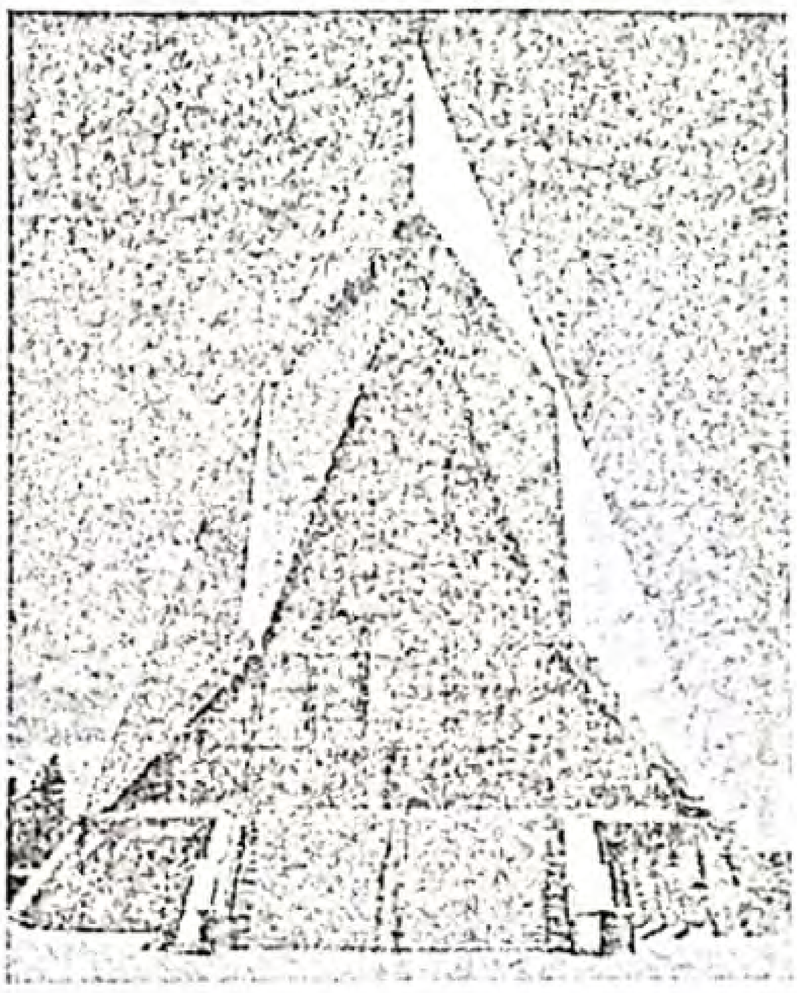
www.abswer.com

অধ্যায় ০৯

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত
Trigonometric Ratio



এ অধ্যায়ে অনন্য সংযোজন

শিখনফল ও বোর্ড প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ | পাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ প্রশ্ন ও সমাধান | বোর্ড ও স্কুল প্রশ্ন ও সমাধান | সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান | যাচাই ও মূল্যায়ন

অধ্যায়ের সিলেবাস

• সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত • সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় • সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর ধ্রুবতা যাচাই, প্রমাণ ও গাণিতিক সমস্যা সমাধান • জ্যামিতিক পদ্ধতিতে 30°, 45°, 60° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় • 0° ও 90° কোণের অর্থপূর্ণ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান নির্ণয় • ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলির প্রমাণ ও প্রয়োগ।

প্রাথমিক আলোচনা — Primary Discussion

ত্রিকোণমিতি (Trigonometry) শব্দটি গ্রিক ভাষায় ব্যবহৃত হয়, যার অর্থ হলো Triangle বা ত্রিভুজ এবং Measure বা পরিমাপ। অর্থাৎ শব্দটিকে বিশ্লেষণ করলে ত্রিকোণমিতি বলতে আমরা ঐ বিজ্ঞানকেই বুঝি যার সাহায্যে ত্রিভুজের বিভিন্ন অংশের পরিমাপ করা যায়। গোড়ার দিকে ত্রিকোণমিতি আবিষ্কারের মূল উদ্দেশ্য এর মধ্যেই সীমাবদ্ধ ছিল। কিন্তু নতুন নতুন অনুপাত ও তত্ত্ব আবিষ্কারের ফলে এ বিজ্ঞানের পরিধি ব্যাপক হারে বৃদ্ধি পেয়েছে। অর্থাৎ কেবল ত্রিভুজের কোণ নয়, যেকোনো কোণের পরিমাপের জন্য ত্রিকোণমিতির ব্যবহার করা হচ্ছে এবং বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখায় ত্রিকোণমিতি প্রয়োগ করা হচ্ছে। সুতরাং আধুনিক গণিতের যেকোনো শাখায় শিক্ষা লাভ করতে হলে ত্রিকোণমিতির জ্ঞানার্জন অপরিহার্য।

ওয়েব লিংকড — তথ্য সংযোগ

শিখনফলের ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে–

en.wikipedia.org/wiki/Trigonometry
www.carbidedepot.com/formulas-trigright.asp
www.math.com/tables/trig/identities.htm
www.webcrawler.com/
www.slidermath.com/rpoly/Trigspec.shtml

পরিচিতি ও অবদান — অধ্যায়ের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট শীর্ষস্থানীয় গণিতবিদ

বার্থোলোমিউ পিটিসকাস (Bartholomeo Pitiscus)

জার্মান ত্রিকোণমিতিবিদ, জ্যোতির্বিদ ও ধর্মতত্ত্ববিদ বার্থোলোমিউ পিটিসকাস (১৫৬১–১৬১৩) তিনি সর্বপ্রথম তার গ্রন্থে ত্রিকোণমিতির ইংরেজি শব্দ Trigonometry শব্দটি ব্যবহার করেন। তিনি বিজ্ঞানী হেটিকাসের ত্রিকোণমিতিক টেবিলের উন্নতি সাধন করেন। তিনি ইংরেজি ও ফারসি ভাষায় Trigonometry শব্দটির অণুবাদ করেন। তিনি দশমিক বিন্দু (·) আবিষ্কারের জন্যও খ্যাতি অর্জন করেন। দশমিক বিন্দুকে তিনি দশমিক ভগ্নাংশ থেকে পৃথক করে ত্রিকোণমিতিক সারণিতে প্রদর্শন করেন। তিনি ল্যাটিন ভাষায় পুস্তক রচনার জন্য সুখ্যাতি অর্জন করেছিলেন।

আর্যভট্ট (Aryabhatta)

আর্যভট্ট (৪৭৬–৫৫০) প্রাচীন ভারতের সবচেয়ে বিখ্যাত গণিতবিদ ও জ্যোতির্বিদ ছিলেন। তিনি আধুনিক ত্রিকোণমিতির সূত্রপাত করেন। তাঁর বিখ্যাত রচনা 'আর্যভাটিয়া' যা মূলত গণিত ও জ্যোতির্বিদ্যার সারসংক্ষেপ। এই গ্রন্থটির গণিত অংশে তিনি পাটিগণিত, বীজগণিত, সমতলীয় ত্রিকোণমিতি, গোলাকৃতির ত্রিকোণমিতি, অবিরত ভগ্নাংশ, চতুর্ভুজ সমীকরণ এবং সাইন টেবিল ব্যাখ্যা করেন। স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের এবং ঘনের যোগফল নির্ণয়ের সূত্রও তিনি তাঁর গ্রন্থে ব্যাখ্যা করেন। তিনিই প্রথম π এর মান নির্ণয় করেন।

www.abswer.com

www.abswer.com

PART 02 অনুশীলন Practice

স্কুল ও এসএসসি পরীক্ষায় সেরা প্রস্তুতির জন্য ১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফল এবং অনুচ্ছেদের ধারায় প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন অর্জন যাচাই

- ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কে ধারণা লাভ করব।
- θ কোণের জন্য অতিভুজ, সন্নিহিত বাহু ও বিপরীত বাহু চিনতে পারব।
- ত্রিকোণমিতিক মানসমূহ মনে রাখার সহজ উপায় শিখতে পারব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- পাঠ্যবইয়ের ১৯০ পৃষ্ঠার ছক।
- বিভিন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংবলিত পোস্টার।
- পাঠ্যবইয়ের সমস্যা ও কার্যাবলি।

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে তাৎক্ষণিক সমাধানের কৌশল

❑ **sine, cosine, tangent কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় :**

প্রথমে ডিগ্রী/রেডিয়ানে SETUP করতে হবে। ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত এবং নির্দিষ্ট কোণের মান ইনপুট করে [ ] [=] বাটন চাপতে হবে।

যেমন : (i) sin 90° এর মান নির্ণয় কর।

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক : ডিগ্রী SETUP : [SHIFT] [MODE SETUP] [3]

এরপর : [sin] [9] [0] [)] [=] → 1

(ii) $\cos\frac{\pi}{3}$ এর মান নির্ণয় কর।

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক : রেডিয়ান SETUP : [SHIFT] [MODE SETUP] [4]

এরপর : [cos] [▭/▭] [SHIFT] [×10ˣ] [↓] [3] [→] [)] [=] → $\frac{1}{2}$

সতর্কতা : হিসাবের সময় ডিগ্রী/রেডিয়ান SETUP এর দিকে খেয়াল রাখতে হবে।

❑ **নির্দিষ্ট কোণযুক্ত ত্রিকোণমিতিক রাশির মান নির্ণয় :**

প্রথমে ডিগ্রী/রেডিয়ানে SETUP করতে হবে। এরপর রাশিটি ইনপুট করে [=] বাটন চাপতে হবে।

যেমন : মান নির্ণয় কর : $\frac{1-\sin^2 45°}{1+\sin^2 45°}+\tan^2 45°$. [অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ ১৩(ক) নং]

ক্যালকুলেটরে প্রদত্ত নির্দেশনা অনুসরণ করা যাক :

ডিগ্রী SETUP : [SHIFT] [MODE SETUP] [3]

এরপর : [▭/▭] [1] [−] [sin] [4] [5] [)] [x²] [↓] [1] [+] [sin] [4] [5] [)] [x²] [→]

[+] [tan] [4] [5] [)] [x²] [=] → $\frac{4}{3}$

অনুরূপ : অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ ১৩(গ, ঘ) নং।

www.abswer.com

www.abswer.com

অধ্যায় ৯

অনুশীলনী ৯.১

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ও অনুপাতের সম্পর্ক

সাধারণ গাণিতিক অংশ — পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের ত্রিকোণমিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর ত্রিকোণমিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

প্রশ্ন ১ ▸ নিচের গাণিতিক উক্তিগুলোর সত্য-মিথ্যা যাচাই কর। তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।

ক. tan A এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম

খ. cot A হলো cot ও A এর গুণফল

গ. A এর কোন একটি মানের জন্য $\sec A = \frac{12}{5}$

ঘ. cos হলো cotangent এর সংক্ষিপ্ত রূপ

সমাধান : (ক) tan A এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম উক্তিটি সত্য নয়। A এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য tan A এর মান 1 এর চেয়ে কম বা সমান বা বেশি হতে পারে। যেমন A = 30°, 45°, 60° মানের জন্য,

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$; যা 1 এর চেয়ে ছোট।

$\tan 45° = 1$; যা 1 এর সমান।

$\tan 60° = \sqrt{3}$; যা 1 এর চেয়ে বেশি।

অতএব, tan A এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম নয়। tan A এর মান 1 এর কম বা সমান বা বেশি হতে পারে।

(খ) cot A হলো cot ও A এর গুণফল উক্তিটি সঠিক নয়। এখানে cot A হলো ত্রিকোণমিতিক অনুপাত এবং A হলো সমকোণী ত্রিভুজের যেকোনো একটি কোণের মান, যা cot এর সাথে যুক্ত হয়ে অর্থপূর্ণ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত প্রকাশ করে এবং ত্রিকোণমিতিক সমস্যা সমাধানে ব্যবহৃত হতে পারে। A বাদে cot আলাদা কোনো অর্থ বহন করে না।

(গ) দেওয়া আছে, $\sec A = \frac{12}{5}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = \frac{12}{5}$ $\left[\because \cos A = \frac{1}{\sec A}\right]$

বা, $\cos A = \frac{5}{12}$

বা, $\cos A = \cos 65.38°$

$\therefore$ $A = 65.38°$

সুতরাং A এর মান 65.38° জন্য $\sec A = \frac{12}{5}$.

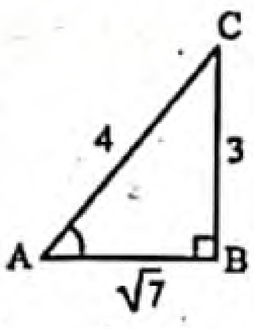
(ঘ) cos হলো cotangent এর সংক্ষিপ্ত রূপ উক্তিটি সঠিক নয়। কারণ cotangent এর সংক্ষিপ্ত রূপ cot। cos হলো cosine এর সংক্ষিপ্ত রূপ।

প্রশ্ন ২ ▸ $\sin A = \frac{3}{4}$ হলে, A কোণের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{3}{4}$

অতএব, A কোণের বিপরীত বাহু = 3 এবং অতিভুজ = 4

$\therefore$ সন্নিহিত বাহু $= \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$



সুতরাং, $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$

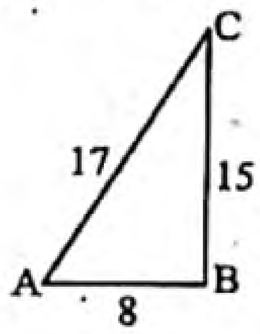
$\tan A = \frac{3}{\sqrt{7}}$, $\cot A = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\operatorname{cosec} A = \frac{4}{3}$; $\sec A = \frac{4}{\sqrt{7}}$.

প্রশ্ন ৩ ▸ দেওয়া আছে, 15 cot A = 8, sin A ও sec A এর মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, 15 cot A = 8

$\therefore$ $\cot A = \frac{8}{15}$



অতএব, A কোণের বিপরীত বাহু = 15

সন্নিহিত বাহু = 8

$\therefore$ অতিভুজ $= \sqrt{(15)^2 + 8^2} = 17$

সুতরাং $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{17}$ এবং $\sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{17}{8}$

নির্ণেয় মান $\frac{15}{17}$ এবং $\frac{17}{8}$.

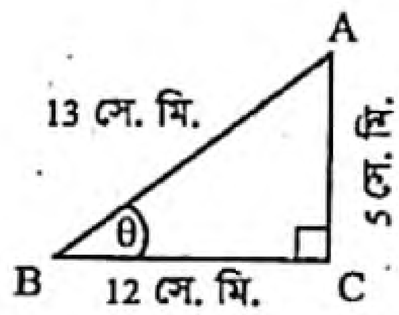
প্রশ্ন ৪ ▸ ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠C সমকোণ, AB = 13 সে. মি., BC = 12 সে. মি. এবং ∠ABC = θ হলে, sin θ, cos θ ও tan θ এর মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, θ কোণের সন্নিহিত বাহু, BC = 12 সে. মি.

অতিভুজ, AB = 13 সে. মি.

$\therefore$ বিপরীত বাহু, AC

$= \sqrt{13^2 - 12^2}$ সে. মি.



$= \sqrt{169 - 144}$ সে. মি. $= \sqrt{25}$ সে. মি. = 5 সে. মি.

এখন, $\sin\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$, $\cos\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$ এবং $\tan\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}$

নির্ণেয় মান, $\frac{5}{13}, \frac{12}{13}, \frac{5}{12}$.

প্রশ্ন ৫ ▸ ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B কোণটি সমকোণ। $\tan A = \sqrt{3}$ হলে, $\sqrt{3}\sin A\cos A = \frac{3}{4}$ এর সত্যতা যাচাই কর।

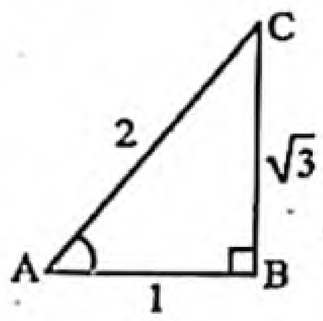
সমাধান : দেওয়া আছে,

ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B সমকোণ এবং

$\tan A = \sqrt{3}$

বা, $\frac{BC}{AB} = \sqrt{3}$ $\left[\because \tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}\right]$

বা, $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1}$



অতএব, AB = 1 এবং $BC = \sqrt{3}$

$\therefore$ $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

এখানে, $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$

সুতরাং $\sqrt{3}\sin A\cos A = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

অতএব, $\tan A = \sqrt{3}$ এর জন্য $\sqrt{3}\sin A\cos A = \frac{3}{4}$ সত্য।

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রমাণ কর (৬ – ২০) :

প্রশ্ন ৬ ▸ (ক) $\frac{1}{\sec^2 A}+\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A}=1$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{1}{\sec^2 A}+\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A}=\frac{1}{\frac{1}{\cos^2 A}}+\frac{1}{\frac{1}{\sin^2 A}}$

$[\because \sec A=\frac{1}{\cos A}$ এবং $\operatorname{cosec} A=\frac{1}{\sin A}]$

$=\cos^2 A+\sin^2 A\ [\because \sin^2 A+\cos^2 A=1]$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{\sec^2 A}+\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A}=1.$ (প্রমাণিত)

(খ) $\frac{1}{\cos^2 A}-\frac{1}{\cot^2 A}=1$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{1}{\cos^2 A}-\frac{1}{\cot^2 A}$

$=\frac{1}{\cos^2 A}-\frac{1}{\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}}\ [\because \cot A=\frac{\cos A}{\sin A}]$

$=\frac{1}{\cos^2 A}-\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}=\frac{1-\sin^2 A}{\cos^2 A}=\frac{\cos^2 A}{\cos^2 A}$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{\cos^2 A}-\frac{1}{\cot^2 A}=1.$ (প্রমাণিত)

(গ) $\frac{1}{\sin^2 A}-\frac{1}{\tan^2 A}=1$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{1}{\sin^2 A}-\frac{1}{\tan^2 A}$

$=\frac{1}{\sin^2 A}-\frac{1}{\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}}\ [\because \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}]$

$=\frac{1}{\sin^2 A}-\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}=\frac{1-\cos^2 A}{\sin^2 A}=\frac{\sin^2 A}{\sin^2 A}$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{\sin^2 A}-\frac{1}{\tan^2 A}=1.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৭ ▸ (ক) $\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A}+\frac{\cos A}{\sec A}=1$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A}+\frac{\cos A}{\sec A}$

$=\frac{\sin A}{\frac{1}{\sin A}}+\frac{\cos A}{\frac{1}{\cos A}}$

$=(\sin A\times\sin A)+(\cos A\times\cos A)$

$=\sin^2 A+\cos^2 A=1$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A}+\frac{\cos A}{\sec A}=1.$ (প্রমাণিত)

(খ) $\frac{\sec A}{\cos A}-\frac{\tan A}{\cot A}=1$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{\sec A}{\cos A}-\frac{\tan A}{\cot A}$

$=\sec A\left(\frac{1}{\cos A}\right)-\tan A\left(\frac{1}{\cot A}\right)$

$=\sec A.\sec A-\tan A.\tan A$

$=\sec^2 A-\tan^2 A=1\ [\because \sec^2 A-\tan^2 A=1]$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sec A}{\cos A}-\frac{\tan A}{\cot A}=1.$ (প্রমাণিত)

(গ) $\frac{1}{1+\sin^2 A}+\frac{1}{1+\operatorname{cosec}^2 A}=1$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{1}{1+\sin^2 A}+\frac{1}{1+\operatorname{cosec}^2 A}$

$=\frac{1}{1+\sin^2 A}+\frac{1}{1+\left(\frac{1}{\sin^2 A}\right)}$

$=\frac{1}{1+\sin^2 A}+\frac{1}{\frac{\sin^2 A+1}{\sin^2 A}}$

$=\frac{1}{1+\sin^2 A}+\frac{\sin^2 A}{1+\sin^2 A}=\frac{1+\sin^2 A}{1+\sin^2 A}=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{1+\sin^2 A}+\frac{1}{1+\operatorname{cosec}^2 A}=1.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ ▸ (ক) $\frac{\tan A}{1-\cot A}+\frac{\cot A}{1-\tan A}=\sec A\operatorname{cosec} A+1.$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{\tan A}{1-\cot A}+\frac{\cot A}{1-\tan A}$

$=\frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{1-\frac{\cos A}{\sin A}}+\frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{1-\frac{\sin A}{\cos A}}\ \left[\begin{array}{l}\because \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}\\ \text{এবং } \cot A=\frac{\cos A}{\sin A}\end{array}\right]$

$=\frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\sin A-\cos A}{\sin A}}+\frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A-\sin A}{\cos A}}$

$=\left(\frac{\sin A}{\cos A}\times\frac{\sin A}{\sin A-\cos A}\right)+\left(\frac{\cos A}{\sin A}\times\frac{\cos A}{\cos A-\sin A}\right)$

$=\frac{\sin^2 A}{\cos A(\sin A-\cos A)}+\frac{\cos^2 A}{\sin A(\cos A-\sin A)}$

$=\frac{\sin^2 A}{\cos A(\sin A-\cos A)}-\frac{\cos^2 A}{\sin A(\sin A-\cos A)}$

$=\frac{\sin^3 A-\cos^3 A}{\sin A\cos A(\sin A-\cos A)}$

$=\frac{(\sin A-\cos A)(\sin^2 A+\sin A\cos A+\cos^2 A)}{\sin A\cos A(\sin A-\cos A)}$

$[\because a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)]$

$=\frac{\sin^2 A+\cos^2 A+\sin A\cos A}{\sin A\cos A}$

$=\frac{1+\sin A\cos A}{\sin A\cos A}\ [\because \sin^2 A+\cos^2 A=1]$

$=\frac{1}{\sin A\cos A}+\frac{\sin A\cos A}{\sin A\cos A}=\frac{1}{\sin A}.\frac{1}{\cos A}+1$

$=\operatorname{cosec} A.\sec A+1$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\tan A}{1-\cot A}+\frac{\cot A}{1-\tan A}=\sec A\operatorname{cosec} A+1.$ (প্রমাণিত)

(খ) $\frac{1}{1+\tan^2 A}+\frac{1}{1+\cot^2 A}=1$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{1}{1+\tan^2 A}+\frac{1}{1+\cot^2 A}$

$=\frac{1}{1+\tan^2 A}+\frac{1}{1+\frac{1}{\tan^2 A}}$

$=\frac{1}{1+\tan^2 A}+\frac{1}{\frac{\tan^2 A+1}{\tan^2 A}}$

$=\frac{1}{1+\tan^2 A}+\frac{\tan^2 A}{1+\tan^2 A}=\frac{1+\tan^2 A}{1+\tan^2 A}=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{1+\tan^2 A}+\frac{1}{1+\cot^2 A}=1.$ (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৯ ▸ $\frac{\cos A}{1-\tan A}+\frac{\sin A}{1-\cot A}=\sin A+\cos A$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{\cos A}{1-\tan A}+\frac{\sin A}{1-\cot A}$

$=\frac{\cos A}{1-\frac{\sin A}{\cos A}}+\frac{\sin A}{1-\frac{\cos A}{\sin A}}$ [$\because \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$ এবং $\cot A=\frac{\cos A}{\sin A}$]

$=\frac{\cos A}{\frac{\cos A-\sin A}{\cos A}}+\frac{\sin A}{\frac{\sin A-\cos A}{\sin A}}$

$=\frac{\cos A\,.\cos A}{\cos A-\sin A}+\frac{\sin A\,.\sin A}{\sin A-\cos A}$

$=\frac{\cos^2 A}{\cos A-\sin A}+\frac{\sin^2 A}{-(\cos A-\sin A)}$

$=\frac{\cos^2 A}{\cos A-\sin A}-\frac{\sin^2 A}{\cos A-\sin A}$

$=\frac{\cos^2 A-\sin^2 A}{\cos A-\sin A}=\frac{(\cos A+\sin A)(\cos A-\sin A)}{(\cos A-\sin A)}$

$=\cos A+\sin A=\sin A+\cos A=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\cos A}{1+\tan^2 A}+\frac{\sin A}{1-\cot A}=\sin A+\cos A.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০ ▸ $\tan A\sqrt{1-\sin^2 A}=\sin A$

সমাধান : বামপক্ষ $=\tan A\sqrt{1-\sin^2 A}$

$=\frac{\sin A}{\cos A}\sqrt{\cos^2 A}$ [$\because \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$ এবং $1-\sin^2 A=\cos^2 A$]

$=\frac{\sin A}{\cos A}.\cos A=\sin A=$ ডানপক্ষ

$\therefore \tan A\sqrt{1-\sin^2 A}=\sin A.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১ ▸ $\frac{\sec A+\tan A}{\operatorname{cosec} A+\cot A}=\frac{\operatorname{cosec} A-\cot A}{\sec A-\tan A}$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{\sec A+\tan A}{\operatorname{cosec} A+\cot A}$

[লব ও হরকে $(\operatorname{cosec} A-\cot A)(\sec A-\tan A)$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \frac{(\sec A+\tan A)(\sec A-\tan A)(\operatorname{cosec} A-\cot A)}{(\operatorname{cosec} A+\cot A)(\operatorname{cosec} A-\cot A)(\sec A-\tan A)}$

$=\frac{(\sec^2 A-\tan^2 A)(\operatorname{cosec} A-\cot A)}{(\operatorname{cosec}^2 A-\cot^2 A)(\sec A-\tan A)}$

$=\frac{\operatorname{cosec} A-\cot A}{\sec A-\tan A}=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sec A+\tan A}{\operatorname{cosec} A+\cot A}=\frac{\operatorname{cosec} A-\cot A}{\sec A-\tan A}.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ ▸ $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A-1}+\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A+1}=2\sec^2 A$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A-1}+\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A+1}$

$=\operatorname{cosec} A\left\{\frac{1}{\operatorname{cosec} A-1}+\frac{1}{\operatorname{cosec} A+1}\right\}$

$=\operatorname{cosec} A\left\{\frac{\operatorname{cosec} A+1+\operatorname{cosec} A-1}{\operatorname{cosec}^2 A-1}\right\}$

$=\frac{\operatorname{cosec} A\,.\,2\operatorname{cosec} A}{\cot^2 A}$ [$\because \operatorname{cosec}^2 A-1=\cot^2 A$]

$=\frac{2\operatorname{cosec}^2 A}{\cot^2 A}$

$=2\frac{\frac{1}{\sin^2 A}}{\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}}$ [$\because \operatorname{cosec}^2 A=\frac{1}{\sin^2 A}$ এবং $\cot^2 A=\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$]

$=\frac{2}{\sin^2 A}.\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}=\frac{2}{\cos^2 A}=2\frac{1}{\cos^2 A}$

$=2\sec^2 A$ [$\because \frac{1}{\cos^2 A}=\sec^2 A$]

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A-1}+\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A+1}=2\sec^2 A.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ▸ $\frac{1}{1+\sin A}+\frac{1}{1-\sin A}=2\sec^2 A$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{1}{1+\sin A}+\frac{1}{1-\sin A}$

$=\frac{1-\sin A+1+\sin A}{(1+\sin A)(1-\sin A)}$

$=\frac{2}{1-\sin^2 A}$ [$\because (a+b)(a-b)=a^2-b^2$]

$=\frac{2}{\cos^2 A}$ [$\because 1-\sin^2 A=\cos^2 A$]

$=2\frac{1}{\cos^2 A}=2\sec^2 A$ [$\because \frac{1}{\cos^2 A}=\sec^2 A$]

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{1+\sin A}+\frac{1}{1-\sin A}=2\sec^2 A.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ▸ $\frac{1}{\operatorname{cosec} A-1}-\frac{1}{\operatorname{cosec} A+1}=2\tan^2 A$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{1}{\operatorname{cosec} A-1}-\frac{1}{\operatorname{cosec} A+1}$

$=\frac{\operatorname{cosec} A+1-\operatorname{cosec} A+1}{(\operatorname{cosec} A-1)(\operatorname{cosec} A+1)}$

$=\frac{2}{\operatorname{cosec}^2 A-1}$ [$\because \operatorname{cosec}^2 A-1=\cot^2 A$]

$=2\,.\frac{1}{\cot^2 A}=2\tan^2 A$ [$\because \frac{1}{\cot^2 A}=\tan^2 A$]

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{\operatorname{cosec} A-1}-\frac{1}{\operatorname{cosec} A+1}=2\tan^2 A.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ▸ $\frac{\sin A}{1-\cos A}+\frac{1-\cos A}{\sin A}=2\operatorname{cosec} A$

সমাধান :

বামপক্ষ $=\frac{\sin A}{1-\cos A}+\frac{1-\cos A}{\sin A}$

$=\frac{\sin A\,.\sin A+(1-\cos A)(1-\cos A)}{(1-\cos A)\sin A}$

$=\frac{\sin^2 A+(1-\cos A)^2}{(1-\cos A)\sin A}$

$=\frac{\sin^2 A+1-2\cos A+\cos^2 A}{(1-\cos A)\sin A}$ [$\because (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$]

$=\frac{(\sin^2 A+\cos^2 A)+1-2\cos A}{(1-\cos A)\sin A}$

$=\frac{1+1-2\cos A}{(1-\cos A)\sin A}$ [$\because \sin^2 A+\cos^2 A=1$]

$=\frac{2-2\cos A}{(1-\cos A)\sin A}=\frac{2(1-\cos A)}{(1-\cos A)\sin A}$

$=\frac{2}{\sin A}=2\,.\frac{1}{\sin A}=2\operatorname{cosec} A$ [$\because \frac{1}{\sin A}=\operatorname{cosec} A$]

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sin A}{1-\cos A}+\frac{1-\cos A}{\sin A}=2\operatorname{cosec} A.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ▸ $\frac{\tan A}{\sec A+1}-\frac{\sec A-1}{\tan A}=0$

সমাধান : বামপক্ষ $=\frac{\tan A}{\sec A+1}-\frac{\sec A-1}{\tan A}$

$=\frac{\tan A\,.\tan A-(\sec A-1)(\sec A+1)}{(\sec A+1)\tan A}$

$=\frac{\tan^2 A-(\sec^2 A-1)}{(\sec A+1)\tan A}$

$=\frac{\tan^2 A-\tan^2 A}{(\sec A+1)\tan A}$ [$\because \sec^2 A-1=\tan^2 A$]

$=\frac{0}{(\sec A+1)\tan A}=0=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\tan A}{\sec A+1}-\frac{\sec A-1}{\tan A}=0.$ (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১৭ ▸ $(\tan\theta + \sec\theta)^2 = \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}$

সমাধান :

বামপক্ষ $= (\tan\theta + \sec\theta)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2$ $[\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}]$

$= \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}\right)^2 = \frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}$

$= \frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{1-\sin^2\theta}$ $\left[\begin{array}{l}\because 1-\sin^2\theta = \cos^2\theta \text{ এবং} \\ \because (a+b)^2 = (a+b)(a+b)\end{array}\right]$

$= \frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}$ $[\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$

$= \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} =$ ডানপক্ষ

$\therefore (\tan\theta + \sec\theta)^2 = \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৮ ▸ $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \,.\, \tan B$

সমাধান : বামপক্ষ $= \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$

$= \frac{\cot A + \tan B}{\frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\cot A}}$

$= \frac{\cot A + \tan B}{\frac{\cot A + \tan B}{\tan B \cot A}}$

$= (\cot A + \tan B) \times \frac{\cot A \tan B}{(\cot A + \tan B)}$

$= \cot A \tan B =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \,.\, \tan B$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৯ ▸ $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$

সমাধান : বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}}$

$= \frac{\sqrt{1-\sin A}}{\sqrt{1+\sin A}}$

$= \frac{\sqrt{1-\sin A} \times \sqrt{1-\sin A}}{\sqrt{1+\sin A} \times \sqrt{1-\sin A}}$

[লব ও হরকে $\sqrt{1-\sin A}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\left(\sqrt{1-\sin A}\right)^2}{\sqrt{(1+\sin A)(1-\sin A)}}$

$= \frac{1-\sin A}{\sqrt{1-\sin^2 A}}$ $[\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$

$= \frac{1-\sin A}{\sqrt{\cos^2 A}}$ $[\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A]$

$= \frac{1-\sin A}{\cos A}$

$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \sec A - \tan A$

$[\because \sec A = \frac{1}{\cos A}$ এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}]$

= ডানপক্ষ

$\therefore \sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২০ ▸ $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$.

সমাধান :

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \frac{\sqrt{\sec A + 1}}{\sqrt{\sec A - 1}}$

$= \frac{\sqrt{\sec A + 1} \times \sqrt{\sec A + 1}}{\sqrt{\sec A - 1} \times \sqrt{\sec A + 1}}$

[লব ও হরকে $\sqrt{\sec A + 1}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\left(\sqrt{\sec A + 1}\right)^2}{\sqrt{(\sec A - 1)(\sec A + 1)}}$

$= \frac{\sec A + 1}{\sqrt{\sec^2 A - 1}}$ $[\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$

$= \frac{\sec A + 1}{\sqrt{\tan^2 A}}$ $[\because \sec^2 A - 1 = \tan^2 A]$

$= \frac{\sec A + 1}{\tan A} = \frac{\sec A}{\tan A} + \frac{1}{\tan A} = \frac{\frac{1}{\cos A}}{\frac{\sin A}{\cos A}} + \cot A$

$[\because \sec A = \frac{1}{\cos A}, \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ এবং $\frac{1}{\tan A} = \cot A]$

$= \frac{1}{\cos A} \times \frac{\cos A}{\sin A} + \cot A = \frac{1}{\sin A} + \cot A$

$= \operatorname{cosec} A + \cot A$ $[\because \frac{1}{\sin A} = \operatorname{cosec} A]$

$= \cot A + \operatorname{cosec} A =$ ডানপক্ষ

$\therefore \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২১ ▸ $\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$.

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$

বা, $\sin A = \sqrt{2}\cos A - \cos A$

বা, $\sin A = (\sqrt{2} - 1)\cos A$

বা, $\sin A = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)}\cos A$

[ডান পক্ষে লব ও হরকে $\sqrt{2}+1$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\sin A = \frac{2-1}{\sqrt{2}+1}\cos A$

বা, $(\sqrt{2}+1)\sin A = \cos A$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $\sqrt{2}\sin A + \sin A = \cos A$

বা, $\cos A = \sqrt{2}\sin A + \sin A$

বা, $\cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore \cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২২ ▸ যদি $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হয়, তবে $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

আমরা জানি, $\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$

$= \frac{1 + \cot^2 A - (1 + \tan^2 A)}{1 + \cot^2 A + 1 + \tan^2 A}$

$[\because 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$ এবং $1 + \tan^2 A = \sec^2 A]$

www.abswer.com

www.abswer.com

$= \frac{1+\cot^2 A - 1 - \tan^2 A}{1+\cot^2 A + 1 + \tan^2 A} = \frac{\cot^2 A - \tan^2 A}{2+\cot^2 A + \tan^2 A}$

$= \frac{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{2+(\sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ [tan A ও cot A এর মান বসিয়ে]

$= \frac{3-\frac{1}{3}}{2+3+\frac{1}{3}} = \frac{\frac{9-1}{3}}{\frac{6+9+1}{3}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{1}{2}$

∴ প্রদত্ত রাশিটির মান $= \frac{1}{2}$.

প্রশ্ন ২৩ ▸ $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$ হলে, $\operatorname{cosec} A + \cot A$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

বা, $(\operatorname{cosec} A - \cot A)(\operatorname{cosec} A + \cot A) = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$

[উভয়পক্ষে $(\operatorname{cosec} A + \cot A)$ গুণ করে]

বা, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$

বা, $1 = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$ [$\because \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$]

বা, $\operatorname{cosec} A + \cot A = 1 \times \frac{3}{4}$

∴ $\operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4}$

∴ প্রদত্ত রাশিটির মান $= \frac{3}{4}$.

প্রশ্ন ২৪ ▸ $\cot A = \frac{b}{a}$ হলে, $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{b}{a}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b}{a}$ [$\because \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$]

বা, $a \cos A = b \sin A$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $\frac{a}{b} \cos A = \sin A$

বা, $\sin A = \frac{a}{b} \cos A$ [পক্ষান্তর করে]

এখন, $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$

$= \frac{a \cdot \frac{a}{b} \cos A - b \cos A}{a \cdot \frac{a}{b} \cos A + b \cos A}$ [$\because \sin A = \frac{a}{b} \cos A$]

$= \frac{\frac{\cos A}{b}(a^2 - b^2)}{\frac{\cos A}{b}(a^2 + b^2)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

∴ প্রদত্ত রাশিটির মান $= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$.

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৫ $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x}$ হলে,

ক. $\operatorname{cosec} A + \cot A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\sec A = \frac{x^2+1}{x^2-1}$. ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$. ৪

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{(\operatorname{cosec} A - \cot A)(\operatorname{cosec} A + \cot A)}{\operatorname{cosec} A + \cot A} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A}{\operatorname{cosec} A + \cot A} = \frac{1}{x}$ বা, $\frac{1}{\operatorname{cosec} A + \cot A} = \frac{1}{x}$

∴ $\operatorname{cosec} A + \cot A = x$

নির্ণেয় মান : x.

খ দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{1-\cos A}{\sin A} = \frac{1}{x}$

বা, $\left(\frac{1-\cos A}{\sin A}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1-\cos A)^2}{\sin^2 A} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{(1-\cos A)^2}{1-\cos^2 A} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{(1-\cos A)(1-\cos A)}{(1+\cos A)(1-\cos A)} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{1-\cos A}{1+\cos A} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{1-\cos A+1+\cos A}{1-\cos A-1-\cos A} = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\cos A} = \frac{x^2+1}{-(x^2-1)}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

∴ $\sec A = \frac{x^2+1}{x^2-1}$. (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x}$ ..... (1)

ক-হতে প্রাপ্ত, $\operatorname{cosec} A + \cot A = x$ ..... (2)

খ-হতে প্রাপ্ত, $\sec A = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

(2) নং হতে (1) নং বিয়োগ করে পাই,

$\operatorname{cosec} A + \cot A - \operatorname{cosec} A + \cot A = x - \frac{1}{x}$

বা, $2\cot A = \frac{x^2-1}{x}$

বা, $\cot A = \frac{x^2-1}{2x}$

বা, $\frac{1}{\tan A} = \frac{x^2-1}{2x}$ বা, $\tan A = \frac{2x}{x^2-1}$

(1) নং এ $\cot A = \frac{x^2-1}{2x}$ বসিয়ে পাই,

$\operatorname{cosec} A - \frac{x^2-1}{2x} = \frac{1}{x}$

বা, $\operatorname{cosec} A = \frac{1}{x} + \frac{x^2-1}{2x} = \frac{2+x^2-1}{2x} = \frac{x^2+1}{2x}$

বামপক্ষ $= \tan A + \cot A$

$= \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{2x} = \frac{4x^2+x^4-x^2-x^2+1}{2x(x^2-1)} = \frac{x^4+2x^2+1}{2x(x^2-1)}$

ডানপক্ষ $= \sec A \operatorname{cosec} A$

$= \frac{x^2+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+1}{2x} = \frac{x^4+x^2+x^2+1}{2x(x^2-1)} = \frac{x^4+2x^2+1}{2x(x^2-1)}$

∴ $\tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুনির্বাচনি অংশ MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan\theta = ?$ [ঢা. বো. '২০]

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\sqrt{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\therefore \cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

২. $\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} =$ কত? [ব. বো. '২০]

ক $\operatorname{cosec}\theta$ খ $\sec\theta$ গ $\cos\theta$ ঘ $\sin\theta$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta}} = \frac{1}{\sec\theta} = \cos\theta$.

৩. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{3}{2}$ হলে $\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta =$ কত? [ব. বো. '২০]

ক $-\frac{3}{2}$ খ $-\frac{2}{3}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $\frac{3}{2}\times(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$

বা, $-(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta) = \frac{2}{3}$ $\therefore \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta = -\frac{2}{3}$.

৪. $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x}$ হলে, $\operatorname{cosec} A + \cot A =$ কত? [সি. বো. '২০]

ক $-\frac{1}{x}$ খ $\frac{1}{x}$ গ x ঘ $\frac{x^2+1}{x}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)\times\frac{1}{x} = 1$

$\therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$.

৫. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta =$ কত? [রা. বো. '১৯]

ক 2 খ 1 গ −1 ঘ −2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $\frac{1}{2}(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

$\therefore \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = 2$.

৬. $\tan\theta = \frac{3}{4}$ হলে, $\sec^2\theta =$ কত? [রা. বো. '১৯]

ক $\frac{9}{16}$ খ $\frac{16}{25}$ গ $\frac{25}{16}$ ঘ $\frac{9}{25}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{3}{4}$

$\therefore \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$.

৭. $\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta = \frac{4}{3}$ হলে $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta =$ কত? [সি. বো. '১৯]

ক $-\frac{3}{4}$ খ $-\frac{4}{3}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{3}{4}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে,

$\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta = \frac{4}{3}$

$\therefore \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = -\frac{4}{3}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)\left(-\frac{4}{3}\right) = 1$

$\therefore \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = -\frac{3}{4}$.

৮. $\sec\theta\sqrt{1-\cos^2\theta} =$ কত? [সি. বো. '১৯]

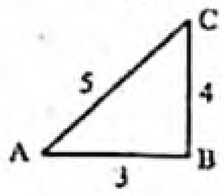
ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $\tan\theta$ ঘ $\cot\theta$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sec\sqrt{1-\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos\theta}\cdot\sqrt{\sin^2\theta} = \tan\theta$.

৯. $\tan A = \frac{4}{3}$ হলে $\sec A$এর মান কত? [সকল বোর্ড ২০১৮]

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{5}{4}$ ঘ $\frac{5}{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



$AC = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = 5$

$\therefore \sec A = \frac{5}{3}$.

১০. $\tan\theta = \frac{4}{3}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta =$ কত? [ঢা. বো. '১৭]

ক $\frac{4}{3}$ খ $\frac{5}{4}$ গ $\frac{4}{5}$ ঘ $\frac{3}{5}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \frac{4}{3}$

বা, $\frac{1}{\cot\theta} = \frac{4}{3}$

বা, $\cot\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{9}{16}$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \frac{9}{16}$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{9}{16} + 1$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{9+16}{16}$ বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{25}{16}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{4}$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ক	২	গ	৩	খ	৪	গ	৫	ক	৬	গ	৭	ক	৮	গ	৯	ঘ	১০	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

১১. $\tan\theta = \frac{5}{2}$ হলে, $\cot^2\theta$ এর মান কত? [সি. বো. '১৭]

ক $\frac{29}{4}$ খ $\frac{25}{4}$ গ $\frac{4}{25}$ ঘ $\frac{4}{29}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \frac{5}{2}$

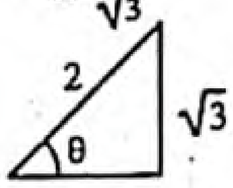
বা, $\frac{1}{\cot\theta} = \frac{5}{2}$

বা, $\cot\theta = \frac{2}{5}$ $\therefore \cot^2\theta = \frac{4}{25}$.

১২. $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\tan\theta$ এর মান কত? [ঢা. বো. '১৬]

ক $\sqrt{3}$ খ $3\sqrt{3}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}$
$= \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1$

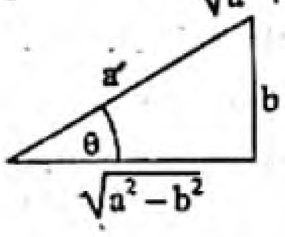


$\therefore \tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

১৩. $\operatorname{cosec}\theta = \frac{a}{b}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত? [ঢা. বো. '১৬]

ক $\frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ খ $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$ গ $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$ ঘ $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec}\theta = \frac{a}{b}$

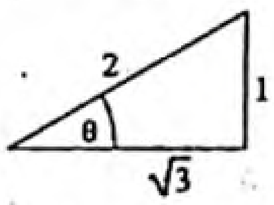


$\therefore \tan\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$.

১৪. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে $\cot\theta$ এর মান কোনটি? [রা. বো. '১৬]

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ 2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta = \frac{1}{2}$



$\therefore \cot\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$.

১৫. $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$ হলে $(\operatorname{cosec} A + \cot A)$ এর মান কত? [রা. বো. '১৬]

ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{3}{2}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{4}{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A) \times \frac{4}{3} = 1$ $\therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4}$.

১৬. $\tan A\sqrt{1-\sin^2 A} = ?$ [য. বো. '১৬]

ক $\tan A$ খ $\cot A$ গ $\sec A$ ঘ $\sin A$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan A\sqrt{1-\sin^2 A}$

$= \frac{\sin A}{\cos A} \times \sqrt{\cos^2 A} = \frac{\sin A}{\cos A} \times \cos A = \sin A$.

১৭. $\sin 45° = \sqrt{2}A$ হলে, $A =$ কত? [কু. বো. '১৬]

ক 1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 45° = \sqrt{2}A$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}A$ বা, $A = \frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

১৮. $\sec^2\theta - \tan^2\theta + \frac{1}{2}$ এর মান কত? [সি. বো. '১৬]

ক $-\frac{3}{2}$ খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{3}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sec^2\theta - \tan^2\theta + \frac{1}{2}$

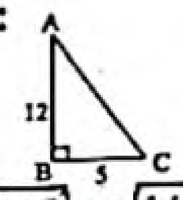
$= 1 + \frac{1}{2}$ $[\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1]$

$= \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$.

১৯. ΔABC এ $\angle B = 90°$, $AB = 12$ cm, $BC = 5$ cm, হলে AC এর মান কত cm? [সি. বো. '১৬]

ক 7 খ 13 গ 17 ঘ 30

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



$\therefore AC = \sqrt{(12)^2+5^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$.

২০. নিচের কোন সূত্রটি সঠিক? [রা. বো. '১৫]

ক $\tan^2\theta = 1 - \sec^2\theta$ খ $\operatorname{cosec}^2\theta - \tan^2\theta = 1$

গ $\sin^2\theta - \cos^2\theta = 1$ ঘ $\frac{1}{\operatorname{cosec}^2\theta} + \frac{1}{\sec^2\theta} = 1$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

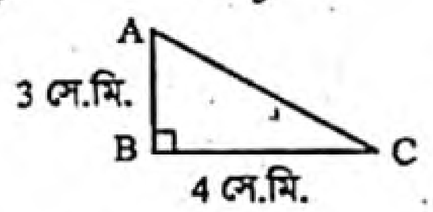
বা, $\left(\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sec\theta}\right)^2 = 1$ $\left[\because \sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}\text{ এবং } \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}\right]$

$\therefore \frac{1}{\operatorname{cosec}^2\theta} + \frac{1}{\sec^2\theta} = 1$.

২১. ΔABC এর $\angle B = 90°$, $AB = 3$ সে.মি., $BC = 4$ সে. মি. হলে, $\sin C$ এর মান কত? [য. বো. '১৫]

ক $\frac{5}{3}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{3}{5}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



এখানে, ΔABC এর $\angle B = 90°$

$AB = 3$ সে.মি. ; $BC = 4$ সে.মি. ।

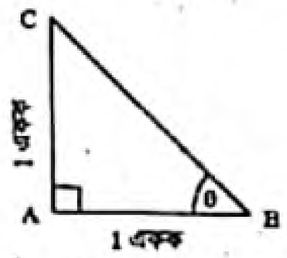
ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই;

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2$

$= 9 + 16 = 25 = \sqrt{25} = 5$ সে.মি.

এখন, $\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$ $\therefore \sin C$ এর মান $\frac{3}{5}$.

২২. $\cos\theta =$ কত? [কু. বো. '১৫]



ক 1 খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $AB = 1$ একক, $AC = 1$ একক

এবং $\angle ABC = \theta$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

বা, $BC^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$ $\therefore BC = \sqrt{2}$ একক

আবার, $\cos\angle ABC = \frac{AB}{BC}$ বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

২৩. $\tan\theta = \frac{3}{4}$ হলে $\cos^2\theta$ এর মান কত? [চ. বো. '১৫]

ক $\frac{16}{9}$ খ $\frac{25}{16}$ গ $\frac{9}{16}$ ঘ $\frac{16}{25}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\tan\theta = \frac{3}{4}$

আমরা জানি, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

বা, $\sec^2\theta = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{16+9}{16} = \frac{25}{16}$

বা, $\frac{1}{\cos^2\theta} = \frac{25}{16}$ $\therefore \cos^2\theta = \frac{16}{25}$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১১	গ	১২	ক	১৩	ক	১৪	গ	১৫	গ	১৬	ঘ	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	খ	২০	ঘ	২১	ঘ	২২	খ	২৩	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

২৪. $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান কত? [সি. বো. '১৫]

ক $\frac{2}{5}$ খ $\frac{3}{5}$ গ $\frac{5}{6}$ ঘ $\frac{4}{5}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$

আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $\frac{5}{2}(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$\therefore \sec\theta - \tan\theta = \frac{2}{5}$.

২৫. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{5}{6}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta =$ কত? [ব. বো. '১৫]

ক $\frac{1}{6}$ খ $\frac{5}{6}$ গ 1 ঘ $\frac{6}{5}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{5}{6}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cose}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $\frac{5}{6}(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1 \quad \therefore \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{6}{5}$.

২৬. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত? [ব. বো. '১৫]

ক 2 খ $\sqrt{3}$

গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

আমরা জানি, $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

বা, $\tan^2\theta = \left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^2 - 1 = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 - 1 = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$\therefore \tan\theta = \sqrt{3}$.

২৭. সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. '১৫]

ক $\cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ খ $\sin\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

গ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ঘ $\cot\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক হচ্ছে

$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$; $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ $\therefore$ (গ) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ সঠিক।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৮. $\theta = 0°$ কোণের ক্ষেত্রে—

i. $\operatorname{cosec}\theta$ ও $\cot\theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত

ii. প্রান্তীয় বাহু ও আদি বাহু একই রশ্মি

iii. $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান সংজ্ঞায়িত

নিচের কোনটি সঠিক? [ম. বো. '২০]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৯. ত্রিকোণমিতির ক্ষেত্রে—

i. $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 1$

ii. $\cot^2\theta = 1 + \operatorname{cosec}^2\theta$

iii. $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? [সকল বোর্ড ২০১৮]

ক i খ iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩০. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ক্ষেত্রে—

i. $\tan 45° = 1$

ii. $\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}$

iii. $\cos\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৬]

ক i খ ii গ i ও ii ঘ i, ii ও iii

৩১. i. $\sin^2\theta = 1 + \cos^2\theta$

ii. $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

iii. $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '১৫]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩২. ত্রিকোণমিতিক সম্পর্কের ক্ষেত্রে—

i. $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 - \cot^2\theta$

ii. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

iii. $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. '১৫]

ক ii খ iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ত্রিকোণমিতিক সম্পর্কের ক্ষেত্রে,

$\operatorname{cosec}^2\theta = 1 - \cot^2\theta$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

অর্থাৎ (ii) ও (iii) সঠিক।

৩৩. θ সূক্ষ্মকোণ হলে—

i. $\sin\theta$ এর মান ধনাত্মক

ii. $\cos\theta$ এর মান ঋণাত্মক

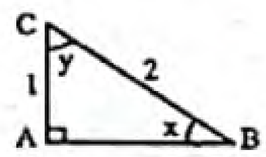
iii. $\tan\theta$ এর মান ধনাত্মক

নিচের কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. '১৬]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৩৪ ও ৩৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [য. বো. '১৯]

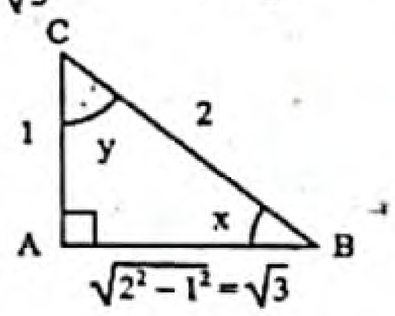


৩৪. tan y এর মান নিচের কোনটি?

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে পাই,

$\tan y = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$



৩৫. $\sin^2 y - \tan^2 x$ এর মান কত?

ক $\frac{5}{12}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{5}{4}$ ঘ $\frac{7}{6}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে পাই, $\sin y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \sin^2 y - \tan^2 x = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9-4}{12} = \frac{5}{12}$.

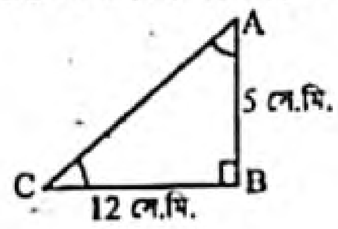
উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

২৪	ক	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	গ	২৮	ঘ	২৯	খ	৩০	গ	৩১	গ	৩২	গ	৩৩	গ	৩৪	ক	৩৫	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

■ নিচের চিত্র থেকে ৩৬ ও ৩৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কু.বো. '১৯]

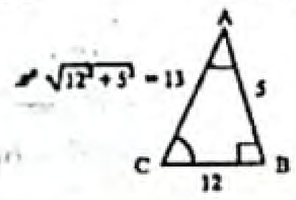


৩৬. cos C এর মান কত?

ক $\frac{5}{13}$ খ $\frac{12}{13}$ গ $\frac{13}{12}$ ঘ $\frac{13}{15}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :

$\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$



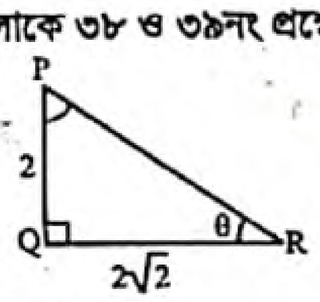
৩৭. cot A + tan C = কত?

ক $\frac{5}{6}$ খ $\frac{3}{2}$ গ $\frac{181}{65}$ ঘ $\frac{169}{60}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে পাই, $\cot A = \frac{5}{12}$, $\tan C = \frac{5}{12}$

$\therefore \cot A + \tan C = \frac{5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{5}{6}$.

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৮ ও ৩৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [চ. বো. '১৯]

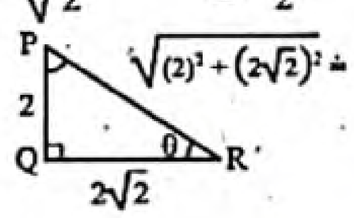


৩৮. cos θ এর মান নিচের কোনটি?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ গ $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে পাই,

$\cos\theta = \frac{QR}{PR} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$.



৩৯. $\frac{\tan^2\theta + 1}{\operatorname{cosec}^2\theta - 1}$ এর মান নিচের কোনটি?

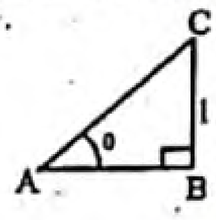
ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{3}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{9}{4}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\tan\theta = \frac{PQ}{QR} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{PR}{PQ} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore \frac{\tan^2\theta + 1}{\operatorname{cosec}^2\theta - 1} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{\frac{1}{2}+1}{3-1} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$.

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৪০ ও ৪১নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [য. বো. '১৬]



৪০. sin θ = কত?

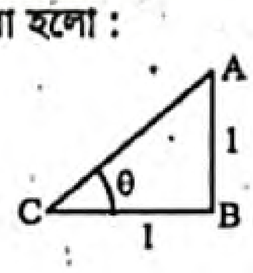
ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{2}$

▸▸ তথ্য ব্যাখ্যা : চিত্রে AB = 1 ধরে সমাধান করা হলো :

AC = 1, AB = 1 হলে,

$AC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\therefore \sin\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.



৪১. চিত্রানুসারে—

i. $AC = \sqrt{2}$ ii. $\tan\theta = 1$ iii. $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

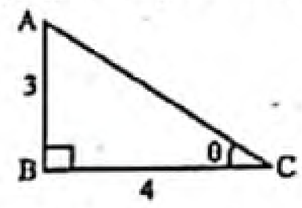
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :

i. AB = BC = 1 হলে, $AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

ii. $\tan\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{1} = 1$, সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

iii. $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ সূত্রানুসারে সঠিক।

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৪২ ও ৪৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[রা. বো. '১৭]

৪২. cos θ এর মান কোনটি?

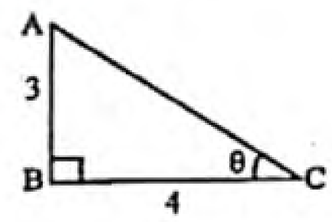
ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{5}{4}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AC = \sqrt{BC^2 + AB^2}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2}$

$= \sqrt{16 + 9}$

$= \sqrt{25} = 5$



$\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$.

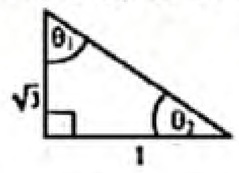
৪৩. tan θ + cot θ − sec θ = কত?

ক $\frac{5}{4}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{25}{12}$ ঘ $\frac{5}{6}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan\theta + \cot\theta - \sec\theta = \frac{AB}{BC} + \frac{BC}{AB} - \frac{AC}{BC}$

$= \frac{3}{4} + \frac{4}{3} - \frac{5}{4} = \frac{9 + 16 - 15}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

■ নিচের চিত্রানুযায়ী ৪৪ ও ৪৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [চ. বো. '১৬]



৪৪. $\tan\theta_1$ এর মান কত?

ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan\theta_1 = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

৪৫. $\sin\theta_2$ এর মান কত?

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta_2 = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

■ $\operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{1}{2}$.

উপরের তথ্যের আলোকে ৪৬ ও ৪৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [ব. বো. '১৬]

৪৬. cosec A − cot A = কত?

ক $\frac{1}{2}$ খ 1 গ $\frac{3}{2}$ ঘ 2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$

বা, $\frac{1}{2}(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$ $\therefore \operatorname{cosec} A - \cot A = 2$.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৩৬	খ	৩৭	ক	৩৮	খ	৩৯	ক	৪০	ক	৪১	ঘ	৪২	খ	৪৩	ঘ	৪৪	খ	৪৫	গ	৪৬	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

৪৭. cosec A = কত?

ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{5}{4}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ 2

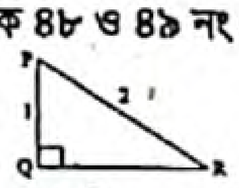
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\text{cosec } A + \cot A = \frac{1}{2}$ ..... (1)

এবং $\text{cosec } A - \cot A = 2$ ..... (2)

(1) + (2) হতে পাই, $2 \text{ cosec } A = \frac{1}{2} + 2 = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore \text{cosec } A = \frac{5}{2 \times 2} = \frac{5}{4}$.

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪৮. $2\angle R$ এর মান নিচের কোনটি? [ঢা. বো. '১৫]

ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, PQ = 1 এবং PR = 2

PQR সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle PRQ = \frac{PQ}{PR}$

বা, $\sin \angle PRQ = \frac{1}{2} = \sin 30°$ বা, $\angle PRQ = 30°$

$\therefore 2\angle R = 2 \times 30° = 60°$ $\therefore 2\angle R$ এর মান 60°.

৪৯. Δ PQR এর ক্ষেত্রে— [ঢা. বো. '১৫]

i. $\sec P = \text{cosec } R$ ii. $\cos P + \sec P = \frac{5}{2}$

iii. $\tan R = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, PQ = 1 এবং PR = 2

PQR সমকোণী ত্রিভুজে, $PQ^2 + QR^2 = PR^2$

বা, $QR^2 = PR^2 - PQ^2$

বা, $QR^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$ বা, $QR = \sqrt{3}$

(i) PQR সমকোণী ত্রিভুজে, $\sec P = \frac{PR}{PQ} = \frac{2}{1} = 2$

এবং $\text{cosec } R = \frac{PR}{PQ} = \frac{2}{1} = 2$ $\therefore \sec P = \text{cosec } R$

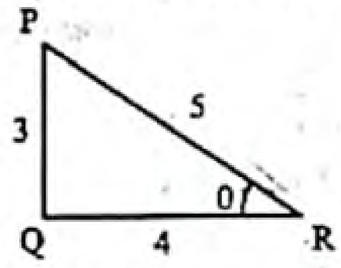
অর্থাৎ (i) সঠিক।

(ii) $\cos P + \sec P = \frac{PQ}{PR} + \frac{PR}{PQ} = \frac{1}{2} + \frac{2}{1} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore$ (ii) সঠিক। (iii) $\tan R = \frac{PQ}{QR} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\therefore$ (iii) সঠিক।

সুতরাং (i), (ii) ও (iii) সঠিক।

■ নিচের চিত্রের তথ্যের আলোকে ৫০ ও ৫১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫০. cos θ এর মান নিচের কোনটি? [রা. বো. '১৫]

ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{5}$ ঘ $\frac{5}{4}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, PQ = 3, PR = 5 এবং $\angle PRQ = \theta$

PQR সমকোণী ত্রিভুজে,

$PQ^2 + QR^2 = PR^2$

বা, $QR^2 = PR^2 - PQ^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

বা, QR = 4

আবার, PRQ সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos \angle PRQ = \frac{QR}{PR}$

বা, $\cos \theta = \frac{4}{5}$ $\therefore \cos \theta$ এর মান $\frac{4}{5}$.

৫১. $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\sin^2 \theta - 1}$ এর মান নিচের কোনটি? [রা. বো. '১৫]

ক $\frac{-35}{8}$ খ −2.44 গ −1 ঘ 1.56

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : PQR সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle PRQ = \frac{PQ}{QR}$

বা, $\tan \theta = \frac{3}{4}$

এবং $\sin \angle PRQ = \frac{PQ}{PR}$ বা, $\sin \theta = \frac{3}{5}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta - 1}$

$= \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1} = \frac{\frac{9}{16} + 1}{\frac{9}{25} - 1} = \frac{\frac{9+16}{16}}{\frac{9-25}{25}} = \frac{\frac{25}{16}}{\frac{-16}{25}}$

$= -\frac{25}{16} \times \frac{25}{16}$

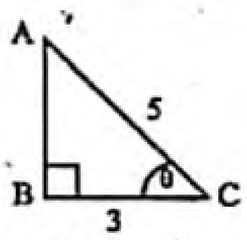
$= \frac{-625}{256} = -2.44$

নির্ণেয় মান : −2.44.

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

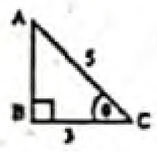
৫২.



$\sec^2 \theta + \tan^2 \theta =$ কত? [হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 1 খ $\frac{41}{9}$ গ $\frac{9}{41}$ ঘ 2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : Δ ABC-এ,



$AB^2 = AC^2 - BC^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

$\therefore AB = \sqrt{16} = 4$ $\therefore \sec \theta = \frac{5}{3}$ এবং $\tan \theta = \frac{4}{3}$

$\therefore \sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} + \frac{16}{9} = \frac{41}{9}$.

৫৩. $\sec \theta + \tan \theta = \frac{5}{2}$ হলে $\sec \theta - \tan \theta$ এর মান কত?

[মতিঝিল সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{2}{5}$

গ $\frac{5}{6}$ ঘ $\frac{4}{5}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $\sec \theta + \tan \theta = \frac{5}{2}$

$\therefore \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

বা, $(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta) = 1$

বা, $\frac{5}{2}(\sec \theta - \tan \theta) = 1$

বা, $\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{\frac{5}{2}} = 1 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৪৭	খ	৪৮	গ	৪৯	ঘ	৫০	গ	৫১	খ	৫২	খ	৫৩	খ

www.abswer.com

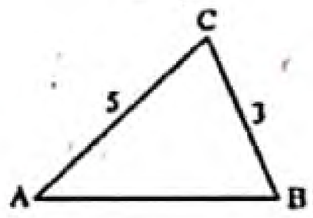
www.abswer.com

৫৪. $5 \sin A = 3$ হলে, $\tan A$ এর মান কত? [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক $\frac{4}{5}$ খ $\frac{5}{4}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{4}{3}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $5 \sin A = 3$

$\sin A = \frac{3}{5}$



$AB = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$

$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$.

৫৫. $\sin \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan \theta$ এর মান নিচের কোনটি? [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $\sqrt{3}$ খ $\sqrt{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $\sin \theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin \theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$ $\therefore \tan \theta = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

৫৬. $\cos \theta = \frac{1}{2}$ হলে $\tan \theta = ?$ [জামালপুর জিলা স্কুল, জামালপুর]

ক 2 খ $\sqrt{3}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{2}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$ $\therefore \theta = 60°$

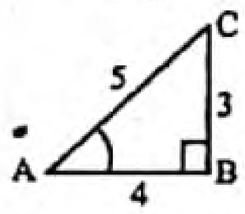
$\therefore \tan \theta = \tan 60° = \sqrt{3}$.

৫৭. $5 \sin A = 3$ হলে $\tan A$ এর মান কত? [শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর]

ক $\frac{4}{5}$ খ $\frac{5}{4}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{4}{3}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $5 \sin A = 3$

বা, $\sin A = \frac{3}{5}$



$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

$= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$

$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$.

৫৮. $\cot \theta \sqrt{1 - \cos^2\theta} =$ কত? [বিন্দুবাসিনী সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক $\sin \theta$ খ $\cos \theta$ গ $\operatorname{cosec} \theta$ ঘ $\tan \theta$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cot \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \cot \theta \sqrt{\sin^2 \theta}$

$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} . \sin \theta = \cos \theta$.

৫৯. $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ হলে, $\tan \theta =$ কত? [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $\sec \theta$ খ $\operatorname{cosec} \theta$ গ $\sin \theta$ ঘ $\cos \theta$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$

বা, $\sin \theta = 1 - \sin^2 \theta$

বা, $\sin \theta = \cos^2 \theta$

বা, $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta}$ $\therefore \tan \theta = \cos \theta$.

৬০. $\tan A + \sec A = \frac{3}{5}$ হলে $\sec A - \tan A =$ কত? [বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

ক $\frac{5}{3}$ খ $\frac{1}{5}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{2}{3}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

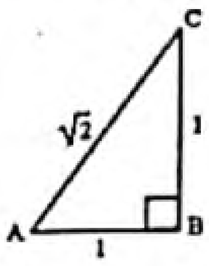
বা, $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$

বা, $\frac{3}{5}(\sec A - \tan A) = 1$ $\therefore \sec A - \tan A = \frac{5}{3}$.

৬১. ΔABC এ $\angle B = 90°$ এবং $\tan A = 1$, তবে $\sin A \cdot \sin C$ এর মান কত? [সরকারি পি এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক $\sqrt{2}$ খ 1 গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{2}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\sin C = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin A . \sin C = \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

৬২. $(\cot \theta + \sec \theta)^2 - (\cot \theta - \sec \theta)^2 =$ কত? [ইন্দু গবেষণা উচ্চ বিদ্যালয়, ঈশ্বরদী, পাবনা]

ক $4 \cot \theta$ খ $4 \sec \theta$

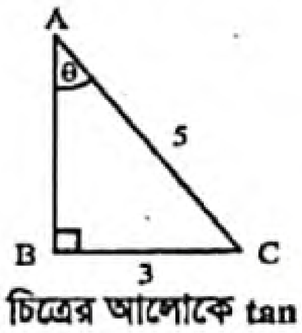
গ $4 \operatorname{cosec} \theta$ ঘ $4 \sec \theta$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $(\cot \theta + \sec \theta)^2 - (\cot \theta - \sec \theta)^2$

$= (\cot \theta + \sec \theta + \cot \theta - \sec \theta)(\cot \theta + \sec \theta - \cot \theta + \sec \theta)$

$= 2 \cot \theta . 2 \sec \theta = 4 . \frac{\cos \theta}{\sin \theta} . \frac{1}{\cos \theta} = 4 \operatorname{cosec} \theta$.

৬৩.



চিত্রের আলোকে $\tan \theta$ এর মান কত? [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{3}{5}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{4}{5}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$

$\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB}$ $\therefore \tan \theta = \frac{3}{4}$.

৬৪. $\frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}$ এর মান নিচের কোনটি? [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

ক $\tan \theta$ খ $\cos \theta$

গ $\sin \theta$ ঘ $\operatorname{cosec} \theta$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 \theta}} = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \sin \theta$.

৬৫. $\cot (\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\sin \theta =$ কত? [ব্লু বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক $\frac{1}{2}$ খ 0 গ 1 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cot (\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot (\theta - 30°) = \cot 60°$

বা, $\theta - 30° = 60°$

বা, $\theta = 60° + 30°$ $\therefore \theta = 90°$

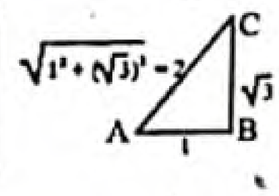
$\therefore \sin \theta = \sin 90° = 1$

৬৬. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 90°$ এবং $\tan A = \sqrt{3}$ হলে $\cos C$ এর মান কত? [সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\tan A = \sqrt{3}$,

$\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৫৪	গ	৫৫	ঘ	৫৬	খ	৫৭	গ	৫৮	খ	৫৯	ঘ	৬০	ক	৬১	ঘ	৬২	গ	৬৩	ক	৬৪	গ	৬৫	গ	৬৬	ঘ

www.abswer.com

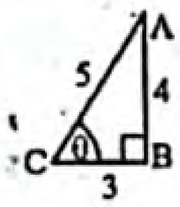
www.abswer.com

৬৭. $\cot(90° - \theta) = \frac{4}{3}$ হলে $\cos\theta$ এর মান কত? [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{5}{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cot(90° - \theta) = \frac{4}{3}$

বা, $\tan\theta = \frac{4}{3} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$



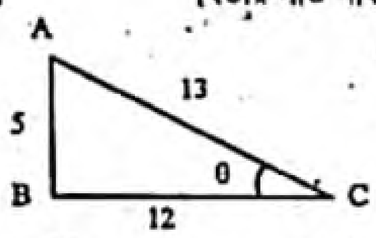
এখানে, AB = 4, BC = 3

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore \cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$

৬৮. $\sin\theta + \cos\theta = ?$ [বর্ডার গার্ড পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]



ক $\frac{17}{13}$ খ $\frac{13}{17}$ গ $\frac{229}{160}$ ঘ $\frac{169}{229}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৬৯. নিচের তথ্যগুলো পড় :

i. $\cos 90° = 0$

ii. $\sec 0° = 0$

iii. $-1 \le \cos\theta \le 1$

নিচের কোনটি সঠিক? [গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাইস্কুল, ধানমন্ডি, ঢাকা]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৭০. $\sin\theta$ প্রতীকটি দিয়ে বোঝায়–

i. θ কোণের সাইন এর অনুপাত

ii. sin এবং θ এর গুণফল

iii. θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব ও অতিভুজের অনুপাত

নিচের কোনটি সঠিক? [সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৭১. $\sin\theta - \cos\theta = 0$ হলে–

i. $\sin\theta + \cos\theta = 0$

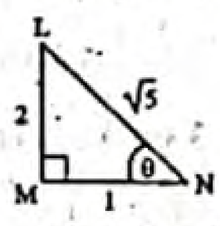
ii. $\sin\theta . \cos\theta = \frac{1}{2}$

iii. $\tan\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৭২. LMN সমকোণী ত্রিভুজে $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ হলে– [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]



i. ভূমি 1 একক

ii. $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{5}$

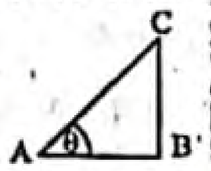
iii. $\tan\theta = 2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ উদ্দীপকটি পড়ে ৭৩ ও ৭৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



Δ ABC এ BC = 1 এবং AB = BC. [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

৭৩. $\cos\theta$ এর মান নিচের কোনটি?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে, AB = BC = 1

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

$\therefore \cos\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

৭৪. চিত্রানুসারে–

i. $AC = \sqrt{2}$

ii. $\tan\theta = 1$

iii. $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = -1$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

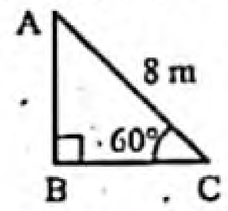
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) $AC = \sqrt{2}$

(ii) $\tan\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{1} = 1$

(iii) $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 - \left(\frac{AB}{BC}\right)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^2 - \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 2 - 1 = 1.$

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৭৫ ও ৭৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

৭৫. BC = ?

ক $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মি. খ 4 মি. গ $4\sqrt{2}$ মি. ঘ $4\sqrt{3}$ মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\cos\angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 60° = \frac{BC}{8}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{8}$

বা, $BC = \frac{8}{2}$

∴ BC = 4 মিটার।

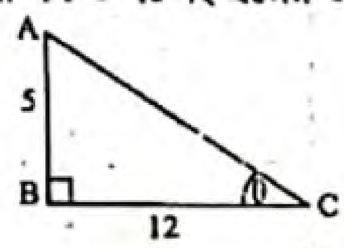
৭৬. AB = ?

ক $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মি. খ 4 মি. গ $4\sqrt{2}$ মি. ঘ $4\sqrt{3}$ মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

$= \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ মিটার।

■ নিচের চিত্র অনুযায়ী ৭৭ ও ৭৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

৭৭. $\cos\theta$ এর মান নিচের কোনটি?

ক $\frac{13}{12}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{12}{13}$ ঘ $\frac{5}{13}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144} = 13$

$\therefore \cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$

৭৮. $\sin^2\theta + \cos^2\theta =$ কত?

ক 0 খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৬৭	ক	৬৮	ক	৬৯	গ	৭০	গ	৭১	গ	৭২	খ	৭৩	ক	৭৪	ক	৭৫	খ	৭৬	ঘ	৭৭	গ	৭৮	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৭৯. $\frac{\tan A}{\sec A+1}-\frac{\sec A-1}{\tan A}=$ কত?

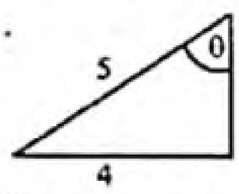
ক 0 খ 1
গ 2 tan A ঘ cot A

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{\tan A}{\sec A+1}-\frac{\sec A-1}{\tan A}$

$=\frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\cos A}{1}+1}-\frac{\frac{1}{\cos A}-1}{\frac{\sin A}{\cos A}}=\frac{\sin A}{\cos A+1}-\frac{1-\cos A}{\sin A}$

$=\frac{\sin^2 A-1+\cos^2 A}{\sin A(\cos A+1)}=\frac{1-1}{\sin A(\cos A+1)}=0.$

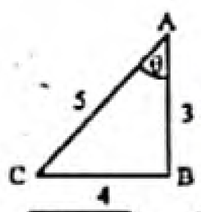
৮০.



চিত্রে sec θ = কত?

ক $\frac{5}{3}$ খ $\frac{5}{4}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{3}{5}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



$AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3;\ \sec\theta=\frac{AC}{AB}=\frac{5}{3}.$

৮১. $\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\frac{1}{\cot\theta}=$ কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\sqrt{3}$ গ 1 ঘ 0

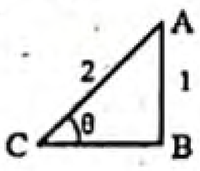
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $\frac{1}{\cot\theta}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

৮২. $\sin\theta=\frac{1}{2}$ হলে cos θ এর মান কত?

ক $\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AC^2=BC^2+AB^2$

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$



$\cos\theta=\frac{BC}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

৮৩. $\text{cosec}^2\theta\sqrt{1-\cos^2\theta}=$ কত?

ক sin θ খ cosec θ গ cot θ ঘ sec θ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\text{cosec}^2\theta\sqrt{1-\cos^2\theta}$

$=\frac{1}{\sin^2\theta}\sqrt{\sin^2\theta}=\frac{1}{\sin^2\theta}.\sin\theta=\frac{1}{\sin\theta}=\text{cosec}\,\theta.$

৮৪. sec θ = 1 হলে, $\sin^2\theta=$ কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 0

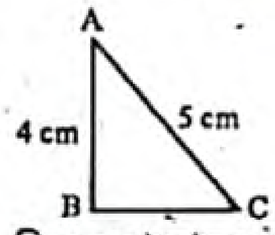
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : sec θ = 1

বা, $\sec^2\theta=1$

বা, $\frac{1}{\cos^2\theta}=1$

বা, $\cos^2\theta=1$ বা, $1-\sin^2\theta=1$ বা, $\sin^2\theta=1-1=0.$

৮৫.



চিত্রের আলোকে sin A − cos C এর মান কত?

ক 0 খ $\frac{7}{5}$ গ $\frac{1}{5}$ ঘ $\frac{4}{5}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$AC^2=AB^2+BC^2$

বা, $BC^2=AC^2-AB^2=5^2-4^2=9$

$\therefore BC=\sqrt{9}=3$ $\therefore \sin A=\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{3}{5}$

$\therefore \cos C=\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{3}{5}$ $\therefore \sin A-\cos C=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}=0.$

৮৬. $\tan^2\theta\,\text{cosec}^2\theta=$ কত?

ক $\tan^2\theta$ খ $\sin^2\theta$ গ $\cos^2\theta$ ঘ $\sec^2\theta$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan^2\theta\,\text{cosec}^2\theta=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\cdot\frac{1}{\sin^2\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}=\sec^2\theta.$

৮৭. $\sin\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}=$ নিচের কোনটি?

ক cosec θ খ sec θ
গ cot θ ঘ tan θ

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}=\sin\theta.\sqrt{\sec^2\theta}$

$=\sin\theta.\sec\theta$

$=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta.$

৮৮. $\tan^2\theta+1=$ কী? (সহজমান)

ক $\cos^2\theta$ খ $\cot^2\theta$ গ $\sin^2\theta$ ঘ $\sec^2\theta$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sec^2\theta-\tan^2\theta=1$ বা, $\sec^2\theta=1+\tan^2\theta.$

৮৯. sin θ ও cosec θ এর মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোনটি? (মধ্যমান)

ক sin θ = cosec θ খ sin θ. cosec θ = 1
গ sin θ + cosec θ = 1 ঘ $\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\text{cosec}\,\theta}=1$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta\cdot\text{cosec}\,\theta=\sin\theta\cdot\frac{1}{\sin\theta}=1.$

৯০. $(1+\tan^2 A)\cos A$ এর মান কত?

ক sec A খ cos A গ tan A ঘ cot A

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $(1+\tan^2 A)\cos A$

$=\sec^2 A.\cos A=\sec^2 A\times\frac{1}{\sec A}=\sec A.$

৯১. 3 sin A − 2 cos A = 0 হলে cosec A. cos A = কত?

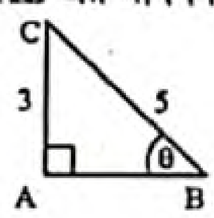
ক $\frac{3}{2}$ খ $\frac{2}{3}$
গ 1 ঘ −1

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : 3 sin A − 2 cos A = 0

বা, 3 sin A = 2 cos A

বা, $\cos A\times\frac{1}{\sin A}=\frac{3}{2}$ বা, $\cos A.\cos A=\frac{3}{2}.$

৯২. চিত্রে AB ⊥ AC হলে AB এর মান নিচের কোনটি?



ক 4 খ 16 গ 8 ঘ 25

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

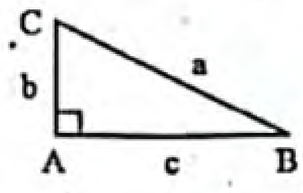
৭৯	ক	৮০	ক	৮১	ক	৮২	ঘ	৮৩	খ	৮৪	ঘ	৮৫	ক	৮৬	ঘ	৮৭	ঘ	৮৮	ঘ	৮৯	খ	৯০	ক	৯১	ক	৯২	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৯৩. চিত্রে–



i. $\sin B = \frac{b}{a}$

ii. $\cos B = \frac{c}{a}$

iii. $\tan B = \frac{a}{a+c}$

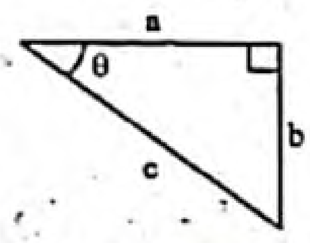
নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) চিত্রানুযায়ী, $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{CA}{CB} = \frac{b}{a}$

৯৪. (ii) $\cos B = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$,

(iii) $\tan B = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$



θ কোণের ক্ষেত্রে–

i. অতিভুজ c

ii. সন্নিহিত বাহু a

iii. বিপরীত বাহু b

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৯৫. $\cos A = \frac{4}{5}$ হলে–

i. $\cot A = \frac{3}{4}$

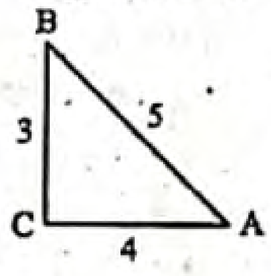
ii. $\sec^2 A - 1 = \frac{9}{16}$

iii. $\sin A = \frac{3}{5}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos A = \frac{4}{5} = \frac{AC}{AB}$



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$BC^2 + AC^2 = AB^2$

বা, $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

$\therefore BC = 3$

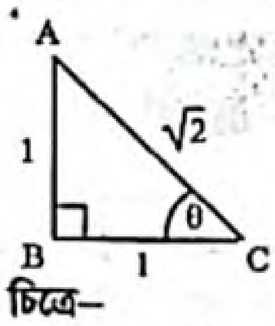
(i) $\cot A = \frac{CA}{BC} = \frac{4}{3}$

(ii) $\sec^2 A - 1 = \tan^2 A = \frac{BC^2}{AC^2} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

(iii) $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$

∴ (ii) ও (iii) সঠিক।

৯৬.



চিত্রে–

i. $\tan\theta = 1$

ii. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

iii. $\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

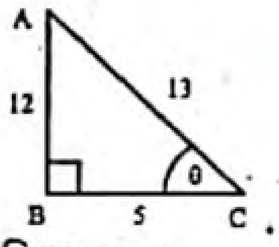
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) $\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{1} = 1$

(ii) $\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(iii) $\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

৯৭.



চিত্রে–

i. $\sin\theta = \frac{12}{13}$

ii. $\cos\theta = \frac{5}{13}$

iii. $\tan\theta = \frac{5}{12}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিনমান)

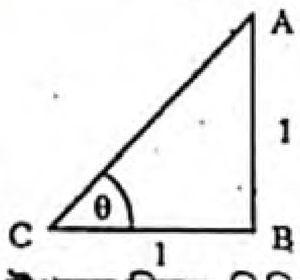
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) $\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13}$

(ii) $\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}$, (iii) $\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{5}$

∴ (i) ও (ii) সঠিক।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন



উপরের চিত্রের ভিত্তিতে ৯৮ – ১০০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৯৮. $\tan\theta =$ কত? (মধ্যমান)

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

গ 1 ঘ 2

৯৯. Δ ABC-এ অতিভুজ = কত? (সহজমান)

ক 1 খ $\sqrt{2}$

গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $1+\sqrt{2}$

১০০. $\sin\theta =$ কত? (সহজমান)

ক 1 খ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{2}$

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৯৩	ক	৯৪	ঘ	৯৫	গ	৯৬	ঘ	৯৭	ক	৯৮	গ	৯৯	খ	১০০	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▸ যশোর বোর্ড ২০২০

(i) $A = \sin\theta$, $B = \cos\theta$. (ii) $P = \cos A + \sin A$.

ক. $\sec x = \operatorname{cosec} y = 2$ হলে, $\sin(x + y)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $P = \sqrt{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $A = 45°$. ৪

গ. (i) নং তথ্যের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{A+1-B}{A-1+B} = \frac{B}{1-A}$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sec x = \operatorname{cosec} y = 2$

এখন, $\sec x = 2$
বা, $\sec x = \sec 60°$
$\therefore x = 60°$

আবার, $\operatorname{cosec} y = 2$
বা, $\operatorname{cosec} y = \operatorname{cosec} 30°$
$\therefore y = 30°$

প্রদত্ত রাশি $= \sin(x + y)$
$= \sin(60° + 30°) = \sin 90° = 1$

নির্ণেয় মান 1.

খ দেওয়া আছে, $P = \cos A + \sin A$

$P = \sqrt{2}$ হলে, $\cos A + \sin A = \sqrt{2}$
বা, $\cos A = \sqrt{2} - \sin A$
বা, $\cos^2 A = (\sqrt{2} - \sin A)^2$ [বর্গ করে]
বা, $\cos^2 A = (\sqrt{2})^2 - 2.\sqrt{2}.\sin A + \sin^2 A$
বা, $\cos^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A$
বা, $1 - \sin^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A$
বা, $2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A - 1 + \sin^2 A = 0$
বা, $2\sin^2 A - 2\sqrt{2}\sin A + 1 = 0$
বা, $(\sqrt{2}\sin A)^2 - 2.\sqrt{2}\sin A.1 + 1^2 = 0$
বা, $(\sqrt{2}\sin A - 1)^2 = 0$
বা, $\sqrt{2}\sin A - 1 = 0$ [বর্গমূল করে]
বা, $\sqrt{2}\sin A = 1$
বা, $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45°$
$\therefore A = 45°$. (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $P = \cos A + \sin A$

$P = \sqrt{2}$ হলে, $\cos A + \sin A = \sqrt{2}$
বা, $\sin A = \sqrt{2} - \cos A$
বা, $\sin^2 A = (\sqrt{2} - \cos A)^2$ [বর্গ করে]
বা, $\sin^2 A = (\sqrt{2})^2 - 2.\sqrt{2}.\cos A + \cos^2 A$
বা, $1 - \cos^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\cos A + \cos^2 A$
বা, $2 - 2\sqrt{2}\cos A + \cos^2 A - 1 + \cos^2 A = 0$
বা, $2\cos^2 A - 2\sqrt{2}\cos A + 1 = 0$
বা, $(\sqrt{2}\cos A)^2 - 2.\sqrt{2}\cos A.1 + 1^2 = 0$
বা, $(\sqrt{2}\cos A - 1)^2 = 0$
বা, $\sqrt{2}\cos A - 1 = 0$ [বর্গমূল করে]
বা, $\sqrt{2}\cos A = 1$
বা, $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$
বা, $\cos A = \cos 45°$
$\therefore A = 45°$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $A = \sin\theta$, $B = \cos\theta$

বামপক্ষ $= \frac{A+1-B}{A-1+B} = \frac{\sin\theta + 1 - \cos\theta}{\sin\theta - 1 + \cos\theta}$

$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta}}$ [লব ও হরকে $\cos\theta$ দ্বারা ভাগ করে]

$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}$ [$\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$]

$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{(\tan\theta - \sec\theta) + (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}$

$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{-(\sec\theta - \tan\theta) + (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}$

$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta - 1)}$

$= \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$

$= \frac{1}{\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{1}{\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} = \frac{B}{1-A}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{A+1-B}{A-1+B} = \frac{B}{1-A}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০২০

$\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$.

ক. দেখাও যে, $pq = \cot^2\theta\cos^2\theta$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$. ৪

গ. $\frac{p}{q} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$

বামপক্ষ $= pq$
$= (\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)$
$= \cot^2\theta - \cos^2\theta$
$= \cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}.\sin^2\theta$
$= \cot^2\theta - \cot^2\theta.\sin^2\theta$
$= \cot^2\theta(1 - \sin^2\theta) = \cot^2\theta.\cos^2\theta$ = ডানপক্ষ

$\therefore pq = \cot^2\theta\cos^2\theta$. (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$

ডানপক্ষ $= \cot^2\theta \cos^2\theta$

$= \cot^2\theta(1 - \sin^2\theta) = \cot^2\theta - \cot^2\theta \sin^2\theta$

$= \cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\sin^2\theta = \cot^2\theta - \cos^2\theta$

$= (\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta) = pq =$ বামপক্ষ

$\therefore$ $pq = \cot^2\theta . \cos^2\theta$. (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$

'ক' হতে প্রাপ্ত, $pq = \cot^2\theta . \cos^2\theta$

বামপক্ষ $= p^2 - q^2$

$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$

$= 4\cot\theta\cos\theta$ $[\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta\cos^2\theta} = 4\sqrt{pq}$ $[\because pq = \cot^2 . \cos^2\theta)$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$

এখন, $\frac{p}{q} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$

$\therefore$ $\theta = 60°$

নির্ণেয় মান : $\theta = 60°$.

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$

এখন, $\frac{p}{q} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \cos\theta}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{\cos\theta + \sin\theta\cos\theta}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta - \sin\theta\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos\theta + \sin\theta\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta\cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos\theta + \sin\theta\cos\theta}{\cos\theta - \sin\theta\cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos\theta(1+\sin\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ বা, $\operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 60°$

$\therefore$ $\theta = 60°$

নির্ণেয় মান : $\theta = 60°$.

প্রশ্ন ৩ ▸ ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২০

$P = \operatorname{cosec}\beta - 1$, $Q = \operatorname{cosec}\beta + 1$ এবং $R = \sec\alpha - \tan\alpha$.

ক. $C = 30°$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos 2C = 2\cos^2 C - 1$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{Q}{P}} = \frac{1}{\sec\beta - \tan\beta}$. ৪

গ. $R = \frac{1}{x}$ হলে $\operatorname{cosec}\alpha$-এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $C = 30°$

বামপক্ষ $= \cos 2C = \cos(2 \times 30°) = \cos 60° = \frac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\cos^2 C - 1$

$= 2\cos^2 30° - 1$

$= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1 = 2 \times \frac{3}{4} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ $\cos 2C = 2\cos^2 C - 1$. (প্রমাণিত)

খ দেওয়া আছে, $P = \operatorname{cosec}\beta - 1$ এবং $Q = \operatorname{cosec}\beta + 1$

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{Q}{P}}$

$= \sqrt{\frac{\operatorname{cosec}\beta + 1}{\operatorname{cosec}\beta - 1}}$

$= \sqrt{\frac{(\operatorname{cosec}\beta + 1)(\operatorname{cosec}\beta + 1)}{(\operatorname{cosec}\beta - 1)(\operatorname{cosec}\beta + 1)}}$

$= \sqrt{\frac{(\operatorname{cosec}\beta + 1)^2}{\operatorname{cosec}^2\beta - 1}}$

$= \sqrt{\frac{(\operatorname{cosec}\beta + 1)^2}{\cot^2\beta}}$

$= \frac{\operatorname{cosec}\beta + 1}{\cot\beta} = \frac{\operatorname{cosec}\beta}{\cot\beta} + \frac{1}{\cot\beta}$

$= \frac{\frac{1}{\sin\beta}}{\frac{\cos\beta}{\sin\beta}} + \tan\beta = \frac{1}{\sin\beta} \times \frac{\sin\beta}{\cos\beta} + \tan\beta$

$= \frac{1}{\cos\beta} + \tan\beta = \sec\beta + \tan\beta$

$= \frac{(\sec\beta + \tan\beta)(\sec\beta - \tan\beta)}{\sec\beta - \tan\beta}$

$= \frac{\sec^2\beta - \tan^2\beta}{\sec\beta - \tan\beta} = \frac{1}{\sec\beta - \tan\beta}$ $[\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1]$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $\sqrt{\frac{Q}{P}} = \frac{1}{\sec\beta - \tan\beta}$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

গ দেওয়া আছে, $R = \sec\alpha - \tan\alpha$ $R = \frac{1}{x}$ হলে,

$\sec\alpha - \tan\alpha = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{(1-\sin\alpha)^2}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{x^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1-\sin\alpha)^2}{1-\sin^2\alpha} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{(1-\sin\alpha)^2}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{(1-\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha} = \frac{1}{x^2}$

বা, $\frac{1-\sin\alpha+1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha-1-\sin\alpha} = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\sin\alpha} = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

বা, $\frac{1}{-\sin\alpha} = \frac{x^2+1}{-(x^2-1)}$

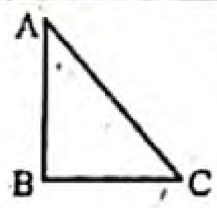
বা, $\frac{1}{\sin\alpha} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

$\therefore$ $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

নির্ণেয় মান $\frac{x^2+1}{x^2-1}$.

প্রশ্ন ৪ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭

$AB = a$,
$AC = \sqrt{a^2+b^2}$
এবং $\angle C = \theta$ হলে–



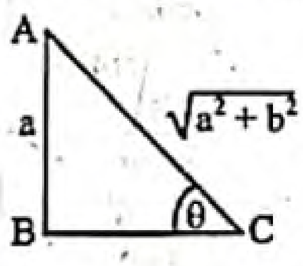
ক. চিত্র হতে $\tan\theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. $\tan\theta$ এর মানের উপর ভিত্তি করে $\frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\tan A + \sin A = m$, $\tan A - \sin A = n$ হয় তাহলে প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$AB = a$
$AC = \sqrt{a^2+b^2}$
$\angle C = \theta$
$BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC^2 = \left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2 - a^2$

বা, $BC^2 = a^2 + b^2 - a^2 = b^2$

$\therefore$ $BC = b$

এখন, $\tan\angle C = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\theta = \frac{a}{b}$

নির্ণেয় $\tan\theta$ এর অনুপাত $\frac{a}{b}$.

খ ক-হতে প্রাপ্ত, $\tan\theta = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{a\sin\theta}{b\cos\theta} = \frac{a^2}{b^2}$ [$\frac{a}{b}$ দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $\frac{a\sin\theta + b\cos\theta}{a\sin\theta - b\cos\theta} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore$ $\frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta} = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

নির্ণেয় মান $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

গ দেওয়া আছে, $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$

বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\tan A + \sin A)^2 - (\tan A - \sin A)^2$

$= 4\tan A\sin A$ [$\because (a+b)^2 + (a-b)^2 = 4ab$]

$= 4\sqrt{\tan^2 A \sin^2 A}$

$= 4\sqrt{\tan^2 A(1-\cos^2 A)}$

$= 4\sqrt{\tan^2 A - \tan^2 A.\cos^2 A}$

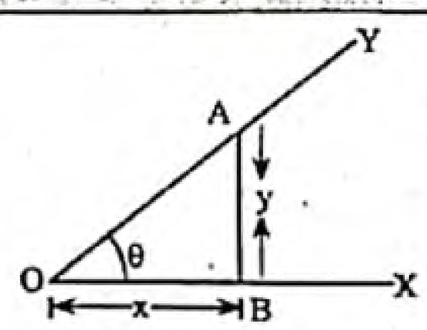
$= 4\sqrt{\tan^2 A - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}.\cos^2 A}$ $\left[\because \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}\right]$

$= 4\sqrt{\tan^2 A - \sin^2 A}$

$= 4\sqrt{(\tan A + \sin A)(\tan A - \sin A)} = 4\sqrt{mn}$

$\therefore$ $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৬



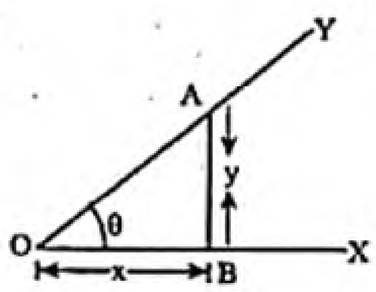
ক. $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে জ্যামিতিক পদ্ধতিতে দেখাও যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$. ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\left(\frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A}\right)$ এর মান নির্ণয় কর, যখন $x = 3, y = 4$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে AOB সমকোণী ত্রিভুজে $\angle ABO$ = এক সমকোণ, $\angle AOB = \theta$, $OB = x$ এবং $AB = y$

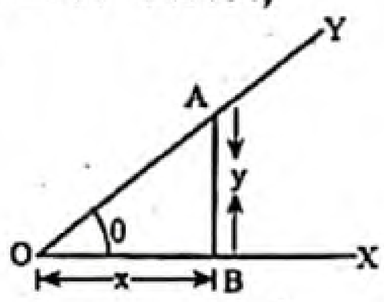


এখন, $\cot\angle AOB = \frac{OB}{AB}$

বা, $\cot\theta = \frac{x}{y}$

নির্ণেয় মান : $\frac{x}{y}$.

খ চিত্রে, AOB সমকোণী ত্রিভুজে $\angle ABO$ = এক সমকোণ, $\angle AOB = \theta$, $OB = x$ এবং $AB = y$



পিথাগোরাসের সূত্র অনুসারে,

$OA^2 = OB^2 + AB^2$

বা, $OA^2 = x^2 + y^2$

বা, $OA = \sqrt{x^2+y^2}$

এখন, $\sin\angle AOB = \frac{AB}{OA}$

বা, $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

www.abswer.com

www.abswer.com

এবং $\cos\angle AOB = \frac{OB}{OA}$ বা, $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)^2 + \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)^2$

$= \frac{y^2}{x^2+y^2} + \frac{x^2}{x^2+y^2}$

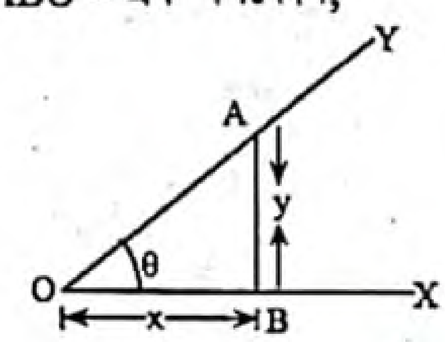
$= \frac{y^2+x^2}{x^2+y^2} = 1$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1.$ (দেখানো হলো)

গ চিত্রে, AOB সমকোণী ত্রিভুজে $\angle ABO$ = এক সমকোণ,

$OB = x = 3$

এবং $AB = y = 4$



খ-হতে প্রাপ্ত,

$OA = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{3^2+4^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25} = 5$

এখন, $\sin A = \frac{OB}{OA} = \frac{3}{5}$ এবং $\cos A = \frac{AB}{OA} = \frac{4}{5}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A}$

$= \frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{4}{5}} + \frac{1-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}$

$= \frac{\frac{3}{5}}{\frac{5-4}{5}} + \frac{\frac{5-4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}} + \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}}$

$= \frac{3}{5}\times\frac{5}{1} + \frac{1}{5}\times\frac{5}{3}$

$= 3 + \frac{1}{3} = \frac{9+1}{3} = \frac{10}{3}$

নির্ণেয় মান $\frac{10}{3}$.

প্রশ্ন ৬ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৬

$\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$.

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2 A.\sin^2 A = mn$. ২

খ. দেখাও যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \sqrt{mn}.\operatorname{cosec}^2 A$. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$

বামপক্ষ $= \tan^2 A \cdot \sin^2 A$

$= \tan^2 A(1-\cos^2 A)$

$= \tan^2 A - \tan^2 A\cdot\cos^2 A$

$= \tan^2 A - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}\cdot\cos^2 A$

$= \tan^2 A - \sin^2 A$

$= (\tan A + \sin A)(\tan A - \sin A)$

$= mn$ = ডানপক্ষ

$\therefore \tan^2 A\cdot\sin^2 A = mn.$ (প্রমাণিত)

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ ক-হতে প্রাপ্ত, $\tan^2 A\cdot\sin^2 A = mn$

বামপক্ষ $= \sec A$

$= \sec A.\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A}.\operatorname{cosec}^2 A$

$= \frac{1}{\cos A}.\sin^2 A.\operatorname{cosec}^2 A \left[\because \frac{1}{\operatorname{cosec} A} = \sin A\right]$

$= \frac{\sin A}{\cos A}\cdot\sin A\cdot\operatorname{cosec}^2 A$

$= \tan A\cdot\sin A\cdot\operatorname{cosec}^2 A$

$= \sqrt{\tan^2 A\cdot\sin^2 A}\cdot\operatorname{cosec}^2 A$

$= \sqrt{mn}\cdot\operatorname{cosec}^2 A$ $[\because \tan^2 A.\sin^2 A = mn]$

= ডানপক্ষ

$\therefore \sec A = \sqrt{mn}\cdot\operatorname{cosec}^2 A.$ (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$

ক-হতে প্রাপ্ত, $\tan^2 A\sin^2 A = mn$

ডানপক্ষ $= \sqrt{mn}\operatorname{cosec}^2 A$

$= \sqrt{\tan^2 A\sin^2 A}\operatorname{cosec}^2 A$ $[\because \tan^2 A\sin^2 A = mn]$

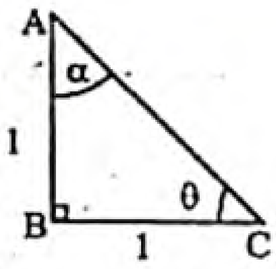
$= \tan A\sin A\operatorname{cosec}^2 A$

$= \frac{\sin A}{\cos A}.\sin A.\frac{1}{\sin^2 A} = \frac{1}{\cos A} = \sec A$ = বামপক্ষ

$\therefore \sec A = \sqrt{mn}\operatorname{cosec}^2 A.$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৭ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৬

নিচের চিত্রটি লক্ষ কর :



ক. অতিভুজ এর পরিমাণ কত? ২

খ. $\cos\theta + \cos\alpha$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

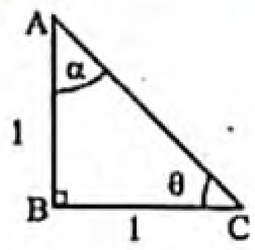
গ. চিত্রের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\alpha = 1$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\angle ABC$ = এক সমকোণ

$AB = 1$ এবং $BC = 1$



এখন, অতিভুজ $AC = \sqrt{AB^2+BC^2}$

$= \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\therefore$ অতিভুজের পরিমাণ $\sqrt{2}$ একক।

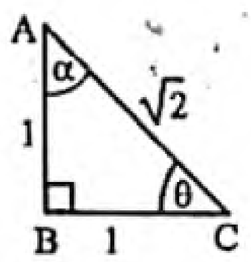
খ ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\angle ABC$ = এক সমকোণ

$AB = 1$

$BC = 1$

$\angle BAC = \alpha$



এবং $\angle ACB = \theta$

ক-হতে প্রাপ্ত, $AC = \sqrt{2}$

এখন, $\cos\angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং $\cos\angle BAC = \frac{AB}{AC}$

বা, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

প্রদত্ত রাশি $= \cos\theta + \cos\alpha$

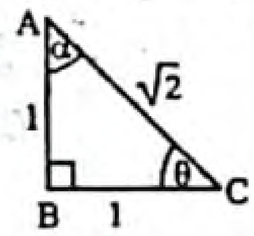
$= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

নির্ণেয় মান : $\sqrt{2}$.

www.abswer.com

www.abswer.com

গ ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$\angle ABC$ = এক সমকোণ

$AB = 1$

$BC = 1$

$\angle BAC = \alpha$

এবং $\angle ACB = \theta$

ক-হতে প্রাপ্ত, $AC = \sqrt{2}$ এবং খ-হতে প্রাপ্ত, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

এখন, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বামপক্ষ $= \sin^2\theta + \cos^2\alpha$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ = ডানপক্ষ

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\alpha = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৫

$p = 1 + \sin A$ এবং $q = 1 - \sin A$ হলে–

ক. pq এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{p}{q}} = \sec A + \tan A$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(\sec A - \tan A)^2 = \frac{q}{p}$. ৪

[য. বো. '১৫]

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = 1 + \sin A$ এবং $q = 1 - \sin A$

প্রদত্ত রাশি $= pq$

$= (1 + \sin A)(1 - \sin A)$ [p ও q এর মান বসিয়ে]

$= 1 - \sin^2 A = \cos^2 A$ [$\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A$]

নির্ণেয় মান $\cos^2 A$.

খ দেওয়া আছে, $p = 1 + \sin A$ এবং $q = 1 - \sin A$

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{p}{q}}$

$= \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}}$ [p ও q এর মান বসিয়ে]

$= \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}}$

$= \frac{\sqrt{1+\sin A}\,.\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}\,.\sqrt{1+\sin A}}$

[লব ও হরকে $\sqrt{1+\sin A}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{(\sqrt{1+\sin A})^2}{\sqrt{(1-\sin A).(1+\sin A)}}$

$= \frac{1+\sin A}{\sqrt{1-\sin^2 A}}$

$= \frac{1+\sin A}{\sqrt{\cos^2 A}}$ [$\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A$]

$= \frac{1+\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \sec A + \tan A$ [$\because \frac{1}{\cos A} = \sec A$ এবং $\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$]

= ডানপক্ষ

$\therefore \sqrt{\frac{p}{q}} = \sec A + \tan A$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $p = 1 + \sin A$ এবং $q = 1 - \sin A$

বামপক্ষ $= (\sec A - \tan A)^2$

$= \left(\frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}\right)^2$ [$\because \sec A = \frac{1}{\cos A}$ এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$]

$= \left(\frac{1-\sin A}{\cos A}\right)^2 = \frac{(1-\sin A)^2}{\cos^2 A}$

$= \frac{(1-\sin A)^2}{1-\sin^2 A}$ [$\because \cos^2 A = 1 - \sin^2 A$]

$= \frac{(1-\sin A)(1-\sin A)}{(1+\sin A)(1-\sin A)} = \frac{1-\sin A}{1+\sin A}$

$= \frac{q}{p}$ [$\because p = 1 + \sin A$ এবং $q = 1 - \sin A$]

= ডানপক্ষ

$\therefore (\sec A - \tan A)^2 = \frac{q}{p}$. (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $p = 1 + \sin A$ এবং $q = 1 - \sin A$

খ-হতে প্রাপ্ত, $\sqrt{\frac{p}{q}} = \sec A + \tan A$

আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

বা, $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$

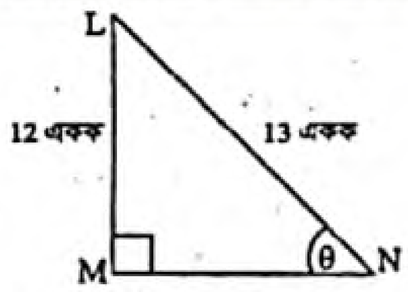
বা, $\sqrt{\frac{p}{q}}(\sec A - \tan A) = 1$

বা, $\left\{\sqrt{\frac{p}{q}}(\sec A - \tan A)\right\}^2 = 1^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{p}{q}(\sec A - \tan A)^2 = 1$ বা, $(\sec A - \tan A)^2 = \frac{1}{\frac{p}{q}} = 1 \times \frac{q}{p}$

$\therefore (\sec A - \tan A)^2 = \frac{q}{p}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৯ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৫



ক. $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta.\sin^2\theta$. ৪

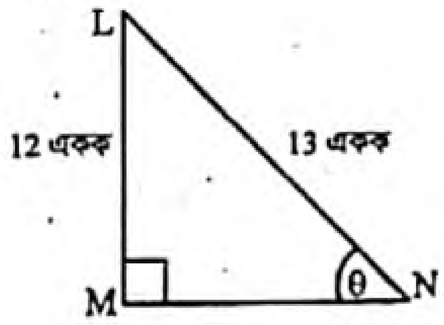
গ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$. ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্র হতে, $LM = 12$ একক,

$LN = 13$ একক

এবং $\angle LNM = \theta$



LMN সমকোণী ত্রিভুজে,

$LM^2 + MN^2 = LN^2$

বা, $(12)^2 + MN^2 = (13)^2$

বা, $144 + MN^2 = 169$

বা, $MN^2 = 169 - 144 = 25$ বা, $MN = \sqrt{25}$ বা, $MN = 5$

আবার, $\cot\angle LNM = \frac{MN}{LM}$

বা, $\cot\theta = \frac{5}{12}$

নির্ণেয় মান $\frac{5}{12}$.

www.abswer.com

www.abswer.com

খ চিত্র হতে, $LM = 12$ একক

$LN = 13$ একক এবং $\angle LNM = \theta$

ক-হতে প্রাপ্ত, $MN = 5$ একক

বামপক্ষ $= \tan^2\theta - \sin^2\theta$

$$= \left(\frac{LM}{MN}\right)^2 - \left(\frac{LM}{LN}\right)^2$$

$$= \left(\frac{12}{5}\right)^2 - \left(\frac{12}{13}\right)^2$$

$$= \frac{144}{25} - \frac{144}{169}$$

$$= \frac{24336 - 3600}{4225} = \frac{20736}{4225}$$

ডানপক্ষ $= \tan^2\theta . \sin^2\theta$

$$= \left(\frac{LM}{MN}\right)^2 . \left(\frac{LM}{LN}\right)^2$$

$$= \left(\frac{12}{5}\right)^2 . \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{144}{25} . \frac{144}{169} = \frac{20736}{4225}$$

$\therefore \tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta . \sin^2\theta$. (প্রমাণিত)

গ চিত্র হতে, $\angle LNM = \theta$

এখন, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = \left(\frac{LM}{LN}\right)^2 + \left(\frac{MN}{LN}\right)^2$

$$= \frac{LM^2}{LN^2} + \frac{MN^2}{LN^2}$$

$$= \frac{LM^2 + MN^2}{LN^2}$$

$$= \frac{LN^2}{LN^2} \; [\because LM^2 + MN^2 = LN^2]$$

$$= 1.$$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$. (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

চিত্র হতে, LMN সমকোণী ত্রিভুজে,

$\angle LMN = 90°, \angle LNM = \theta$

$LM = 12$ একক, $LN = 13$ একক

ক-হতে প্রাপ্ত, $MN = 5$ একক

এখন, $\sin\theta = \frac{LM}{LN}$

$\cos\theta = \frac{MN}{LN}$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$LM^2 + MN^2 = LN^2$

বা, $\frac{LM^2}{LN^2} + \frac{MN^2}{LN^2} = \frac{LN^2}{LN^2}$ [LN^2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(\frac{LM}{LN}\right)^2 + \left(\frac{MN}{LN}\right)^2 = 1$

বা, $(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৫

কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $\sqrt{1+p}$ এবং θ কোণের সন্নিহিত বাহু $\sqrt{2p}$।

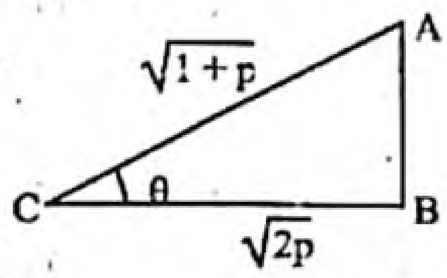
ক. তথ্যগুলো জ্যামিতিক চিত্রে উপস্থাপন করে অপর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. $\sec^2\theta + \tan^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1+\text{cosec}^2\theta}{1-\text{cosec}^2\theta} = -\frac{1}{p}$. ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের



$\angle ABC$ = এক সমকোণ,

অতিভুজ $AC = \sqrt{1+p}$, $\angle ACB = \theta$,

θ কোণের সন্নিহিত বাহু $BC = \sqrt{2p}$

এবং অপর বাহু AB.

এখন পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $AB^2 = AC^2 - BC^2$

বা, $AB^2 = (\sqrt{1+p})^2 - (\sqrt{2p})^2$

বা, $AB^2 = 1 + p - 2p = 1 - p$

$\therefore AB = \sqrt{1-p}$

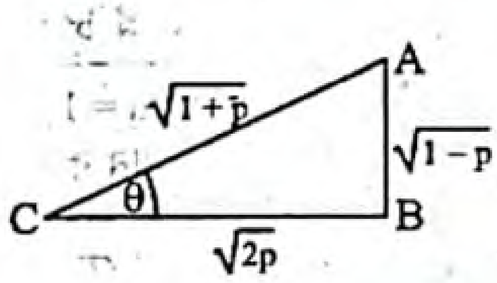
$\therefore$ অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{1-p}$ একক।

খ ক-হতে প্রাপ্ত,

$AB = \sqrt{1-p}$, $BC = \sqrt{2p}$

$AC = \sqrt{1+p}$ এবং $\angle ACB = \theta$

ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে,



$\sec\angle ACB = \frac{AC}{BC}$

বা, $\sec\theta = \frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{2p}}$

এবং $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\theta = \frac{\sqrt{1-p}}{\sqrt{2p}}$

প্রদত্ত রাশি $= \sec^2\theta + \tan^2\theta$

$$= \left(\frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{2p}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1-p}}{\sqrt{2p}}\right)^2$$

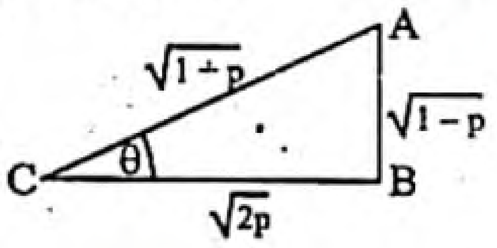
$$= \frac{1+p}{2p} + \frac{1-p}{2p} = \frac{1+p+1-p}{2p} = \frac{2}{2p} = \frac{1}{p}$$

নির্ণেয় মান $\frac{1}{p}$.

গ ক-হতে প্রাপ্ত, $AB = \sqrt{1-p}$,

$AC = \sqrt{1+p}$ এবং $\angle ACB = \theta$

ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে,



$\text{cosec}\angle ACB = \frac{AC}{AB}$

বা, $\text{cosec}\,\theta = \frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{1-p}}$

বামপক্ষ $= \frac{1+\text{cosec}^2\theta}{1-\text{cosec}^2\theta}$

$$= \frac{1 + \left(\frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{1-p}}\right)^2}{1 - \left(\frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{1-p}}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1+p}{1-p}}{1 - \frac{1+p}{1-p}} = \frac{\frac{1-p+1+p}{1-p}}{\frac{1-p-1-p}{1-p}} = \frac{\frac{2}{1-p}}{\frac{-2p}{1-p}}$$

$$= -\frac{2}{1-p} \times \frac{1-p}{2p}$$

$$= -\frac{1}{p} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{1+\text{cosec}^2\theta}{1-\text{cosec}^2\theta} = -\frac{1}{p}$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ১১ ▸ বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা

$\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p + q = \sqrt{2}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\theta = 45°$. ৪

গ. দেখাও যে, $(\tan\theta + \sec\theta)^2 = \frac{1+p}{1-p}$. ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = \sin\theta$, $q = \cos\theta$

এবং $\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

$\therefore \theta = 30°$

নির্ণেয় মান, $\theta = 30°$.

খ দেওয়া আছে, $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$

প্রশ্নমতে, $p + q = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2} - \cos\theta)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta - 2 + 2\sqrt{2}\cos\theta - \cos^2\theta = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45°$

$\therefore \theta = 45°$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$

বামপক্ষ $= (\tan\theta + \sec\theta)^2$

$$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2 = \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}\right)^2$$

$$= \frac{(\sin\theta + 1)^2}{\cos^2\theta} = \frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}$$

$$= \frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)} = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = \frac{1+p}{1-p} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore (\tan\theta + \sec\theta)^2 = \frac{1+p}{1-p}$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২ ▸ বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া

$\tan\theta + \sin\theta = p$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = q$.

ক. $\tan 2\theta = \sqrt{3}$ হলে, $\cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p - q)^2 = \frac{16pq}{(p+q)^2}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\sec\theta - \frac{1}{\sec\theta} = \frac{4pq}{p^2 - q^2}$. ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan 2\theta = \sqrt{3}$

বা, $\tan 2\theta = \tan 60°$

বা, $2\theta = 60°$

$\therefore \theta = 30°$

$\therefore \cos\theta = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

নির্ণেয় মান $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = p$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = q$

$p - q = \tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta = 2\sin\theta$

$p + q = \tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta = 2\tan\theta$

$pq = (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta) = \tan^2\theta - \sin^2\theta$

বামপক্ষ $= (p - q)^2 = (2\sin\theta)^2 = 4\sin^2\theta$

ডানপক্ষ $= \frac{16pq}{(p+q)^2}$

$$= \frac{16(\tan^2\theta - \sin^2\theta)}{(2\tan\theta)^2}$$

$$= \frac{16\tan^2\theta\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}\right)}{4\tan^2\theta} = 4(1 - \cos^2\theta) = 4\sin^2\theta$$

$\therefore (p - q)^2 = \frac{16pq}{(p+q)^2}$. (প্রমাণিত)

গ বামপক্ষ $= \sec\theta - \frac{1}{\sec\theta}$

$$= \frac{\sec^2\theta - 1}{\sec\theta}$$

$$= \frac{\tan^2\theta}{\sec\theta}$$

$$= \frac{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{\frac{1}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \times \frac{\cos\theta}{1}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = \tan\theta.\sin\theta$$

ডানপক্ষ $= \frac{4pq}{p^2 - q^2}$

$$= \frac{4pq}{(p+q)(p-q)}$$

$$= \frac{4(\tan^2\theta - \sin^2\theta)}{2\tan\theta.2\sin\theta}$$ [খ নং হতে মান বসিয়ে]

$$= \frac{4\tan^2\theta\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}\right)}{4\tan\theta.\sin\theta}$$

$$= \frac{\tan\theta\left(1 - \sin^2\theta \times \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)}{\sin\theta}$$

$$= \frac{\tan\theta(1 - \cos^2\theta)}{\sin\theta} = \frac{\tan\theta}{\sin\theta}\sin^2\theta = \tan\theta.\sin\theta$$

$\therefore \sec\theta - \frac{1}{\sec\theta} = \frac{4pq}{p^2 - q^2}$. (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ১ : সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত বর্ণনা করতে পারব।

প্রশ্ন ১৩ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ১-এর আলোকে প্রণীত

ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B সমকোণ।

ক. A কোণের ক্ষেত্রে অতিভুজ, বিপরীত বাহু এবং সন্নিহিত বাহু নির্ণয় কর। ২

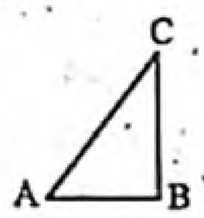
খ. $\tan A = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2 \sin A \cos A = 1$. ৪

গ. $\tan A = \sqrt{3}$ হলে, $\sqrt{3} \sin A \cos A = \frac{3}{4}$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

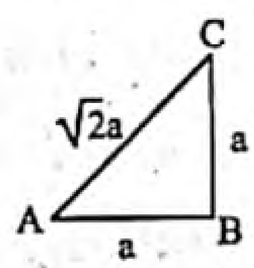
[পাঠ্যবইয়ের উদাহরণ ৪নং এবং অনুশীলনী ৯.১ এর ৫নং এর আলোকে]

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক A কোণের ক্ষেত্রে,
চিত্র হতে পাই, অতিভুজ = AC
বিপরীত বাহু = BC
এবং সন্নিতি বাহু = AB



খ দেওয়া আছে, $\tan A = 1$
অতএব, বিপরীত বাহু = সন্নিহিত বাহু = a
অতিভুজ $= \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$
সুতরাং, $\sin A = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos A = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
এখন বামপক্ষ $= 2 \sin A \cos A$



$= 2 . \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= 2 . \frac{1}{2}$

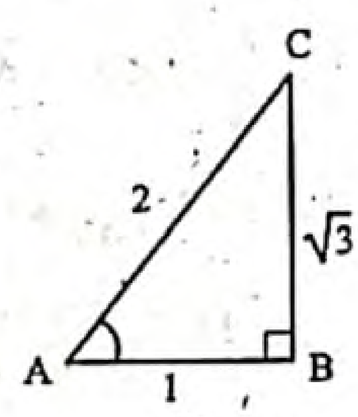
$= 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $2 \sin A \cos A = 1$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,
ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B সমকোণ এবং
$\tan A = \sqrt{3}$

বা, $\frac{BC}{AB} = \sqrt{3}$ $\left[\because \tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}\right]$

বা, $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1}$



অতএব, AB = 1 এবং $BC = \sqrt{3}$

$\therefore$ $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2$

এখানে, $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$

সুতরাং $\sqrt{3} \sin A \cos A = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

অতএব, $\tan A = \sqrt{3}$ এর জন্য $\sqrt{3} \sin A \cos A = \frac{3}{4}$ সত্য।

শিখনফল ২ : সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারব।

প্রশ্ন ১৪ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ২-এর আলোকে প্রণীত

$\cos^2 A + \cos^4 A = 1$.

ক. দেখাও যে, $\frac{\cos^2 A}{1 + \cos^2 A} = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$. ৪

গ. দেখাও যে,
$\tan^4 A + \tan^2 A = 1$ এবং $\sin^2 A + \sec^2 A = 2$. ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$
বা, $\cos^2 A = 1 - \cos^4 A$

বামপক্ষ $= \frac{\cos^2 A}{1 + \cos^2 A} = \frac{1 - \cos^4 A}{1 + \cos^2 A}$

$= \frac{(1 + \cos^2 A)(1 - \cos^2 A)}{(1 + \cos^2 A)}$

$= 1 - \cos^2 A$

$= (1 + \cos A)(1 - \cos A)$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $\frac{\cos^2 A}{1 + \cos^2 A} = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$.(দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$
বা, $\cos^4 A = 1 - \cos^2 A$
বা, $\cos^4 A = \sin^2 A$
বা, $\frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} = \frac{\sin^2 A}{\sin^4 A}$
বা, $\cot^4 A = \frac{1}{\sin^2 A} = \operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$
$\therefore$ $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$
বা, $\cos^4 A = 1 - \cos^2 A$
বা, $\cos^4 A = \sin^2 A$

বামপক্ষ $= \tan^4 A + \tan^2 A$

$= \tan^2 A (\tan^2 A + 1)$

$= \tan^2 A . \sec^2 A$

$= \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} . \frac{1}{\cos^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^4 A}$

$= \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A}$ $[\because \cos^4 A = \sin^2 A]$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $\tan^4 A + \tan^2 A = 1$. (দেখানো হলো)

আবার, বামপক্ষ $= \sin^2 A + \sec^2 A$

$= \sin^2 A + \tan^2 A + 1$

$= \sin^2 A + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} + 1$

$= \sin^2 A + \frac{\cos^4 A}{\cos^2 A} + 1$

$= \sin^2 A + \cos^2 A + 1$ $[\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$

$= 1 + 1$

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $\sin^2 A + \sec^2 A = 2$ (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

শিখনফল ৩ : সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর ধ্রুবতা যাচাই করে প্রমাণ ও গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারব।

প্রশ্ন ১৫ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৩-এর আলোকে প্রণীত

$\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$.

ক. $\cot A$ হলো $\cot$ ও A এর গুণফল– যুক্তি দাও। ২

খ. $\operatorname{cosec} A + \cot A$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $\sec A = -\frac{25}{7}$. ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.১ এর ২৩ ও ২৫নং এর আলোকে]

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\cot A$ হলো $\cot$ ও A এর গুণফল উক্তিটি সঠিক নয়। এখানে $\cot A$ হলো ত্রিকোণমিতিক অনুপাত এবং A হলো সমকোণী ত্রিভুজের যেকোনো একটি কোণের মান, যা $\cot$ এর সাথে যুক্ত হয়ে অর্থপূর্ণ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত প্রকাশ করে এবং ত্রিকোণমিতিক সমস্যা সমাধানে ব্যবহৃত হতে পারে। A বাদে $\cot$ আলাদা কোনো অর্থ বহন করে না।

খ দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

বা, $(\operatorname{cosec} A - \cot A)(\operatorname{cosec} A + \cot A) = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$

[উভয়পক্ষে $(\operatorname{cosec} A + \cot A)$ গুণ করে]

বা, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$

বা, $1 = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$ [$\because \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$]

বা, $\operatorname{cosec} A + \cot A = 1 \times \frac{3}{4}$

$\therefore$ $\operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4}$ (Ans)

$\therefore$ প্রদত্ত রাশিটির মান $= \frac{3}{4}$.

গ দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

বা, $\frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{4}{3}$

বা, $\frac{1 - \cos A}{\sin A} = \frac{4}{3}$

বা, $\left(\frac{1 - \cos A}{\sin A}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 - \cos A)^2}{\sin^2 A} = \frac{16}{9}$

বা, $\frac{(1 - \cos A)^2}{1 - \cos^2 A} = \frac{16}{9}$

বা, $\frac{(1 - \cos A)(1 - \cos A)}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)} = \frac{16}{9}$

বা, $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A} = \frac{16}{9}$

বা, $\frac{1 - \cos A + 1 + \cos A}{1 - \cos A - 1 - \cos A} = \frac{16 + 9}{16 - 9}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\cos A} = \frac{25}{7}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = -\frac{25}{7}$

$\therefore$ $\sec A = -\frac{25}{7}$. (দেখানো হলো)

শিখনফল ৭ : ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি প্রয়োগ করতে পারব।

প্রশ্ন ১৬ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৭-এর আলোকে প্রণীত

$\cot A = \frac{b}{a}$; যেখানে $a = 1$

এবং $b = \sqrt{3}$.

ক. $\tan\theta$ এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম– যুক্তি দাও। ২

খ. উদ্দীপকের শর্ত হতে, $\frac{a\sin A - b\cos A}{a\sin A + b\cos A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} = \frac{1}{2}$. ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.১ এর ২২ ও ২৪নং এর আলোকে]

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\tan\theta$ এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম উক্তিটি সত্য নয়। θ এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য $\tan\theta$ এর মান 1 এর চেয়ে কম বা সমান বা বেশি হতে পারে। যেমন $\theta = 30°, 45°, 60°$ মানের জন্য,

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$; যা 1 এর চেয়ে ছোট।

$\tan 45° = 1$; যা 1 এর সমান।

$\tan 60° = \sqrt{3}$; যা 1 এর চেয়ে বেশি।

অতএব, $\tan\theta$ এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম নয়। $\tan\theta$ এর মান 1 এর কম, সমান ও বেশি হতে পারে।

খ দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{b}{a}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b}{a}$ [$\because \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$]

বা, $a\cos A = b\sin A$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $\frac{a}{b}\cos A = \sin A$

বা, $\sin A = \frac{a}{b}\cos A$ [পক্ষান্তর করে]

এখন, $\frac{a\sin A - b\cos A}{a\sin A + b\cos A}$

$= \frac{a \cdot \frac{a}{b}\cos A - b\cos A}{a \cdot \frac{a}{b}\cos A + b\cos A}$ [$\because \sin A = \frac{a}{b}\cos A$]

$= \frac{\frac{\cos A}{b}(a^2 - b^2)}{\frac{\cos A}{b}(a^2 + b^2)}$

$= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশিটির মান $= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$.

www.abswer.com

www.abswer.com

গ দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

$\therefore \tan A = \frac{1}{\cot A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বামপক্ষ $= \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$

$= \frac{1 + \cot^2 A - (1 + \tan^2 A)}{1 + \cot^2 A + 1 + \tan^2 A}$

[$\because 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$ এবং $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$]

$= \frac{1 + \cot^2 A - 1 - \tan^2 A}{1 + \cot^2 A + 1 + \tan^2 A}$

$= \frac{\cot^2 A - \tan^2 A}{2 + \cot^2 A + \tan^2 A}$

$= \frac{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{2 + (\sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ [tan A ও cot A এর মান বসিয়ে]

$= \frac{3 - \frac{1}{3}}{2 + 3 + \frac{1}{3}}$

$= \frac{\frac{9-1}{3}}{\frac{6+9+1}{3}}$

$= \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{3}}$

$= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16}$

$= \frac{1}{2}$ = ডানপক্ষ

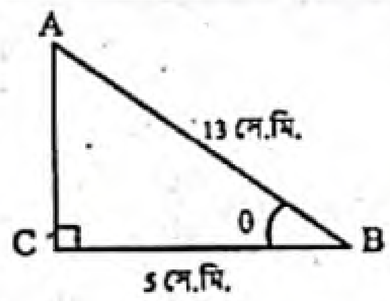
$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} = \frac{1}{2}$. (প্রমাণিত)

সমন্বিত অধ্যায় ও অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ১৭ ▸ অনুশীলনী ৯.১ ও ১৬.৪ এর সমন্বয়ে প্রণীত

চিত্রটি লক্ষ কর :

Δ ABC এর বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যের সমান ধারবিশিষ্ট তিনটি লোহার ঘনককে গলিয়ে একটি নতুন ঘনক তৈরি করা হলো।



ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

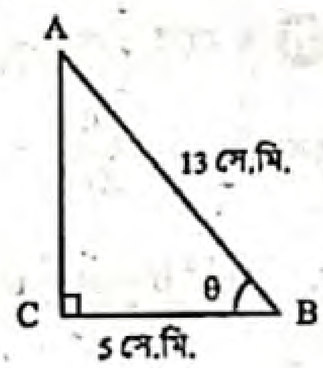
খ. $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} + \sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. নতুন ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, Δ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

যার AB = 13 সে. মি. এবং BC = 5 সে. মি.



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = AB^2 - BC^2$

$= (13)^2 - (5)^2$

$= 169 - 25 = 144$

$\therefore AC = 12$

$\therefore$ AC এর দৈর্ঘ্য 12 সে. মি.।

খ চিত্র হতে পাই,

$\tan\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{5}$, $\sec\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{13}{5}$, $\sin\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} + \sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}}$

$= \frac{\frac{12}{5} + \frac{13}{5} - 1}{\frac{12}{5} - \frac{13}{5} + 1} + \sqrt{\frac{1 - \frac{12}{13}}{1 + \frac{12}{13}}}$

$= \frac{\frac{12 + 13 - 5}{5}}{\frac{12 - 13 + 5}{5}} + \sqrt{\frac{\frac{13 - 12}{13}}{\frac{13 + 12}{13}}}$

$= \frac{20}{5} \times \frac{5}{4} + \sqrt{\frac{1}{13} \times \frac{13}{25}}$

$= 5 + \sqrt{\frac{1}{25}} = 5 + \frac{1}{5} = \frac{25 + 1}{5} = \frac{26}{5}$

নির্ণেয় মান $\frac{26}{5}$.

গ ΔABC এর বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যের সমান ধারবিশিষ্ট তিনটি লোহার ঘনক তৈরি করা হলে, লোহার ঘনকের ধার যথাক্রমে 12 সে. মি., 5 সে. মি. ও 13 সে. মি. হবে।

$\therefore$ ঘনক তিনটির আয়তন যথাক্রমে $(12)^3$ ঘন সে. মি. বা, 1728 ঘন সে. মি., $(5)^3$ ঘন সে. মি. বা, 125 ঘন সে. মি. এবং $(13)^3$ ঘন সে. মি. বা, 2197 ঘন সে. মি.

ঘনক তিনটি গলিয়ে নতুন ঘনক তৈরি করা হলে নতুন ঘনকের আয়তন হবে = (1728 + 125 + 2197) ঘন সে. মি. = 4050 ঘন সে. মি.

$\therefore$ নতুন ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য $= \sqrt[3]{4050}$ সে. মি. = 15.94 সে. মি.

নতুন ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 15.94\sqrt{3}$ সে. মি. = 27.61 সে. মি.

নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 27.61 সে. মি.।

প্রশ্ন ১৮ ▸ অনুশীলনী ৯.১, ৯.২ ও ১০ এর সমন্বয়ে প্রণীত

$\sin A + \cos A = a$, $\sec A + \operatorname{cosec} A = b$ এবং একটি গাছ ঝড়ে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে 10 মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করে।

ক. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। [θ সূক্ষ্মকোণ] ২

খ. প্রমাণ কর যে, $b(a^2 - 1) = 2a$. ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$ [বর্গ করে]

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

বা, $2\sin\theta\cos\theta = 1 - 1$

বা, $\sin\theta . \cos\theta = 0$

www.abswer.com

www.abswer.com

হয় $\sin\theta = 0$
বা, $\sin\theta = \sin 0°$
$\therefore$ $\theta = 0°$

অথবা, $\cos\theta = 0$
বা, $\cos\theta = \cos 90°$
$\therefore$ $\theta = 90°$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ

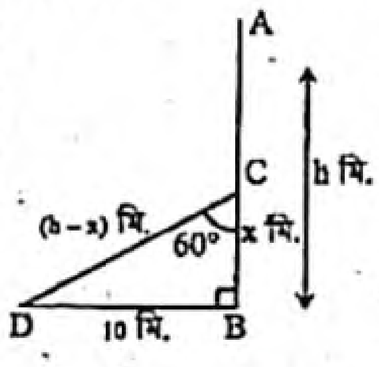
নির্ণেয় মান $\theta = 0°$.

খ দেওয়া আছে, $\sin A + \cos A = a$ এবং $\sec A + \operatorname{cosec} A = b$

বামপক্ষ $= b(a^2 - 1)$
$= (\sec A + \operatorname{cosec} A)\{(\sin A + \cos A)^2 - 1\}$
$= (\sec A + \operatorname{cosec} A)\{(\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A\cos A) - 1\}$
$= (\sec A + \operatorname{cosec} A)(1 + 2\sin A\cos A - 1)$
$= (\sec A + \operatorname{cosec} A).\, 2\sin A\cos A$
$= \left(\frac{1}{\cos A} + \frac{1}{\sin A}\right).\, 2\sin A\cos A$
$= \frac{2\sin A\cos A}{\cos A} + \frac{2\sin A\cos A}{\sin A}$
$= 2\sin A + 2\cos A$
$= 2(\sin A + \cos A)$
$= 2a$
= ডানপক্ষ

$\therefore$ $b(a^2 - 1) = 2a$. (প্রমাণিত)

গ মনেকরি, সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার। গাছটি $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60°$ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া হতে 10 মিটার দূরে D বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে।



এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মি.
এখন,

$\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{10}{h - x}$
বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{h - x}$
বা, $\sqrt{3}(h - x) = 20$
বা, $h - x = \frac{20}{\sqrt{3}}$
$\therefore$ $h = \frac{20}{\sqrt{3}} + x$ ..... (1)

আবার,
$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$
বা, $\tan 60° = \frac{10}{x}$
বা, $\sqrt{3} = \frac{10}{x}$
$\therefore$ $x = \frac{10}{\sqrt{3}}$

(1)নং সমীকরণ হতে পাই,
$h = \frac{20}{\sqrt{3}} + \frac{10}{\sqrt{3}}$
বা, $h = \frac{20 + 10}{\sqrt{3}}$
বা, $h = \frac{30}{\sqrt{3}}$
বা, $h = \frac{10 \times 3}{\sqrt{3}}$
বা, $h = \frac{10 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
বা, $h = 10\sqrt{3}$ মিটার

নির্ণেয় সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ মিটার।

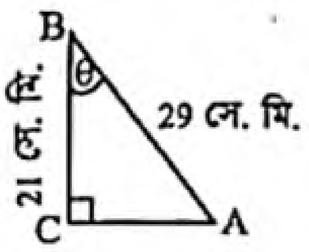
প্রশ্ন ১৯ ▸ পাঠ্যবইয়ের ১৮০ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রণীত

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle C$ সমকোণ, $AB = 29$ সে.মি., $BC = 21$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$.

ক. বর্ণনা অনুযায়ী ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২
খ. $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ ও $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $\cos^2\theta - \sin^2\theta$ এবং $\sec^2\theta - \tan^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক বর্ণনা অনুযায়ী ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হল :



চিত্রে, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার
$\angle C$ = এক সমকোণ,
$AB = 29$ সে.মি.,
$BC = 21$ সে.মি.
এবং $\angle ABC = \theta$.

খ ক-এর চিত্র অনুযায়ী,
θ কোণের সন্নিহিত বাহু, $BC = 21$ সে.মি.
অতিভুজ, $AB = 29$ সে.মি.
$\therefore$ বিপরীত বাহু, $AC = \sqrt{(29)^2 - (21)^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{841 - 441}$ সে.মি.
$= \sqrt{400}$ সে.মি.
$= 20$ সে.মি.

এখন, $\sin\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{20}{29}$, $\cos\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{21}{29}$
$\tan\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{20}{21}$
এবং $\sec\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{29}{21}$

$\therefore$ $\sin\theta = \frac{20}{29}$, $\cos\theta = \frac{21}{29}$ $\tan\theta = \frac{20}{21}$ এবং $\sec\theta = \frac{29}{21}$.

গ খ হতে প্রাপ্ত, $\sin\theta = \frac{20}{29}$; $\cos\theta = \frac{21}{29}$; $\tan\theta = \frac{20}{21}$
এবং $\sec\theta = \frac{29}{21}$

$\therefore$ $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \left(\frac{21}{29}\right)^2 - \left(\frac{20}{29}\right)^2$
$= \frac{441}{841} - \frac{400}{841}$
$= \frac{441 - 400}{841}$
$= \frac{41}{841}$

এবং $\sec^2\theta - \tan^2\theta = \left(\frac{29}{21}\right)^2 - \left(\frac{20}{21}\right)^2$
$= \frac{841}{441} - \frac{400}{441}$
$= \frac{841 - 400}{441}$
$= \frac{441}{441} = 1$

নির্ণেয় মান $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{41}{841}$ এবং $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$.

www.abswer.com

www.abswer.com

অধ্যায় ৯ অনুশীলনী ৯.২

বিভিন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

সাধারণ গাণিতিক অংশ — পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, পাঠ্যবইয়ে এ অধ্যায়ে অনুশীলনীতে বিভিন্ন ধরনের ত্রিকোণমিতিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের যথাযথ ও নির্ভুল সমাধান এ অংশে সংযোজন করা হলো। এসব প্রশ্ন ও সমাধানের অনুশীলন তোমাদের সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের ধারণা সমৃদ্ধকরণে সহায়তা করবে।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

১. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে $\cot\theta$ এর মান কোনটি?

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ 2

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \frac{1}{2} = \cos 60°$

$\therefore \theta = 60°$ সুতরাং, $\cot\theta = \cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

২. $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3}$ হলে, $\cos^4\theta - \sin^4\theta$ এর মান কত?

ক 3 খ 2 গ 1 ঘ $\frac{1}{3}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos^4\theta - son^4\theta = (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2$

$= (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

৩. $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin\theta =$ কত?

ক $\frac{1}{2}$ খ 0 গ 1 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot(\theta - 30°) = \cot 60°$

বা, $\theta - 30° = 60°$

$\therefore \theta = 60° + 30° = 90°$

$\therefore \sin\theta = \sin 90° = 1$.

৪. $\tan(3A) = \sqrt{3}$ হলে, $A =$ কত?

ক 45° খ 30° গ 20° ঘ 15°

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan(3A) = \sqrt{3} = \tan 60°$

বা, $3A = 60°$ $\therefore A = 20°$.

৫. $0° \le \theta \le 90°$ এর জন্য $\sin\theta$ এর সর্বোচ্চ মান কত?

ক -1 খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

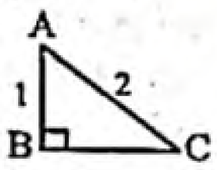
তথ্য/ব্যাখ্যা : $0° \le \theta \le 90°$ এর জন্য $\sin\theta$ এর সর্বোচ্চ মান 1

৬. ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ AC = 2, AB = 1

i. $\angle ACB = 30°$

ii. $\tan A = \sqrt{3}$

iii. $\sin(A + C) = 0$



নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii গ i ও ii ঘ ii ও iii

তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে,

(i) $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} = \sin 30°$

$\therefore \angle ACB = 30°$ $\therefore$ i নং সঠিক।

(ii) $\angle A = 90° - \angle C = 90° - 30° = 60°$

$\therefore \tan A = \tan 60° = \sqrt{3}$

$\therefore$ ii নং সঠিক।

(iii) $\sin(A + C) = \sin(60° + 30°) = \sin 90° = 1$

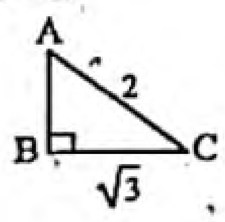
$\therefore$ iii নং সঠিক নয়।

৭. ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ AC = 2, AB = 1

i. $\cos A = \sin C$

ii. $\cos A + \sec A = \frac{5}{2}$

iii. $\tan C = \frac{2}{\sqrt{3}}$



নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) $AB = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{2^2 (\sqrt{3^2})} = \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1$.

$\therefore \cos A = \sin C$ বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{AB}{AC}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

(ii) $\cos A + \sec A = \frac{AB}{AC} + \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2} + \frac{2}{1} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$

(iii) $\tan C = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ সুতরাং, i ও ii সঠিক।

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	ক	২	ঘ	৩	গ	৪	গ	৫	ঘ	৬	গ	৭	ক

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর ত্রিকোণমিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

❑ মান নির্ণয় কর (৮–১১) :

প্রশ্ন ৮ ▸ $\frac{1 - \cot^2 60°}{1 + \cot^2 60°}$

সমাধান : আমরা জানি, $\cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \frac{1 - \cot^2 60°}{1 + \cot^2 60°}$

$= \frac{1 - (\cot 60°)^2}{1 + (\cot 60°)^2}$

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ [cot 60°-এর মান বসিয়ে]

$= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

নির্ণেয় মান $\frac{1}{2}$.

প্রশ্ন ৯ ▸ $\tan 45° . \sin^2 60° . \tan 30° . \tan 60°$

সমাধান : আমরা জানি, $\tan 45° = 1$, $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan 60° = \sqrt{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \tan 45° . \sin^2 60° . \tan 30° . \tan 60°$

$= (\tan 45°) . (\sin 60°)^2 . \tan 30° . (\tan 60°)$

$= (1) . \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 . \frac{1}{\sqrt{3}} . (\sqrt{3})$ [মান বসিয়ে]

$= 1 . \frac{3}{4} . 1 = \frac{3}{4}$

নির্ণেয় মান $\frac{3}{4}$.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১০ ▸ $\frac{1-\cos^2 60^\circ}{1+\cos^2 60^\circ}+\sec^2 60^\circ$

সমাধান : আমরা জানি, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ এবং $\sec 60^\circ=2$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=\frac{1-\cos^2 60^\circ}{1+\cos^2 60^\circ}+\sec^2 60^\circ$

$=\frac{1-(\cos 60^\circ)^2}{1+(\cos 60^\circ)^2}+(\sec 60^\circ)^2$

$=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}+(2)^2$

$=\frac{1-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}+4=\frac{\frac{4-1}{4}}{\frac{4+1}{4}}+4$

$=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}+4=\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}+4=\frac{3}{5}+4=\frac{3+20}{5}=\frac{23}{5}$

নির্ণেয় মান $\frac{23}{5}$.

প্রশ্ন ১১ ▸ $\cos 45^\circ.\cot^2 60^\circ.\operatorname{cosec}^2 30^\circ$

সমাধান : আমরা জানি, $\cos 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cot 60^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\operatorname{cosec} 30^\circ=2$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=\cos 45^\circ.\cot^2 60^\circ.\operatorname{cosec}^2 30^\circ$

$=\cos 45^\circ.(\cot 60)^2.(\operatorname{cosec} 30^\circ)^2$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2.2^2$ [মান বসিয়ে]

$=\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{3}.4=\frac{2.\sqrt{2}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

নির্ণেয় মান $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

☐ দেখাও যে (১২–১৭) :

প্রশ্ন ১২ ▸ $\cos^2 30^\circ-\sin^2 30^\circ=\cos 60^\circ$

সমাধান :

বামপক্ষ $=\cos^2 30^\circ-\sin^2 30^\circ=(\cos 30^\circ)^2-(\sin 30^\circ)^2$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$ [$\because \cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 30^\circ=\frac{1}{2}$]

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3-1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

ডানপক্ষ $=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ [$\because \cos 60^\circ=\frac{1}{2}$]

$\therefore \cos^2 30^\circ-\sin^2 30^\circ=\cos 60^\circ$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩ ▸ $\sin 60^\circ.\cos 30^\circ+\cos 60^\circ.\sin 30^\circ=\sin 90^\circ$

সমাধান :

বামপক্ষ $=\sin 60^\circ.\cos 30^\circ+\cos 60^\circ.\sin 30^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}$

[$\because \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ এবং $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$]

$=\frac{(\sqrt{3})^2}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1=\sin 90^\circ=$ ডানপক্ষ

$\therefore \sin 60^\circ\cos 30^\circ+\cos 60^\circ\sin 30^\circ=\sin 90^\circ$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ▸ $\cos 60^\circ.\cos 30^\circ+\sin 60^\circ.\sin 30^\circ=\cos 30^\circ$

সমাধান : বামপক্ষ $=\cos 60^\circ.\cos 30^\circ+\sin 60^\circ.\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}$

[$\because \cos 60^\circ=\frac{1}{2}, \cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 30^\circ=\frac{1}{2}$]

$=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{4}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ [$\because \cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$]

$\therefore \cos 60^\circ.\cos 30^\circ+\sin 60^\circ.\sin 30^\circ=\cos 30^\circ$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৫ ▸ $\sin 3A=\cos 3A$ যদি $A=15^\circ$ হয়।

সমাধান : বামপক্ষ $=\sin 3A$

$=\sin(3\times 15^\circ)$ [$\because A=15^\circ$]

$=\sin 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$ [$\because \sin 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$]

ডানপক্ষ $=\cos 3A$

$=\cos(3\times 15^\circ)$ [$\because A=15^\circ$]

$=\cos 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$ [$\because \cos 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$]

$\therefore \sin 3A=\cos 3A$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৬ ▸ $\sin 2A=\frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$ যদি $A=45^\circ$ হয়।

সমাধান :

বামপক্ষ $=\sin 2A$

$=\sin(2\times 45^\circ)$ [$\because A=45^\circ$]

$=\sin 90^\circ=1$ [$\because \sin 90^\circ=1$]

ডানপক্ষ $=\frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}=\frac{2\tan A}{1+(\tan A)^2}$

$=\frac{2\tan 45^\circ}{1+(\tan 45^\circ)^2}$ [$\because A=45^\circ$]

$=\frac{2.1}{1+(1)^2}$ [$\because \tan 45^\circ=1$]

$=\frac{2}{1+1}=\frac{2}{2}=1$

$\therefore \sin 2A=\frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৭ ▸ $\tan 2A=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$ যদি $A=30^\circ$ হয়।

সমাধান : বামপক্ষ $=\tan 2A$

$=\tan(2\times 30^\circ)$ [$\because A=30^\circ$]

$=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ [$\because \tan 60^\circ=\sqrt{3}$]

ডানপক্ষ $=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

$=\frac{2\tan A}{1-(\tan A)^2}$

$=\frac{2\tan 30^\circ}{1-(\tan 30^\circ)^2}$ [$\because A=30^\circ$]

$=\frac{2.\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ [$\because \tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$]

$=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3-1}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

$\therefore \tan 2A=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$. (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১৮ ▸ $2\cos(A+B) = 1 = 2\sin(A-B)$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ হলে দেখাও যে, $A = 45°, B = 15°$.

সমাধান : দেওয়া আছে,

$2\cos(A+B) = 1$

বা, $\cos(A+B) = \frac{1}{2}$

বা, $\cos(A+B) = \cos 60°$ $[\because \cos 60° = \frac{1}{2}]$

$\therefore$ $A+B = 60°$ ..... (1)

আবার, $2\sin(A-B) = 1$

বা, $\sin(A-B) = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(A-B) = \sin 30°$ $[\because \sin 30° = \frac{1}{2}]$

$\therefore$ $A-B = 30°$ ..... (2)

এখন, সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$A+B+A-B = 60°+30°$

বা, $2A = 90°$

$\therefore$ $A = 45°$

আবার, সমীকরণ (1) থেকে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$A+B-A+B = 60°-30°$

$2B = 30°$

$\therefore$ $B = 15°$

$\therefore$ $A = 45°$ এবং $B = 15°$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৯ ▸ $\cos(A-B) = 1$, $2\sin(A+B) = \sqrt{3}$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ হলে, A ও B এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos(A-B) = 1$

বা, $\cos(A-B) = \cos 0°$

$\therefore$ $A-B = 0°$..... (1)

আবার, $2\sin(A+B) = \sqrt{3}$

বা, $\sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(A+B) = \sin 60°$

$\therefore$ $A+B = 60°$..... (2)

এখন সমীকরণ (1) ও (2) নং যোগ করে পাই,

$2A = 60°$

$\therefore$ $A = 30°$

এখন, সমীকরণ (2) থেকে সমীকরণ (1) বিয়োগ করে পাই,

$2B = 60°$

$\therefore$ $B = 30°$

নির্ণেয় মান : $A = 30°$ এবং $B = 30°$.

প্রশ্ন ২০ ▸ সমাধান কর : $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

সমাধান : এখানে, $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

$\therefore$ $\frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1-\sqrt{3}-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cos A}{-2\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

বা, $-\frac{\cos A}{\sin A} = -\sqrt{3}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{3}$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $\cot A = \sqrt{3}$ $[\because \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}]$

বা, $\cot A = \cot 30°$

$\therefore$ $A = 30°$

নির্ণেয় সমাধান : $A = 30°$.

প্রশ্ন ২১ ▸ A ও B সূক্ষ্মকোণ এবং $\cot(A+B) = 1$, $\cot(A-B) = \sqrt{3}$ হলে, A ও B এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$\cot(A+B) = 1$

বা, $\cot(A+B) = \cot 45°$ $[\because \cot 45° = 1]$

$\therefore$ $A+B = 45°$ ..... (1)

আবার, $\cot(A-B) = \sqrt{3}$

বা, $\cot(A-B) = \cot 30°$ $[\because \cot 30° = \sqrt{3}]$

$\therefore$ $A-B = 30°$ ..... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই, $2A = 75°$

বা, $A = \frac{75°}{2} = 37\frac{1}{2}°$

আবার, সমীকরণ (1) নং হতে (2) নং বিয়োগ করে পাই,

$2B = 15°$

বা, $B = \frac{15°}{2} = 7\frac{1}{2}°$

নির্ণেয় মান : $A = 37\frac{1}{2}°$ এবং $B = 7\frac{1}{2}°$.

প্রশ্ন ২২ ▸ দেখাও যে, $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$; যদি $A = 30°$ হয়।

সমাধান : বামপক্ষ $= \cos 3A$

$= \cos(3 \times 30°)$ $[\because A = 30°]$

$= \cos 90° = 0$ $[\because \cos 90° = 0]$

ডানপক্ষ $= 4\cos^3 A - 3\cos A$

$= 4(\cos A)^3 - 3\cos A$

$= 4(\cos 30°)^3 - 3\cos 30°$ $[\because A = 30°]$

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $[\because \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}]$

$= 4\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3})^2}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

$\therefore$ $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২৩ ▸ সমাধান কর : $\sin\theta + \cos\theta = 1$; যখন $0° \le \theta \le 90°$

সমাধান : এখানে, $\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (1)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 1$

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

বা, $2\sin\theta\cos\theta = 0$

$\therefore$ $\sin\theta . \cos\theta = 0$

দুইটি রাশির গুণফল শূন্য হলে রাশি দুইটির অন্তত যেকোনো একটির মান শূন্য হতে হবে।

হয়, $\sin\theta = 0$

বা, $\sin\theta = \sin 0°$ $[\because \sin 0° = 0]$

$\therefore$ $\theta = 0°$

আবার, $\cos\theta = 0$

বা, $\cos\theta = \cos 90°$ $[\because \cos 90° = 0]$

$\therefore$ $\theta = 90°$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 0°, 90°$.

প্রশ্ন ২৪ ▸ সমাধান কর : $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$ যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

সমাধান : এখানে, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$

বা, $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$ $[\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$

বা, $\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta - 2 + 5\cos\theta = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$

বা, $(\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

www.abswer.com

www.abswer.com

দুইটি রাশির গুণফল শূন্য হলে তাদের অন্তত যেকোনো একটির মান শূন্য হবে।

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$
বা, $2\cos\theta = 1$
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$
বা, $\cos\theta = \cos 60°$ [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]
$\therefore \theta = 60°$

আবার, $\cos + 3 = 0$
বা, $\cos\theta = -3$
কিন্তু এটা গ্রহণযোগ্য নয় $-1 \le \cos\theta \le 1$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 60°$.

প্রশ্ন ২৫ ▸ সমাধান কর : $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$; θ সূক্ষ্মকোণ।

সমাধান : দেওয়া আছে, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$
বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$ [$\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$]
বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$
বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$
বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]
বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$
বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$
বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $\cos\theta - 1 = 0$
বা, $\cos\theta = 1$
বা, $\cos\theta = \cos 0°$
$\therefore \theta = 0°$
[গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ]

অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$
বা, $2\cos\theta = 1$
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$
বা, $\cos\theta = \cos 60°$
$\therefore \theta = 60°$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 60°$.

প্রশ্ন ২৬ ▸ সমাধান কর : $\tan^2\theta - (1+\sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan^2\theta - (1+\sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$
বা, $\tan^2\theta - \tan\theta - \sqrt{3}\tan\theta + \sqrt{3} = 0$
বা, $\tan\theta(\tan\theta - 1) - \sqrt{3}(\tan\theta - 1) = 0$
বা, $(\tan\theta - 1)(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

দুইটি রাশির গুণফল শূন্য। অতএব, তাদের অন্তত একটি রাশির মান শূন্য হবে।

হয়, $\tan\theta - 1 = 0$
বা, $\tan\theta = 1$
বা, $\tan\theta = \tan 45°$
[$\because \tan 45° = 1$]
$\therefore \theta = 45°$

আবার, $\tan\theta - \sqrt{3} = 0$
বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$
বা, $\tan\theta = \tan 60°$
$\therefore \theta = 60°$ [$\because \tan 60° = \sqrt{3}$]

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 45°$ এবং $60°$.

প্রশ্ন ২৭ ▸ মান নির্ণয় কর :

$$3\cot^2 60° + \frac{1}{4}\operatorname{cosec}^2 30° + 5\sin^2 45° - 4\cos^2 60°$$

সমাধান : $3\cot^2 60° + \frac{1}{4}\operatorname{cosec}^2 30° + 5\sin^2 45° - 4\cos^2 60°$

$= 3(\cot 60°)^2 + \frac{1}{4}(\operatorname{cosec} 30°)^2 + 5(\sin 45°)^2 - 4(\cos 60°)^2$

[$\because \cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\operatorname{cosec} 30° = 2$, $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos 60° = \frac{1}{2}$]

$= 3.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4}.2^2 + 5.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 3.\frac{1}{3} + 1 + 5.\frac{1}{2} - 4.\frac{1}{4}$

$= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1 = 1 + \frac{5}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$

নির্ণেয় মান : $\frac{7}{2}$.

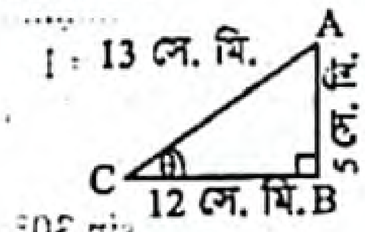
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২৮ ABC এর $\angle B = 90°$, AB = 5 সে.মি., BC = 12 সে.মি.।

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
খ. $\angle C = \theta$ হলে $\sin\theta + \cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর।
গ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A = \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$.

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC এর
$\angle B = 90°$
AB = 5 সে.মি.
BC = 12 সে.মি.



অতএব, θ কোণের বিপরীত বাহু, AB = 5 সে.মি.
সন্নিহিত বাহু, BC = 12 সে.মি.
অতিভুজ, $AC = \sqrt{(12)^2 + 5^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{144 + 25}$ সে.মি. $= \sqrt{169}$ সে.মি. = 13 সে.মি.
$\therefore$ AC এর পরিমাণ 13 সে.মি.।

খ (ক) হতে পাই, $\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$ এবং $\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$

$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{5+12}{13} = \frac{17}{13}$

নির্ণেয় মান $\frac{17}{13}$.

গ দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle B = 90°$, AB = 5 সে.মি. BC = 12 সে.মি., এবং AC = 13 সে.মি. ['ক' নং হতে প্রাপ্ত]

এখন, $\sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{13}{5}$

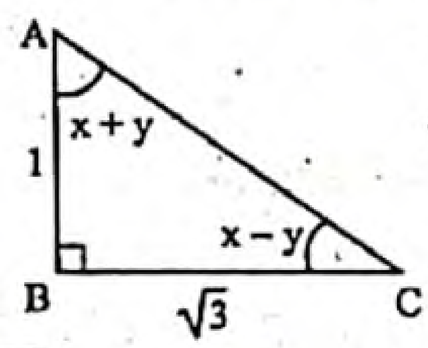
এবং $\operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} = \frac{13}{12}$

বামপক্ষ $= \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A$
$= \left(\frac{13}{5}\right)^2 + \left(\frac{13}{12}\right)^2$
$= \frac{169}{25} + \frac{169}{144} = \frac{24336 + 4225}{3600} = \frac{28561}{3600}$

ডানপক্ষ $= \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$
$= \left(\frac{13}{5}\right)^2 \times \left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{169}{25} \times \frac{169}{144} = \frac{28561}{3600}$

$\therefore \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A = \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২৯



প্রদত্ত চিত্রের আলোকে,

ক. AC এর পরিমাণ কত?
খ. $\tan A + \tan C$ এর মান নির্ণয় কর।
গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর।

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্র হতে পাই, $\angle B = 1$ সমকোণ
$\angle A = x + y$; $\angle C = x - y$
অতএব, C বা $(x - y)$ কোণের বিপরীত বাহু, AB = 1
সন্নিহিত বাহু, $BC = \sqrt{3}$
অতিভুজ, $AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$.

www.abswer.com

www.abswer.com

খ (ক) হতে পাই, $\tan C = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

আবার, A বা $(x+y)$ কোণের বিপরীত বাহু, $BC = \sqrt{3}$

সন্নিহিত বাহু, $AB = 1$

$\therefore \tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত ভূমি}} = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

এখন, $\tan A + \tan C = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}} = \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান, $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

গ (খ) হতে পাই,

$\tan A = \tan (x+y) = \sqrt{3}$

বা, $\tan (x+y) = \tan 60°$ বা, $x + y = 60°$

$\therefore x + y = 60°$ ..... (1)

আবার, $\tan C = \tan (x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan (x-y) = \tan 30°$

বা, $x - y = 30°$ ..... (2)

এখন, (1)নং ও (2)নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 60° + 30°$

বা, $2x = 90°$

বা, $x = \frac{90°}{2} = 45°$

আবার, (1) থেকে (2) বিয়োগ করে পাই,

$x + y - x + y = 60° - 30°$

বা, $2y = 30°$ বা, $y = \frac{30°}{2} = 15°$

অতএব, নির্ণেয় মান $x = 45°$ এবং $y = 15°$.

প্রশ্ন ৩০ $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$, $\tan\theta = r$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $r = \sqrt{(3)^{-1}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $p + q = \sqrt{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\theta = 45°$.

গ. $7p^2 + 3q^2 = 4$ হলে দেখাও যে, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

৩০নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta = r$

এখন, $r = \sqrt{(3)^{-1}}$ হলে, $\tan\theta = \sqrt{(3)^{-1}}$

বা, $\tan\theta = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

$\therefore \theta = 30°$

নির্ণেয় মান : $\theta = 30°$.

খ দেওয়া আছে, $\sin\theta = p$ এবং $\cos\theta = q$

$p + q = \sqrt{2}$ হলে, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2} - \cos\theta)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2})^2 - 2.\sqrt{2}.\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $\sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = 1$ বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ বা, $\cos\theta = \cos 45°$

$\therefore \theta = 45°$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\sin\theta = p$ এবং $\cos\theta = q$

$7p^2 + 3q^2 = 4$ হলে, $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$

বা, $7\sin^2\theta + 3(1 - \sin^2\theta) = 4$

বা, $7\sin^2\theta + 3 - 3\sin^2\theta = 4$

বা, $4\sin^2\theta + 3 = 4$

বা, $4\sin^2\theta = 4 - 3$

বা, $4\sin^2\theta = 1$

বা, $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

বামপক্ষ $= \tan\theta = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (দেখানো হলো)

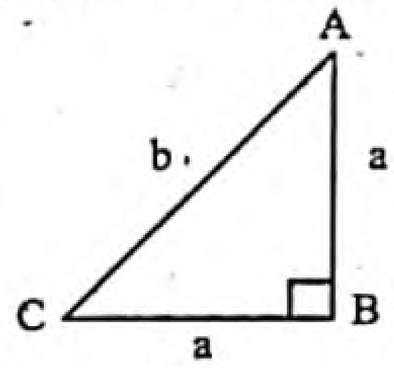
পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর ত্রিকোণমিতিক প্রশ্নাবলির সমাধান

প্রশ্ন ৩১ ▸ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং AB = BC হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{BC\cos C - AC\cos B}{BC\cos B - AC\cos A} + \cos C = 0$.

সমাধান : এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং $AB = BC$.

ধরি, $AB = BC = a$ এবং $AC = b$

এখন, চিত্র হতে,



$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{b}$

$\cos B = \cos 90° = 0$

এবং $\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$

বামপক্ষ $= \frac{BC\cos C - AC\cos B}{BC\cos B - AC\cos A} + \cos C$

$= \frac{a.\frac{a}{b} - b.0}{a.0 - b.\frac{a}{b}} + \frac{a}{b}$

$= \frac{\frac{a^2}{b}}{-a} + \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b} \times \frac{1}{-a} + \frac{a}{b} = -\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = 0 =$ ডানপক্ষ

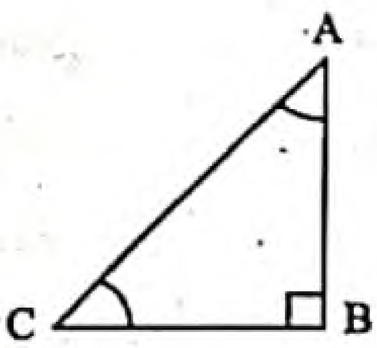
$\therefore \frac{BC\cos C - AC\cos B}{BC\cos B - AC\cos A} + \cos C = 0$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩২ ▸ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং $\cot A + \cot B = 2\cot C$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 + BC^2 = 2AB^2$ হবে।

সমাধান : এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ = 90°।

$\therefore \cot A = \frac{AB}{BC}$ এবং $\cot C = \frac{BC}{AB}$

এখন, $\cot A + \cot B = 2\cot C$



বা, $\frac{AB}{BC} + \cot 90° = 2.\frac{BC}{AB}$

বা, $\frac{AB}{BC} + 0 = \frac{2BC}{AB}$

বা, $\frac{AB}{BC} = \frac{2BC}{AB}$ বা, $AB^2 = 2BC^2$

বা, $AB^2 = BC^2 + BC^2$

বা, $AB^2 = BC^2 + AC^2 - AB^2$

[$\because$ ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$]

বা, $AB^2 + AB^2 = AC^2 + BC^2$

বা, $2AB^2 = AC^2 + BC^2$

$\therefore AC^2 + BC^2 = 2AB^2$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

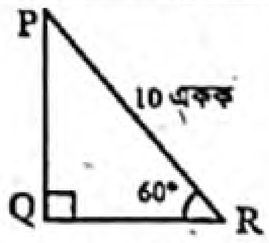
www.abswer.com

বহুনির্বাচনি অংশ MCQ SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, বহুনির্বাচনি অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তরের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর এবং মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রশ্নের নিচে সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি (তথ্য/ব্যাখ্যা) দেওয়া হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — সঠিক উত্তরের সপক্ষে যুক্তি সংবলিত

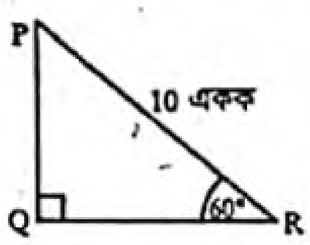
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. 

PQ-এর দৈর্ঘ্য কত? [ঢা. বো. '২০]

ক $10\sqrt{3}$ একক খ $5\sqrt{3}$ একক গ $\frac{10}{\sqrt{3}}$ একক ঘ $\frac{5}{\sqrt{3}}$ একক

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



ΔPQR-এ, $\angle R = 60°$

$\therefore \sin 60° = \frac{PQ}{10}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PQ}{10}$

$\therefore PQ = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ একক।

২. $\tan(\theta - 60°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin\theta =$ কত? [রা. বো. '২০]

ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ 1

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan(\theta - 60°) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

বা, $\theta - 60° = 30°$

$\therefore \theta = 30° + 60° = 90°$

$\therefore \sin\theta = \sin 90° = 1.$

৩. $0° \le \theta \le 90°$ হলে, $2\cos^2\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? [রা. বো. '২০]

ক 0° খ 30° গ 45° ঘ 60°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $2\cos^2\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$

বা, $2(1 - \sin^2\theta) + 3\sin\theta - 3 = 0$

বা, $2 - 2\sin^2\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$

বা, $-2\sin^2\theta + 3\sin\theta - 1 = 0$

বা, $-(2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1) = 0$

বা, $2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1 = 0$

বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta - \sin\theta + 1 = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta - 1) - 1(\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(\sin\theta - 1)(2\sin\theta - 1) = 0$

$\therefore \sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \sin 90°$

$\therefore \theta = 90°$

যেহেতু $0° \le \theta < 90°$

$\therefore \theta = 30°.$

অথবা $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

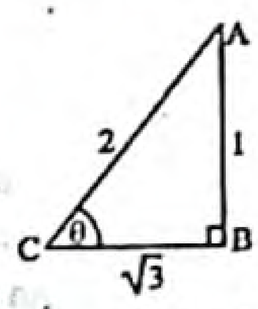
বা, $\sin\theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°.$

৪. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত? [রা. বো. '২০]

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ 2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



এখানে, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

$\therefore \tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

৫. $\tan(\theta + 30°) = \sqrt{3}$ হলে θ এর মান কত? [য. বো. '২০]

ক 0° খ 30° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan(\theta + 30°) = \sqrt{3}$

বা, $\tan(\theta + 30°) = \tan 60°$

বা, $\theta + 30° = 60°$

বা, $\theta = 60° - 30° = 30°.$

৬. $A = \frac{\pi}{6}$ হলে, $\tan 2A =$ কত? [য. বো. '২০]

ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$

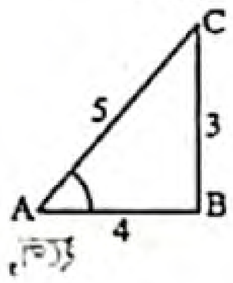
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 2A = \tan\left(2 \times \frac{\pi}{6}\right)$ $[\because A = \frac{\pi}{6}]$

$= \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}.$

৭. $4\sec A = 5$ হলে $\sin A = ?$ [কু. বো. '২০]

ক $\frac{25}{16}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{9}{25}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



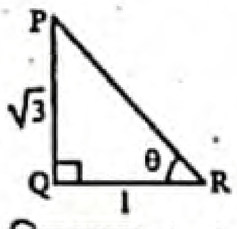
$4\sec A = 5$

বা, $\sec A = \frac{5}{4}$

$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$

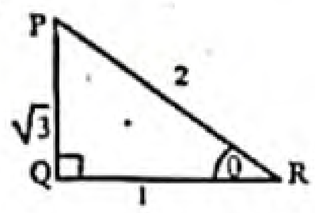
$\therefore \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}.$

৮. 

চিত্র হতে $\sin\theta\sec\theta$ এর মান কত? [চ. বো. '২০]

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\sqrt{3}$ গ 1 ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে পাই, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$



$\sec\theta = \frac{2}{1} = 2$

$\therefore \sin\theta \cdot \sec\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}.$

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

১	খ	২	ঘ	৩	খ	৪	ক	৫	খ	৬	ঘ	৭	গ	৮	খ

www.abswer.com

www.abswer.com

৯. $\tan A = \frac{4}{3}$ হলে $\sec A =$ কত? [সি. বো. '২০]

ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{5}{3}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{4}{5}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$

$= 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2$ [মান বসিয়ে]

$= 1 + \frac{16}{9} = \frac{25}{9}$

$\therefore \sec A = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$.

১০. $\frac{1 - \tan^2 60°}{1 + \tan^2 60°} + \sin^2 30°$ এর মান কত? [দি. বো. '২০]

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{4}$ গ $-\frac{1}{2}$ ঘ $-\frac{1}{4}$

১১. $1 + \tan^2\theta = 4$ হলে θ এর মান কত? [ঢা. বো. '১৯; য. বো. '১৭]

ক 0° খ 30° গ 45° ঘ 60°

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $1 + \tan^2\theta = 4$

বা, $\sec^2\theta = 4$

বা, $\sec\theta = \sqrt{4}$

বা, $\sec\theta = 2$

বা, $\sec\theta = \sec 60°$ $\therefore \theta = 60°$.

১২. $A = 30°$ হলে $\tan A \tan 2A$ এর মান কত? [য. বো. '১৯, '১৫]

ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ 1

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan A \tan 2A$

$= \tan 30° \tan(2 \times 30°) = \tan 30° \tan 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 1$.

১৩. $\tan A = 1$ হলে $\cos A$ এর মান কত? [কু.বো. '১৯]

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 2

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $\tan A = 1$

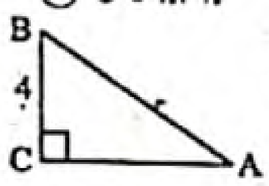
বা, $\tan A = \tan 45°$

$\therefore A = 45°$

$\therefore \cos A = \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

১৪. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C =$ সমকোণ, $\angle B = 2\angle A$ এবং $BC = 4$ সে.মি. হলে AB এর মান কত? [চ. বো. '১৯]

ক 2 সে.মি. খ 4 সে.মি. গ 6 সে.মি. ঘ 8 সে.মি.



›› তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC-এ $\angle C = 90°$

এবং $\angle B = 2\angle A$

$\therefore \angle A + \angle B = 90°$

বা, $\angle A + 2\angle A = 90°$

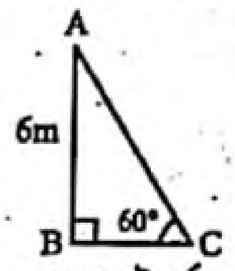
$\therefore \angle A = 30°$

এখন, $\sin\angle A = \frac{BC}{AB}$

বা, $\sin 30° = \frac{4}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{4}{AB}$ $\therefore AB = 8$ সে.মি.।

১৫.



BC এর দৈর্ঘ্য কত মিটার? [সকল বোর্ড ২০১৮]

ক $2\sqrt{3}$ খ $6\sqrt{2}$

গ $2\sqrt{3}$ ঘ 6

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{6}{BC}$

বা, $BC = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ মিটার।

১৬. $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{2}$ হলে, $\theta =$ কত? [ঢা. বো. '১৭]

ক 90° খ 60° গ 50° ঘ 45°

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{2}$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 45°$

$\therefore \theta = 45°$.

১৭. $\frac{1 - \tan^2 30°}{1 + \tan^2 30°} =$ কত? [ঢা. বো. '১৭]

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1 - \tan^2 30°}{1 + \tan^2 30°}$

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$.

১৮. $\sin 3A = \cos 3A$ হলে A এর মান কত? [দি. বো. '১৭]

ক 15° খ 20° গ 25° ঘ 30°

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 3A = \cos 3A$

বা, $\frac{\sin 3A}{\cos 3A} = \frac{\cos 3A}{\cos 3A} = 1$

বা, $\tan 3A = \tan 45°$

বা, $3A = 45°$ $\therefore A = 15°$.

১৯. $2\theta = 120°$ হলে, $\sin\theta$ এর মান কত? [ঢা. বো. '১৬]

ক 1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $2\theta = 120°$

$\therefore \theta = \frac{120°}{2} = 60°$ $\therefore \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

২০. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান কত? [ঢা. বো. '১৬]

ক 90° খ 60° গ 45° ঘ 30°

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $\cos\theta = \cos 30°$ $\therefore \theta = 30°$.

২১. $\frac{(1 - \cot^2 60°)}{(1 + \cot^2 60°)}$ এর মান কোনটি? [রা. বো. '১৬]

ক $\frac{1}{2}$ খ 1 গ $\frac{2}{3}$ ঘ 2

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1 - \cot^2 60°}{1 + \cot^2 60°} = \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$.

২২. $A = 45°$ হলে, $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} =$ কত? [কু. বো. '১৬]

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ 0 ঘ $-\frac{1}{2}$

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \frac{1 - \tan^2 45°}{1 + \tan^2 45°} = \frac{1 - 1}{1 + 1} = \frac{0}{2} = 0$.

২৩. $\sec 45° + \cos 45°$ এর মান কত? [সি. বো. '১৬]

ক $-\sqrt{2}$ খ -1

গ 1 ঘ 2

›› তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sec 45° + \cos 45° = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৯	খ	১০	ঘ	১১	ঘ	১২	ঘ	১৩	ক	১৪	ঘ	১৫	ক	১৬	ঘ	১৭	গ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	ঘ	২১	ক	২২	গ	২৩	ঘ

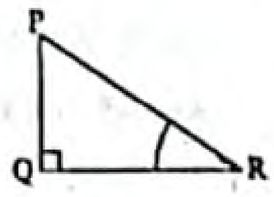
www.abswer.com

www.abswer.com

২৪. ΔPQR-এর $\angle Q = 90°$ এবং $\angle P = 2\angle R$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [ব. বো. '১৬]

ক $PQ = 2QR$ খ $PR = 2PQ$ গ $QR = 2PQ$ ঘ $PQ = 2PR$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\angle Q = 90°$,



$\therefore \angle P + \angle R = 90°$

বা, $2\angle R + \angle R = 90°$

বা, $3\angle R = 90°$

$\therefore \angle R = 30° \therefore \angle P = 60°$

$\sin 30° = \frac{PQ}{PR}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{PQ}{PR} \therefore PR = 2PQ$

আবার, $\cos 60° = \frac{PQ}{PR}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{PQ}{PR} \therefore PR = 2PQ$.

২৫. $\theta = 90°$ এর জন্য নিচের কোনগুলি সংজ্ঞায়িত? [ব. বো. '১৬]

ক $\cot\theta, \sec\theta$ খ $\sin\theta, \tan\theta$ গ $\operatorname{cosec}\theta, \sec\theta$ ঘ $\cot\theta, \cos\theta$

২৬. $\sin^2 A = \frac{1}{2}$ হলে $\cos^2 A =$ কত? [ব. বো. '১৬]

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 0.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin^2 A = \frac{1}{2}$

বা, $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin A = \sin 45°$

$\therefore A = 45° \therefore \cos 2A = \cos(2 \times 45°) = \cos 90° = 0$.

২৭. $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে θ-এর মান কত? [দি. বো. '১৬]

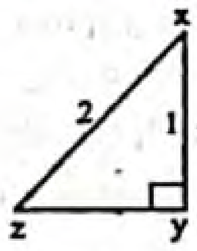
ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60° \therefore \theta = 60°$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২৮. চিত্র–



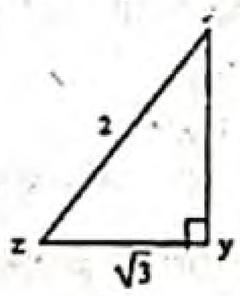
i. $\cos x = \sin z$ ii. $\cot z = \frac{\sqrt{3}}{2}$

iii. $\sec x - \cos x = \frac{3}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. '২০]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্রে, $yz = \sqrt{xz^2 - xy^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$



$\therefore \cos x = \frac{1}{2}, \sin z = \frac{1}{2}$

$\therefore$ (i) $\cos x = \sin z$

$\therefore$ (ii) $\cot z = \frac{\sqrt{3}}{1} \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$

(iii) $\sec x - \cos x = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ (i) ও (iii) সঠিক।

২৯. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ক্ষেত্রে–

i. $\tan 30° \cot 30° = 1$ ii. $\sec^2 60° - \tan^2 60° = 1$

iii. $\tan\theta\sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sin\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. '১৯]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : (i) $\tan 30° \cot 30° = \tan 30° . \frac{1}{\tan 30°} = 1$

(ii) $\sec^2 60° - \tan^2 60° = 1$ [$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$]

(iii) $\tan\theta\sqrt{1 - \sin^2\theta}$

$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\sqrt{\cos^2\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} . \cos\theta = \sin\theta$

অতএব (i), (ii) ও (iii) সঠিক।

৩০. $A = 15°$ হলে–

i. $\tan 3A = \sqrt{2}\sin 3A$

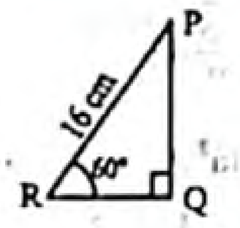
ii. $\cot 4A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

iii. $\sin 4A = \cos 2A$

নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. '১৯]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩১. নিচের চিত্রে–



i. $\angle RPQ = 30°$

ii. $PQ = 8\sqrt{3}$ cm

iii. $RQ = 8$ cm

নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. '১৯]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩২. ত্রিকোণমিতিক সম্পর্কের ক্ষেত্রে–

i. $\sin(90° - \theta) = \sin\theta$

ii. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

iii. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. '১৭]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৩. $\theta = 0°$ কোণের ক্ষেত্রে–

i. $\operatorname{cosec}\theta$ ও $\cot\theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত

ii. প্রান্তীয় বাহু ও আদিবাহু একই রশ্মি

iii. $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত

নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '১৭]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

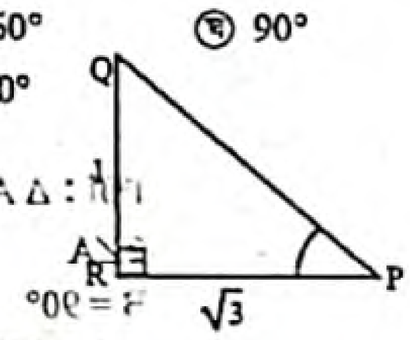
নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ΔPQR সমকোণী ত্রিভুজে $\angle R$ সমকোণ। $\sqrt{3}\tan P = 1$. [কু. বো. '২০]

৩৪. $\angle P$ এর মান কত?

ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔPQR-এ, $\angle R = 90°$



এবং $\sqrt{3}\tan P = 1$

বা, $\tan P = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan P = \tan 30°$

$\therefore \angle P = 30°$.

৩৫. উপরের তথ্য অনুসারে –

i. $\sin(P + Q) = 1$

ii. $PQ = 1 + \sqrt{3}$

iii. $\cos P + \sin Q = \tan 60°$

নিচের কোনটি সঠিক? [কু. বো. '২০]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔPQR-এ, $\angle R = 90°$, $\angle P = 30°$

$\therefore \angle Q = 90° - \angle P = 90° - 30° = 60°$

$\therefore$ (i) $\sin(P + Q) = \sin(30° + 60°) = \sin 90° = 1$.

(ii) $PQ = \sqrt{QR^2 + RP^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2 \neq 1 + \sqrt{3}$

(iii) $\cos P + \sin Q = \cos 30° + \sin 60°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = \tan 60°$.

$\therefore$ (i) ও (iii) সঠিক।

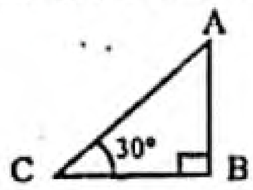
উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

২৪	খ	২৫	ঘ	২৬	ঘ	২৭	গ	২৮	খ	২৯	ঘ	৩০	ক	৩১	ঘ	৩২	ঘ	৩৩	ঘ	৩৪	ক	৩৫	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

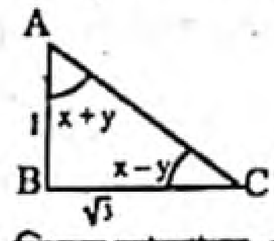
নিচের তথ্যের আলোকে ৩৬ ও ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[য. বো. '১৬]

৩৬. $\angle BAC$ = কত?
ক 150° খ 90° গ 60° ঘ 30°
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle BAC = 90° - 30° = 60°$.

৩৭. AB = 9 মি. হলে AC = কত?
ক 3 মি. খ 6 মি. গ 12 মি. ঘ 18 মি.
তথ্য/ব্যাখ্যা : AB = 9 মি.
আমরা জানি, $\sin\theta = \frac{AB}{AC}$
বা, $\sin 30° = \frac{9}{AC}$
বা, $\frac{1}{2} = \frac{9}{AC}$
$\therefore AC = 9 \times 2 = 18$ মি.।



চিত্রের আলোকে ৩৮ ও ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [দি. বো. '১৬]

৩৮. AC এর পরিমাণ কত একক?
ক 0 খ 1
গ $\sqrt{2}$ ঘ 2
তথ্য/ব্যাখ্যা : $AC = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$ একক।

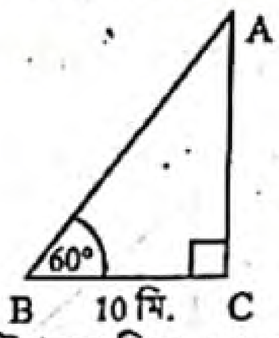
৩৯. x এর মান কত?
ক 0° খ 15°
গ 30° ঘ 45°
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle B = 90°$
$\therefore x + y + x - y = 90°$
বা, $2x = 90°$
$\therefore x = 45°$.

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

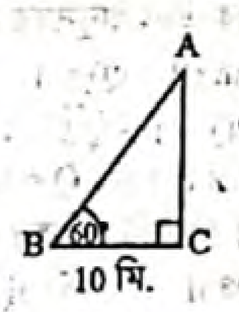
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৪০. $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান কত? [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta = \frac{\cos\theta}{\sqrt{3}}$
$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, $\tan\theta = \tan 30°$
বা, $\theta = 30°$.

৪১.



উপরের চিত্রে AC এর দৈর্ঘ্য কত মিটার? [বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
ক 5 খ $\frac{10}{\sqrt{3}}$ গ $5\sqrt{3}$ ঘ $10\sqrt{3}$
তথ্য/ব্যাখ্যা : Δ ABC-এ



$\tan 60° = \frac{AC}{BC}$
বা, $\sqrt{3} = \frac{AC}{10}$
$\therefore AC = 10\sqrt{3}$ মিটার।

৪২. $\tan(3A) = \sqrt{3}$ হলে, A = কত? [বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]
ক 45° খ 30° গ 20° ঘ 15°
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan(3A) = \sqrt{3}$
বা, $\tan(3A) = \tan 60°$
বা, $3A = 60°$ $\therefore A = 20°$.

৪৩. $\sin 3\theta = \cos 3\theta$ হলে θ এর মান কতর? [মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা]
ক 0° খ 15° গ 20° ঘ 45°
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 3\theta = \cos 3\theta$
বা, $\frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta} = 1$
বা, $\tan 3\theta = \tan 45°$
বা, $3\theta = 45°$ $\therefore \theta = 15°$.

৪৪. $\cot(\theta - 30°) = \sqrt{3}$ হলে, $\tan\theta$ = ? [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $-\sqrt{3}$ ঘ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cot(\theta - 30°) = \sqrt{3}$
বা, $\cot(\theta - 30°) = \cot 30°$
বা, $\theta - 30° = 30°$
বা, $\theta = 30° + 30° = 60°$
$\therefore \tan\theta = \tan 60° = \sqrt{3}$.

৪৫. যদি $A + B = 90°$ এবং $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হয়, তাহলে B = কত? [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$
$\therefore A = 30°$
$A + B = 90°$
বা, $B = 90° - A = 90° - 30° = 60°$.

৪৬. $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\cos\theta$ = কত? [হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা]
ক 0 খ 1 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, $\cot(\theta - 30°) = \cot 60°$
বা, $\theta - 30° = 60°$
$\therefore \theta = 90°$ $\therefore \cos\theta = \cos 90° = 0$.

৪৭. $\sec^2 30° - \operatorname{cosec}^2 90°$ এর মান কত? [ধানমন্ডি গভঃ বয়েজ হাই স্কুল, ঢাকা]
ক $\frac{4}{3}$ খ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{3}$
তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sec^2 30° - \operatorname{cosec}^2 90° = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1^2 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৩৬	গ	৩৭	ঘ	৩৮	ঘ	৩৯	ঘ	৪০	ক	৪১	ঘ	৪২	গ	৪৩	খ	৪৪	ক	৪৫	গ	৪৬	ক	৪৭	ঘ

www.abswer.com

www.abswer.com

৪৮. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত? [ধানমন্ডি গভঃ বয়েজ হাই স্কুল, ঢাকা]

ক 2 খ $\sqrt{3}$
গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore \tan\theta = \tan 60° = \sqrt{3}$.

৪৯. $2\cos(A-B) = \sqrt{3}$ এবং $\sin(A+B) = 1$, যেখানে A এবং B সূক্ষ্মকোণ হলে A = কত? [বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $2\cos(A-B) = \sqrt{3}$

বা, $\cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30°$

$\therefore A - B = 30°$

$\sin(A+B) = 1 = \sin 90°$

$\therefore A + B = 90°$;

$\therefore 2A = 120°$

বা, $A = 60°$

$\therefore B = 90° - 60° = 30°$.

৫০. $\frac{1-\tan^2 30°}{1+\tan^2 30°}$ = কত? [সফিউদ্দীন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, টঙ্গী, গাজীপুর]

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{3}$
গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1-\tan^2 30°}{1+\tan^2 30°}$

$$= \frac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{3}\times\frac{3}{4} = \frac{1}{2}.$$

৫১. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\cos 2\theta$ = কত?

[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 2

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta = \cos 45°$

$\therefore \theta = 45°$

$\therefore \cos 2\theta = 2\times 45° = \cos 90° = 0$.

৫২. $\frac{1+\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta}$ = কত? যখন $\theta = 45°$

[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

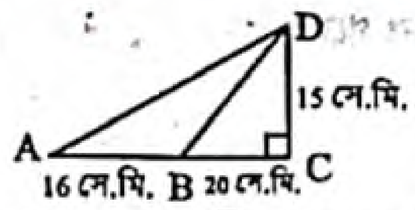
ক 1 খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
গ 3 ঘ $\frac{1}{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{1+\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta}$

$= \frac{1+\sin^2 45°}{1-\sin^2 45°}$ [যখন $\theta = 45°$]

$$= \frac{1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\times 2 = 3.$$

৫৩.



AB = 16 সে.মি., BC = 20 সে.মি. DC = 15 সে.মি. এবং $\angle ACD = 90°$ হলে, $\cos\angle CAD$ এর মান কোনটি?

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক 2.4 খ 2.2 গ 0.92 ঘ 0.52

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{(36)^2 + 15^2} = 39$

$\cos\angle CAD = \frac{36}{39} = 0.92$.

৫৪. $\tan 3A = \sqrt{3}$ হলে A = কত? [শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমি, শেরপুর]

ক 45° খ 30° গ 20° ঘ 15°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 3A = \sqrt{3}$

বা, $\tan 3A = \tan 60°$ বা, $3A = 60°$ $\therefore A = 20°$.

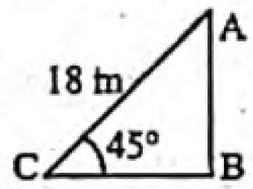
৫৫. $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\tan\theta$ এর মান কত? [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

ক $\frac{1}{2}$ খ $\sqrt{2}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$

বা, $\theta = 60°$ $\therefore \tan\theta = \tan 60° = \sqrt{3}$.

৫৬.



চিত্রের আলোকে BC এর দৈর্ঘ্য কত?

[নারায়ণগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক $18\sqrt{2}$ m খ 11.728 m
গ 9.82 m ঘ $9\sqrt{2}$ m

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\cos\angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 45° = \frac{BC}{18}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{18}$ বা, $\sqrt{2}BC = 18$ বা, $BC = \frac{18}{\sqrt{2}}$

$\therefore BC = 9\sqrt{2}$ মিটার।

৫৭. A = 15° হলে, $\cos^3 2A$ = কত? [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নরসিংদী]

ক $\frac{\sqrt{3}}{4}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{8}$ গ $\frac{2\sqrt{3}}{4}$ ঘ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, A = 15°

$\therefore \cos^3 2A = \cos^3(2\times 15°) = \cos^3 30° = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

৫৮. A = 30° হলে $\tan A.\cot^2 A$ = কত?

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর]

ক 1 খ $\sqrt{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 30°.\cot^2 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}.(\sqrt{3})^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}.3 = \sqrt{3}$.

৫৯. $\sin 45° = \sqrt{2}A$ হলে A = কত? [শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমি, শেরপুর]

ক 1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 45° = \sqrt{2}A$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}A$

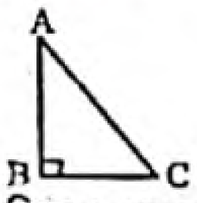
বা, $2A = 1$ $\therefore A = \frac{1}{2}$.

উত্তরের শুদ্ধতা/ নির্ভুলতা যাচাই করো

৪৮	খ	৪৯	গ	৫০	গ	৫১	ক	৫২	গ	৫৩	গ	৫৪	গ	৫৫	গ	৫৬.	ঘ	৫৭	ঘ	৫৮	খ	৫৯	খ

www.abswer.com

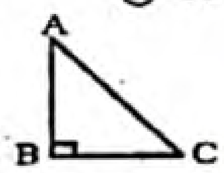
www.abswer.com

৬০. 

চিত্রে ΔABC এ $\angle C = 2\angle A$ হলে $\angle A$ এর মান কত? [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]

ক 10° খ 30° গ 45° ঘ 60°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\angle A + \angle C = 90°$



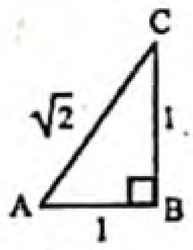
বা, $\angle A + 2\angle A = 90°$

বা, $3\angle A = 90°$ $\therefore \angle A = 30°$

৬১. ΔABC এ $\angle B = 90°$ এবং $\tan A = 1$, তবে $\sin A \cdot \sin C$ এর মান কত? [সরকারি পিএন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

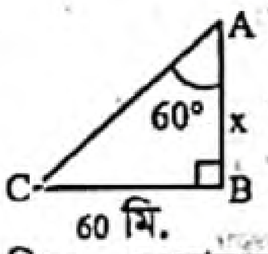
ক $\sqrt{2}$ খ 1 গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\sin C = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin A . \sin C = \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

৬২. 

চিত্রে x এর মান কত? [গভঃ ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক $\frac{\sqrt{3}}{60}$ মি. খ $\frac{20}{\sqrt{3}}$ মি. গ $20\sqrt{3}$ মি. ঘ $60\sqrt{3}$ মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan 60° = \frac{60}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{60}{x}$

বা, $x = \frac{60}{\sqrt{3}}$

$\therefore x = 20\sqrt{3}$ মিটার।

৬৩. $\sin^2 A = \frac{1}{2}$ হলে $\cos 2A =$ কত? [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, মোমেনশাহী]

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 0

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $1 = \cos 2A = 2\sin^2\theta$

বা, $\cos 2A = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - 2.\frac{1}{2} = 1 - 1 = 0$.

৬৪. $3 - 4\sec A \sin A = 0$ হলে $\tan A$ এর মান নিচের কোনটি? [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

ক $\frac{3}{7}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{7}{3}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $3 - 4\sec A \sin A = 0$

বা, $3 - 4 . \frac{1}{\cos A} . \sin A = 0$

বা, $3 - 4\tan A = 0$

বা, $4\tan A = 3$

$\therefore \tan A = \frac{3}{4}$.

৬৫. $3\sin^2\theta - 4\cos^2\theta = 0$ হলে, $\tan\theta =$ কত? [আওয়ার লেডী অব ফাতিমা গার্লস হাইস্কুল, কুমিল্লা]

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{3}$ গ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $3\sin^2\theta - 4\cos^2\theta = 0$

বা, $3\sin^2\theta = 4\cos^2\theta$

বা, $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{4}{3}$

বা, $\tan^2\theta = \frac{4}{3}$ $\therefore \tan\theta = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$.

৬৬. $\sin 3A = \cos 3A$ হলে, A এর মান কত? [বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল]

ক 30° খ 27.5° গ 20° ঘ 15°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 3A = \cos 3A$

বা, $\frac{\sin 3A}{\cos 3A} = 1$

বা, $\tan 3A = \tan 45°$ বা, $3A = 45°$ বা, $A = \frac{45}{3}$ $\therefore A = 15°$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৬৭. $\alpha = 60°$ হলে—

i. $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

ii. $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

iii. $\cot(\alpha + 30°) = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? [বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৬৮. θ সূক্ষ্মকোণ হলে—

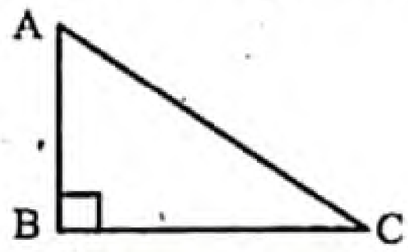
i. $\sin\theta$ এর মান ধনাত্মক

ii. $\cos\theta$ এর মান ঋণাত্মক

iii. $\tan\theta$ এর মান ধনাত্মক

নিচের কোনটি সঠিক? [আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৬৯. 

উপরের চিত্রে, 2AB = AC হলে,

i. $\angle BAC = 60°$

ii. $\angle BAC = \angle ACB = 45°$

iii. $\angle ACB = 30°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৭০. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সম্পর্কের ক্ষেত্রে— [সেন্ট জোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]

i. $\sin 60° = \frac{1}{\cos 60°}$

ii. $\tan 45° = \frac{1}{\cot 45°}$

iii. $\operatorname{cosec} 30° = \frac{1}{\sin 30°}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৭১. $\sin 3A = \cos 3A$ হলে—

i. $\tan 3A = 1$

ii. $A = 15°$

iii. $\sin 3A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৬০	খ	৬১	ঘ	৬২	গ	৬৩	ঘ	৬৪	খ	৬৫	ঘ	৬৬	ঘ	৬৭	খ	৬৮	গ	৬৯	খ	৭০	খ	৭১	ক

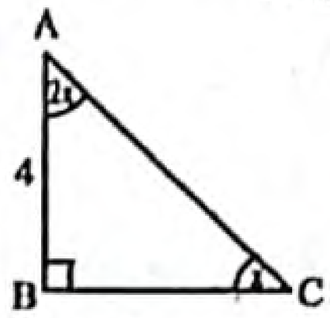
www.abswer.com

www.abswer.com

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ নিচের চিত্র থেকে ৭২ ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা]



৭২. চিত্রে ∠ACB এর মান কত?

ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 75°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : যেহেতু ∠B = 90°

∴ ∠A + ∠C = 90°

বা, 2x + x = 90°

বা, 3x = 90°

∴ x = 30°

∴ ∠ACB = 30°.

৭৩. চিত্রে BC = কত সেমি?

ক $4\sqrt{3}$ খ $4\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{3}$ ঘ $2\sqrt{2}$

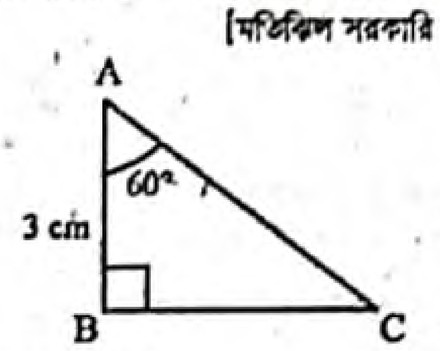
▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : সমকোণী Δ ABC- এ $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{4}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{BC}$ ∴ $BC = 4\sqrt{3}$.

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৭৪ ও ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

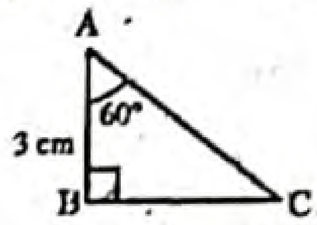
[মডেল সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]



৭৪. BC এর দৈর্ঘ্য কত?

ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ মি. খ $\sqrt{3}$ মি. গ $2\sqrt{3}$ মি. ঘ $3\sqrt{3}$ মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ΔABC-এ,



$\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan 60° = \frac{BC}{3}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{BC}{3}$

∴ $BC = 3\sqrt{3}$.

৭৫. AC-এর দৈর্ঘ্য কত?

ক $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ মি. খ $3\sqrt{3}$ মি.

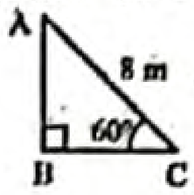
গ $6\sqrt{3}$ মি. মি. ঘ $\sqrt{36}$ মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : Δ ABC-এ, $\cos \angle BAC = \frac{AB}{AC}$

বা, $\cos 60° = \frac{3}{AC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{3}{AC}$ বা, $AC = 6 = \sqrt{36}$ মিটার।

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৭৬ ও ৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

৭৬. BC = ?

ক $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মি. খ 4 মি. গ $4\sqrt{2}$ মি. ঘ $4\sqrt{3}$ মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 60° = \frac{BC}{8}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{8}$

বা, $BC = \frac{8}{2}$ ∴ BC = 4 মিটার।

৭৭. AB = ?

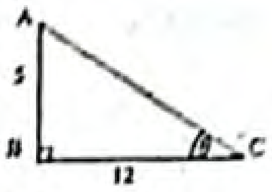
ক $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মি. খ 4 মি. গ $4\sqrt{2}$ মি. ঘ $4\sqrt{3}$ মি.

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

$= \sqrt{8^2 - 4^2}$

$= \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ মিটার।

■



উপরের চিত্রের আলোকে ৭৮ ও ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[সরকারি গার্লস হাই স্কুল, নরসিংদী]

৭৮. cosθ এর মান নিচের কোনটি?

ক $\frac{13}{12}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{12}{13}$ ঘ $\frac{5}{13}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

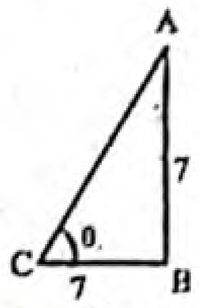
বা, $AC = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144} = 13$

∴ $\cos \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$

৭৯. $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ = কত?

ক 0 খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

■



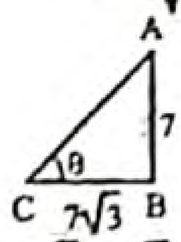
চিত্রের আলোকে ৮০ ও ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[নবাব ফয়জুন্নেছা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা]

৮০. $\sin \theta . \cot \theta$ = ?

ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 2 ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা :



$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{7^2 + (7\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{49 + 147} = \sqrt{196} = 14$

$\sin \theta . \cot \theta = \sin \theta . \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cos \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{7\sqrt{3}}{14} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

৮১. ∠A = কত ডিগ্রি?

ক 30° খ 45°

গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan A = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan A = \frac{7\sqrt{3}}{7}$

বা, $\tan A = \sqrt{3} = \tan 60°$ ∴ A = 60°.

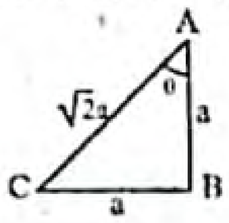
উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৭২	ক	৭৩	ক	৭৪	গ	৭৫	ঘ	৭৬	খ	৭৭	ঘ	৭৮	গ	৭৯	ঘ	৮০	ক	৮১	গ

www.abswer.com

www.abswer.com

নিচের চিত্রের আলোকে ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]

৮২. cos θ এর মান কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\sqrt{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ 1

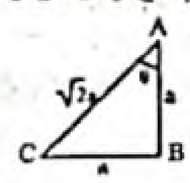
৮৩. cosec θ cos (90° – θ) এর মান কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ 1 গ 2 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : cosec θ cos (90° – θ)

$= \text{cosec } 45°. \cos(90° - 45°) = \sqrt{2} \times \cos 45° = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1.$

নিচের চিত্রের আলোকে ৮৪ ও ৮৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]

৮৪. cos θ এর মান কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\sqrt{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ 1

তথ্য/ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

৮৫. cosec θ cos (90° – θ) এর মান কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ 1 গ 2 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : cosec θ cos (90 – θ)

$= \text{cosec } 45 . \cos(90 - 45) = \sqrt{2} \times \cos 45 = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1.$

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর — বিষয়বস্তুর ধারায় প্রণীত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৮৬. $\cot\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}$ = কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 2

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cot\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}$

$= \frac{1}{\tan\frac{\pi}{4}} . \sin\frac{\pi}{4} . \cos\frac{\pi}{4} . \tan\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} . \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$

৮৭. $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে নিচের কোনটি A এর মান?

ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 0°

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ∴ A = 60°.

৮৮. sin 45° = $\sqrt{2}$A হলে, A = কত?

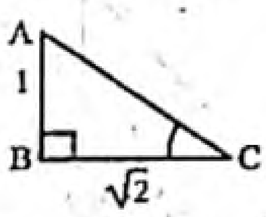
ক 1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

তথ্য/ব্যাখ্যা : sin 45° = $\sqrt{2}$A

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}A$

বা, $1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2}A$

বা, 1 = 2A ∴ $A = \frac{1}{2}$

৮৯. 

sin θ এর মান কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{2}$

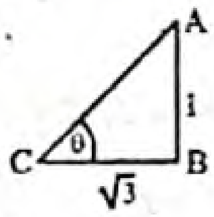
তথ্য/ব্যাখ্যা : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 = 3$

∴ $AC = \sqrt{3}$; $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

৯০. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, sin θ এর মান কোনটি?

ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ 0

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$



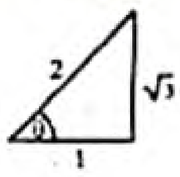
$AC = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

∴ $\sin\theta = \frac{1}{2}$.

৯১. tan θ = $\sqrt{3}$ হলে cos θ = কত?

ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \sqrt{3}$



চিত্র হতে, $\cos\theta = \frac{1}{2}$.

৯২. tan 2θ = $\sqrt{3}$ হলে θ = কত?

ক 0° খ 30° গ 45° ঘ 60°

তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 2\theta = \sqrt{3}$

বা, tan 2θ = tan 60°

বা, 2θ = 60°

∴ $\theta = \frac{60°}{2} = 30°$

৯৩. sin θ.cos θ = 0 হলে, sin θ + cos θ = কত?

ক – 1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ 1

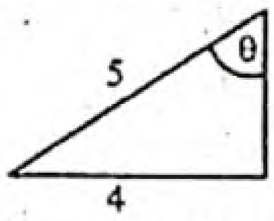
তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, sin θ. cos θ = 0

এখন $(\sin\theta + \cos\theta)^2$

$= \sin^2\theta + 2\sin\theta.\cos\theta + \cos^2\theta$

$= \sin^2\theta + 2.0 + \cos^2\theta = \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

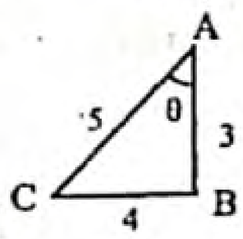
∴ $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{1} = 1.$

৯৪. 

চিত্রে sec θ = কত?

ক $\frac{5}{3}$ খ $\frac{5}{4}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{3}{5}$

তথ্য/ব্যাখ্যা :



$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

$= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$

$\sec\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{3}$.

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৮২	ক	৮৩	খ	৮৪	ক	৮৫	খ	৮৬	খ	৮৭	গ	৮৮	খ	৮৯	ক	৯০	খ	৯১	গ	৯২	ঘ	৯৩	ঘ	৯৪	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

৯৫. $\theta = 30°$ হলে, $\tan 2\theta =$ কত? (মধ্যমান)

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ 1 ঘ 0

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\theta = 30°$

$\therefore \tan 2\theta = \tan(2 \times 30°) = \tan 60° = \sqrt{3}$.

৯৬. $\cos 60° . \sec 60° =$ কত? (মধ্যমান)

ক $\frac{1}{2}$ খ 2 গ 1 ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos 60° \cdot \sec 60° = \frac{1}{2} \times 2 = 1$.

৯৭. $1 + \sin 30° =$ কত? (মধ্যমান)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{3}{2}$

গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $1 + \sin 30° = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

৯৮. $\cos\theta + \sin\theta = 1$ হলে, $\theta =$ কত? (মধ্যমান)

ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos\theta + \sin\theta = 1$

বা, $\cos^2\theta + 2\cos\theta \cdot \sin\theta + \sin^2\theta = 1$

বা, $1 + 2\cos\theta \cdot \sin\theta = 1$

বা, $2\sin\theta \cdot \cos\theta = 0$

হয়, $\sin\theta = 0$ বা, $\theta = 0°$ | অথবা, $\cos\theta = 0$ বা, $\theta = 90°$

৯৯. $\tan 30° . \cot 30° =$ কত? (মধ্যমান)

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

গ $\frac{1}{3}$ ঘ 1

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\tan 30° \cdot \cot 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = 1$.

১০০. $1 - \tan^2 45° =$ কত? (মধ্যমান)

ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ 1 ঘ $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $1 - \tan^2 45° = 1 - 1^2 = 1 - 1 = 0$.

১০১. $\sin 30° + \sin^2 30° =$ কত? (কঠিনমান)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{1}{8}$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin 30° + \sin^2 30° = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১০২. θ সূক্ষ্মকোণ হলে—

i. $\sin\theta$ সর্বদা ধনাত্মক

ii. $\cos\theta$ সর্বদা ধনাত্মক

iii. $\sin\theta + \cos\theta > 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i, ii ও iii ঘ i ও iii

১০৩. $2\cos(A+B) = 1 = 2\sin(A-B)$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ হলে—

i. $A = 45°, B = 60°$

ii. $A = 60°, B = 45°$

iii. $A = 45°, B = 15°$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

ক iii খ i গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

১০৪. $\theta = 45°$ এর ক্ষেত্রে—

i. $\sin^2\theta + \tan^2\theta$ এর মান $\frac{3}{2}$

ii. $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ এর মান $\frac{2}{3}$

iii. $1 - \sin^2\theta$ এর মান $\frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যমান)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

১০৫. 90° কোণের ক্ষেত্রে—

i. tan 90° এবং sec 90° অসংজ্ঞায়িত

ii. sin 90° এবং cosec 90° এর মান সমান

iii. cos 90° এবং cot 90° এর মান অসমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ ii

১০৬. $\theta = 30°$ হলে—

i. $4\sin\theta = \frac{1}{\cos 2\theta}$

ii. $\tan 2\theta = \sec 2\theta$

iii. $\tan 2\theta = 2\sin\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজমান)

ক i খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

■ উদ্দীপকটি পড়ে ১০৭ ও ১০৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\sqrt{2}\cos(A-B) = 1, 2\sin(A+B) = \sqrt{3}$

১০৭. $A - B =$ কত? (মধ্যমান)

ক 15° খ 30° গ 45° ঘ 60°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\cos(A-B) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45°$ $\therefore A - B = 45°$.

১০৮. $A + B =$ কত? (কঠিনমান)

ক 15° খ 30° গ 45° ঘ 60°

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : $\sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$

$\therefore A + B = 60°$.

■ নিচের সমীকরণদ্বয় থেকে ১০৯ ও ১১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\sqrt{2}\sin(A-B) = 1, 2\sin(A+B) = \sqrt{3}$.

১০৯. A এর মান কত? (মধ্যমান)

ক $77\frac{1}{2}^\circ$ খ $52\frac{1}{2}^\circ$ গ $23\frac{1}{2}^\circ$ ঘ $17\frac{1}{2}^\circ$

▸▸ তথ্য/ব্যাখ্যা : এখানে, $\sqrt{2}\sin(A-B) = 1$

বা, $\sin(A-B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin(A-B) = \sin 45°$

বা, $A - B = 45°$ ..... (1)

এবং $2\sin(A+B) = \sqrt{3}$

বা, $\sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(A+B) = \sin 60°$

বা, $A + B = 60°$..... (2)

(1) নং এবং (2) নং যোগ করে পাই,

$A - B + A + B = 45° + 60°$

বা, $2A = 105°$

বা, $A = \frac{105°}{2} = 52\frac{1}{2}^\circ$.

১১০. B এর মান কত? (কঠিনমান)

ক $7\frac{1}{2}^\circ$ খ 15° গ $52\frac{1}{2}^\circ$ ঘ 60°

উত্তরের শুদ্ধতা/নির্ভুলতা যাচাই করো

৯৫	ক	৯৬	গ	৯৭	খ	৯৮	ঘ	৯৯	ঘ	১০০	ক	১০১	গ	১০২	গ	১০৩	ক	১০৪	গ	১০৫	ক	১০৬	ক	১০৭	গ	১০৮	ঘ	১০৯	খ	১১০	ক

www.abswer.com

www.abswer.com

সৃজনশীল অংশ CREATIVE SECTION

প্রিয় শিক্ষার্থী, সৃজনশীল অংশে তোমাদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধানের পাশাপাশি সেরা স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত প্রশ্ন, অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর এবং সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজন করা হয়েছে।

সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে সমাধানকৃত

প্রশ্ন ১ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০২০

(i) $\frac{a^2}{\cos^2\theta} - \frac{b^2}{\cot^2\theta} = c^2$; যেখানে $c > a > b$.

(ii) $\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} = 2 + \sqrt{3}$.

ক. $\alpha = 30°$ হলে $4\cos^3\alpha - 3\sin 2\alpha$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{\sin\theta} = \sqrt{\frac{c^2-b^2}{c^2-a^2}}$. ৪

গ. (ii) নং থেকে A এর মান নির্ণয় কর : যেখানে $0° < A < 90°$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\alpha = 30°$

প্রদত্ত রাশি $= 4\cos^3\alpha - 3\sin 2\alpha$

$= 4\cos^3 30° - 3\sin(2\times 30°)$

$= 4\cos^3 30° - 3\sin 60°$

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 4\times\frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

নির্ণেয় মান 0.

খ দেওয়া আছে,

$\frac{a^2}{\cos^2\theta} - \frac{b^2}{\cot^2\theta} = c^2$

বা, $a^2\frac{1}{\cos^2\theta} - b^2\frac{1}{\cot^2\theta} = c^2$

বা, $a^2\sec^2\theta - b^2\tan^2\theta = c^2$

বা, $a^2(1+\tan^2\theta) - b^2\tan^2\theta = c^2$

বা, $a^2 + a^2\tan^2\theta - b^2\tan^2\theta = c^2$

বা, $\tan^2\theta(a^2-b^2) = c^2 - a^2$

বা, $\tan^2\theta = \frac{c^2-a^2}{a^2-b^2}$

বা, $\frac{1}{\cot^2\theta} = \frac{c^2-a^2}{a^2-b^2}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{a^2-b^2}{c^2-a^2}$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \frac{a^2-b^2}{c^2-a^2}$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{a^2-b^2}{c^2-a^2} + 1$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{a^2-b^2+c^2-a^2}{c^2-a^2}$

বা, $\frac{1}{\sin^2\theta} = \frac{c^2-b^2}{c^2-a^2}$

$\therefore \frac{1}{\sin\theta} = \sqrt{\frac{c^2-b^2}{c^2-a^2}}$ (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\frac{a^2}{\cos^2\theta} - \frac{b^2}{\cot^2\theta} = c^2$

বা, $\frac{a^2}{\cos^2\theta} - \frac{b^2}{\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}} = c^2$

বা, $\frac{a^2}{\cos^2\theta} - \frac{b^2\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = c^2$

বা, $\frac{a^2 - b^2\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = c^2$

বা, $a^2 - b^2\sin^2\theta = c^2\cos^2\theta$

বা, $a^2 = b^2\sin^2\theta + c^2\cos^2\theta$

বা, $b^2\sin^2\theta + c^2(1-\sin^2\theta) = a^2$

বা, $b^2\sin^2\theta + c^2 - c^2\sin^2\theta = a^2$

বা, $c^2 - a^2 = c^2\sin^2\theta - b^2\sin^2\theta$

বা, $c^2 - a^2 = \sin^2\theta(c^2-b^2)$

বা, $\frac{1}{\sin^2\theta} = \frac{c^2-b^2}{c^2-a^2}$

$\therefore \frac{1}{\sin\theta} = \sqrt{\frac{c^2-b^2}{c^2-a^2}}$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} = 2 + \sqrt{3}$

বা, $\frac{1+\sin A}{\cos A} = 2 + \sqrt{3}$

বা, $\left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)^2 = (2+\sqrt{3})^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A} = (2)^2 + 2.2.\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

বা, $\frac{(1+\sin A)^2}{1-\sin^2 A} = 4 + 4\sqrt{3} + 3$

বা, $\frac{(1+\sin A)(1+\sin A)}{(1+\sin A)(1-\sin A)} = 7 + 4\sqrt{3}$

বা, $\frac{1+\sin A}{1-\sin A} = 7 + 4\sqrt{3}$

বা, $\frac{1+\sin A+1-\sin A}{1+\sin A-1+\sin A} = \frac{7+4\sqrt{3}+1}{7+4\sqrt{3}-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin A} = \frac{8+4\sqrt{3}}{6+4\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin A} = \frac{4(2+\sqrt{3})}{2(3+2\sqrt{3})}$

$= \frac{2(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}.\sqrt{3}+2\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin A = \sin 60°$

$\therefore A = 60°$

নির্ণেয় মান : $A = 60°$.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০২০

$\sec\theta + \tan\theta = m$ এবং $\sqrt{6}\sin(A+B) = \sqrt{3} = 2\cos(A-B)$.

ক. $\tan(60° - \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{m^2-1}{m^2+1}$. ৪

গ. sec 4B এর মান নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan(60° - \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan(60° - \theta) = \tan 30°$

বা, $60° - \theta = 30°$

বা, $60° - 30° = \theta$

$\therefore \theta = 30°$

নির্ণেয় মান : $\theta = 30°$।

খ দেওয়া আছে, $\sec\theta + \tan\theta = m$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = m$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = m$

বা, $\left(\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = m^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = m^2$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = m^2$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} = m^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = m^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$

$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{m^2+1}{m^2-1}$. (প্রমাণিত)

> লক্ষ কর : প্রশ্নে $\operatorname{cosec}\theta = \frac{m^2-1}{m^2+1}$ এর পরিবর্তে $\operatorname{cosec}\theta = \frac{m^2+1}{m^2-1}$ হবে।

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\sec\theta + \tan\theta = m$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = m$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = m$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = m^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{\cos^2\theta}{(1+\sin\theta)^2} = \frac{1}{m^2}$ [বিপরীতকরণ করে]

বা, $\frac{1-\sin^2\theta}{(1+\sin\theta)^2} = \frac{1}{m^2}$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)} = \frac{1}{m^2}$

বা, $\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = \frac{1}{m^2}$

বা, $\frac{1-\sin\theta+1+\sin\theta}{1-\sin\theta-1-\sin\theta} = \frac{1+m^2}{1-m^2}$

বা, $\frac{2}{-2\sin\theta} = \frac{m^2+1}{-(m^2-1)}$ বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{m^2+1}{m^2-1}$

$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{m^2+1}{m^2-1}$. (প্রমাণিত)

> লক্ষ কর : প্রশ্নে $\operatorname{cosec}\theta = \frac{m^2-1}{m^2+1}$ এর পরিবর্তে $\operatorname{cosec}\theta = \frac{m^2+1}{m^2-1}$ হবে।

গ দেওয়া আছে, $\sqrt{6}\sin(A+B) = \sqrt{3} = 2\cos(A-B)$

এখন, $\sqrt{6}\sin(A+B) = \sqrt{3}$

বা, $\sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

বা, $\sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{2}}$

বা, $\sin(A+B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin(A+B) = \sin 45°$

$\therefore A + B = 45°$ ..... (1)

আবার, $2\cos(A-B) = \sqrt{3}$

বা, $\cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos(A-B) = \cos 30°$

$\therefore A - B = 30°$ ..... (2)

এখন, (1) নং সমীকরণ হতে (2) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$2B = 15°$

বা, $B = \frac{15°}{2}$

প্রদত্ত রাশি $= \sec 4B = \sec\left(4 \times \frac{15°}{2}\right) = \sec 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান $= \frac{2}{\sqrt{3}}$.

প্রশ্ন ৩ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০২০

$A = \sin\theta - \cos\theta$, $B = \sin\theta + \cos\theta$.

ক. $\sin A = \frac{4}{5}$ হলে tan A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{A+1}{B-1} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$. ৪

গ. $B = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{4}{5}$

বা, $\sin^2 A = \left(\frac{4}{5}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2 A = \frac{16}{25}$

বা, $1 - \cos^2 A = \frac{16}{25}$ [$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

বা, $\cos^2 A = 1 - \frac{16}{25} = \frac{25-16}{25} = \frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$

$\therefore \cos A = \frac{3}{5}$

এখন, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

নির্ণেয় মান $\frac{4}{3}$.

www.abswer.com

www.abswer.com

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{4}{5}$

প্রদত্ত রাশি $= \tan A$

$= \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \frac{\sin A}{\sqrt{1-\sin^2 A}}$ $[\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$

$= \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}}$

$= \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{1-\frac{16}{25}}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{\frac{25-16}{25}}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{\frac{9}{25}}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

নির্ণেয় মান $\frac{4}{3}$.

খ দেওয়া আছে, $A = \sin\theta - \cos\theta$ এবং $B = \sin\theta + \cos\theta$

বামপক্ষ $= \frac{A+1}{B-1}$

$= \frac{\sin\theta - \cos\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1} = \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta}}$

[লব ও হরকে $\cos\theta$ দ্বারা ভাগ করে পাই]

$= \frac{\tan\theta - 1 + \sec\theta}{\tan\theta + 1 - \sec\theta}$

$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$[\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1]$

$= \frac{(\tan\theta + \sec\theta) - (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta)}{1 - \sec\theta + \tan\theta}$

$= \sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{A+1}{B-1} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $B = \sin\theta + \cos\theta$

$B = \sqrt{2}$ হলে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$

বা, $\cos\theta = \sqrt{2} - \sin\theta$

বা, $\cos^2\theta = (\sqrt{2} - \sin\theta)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2\theta = (\sqrt{2})^2 - 2.\sqrt{2}.\sin\theta + \sin^2\theta$

বা, $\cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\sin\theta + \sin^2\theta$

বা, $1 - \sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\sin\theta + \sin^2\theta$

বা, $2 - 2\sqrt{2}\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$

বা, $2\sin^2\theta - 2\sqrt{2}\sin\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\sin\theta)^2 - 2.\sqrt{2}\sin\theta . 1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\sin\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\sin\theta - 1 = 0$ [বর্গমূল করে]

বা, $\sqrt{2}\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin\theta = \sin 45°$

$\therefore \theta = 45°$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২০

$f(z) = \sin z$ এবং $g(z) = \cos z$.

ক. $\tan A = \frac{3}{4}$ হলে, দেখাও যে, $\sin A . \cos A = \frac{12}{25}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{f(A)}{1-g(A)} + \frac{1-g(A)}{f(A)} = \frac{2}{f(A)}$. ৪

গ. $2\left\{g\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right\}^2 + 3f\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) - 3 = 0$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{3}{4}$

বা, $\tan^2 A = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sec^2 A - 1 = \frac{9}{16}$

বা, $\sec^2 A = 1 + \frac{9}{16}$

বা, $\sec^2 A = \frac{16+9}{16}$

বা, $\sec^2 A = \frac{25}{16}$

বা, $\sec A = \sqrt{\frac{25}{16}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\sec A = \frac{5}{4}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = \frac{5}{4}$

$\therefore \cos A = \frac{4}{5}$

আবার, $\tan A = \frac{3}{4}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3}{4}$

বা, $\sin A = \frac{3}{4} \times \cos A$

বা, $\sin A = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$

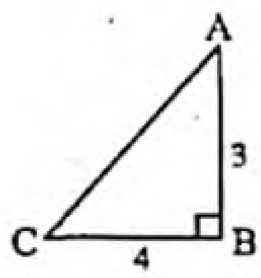
$\therefore \sin A = \frac{3}{5}$

বামপক্ষ $= \sin A . \cos A = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \sin A . \cos A = \frac{12}{25}$. (দেখানো হলো)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{3}{4}$



অর্থাৎ, সন্নিহিত বাহু, $AB = 3$

বিপরীত বাহু, $BC = 4$

$\therefore$ অতিভুজ, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

এখন, $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$ এবং $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

বামপক্ষ $= \sin A . \cos A$

$= \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \sin A . \cos A = \frac{12}{25}$. (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $f(z) = \sin z$

$\therefore f(A) = \sin A$

এবং $g(z) = \cos z$

$\therefore g(A) = \cos A$

বামপক্ষ $= \frac{f(A)}{1-g(A)} + \frac{1-g(A)}{f(A)}$

$= \frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A}$

$= \frac{\sin^2 A + (1-\cos A)^2}{\sin A(1-\cos A)}$

www.abswer.com

www.abswer.com

$= \frac{\sin^2 A + 1 - 2\cos A + \cos^2 A}{\sin A(1-\cos A)}$

$= \frac{1 + 1 - 2\cos A}{\sin A(1-\cos A)}$ [$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$= \frac{2 - 2\cos A}{\sin A(1-\cos A)}$

$= \frac{2(1-\cos A)}{\sin A(1-\cos A)}$

$= \frac{2}{\sin A} = \frac{2}{f(A)}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{f(A)}{1-g(A)} + \frac{1-g(A)}{f(A)} = \frac{2}{f(A)}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $f(z) = \sin z$ এবং $g(z) = \cos z$

এখন, $2\left\{g\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right\}^2 + 3f\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) - 3 = 0$

বা, $2\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right\}^2 + 3\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) - 3 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $-(2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1) = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 1) = 0$.

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ | অথবা, $\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$ | বা, $\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ | বা, $\cos\theta = \cos 0°$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$ | $\therefore \theta = 0°$

$\therefore \theta = 60°$

নির্ণেয় মান : $\theta = 0°, 60°$.

প্রশ্ন ৫ ▸ সিলেট বোর্ড ২০২০

$P = \sec A + \tan A$, $Q = \sec A - \tan A$ এবং $C = \frac{\operatorname{cosec} A + 1}{\operatorname{cosec} A - 1}$.

ক. $\sec\theta = 3$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $P^2 = C$. ৪

গ. $\frac{P}{Q} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ হলে, A-এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sec\theta = 3$

বা, $\sec^2\theta = 3^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \tan^2\theta = 9$

বা, $\tan^2\theta = 9 - 1$

বা, $\tan^2\theta = 8$

বা, $\tan\theta = \pm\sqrt{8}$

$\therefore \tan\theta = \pm 2\sqrt{2}$

নির্ণেয় মান $\pm 2\sqrt{2}$.

খ দেওয়া আছে, $P = \sec A + \tan A$ এবং $C = \frac{\operatorname{cosec} A + 1}{\operatorname{cosec} A - 1}$.

বামপক্ষ $= P^2$

$= (\sec A + \tan A)^2$

$= \left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}\right)^2 = \left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)^2$

$= \frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A} = \frac{(1+\sin A)^2}{1-\sin^2 A}$

$= \frac{(1+\sin A)^2}{(1+\sin A)(1-\sin A)} = \frac{1+\sin A}{1-\sin A}$

$= \frac{1 + \frac{1}{\operatorname{cosec} A}}{1 - \frac{1}{\operatorname{cosec} A}} = \frac{\frac{\operatorname{cosec} A + 1}{\operatorname{cosec} A}}{\frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A}}$

$= \frac{\operatorname{cosec} A + 1}{\operatorname{cosec} A} \times \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1}$

$= \frac{\operatorname{cosec} A + 1}{\operatorname{cosec} A - 1} = C$ = ডানপক্ষ

$\therefore P^2 = C$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $P = \sec A + \tan A$ এবং $Q = \sec A - \tan A$

এখন, $\frac{P}{Q} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sec A + \tan A}{\sec A - \tan A} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sec A + \tan A + \sec A - \tan A}{\sec A + \tan A - \sec A + \tan A} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sec A}{2\tan A} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sec A}{\tan A} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{1}{\cos A}}{\frac{\sin A}{\cos A}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos A} \times \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin A} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$

$\therefore A = 60°$

নির্ণেয় মান 60°.

প্রশ্ন ৬ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০২০

(i) $\tan\theta = \frac{4}{3}$; (ii) $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \sec\theta$.

ক. $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{3}{5}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot^2\theta - \cos^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{81}{881}$. ৪

গ. $2\frac{1}{x^2} + 3\frac{1}{y} = 3$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। (যখন θ সূক্ষ্মকোণ)। ৪

www.abswer.com

www.abswer.com

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{3}{5}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta) \times \frac{3}{5} = 1$

$\therefore$ $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{5}{3}$

নির্ণেয় মান $\frac{5}{3}$.

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{3}{5}$

বা, $\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \frac{5}{3}$

বা, $\frac{1 \times (\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)}{(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)} = \frac{5}{3}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta} = \frac{5}{3}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}{1} = \frac{5}{3}$ [$\because \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$]

$\therefore$ $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{5}{3}$

নির্ণেয় মান $\frac{5}{3}$.

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{4}{3}$

বা, $\tan^2\theta = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sec^2\theta - 1 = \frac{16}{9}$

বা, $\sec^2\theta = 1 + \frac{16}{9}$

বা, $\sec^2\theta = \frac{9+16}{9}$

বা, $\sec^2\theta = \frac{25}{9}$

বা, $\frac{1}{\cos^2\theta} = \frac{25}{9}$

$\therefore$ $\cos^2\theta = \frac{9}{25}$

বামপক্ষ $= \frac{\cot^2\theta - \cos^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sin^2\theta}$

$= \frac{\frac{1}{\tan^2\theta} - \cos^2\theta}{1 + \cot^2\theta + 1 - \cos^2\theta}$

$= \frac{\frac{1}{\tan^2\theta} - \cos^2\theta}{1 + \frac{1}{\tan^2\theta} + 1 - \cos^2\theta}$

$= \frac{\frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} - \frac{9}{25}}{2 + \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} - \frac{9}{25}}$

$= \frac{\frac{1}{\frac{16}{9}} - \frac{9}{25}}{2 + \frac{1}{\frac{16}{9}} - \frac{9}{25}}$

$= \frac{\frac{9}{16} - \frac{9}{25}}{2 + \frac{9}{16} - \frac{9}{25}}$

$= \frac{\frac{225-144}{400}}{\frac{800+225-144}{400}} = \frac{\frac{81}{400}}{\frac{881}{400}} = \frac{81}{400} \times \frac{400}{881} = \frac{81}{881}$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $\frac{\cot^2\theta - \cos^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{81}{881}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $x = \operatorname{cosec}\theta$ এবং $y = \sec\theta$

এখন, $2\frac{1}{x^2} + 3\frac{1}{y} = 3$

বা, $2\frac{1}{\operatorname{cosec}^2\theta} + 3\frac{1}{\sec\theta} = 3$

বা, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta = 3$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta = 3$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta + 2 - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $-(2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1) = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$
বা, $2\cos\theta = 1$
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$
বা, $\cos\theta = \cos 60°$
$\therefore$ $\theta = 60°$

অথবা, $\cos\theta - 1 = 0$
বা, $\cos\theta = 1$
বা, $\cos\theta = \cos 0°$
$\therefore$ $\theta = 0°$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ

নির্ণেয় মান $\theta = 60°$.

প্রশ্ন ৭ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৯

$2\cos(A+B) = 1 = 2\sin(A-B)$.

$\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$.

ক. $\tan C = \frac{3}{4}$ হলে, $\sec C$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\operatorname{cosec} 2A$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan C = \frac{3}{4}$

বা, $\tan^2 C = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\tan^2 C = \frac{9}{16}$

বা, $\sec^2 C - 1 = \frac{9}{16}$

বা, $\sec^2 C = \frac{9}{16} + 1 = \frac{9+16}{16} = \frac{25}{16}$

বা, $\sec C = \sqrt{\frac{25}{16}}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore$ $\sec C = \frac{5}{4}$.

নির্ণেয় মান $\frac{5}{4}$.

www.abswer.com

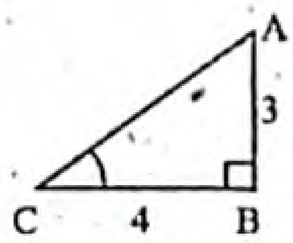
www.abswer.com

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\tan C = \frac{3}{4}$

অর্থাৎ, বিপরীত বাহু $AB = 3$

সন্নিহিত বাহু, $BC = 4$



$\therefore$ অতিভুজ, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

এখন, $\sec C = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}$

নির্ণেয় মান $\frac{5}{4}$.

খ দেওয়া আছে,

$2\cos(A + B) = 1$

বা, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$

বা, $\cos(A + B) = \cos 60°$

$\therefore$ $A + B = 60°$ ..... (1)

আবার, $2\sin(A - B) = 1$

বা, $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(A - B) = \sin 30°$

$\therefore$ $A - B = 30°$ ..... (2)

(1) ও (2) নং যোগ করে পাই,

$A + B + A - B = 60° + 30°$

বা, $2A = 90°$

বা, $A = \frac{90°}{2} = 45°$

$\therefore$ $A = 45°$

প্রদত্ত রাশি $= \operatorname{cosec} 2A = \operatorname{cosec}(2 \times 45°) = \operatorname{cosec} 90° = 1$

নির্ণেয় মান 1.

গ দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$

$= 4\cot\theta\cos\theta$ $[\because (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab]$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta\sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \times \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$

$= 4\sqrt{mn} =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

ডানপক্ষ $= 4\sqrt{mn}$

$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \times \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta.\sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta.\cos^2\theta}$

$= 4\cot\theta.\cos\theta$

$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$

$[\because 4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2]$

$= m^2 - n^2 =$ বামপক্ষ

$\therefore$ $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ ▸ রাজশাহী বোর্ড ২০১৯

$x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$ এবং $z = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$, যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\sin(A + 60°) = 1$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{z} = x - y$. ৪

গ. $2x^2 + y = 5$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin(A + 60°) = 1$

বা, $\sin(A + 60°) = \sin 90°$

বা, $A + 60° = 90°$

বা, $A = 90° - 60°$

$\therefore$ $A = 30°$

নির্ণেয় মান 30°.

খ দেওয়া আছে, $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$

এবং $z = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$

বামপক্ষ $= \sqrt{z}$

$= \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 - \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}}$

[লব ও হরকে $\sqrt{1 - \cos\theta}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \sqrt{\frac{(1 - \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 - \cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$

$= \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$

$= x - y =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $\sqrt{z} = x - y$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $x = \operatorname{cosec}\theta$ এবং $y = \cot\theta$

এখানে, $2x^2 + y = 5$

বা, $2\operatorname{cosec}^2\theta + \cot\theta = 5$

বা, $2(1 + \cot^2\theta) + \cot\theta = 5$

বা, $2 + 2\cot^2\theta + \cot\theta - 5 = 0$

বা, $2\cot^2\theta + \cot\theta - 3 = 0$

বা, $2\cot^2\theta - 2\cot\theta + 3\cot\theta - 3 = 0$

বা, $2\cot\theta(\cot\theta - 1) + 3(\cot\theta - 1) = 0$

বা, $(\cot\theta - 1)(2\cot\theta + 3) = 0$

হয়, $\cot\theta - 1 = 0$

বা, $\cot\theta = 1$

বা, $\cot\theta = \cot 45°$

$\therefore$ $\theta = 45°$

অথবা, $2\cot\theta + 3 = 0$

বা, $2\cot\theta = -3$

বা, $\cot\theta = -\frac{3}{2}$

যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ

নির্ণেয় মান 45°.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৯ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৯

$\angle C = 60°$ এবং $\cot B = \sqrt{3}$.

ক. $\operatorname{cosec} \theta = 2$ হলে $\tan \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = 2.$ ৪

গ. $4\sin^2\theta - (2+2\sqrt{3})\sin\theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\theta = \frac{1}{2}\angle C$ এবং $\theta = \angle C$. ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta = 2$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 30°$

$\therefore \theta = 30°$

$\therefore \tan\theta = \tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

নির্ণেয় মান : $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta = 2$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = 2^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2\theta = 4$

বা, $\cot^2\theta = 4 - 1 = 3$

বা, $\cot\theta = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{1}{\tan\theta} = \sqrt{3}$

$\therefore \tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

খ দেওয়া আছে, $\cot B = \sqrt{3}$

বামপক্ষ $= \dfrac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B}$

$= \dfrac{1 + \cot^2 B + (1 + \tan^2 B)}{1 + \cot^2 B - (1 + \tan^2 B)}$

$= \dfrac{1 + \cot^2 B + 1 + \tan^2 B}{1 + \cot^2 B - 1 - \tan^2 B}$

$= \dfrac{2 + \cot^2 B + \tan^2 B}{\cot^2 B - \tan^2 B}$

$= \dfrac{2 + \cot^2 B + \frac{1}{\cot^2 B}}{\cot^2 B - \frac{1}{\cot^2 B}}$

$= \dfrac{2 + (\sqrt{3})^2 + \frac{1}{(\sqrt{3})^2}}{(\sqrt{3})^2 - \frac{1}{(\sqrt{3})^2}}$

$= \dfrac{2 + 3 + \frac{1}{3}}{3 - \frac{1}{3}} = \dfrac{5 + \frac{1}{3}}{3 - \frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{15+1}{3}}{\frac{9-1}{3}} = \dfrac{\frac{16}{3}}{\frac{8}{3}}$

$= \dfrac{16}{3} \times \dfrac{3}{8}$

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = 2.$ (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\cot B = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{\cos B}{\sin B} = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{\frac{1}{\sec B}}{\frac{1}{\operatorname{cosec} B}} = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{1}{\sec B} \times \dfrac{\operatorname{cosec} B}{1} = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{\operatorname{cosec} B}{\sec B} = \sqrt{3}$

বা, $\left(\dfrac{\operatorname{cosec} B}{\sec B}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$ [বর্গ করে]

বা, $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 B}{\sec^2 B} = 3$

বা, $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = \dfrac{3+1}{3-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = \dfrac{4}{2}$

$\therefore \dfrac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = 2.$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\angle C = 60°$

এখন, $4\sin^2\theta - (2+2\sqrt{3})\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin^2\theta - 2\sin\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta(2\sin\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$

বা, $\theta = 30°$

বা, $\theta = \frac{1}{2} \times 60°$ $\therefore \theta = \frac{1}{2}\angle C$

অথবা, $2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta = \sqrt{3}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

বা, $\theta = 60°$

$\therefore \theta = \angle C$

$\therefore \theta = \frac{1}{2}\angle C$ এবং $\theta = \angle C$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১০ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯

$a = \sin\theta$, $b = \cos\theta$ এবং $A = 30°$

ক. $(\cos A - \sin A)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^2 + a^4 = 1$ হলে উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1.$ ৪

গ. সমাধান কর : $\sqrt{2}a^2 - (1+\sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0° \le \theta \le 90°$. ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = 30°$

প্রদত্ত রাশি $= \cos A - \sin A$

$= \cos 30° - \sin 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

নির্ণেয় মান $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$.

www.abswer.com

www.abswer.com

খ দেওয়া আছে, $a = \sin\theta$ এবং $b = \cos\theta$

$a^2 + a^4 = 1$ হলে,

$\sin^2\theta + \sin^4\theta = 1$

বা, $\sin^4\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\therefore \sin^4\theta = \cos^2\theta$

বামপক্ষ $= \left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^4 - \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2$

$= \frac{\sin^4\theta}{\cos^4\theta} - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \frac{\cos^2\theta}{\cos^4\theta} - \tan^2\theta \quad [\because \sin^4\theta = \cos^2\theta]$

$= \frac{1}{\cos^2\theta} - \tan^2\theta$

$= \sec^2\theta - \tan^2\theta$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1.$ (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $a = \sin\theta$ এবং $b = \cos\theta$

$a^2 + a^4 = 1$ হলে,

$\sin^2\theta + \sin^4\theta = 1$

বা, $\sin^4\theta = 1 - \sin^2\theta$

বা, $\sin^4\theta = \cos^2\theta$

বা, $\frac{\sin^4\theta}{\cos^4\theta} = \frac{\cos^2\theta}{\cos^4\theta}$ [উভয়পক্ষকে $\cos^4\theta$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\tan^4\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$

বা, $\tan^4\theta = \sec^2\theta$

বা, $\tan^4\theta = 1 + \tan^2\theta \quad [\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta]$

বা, $\tan^4\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^4 - \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = 1 \quad \left[\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right]$

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1.$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $a = \sin\theta$

এখন, $\sqrt{2}a^2 - (1+\sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0° \le \theta \le 90°$

বা, $\sqrt{2}\sin^2\theta - (1+\sqrt{2})\sin\theta + 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\sin^2\theta - \sin\theta - \sqrt{2}\sin\theta + 1 = 0$

বা, $\sin\theta(\sqrt{2}\sin\theta - 1) - 1(\sqrt{2}\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(\sqrt{2}\sin\theta - 1)(\sin\theta - 1) = 0$

হয়, $\sqrt{2}\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin\theta = \sin 45°$

$\therefore \theta = 45°$

অথবা, $\sin\theta - 1 = 0$

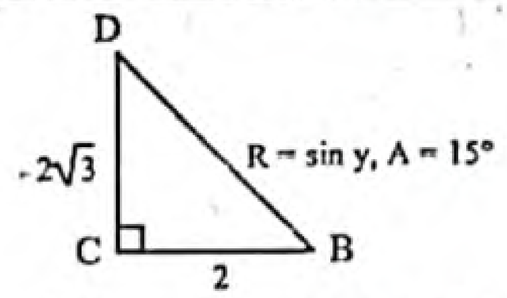
বা, $\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \sin 90°$

$\therefore \theta = 90°$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 45°, 90°$.

প্রশ্ন ১১ ▸ চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯



ক. $\tan x = \sqrt{3}$ হলে $\sin x$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $D = p - q$, $B = p + q$ হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $4R^2 - (2 + 2\sqrt{3})R + \sqrt{3} = 0$ হলে দেখাও যে, $y = 4A$ অথবা $y = 2A$. ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan x = \sqrt{3}$

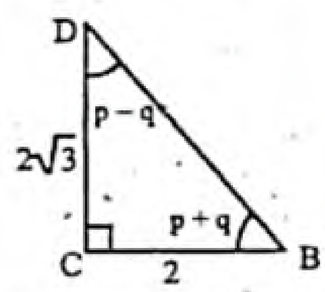
বা, $\tan x = \tan 60°$

$\therefore x = 60°$

$\therefore \sin x = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

নির্ণেয় মান $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

খ দেওয়া আছে, BCD-সমকোণী ত্রিভুজে $C = 90°$, $BC = 2$, $CD = 2\sqrt{3}$, $D = p - q$ এবং $B = p + q$



এখন, $\tan D = \frac{BC}{CD} = \frac{2}{2\sqrt{3}}$

বা, $\tan D = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

বা, $D = 30°$

বা, $p - q = 30°$ ..... (1)

এবং $\tan B = \frac{CD}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = \tan 60°$

বা, $B = 60°$

বা, $p + q = 60°$ ..... (2)

(1) ও (2)নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$p - q + p + q = 30 + 60°$

বা, $2p = 90°$

বা, $p = \frac{90°}{2}$

$\therefore p = 45°$

(2)নং সমীকরণে $p = 45°$ বসিয়ে পাই,

$45° + q = 60°$

বা, $q = 60° - 45°$

$\therefore q = 15°$

নির্ণেয় মান : $p = 45°$ এবং $q = 15°$.

গ দেওয়া আছে, $R = \sin y$ এবং $A = 15°$

এখানে, $4R^2 - (2 + 2\sqrt{3})R + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin^2 y - (2 + 2\sqrt{3})\sin y + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin^2 y - 2\sin y - 2\sqrt{3}\sin y + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin y(2\sin y - 1) - \sqrt{3}(2\sin y - 1) = 0$

বা, $(2\sin y - 1)(2\sin y - \sqrt{3}) = 0$

www.abswer.com

www.abswer.com

হয়, $2\sin y - 1 = 0$
বা, $2\sin y = 1$
বা, $\sin y = \frac{1}{2}$
বা, $\sin y = \sin 30°$
বা, $y = 30°$
বা, $y = 2 \times 15°$
$\therefore$ $y = 2A$

অথবা, $2\sin y - \sqrt{3} = 0$
বা, $2\sin y = \sqrt{3}$
বা, $\sin y = \frac{\sqrt{3}}{2}$
বা, $\sin y = \sin 60°$
বা, $y = 60°$
বা, $y = 4 \times 15°$
$\therefore$ $y = 4A$

$\therefore$ $y = 4A$ অথবা $y = 2A$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৯

$A = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$, $B = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$ এবং $C = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$.

ক. $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে $\tan B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$. ৪

গ. $\frac{A}{B} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin B = \frac{1}{3}$

এখন, $\cos^2 B = 1 - \sin^2 B$

বা, $\cos^2 B = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{9-1}{9} = \frac{8}{9}$

বা, $\cos B = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore$ $\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

নির্ণেয় মান $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

খ দেওয়া আছে, $A = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ এবং $C = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$

বামপক্ষ $= A^2$

$= (\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)^2$

$= \left(\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

$= \frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}$

$= \frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta} = \frac{(1+\cos\theta)^2}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$= \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = \frac{1+\frac{1}{\sec\theta}}{1-\frac{1}{\sec\theta}} = \frac{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta}}{\frac{\sec\theta-1}{\sec\theta}}$

$= \frac{\sec\theta+1}{\sec\theta} \times \frac{\sec\theta}{\sec\theta-1}$

$= \frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1} = C =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $A^2 = C$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $A = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$
এবং $B = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$

এখন, $\frac{A}{B} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta + \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\operatorname{cosec}\theta}{2\cot\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta}{\cot\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{1}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \sec 30°$

$\therefore$ $\theta = 30°$

নির্ণেয় মান 30°.

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $A = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$
এবং $B = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$

এখন, $\frac{A}{B} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}}{\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1+\cos\theta+1-\cos\theta}{1+\cos\theta-1+\cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} = \sec 30°$

$\therefore$ $\theta = 30°$

নির্ণেয় মান 30°.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ১৩ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৯

$M = \cos\alpha$, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$.

ক. দেখাও যে, $2\sin^2 B = 1 - \cos 2B$ যখন; $B = 45°$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \frac{p^2+1}{p^2-1}$. ৪

গ. $4M^2 - (2+2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$ হলে, α এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = 45°$

বামপক্ষ $= 2\sin^2 B$

$= 2\sin^2 45° = 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

ডানপক্ষ $= 1 - \cos 2B$

$= 1 - \cos(2 \times 45°) = 1 - \cos 90° = 1 - 0 = 1$

$\therefore$ $2\sin^2 B = 1 - \cos 2B$. (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{p}$.

বা, $\frac{\cos A - 1}{\sin A} = \frac{1}{p}$

বা, $\left(\frac{\cos A - 1}{\sin A}\right)^2 = \left(\frac{1}{p}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(\cos A - 1)^2}{\sin^2 A} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{\{-(1-\cos A)\}^2}{(1-\cos^2 A)} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{(1-\cos A)^2}{(1+\cos A)(1-\cos A)} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{(1-\cos A)(1-\cos A)}{(1+\cos A)(1-\cos A)} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{1-\cos A}{1+\cos A} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{1-\cos A+1+\cos A}{1-\cos A-1-\cos A} = \frac{1+p^2}{1-p^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\cos A} = \frac{1+p^2}{1-p^2}$

বা, $\frac{1}{-\cos A} = \frac{1+p^2}{-(p^2-1)}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = \frac{p^2+1}{p^2-1}$

$\therefore$ $\sec A = \frac{p^2+1}{p^2-1}$. (প্রমাণিত)

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\cos A - 1}{\sin A} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{(\cos A - 1)^2}{\sin^2 A} = \frac{1}{p^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{\sin^2 A}{(\cos A - 1)^2} = p^2$ [বিপরীতকরণ করে]

বা, $\frac{1-\cos^2 A}{\{-(1-\cos A)\}^2} = p^2$

বা, $\frac{(1+\cos A)(1-\cos A)}{(1-\cos A)^2} = p^2$

বা, $\frac{(1+\cos A)(1-\cos A)}{(1-\cos A)(1-\cos A)} = p^2$

বা, $\frac{1+\cos A}{1-\cos A} = p^2$

বা, $\frac{1+\cos A+1-\cos A}{1+\cos A-1+\cos A} = \frac{p^2+1}{p^2-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos A} = \frac{p^2+1}{p^2-1}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = \frac{p^2+1}{p^2-1}$

$\therefore$ $\sec A = \frac{p^2+1}{p^2-1}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $M = \cos\alpha$

এখন, $4M^2 - (2+2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\cos^2\alpha - (2+2\sqrt{3})\cos\alpha + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\cos^2\alpha - 2\cos\alpha - 2\sqrt{3}\cos\alpha + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\cos\alpha(2\cos\alpha - 1) - \sqrt{3}(2\cos\alpha - 1) = 0$

বা, $(2\cos\alpha - 1)(2\cos\alpha - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\cos\alpha - 1 = 0$

বা, $2\cos\alpha = 1$

বা, $\cos\alpha = \frac{1}{2} = \cos 60°$

$\therefore$ $\alpha = 60°$

অথবা, $2\cos\alpha - \sqrt{3} = 0$

বা, $2\cos\alpha = \sqrt{3}$

বা, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30°$

$\therefore$ $\alpha = 30°$

নির্ণেয় মান : $\alpha = 30°, 60°$.

প্রশ্ন ১৪ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৯

$\sec B = x$, $\tan B = y$ এবং $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$, যেখানে A ও B প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\operatorname{cosec}\theta = 2$ হলে $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}$ হলে দেখাও যে, $B = 60°$. ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য হতে $(\sin A + \cos A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল প্রশ্ন ৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ দেওয়া আছে, $\sec B = x$ এবং $\tan B = y$

এখন, $\frac{x-y}{x+y} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}$

বা, $\frac{\sec B - \tan B}{\sec B + \tan B} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}$

বা, $\frac{\sec B - \tan B + \sec B + \tan B}{\sec B - \tan B - \sec B - \tan B} = \frac{2-\sqrt{3}+\sqrt{3}+2}{2-\sqrt{3}-\sqrt{3}-2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sec B}{-2\tan B} = \frac{4}{-2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sec B}{\tan B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{1}{\cos B}}{\frac{\sin B}{\cos B}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

www.abswer.com

www.abswer.com

বা, $\frac{1}{\cos B} \times \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\operatorname{cosec} B = \frac{2}{\sqrt{3}} = \operatorname{cosec} 60°$

$\therefore$ $B = 60°$. (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$ ..... (1)

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A) \times \frac{4}{3} = 1$

বা, $\operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4}$ ..... (2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\operatorname{cosec} A - \cot A + \operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$

বা, $2 \operatorname{cosec} A = \frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$

বা, $\operatorname{cosec} A = \frac{25}{12 \times 2} = \frac{25}{24}$

বা, $\frac{1}{\sin A} = \frac{25}{24}$ $\therefore \sin A = \frac{24}{25}$

আবার, $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{576}{625}}$

$= \sqrt{\frac{625 - 576}{625}} = \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{7}{25}$ [$\because$ A সূক্ষ্মকোণ]

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \sin A + \cos A$

$= \frac{24}{25} + \frac{7}{25}$

$= \frac{24+7}{25} = \frac{31}{25}$

নির্ণেয় মান $\frac{31}{25}$.

প্রশ্ন ১৫ ▸ সকল বোর্ড ২০১৮

ΔABC-এ $\angle C = 90°$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$.

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \tan B$. ৪

গ. $\angle B = m + n$ এবং $\angle A = m - n$ হলে, m ও n এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ΔABC এ $\angle C = 90°$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$

বা, $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$

$\therefore$ $AC = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

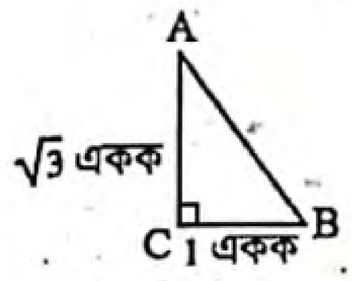
$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= (\sqrt{3})^2 + (1)^2$

$= 3 + 1 = 4$

$\therefore$ $AB = \sqrt{4} = 2$ একক

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য 2 একক।



খ এখানে, ΔABC এর $\angle C = 90°$

এবং $\tan B = \sqrt{3}$

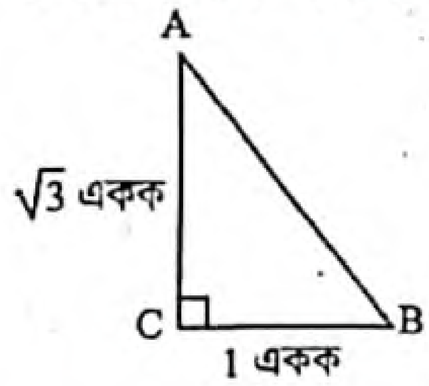
বা, $\tan B = \tan 60°$

বা, $B = 60°$

অর্থাৎ $\angle B = 60°$

$\therefore$ $\angle A = 90° - \angle B$

$= 90° - 60° = 30°$



বামপক্ষ $= \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \frac{\cot 30° + \tan 60°}{\cot 60° + \tan 30°}$

$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = (\sqrt{3})^2 = 3$

ডানপক্ষ $= \cot A . \tan B$

$= \cot 30° . \tan 60°$

$= \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= (\sqrt{3})^2 = 3$

$\therefore$ $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \tan B$. (প্রমাণিত)

গ এখানে, ΔABC এর $\angle C = 90°$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$

'খ' থেকে পাই, $\angle B = 60°$ এবং $\angle A = 30°$

$\angle B = m + n$ এবং $\angle A = m - n$ হলে,

$m + n = 60°$ .....(1) এবং $m - n = 30°$ ..... (2)

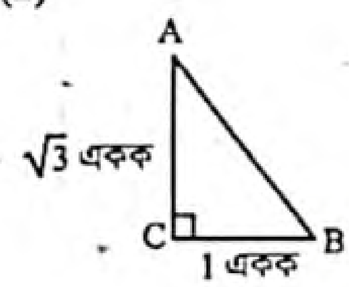
(1) ও (2) নং যোগ করে পাই,

$m + n + m - n = 60° + 30°$

বা, $2m = 90$

বা, $m = \frac{90°}{2}$

$\therefore$ $m = 45°$



(1) নং হতে (2) নং বিয়োগ করে পাই,

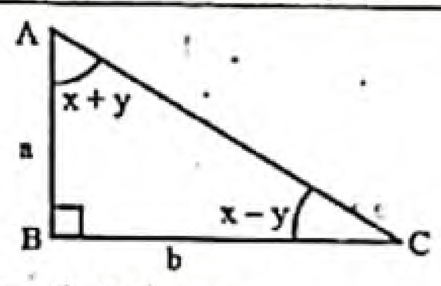
$m + n - m + n = 60° - 30°$

বা, $2n = 30°$

বা, $n = \frac{30°}{2} = 15°$

$\therefore$ m ও n এর মান যথাক্রমে 45° ও 15°.

প্রশ্ন ১৬ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৭



ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}} = 2 \operatorname{cosec} A$. ৪

গ. $a = 1$ এবং $b = \sqrt{3}$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

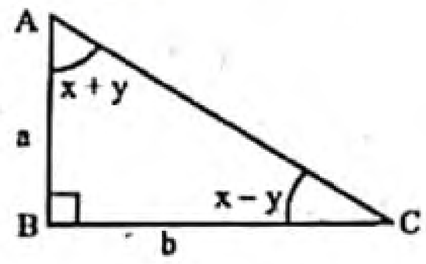
ক চিত্রানুসারে, $AB = a$ এবং $BC = b$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = a^2 + b^2$

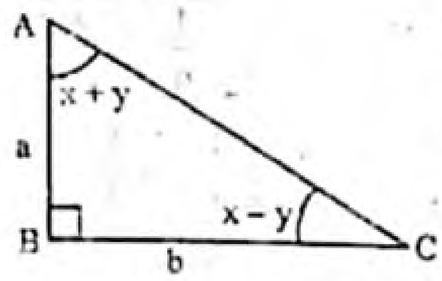
$\therefore$ $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ [বর্গমূল করে]



www.abswer.com

www.abswer.com

খ চিত্রানুসারে, AB = a এবং BC = b



'ক' হতে পাই,

$AC = \sqrt{a^2+b^2}$

$\therefore \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{BC}{AC} = \sin A$,

এবং $\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{AB}{AC} = \cos A$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1-\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} + \frac{1-\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

$$= \frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + (1-\cos A)^2}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{\sin^2 A + 1 - 2\cos A + \cos^2 A}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A + 1 - 2\cos A}{\sin A(1-\cos A)}$$

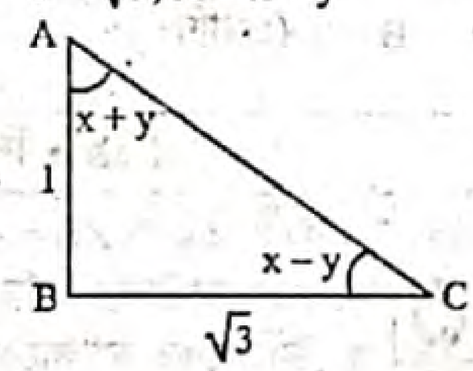
$$= \frac{1+1-2\cos A}{\sin A(1-\cos A)} \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$$

$$= \frac{2-2\cos A}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{2(1-\cos A)}{\sin A(1-\cos A)} = \frac{2}{\sin A} = 2\operatorname{cosec} A = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1-\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} + \frac{1-\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}} = 2\operatorname{cosec} A. \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $AB = a = 1$; $BC = b = \sqrt{3}$; $A = x + y$ এবং $C = x - y$



এখন, $\tan A = \dfrac{BC}{AB}$

বা, $\tan(x+y) = \dfrac{\sqrt{3}}{1}$

বা, $\tan(x+y) = \sqrt{3}$

বা, $\tan(x+y) = \tan 60°$

$\therefore x + y = 60°$ ..... (1)

আবার, $\tan C = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\tan(x-y) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan(x-y) = \tan 30°$

$\therefore x - y = 30°$ ..... (2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2x = 90°$

বা, $x = \dfrac{90°}{2}$

$\therefore x = 45°$

x এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$45° + y = 60°$

বা, $y = 60° - 45°$

$\therefore y = 15°$

নির্ণেয় মান : $x = 45°$ এবং $y = 15°$.

প্রশ্ন ১৭ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৭

ΔABC এ $\angle B = 90°$ এবং $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

ক. AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

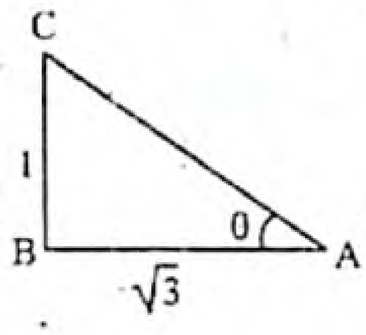
খ. প্রমাণ কর যে, $\dfrac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \dfrac{1}{2}$. ৪

গ. $\angle A = x - y$ এবং $\angle C = x + y$ হলে, x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 90°$

এবং $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{BC}{AB}$ হওয়ায় $AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$



এখন, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = (\sqrt{3})^2 + (1)^2$

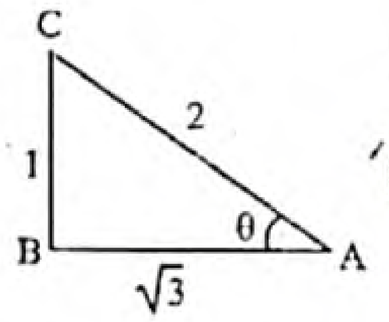
বা, $AC^2 = 3 + 1$

বা, $AC^2 = 4$

$\therefore AC = 2$

$\therefore$ AC এর দৈর্ঘ্য 2 একক।

খ ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle B = 90°$



$AB = \sqrt{3}$

$BC = 1$

$AC = 2$

এখন, $\operatorname{cosec}\theta = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{2}{1} = 2$

এবং $\sec\theta = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$$

$$= \frac{(2)^2 - \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{(2)^2 + \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{4 - \dfrac{4}{3}}{4 + \dfrac{4}{3}} = \frac{\dfrac{12-4}{3}}{\dfrac{12+4}{3}}$$

$$= \frac{\dfrac{8}{3}}{\dfrac{16}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2}. \text{ (প্রমাণিত)}$$

▸ বিকল্প পদ্ধতি

দেওয়া আছে, $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan 30°$

$\therefore \theta = 30°$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec}^2 30° - \sec^2 30°}{\operatorname{cosec}^2 30° + \sec^2 30°}$$

$$= \frac{2^2 - \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 + \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{4 - \dfrac{4}{3}}{4 + \dfrac{4}{3}} = \frac{\dfrac{12-4}{3}}{\dfrac{12+4}{3}} = \frac{\dfrac{8}{3}}{\dfrac{16}{3}}$$

$$= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{1}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

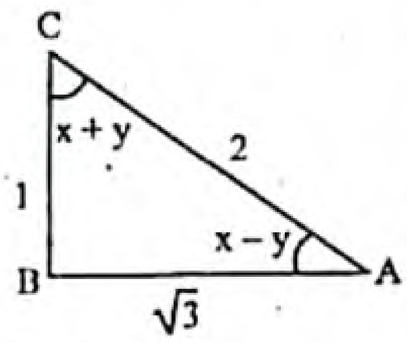
$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2}. \text{ (প্রমাণিত)}$$

www.abswer.com

www.abswer.com

গ ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle B = 90°$

$AB = \sqrt{3}$
$BC = 1$
$AC = 2$
$\angle A = x - y$
$\angle C = x + y$



এখন, $\tan A = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan(x - y) = \tan 30°$

$\therefore$ $x - y = 30°$ .....(1)

এবং $\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

বা, $\tan(x + y) = \tan 60°$

$\therefore$ $x + y = 60°$ .....(2)

(1) ও (2)নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$x - y + x + y = 30° + 60°$

বা, $2x = 90°$

$\therefore$ $x = 45°$

(1) নং সমীকরণে x-এর মান বসিয়ে পাই,

$45° - y = 30°$

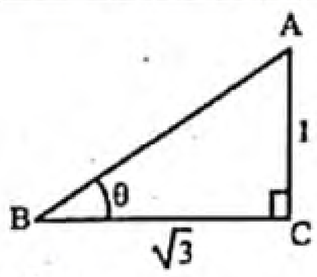
বা, $-y = 30° - 45°$

বা, $-y = -15°$

$\therefore$ $y = 15°$

নির্ণেয় মান : $x = 45°$ এবং $y = 15°$.

প্রশ্ন ১৮ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৭



ক. θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে,
$\frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2\theta} = 1.$ ৪

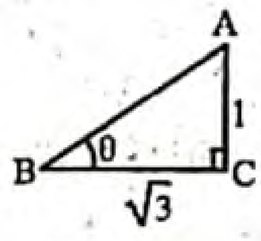
গ. যদি $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ হয়, তবে দেখাও যে, $B = \theta$. ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $AC = 1$,

$BC = \sqrt{3}$

এবং $\angle ABC = \theta$



এখন, $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan 30°$

$\therefore$ $\theta = 30°$

$\therefore$ θ এর মান 30°.

খ 'ক' হতে পাই, $\theta = 30°$

বামপক্ষ $= \frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2\theta}$

$= \frac{1}{1 + (\sin 30°)^2} + \frac{1}{1 + (\operatorname{cosec} 30°)^2}$

$= \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 + (2)^2}$

$= \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} + \frac{1}{1 + 4}$

$= \frac{1}{\frac{4 + 1}{4}} + \frac{1}{5}$

$= \frac{1}{\frac{5}{4}} + \frac{1}{5}$

$= 1 \times \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$

$= \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$

$= \frac{4 + 1}{5} = \frac{5}{5} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $\frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2\theta} = 1.$ (প্রমাণিত)

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $\theta = 30°$

এখানে, $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

বা, $\frac{\cos B - \sin B + \cos B + \sin B}{\cos B - \sin B - \cos B - \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cos B}{-2\sin B} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

বা, $\frac{\cos B}{\sin B} = \sqrt{3}$

বা, $\cot B = \cot 30°$

বা, $B = 30°$

$\therefore$ $B = \theta$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৯ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৭

ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 1$ সমকোণ এবং $\tan A = 1$

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $(\sec^2 A + \cot^2 C + \sin^2 A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

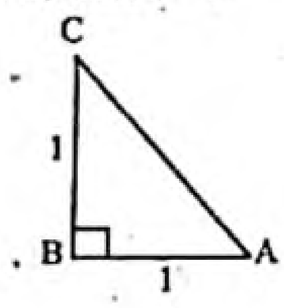
গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে,
$\frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2\tan^2 A}{3\sin 2A} = 1.$ ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 1$ সমকোণ এবং $\tan A = 1$

ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$\tan A = \frac{BC}{AB}$

বা, $1 = \frac{BC}{AB}$

$\therefore$ $AB = BC$

এখানে, $BC = 1$, $AB = 1$

$\therefore$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$

$\therefore$ $AC = \sqrt{2}$

$\therefore$ AC এর দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}$ একক।

www.abswer.com

www.abswer.com

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $AB = 1, AC = \sqrt{2}, BC = 1$

এখন, $\sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\cot C = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{1} = 1$

প্রদত্ত রাশি $= \sec^2 A + \cot^2 C + \sin^2 A$

$= (\sqrt{2})^2 + (1)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= 2 + 1 + \frac{1}{2}$

$= 3 + \frac{1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2}$

নির্ণেয় মান : $\frac{7}{2}$.

গ দেওয়া আছে, $\tan A = 1$

বা, $\tan A = \tan 45°$

$\therefore A = 45°$

বামপক্ষ $= \frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2\tan^2 A}{3\sin 2A}$

$= \frac{1 - \sin^2 45°}{1 + \sin^2 45°} + \frac{2\tan^2 45°}{3\sin(2 \times 45°)}$

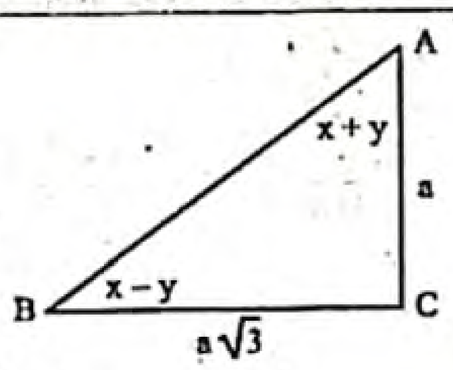
$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{2 \times (1)^2}{3\sin 90°}$

$= \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{2}{3 \times 1} = \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{2+1}{2}} + \frac{2}{3} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2\tan^2 A}{3\sin 2A} = 1$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২০ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৭



চিত্রে ABC একটি ত্রিভুজ

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\angle x = 45°$ এবং $\angle y = 15°$. ৪

গ. $\angle B + 15°$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো বের কর। ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমকোণী ত্রিভুজে $AC = a, BC = a\sqrt{3}$

এখন, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

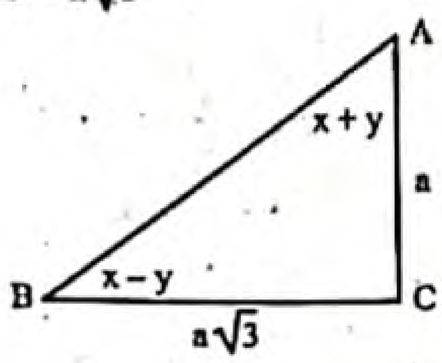
বা, $AB^2 = (a)^2 + (a\sqrt{3})^2$

বা, $AB^2 = a^2 + a^2 \times 3$

বা, $AB^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2$

বা, $AB = \sqrt{4a^2} = 2a$

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য 2a একক।



খ এখানে, $AC = a; BC = a\sqrt{3}$

$\angle A = x + y$ এবং $\angle B = x - y$

ক-হতে প্রাপ্ত, $AB = 2a$

এখন, $\tan A = \frac{BC}{AC}$

বা, $\tan(x + y) = \frac{a\sqrt{3}}{a}$

বা, $\tan(x + y) = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = \tan 60°$

$x + y = 60°$ ..... (1)

এবং $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan(x - y) = \tan 30°$

$\therefore x - y = 30°$ .....(2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 60° + 30°$

বা, $2x = 90°$

বা, $x = \frac{90°}{2}$

$\therefore x = 45°$

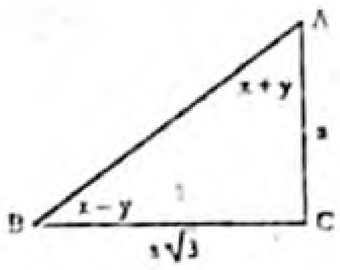
(1) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$45° + y = 60°$

বা, $y = 60° - 45°$

$\therefore y = 15°$

$\therefore \angle x = 45°$ এবং $\angle y = 15°$. (দেখানো হলো)



গ 'খ' হতে প্রাপ্ত,

$x - y = 30°$

এবং $\angle B = x - y = 30°$

এখন, $\angle B + 15° = 30° + 15° = 45°$

45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় :

মনে করি, $\angle XOZ = 45°$ এবং OZ এর উপরস্থ একটি বিন্দু P।

$PM \perp OX$ আঁকি।

OPM সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle POM = 45°$

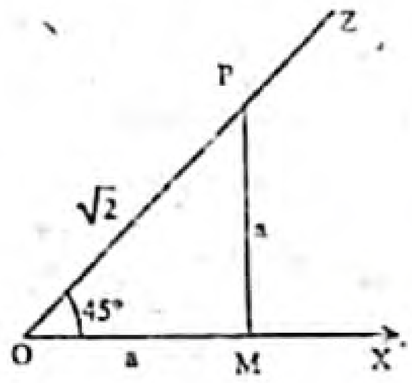
সুতরাং, $\angle OPM = 45°$

অতএব, $PM = OM = a$ (ধরি)

এখন, $OP^2 = OM^2 + PM^2 = a^2 + a^2$

বা, $OP^2 = 2a^2$

$\therefore OP = \sqrt{2}\,a$



ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সংজ্ঞা হতে পাই,

$\sin 45° = \frac{PM}{OP} = \frac{a}{\sqrt{2}\,a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 45° = \frac{OM}{OP} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 45° = \frac{PM}{OM} = \frac{a}{a} = 1$

$\cot 45° = \frac{OM}{PM} = \frac{a}{a} = 1$

$\sec 45° = \frac{OP}{OM} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2}$

$\operatorname{cosec} 45° = \frac{OP}{PM} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2}$

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২১ ▸ দিনাজপুর বোর্ড ২০১৭

$A = \cos\theta + \sin\theta$ এবং $B = \cos\theta - \sin\theta$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।

ক. $\theta = 45°$ হলে, A এবং B এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $A = \sqrt{2}(A - \sin\theta)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $B = \sqrt{2}(A - \cos\theta)$. ৪

গ. $A = 1$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর যেখানে, $0° \le \theta \le 90°$. ৪

২১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \cos\theta + \sin\theta$

এবং $B = \cos\theta - \sin\theta$

$\theta = 45°$ হলে,

$$A = \cos 45° + \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

এবং $B = \cos 45° - \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

$\therefore$ A ও B এর মান যথাক্রমে $\sqrt{2}$ এবং 0.

খ দেওয়া আছে, $A = \cos\theta + \sin\theta$ এবং $B = \cos\theta - \sin\theta$

$A = \sqrt{2}(A - \sin\theta)$ হলে,

$\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta - \sin\theta)$

বা, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$

বা, $\sin\theta = (\sqrt{2} - 1)\cos\theta$

বা, $(\sqrt{2} + 1)\sin\theta = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)\cos\theta$

[উভয়পক্ষকে $(\sqrt{2} + 1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1^2\}\cos\theta$

বা, $\sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta = (2 - 1)\cos\theta$

বা, $\sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta = \cos\theta$

বা, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

বা, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta - \cos\theta)$

$\therefore$ $B = \sqrt{2}(A - \cos\theta)$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $A = \cos\theta + \sin\theta$

$A = 1$ হলে, $\cos\theta + \sin\theta = 1$

বা, $(\cos\theta + \sin\theta)^2 = (1)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2\theta + 2\cos\theta\sin\theta + \sin^2\theta = 1$

বা, $\cos^2\theta + \sin^2\theta + 2\cos\theta\sin\theta = 1$

বা, $1 + 2\cos\theta\sin\theta = 1$

বা, $2\cos\theta.\sin\theta = 1 - 1$

বা, $2\cos\theta\sin\theta = 0$

বা, $\cos\theta.\sin\theta = 0$

হয়, $\cos\theta = 0$

বা, $\cos\theta = \cos 90°$

$\therefore$ $\theta = 90°$

অথবা, $\sin\theta = 0$

বা, $\sin\theta = \sin 0°$

$\therefore$ $\theta = 0°$

নির্ণেয় মান : $\theta = 0°, 90°$।

প্রশ্ন ২২ ▸ যশোর বোর্ড ২০১৬

$\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$.

ক. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $m + n = 2.\sec\theta.\sin\theta$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

বামপক্ষ $= m + n$

$= \tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta$

$= 2\tan\theta$

$= 2\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 2.\frac{1}{\cos\theta}.\sin\theta = 2\sec\theta.\sin\theta =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $m + n = 2\sec\theta.\sin\theta$. (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$

$= 4\tan\theta\sin\theta$ [$\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$]

$= 4\sqrt{\tan^2\theta\sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta(1 - \cos^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \tan^2\theta\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}.\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)} = 4\sqrt{mn} =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

এখন, $\frac{m}{n} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\tan\theta + \sin\theta}{\tan\theta - \sin\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta}{\tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\tan\theta}{2\sin\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\tan\theta}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} \times \frac{1}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \sec 30°$

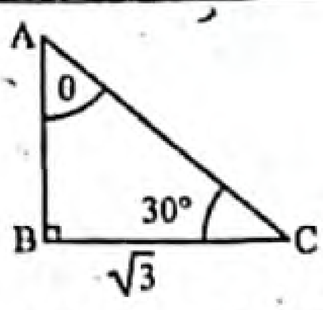
$\therefore$ $\theta = 30°$

নির্ণেয় মান 30°.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ২৩ ▸ সিলেট বোর্ড ২০১৬



$BC = \sqrt{3}$ সে.মি., $\angle B$ = এক সমকোণ, $\angle ACB = 30°$.

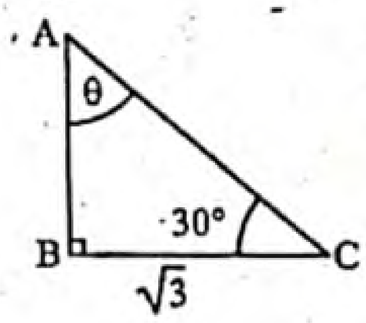
ক. AB ও AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2-\sin^2 A}+\frac{1}{2+\tan^2 A}=1.$ ৪

গ. উদ্দীপক অনুসারে θ কোণের সাপেক্ষে যদি $2.\left(\frac{BC}{AC}\right)^2+3.\frac{AB}{AC}-3=0$ হয়, তবে দেখাও যে, $\theta = 60°$. ৪

২৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$BC = \sqrt{3}$ সে.মি.,

$\angle B$ = এক সমকোণ

এবং $\angle ACB = 30°$

এখন, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{AB}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{\sqrt{3}}$

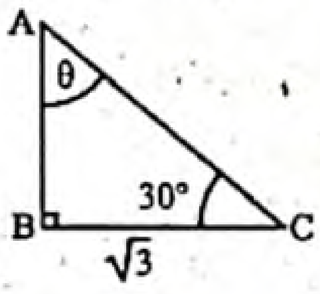
বা, $AB = 1$

এবং $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4$

বা, $AC = \sqrt{4} = 2$

∴ AB বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি.।

খ ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$BC = \sqrt{3}$ সে.মি.

এবং $\angle B$ = এক সমকোণ

ক-হতে প্রাপ্ত,

$AB = 1$ সে.মি.

এবং $AC = 2$ সে.মি.

এখন, $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

বামপক্ষ $= \frac{1}{2-\sin^2 A}+\frac{1}{2+\tan^2 A}$

$= \frac{1}{2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}+\frac{1}{2+(\sqrt{3})^2}$

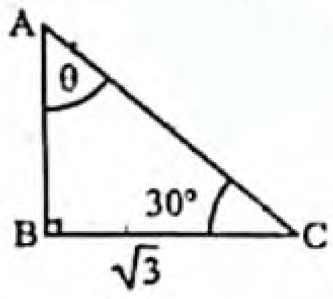
$= \frac{1}{2-\frac{3}{4}}+\frac{1}{2+3} = \frac{1}{\frac{8-3}{4}}+\frac{1}{5} = \frac{1}{\frac{5}{4}}+\frac{1}{5}$

$= 1 \times \frac{4}{5}+\frac{1}{5}$

$= \frac{4}{5}+\frac{1}{5} = \frac{4+1}{5} = \frac{5}{5} = 1$ = ডানপক্ষ

∴ $\frac{1}{2-\sin^2 A}+\frac{1}{2+\tan^2 A} = 1.$ (প্রমাণিত)

গ ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle B$ = এক সমকোণ



এবং $\angle BAC = \theta$

এখন, $\sin \angle BAC = \frac{BC}{AC}$

বা, $\sin \theta = \frac{BC}{AC}$

এবং $\cos \angle BAC = \frac{AB}{AC}$

বা, $\cos \theta = \frac{AB}{AC}$

এখানে, $2.\left(\frac{BC}{AC}\right)^2+3.\frac{AB}{AC}-3=0$

বা, $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$ [$\because \sin\theta = \frac{BC}{AC}$ এবং $\cos\theta = \frac{AB}{AC}$]

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$ [$\because \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta$]

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - \cos\theta - 2\cos\theta + 1 = 0$

বা, $\cos\theta(2\cos\theta - 1) - 1(2\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ | অথবা, $\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$ | বা, $\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ | বা, $\cos\theta = \cos 0°$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$ | বা, $\theta = 0°$ যা গ্রহণযোগ্য নয়

বা, $\theta = 60°$

সুতরাং $\theta = 60°$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২৪ ▸ বরিশাল বোর্ড ২০১৬

ΔABC-এ $\angle B = 90°$, $\angle A = x - y$, $\angle C = x + y$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$.

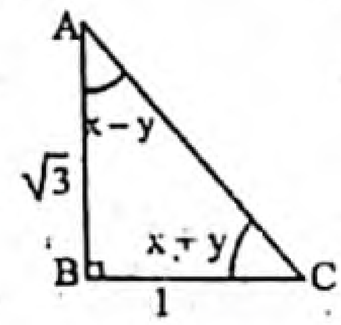
ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$\angle B = 90°$

$\angle A = x - y$

$\angle C = x + y$

$AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$

এখন, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

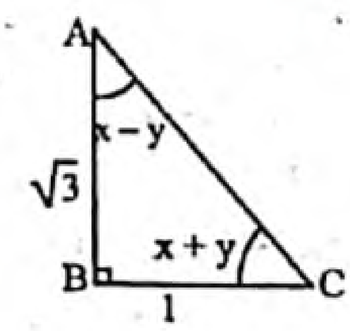
বা, $AC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$

বা, $AC^2 = 3 + 1 = 4$

বা, $AC = \sqrt{4} = 2$

∴ AC এর দৈর্ঘ্য 2 একক।

খ ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$\angle B = 90°$

$\angle A = x - y$

$\angle C = x + y$

$AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$

ক-হতে প্রাপ্ত, $AC = 2$

www.abswer.com

www.abswer.com

এখন, $\text{cosec } A = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$

$\sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{\text{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A}$

$= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{12-4}{3}}{\frac{3-1}{4}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{2}{4}} = \frac{8}{3} \times \frac{4}{2} = \frac{16}{3}$

নির্ণেয় মান : $\frac{16}{3}$.

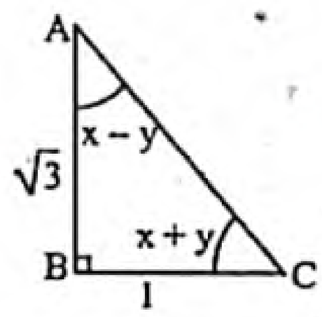
গ ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\angle B = 90°$

$\angle A = x - y$

$\angle C = x + y$

$AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$



ক-হতে প্রাপ্ত, $AC = 2$

খ-হতে প্রাপ্ত,

$\sin A = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(x - y) = \frac{1}{2} = \sin 30°$

বা, $x - y = 30°$.....(1)

এখন, $\cos C = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos(x + y) = \frac{1}{2} = \cos 60°$

বা, $x + y = 60°$.....(2)

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে,

$x - y + x + y = 30° + 60°$

বা, $2x = 90°$

বা, $x = \frac{90°}{2}$

$\therefore x = 45°$

(2) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে,

$45° + y = 60°$

বা, $y = 60° - 45°$

$\therefore y = 15°$

নির্ণেয় মান : $x = 45°$ এবং $y = 15°$।

প্রশ্ন ২৫ ▸ ঢাকা বোর্ড ২০১৫

ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C$ সমকোণ, $\tan B = \sqrt{3}$.

ক. AB এর মান কত? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A . \tan B$. ৪

গ. $\angle B = p + q$ এবং $\angle A = p - q$ হলে, p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৬ ▸ কুমিল্লা বোর্ড ২০১৫

$\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$, $\angle B = 60°$

ক. $\text{cosec}^2 B + \cot^2 B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $4\sin^2\theta - (2 + 2\sqrt{3})\sin\theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $\theta = 2A$ অথবা $\theta = A$। ৪

২৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle B = 60°$

প্রদত্ত রাশি $= \text{cosec}^2 B + \cot^2 B$

$= \text{cosec}^2 60° + \cot^2 60°$

$= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ [$\because \text{cosec } 60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$ এবং $\cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

$= \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4+1}{3} = \frac{5}{3}$

নির্ণেয় মান $\frac{5}{3}$.

খ দেওয়া আছে,

$\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

বা, $\frac{\cos A + \sin A + \cos A - \sin A}{\cos A + \sin A - \cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cos A}{2\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{2}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{3}$

বা, $\cot A = \sqrt{3}$ [$\because \frac{\cos A}{\sin A} = \cot A$]

বা, $\cot A = \cot 30°$ [$\because \cot 30° = \sqrt{3}$]

$\therefore A = 30°$

নির্ণেয় মান 30°.

গ এখানে,

$4\sin^2\theta - (2 + 2\sqrt{3})\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin^2\theta - 2\sin\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta(2\sin\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$

[$\because \sin 30° = \frac{1}{2}$]

বা, $\theta = 30°$

অথবা, $2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta = \sqrt{3}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

[$\because \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$]

বা, $\theta = 60°$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 30°, 60°$.

খ-হতে প্রাপ্ত, $A = 30°$

এখন, $\theta = 60°$

বা, $\theta = 2 \times 30°$

বা, $\theta = 2A$ [$\because A = 30°$]

অথবা, $\theta = 30°$

$\therefore \theta = A$ [$\because A = 30°$]

সুতরাং $\theta = 2A$ অথবা $\theta = A$. (দেখানো হলো)

www.abswer.com

www.abswer.com

শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক নির্বাচিত

প্রশ্ন ২৭ ▸ ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

$\tan\theta + \sin\theta = m$, $\tan\theta - \sin\theta = n$ এবং $\angle A = 60°$.

ক. মান নির্ণয় কর : $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} + \sin^2 A$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর; যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

২৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle A = 60°$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} + \sin^2 A$

$= \frac{1-(\tan 60°)^2}{1+(\tan 60°)^2} + (\sin 60°)^2$

$= \frac{1-(\sqrt{3})^2}{1+(\sqrt{3})^2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \frac{1-3}{1+3} + \frac{3}{4} = \frac{-2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{-2+3}{4} = \frac{1}{4}$

নির্ণেয় মান : $\frac{1}{4}$

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ২২(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ২২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৮ ▸ রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

$\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$.

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta \cdot \sin^2\theta = mn$. ২

খ. দেখাও যে, $\frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4) = mn$. ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

বামপক্ষ $= \tan^2\theta . \sin^2\theta$

$= \tan^2\theta(1-\cos^2\theta)$

$= \tan^2\theta - \tan^2\theta . \cos^2\theta$

$= \tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} . \cos^2\theta = \tan^2\theta - \sin^2\theta$

$= (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta) = mn =$ ডানপক্ষ

$\therefore \tan^2\theta . \sin^2\theta = mn$. (প্রমাণিত)

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

বামপক্ষ $= \frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4)$

$= \frac{1}{16}\{(m^2)^2 - 2.m^2.n^2 + (n^2)^2\}$

$= \frac{1}{16}(m^2 - n^2)^2$

$= \frac{1}{16}\{(\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2\}^2$

$= \frac{1}{16}(4\tan\theta\sin\theta)^2$

$= \frac{1}{16} \times 16\tan^2\theta . \sin^2\theta$

$= \tan^2\theta . \sin^2\theta$

$= \tan^2\theta(1-\cos^2\theta)$

$= \tan^2\theta - \tan^2\theta\cos^2\theta$

$= \tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} . \cos^2\theta$

$= \tan^2\theta - \sin^2\theta$

$= (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)$

$= mn =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4) = mn$. (দেখানো হলো)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ২২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৯ ▸ আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা

ΔABC-এ $\angle C = 90°$ এবং $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

ক. $\sec A + \tan A = \frac{3}{2}$ হলে, $\tan A - \sec A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A} = 2\operatorname{cosec} A$. ৪

গ. যদি $\angle A = m + n$, $\angle B = m - n$ হয়, তবে m ও n এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sec A + \tan A = \frac{3}{2}$

আমরা জানি,

$\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

বা, $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$

বা, $\frac{3}{2}(\sec A - \tan A) = 1$

বা, $\sec A - \tan A = \frac{1}{\frac{3}{2}}$

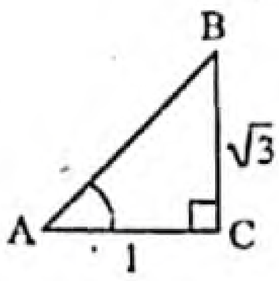
বা, $-(\tan A - \sec A) = \frac{2}{3}$

$\therefore \tan A - \sec A = -\frac{2}{3}$

নির্ণেয় মান : $-\frac{2}{3}$.

খ দেওয়া আছে,

$\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং $\angle C = 90°$



ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4$

$\therefore AB = \sqrt{4} = 2$

এখন, $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$

এবং $\operatorname{cosec} A = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

www.abswer.com

www.abswer.com

বামপক্ষ $= \frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{1}{2}} + \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

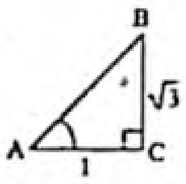
$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2-1}{2}} + \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

ডানপক্ষ $= 2 \operatorname{cosec} A = 2 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$\therefore \frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

$\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$



এবং $\angle A = m + n$ ও $\angle B = m - n$

এখন,

$\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot A = \cot 60°$

বা, $A = 60°$

$\therefore m + n = 60°$ ..... (1)

আবার, $\tan B = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan B = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan (m-n) = \tan 30°$

$\therefore m - n = 30°$ ..... (2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$m + n + m - n = 60° + 30°$

বা, $2m = 90°$

$\therefore m = 45°$

(1) নং সমীকরণে $m = 45°$ বসিয়ে পাই,

$45° + n = 60°$

বা, $n = 60° - 45°$

$\therefore n = 15°$

নির্ণেয় মান $m = 45°$ এবং $n = 15°$.

প্রশ্ন ৩০ ▸ আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা

$A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$, $B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$ এবং $C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$.

ক. $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে, $\tan B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$. ৪

গ. $\frac{A}{B} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩০নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন ১২নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩১ ▸ সরকারি পি. এন. বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী

ΔABC-এ $\angle B = 90°$, $AC = q$, $AB = r$, $BC = p$

এবং $M = 2p^2 + 3rq - 3q^2$.

ক. $p = 1$ এবং $q = 2$ হলে, $\angle A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan C}{\cot C + \tan A} = \cot A . \tan C$. ৪

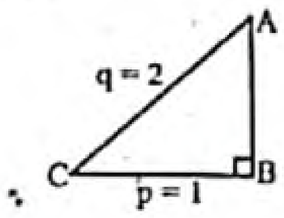
গ. $M = 0$ এবং $\angle C = \theta$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৩১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC-এ $\angle B = 90°$,

$AC = q$, $AB = r$ এবং $BC = p$.

এখন, $p = 1$ এবং $q = 2$ হলে,



ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে, $\sin A = \frac{BC}{AC}$

বা, $\sin A = \frac{1}{2}$

বা, $\sin A = \sin 30°$

$\therefore A = 30°$

নির্ণেয় মান $\angle A = 30°$.

খ 'ক' হতে পাই, $A = 30°$

ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $AB^2 + 1^2 = 2^2$

বা, $AB^2 = 4 - 1 = 3$

$\therefore AB = \sqrt{3}$

এখন, $\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

বা, $\tan C = \tan 60°$

$\therefore C = 60°$

বামপক্ষ $= \frac{\cot A + \tan C}{\cot C + \tan A}$

$= \frac{\cot 30° + \tan 60°}{\cot 60° + \tan 30°} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{\frac{1+1}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

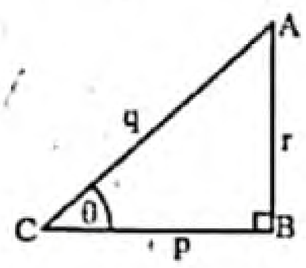
$= \cot 30° \cdot \tan 60° = \cot A \cdot \tan C =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\cot A + \tan C}{\cot C + \tan A} = \cot A . \tan C$. (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\angle B = 90°$, $AC = q$, $AB = r$, $BC = p$

এবং $M = 2p^2 + 3rq - 3q^2$

এবং $M = 0$



বা, $2p^2 + 3rq - 3q^2 = 0$

বা, $\frac{2p^2}{q^2} + \frac{3rq}{q^2} - 3 = 0$

বা, $2\left(\frac{p}{q}\right)^2 + 3 \cdot \frac{r}{q} - 3 = 0$

বা, $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$

বা, $2(1 - \sin^2 \theta) + 3 \sin \theta - 3 = 0$

বা, $2 - 2 \sin^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$

বা, $-2 \sin^2 \theta + 3 \sin \theta - 1 = 0$

বা, $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 = 0$

বা, $2 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta - \sin \theta + 1 = 0$

বা, $2 \sin \theta (\sin \theta - 1) - 1 (\sin \theta - 1) = 0$

বা, $(2 \sin \theta - 1)(\sin \theta - 1) = 0$

হয়, $2 \sin \theta - 1 = 0$

বা, $\sin \theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin \theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

অথবা, $\sin \theta - 1 = 0$

বা, $\sin \theta = 1$

বা, $\sin \theta = \sin 90°$

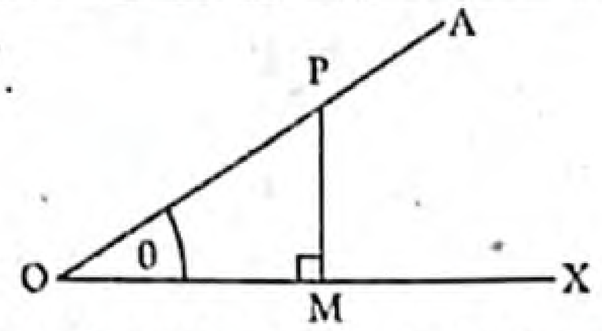
$\therefore \theta = 90°$; θ সূক্ষ্মকোণ বলে ইহা গ্রহণযোগ্য নয়

নির্ণেয় মান, $\theta = 30°$.

www.abswer.com

www.abswer.com

প্রশ্ন ৩২ ▸ চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম



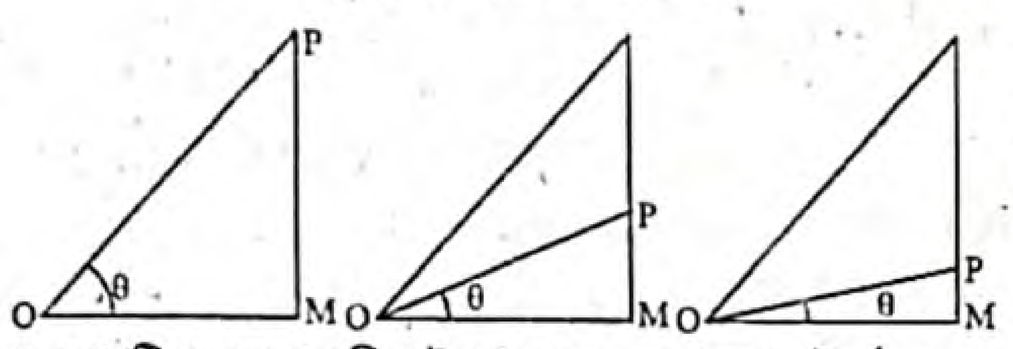
ক. θ এর কোন মানের জন্য cos θ এর মান প্রায় 1 (one) হবে ব্যাখ্যা কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, (জ্যামিতিক ব্যাখ্যাসহ) $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$. ৪

গ. Δ POM এর ∠POM = 45° হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান বের কর। (চিত্রের সাহায্যে) ৪

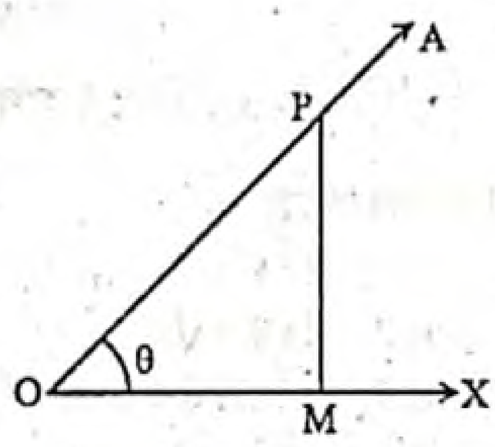
৩২নং প্রশ্নের সমাধান

ক



যখন Q কোণটি 0 এর খুব নিকটে আসে PM রেখাংশের দৈর্ঘ্য শূন্যের কোঠায় নেমে আসে এবং এক্ষেত্রে OP এর দৈর্ঘ্য OM এর দৈর্ঘ্যের সমান হয় এবং $\cos\theta = \frac{OM}{OP}$ এর মান প্রায় 1 (one)।

খ মনেকরি, ∠XOA = Q; একটি সূক্ষ্মকোণ। OA বাহুতে যেকোনো একটি বিন্দু P নিই। P থেকে OX এর উপর PM লম্ব টানি। ফলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ POM গঠিত হলো।



∠POM = θ সাপেক্ষে সমকোণী ত্রিভুজ POM এর PM বিপরীত বাহু, OM সন্নিহিত বাহু, OP অতিভুজ।

$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{OP}{PM} = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$ এবং $\cot\theta = \frac{OM}{PM} = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

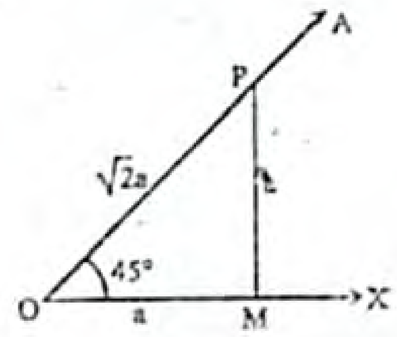
এখন, $\operatorname{cosec}^2\theta = (\operatorname{cosec}\theta)^2 = \left(\frac{OP}{PM}\right)^2$

$= \frac{OP^2}{PM^2} = \frac{PM^2 + OM^2}{PM^2}$ [OP সমকোণী ΔPOM এর অতিভুজ $OP^2 = PM^2 + OM^2$ বলে]

$= \frac{PM^2}{PM^2} + \frac{OM^2}{PM^2} = 1 + \left(\frac{OM}{PM}\right)^2 = 1 + (\cot\theta)^2 = 1 + \cot^2\theta$

$\therefore \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$. (প্রমাণিত)

গ মনেকরি, ∠XOA = 45° এবং P, OA এর উপরস্থ একটি বিন্দু। PM ⊥ OX আঁকি। ΔPOM সমকোণী ত্রিভুজে ∠POM = 45° সুতরাং ∠OPM = 45°



অতএব, PM = OM = a (ধরি)

এখন, $OP^2 = OM^2 + PM^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

বা, $OP = \sqrt{2}a$

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সংজ্ঞা থেকে আমরা পাই,

$\sin 45° = \frac{PM}{OP} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 45° = \frac{OM}{OP} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 45° = \frac{PM}{OM} = \frac{a}{a} = 1$

$\operatorname{cosec} 45° = \frac{1}{\sin 45°} = \sqrt{2}$

$\sec 45° = \frac{1}{\cos 45°} = \sqrt{2}$

$\cot 45° = \frac{1}{\tan 45°} = 1.$

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — শিখনফলের ধারায় প্রণীত

শিখনফল ৩ : সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর ধ্রুবতা যাচাই করে প্রমাণ ও গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারব।

প্রশ্ন ৩৩ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৩-এর আলোকে প্রণীত

$\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$ একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ যেখানে, θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. cot 90°. tan 0°. sec 30°. cosec 60° = কত? ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. 'খ' হতে θ-এর মান ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$. ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.২ এর ১৭ ও ২৪নং এর আলোকে]

৩৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি = cot 90°. tan 0°. sec 30°. cosec 60°

$= 0.\ 0.\ \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$

$= 0$

খ এখানে,

$\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$

বা, $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$ [$\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$]

বা, $\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta - 2 + 5\cos\theta = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$

বা, $(\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

দুইটি রাশির গুণফল শূন্য হলে তাদের অন্তত যেকোনো একটির মান শূন্য হবে।

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$ [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]

$\therefore \theta = 60°$

আবার, $\cos + 3 = 0$

বা, $\cos\theta = -3$

কিন্তু এটা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ।

নির্ণেয় সমাধান : θ = 60°.

www.abswer.com

www.abswer.com

গ 'খ' হতে পাই, $\theta = 60°$

বামপক্ষ $= \tan 2\theta$

$= \tan(2 \times 60°)$ $[\because \theta = 60°]$

$= \tan 120° = -\sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$= \dfrac{2\tan 60°}{1-(\tan 60°)^2}$ $[\because \theta = 60°]$

$= \dfrac{2\tan 60°}{1-\tan^2 60°}$

$= \dfrac{2\times\sqrt{3}}{1-(\sqrt{3})^2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{1-3} = \dfrac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$. (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩৪ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৩-এর আলোকে প্রণীত

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$; যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\sin 60°.\cos 30° + \cos 60°.\sin 30° =$ কত? ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. θ-এর মান ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{1-\cos^2\theta}{1+\cos^2\theta} + \sec^2\theta = \dfrac{23}{5}$. ৪

[পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.২ এর ১০ ও ২৫ নং এর আলোকে]

৩৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \sin 60°.\cos 30° + \cos 60°.\sin 30°$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{3+1}{4} = \dfrac{4}{4} = 1.$

খ দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$ $[\because \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta]$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \cos 0°$

$\therefore \theta = 0°$

[গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ]

অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$

$\therefore \theta = 60°$

নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 60°$.

গ 'খ' হতে পাই, $\theta = 60°$

আমরা জানি, $\cos 60° = \frac{1}{2}$ এবং $\sec 60° = 2$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{1-\cos^2 60°}{1+\cos^2 60°} + \sec^2 60°$

$= \dfrac{1-(\cos 60°)^2}{1+(\cos 60°)^2} + (\sec 60°)^2$

$= \dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2} + (2)^2$

$= \dfrac{1-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}} + 4 = \dfrac{\frac{4-1}{4}}{\frac{4+1}{4}} + 4 = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} + 4$

$= \dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{5} + 4 = \dfrac{3}{5} + 4 = \dfrac{3+20}{5} = \dfrac{23}{5}$

নির্ণেয় মান $\dfrac{23}{5}$.

শিখনফল ৪ : জ্যামিতিক পদ্ধতিতে 30°, 45°, 60° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় ও প্রয়োগ করতে পারব।

প্রশ্ন ৩৫ ▸ পাঠ্যবইয়ের শিখনফল ৪-এর আলোকে প্রণীত

$x = \sin\theta, y = \cos\theta$.

ক. দেখাও যে, $\dfrac{x}{y}\sqrt{1-x^2} = x$. ২

খ. $y - x = \sqrt{2}x$ হলে দেখাও যে, $x + y = \sqrt{2}y$. ৪

গ. সমাধান কর : $2 - 5x = x^2 - y^2$; যখন θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৩৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $x = \sin\theta, y = \cos\theta$

বামপক্ষ $= \dfrac{x}{y}\sqrt{1-x^2}$

$= \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\sqrt{1-\sin^2\theta} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\sqrt{\cos^2\theta}$

$= \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}.\cos\theta = \sin\theta = x$ $[\because x = \sin\theta]$

= ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{x}{y}\sqrt{1-x^2} = x$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে,

$y - x = \sqrt{2}x$

বা, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

বা, $\cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$

বা, $\cos\theta = (\sqrt{2}+1)\sin\theta$

বা, $(\sqrt{2}+1)\sin\theta = \cos\theta$

বা, $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\sin\theta = (\sqrt{2}-1)\cos\theta$

বা, $(2-1)\sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$\therefore x + y = \sqrt{2}y$. (দেখানো হলো)

গ $2 - 5x = x^2 - y^2$

বা, $2 - 5\sin\theta = \sin^2\theta - \cos^2\theta$

বা, $\sin^2\theta + 5\sin\theta - 2 = (1-\sin^2\theta)$

বা, $2\sin^2\theta + 5\sin\theta - 3 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + 6\sin\theta - \sin\theta - 3 = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta + 3) - 1(\sin\theta + 3) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(\sin\theta + 3) = 0$

$\therefore 2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

আবার,

$\sin\theta + 3 = 0$

বা, $\sin\theta = -3$

কিন্তু $\sin\theta = -3$ গ্রহণযোগ্য নয়

নির্ণেয় সমাধান $\theta = 30°$.

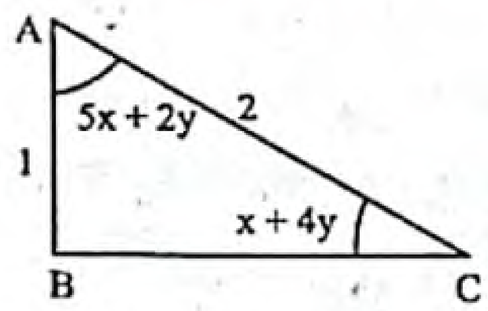
www.abswer.com

www.abswer.com

সমন্বিত অধ্যায় ও অনুশীলনমূলক কাজ নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান — নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে প্রণীত

প্রশ্ন ৩৬ ▸ অনুশীলনী ৯.১ ও ৯.২ এর সমন্বয়ে প্রণীত

চিত্রটি লক্ষ কর :



ক. BC এর পরিমাণ কত? ২

খ. $\tan A + \tan C + \cot A + \cot C$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, AB = 1 একক, AC = 2 একক

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$

$\therefore$ $BC = \sqrt{3}$ একক

খ 'ক' হতে পাই, $BC = \sqrt{3}$ একক

দেওয়া আছে, AB = 1 একক

AC = 2 একক

$\therefore$ $\tan A + \tan C + \cot A + \cot C$

$= \frac{BC}{AB} + \frac{AB}{BC} + \frac{AB}{BC} + \frac{BC}{AB}$

$= \frac{\sqrt{3}}{1} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{1}$

$= 2\sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}$

$= \frac{6+2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

নির্ণেয় মান : $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

গ চিত্র হতে, $\angle A = 5x + 2y$

এবং $\angle C = x + 4y$

$\angle A$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত,

$\sin A = \frac{BC}{AC}$

বা, $\sin(5x + 2y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(5x + 2y) = \sin 60°$

$\therefore$ $5x + 2y = 60°$ .....(1)

$\angle C$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত,

$\sin C = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin(x + 4y) = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(x + 4y) = \sin 30°$

$\therefore$ $x + 4y = 30°$ .....(2)

(1) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে তা থেকে (2) সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$10x + 4y - x - 4y = 120° - 30°$

বা, $9x = 90°$

$\therefore$ $x = 10°$

x এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$5 \times 10 + 2y = 60°$

বা, $2y = 60 - 50°$

বা, $2y = 10°$

বা, $y = 5°$

$\therefore$ $x = 10°$ এবং $y = 5°$

প্রশ্ন ৩৭ ▸ পাঠ্যবইয়ের ১৮৮ পৃষ্ঠার কাজের আলোকে প্রণীত

$\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$.

ক. $\operatorname{cosec}\theta =$ কত? ২

খ. $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \frac{81}{400}$. ৪

৩৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$

$\therefore$ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$

খ ক-হতে প্রাপ্ত, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$

আমরা জানি, $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

বা, $\cot^2\theta = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1$

বা, $\cot^2\theta = \frac{25}{9} - 1$

বা, $\cot^2\theta = \frac{25-9}{9} = \frac{16}{9}$

বা, $\cot\theta = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3}$.

নির্ণেয় মান $\frac{1}{3}$.

গ ক-হতে প্রাপ্ত, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{5}{3}$ $\left[\because \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}\right]$

বা, $\sin\theta = \frac{3}{5}$

খ-হতে প্রাপ্ত, $\cot\theta = \frac{4}{3}$

বা, $\frac{1}{\tan\theta} = \frac{4}{3}$ $\left[\because \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}\right]$

বা, $\tan\theta = \frac{3}{4}$

বামপক্ষ $= \tan^2\theta - \sin^2\theta$

$= \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$

$= \frac{9}{16} - \frac{9}{25} = \frac{225-144}{400} = \frac{81}{400} =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \frac{81}{400}$. (প্রমাণিত)

www.abswer.com

www.abswer.com

PART 04

যাচাই ও মূল্যায়ন
Assessment & Evaluation

অধ্যায়ভিত্তিক প্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য মডেল টেস্ট আকারে বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নপত্র ও উত্তরমালা

পরীক্ষাপ্রস্তুতি যাচাই ও মূল্যায়নের জন্য বহুনির্বাচনি প্রশ্নব্যাংক ও উত্তরমালা (মডেল টেস্ট আকারে প্রদত্ত)

বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট

সময় : ৩০ মিনিট পূর্ণমান : ৩০

[বহুনির্বাচনি প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক /সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১। প্রশ্নপত্রে কোন প্রকার দাগ/চিহ্ন দেওয়া যাবে না।]

১. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে $\sin\theta\cos\theta =$ কত?
ক 0 খ -1 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

২. $\sin\theta . \cos\theta = 0$ হলে, $\sin\theta + \cos\theta =$ কত?
ক -1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ 1

৩. $3 - 3\sec A \sin A = 0$ হলে $\tan A$ এর মান নিচের কোনটি?
ক 3/7 খ 3/4 গ 4/3 ঘ 7/3

৪. $\tan\theta = \frac{15}{8}$ হলে অতিভুজ কত?
ক 15 খ 8 গ 17 ঘ 23

৫. $\sqrt{\sec^2\theta - 1} =$ কত?
ক $\cot\theta$ খ $\sin\theta\sec\theta$
গ $\operatorname{cosec}\theta$ ঘ $\cos\theta\operatorname{cosec}\theta$

৬. $\tan\theta + \cot\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ হলে, $\sin\theta\cos\theta =$ কত?
ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ 1

৭. $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$ হলে $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান কত?
ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{2}{5}$ গ $\frac{5}{6}$ ঘ $\frac{4}{5}$

৮. $\sin\theta + \cos\theta = a$ হলে, $\sin^4\theta + \cos^4\theta$ এর মান কত?
ক $1 + \frac{1}{2}(a^2-1)^2$ খ $1 - \frac{1}{2}(a^2-1)^2$
গ $\frac{1}{2}(a^2-1)^2$ ঘ $1 + \frac{1}{2}(a^2-1)$

৯. $\cos 4A = \sin 4A$ হলে, A এর মান কোনটি?
ক 11° খ 11.20° গ 11.25° ঘ 12°

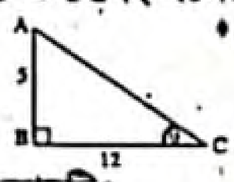
১০. $\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$ এর মান নিচের কোনটি?
ক $\tan\theta$ খ $\cos\theta$ গ $\sin\theta$ ঘ $\operatorname{cosec}\theta$

১১. $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3}$ হলে $\cos^4\theta - \sin^4\theta$ এর মান কত?
ক 3 খ 2 গ 1 ঘ $\frac{1}{3}$

১২. $\tan(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\cos\theta$ এর মান কত?
ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

১৩. $\sin^4 A + \sin^2 A = 1$ হলে—
i. $\sin^2 A = \cos A$ ii. $\tan A = \operatorname{cosec} A$ iii. $\tan A . \operatorname{cosec} A = 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

■ নিচের চিত্র অনুযায়ী ১৪ ও ১৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৪. $\cos\theta$ এর মান নিচের কোনটি?
ক $\frac{13}{12}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{12}{13}$ ঘ $\frac{5}{13}$

১৫. $\sin^2\theta + \cos^2\theta =$ কত?
ক 0 খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

১৬. $\cot\theta = \sqrt{3}$ হলে $\sin\theta =$ কত? যখন $0° < \theta < 90°$.
ক $\sqrt{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 2

১৭. $\sin^2 30° + \cos^2\theta = 1$ হলে, θ এর মান কত?
ক 15° খ 30° গ 45° ঘ 90°

১৮. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\theta =$ কত?
ক 90° খ 60° গ 30° ঘ 0°

১৯. $\cot(90° - \theta) = \frac{3}{4}$ হলে, $\cos\theta$ এর মান কত?
ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{3}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{4}{5}$

২০. $\sin 45° = \sqrt{2}A$ হলে, $A =$ কত?
ক 1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

২১. $\sec 45° \div \cos 45°$ এর মান কত?
ক $-\sqrt{2}$ খ -1 গ 1 ঘ 2

২২. $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin\theta =$ কত?
ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ 2 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

২৩. θ সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে $\cos 2\theta =$ কত?
ক 0 খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ $\frac{1}{2}$

২৪. $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\cos\theta =$ কত?
ক 0 খ 1 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

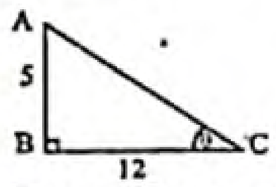
২৫. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত?
ক 2 খ $\sqrt{3}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{2}$

২৬. $\tan 3A = \sqrt{3}$ হলে $A =$ কত?
ক 45° খ 30° গ 20° ঘ 15°

২৭. $\cot\theta = 0$ হলে, $\sin\theta =$ কত?
ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ 1 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

২৮. ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে, যদি এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হয়—
i. 5, 12, 13 একক ii. 6, 8, 10 একক iii. 7, 8, 10 একক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■



উপরের চিত্রের আলোকে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২৯. $\cos\theta$ এর মান নিচের কোনটি?
ক $\frac{13}{12}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{12}{13}$ ঘ $\frac{5}{13}$

৩০. $\sin^2\theta + \cos^2\theta =$ কত?
ক 0 খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

উত্তরমালা : বহুনির্বাচনি

১	ক	২	ঘ	৩	খ	৪	গ	৫	খ	৬	গ	৭	খ	৮	খ	৯	গ	১০	গ	১১	ঘ	১২	গ	১৩	ক	১৪	গ	১৫	ঘ
১৬	গ	১৭	খ	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	খ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	গ	২৭	গ	২৮	ক	২৯	গ	৩০	ঘ

www.abswer.com