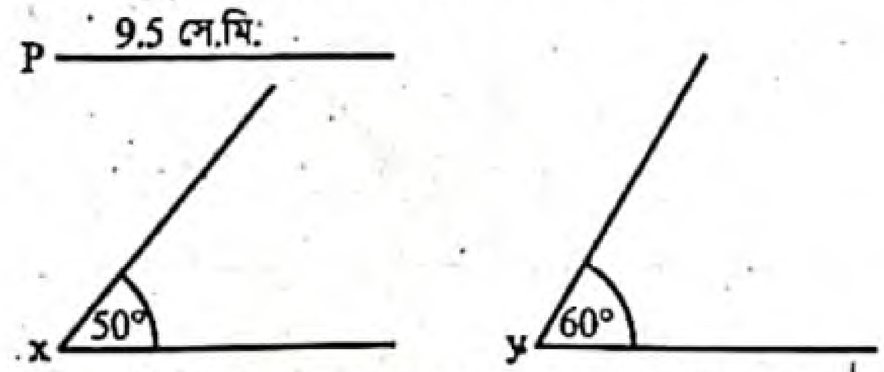
ক. উল্লিখিত তথ্যগুলো চিত্রের সাহায্যে দেখাও। ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ ত্রিভুজটি এঁকে দেখাও। ৪

গ. উল্লিখিত ত্রিভুজটির একটি পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে ত্রিভুজের পরিসীমা P = 9.5 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 50^\circ$ ও $\angle y = 60^\circ$.

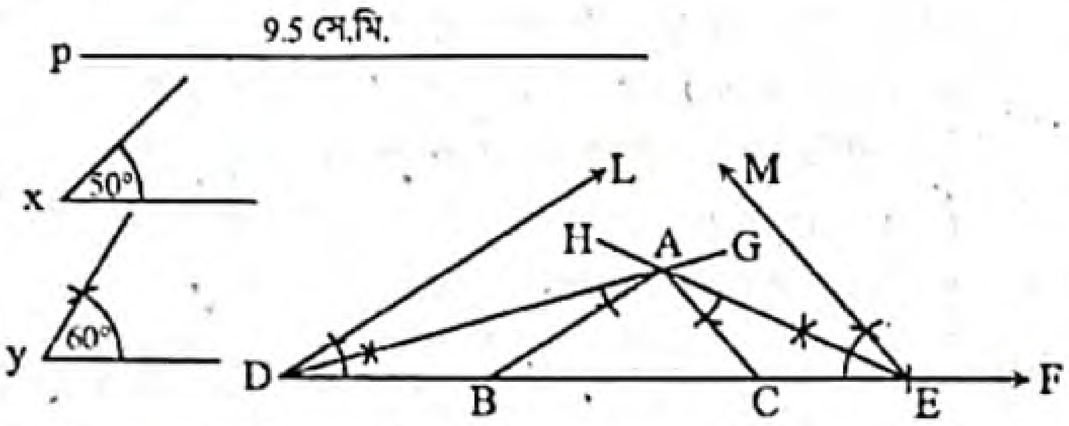
LPL SSC গণিত—৬২

www.abswer.com

www.abswer.com

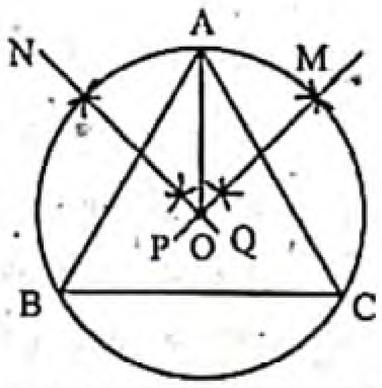
একাব প্রকাশ পুস্তক বিক্রেতা সমবায় সমিতি লিঃ

খ মনে করি, ABC ত্রিভুজের পরিসীমা P = 9.5 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 50°$ ও $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন : যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা P এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি। কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ মনে করি, ABC ত্রিভুজের পরিসীমা 9.5 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় 50° ও 60°। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কন : AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে NQ ও PM রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এ বৃত্তটিই Δ ABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ১০ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৭

Δ PQR এর ভূমি QR = 6 cm, অপর দুই বাহুর অন্তর 2 cm এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ 45°।

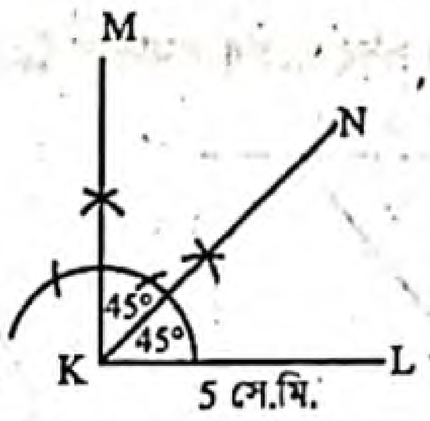
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 45° কোণ আঁক। ২

খ. বিবরণসহ ΔPQR অঙ্কন কর। ৪

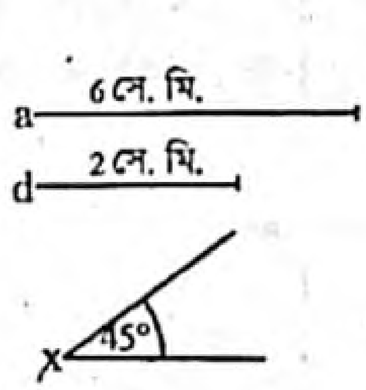
গ. $\frac{PQ}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। ৪

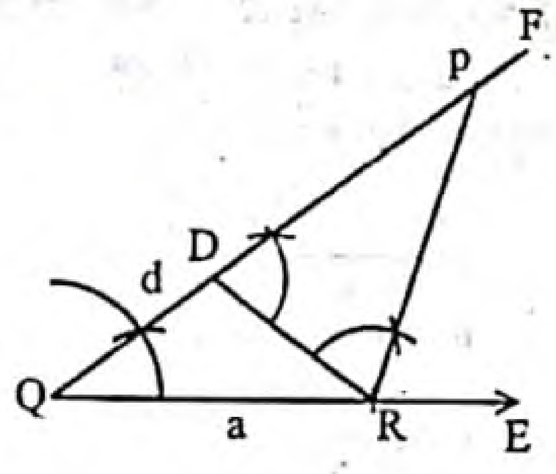
১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle LKN = \angle MKN = 45°$ আঁকা হলো।



খ মনে করি, PQR ত্রিভুজের ভূমি a = QR = 6 সে. মি., ভূমিসংলগ্ন কোণ $\angle x = 45°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2 সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।





অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি QE থেকে ভূমি a এর সমান করে QR রেখাংশ কেটে নিই।

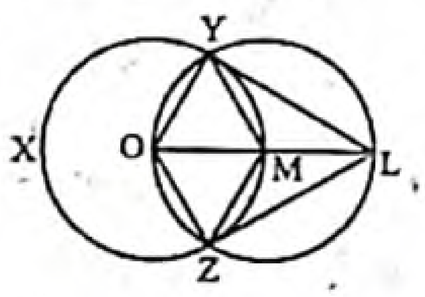
২. QR রেখাংশের Q বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle RQF$ আঁকি।

৩. QF রশ্মি থেকে d এর সমান QD অংশ কাটি।

৪. R, D যোগ করি।

৫. DR রেখাংশের যে পাশে F বিন্দু আছে সেই পাশে R বিন্দুতে $\angle FDR$ এর সমান $\angle DRP$ আঁকি। RP রশ্মি QF রশ্মিকে P বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, Δ PQR-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট XYZ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\frac{PQ}{2}$। XYZ বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।



অঙ্কন :

১. XYZ বৃত্তের পরিধির উপর M যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, M যোগ করি এবং OM কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OM = ML হয়।

২. M কে কেন্দ্র করে OM বা ML এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এ বৃত্তটি XYZ বৃত্তকে Y ও Z বিন্দুতে ছেদ করে। Y, L এবং Z, L যোগ করি।

তাহলে, YL এবং ZL উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

প্রশ্ন ১১ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি. 5 সে.মি. এবং 6 সে.মি.।

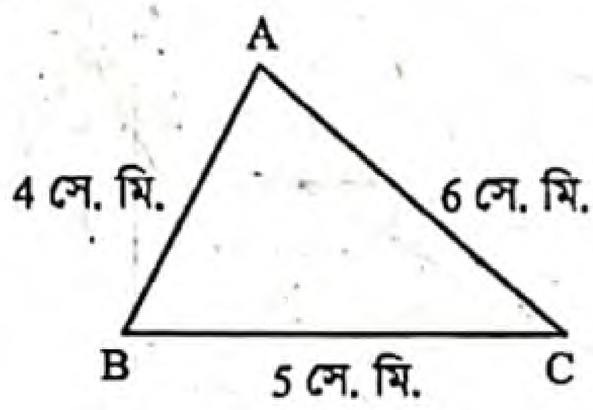
ক. প্রদত্ত তথ্যানুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. বৃত্তটিতে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

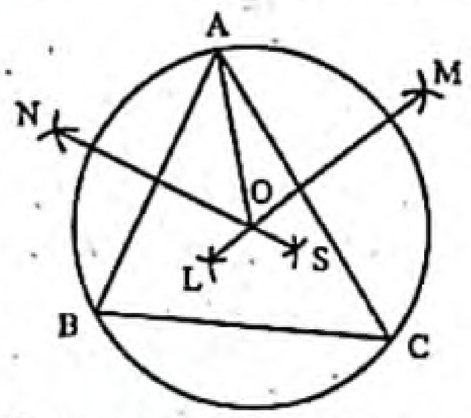
ক চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি. এবং AC = 6 সে.মি.।



www.abswer.com

www.abswer.com

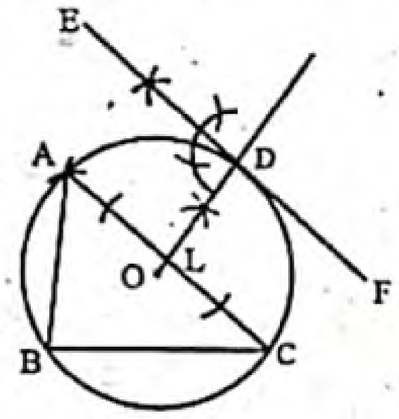
খ মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ যার AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি. এবং AC = 6 সে.মি.। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কন : AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে NS ও LM রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এ বৃত্তটিই Δ ABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ এখানে, ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র O। পরিবৃত্তটিতে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হব যেন তা AC এর সমান্তরাল হয়।



অঙ্কন : বৃত্তের কেন্দ্র O হতে AC এর উপর OL লম্ব আঁকি। OL কে বর্ধিত করি যা বৃত্তটিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। OD রেখার উপর EF লম্ব আঁকি।
তাহলে EF-ই নির্ণেয় স্পর্শক যা তৃতীয় বাহু AC এর সমান্তরাল।

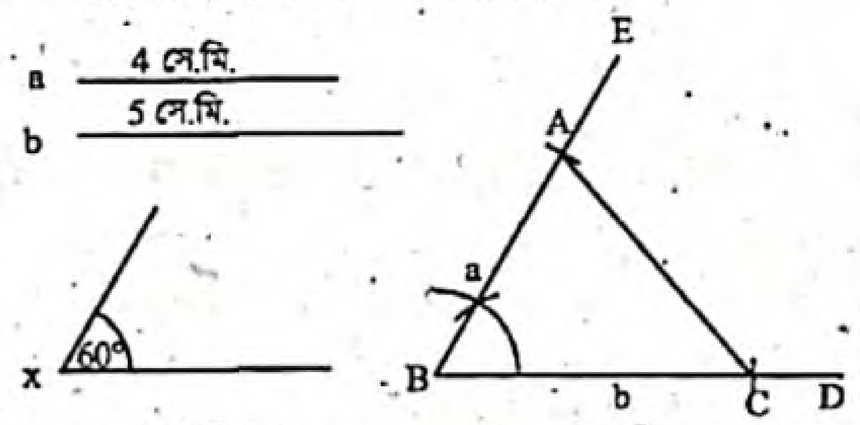
প্রশ্ন ১২ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৭

একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. 5 সে.মি. এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

ক. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২
খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪
গ. উক্ত বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা প্রদত্ত ত্রিভুজের দ্বিতীয় বাহুর সমান্তরাল হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

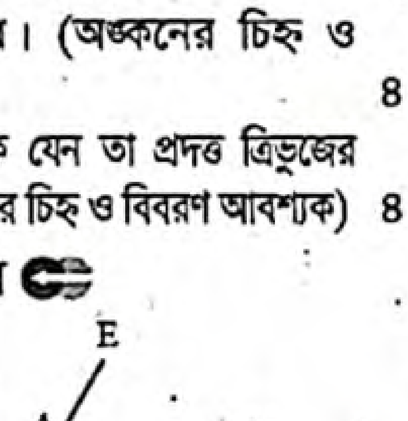
১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে Δ ABC এর দুইটি বাহু AB = a = 4 সে.মি., BC = b = 5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ∠ABC = ∠x = 60°.

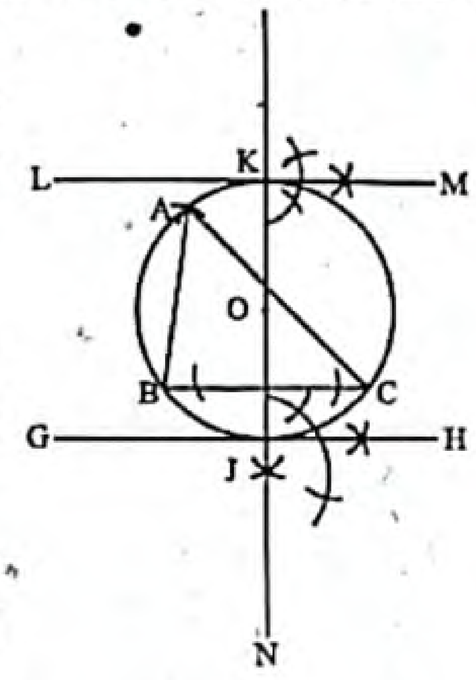
খ মনে করি, ABC ত্রিভুজের দুইটি বাহু AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ∠ABC = 60°। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা, ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কন :

১. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে NQ ও PM আঁকি। মনে করি, এরা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
২. O, A যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এ বৃত্তটিই Δ ABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি পরিবৃত্ত। ABC বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক অঙ্কন করতে হবে যা ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল হয়।



অঙ্কন :

১. বৃত্তের কেন্দ্র O হতে BC এর উপর ON লম্ব আঁকি যা বৃত্তকে J বিন্দুতে ছেদ করে।
২. ON কে বিপরীত দিকে বর্ধিত করি যা বৃত্তটিকে k বিন্দুতে ছেদ করে।
৩. JK রেখাংশের J ও K বিন্দুতে যথাক্রমে GH ও LM লম্ব আঁকি।

তাহলে GH বা LM-ই হবে নির্ণেয় স্পর্শক।

প্রশ্ন ১৩ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৬

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ এবং সমকোণ সংলগ্ন এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি. এবং 4 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. একটি বর্গ আঁক, যার পরিসীমা ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪
গ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 7 সে.মি. এবং সমকোণ সংলগ্ন এক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি.।

∴ সমকোণী ত্রিভুজের অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{7^2 - 4^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{49 - 16}$ সে.মি.
$= \sqrt{33}$ সে.মি.
= 5·74 সে.মি.(প্রায়)

∴ ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 5·74 সে.মি.(প্রায়)।

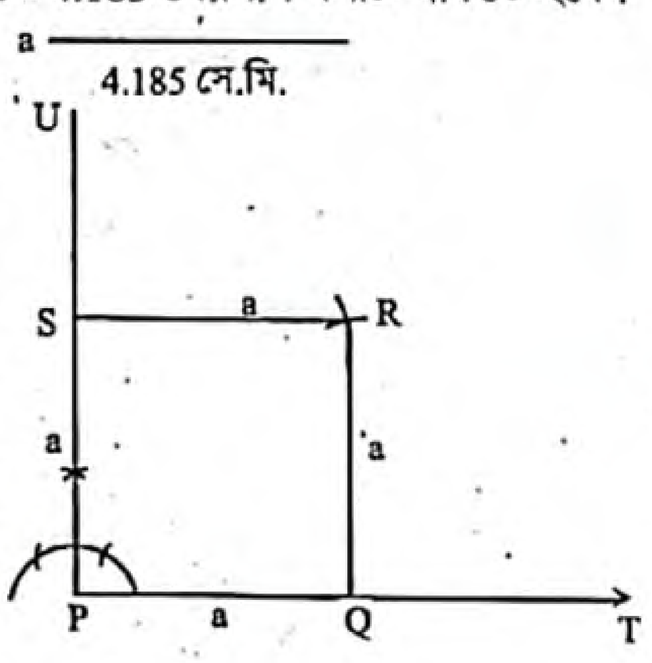
খ এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমা = (7 + 4 + 5.74) সে.মি.
= 16.74 সে.মি.

ত্রিভুজটির সমান পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গের পরিসীমা 16.74 সে.মি.

∴ বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{16.74}{4}$ সে.মি. = 4.185 সে.মি.

অতএব, বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4.185 সে.মি.। বর্গটি আঁকতে হবে।

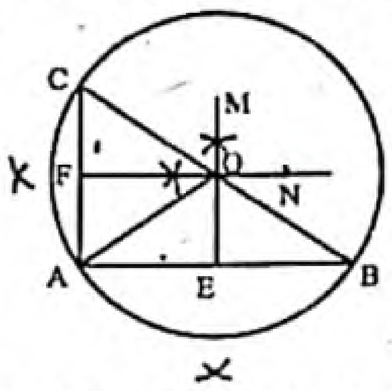
অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি PT থেকে PQ = a নিই। PQ রেখার P বিন্দুতে PU লম্ব আঁকি।
PU হতে PS = a নিই। এখন Q ও S কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠QPS এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর R বিন্দুতে ছেদ করে। Q, R এবং S, R যোগ করি।
তাহলে PQRS-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।



www.abswer.com

www.abswer.com

ঘ মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ, অতিভুজ BC = 7 সে.মি., AC = 4 সে.মি. এবং AB = 5·74 সে. মি.। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত। আঁকতে হবে, যা ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C দিয়ে যায়।



অঙ্কন : AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই Δ ABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ১৪ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৬

একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.5 সে.মি., 4.5 সে.মি. এবং 5.5 সে.মি.।

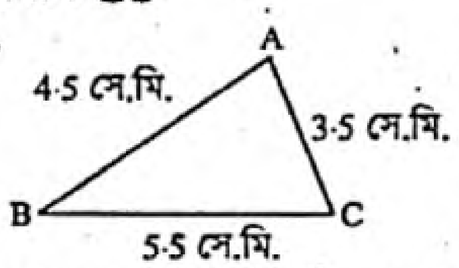
ক. তথ্যানুসারে ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটির বহির্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

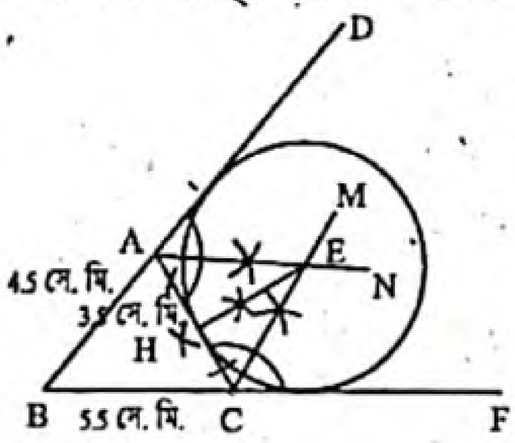
গ. ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁক। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে ABC ত্রিভুজের AC, AB ও BC বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3·5 সে.মি., 4·5 সে.মি. ও 5·5 সে.মি.।



খ মনে করি, ABC ত্রিভুজের AC, AB ও BC বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3·5 সে. মি., 4·5 সে. মি., ও 5.5 সে. মি.। এর বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করে।



অঙ্কন : AB ও BC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি। ∠ACF ও ∠CAD এর সমদ্বিখন্ডক CM এবং AN আঁকি। মনে করি, E তাদের ছেদ বিন্দু।
E থেকে AC এর ওপর EH লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা AC কে H বিন্দুতে ছেদ করে। E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

ঘ এখানে, ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহু, BC = 5.5 সে. মি. মনে করি, ABCD বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 5·5 সে.মি.। ABCD বর্গক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন : A, C ও B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
আবার, AC ও BD কর্ণ O বিন্দুতে পরস্পর সমদ্বিখন্ডিত হয়। O হতে AB এর উপর OG লম্ব টানি। এখন O কে কেন্দ্র করে OG এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি AB, BC, CD ও DA বাহুকে যথাক্রমে G, H, K ও L বিন্দুতে স্পর্শ করে। তাহলে GHKL বৃত্তই ABCD বর্গক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্ত। আবার O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এই বৃত্ত ABCD বর্গক্ষেত্রের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ১৫ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৬

PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.। ∠Q ও ∠R-এর বহির্দ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়।

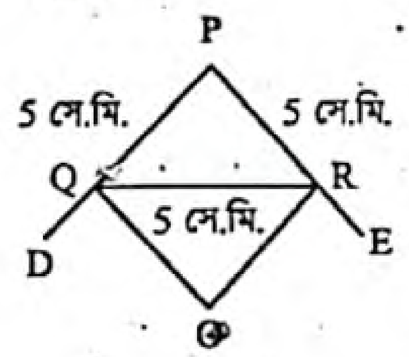
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QOR = 90° - \frac{1}{2}\angle P$. ৪

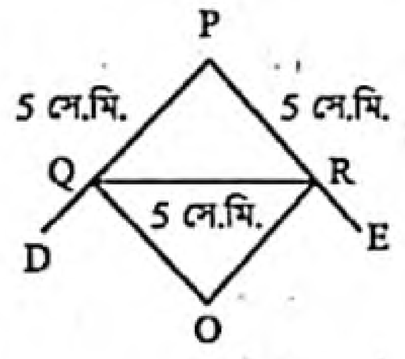
গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, PQR সমবাহু ত্রিভুজে PQ = QR = PR = 5 সে.মি.। এর PQ ও PR বাহুকে D ও E পর্যন্ত বর্ধিত করলে Q ও R বিন্দুতে বহিঃস্থ ∠RQD এবং বহিঃস্থ ∠QRE উৎপন্ন হয়। ∠RQD ও ∠QRE-এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়।



খ PQR সমবাহু ত্রিভুজে PQ = QR = PR = 5 সে.মি.। এর PQ ও PR বাহুকে D ও E পর্যন্ত বর্ধিত করলে Q ও R বিন্দুতে বহিঃস্থ ∠RQD এবং বহিঃস্থ ∠QRE উৎপন্ন হয়। ∠RQD ও ∠QRE-এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QOR = 90° - \frac{1}{2}\angle P$.

প্রমাণ :

ধাপ ১ : Δ PQR-এ,

$\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।]

বা, $\frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 90°$

ধাপ ২ : $\angle OQR = \frac{1}{2}\angle DQR$ [OQ, ∠RQD-এর সমদ্বিখন্ডক]

কিন্তু $\angle DQR = \angle P + \angle R$

[বহিঃস্থ কোণ এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ দুইটির সমষ্টির সমান।]

সুতরাং $\angle OQR = \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle R$

∴ $2\angle QRO = \angle QRE$ [OR, ∠QRE-এর সমদ্বিখন্ডক।]

কিন্তু $\angle QRE = \angle P + \angle Q$

[বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুইটির সমষ্টির সমান।]

সুতরাং, $\angle QRO = \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q$

ধাপ ৩ : এখন, Δ QOR-এ

$\angle QOR + \angle OQR + \angle QRO = 180°$

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle R + \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q = 180°$ [(২) থেকে]

বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle P + 90° = 180°$ [(১) থেকে]

বা, $\angle QOR = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle P$

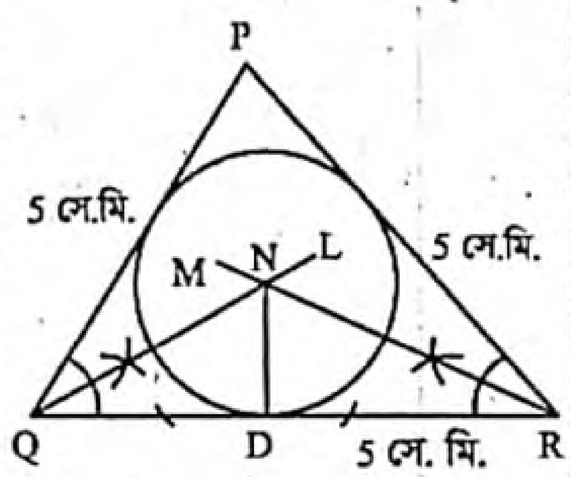
∴ $\angle QOR = 90° - \frac{1}{2}\angle P$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

গ মনে করি, PQR সমবাহু ত্রিভুজে PQ = QR = PR = 5 সে.মি। এর অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ ΔPQR এর ভিতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা PQ, PR ও QR বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।

অঙ্কন : ∠PQR ও ∠PRQ এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে QL ও RM আঁকি। মনে করি, তারা N বিন্দুতে ছেদ করে। N থেকে QR এর ওপর ND লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে। N কে কেন্দ্র করে ND এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।



তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

প্রশ্ন ১৬ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৬

একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. এবং 4 সে.মি.।

ক. উদ্দীপকের ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. উক্ত বর্গের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. এবং 4 সে.মি.।

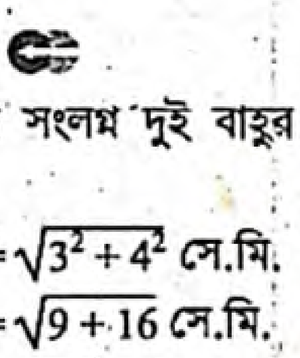
∴ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3^2 + 4^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{9 + 16}$ সে.মি.
$= \sqrt{25}$ সে.মি.
$= 5$ সে.মি.

∴ ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।

খ এখানে, সমকোণী ত্রিভুজটির পরিসীমা = (3 + 4 + 5) সে.মি. = 12 সে.মি.। তাহলে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 12 সে.মি.। বর্গক্ষেত্রটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

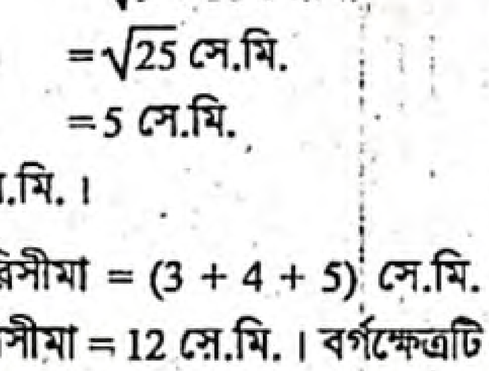
১. AM যেকোনো রশ্মি হতে AB $= \frac{p}{4}$ আঁকি।



২. AB রেখার A বিন্দুতে AN লম্ব আঁকি।

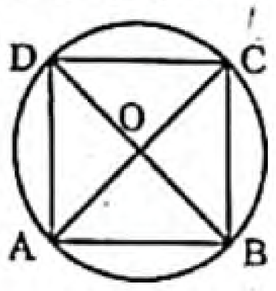
৩. AN হতে $AD = \frac{p}{4}$ কেটে নেই।

৪. এখন B ও D কে কেন্দ্র করে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।



৫. C, D ও C, B যোগ করি। তাহলে ABCD বর্গক্ষেত্রই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

গ খ হতে প্রাপ্ত, ABCD বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা 12 সে.মি.। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. A, C ও B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। আবার, AC ও BD কর্ণ O বিন্দুতে পরস্পর সমদ্বিখন্ডিত হয়।

২. O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এই বৃত্ত ABCD বর্গক্ষেত্রের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ১৭ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৬

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. এবং 4 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. উক্ত বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক অঙ্কন কর, যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

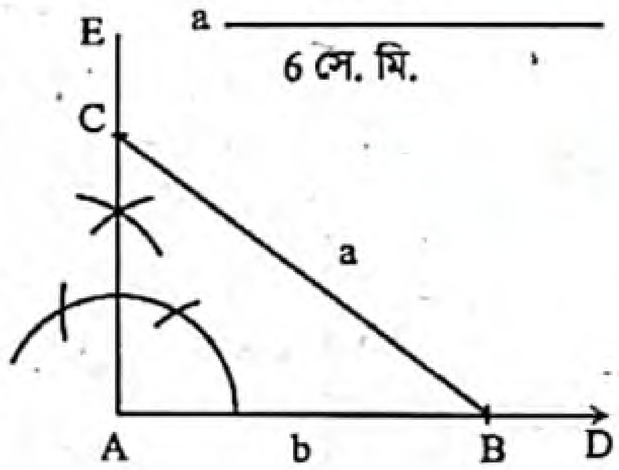
১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a = 6 সে.মি. এবং একটি বাহু b = 4 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

b ——— 4 সে. মি.
a ——— 6 সে. মি.

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AD থেকে b এর সমান করে AB রেখাংশ নিই।



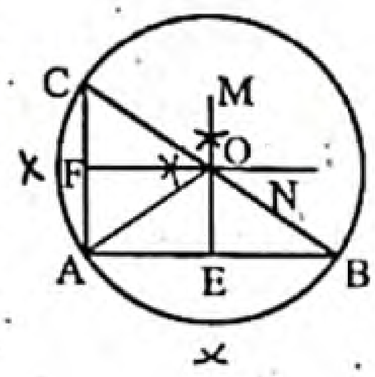
২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে AE লম্ব আঁকি।

৩. B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AE এর উপর একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি AE কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. B, C যোগ করি।

তাহলে অঙ্কিত Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

খ মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ, অতিভুজ BC = 6 সে. মি. এবং একটি বাহু AB = 4 সে. মি.। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C দিয়ে যায়।



অঙ্কন :

১. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

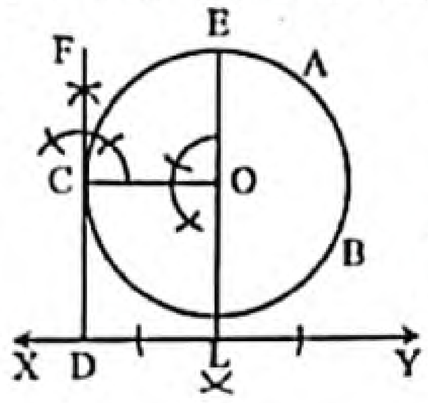
২. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই Δ ABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

www.abswer.com

www.abswer.com

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং XY একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। ABC বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যা XY এর ওপর লম্ব হয়।



অঙ্কন :

১. ABC বৃত্তের কেন্দ্র O হতে XY সরলরেখার উপর OL লম্ব আঁকি।

২. OL রেখার O বিন্দুতে OC লম্ব আঁকি। এ লম্ব বৃত্তকে C বিন্দুতে স্পর্শ করে।

৩. OC রেখার C বিন্দুতে CF লম্ব আঁকি এবং তাকে বিপরীত দিকে বর্ধিত করি। বর্ধিত FC রেখা XY কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে FD রেখাই নির্ণেয় স্পর্শক যা XY এর উপর লম্ব।

প্রশ্ন ১৮ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৫

একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. এবং 4 সে.মি.।

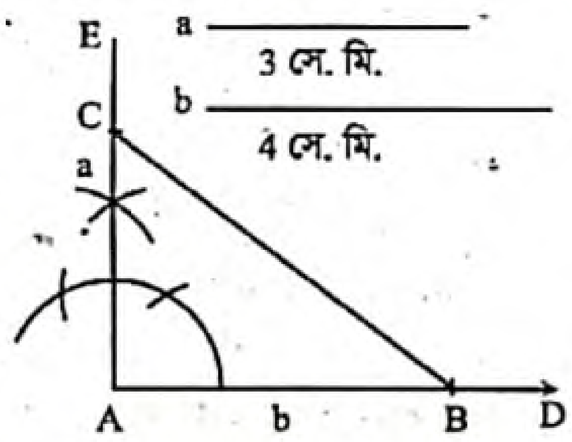
ক. তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 3 সে. মি. এবং b = 4 সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AD থেকে b এর সমান করে AB রেখাংশ নিই।

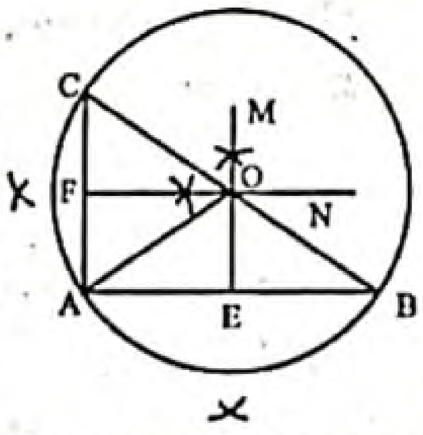
২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে AE লম্ব আঁকি।

৩. AE থেকে a -এর সমান করে AC রেখাংশ নিই।

৪. B, C যোগ করি।

তাহলে Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

খ ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ, AC = 3 সে. মি. এবং AB = 4 সে.মি.। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।
অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C দিয়ে যায়।

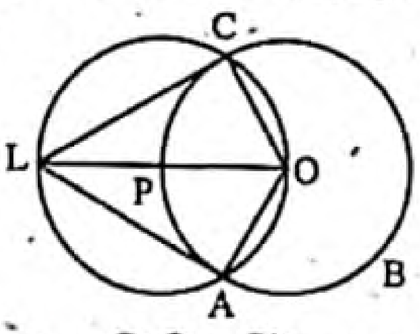


অঙ্কন :

১. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।
তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই Δ ABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ খ-এ অঙ্কিত O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত। ABC বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।



অঙ্কন :

১. ABC বৃত্তের পরিধির উপর P যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, P যোগ করি এবং OP কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OP = PL হয়।

২. P কে কেন্দ্র করে OP বা PL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এ বৃত্তটি ABC বৃত্তকে C ও A বিন্দুতে ছেদ করে। C, L এবং A, L যোগ করি।

তাহলে, CL এবং AL উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

প্রশ্ন ১৯ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৫

একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.।

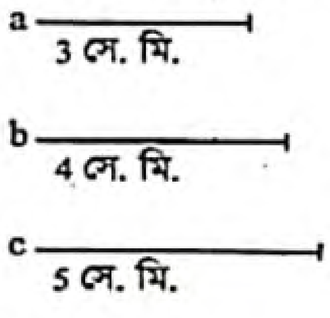
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

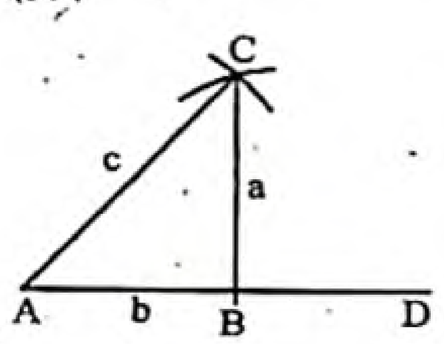
খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ ত্রিভুজটির বহির্বৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির বহির্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দ্বিগুণের সমান বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু a = 3 সে. মি., b = 4 সে. মি. এবং c = 5 সে. মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।





অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AD থেকে b এর সমান AB রেখাংশ কেটে নিই।

২. A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, C ও B, C যোগ করি। তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

খ মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC = 3 সে.মি., AB = 4 সে.মি. ও AC = 5 সে.মি.। এর বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।
অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করে।

অঙ্কন : AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি। ∠DBC ও ∠FCB এর সমদ্বিখণ্ডক BM এবং CN আঁকি। মনে করি, E তাদের ছেদবিন্দু। E থেকে BC এর ওপর EH লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে H বিন্দুতে ছেদ করে। E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।
তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

www.abswer.com

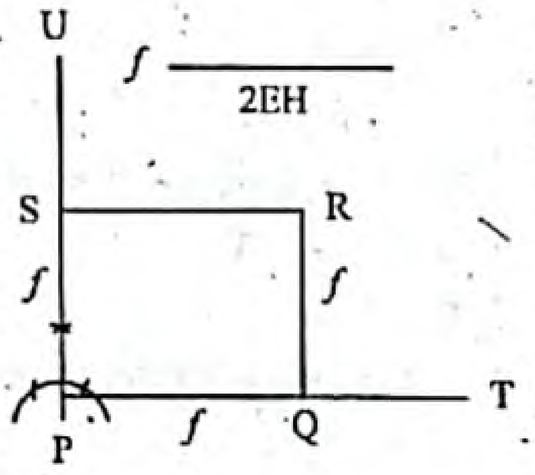
www.abswer.com

গ খ-এ অঙ্কিত Δ ABC-এর বহির্বৃত্তের ব্যাসার্ধ EH। ব্যাসার্ধ EH এর দ্বিগুণ = 2 EH.

মনে করি, কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য $\int = 2EH$ দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি PT থেকে $PQ = \int$ নিই। PQ রেখার P বিন্দুতে PU লম্ব আঁকি। PU হতে $PS = \int$ নিই। এখন Q ও S কে কেন্দ্র করে $\int$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠QPS এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর R বিন্দুতে ছেদ করে। Q, R এবং S,R যোগ করি।

তাহলে PQRS-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।



প্রশ্ন ২০ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৫

একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমষ্টি 10 সে.মি. এবং এর ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় 45° এবং 60°.

ক. 2 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. ত্রিভুজের অর্ধ-পরিসীমাকে বাহু ধরে অঙ্কিত বর্গের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সমবাহু ত্রিভজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 সে. মি.

∴ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2$ বর্গ সে. মি.

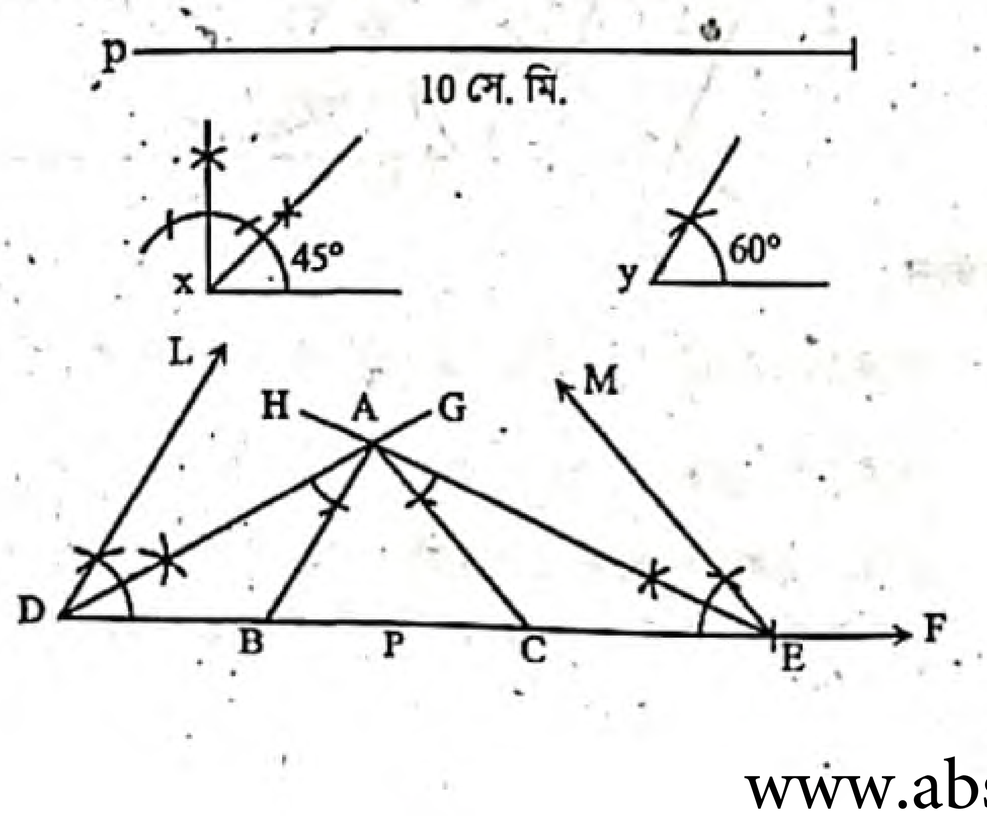
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4$ বর্গ সে. মি.

$= \sqrt{3}$ বর্গ সে. মি.

= 1·732 বর্গ সে. মি. (প্রায়)

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 1·732 বর্গ সে. মি. (প্রায়)।

খ একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমষ্টি অর্থাৎ পরিসীমা p = 10 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ ∠x = 45° ও ∠y = 60° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে ∠x এর সমান ∠EDL এবং ∠y এর সমান ∠DEM আঁকি।

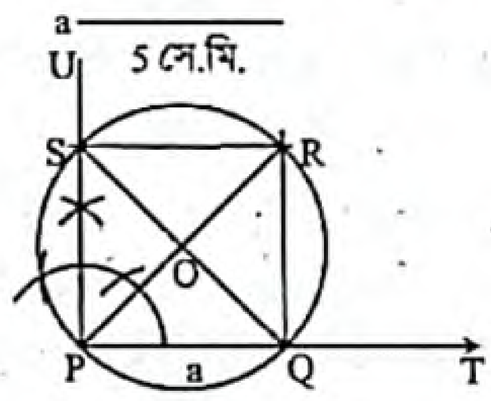
৩. কোণ দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে ∠ADE এর সমান ∠DAB এবং ∠AED এর সমান ∠EAC আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা $= \frac{10}{2}$ সে. মি.

= 5 সে. মি.

মনে করি, একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 সে. মি. বর্গটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি PT থেকে a এর সমান করে PQ রেখাংশ নিই।

২. PQ রেখাংশের P বিন্দুতে PU লম্ব আঁকি। PU থেকে a এর সমান করে PS রেখাংশ নিই।

৩. S ও Q কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠SPQ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর R বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. Q,R এবং S, R যোগ করি। তাহলে PQRS-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

৫. P, R এবং Q, S যোগ করি। PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

৬. O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি PQRS বর্গের P, Q, R ও S শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়। তাহলে এটিই উদ্দিষ্ট পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ২১ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৫

a = 3 সে.মি. ও b = 3.5 সে.মি. যথাক্রমে A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ।

ক. A কেন্দ্রিক বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. বহিঃস্থ কোনো বিন্দু Q থেকে B কেন্দ্রিক বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. a ও b কে একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের সন্নিহিত বাহু ধরে উক্ত ত্রিভুজের একটি পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r_1 = a = 3$ সে. মি.

∴ A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r_1^2$ বর্গ একক

$= 3·1416 \times 3^2$ বর্গ সে. মি.

$= 3·1416 \times 9$ বর্গ সে. মি.

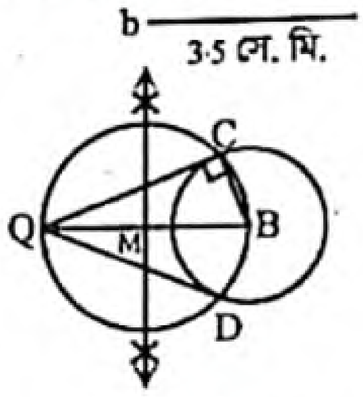
= 28·27 বর্গ সে. মি. (প্রায়)

∴ A কেন্দ্রিক বৃত্তের ক্ষেত্রফল 28·27 বর্গ সে. মি. (প্রায়)।

www.abswer.com

www.abswer.com

ঘ মনে করি, B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r_2 = b = 3.5$ সে. মি., বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু Q। Q বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে।



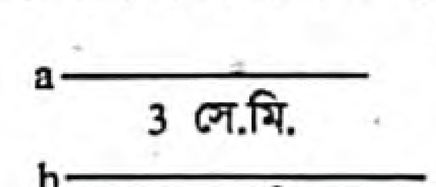
অঙ্কন :

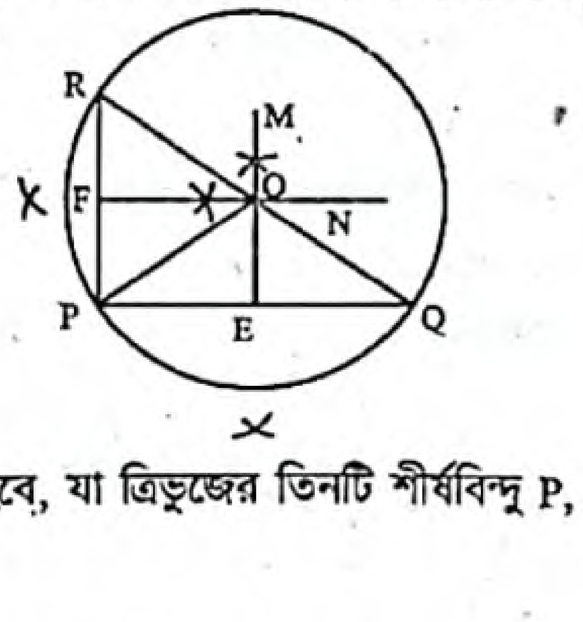
১. B, Q যোগ করি। BQ রেখাংশের মধ্যবিন্দু M নির্ণয় করি।

২. এখন M কে কেন্দ্র করে MB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। মনে করি, নতুন অঙ্কিত বৃত্তটি প্রদত্ত বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. C, Q এবং D, Q যোগ করি।
তাহলে, CQ, DQ উভয়েই নির্ণেয় স্পর্শক।

ঙ মনে করি, PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজের $\angle QPR$ = এক সমকোণ এবং $\angle QPR$ সংলগ্ন দুইটি সন্নিহিত বাহু $PR = a = 3$ সে. মি. ও $PQ = b = 3.5$ সে. মি.। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।





অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু P, Q ও R দিয়ে যায়।

অঙ্কন :

১. PQ ও RP রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি।
মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. P, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি P, Q ও R বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই Δ PQR এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ২২ ▸ ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

$\angle x = 22\frac{1}{2}^\circ$, $\angle y = 30^\circ$ এবং $s = 9$ সে.মি.।

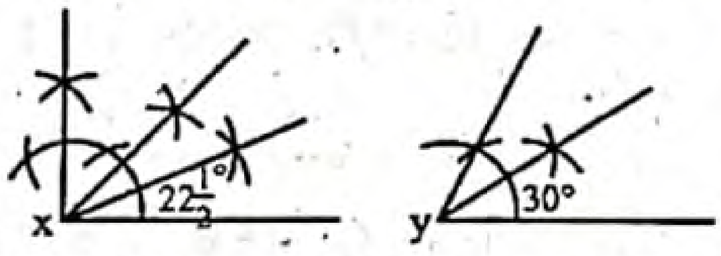
ক. স্কেল ও কম্পাস দিয়ে $\angle x$ এবং $\angle y$ অঙ্কন কর। ২

খ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $2\angle x$ এবং $2\angle y$ ও পরিসীমা s এর সমান। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. $\frac{s}{3}$ সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের বহির্বৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

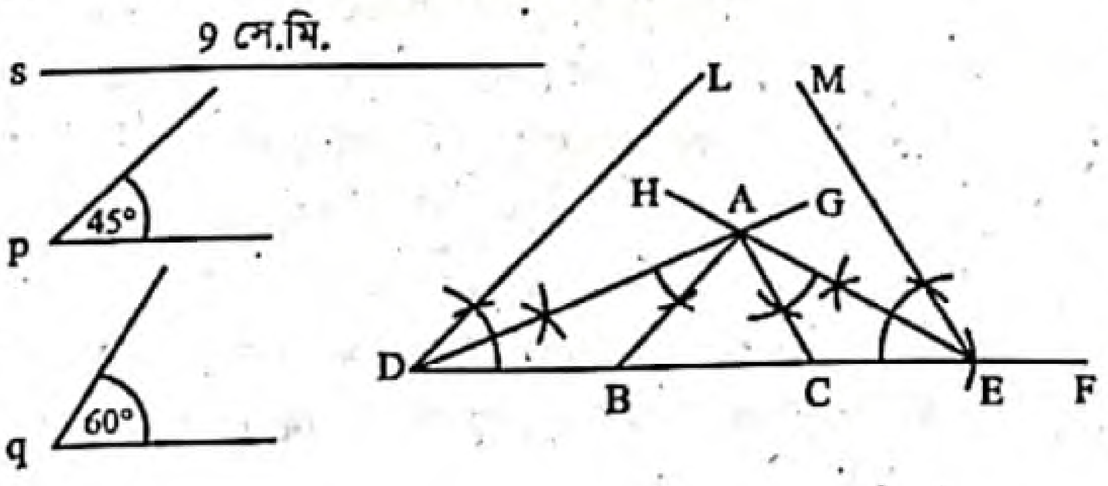
ক স্কেল ও কম্পাস দিয়ে $\angle x = 22\frac{1}{2}^\circ$ এবং $\angle y = 30^\circ$ আঁকা হলো।



খ মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়

$$\angle p = 2\angle x = 2 \times 22\frac{1}{2}^\circ = 45^\circ$$

এবং $\angle q = 2\angle y = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ এবং পরিসীমা $s = 9$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা s এর সমান করে DE অংশ কেটে নেই।

২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle p$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle q$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

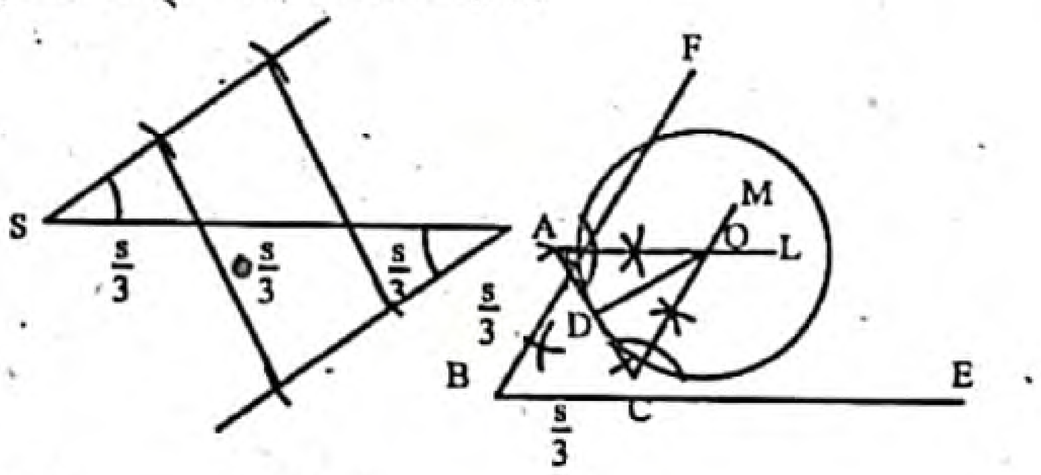
৩. কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ দেওয়া আছে, $s = 9$ সে.মি.

এখানে, $\frac{s}{3}$ সে.মি. $= \frac{9}{3} = 3$ সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের বহির্বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে $\frac{s}{3}$ এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{s}{3}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A, B ও A, C যোগ করে ΔABC আঁকি।

www.abswer.com

www.abswer.com

২. BA বাহুকে F বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করি।
৩. ∠CAF ও ∠ACE এর সমদ্বিখন্ডক AL ও CM আঁকি। AL ও CM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
৪. O বিন্দু থেকে AC এর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা AC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।
৫. O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

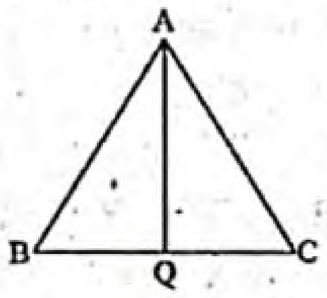
প্রশ্ন ২৩ ▸ ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা

Δ ABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু Q.

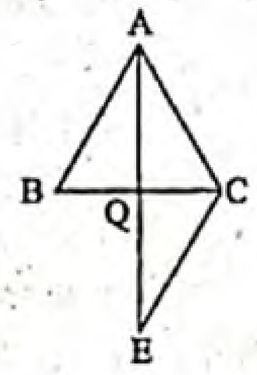
ক. মধ্যমাসহ ত্রিভুজটি আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, AB + AC > 2 AQ. ৪
গ. ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক Δ ABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু Q। A, Q যোগ করি তাহলে AQ হবে BC এর উপর মধ্যমা।



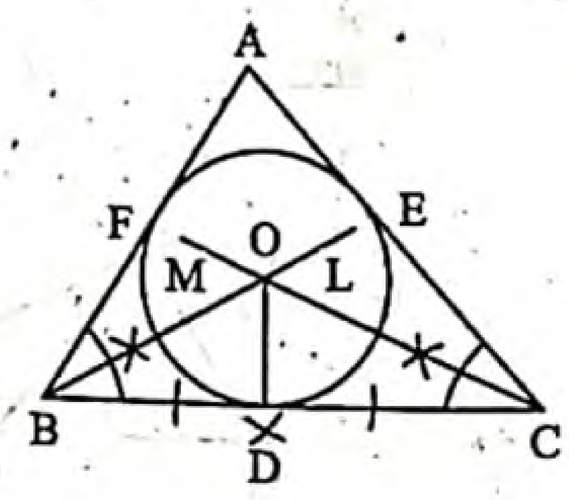
খ মনে করি, Δ ABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু Q। A, Q যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AQ.
অঙ্কন : AQ কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, AQ = QE হয়। E, C যোগ করি।



প্রমাণ :
ধাপ ১: Δ ABQ এবং Δ ECQ-এ
BQ = CQ [∵BC-এর মধ্যবিন্দু Q]
AQ = EQ [অঙ্কন অনুসারে]
∠AQB = ∠EQC [বিপ্রতীপ কোণ]
∴ Δ ABQ ≅ Δ ECQ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ AB = EC

ধাপ ২: এখন, Δ AEC-এ AC + EC > AE
[∵ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, AC + AB > AQ + QE [(১) থেকে]
বা, AB + AC > AQ + AQ [অঙ্কনানুসারে]
∴ AB + AC > 2AQ. (প্রমাণিত)

গ Δ ABC একটি ত্রিভুজ। এর অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, Δ ABC এর ভিতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC, CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।



অঙ্কন : ∠ABC ও ∠ACB এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে। O থেকে BC এর ওপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি তা, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

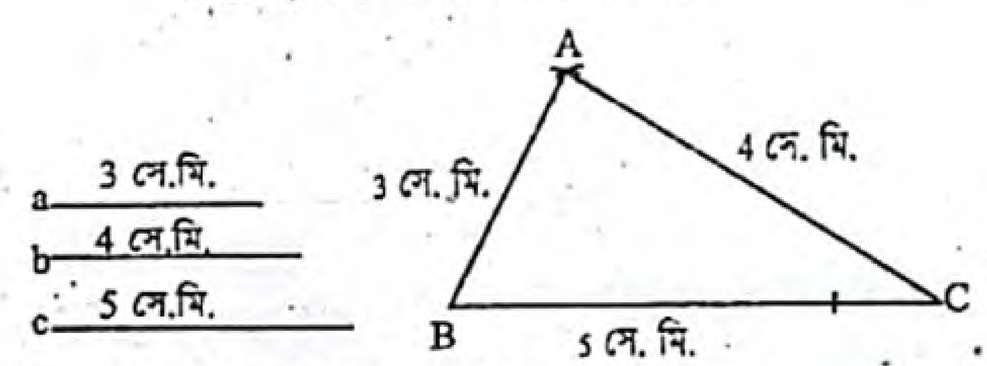
প্রশ্ন ২৪ ▸ জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২
খ. উক্ত ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করে অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪
গ. বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

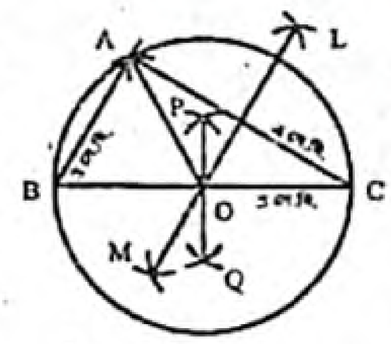
২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



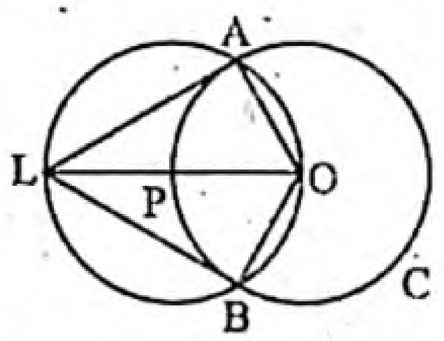
চিত্রে ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = AB = 3 সে.মি., b = AC = 4 সে.মি. এবং c = BC = 5 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

খ মনে করি, কোনো ত্রিভুজ ABC এর তিনটি বাহু AB = 3 সে. মি., AC = 4 সে. মি. এবং BC = 5 সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কন :
১. BC বাহুর লম্বদ্বিখন্ডক PQ এবং AC বাহুর লম্বদ্বিখন্ডক LM অঙ্কন করি। PQ ও LM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
২. এখন, O কে কেন্দ্র করে OC বা OB বা OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি A, B, C বিন্দু দিয়ে যায়।
তাহলে নির্ণেয় বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

গ খ-এ অঙ্কিত O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত। ABC বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।



অঙ্কন :
১. ABC বৃত্তের পরিধির উপর P যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, P যোগ করি এবং OP কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OP = PL হয়।
২. P কে কেন্দ্র করে OP বা PL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এ বৃত্তটি ABC বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। A, L এবং B, L যোগ করি।
তাহলে, AL এবং BL উদ্দীষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ৪ : বৃত্ত সম্পর্কিত সম্পাদ্য বর্ণনা করতে পারব।

প্রশ্ন ২৫ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৪-এর আলোকে প্রণীত

ΔABC এর $AB = 3$ সে.মি., $AC = 4$ সে.মি. এবং $BC = 4.5$ সে.মি.।

ক. বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

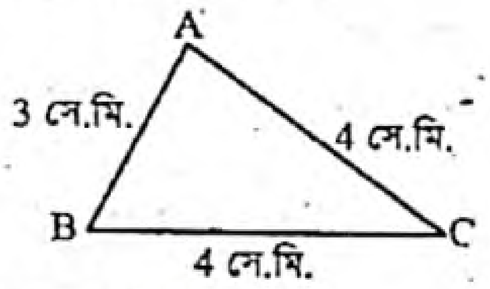
খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁক এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $AB = AC = BC = 5$ সে.মি. হয় তবে ΔABC এর AC বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহির্বৃত্ত আঁক। ৪

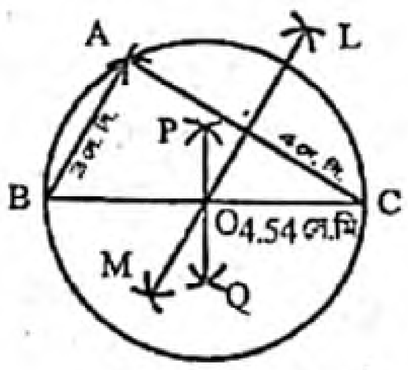
[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৮.৫ এর ১২ ও ১৩ নং এর আলোকে]

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC এর $AB = 3$ সে.মি., $AC = 4$ সে.মি. এবং $BC = 4.5$ সে.মি.। চিত্রটি নিম্নরূপ :



খ মনে করি, কোনো ত্রিভুজ ABC এর তিনটি বাহু $AB = 3$ সে. মি., $AC = 4$ সে. মি. এবং $BC = 4.5$ সে. মি. দেওয়া আছে। ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কন :

১. BC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক PQ এবং AC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক LM অঙ্কন করি। PQ ও LM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O কে কেন্দ্র করে OC বা OB বা OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি A, B, C বিন্দু দিয়ে যাবে।

অতএব, নির্ণেয় বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

প্রমাণ : BC এর লম্বদ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

$\therefore OB = OC$

আবার, AC এর লম্বদ্বিখণ্ডক LM এর উপর O বিন্দু অবস্থিত।

$\therefore OC = OA$

সুতরাং $OB = OC = OA$

অতএব, O কে কেন্দ্র করে এবং OB ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা A, B, C বিন্দু দিয়ে যাবে।

সুতরাং অঙ্কিত বৃত্তটিই ΔABC এর পরিবৃত্ত।

এখন, $BC = OB + OC$

বা, $4.5 = OB + OB$

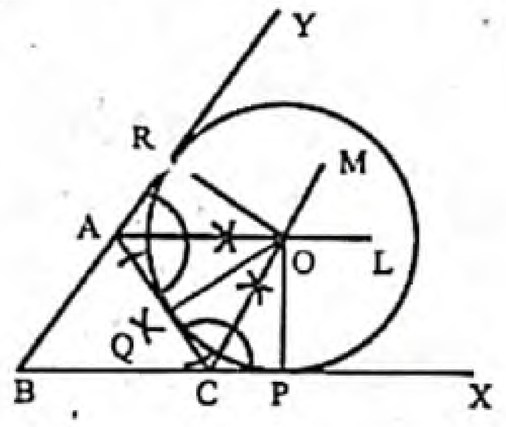
বা, $4.5 = 2OB$

বা, $OB = \frac{4.5}{2}$

$\therefore OB = 2.25$

নির্ণেয় ব্যাসার্ধ 2.25 সে. মি.।

গ মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি.। AC বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. BA বাহুকে Y এবং BC বাহুকে X পর্যন্ত বর্ধিত করি।

২. $\angle ACX$ এর সমদ্বিখণ্ডক CM এবং $\angle CAY$ এর সমদ্বিখণ্ডক AL আঁকি। AL এবং CM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। O বিন্দু হতে BX এর উপর OP লম্ব আঁকি।

৩. O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এটি ΔABC এর AC বাহুকে Q বিন্দুতে স্পর্শ করে।

সুতরাং অঙ্কিত বৃত্তই ΔABC এর বহির্বৃত্ত।

প্রমাণ : ΔCOQ এবং ΔCOP সর্বসম।

অতএব, $OP = OQ$

একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $OQ = OR$

O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকলে এটি P, Q, R বিন্দু দিয়ে যাবে।

$\therefore$ বৃত্তটি AY, CX এবং AC কে স্পর্শ করবে।

একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ২৬ ▸ অনুশীলনী ৭.১ ও ৮.৫ এর সমন্বয়ে প্রণীত

ΔABC এর $\angle B = 60°$, $\angle C = 45°$ এবং $AB + BC + CA = 13$ সে.মি.।

ক. $\angle B$ ও $\angle C$ এর পূরক কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

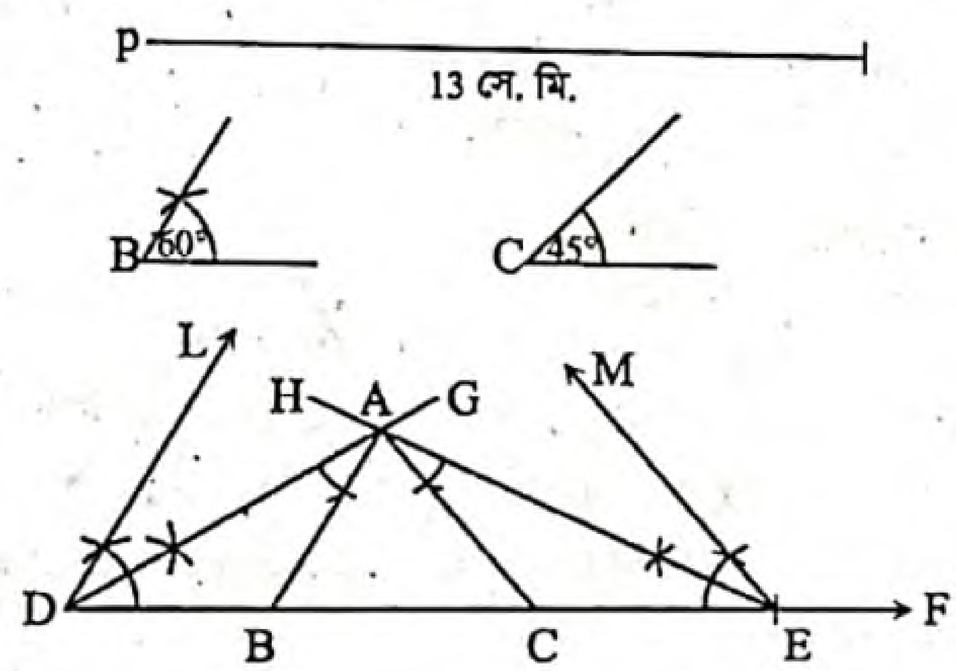
গ. ΔABC এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

২৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\angle B = 60°$ এর পূরক কোণ $= 90° - 60°$
$= 30°$

এবং $\angle C = 45°$ এর পূরক কোণ $= 90° - 45°$
$= 45°$.

খ দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের পরিসীমা $p = AB + BC + AC = 13$ সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle B = 60°$ ও $\angle C = 45°$। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



www.abswer.com

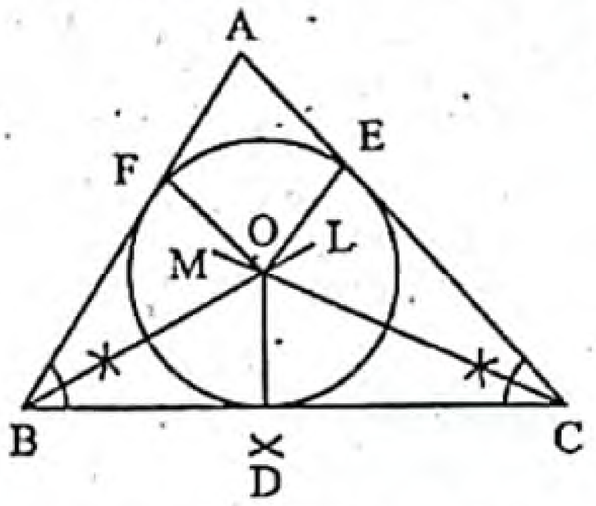
www.abswer.com

অঙ্কন :

যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে p এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে ∠B এর সমান ∠EDL এবং ∠C এর সমান ∠DEM আঁকি। কোণ দুইটির দ্বিখন্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে ∠ADE এর সমান ∠DAB এবং ∠AED এর সমান ∠EAC আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ খ হতে প্রাপ্ত, ΔABC একটি ত্রিভুজ। এর অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, ΔABC এর ভিতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC, CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।



অঙ্কন : ∠ABC ও ∠ACB এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে। O থেকে BC এর ওপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি তা, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। O কে কেন্দ্র করে OD-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

অধিক অনুশীলনের জন্য আরও সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর — প্রশ্নব্যাংক আকারে উপস্থাপিত

২৭। বৃত্তের পরিধির দুই বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে বৃত্তের জ্যা বলা হয়। আবার বৃত্তের কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে যায় তবে তাকে ব্যাস বলা হয় এবং যে কোন জ্যা পরিধির যে অংশ ছেদ করে তাকে চাপ বলে।

ক. বৃত্তের ব্যাস ও ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, সমান সমান বৃত্তসমূহে সমান জ্যা সমান চাপ স্থির করে। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত। ৪

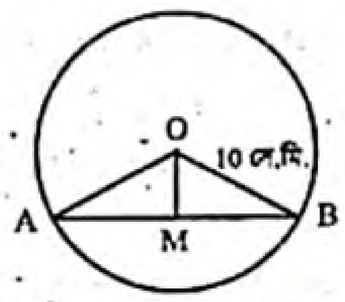
২৮। তিনটি রেখাংশের মধ্যে প্রথমটির দৈর্ঘ্য 3 সে.মি.। পরবর্তী দুটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য প্রথমটি অপেক্ষা যথাক্রমে 1 ও 2 সে.মি. বেশি।

ক. রেখাংশ তিনটি দ্বারা একটি ত্রিভুজ আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন এবং বিবরণ আবশ্যক।] ৪

২৯।



O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা AB = 12 সে. মি., OM ⊥ AB.

ক. বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের কেন্দ্র হতে জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে। ৪

গ. AM = BM এবং OM = x হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 62.832 সে. মি.; গ. x = 8.

৩০। একটি বৃত্তের মধ্যে চতুর্ভুজ অঙ্কন করা যায়। চতুর্ভুজের বাহুকে বর্ধিত করলে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়।

ক. তথ্যানুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, কোন চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে তার শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

৩১। বৃত্তের উপরস্থ কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক এবং ঐ বিন্দুগামী যেকোনো জ্যা এর অন্তর্গত কোণ তার একান্তর বৃত্তাংশস্থ যেকোনো কোণের সমান।

ক. স্পর্শক কী? ২

খ. প্রমাণ কর যে, বৃত্ত অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র। ৪

গ. উপরোক্ত তথ্যটি প্রমাণ কর। ৪

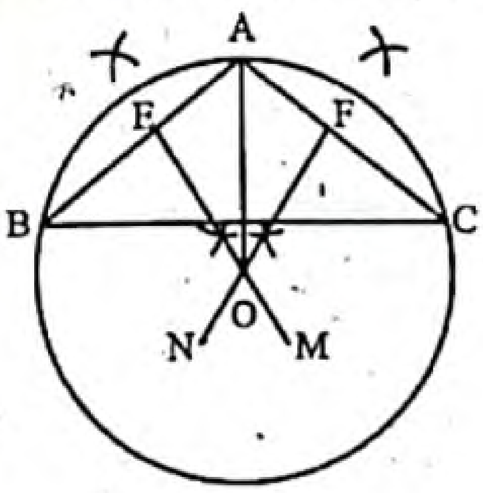
অনুশীলনমূলক কাজ অংশ — Practice Activities Section

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ের এ অধ্যায়ে অনুশীলনমূলক কাজ (একক ও দলগত) দেওয়া আছে। কাজগুলোর পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর উল্লেখ করে নিচে প্রদত্ত হলো। তোমরা এ কাজগুলো একক বা দলগতভাবে সম্পাদন করে মূল্যায়নের জন্য শ্রেণি শিক্ষকের নিকট জমা দিবে।

অনুশীলনমূলক কাজ : ● পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা ১৬৯ এর কাজ

কাজ ১ ▸ ওপরের চিত্রে একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁকা হয়েছে। স্থূলকোণী এবং সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।



www.abswer.com

www.abswer.com

PART 04 যাচাই ও মূল্যায়ন Assessment & Evaluation

অধ্যায়ভিত্তিক প্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য মডেল টেস্ট আকারে বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নপত্র ও উত্তরমালা

পরীক্ষাপ্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য বহুনির্বাচনি প্রশ্নব্যাংক ও উত্তরমালা (মডেল টেস্ট আকারে প্রদত্ত)

বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট

সময় : ৩০ মিনিট পূর্ণমান : ৩০

[বহুনির্বাচনি প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক /সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১। প্রশ্নপত্রে কোন প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।.]

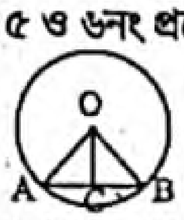
১. বৃত্তের দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কী বলে?
ক ব্যাস খ ব্যাসার্ধ গ চাপ ঘ জ্যা

২. বৃত্তের ব্যাস যদি D দ্বারা এবং ব্যাসার্ধ r দ্বারা সূচিত হয় তবে D এর সমান নিচের কোনটি?
ক r খ 2r গ $\frac{3}{2}r$ ঘ $\frac{1}{2}r$

৩. একটি বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ $(x + 80)°$ এর বৃত্তস্থ কোণ $(x + 10)°$ হলে x এর মান কত?
ক 50° খ 60° গ 70° ঘ 40°

৪. বৃত্তের উপর বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী কয়টি বিন্দু আছে?
ক 1টি খ 2টি গ 3টি ঘ 0টি

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের জ্যা AB = 6 সে. মি.।
OC ⊥ AB, OA = 5 সে. মি.।

৫. বৃত্তের ব্যাস নিচের কোনটি?
ক 12 সে. মি. খ 10 সে. মি. গ 3 সে. মি. ঘ 5 সে. মি.

৬. OC = ?
ক 3 সে. মি. খ 5 সে. মি. গ 6 সে. মি. ঘ 4 সে. মি.

৭. কোন বৃত্তস্থ কোণের পরিমাপ 45° হলে, কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপ কত?
ক $22\frac{1}{2}°$ খ 90° গ 135° ঘ $112\frac{1}{2}°$

৮. একটি বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ $(x + 80)°$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $(x + 10)°$ হলে, x এর মান কত?
ক 50° খ 60° গ 70° ঘ 80°

৯. কোন বৃত্তে একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের মান $x + 60°$ এবং বৃত্তস্থ কোণের মান $x + 5°$ হলে x এর মান কত?
ক 50° খ 60° গ 70° ঘ 80°

১০. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের $\angle B = 60°$ হলে, বিপরীত $\angle C$ = কত?
ক 40° খ 90° গ 110° ঘ 120°

১১. কোন বৃত্তের পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত দুটি জ্যা AB ও AC এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি. ও 12 সে. মি.। বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
ক 9.5 খ 8.5 গ 6.5 ঘ 7.5

১২. সমবাহু ΔABC এর পরিকেন্দ্র O হলে $\angle AOB$ এর মান কত?
ক 120° খ 90° গ 60° ঘ 30°

১৩. কোনো বৃত্তের এক-চতুর্থাংশ চাপ কেন্দ্রে কত কোণ ধারণ করে?
ক 30° খ 60° গ 90° ঘ 120°

১৪. বৃত্তের ক্ষেত্রে–
i. বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলি পরস্পর সমান
ii. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ
iii. অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রে কেন্দ্রস্থ কোণ এক সরলকোণ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫. বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি–
ক বর্গক্ষেত্র খ রম্বস গ ট্রাপিজিয়াম ঘ আয়তক্ষেত্র

১৬. বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়ের বৈশিষ্ট্য কিরূপ?
ক পরস্পর সমান্তরাল খ পরস্পর অসমান
গ পরস্পর লম্ব ঘ পরস্পর সমান

■ নিচের তথ্য থেকে ১৭ ও ১৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABCD একটি চতুর্ভুজ এবং OC = 5 সে.মি. এবং DC = 8 মি.।

১৭. OPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
ক 30 খ 20 গ 12 ঘ 6

১৮. ABCD চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
ক 48 খ 30 গ 12 ঘ 6

১৯. দুইটি বৃত্ত অন্তঃস্থভাবে পরস্পরকে স্পর্শ করেছে। তাদের ব্যাসার্ধদ্বয় 7 এবং 5 সে. মি. হলে, কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে. মি.?
ক 12 খ 8 গ 4 ঘ 2

২০. সরল সাধারণ স্পর্শকের ক্ষেত্রে, কোনো সাধারণ স্পর্শকের স্পর্শবিন্দু দুইটি কেমন হয়?
ক অভিন্ন খ ভিন্ন গ একই ঘ সমান

২১. r_1 ও r_2 ব্যাসার্ধের বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
ক $r_1 - r_2$ খ $r_1 + r_2$ গ $\frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ ঘ $2(r_1 - r_2)$

২২. যদি 6 মি. ও 4 মি. ব্যাসবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পর বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে তবে তাদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হবে?
ক 5 খ 6 গ 7 ঘ 10

২৩. একটি বৃত্ত ও ঐ বৃত্তের স্পর্শকের কয়টি সাধারণ বিন্দু থাকে?
ক 0টি খ 1টি গ 2টি ঘ অসংখ্য

২৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PA ও PB দুইটি স্পর্শক হলে–
i. PA = PB ii. OA = OB
iii. $\angle APO = \angle BPO = 45°$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i খ ii গ i ও ii ঘ i, ii ও iii

২৫. দুইটি সমান বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। একটি ব্যাসার্ধ 2 একক হলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত একক?
ক 2 খ 4 গ 8 ঘ 1

২৬. বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু থেকে বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়?
ক 1টি খ 2টি গ 3টি ঘ অসংখ্য

২৭. একটি বৃত্ত আঁকতে কয়টি বিন্দু প্রয়োজন?
ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1

২৮. একটি ত্রিভুজের কয়টি বহির্বৃত্ত আঁকা সম্ভব?
ক একটি খ দুইটি গ তিনটি ঘ চারটি

২৯. পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের বাইরে হলে ত্রিভুজটি কিরূপ?
ক সমকোণী খ স্থূলকোণী গ সূক্ষ্মকোণী ঘ সমবাহু

৩০. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ ABCD এর $\angle A = 60°$ হলে বিপরীত কোণ $\angle C$ এর মান কত?
ক 30° খ 60° গ 90° ঘ 120°

উত্তরমালা ▸ বহুনির্বাচনি

১	ঘ	২	খ	৩	ক	৪	খ	৫	ক	৬	ঘ	৭	খ	৮	খ	৯	ক	১০	ঘ	১১	গ	১২	ক	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	ঘ
১৬	ঘ	১৭	ঘ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	খ	২১	খ	২২	ক	২৩	খ	২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	খ	২৭	ঘ	২৮	গ	২৯	খ	৩০	ঘ

www.abswer.com