

সেট ও ফাংশন

অনুশীলনী-১.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সার্বিক সেট, উপসেট, পূরক সেট ও শক্তি সেট গঠন
২. বিভিন্ন সেটের সংযোগ, ছেদ ও অন্তর নির্ণয়
৩. সেট প্রক্রিয়ার ধর্মাবলির যৌক্তিক প্রমাণ
৪. সমতুল সেট-ও এর মাধ্যমে অসীম সেটের ধারণার ব্যাখ্যা
৫. শক্তি সেট নির্ণয় ও ডেনচিট্রের উদাহরণের ব্যাখ্যা
৬. সেট প্রক্রিয়া প্রয়োগ করে জীবনভিত্তিক সমস্যার সমাধান

জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যান্টর
(Georg Cantor, 1845–1918)
আধুনিক সেট তত্ত্বের জনক।
অসীম সেটের বিভিন্ন আকার
থাকতে পারে তা তিনি স্বীকৃতি
দেন। সকল বাস্তব সংখ্যাকে
প্রকাশ করার বর্তমানে ব্যবহৃত
প্রতীক তিনিই আবিষ্কার করেন।



২৮টি অনুশীলনীয় প্রশ্ন।

১৪১টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪৭টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৩৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৫৯টি অল্প তথ্যভিত্তিক
২৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১৩টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রবীত ■ ৮টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. i. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা $2n$ হলে, এর উপসেটের সংখ্যা হবে 4^n

ii. সকল মূলদ সংখ্যার সেট $Q = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$

iii. $a, b \in \mathbb{R};]a, b[= \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } a < x < b\}$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- ক. i ও ii খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

- ❏ ব্যাখ্যা: (i) সঠিক। কারণ উপসেটের সংখ্যা হবে $2^{2^n} = (2^2)^n = 4^n$ ।
নিচের তথ্যের আলোকে (২-৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
প্রত্যেক $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য $A_n = \{n, 2n, 3n, \dots\}$

২. $A_1 \cap A_2$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. A_1 খ. A_2
গ. A_3 ঘ. A_4

- ❏ ব্যাখ্যা: $A_1 = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, $A_2 = \{2, 4, 6, \dots\}$

$\therefore A_1 \cap A_2 = \{2, 4, 6, \dots\} = A_2$

৩. নিচের কোনটি $A_3 \cap A_6$ এর মান নির্দেশ করে?

- ক. A_2 খ. A_3
গ. A_4 ঘ. A_6

- ❏ ব্যাখ্যা: $A_3 = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, \dots\}$

$\therefore A_3 \cap A_6 = \{6, 12, \dots\} = A_6$

৪. $A_2 \cap A_3$ এর পরিবর্তে নিচের কোনটি লেখা যায়?

- ক. A_3 খ. A_4
গ. A_2 ঘ. A_6

- ❏ ব্যাখ্যা: কারণ $A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$

$A_3 = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
 $\therefore A_2 \cap A_3 = \{6, 12, \dots\} = A_6$



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৫. দেওয়া আছে $U = \{x : 3 \leq x \leq 20, x \in \mathbb{Z}\}$,
 $A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$ এবং $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$
নিম্নের সেটের উপাদানগুলোর তালিকা লিপিবদ্ধ কর :
(a) A এবং B (b) $C = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$ এবং
 $D = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$
সেট C এবং D এর বর্ণনা দাও।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$U = \{x : 3 \leq x \leq 20, x \in \mathbb{Z}\} \\ = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

- (a) $A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$
 $\therefore A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$
 $= \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

- (b) $C = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$
 $= \{x : x \in A \cap B\}$

এখন, $A \cap B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cap \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $= \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $= \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 20\}$

$\therefore C = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

C এর বর্ণনা : ২০ পর্যন্ত বিজোড় মৌলিক সংখ্যার সেট

$D = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\} = \{x : x \in A \cup B\}$

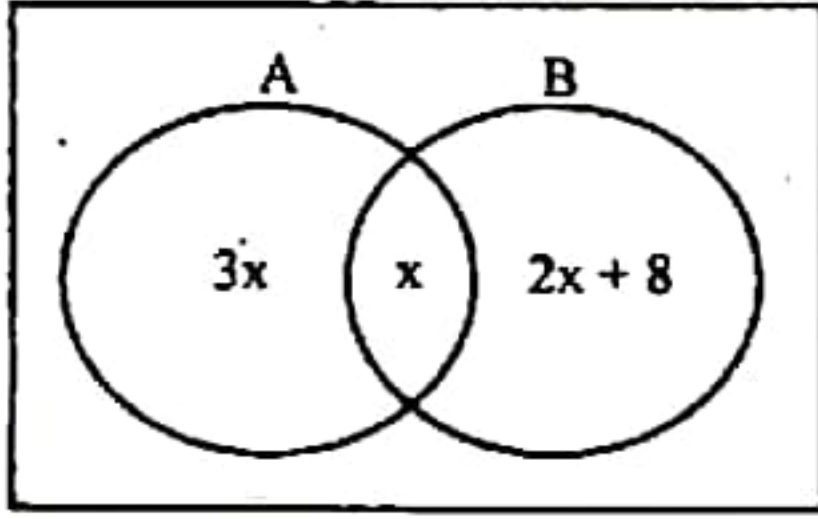
এখন, $A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cup \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$\therefore D = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$= \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 \leq x \leq 20\}$

D এর বর্ণনা : ৩ হতে ২০ পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যার সেট।

৬. ভেনচিত্রে A এবং B সেটের উপাদানগুলো দেখানো হয়েছে। যদি $n(A) = n(B)$ হয়, তবে নির্ণয় কর (a) x এর মান (b) $n(A \cup B)$ এবং $n(A \cap B')$.



সমাধান:

(a) ভেনচিত্র থেকে পাই, $n(A) = 3x + x$
 $n(B) = x + 2x + 8$

প্রশ্নানুসারে, $n(A) = n(B)$

$$\Rightarrow 3x + x = x + 2x + 8$$

$$\Rightarrow 4x - 3x = 8$$

$$\therefore x = 8 \text{ (Ans.)}$$

(b) ভেনচিত্র থেকে পাই,

$$n(A \cup B) = 3x + x + 2x + 8$$

$$= 6x + 8$$

$$= 6 \times 8 + 8 \quad [\because x = 8]$$

$$= 48 + 8$$

$$= 56$$

$$n(A \cup B) = 56 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } n(A \cap B') = 3x$$

$$= 3 \times 8 \quad [\because x = 8]$$

$$= 24 \text{ (Ans.)}$$

৭. ভেনচিত্রে A এবং B সেটের প্রত্যেকের উপাদানগুলো দেখানো হয়েছে। $n(A' \cap B')$ নির্ণয় কর।

(a) x এর মান (b) $n(A)$ এবং $n(B)$

সমাধান:

(a) ভেনচিত্র থেকে পাই,

$$\therefore A' \cap B' = \phi$$

$$\therefore n(A' \cap B') = 0$$

৬নং প্রশ্নের ভেনচিত্র থেকে পাই, $n(A) = 3x + x$
 $n(B) = x + 2x + 8$

$$\therefore n(A) = n(B) \text{ [৬নং প্রশ্নের শর্ত থেকে]}$$

$$\Rightarrow 3x + x = x + 2x + 8$$

$$\Rightarrow 4x - 3x = 8$$

$$\therefore x = 8 \text{ (Ans.)}$$

[বি. দ্র. ৬ নং প্রশ্নের ভেনচিত্র ব্যবহার করা হয়েছে এবং পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

(b) ভেনচিত্র থেকে পাই, $n(A) = 3x + x$

$$= 4x$$

$$\text{এবং } n(B) = x + 2x + 8$$

$$= 3x + 8$$

(a) হতে পাই, $x = 8$

$$\therefore n(A) = 4 \times 8 = 32$$

$$n(B) = 3 \times 8 + 8$$

$$= 24 + 8$$

$$= 32$$

$$\text{Ans. } 32, 32$$

[বি. দ্র. ৬ নং প্রশ্নের ভেনচিত্র ব্যবহার করা হয়েছে এবং পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

৮. $U = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা}\}$, $A = \{x : x \geq 5\}$

এবং $B = \{x : x < 12\}$ তবে $n(A \cap B)$ এবং $n(A')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$U = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা}\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}$$

$$A = \{x : x \geq 5\} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}$$

$$B = \{x : x < 12\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\therefore A \cap B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$= \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\text{এবং } A' = U - A$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} - \{5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 7 \text{ এবং } n(A') = 4$$

$$\text{Ans. } 7, 4$$

৯. যদি $U = \{x : x \text{ জোড় পূর্ণসংখ্যা}\}$, $A = \{x : 3x \geq 25\}$ এবং $B = \{x : 5x < 12\}$ হয়, তাহলে $n(A \cap B)$ এবং $n(A' \cap B')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $U = \{x : x \text{ জোড় পূর্ণসংখ্যা}\}$

$$= \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$$

$$A = \{x : 3x \geq 25\} = \{10, 12, 14, \dots\}$$

$$B = \{x : 5x < 12\} = \{\dots, -4, -2, 0, 2\}$$

$$\text{এখানে, } A \cap B = \{10, 12, \dots\} \cap \{\dots, -4, -2, 0, 2\}$$

$$= \phi$$

$$\therefore n(A \cap B) = 0$$

$$\text{আবার, } A' = U - A$$

$$= \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\} - \{10, 12, 14, \dots\}$$

$$= \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$B' = U - B$$

$$= \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \dots\} - \{\dots, -4, -2, 0, 2\}$$

$$= \{4, 6, 8, 10, \dots\}$$

$$\therefore A' \cap B' = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 6, 8, 10, \dots\}$$

$$= \{4, 6, 8\}$$

$$\therefore n(A' \cap B') = 3$$

$$\text{Ans. } n(A \cap B) = 0 \text{ এবং } n(A' \cap B') = 3$$

১০. দেখাও যে, (ক) $A \setminus A = \phi$; (খ) $A \setminus (A \setminus A) = A$

সমাধান: (ক) ধরি, $x \in A \setminus A$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A$

$$\Rightarrow x \in (A \cap A')$$

$$\Rightarrow x \in \phi$$

$$\therefore A \setminus A \subset \phi$$

$$\text{আবার, } \phi \subset A \setminus A$$

সুতরাং $A \setminus A = \phi$ (দেখানো হলো)

(খ) ধরি, $x \in A \setminus (A \setminus A)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A \setminus A$

$$\Rightarrow x \in A \text{ এবং } x \notin \phi [\because A \setminus A = \phi]$$

$$\Rightarrow x \in A$$

$$\therefore A \setminus (A \setminus A) \subset A$$

$$\text{আবার ধরি, } x \in A$$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin \phi$

$$\Rightarrow x \in A \text{ এবং } x \notin (A \setminus A)$$

$$\Rightarrow x \in A \setminus (A \setminus A)$$

$$\therefore A \subset A \setminus (A \setminus A)$$

সুতরাং, $A \setminus (A \setminus A) = A$ (দেখানো হলো)

১১. দেখাও যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

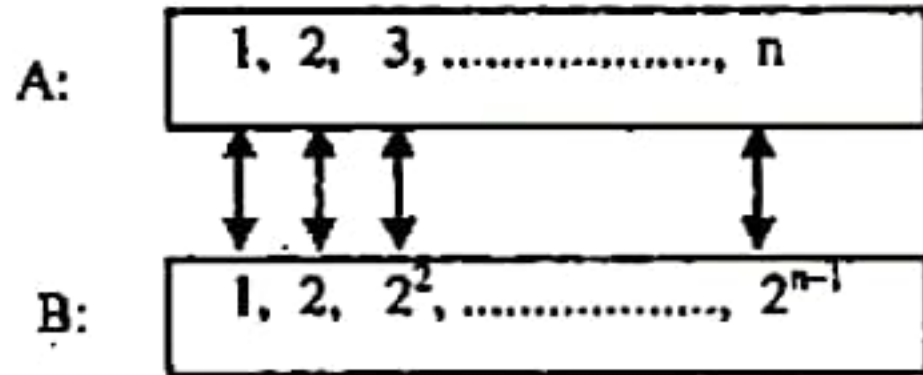
সমাধান: সংজ্ঞানুসারে, $A \times (B \cup C)$
 $= \{(x, y) : x \in A, y \in (B \cup C)\}$
 $= \{(x, y) : x \in A, (y \in B \text{ অথবা } y \in C)\}$
 $= \{(x, y) : (x \in A, y \in B) \text{ অথবা } (x \in A, y \in C)\}$
 $= \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B) \text{ অথবা } (x, y) \in (A \times C)\}$
 $= \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C)\}$
 $= (A \times B) \cup (A \times C)$
 $\therefore A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)$
 আবার, $(A \times B) \cup (A \times C)$
 $= \{(x, y) : (x, y) \in A \times B \text{ অথবা } (x, y) \in A \times C\}$
 $= \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ অথবা } x \in A, y \in C\}$
 $= \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ অথবা } y \in C\}$
 $= \{(x, y) : x \in A, y \in (B \cup C)\}$
 $= \{(x, y) : (x, y) \in A \times (B \cup C)\}$
 $\therefore (A \times B) \cup (A \times C) \subset A \times (B \cup C)$
 সুতরাং $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (দেখানো হলো)

১২. যদি $A \subset B$ এবং $C \subset D$ হয়, তবে দেখাও যে,

$(A \times C) \subset (B \times D)$
 সমাধান: ধরি, $(x, y) \in (A \times C)$
 তাহলে, $x \in A, y \in C$
 $\Rightarrow x \in B, y \in D$ [$\because A \subset B$ এবং $C \subset D$]
 $\Rightarrow (x, y) \in (B \times D)$
 $\therefore (A \times C) \subset (B \times D)$ (দেখানো হলো)

১৩. দেখাও যে, $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ এবং $B = \{1, 2, 2^2, \dots, 2^{n-1}\}$ সেট দুইটি সমতুল্য।

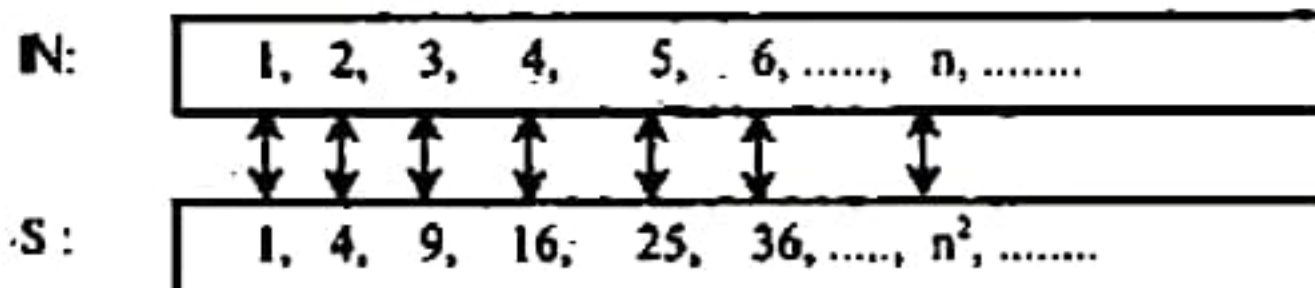
সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$
 এবং $B = \{1, 2, 2^2, \dots, 2^{n-1}\}$
 A ও B সেটদ্বয়ের মধ্যে একটি এক-এক মিল নিয়ে দেখানো হলো:



সুতরাং সেটদ্বয় সমতুল্য। (দেখানো হলো)
 [বি.দ্র. সেটদ্বয়ের এই মিলনকে $A \leftrightarrow B: k \leftrightarrow 2^{k-1}, k \in A$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়।]

১৪. দেখাও যে, স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের বর্গের সেট $S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$ একটি অনন্ত সেট।

সমাধান: দেওয়া আছে, $S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$
 $= \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, \dots, n^2, \dots\}$
 স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$
 এখন আমরা N ও S এর মধ্যে একটি এক-এক মিল নিম্নোক্তভাবে দেখাতে পারি,



সুতরাং N ও S সমতুল্য। যেহেতু স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, N একটি অনন্ত সেট।
 সুতরাং আমরা বলতে পারি, S সেটটি একটি অনন্ত সেট।
 (দেখানো হলো)

১৫. প্রমাণ কর যে, $n(A) = p, n(B) = q$ এবং $A \cap B = \emptyset$ হলে,
 $n(A \cup B) = p + q$.
 সমাধান: আমরা জানি, যে কোনো সান্ত সেট A ও B এর জন্য
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 এখানে, $n(A) = p, n(B) = q$ এবং $A \cap B = \emptyset$
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= p + q - n(\emptyset)$ [$\because A \cap B = \emptyset$]
 $= p + q$ [$\because n(\emptyset) = 0$]
 $\therefore n(A \cup B) = p + q$ (প্রমাণিত)

১৬. প্রমাণ কর যে, A, B, C সান্ত সেট হলে,
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$.
 সমাধান: আমরা জানি, যে কোনো সান্ত সেট A ও B এর জন্য
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 এখন, $n(A \cup B \cup C) = n[A \cup (B \cup C)]$
 $[\because A \cup B \cup C = A \cup (B \cup C), \text{ সহযোজন নিয়ম}]$
 $= n(A) + n(B \cup C) - n[A \cap (B \cup C)]$
 $= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$
 $[\because A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)]$
 $= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$
 $+ n[(A \cap B) \cap (A \cap C)]$
 $= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$
 $+ n(A \cap B \cap C)$
 $[\because (A \cap B) \cap (A \cap C) = A \cap B \cap C]$
 $= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A)$
 $+ n(A \cap B \cap C)$
 $[\because A \cap C = C \cap A]$
 $\therefore n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ (প্রমাণিত)

১৭. যদি $A = \{a, b, x\}$ এবং $B = \{c, y\}$ সার্বিক সেট $U = \{a, b, c, x, y, z\}$ এর উপসেট হলে, যাচাই কর যে,
 (a) (i) $A \subset B'$, (ii) $A \cup B' = B'$, (iii) $A' \cap B = B$
 (b) নির্ণয় কর: $(A \cap B) \cup (A \cap B')$

সমাধান: দেওয়া আছে, $U = \{a, b, c, x, y, z\}$,
 $A = \{a, b, x\}$ এবং $B = \{c, y\}$
 (a) (i) $B' = U - B$
 $= \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\}$
 $= \{a, b, x, z\}$
 $\therefore A \subset B'$ (যাচাই করা হলো)
 (ii)
 $B' = U - B = \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\} = \{a, b, x, z\}$
 এবং $A \cup B' = \{a, b, x\} \cup \{a, b, x, z\}$
 $= \{a, b, x, z\}$
 $= B'$
 $\therefore A \cup B' = B'$ (যাচাই করা হলো)
 (iii)
 $A' = U - A = \{a, b, c, x, y, z\} - \{a, b, x\}$
 $= \{c, y, z\}$
 অতএব, $A' \cap B = \{c, y, z\} \cap \{c, y\}$
 $= \{c, y\}$
 $= B$
 $\therefore A' \cap B = B$ (যাচাই করা হলো)

(b) $A \cap B = \{a, b, x\} \cap \{c, y\}$
 $= \emptyset$
 এবং $B' = U - B$
 $= \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\}$
 $= \{a, b, x, z\}$
 $A \cap B' = \{a, b, x\} \cap \{a, b, x, z\}$
 $= \{a, b, x\}$
 সুতরাং $(A \cap B) \cup (A \cap B') = \emptyset \cup \{a, b, x\} = \{a, b, x\}$
 Ans. $\{a, b, x\}$

১৮. কোনো শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১৯ জন অর্থনীতি, ১৭ জন ভূগোল, ১১ জন পৌরনীতি, ১২ জন অর্থনীতি ও ভূগোল, ৪ জন পৌরনীতি ও ভূগোল, ৭ জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং ৫ জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি?

সমাধান: ধরি, মোট শিক্ষার্থীর সেট S , অর্থনীতি নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট E , ভূগোল নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট G এবং পৌরনীতি নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট C । তিনটির অন্তর্গত যে কোনো একটি নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(E \cup G \cup C)$ সুতরাং তিনটির কোনটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= n(S) - n(E \cup G \cup C)$ ।

এখানে, $n(E) = 19$, $n(G) = 17$, $n(C) = 11$, $n(E \cap G) = 12$, $n(C \cap G) = 4$, $n(E \cap C) = 7$, $n(E \cap G \cap C) = 5$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } n(E \cup G \cup C) &= n(E) + n(G) + n(C) - n(G \cap C) - \\ &\quad n(E \cap G) - n(E \cap C) + n(E \cap G \cap C) \\ &= 19 + 17 + 11 - 4 - 12 - 7 + 5 \\ &= 52 - 23 = 29 \end{aligned}$$

$\therefore$ কোনো বিষয় নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর

$$\begin{aligned} \text{সংখ্যা} &= n(S) - n(E \cup G \cup C) \\ &= 30 - 29 = 1 \end{aligned}$$

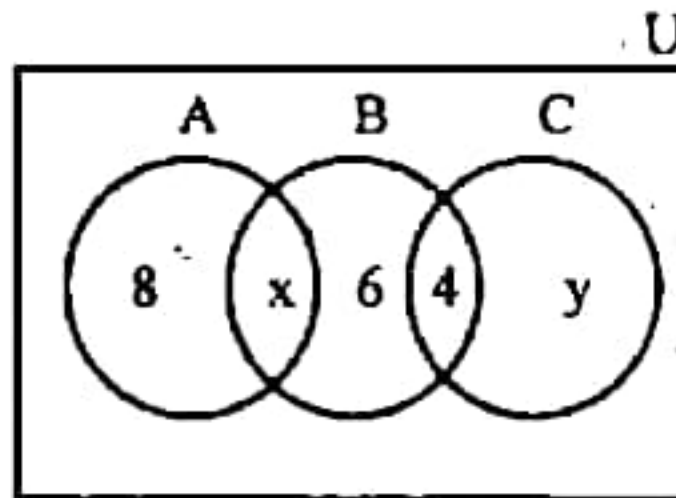
Ans. 1 জন।

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

১৯. ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।

(a) যদি $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।

(b) যদি $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$ হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর।



(c) $n(U)$ এর মান নির্ণয় কর।

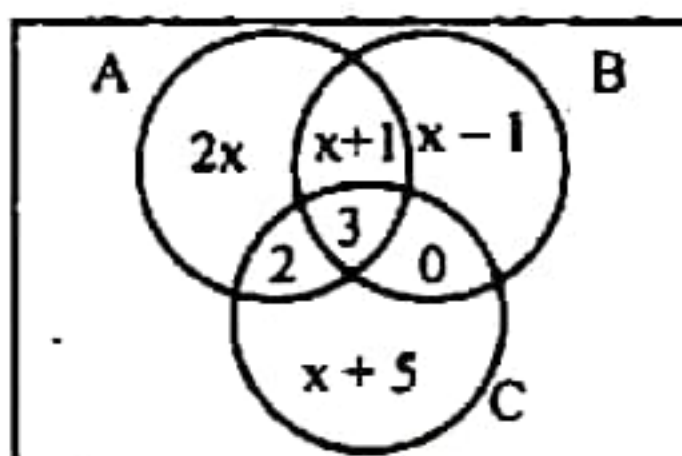
সমাধান:

(a) দেওয়া আছে, $n(A \cap B) = n(B \cap C)$
বা, $x = 4$ [ভেনচিত্র হতে]
 $\therefore x = 4$.

(b) দেওয়া আছে, $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$
বা, $x + 6 = 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]
বা, $4 + 6 = 4 + y$ [$\because x = 4$]
বা, $6 = y$
 $\therefore y = 6$.

(c) $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]
 $= 8 + 4 + 6 + 4 + 6$ [$\because x = 4, y = 6$]
 $= 28$
 $\therefore n(U) = 28$ (Ans.)

২০. ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $U = A \cup B \cup C$



(a) যদি $n(U) = 50$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।

(b) $n(B \cap C')$ এবং $n(A' \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর।

(c) $n(A \cap B \cap C')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

(a) এখানে,

$$n(U) = 2x + x + 1 + x - 1 + 2 + 3 + 0 + x + 5 \text{ [ভেনচিত্র হতে]}$$

$$\therefore n(U) = 5x + 10$$

দেওয়া আছে, $n(U) = 50$

$$\text{বা, } 5x + 10 = 50$$

$$\text{বা, } 5x = 40$$

$$\therefore x = 8 \text{ (Ans.)}$$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

(b) ভেনচিত্র থেকে,

$$\begin{aligned} \therefore n(B \cap C') &= x + 1 + x - 1 \\ &= 2x \\ &= 2 \cdot 8 \text{ [}\because x = 8\text{]} \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A' \cap B) &= x - 1 + 0 \\ &= 8 - 1 \\ &= 7 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

(c) ভেনচিত্র থেকে

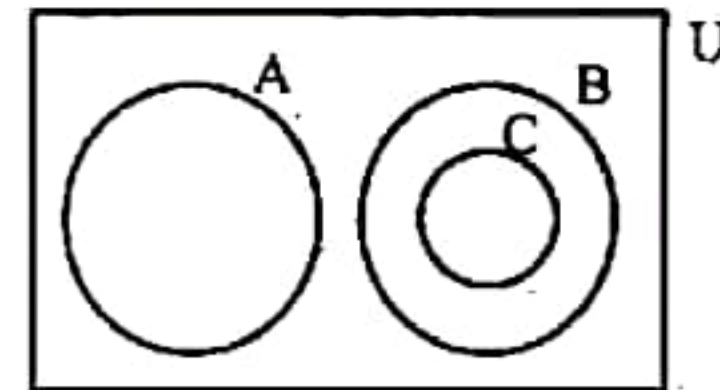
$$\begin{aligned} \therefore n(A \cap B \cap C') &= x + 1 \\ &= 8 + 1 \\ &= 9 \\ \therefore n(A \cap B \cap C') &= 9 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

২১. তিনটি সেট A, B এবং C এমনভাবে দেওয়া আছে যেন,

$A \cap B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ এবং $C \subset B$; ভেনচিত্র অঙ্কন করে সেটগুলোর ব্যাখ্যা দাও।

সমাধান: প্রদত্ত তথ্য মতে, সেটগুলোকে ভেনচিত্রে দেখানো হলো:



$$A \cap B = \emptyset$$

ব্যাখ্যা: সেট A এবং সেট B এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। অর্থাৎ A ও B নিষ্পদ সেট।

$$A \cap C = \emptyset$$

ব্যাখ্যা: সেট A এবং সেট C এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। অর্থাৎ A ও C নিষ্পদ সেট।

$$C \subset B$$

ব্যাখ্যা: সেট C এবং সেট B এর মধ্যে সাধারণ উপাদান আছে।

C সেটের সব উপাদান B সেটে আছে।

২২. দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$ এবং $B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$ নিম্নের সেটগুলো অনুযায়ী set notation এ প্রকাশ কর:

(a) $A \cap B$ (b) $A' \cap B'$ এবং (c) $A' \cup B$

সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$,

$B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

$$\begin{aligned} \text{(a) } A \cap B &= \{x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\} \cap \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x : 2 < x < 3, x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

(b) এখানে, $U = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \therefore A \cup B &= \{x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\} \cup \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x : 1 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

ডি. মরগানের সূত্রানুসারে,

$$\begin{aligned} A' \cap B' &= (A \cup B)' \\ &= U - (A \cup B) \\ &= \mathbb{R} - \{x : 1 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x : x < 1 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

(c) এখানে, $U = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} A' &= U - A \\ A' &= \mathbb{R} - \{x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x : x \leq 2 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbb{R}\} \\ B &= \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\} \\ A' \cup B &= \{x : x \leq 2 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbb{R}\} \cup \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x : x < 3 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

২৩. দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\}$, $A = \{x : 1 < x \leq 4\}$ এবং $B = \{x : 3 \leq x < 6\}$. নিচের সেটগুলো অনুবৃত্তি চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর :

(a) $A \cap B$ (b) $A' \cap B$ (c) $A \cap B'$ এবং (d) $A' \cap B'$

সমাধান:

দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\}$

$$A = \{x : 1 < x \leq 4\}$$

$$\text{এবং } B = \{x : 3 \leq x < 6\}$$

$$(a) A \cap B = \{x : 1 < x \leq 4\} \cap \{x : 3 \leq x < 6\} \\ = \{x : 3 \leq x \leq 4\}$$

[বিঃ দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

$$(b) A' = U - A \\ = \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\} - \{x : 1 < x \leq 4\} \\ = \{x : x \leq 1 \text{ অথবা } 4 < x < 10\}$$

$$A' \cap B = \{x : x \leq 1 \text{ অথবা } 4 < x < 10\} \cap \{x : 3 \leq x < 6\} \\ = \{x : 4 < x < 6\}$$

$$(c) B' = U - B \\ = \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\} - \{x : 3 \leq x < 6\} \\ = \{x : x \leq 3 \text{ অথবা } 6 \leq x < 10\}$$

$$A \cap B' = \{x : 1 < x \leq 4\} \cap \{x : x \leq 3 \text{ অথবা } 6 \leq x < 10\} \\ = \{x : 1 < x \leq 3\}$$

$$(d) A \cup B = \{x : 1 < x \leq 4\} \cup \{x : 3 \leq x < 6\} \\ = \{x : 1 < x < 6\}$$

ডি. মরগানের সূত্রানুসারে,

$$\begin{aligned} A' \cap B' &= (A \cup B)' \\ &= U - (A \cup B) \\ &= \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\} - \{x : 1 < x < 6\} \\ &= \{x : x \leq 1 \text{ অথবা } 6 \leq x < 10\} \end{aligned}$$

[বিঃ দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

২৪. নিম্নে A ও B সেট দেওয়া আছে। প্রতিক্ষেপে $A \cup B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$

$$i. A = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{ এবং } B = \{-3, 0, 3\}$$

$$ii. A = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 2 \text{ এর গুণিতক}\} \\ \text{এবং } B = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 3 \text{ এর গুণিতক}\}$$

সমাধান:

$$(i) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\text{এবং } B = \{-3, 0, 3\}$$

$$\therefore A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cup \{-3, 0, 3\} \\ = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore A \subset (A \cup B) \text{ এবং } B \subset (A \cup B) \text{ (যাচাই করা হলো)}$$

$$(ii) A = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 2 \text{ এর গুণিতক}\}$$

$$B = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 3 \text{ এর গুণিতক}\}$$

$$\therefore A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$\text{এবং } B = \{3, 6, 9\}$$

$$\therefore A \cup B = \{2, 4, 6, 8\} \cup \{3, 6, 9\} \\ = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore A \subset (A \cup B) \text{ এবং } B \subset (A \cup B) \text{ (যাচাই করা হলো)}$$

২৫. নিম্নের সেটগুলো ব্যবহার করে $A \cap B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর

$$\text{যে, } (A \cap B) \subset A \text{ এবং } (A \cap B) \subset B$$

$$(i) A = \{0, 1, 2, 3, 5\}; B = \{-1, 0, 2\}$$

$$(ii) A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, x, c, y\}$$

সমাধান:

$$(i) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$$

$$B = \{-1, 0, 2\}$$

$$\therefore A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 5\} \cap \{-1, 0, 2\}$$

$$\therefore A \cap B = \{0, 2\} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore (A \cap B) \subset A \text{ এবং } (A \cap B) \subset B \text{ (যাচাই করা হলো)}$$

$$(ii) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{b, x, c, y\}$$

$$\therefore A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{b, x, c, y\} \\ = \{b, c\} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore (A \cap B) \subset A \text{ এবং } (A \cap B) \subset B \text{ (যাচাই করা হলো)}$$

২৬. আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিচিত্রা, সম্মানী ও পূর্ণাঙ্গী পত্রিকায় পাঠ্যভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল 60% ছাত্রী বিচিত্রা, 50% ছাত্রী সম্মানী, 50% ছাত্রী পূর্ণাঙ্গী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও সম্মানী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও পূর্ণাঙ্গী, 20% ছাত্রী সম্মানী ও পূর্ণাঙ্গী এবং 10% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

(i) শতকরা কত জন ছাত্রী উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনটিই পড়ে না?

(ii) শতকরা কত জন ছাত্রী উক্ত পত্রিকালোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে?

সমাধান: ধরি, সকল ছাত্রীর সেট U, বিচিত্রা পড়া ছাত্রীর সেট B, সম্মানী পড়া ছাত্রীর সেট S, পূর্ণাঙ্গী পড়া ছাত্রীর সেট P.

$$\therefore \text{ শতকরা } n(U) = 100\%, n(B) = 60\%, n(S) = 50\%, n(P) = 50\%, \\ n(B \cap S) = 30\%, n(B \cap P) = 30\%, n(P \cap S) = 20\%, \\ n(P \cap B \cap S) = 10\%$$

(i) তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(B \cup P \cup S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]



$\therefore$ তিনটির কোনটিই পড়ে না এমন ছাত্রী সংখ্যা

$$n(U) - n(B \cup P \cup S) \text{ [ভেনচিত্রের সাদা অংশ]}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } n(B \cup P \cup S) &= n(B) + n(P) + n(S) - n(B \cap P) \\ &\quad - n(B \cap S) - n(P \cap S) + n(B \cap P \cap S) \\ &= 60\% + 50\% + 50\% - 30\% - 30\% - 20\% + 10\% \\ &= 90\% \end{aligned}$$

$\therefore$ কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$$n(U) - n(B \cup P \cup S)$$

$$= 100\% - 90\%$$

$$= 10\%$$

$$\text{Ans. } 10\%$$

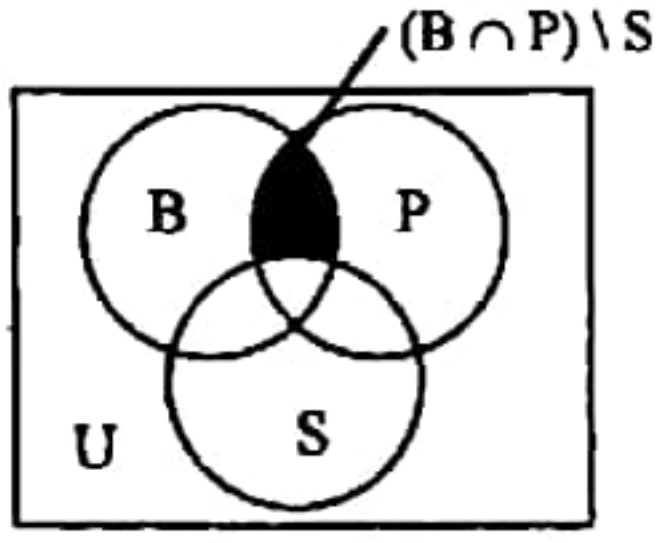
(ii) শুধু বিচিত্রা ও পূর্ণাঙ্গী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$$= n[(B \cap P) \setminus S]$$

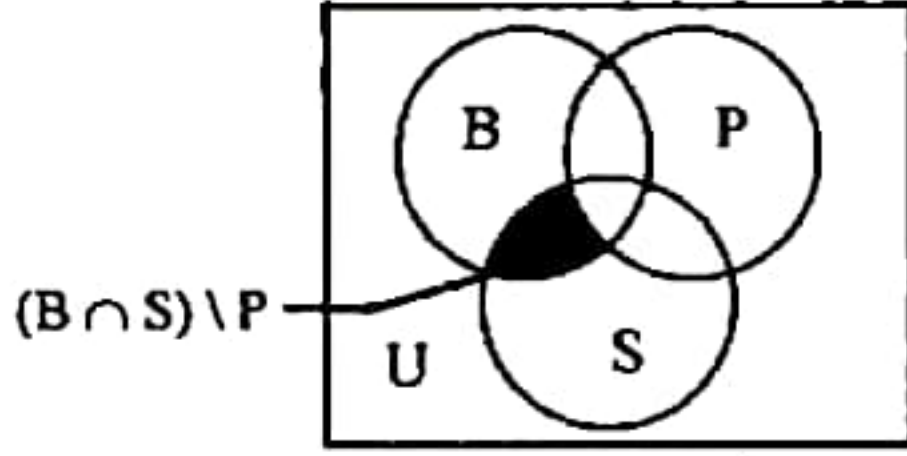
$$= n(B \cap P) - n(B \cap P \cap S) \text{ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]}$$

$$= 30\% - 10\%$$

$$= 20\%$$

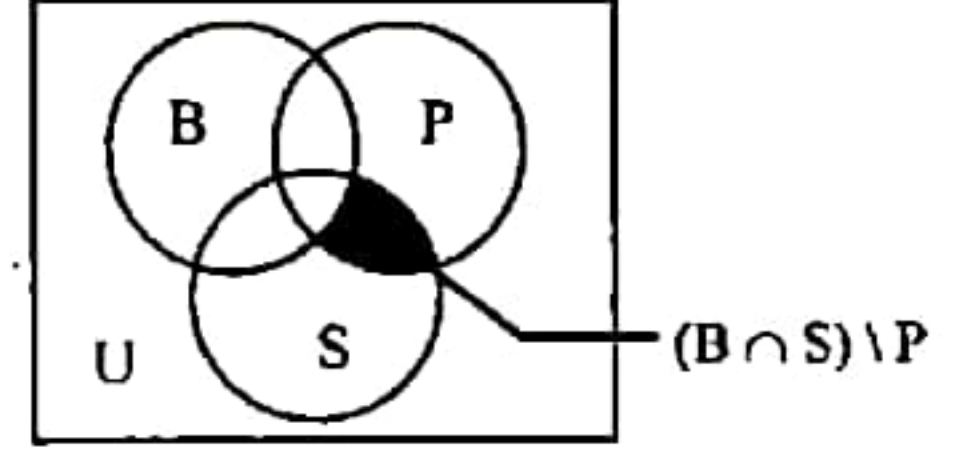


বিচিত্রা ও পূর্বানী পড়া ছাত্রীদের সেট
শুধু বিচিত্রা ও সম্বানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা
 $= n[(B \cap S) \setminus P]$
 $= n(B \cap S) - n(B \cap P \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
 $= 30\% - 10\%$
 $= 20\%$

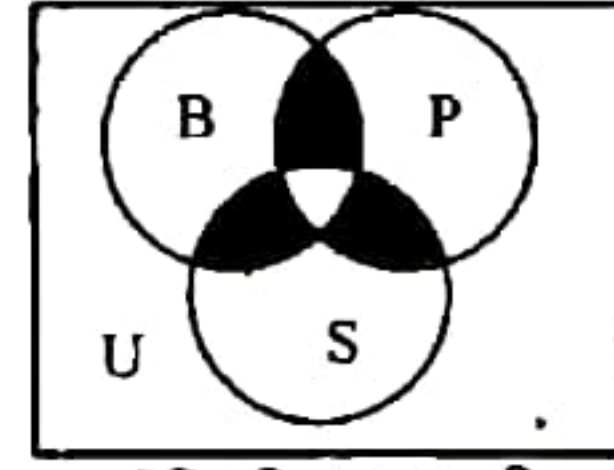


বিচিত্রা ও সম্বানী পড়া ছাত্রীদের সেট
শুধু পূর্বানী ও সম্বানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$$\begin{aligned}
 &= n[(P \cap S) \setminus B] \\
 &= n(P \cap S) - n(P \cap B \cap S) \text{ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]} \\
 &= 20\% - 10\% \\
 &= 10\%
 \end{aligned}$$



পূর্বানী ও সম্বানী পড়া ছাত্রীদের সেট
 $\therefore$ কেবল দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা
 $20\% + 20\% + 10\% = 50\%$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]



কেবল দুইটি পত্রিকা পড়া ছাত্রীর সেট

Ans. 50%



অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

২৭. $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$

$B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$
 $= \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - ax - bx + ab = 0\}$
 $= \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x(x-a) - b(x-a) = 0\}$
 $= \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } (x-a)(x-b) = 0\}$
 $= \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x = a, b\}$

$\therefore$ A সেটের উপাদানসমূহ a ও b।

খ. দেওয়া আছে, $B = \{1, 2\}$, $C = \{2, 4, 5\}$

$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$

$P(C) = \{\{2\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 4, 5\}, \emptyset\}$

$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\} \cap \{\{2\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 4, 5\}, \emptyset\}$
 $= \{\{2\}, \emptyset\}$

আবার, $B \cap C = \{1, 2\} \cap \{2, 4, 5\}$
 $= \{2\}$

$\therefore P(B \cap C) = \{\{2\}, \emptyset\}$

$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$. (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $B = \{1, 2\}$, $C = \{2, 4, 5\}$

এবং $A = \{a, b\}$ [ক' হতে]

$B \cup C = \{1, 2\} \cup \{2, 4, 5\}$
 $= \{1, 2, 4, 5\}$

বামপক্ষ $= A \times (B \cup C) = \{a, b\} \times \{1, 2, 4, 5\}$
 $= \{(a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

আবার, $A \times B = \{a, b\} \times \{1, 2\}$
 $= \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$

এবং $A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$

$= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

ডানপক্ষ $= (A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\} \cup \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$= \{(a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (প্রমাণিত)

২৮. একটি শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 42 জন ফুটবল, 46 জন ক্রিকেট এবং 39 জন হকি খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও হকি এবং 12 জন ফুটবল ও হকি খেলতে পারে। এছাড়া 7 জন কোনো খেলায় পারদর্শী নয়—

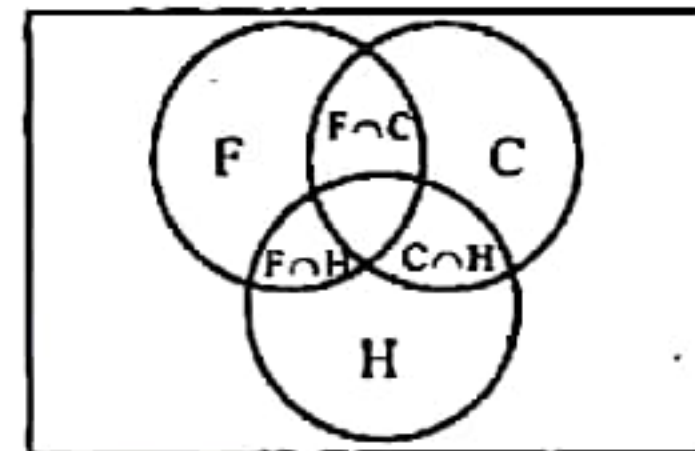
ক. উল্লেখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট এবং কোনো খেলায় পারদর্শী নয় এমন ছাত্রদের সেট ভেনচিত্রে দেখাও।

খ. কতজন ছাত্র উল্লেখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী তা নির্ণয় কর।

গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এবং কতজন অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী?

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



খ. সিকল ছাত্রের সেট U, ফুটবল খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট F, ক্রিকেট খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট C, হকি খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট H.

$n(U) = 100$

$n(F) = 42$, $n(C) = 46$, $n(H) = 39$

$n(F \cap C) = 13$, $n(C \cap H) = 14$, $n(F \cap H) = 12$

$n(F \cup C \cup H) = 7$

খ) আমরা জানি,

$$n(F \cup C \cup H) = n(U) - n(F \cup C \cup H)$$

$$\text{বা, } 7 = 100 - n(F \cup C \cup H)$$

$$\therefore n(F \cup C \cup H) = 93$$

$$\text{এখন, } n(F \cup C \cup H) = n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C)$$

$$- n(F \cap H) - n(C \cap H) + n(F \cap C \cap H)$$

$$\text{বা, } 93 = 42 + 46 + 39 - 13 - 12 - 14 + n(F \cap C \cap H)$$

$$\text{বা, } n(F \cap C \cap H) + 88 = 93$$

$$\therefore n(F \cap C \cap H) = 5$$

$\therefore$ তিনটি খেলায় পারদর্শী শিক্ষার্থীর সংখ্যা 5 জন।

Ans. 5 জন।

$$\text{গ) কেবল ফুটবল খেলে } = n(F) - n(F \cap C) - n(F \cap H) + n(F \cap C \cap H)$$

$$= 42 - 13 - 12 + 5$$

$$= 22$$

$$\text{কেবল ক্রিকেট খেলে } = n(C) - n(F \cap C) - n(C \cap H) + n(F \cap C \cap H)$$

$$= 46 - 13 - 14 + 5$$

$$= 24$$

$$\begin{aligned} \text{কেবল হকি খেলে} &= n(H) - n(H \cap C) - n(H \cap F) + n(F \cap C \cap H) \\ &= 39 - 14 - 12 + 5 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{কেবল একটি খেলায় পারদর্শী} = 22 + 24 + 18 = 64 \text{ জন।}$$

$$\begin{aligned} \text{কেবল ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে} &= n(F \cap C) - n(F \cap C \cap H) \\ &= 13 - 5 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{কেবল ক্রিকেট ও হকি খেলে} &= n(C \cap H) - n(F \cap C \cap H) \\ &= 14 - 5 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{কেবল ফুটবল ও হকি খেলে} &= n(F \cap H) - n(F \cap C \cap H) \\ &= 12 - 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$\therefore$ অন্তত দুটি খেলায় পারদর্শী শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= (8 + 9 + 7 + 5) \text{ জন} = 29 \text{ জন}$$

Ans. 64 জন এবং 29 জন.



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ সেট | Text পৃষ্ঠা-১

- বিভিন্ন বস্তুর সুনির্ধারিত সংগ্রহ হলো সেট। সংগ্রহের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি বস্তুই সেটের উপাদান।
- সেটকে ইংরেজী বড় হাতের অক্ষর দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দুই পদ্ধতিতে সেটকে প্রকাশ করা যায়- তালিকা পদ্ধতি, সেট গঠন পদ্ধতি।

১. নিচের কোনটি বস্তুর সুনির্ধারিত সংগ্রহ? (সহজ)

- ক) ফাংশন খ) সেট গ) অভেদ ঘ) অবয়

২. school শব্দটি দ্বারা গঠিত সেট কোনটি? (সহজ)

- ক) {s, c, h, o, l} খ) {s, h, o, l}
গ) {h, c, s, o} ঘ) {s, l, o, c}

৩. committee শব্দটি দ্বারা গঠিত সেট কোনটি? (সহজ)

- ক) {c, o, m, i, t, e, e} খ) {comite}
গ) {c, o, m, i, l, e} ঘ) {c, o, m, i, l, e}

৪. mathematics শব্দের অক্ষর সমূহের সেট নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) {m, a, t, h, e, m, a, t, i, c, s} খ) {m, a, t, h, e, i, c, s}
গ) {mathematics} ঘ) {matheics}

৫. $U = \{1, 2, 3\}$ হলে $A = \{x : x + 5 < 8\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে? (কঠিন)

- ক) {1, 2} খ) {1, 2, 3} গ) {3} ঘ) {2, 3}

৬. স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) $\mathbb{N}$ খ) {1, 2, 3,}
গ) {0, 1, 2, 3,} ঘ) $\{x \in \mathbb{N} : x > 0\}$

৭. সুনির্ধারিত সংগ্রহের উদাহরণ হচ্ছে —

- i. সপ্তাহের দিনগুলির সেট।
ii. বাংলাদেশের সরকারি পার্কগুলির সেট।
iii. সকল বর্ণমালার সেট।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮. সেট প্রকাশের ক্ষেত্রে —

- i. ইংরেজি ছোট হাতের অক্ষর ব্যবহৃত হয়।
ii. ইংরেজি বড় হাতের অক্ষর ব্যবহৃত হয়।
iii. উপাদানগুলিকে { } দ্বারা আবদ্ধ করা হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৯. প্রথম নয়টি অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট F হলে—

- i. $F = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
ii. $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
iii. $F = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 9\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (১০-১১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

প্রথম 7 টি স্বাভাবিক সংখ্যার সেট P

১০. সেট গঠন পদ্ধতিতে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) $P = \{x \in \mathbb{R} : x < 8\}$ খ) $P = \{x \in \mathbb{N} : x < 7\}$
গ) $P = \{x \in \mathbb{R} : x < 7\}$ ঘ) $P = \{x \in \mathbb{N} : x < 8\}$

১১. তালিকা পদ্ধতিতে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) $P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ খ) $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
গ) $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ঘ) $P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

★★★ সার্বিক সেট, উপসেট, পূরক সেট | Text পৃষ্ঠা-২

- নির্দিষ্ট সেটকে আলোচনাধীন সকল সেটের সার্বিক সেট বলা হয়। একে U দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- কোনো সেট এর উপাদান থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, এদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়। গঠিত উপসেটের মধ্যে উপসেটগুলোর উপাদান সংখ্যা প্রদত্ত সেটের উপাদান সংখ্যা অপেক্ষা কম হলে এদেরকে প্রকৃত উপসেট বলে।
- যদি U সার্বিক সেট হয়, তবে P সেটের পূরক সেট: $P' = \{x : x \notin P, x \in U\}$ বা, $U \setminus P$.

১২. {1, 2, 3, 5}, {2, 4, 6} ও {1, 2, 4, 5, 6} সেট তিনটির সার্বিক সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম) [পেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পেরপুর]

- ক) {1, 2, 3, 5} খ) {2, 4, 6}
গ) {1, 2, 3, 4, 5, 6} ঘ) {1, 2, 4, 5, 6}

১৩. pen ও pencil শব্দ দুইটি দ্বারা গঠিত সেটের সার্বিক সেট কোনটি? (মধ্যম)

- ক) {p, e, n, c, i, l} খ) {p, p, c, n, c}
গ) {p, e, l, c, n} ঘ) {p, n, c, l, i}

১৪. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ হলে, সার্বিক সেট কোনটি? (কঠিন)

- ক) $\mathbb{N}$ খ) $\mathbb{R}$ গ) $\mathbb{Q}$ ঘ) $\mathbb{Z}$

১৫. P ও Q সেটের IR সেটের উপসেট হলে, সার্বিক সেট কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $\mathbb{R}$ খ) P গ) Q ঘ) $P \cap Q$

১৬. $P = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং } 5x \leq 16\}$ হলে, P এর মান কোনটি? (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) $\{0, 1, 2, 3\}$ (খ) $\{1, 2, 3\}$ (গ) $\{0, 2, 3\}$ (ঘ) $\{0, 1, 2\}$

১৭. স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা, বাস্তব সংখ্যা ও মূলদ সংখ্যার সেট যথাক্রমে $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$ ও $\mathbb{Q}$ হলে নিচের কোনটি সার্বিক সেট? (সহজ)

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা; [মাতৃগীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]; [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]; [নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর];

- (ক) $\mathbb{Q}$ (খ) $\mathbb{N}$ (গ) $\mathbb{Z}$ (ঘ) $\mathbb{R}$

১৮. $\mathbb{Q}$ সকল অমূলদ সংখ্যার সেট হলে, নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)

- (ক) $\mathbb{Q}^c \subset \mathbb{R}$ (খ) $\mathbb{Q}^c \subset \mathbb{N}$ (গ) $\mathbb{Q}^c \subset \mathbb{Z}$ (ঘ) $\mathbb{Q}^c \subset \mathbb{Q}$

১৯. $P = \{1, 2, 3\}$, $R = \{1, 2, 3, 4\}$ হলে, কোনটি অধিক বৃত্তিসূক্ত? (কঠিন)

[মোহাম্মদপুর প্রিন্সিপালিটী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

- (ক) $R \subset P$ (খ) $R \subseteq P$ (গ) $P \subset R$ (ঘ) $P \subseteq R$

২০. R এর প্রকৃত উপসেট P হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; আল-আমিন একাডেমী (স্কুল এন্ড কলেজ) চাঁদপুর; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) $P \subset R$ (খ) $R \subset P$ (গ) $P \subseteq R$ (ঘ) $R \subseteq P$

২১. নিচের কোন সেটটির একটি মাত্র উপসেট রয়েছে? (সহজ)

- (ক) $\{0\}$ (খ) $\{1\}$ (গ) $\{\}$ (ঘ) $\{1, 2\}$

২২. A সেট, সমীম সেট B এর উপসেট হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) $n(B) \leq n(A)$ (খ) $n(A) \geq n(B)$
(গ) $n(A) \leq n(B)$ (ঘ) $n(A) = n(B)$

২৩. $A = \{x \in \mathbb{N} : 0 < x \leq 10\}$ এবং $B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 10\}$ দুটি সেট হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) $A \subseteq B$ (খ) A এর প্রকৃত উপসেট B
(গ) B এর উপসেট A (ঘ) B একটি অসীম সেট

২৪. $A = \{3, 6, 9, 12\}$ হলে $n(A)$ সমান কত? (সহজ)

- (ক) 3 (খ) 4 (গ) 12 (ঘ) 16

২৫. P সেটের প্রকৃত সেট P' হলে নিচের কোনটি সঠিক যখন U সার্বিক সেট? (সহজ)

- (ক) $P' = \{x : x \in P, x \in U\}$ (খ) $P' = \{x : x \notin P, x \notin U\}$
(গ) $P' = \{x : x \notin P, x \in U\}$ (ঘ) $P' = \{x : x \in P, x \notin U\}$

২৬. $A = \{\}$ ও $B = \{1\}$ হলে $A \setminus B = ?$ (সহজ)

- (ক) A (খ) B (গ) $\{1\}$ (ঘ) $A \cup B$

২৭. $A = \{a, d\}$ হলে $P(A)$ এর উপাদানে A সেটের প্রকৃত উপসেট কয়টি? (মধ্যম)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

২৮. $A = \{1, 2, 3\}$ হলে, $P(A)$ -তে A সেটের উপসেট কয়টি? (মধ্যম) [জামালপুর জিলা স্কুল, জামালপুর; [নওগাঁ সরকারি উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নওগাঁ]

- (ক) 4 (খ) 6 (গ) 8 (ঘ) 12

২৯. P অধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট এবং Q ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট এবং $U = P \cup Q$

- i. P ও Q সার্বিক সেট U এর উপসেট হবে
ii. সার্বিক সেট U পূর্ণ সংখ্যার সেট হবে।
iii. সার্বিক সেট U স্বাভাবিক সংখ্যার সেট হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩০. U ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট হলে— [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- i. U এর সার্বিক সেট $\mathbb{R}$
ii. U এর সার্বিক সেট $\mathbb{Z}$
iii. $\mathbb{R}$ হলো U ও $\mathbb{Z}$ উভয় সেটের সার্বিক সেট।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩১. $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 100\}$ ও $B = \mathbb{N}$ দুটি সেট হলে—

- i. $\emptyset \subseteq A$
ii. $A \subseteq \mathbb{N}$
iii. $n(A) < n(B)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩২. P সেট, সমীম সেট Q এর উপসেট হলে—

- i. $P \subseteq Q$
ii. $Q \subseteq P$
iii. $n(P) \leq n(Q)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৩. M সেট, সমীম সেট N এর প্রকৃত উপসেট হলে—

- i. $M \subset N$
ii. $n(M) < n(N)$
iii. $n(M) = n(N)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৪. A সেট এর ক্ষেত্রে—

- i. $A' = A$
ii. $A \setminus A = \emptyset$
iii. $A \setminus (A \setminus A) = A$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের অধ্যায় আলোকে (৩৫-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{x : 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}$ একটি সার্বিক সেট।

৩৫. $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$ হলে, A এর মান কোনটি? (সহজ)

- (ক) $\{1, 3, 5, 7\}$ (খ) $\{1, 2, 3, 5, 7\}$
(গ) $\{2, 3, 5, 7\}$ (ঘ) $\{1, 2, 3, 9\}$

৩৬. $C = \{x : x, 10 \text{ এর গুণিতক}\}$ হলে, $P(C) = ?$ (মধ্যম)

- (ক) $\{\{10\}, \emptyset\}$ (খ) $\{10\}$
(গ) $\{\emptyset\}$ (ঘ) $\{\{1\}, \{10\}, \emptyset\}$

৩৭. $B = \{x : x, 5 \text{ এর গুণিতক}\}$ হলে, $P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)

- (ক) 2 (খ) 4 (গ) 8 (ঘ) 12

নিচের অধ্যায় আলোকে (৩৮-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা}, 0 < x \leq 10\}$, $A = \{x : 2x < 7\}$ ও

$B = \{x : 3x < 20\}$ তিনটি সেট।

৩৮. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

- (ক) $\{0, 1, 2, 3\}$ (খ) $\{1, 2, 3, 4\}$
(গ) $\{1, 2, 3\}$ (ঘ) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

৩৯. A' সেটের উপাদানগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

- (ক) $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
(খ) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
(গ) $\{0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
(ঘ) $\{1, 2, 3\}$

৪০. $A = \{1, 2, 3\}$

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$\therefore A' = U - A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

৪০. $B' = ?$ (মধ্যম) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

- (ক) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ (খ) $\{7, 8, 9, 10\}$
(গ) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ (ঘ) $\{6, 7, 8, 9, 10\}$

৪১. $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$\therefore B' = U - B = \{7, 8, 9, 10\}$

৪১. B' এর সাথে A এর সম্পর্ক কোনটি? (কঠিন) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

- (ক) $B' \subset A$ (খ) $B' \subseteq A$ (গ) $A \subset B'$ (ঘ) $B' \neq A$

নিচের অঙ্কের আলোকে (৪২-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{x : x, 2 \text{ এর গুণিতক}, 2 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x : x, 5 \text{ এর গুণিতক}, 5 \leq x \leq 15\}$ এবং $C = \{x : x, 10 \text{ এর গুণিতক}, 10 \leq x \leq 20\}$

৪২. A, B ও C এর সার্বিক সেট কোনটি? (সহজ)

- (ক) $U = \{x : 1 \leq x \leq 20, x \in \mathbb{Z}^+\}$
 (খ) $U = \{x : 1 < x < 5\}$
 (গ) $U = \{x : 1 < x < 10\}$
 (ঘ) $U = \{x : x < 0\}$

৪৩. C সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি? (সহজ)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

৪৪. $P(B)$ সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 8

৪৫. $B \cap C$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) $\{5, 15\}$ (খ) $\{10, 20\}$ (গ) $\{5, 10\}$ (ঘ) $\{5, 20\}$

নিচের অঙ্কের আলোকে (৪৬-৪৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{x : 2 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{Z}^+\}$ এবং $P = \{x : x \text{ হলো } 4 \text{ এর গুণিতক}, 4 \leq x < 12\}$

৪৬. P সেটের তালিকা পদ্ধতি কোনটি? (সহজ)

- (ক) 4, 8 (খ) $\{4, 8\}$ (গ) $(4, 8)$ (ঘ) $(4, 8)$

৪৭. P' সেটের উপাদান কোনটি? (মধ্যম)

- (ক) 4 (খ) 6 (গ) 7 (ঘ) 8

ব্যাখ্যা: 2, 3, 5, 6, 7, 9 ও 10 এই 7টি P' এর উপাদান।

৪৮. $n(P) + n(P') = ?$ (কঠিন)

- (ক) 9 (খ) 5 (গ) 4 (ঘ) 3

নিচের অঙ্কের আলোকে (৪৯-৫০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{1, 2\}$ একটি সেট, যার শক্তি সেট $P(A)$

৪৯. $P(A)$ সেটের উপাদান সংখ্যা কত? (কঠিন)

- (ক) 2^1 (খ) $2^2 + 1$ (গ) 2^2 (ঘ) $2^2 - 1$

৫০. $B \in P(A)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) $B \subseteq A$ (খ) $B \subset A$ (গ) $B \subset A$ (ঘ) $B = \{1, 2\}$

★★★ শক্তিসেট | Text পৃষ্ঠা-৩

- কোনো সেটের সকল উপসেটের সেটকে শক্তি সেট বলে।
- কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে শক্তি বা power সেটে উপাদান সংখ্যা 2^n ।

৫১. $A = \{a\}$, $B = \{b\}$ হলে, $P(A) \cap P(B) =$ কত? (সহজ)

- (ক) $\{\{a\}, \{b\}\}$ (খ) ϕ (গ) $\{a\}$ (ঘ) $\{b\}$

৫২. $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ হলে $P(A) \cup P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা কত? (মধ্যম)

[রাঙামাটি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাঙামাটি]

- (ক) 8 (খ) 7 (গ) 6 (ঘ) 5

৫৩. $B = \{1, 2, 3\}$ ও $C = \{2, 4, 5\}$ হলে $P(B \cap C)$ নিচের কোনটির সমান? (মধ্যম)

- (ক) $P(B) \cup P(C)$ (খ) $P(B) \cap P(C)$
 (গ) $P(B \cup C)$ (ঘ) $P(B \setminus C)$

৫৪. $A = \{a, b\}$ এবং $B = \{b, c\}$ হলে—

- i. $P(A) \subset P(A \cup B)$.
 ii. $P(B) \subset P(A \cup B)$.
 iii. $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cap B)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৫. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1\}$ ও $C = \{2\}$ হলে—

- i. $P(A) = \{A, B, C, \phi\}$
 ii. $P(A) = P(B \cup C)$
 iii. $P(B) \cup P(C) = P(A)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৬. $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$ হলে—

- i. $A = \{a, b\}$
 ii. $n(A) = 2$.
 iii. $P(A) = \{a, b, \phi\}$.

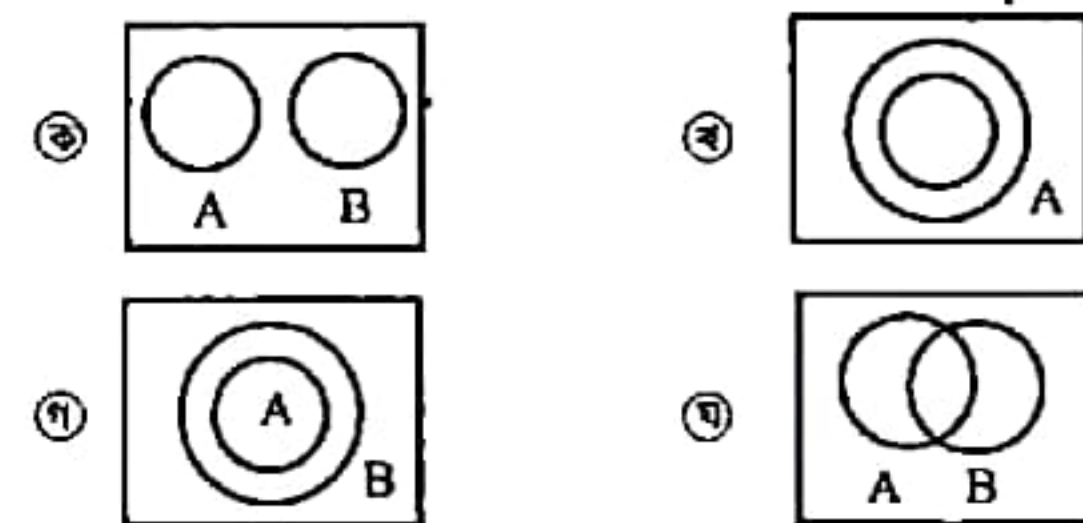
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

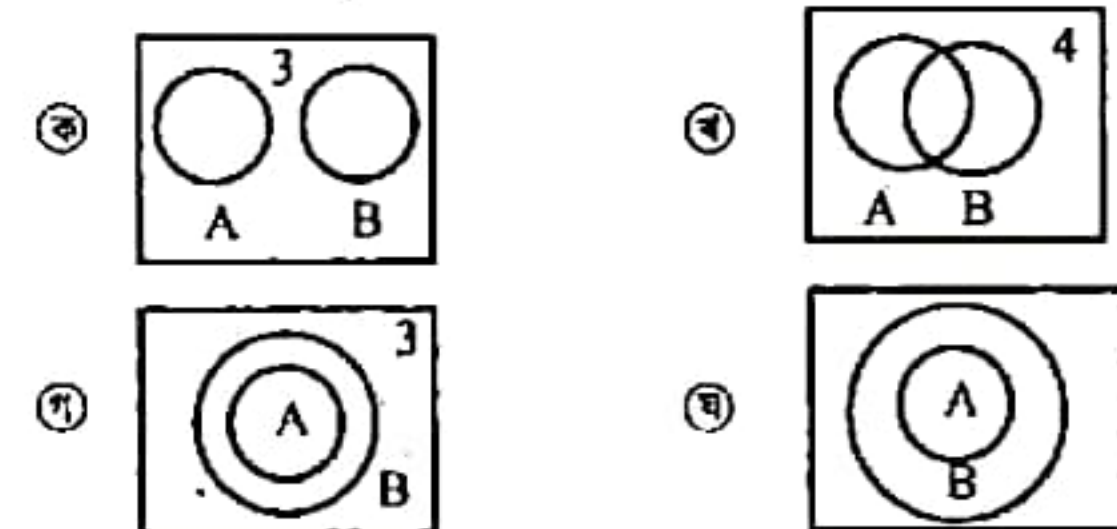
★★★ ডেনচিত্র | Text পৃষ্ঠা-৪

- কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশকারী জ্যামিতিক চিত্রই ডেনচিত্র।
- আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিকসেট এবং বৃত্তাকার বা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দ্বারা উপসেট বোঝানো হয়। যদি U সার্বিক সেট এবং A যেকোনো সেট হয় তবে $n(A) + n(A') = n(U)$.

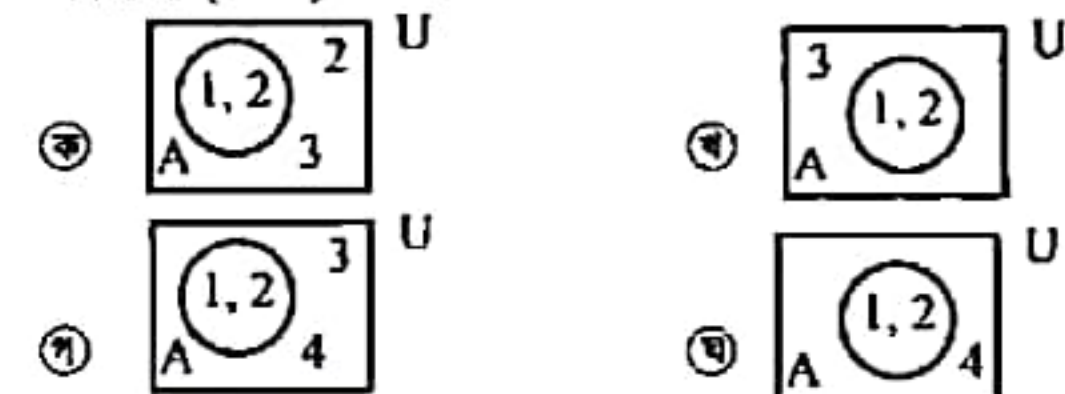
৫৭. নিচের কোন ডেনচিত্রে $A \subset B$ দেখানো হয়েছে? (সহজ)



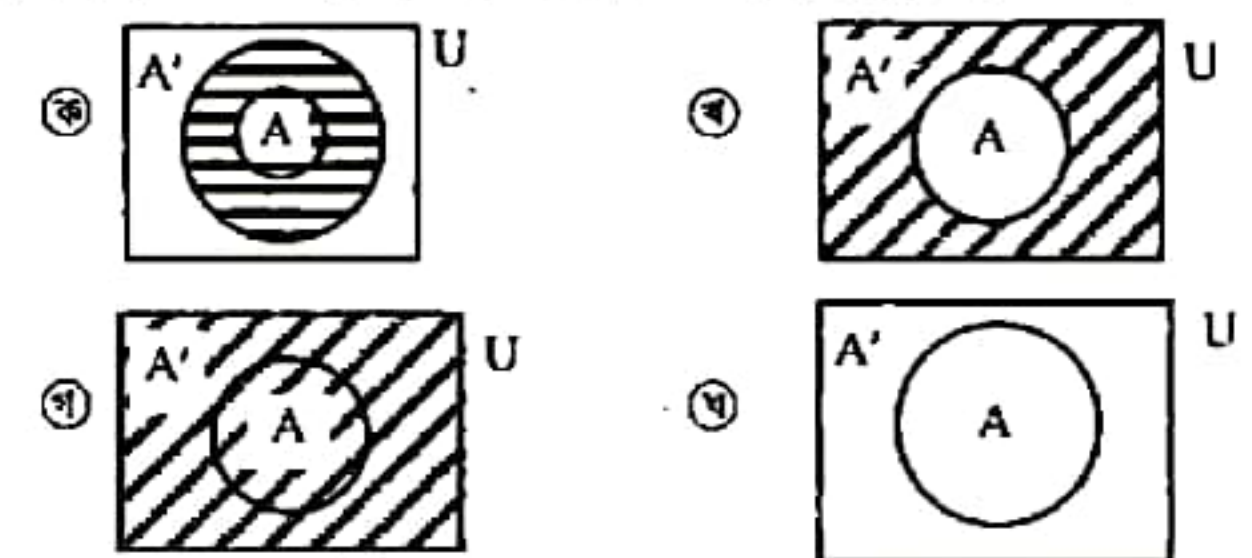
৫৮. কোন ডেনচিত্রে শুধু A ও B সেট দ্বারা সার্বিক সেট গঠিত হয়েছে? (মধ্যম)



৫৯. $U = \{x : 0 < x < 4, x \in \mathbb{N}\}$, $A = \{1, 2\}$ হলে এর সঠিক ডেনচিত্র কোনটি? (কঠিন)



৬০. নিচের কোন ডেনচিত্রে গাঢ় করে, A' দেখানো হয়েছে? (কঠিন)

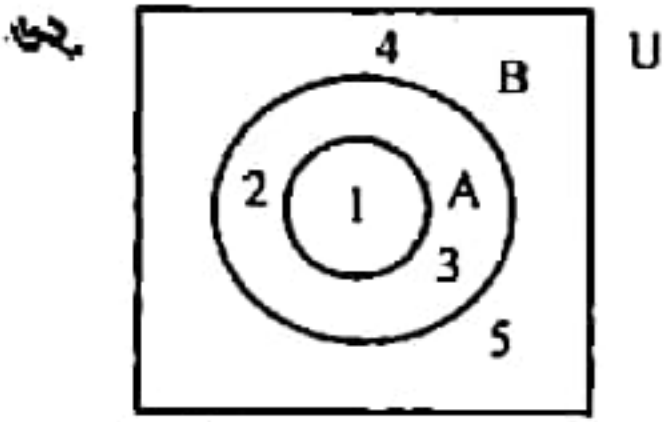


৬১. ডেনচিত্রে সেট প্রকাশের ক্ষেত্রে—

- i. আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিক সেট।
 ii. বৃত্তাকার ক্ষেত্র দ্বারা উপসেট।
 iii. ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দ্বারা উপসেট।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii



ভেনচিত্রে — [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

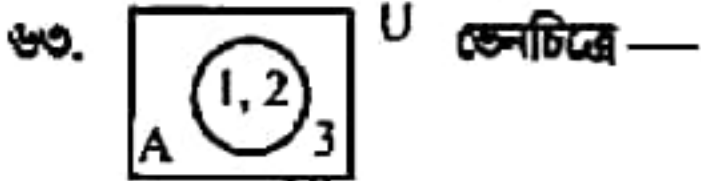
i. $A \subset B$

ii. $B \subseteq U$

iii. $B = \{1, 2, 3\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



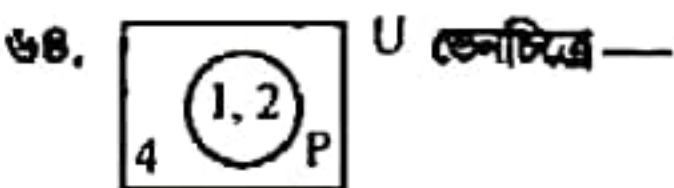
i. $U = \{1, 2, 3\}$

ii. $A' = \{3\}$

iii. $U/A = \{1, 2\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



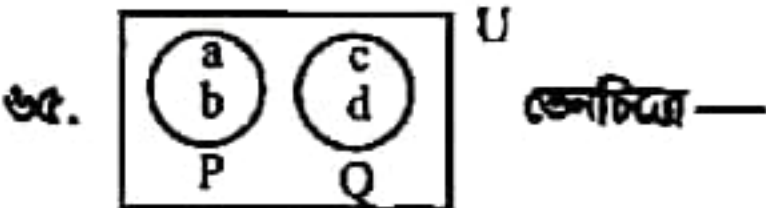
i. $P \subset U$

ii. $n(P') = 1$

iii. $P' = \{4\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



i. $P \not\subset Q$

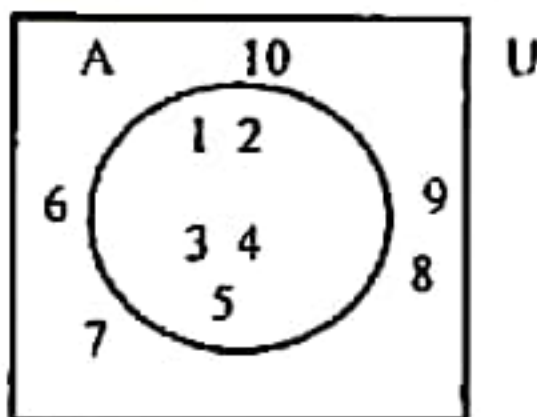
ii. $n(P) + n(Q) = n(U)$

iii. $P \subset Q$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের ভেনচিত্রের আলোকে (৬৬-৬৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৬৬. তালিকা পদ্ধতিতে A সেটের উপাদানগুলো নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) $\{1, 2, 3\}$ খ) $\{1, 2, 3, 10\}$
গ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ঘ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$

৬৭. A সেটের পূরক সেট, $A' = ?$ (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

- ক) $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ খ) $\{4, 5\}$
গ) $\{6, 7, 8\}$ ঘ) $\{4, 5, 6, 7, 8\}$

৬৮. সার্বিক সেট, U কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

- ক) $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ খ) $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
গ) $\{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ঘ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

★★★ সেটের সংযোগ | Text পৃষ্ঠা-৪

• দুই বা ততোধিক সেটের সকল সদস্য নিয়ে সংযোগ সেট গঠিত হয়।

A ও B এর সংযোগ সেট: $A \cup B = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$

৬৯. Male ও Female শব্দ দুইটি দ্বারা গঠিত সেটের সার্বিক সেট কোনটি? (সহজ)

- ক) $\{f, e, m, a, l\}$ খ) $\{f, e, m, a, l\}$
গ) $\{f, e, m, a, l, e\}$ ঘ) $\{f, e, m, a, l\}$

৭০. $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, A মৌলিক সংখ্যার সেট এবং B বিজোড় সংখ্যার সেট হলে, $A \cup B =$ কত? (কঠিন)

- ক) $\{2, 3, 5, 7, 9\}$ খ) $\{2, 3, 5, 7\}$
গ) $\{2, 3, 4, 7\}$ ঘ) $\{2, 3, 7, 9\}$

৭১. $U = A \cup B$ হলে —

- i. $A \cup B \neq B \cup A$
ii. $A' \subseteq U$
iii. $B' \subseteq U$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭২. সার্বিক সেট U এর যে কোন উপসেট A এবং $B = \emptyset$ এর জন্য — [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

- i. $A \cup A' = U$
ii. $A \cup B = A$
iii. $A \cup B = B$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭৩. $A \cup B$ এর ভেনচিত্র হলে —

- i. $A \cup B \subseteq A$
ii. $A \cup B \subseteq B$
iii. $A \cup B \subseteq U$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৪-৭৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সার্বিক সেট, $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ এবং $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$ ও $B = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$ দুইটি সেট।

৭৪. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) $\{2, 3, 5, 7\}$ খ) $\{2, 3, 5\}$
গ) $\{2, 3, 4, 5, 7\}$ ঘ) $\{3, 5, 7\}$

৭৫. $A \cup B$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক) $\{4, 6, 8\}$ খ) $\{2, 3, 5, 7, 9\}$
গ) $\{3, 5, 7\}$ ঘ) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

৭৬. ব্যাখ্যা: $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$

৭৭. $A \cup B'$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- ক) $\{2\}$ খ) $\{2, 3, 5, 7\}$
গ) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ঘ) $\{2, 4, 6, 8\}$

৭৮. ব্যাখ্যা: $A = \{2, 3, 5, 7\}$

$B' = U - B = \{2, 4, 6, 8\}$

$A \cup B' = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$
 $= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

৭৯. $(A \cup B)'$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- ক) $\{4, 6, 8\}$ খ) $\{2, 4, 6, 8\}$
গ) $\{3, 5, 7\}$ ঘ) $\{2, 4, 6, 8, 9\}$

৮০. ব্যাখ্যা: $(A \cup B) = \{2, 3, 5, 7, 9\}$

$\therefore (A \cup B)' = U - (A \cup B) = \{4, 6, 8\}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৮-৮০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, A মৌলিক সংখ্যা এবং B বিজোড় সংখ্যার সেট।

৮১. B' এর মান তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যাবে? (সহজ)

- ক) $\{2, 4, 6, 8\}$ খ) $\{2, 5, 6, 8\}$
গ) $\{2, 3, 5, 9\}$ ঘ) $\{3, 5, 7, 9\}$

৭৯. $A \cap B' =$ কত? (মধ্যম)

- ক {2, 3} ঘ {7, 9} গ {2} ঘ {9}

৮০. $(A \cup B)'$ = কত? (মধ্যম) [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

- ক {2, 3, 7} ঘ {4, 6, 8}
গ {1, 5, 9} ঘ {5, 7, 9}

নিচের অঙ্কের আলোকে (৮১-৮৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{x : 1 < x < 10\}$, $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$ এবং $B = \{x : x \text{ পূর্ণবর্গ সংখ্যা}\}$

৮১. B এর মান তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যায়? (মধ্যম)

- ক {2, 4, 9} ঘ {1, 4, 9} গ {4, 9} ঘ {2, 4, 9}

৮২. $A \cup B$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক {2, 3, 4, 5, 7, 9} ঘ {2, 3, 7, 9}
গ {2, 3, 4, 7, 9} ঘ {2, 3, 5, 7, 9}

৮৩. A' এর মান কত? (সহজ)

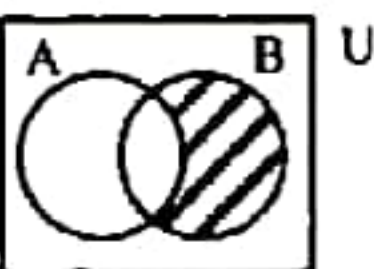
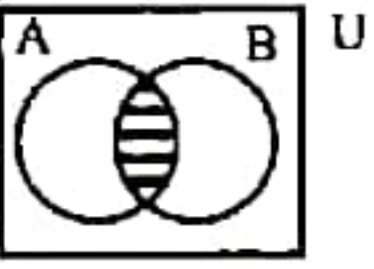
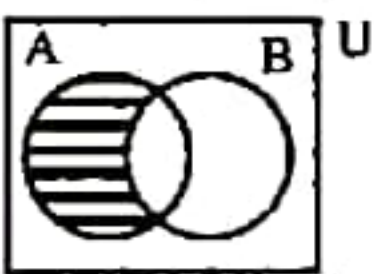
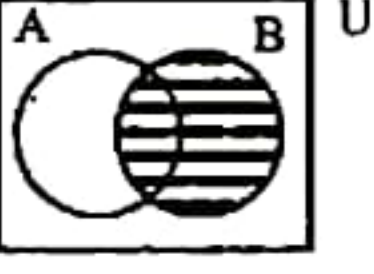
- ক {4, 6, 8, 9} ঘ {1, 2, 7}
গ {2, 3, 5, 7} ঘ {1, 4, 9}

★★★ সেটের হেদ | Text পৃষ্ঠা-৫

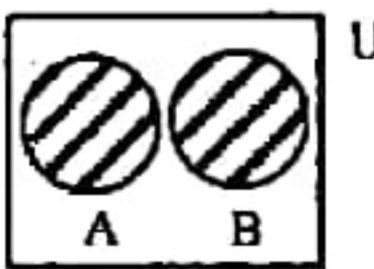
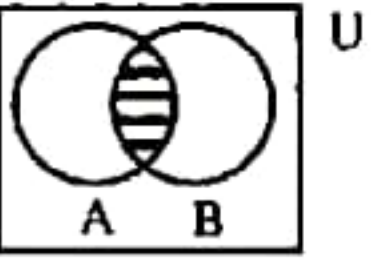
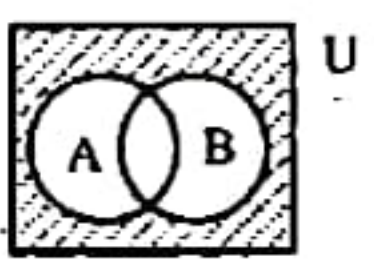
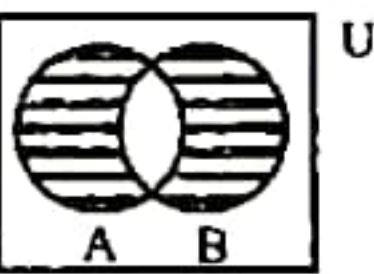
• দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান দ্বারা হেদ সেট গঠিত হয়।

A ও B এর হেদ সেট $A \cap B = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$

৮৪. নিচের কোন গাফ অংশ $A' \cap B$ এর মান প্রকাশ করে? (সহজ)

- ক  ঘ 
গ  ঘ 

৮৫. $A' \cap B'$ নিচের কোন চিত্র দ্বারা প্রকাশ পাওয়া যায়? (মধ্যম)

- ক  ঘ 
গ  ঘ 

৮৬. $x \in A \cap B$ হলে—

- i. $x \in A$.
ii. $x \in B$.
iii. $x \in A$ এবং $x \in B$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

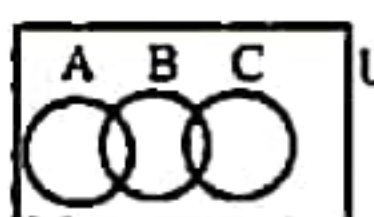
- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৮৭. A ও B সেটের নিষ্কেন্দ্র হবে যদি—

- i. $A \cap B = \emptyset$ হয়।
ii. $B \cap A = \emptyset$ হয়।
iii. $A = \emptyset$ এবং $B = \emptyset$ হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৮৮.  কেসটি—

- i. $A \cup B \cup C \subseteq U$
ii. $A \cap B \cap C = \{\}$
iii. $A \cup (B \cap C) = \{\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

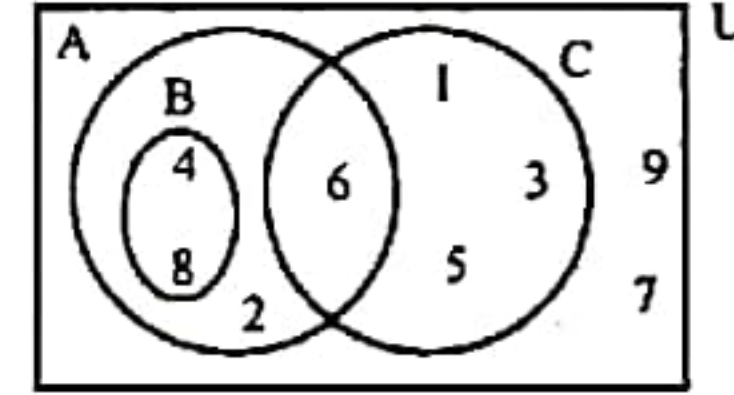
৮৯. যেকোনো সেট A এর ক্ষেত্রে—

- i. $A \cup A' = U$.
ii. $A \cap A' = \emptyset$.
iii. $A \subseteq A'$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের ভেনচিত্রের আলোকে (৯০-৯৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৯০. $A \cap B$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক {2, 4, 8} ঘ {4, 8} গ {2} ঘ {6}

৯১. $A \cap B'$ এর মান কোনটির সমান? (মধ্যম)

- ক A ঘ $A \cap B$ গ B ঘ $A \cup B$

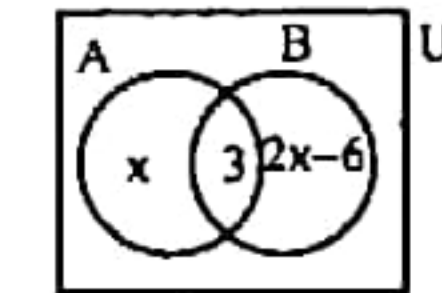
৯২. B ও C পরস্পর কোন ধরনের সেট? (মধ্যম)

- ক সেট ঘ সংযোগ গ নিষ্কেন্দ্র ঘ সার্বিক

৯৩. $(B \cap C)'$ এর মান কোনটির সমান? (কঠিন)

- ক U ঘ $B \cup C$ গ $B \cap C$ ঘ $B \cup A \cup C$

নিচের অঙ্কের আলোকে (৯৪-৯৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



এবং $n(A) = n(A' \cap B)$

৯৪. x এর মান কত? (কঠিন)

- ক 12 ঘ 9 গ 6 ঘ 3

৯৫. ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $n(A) = n(A' \cap B)$

বা, $x + 3 = 2x - 6$

বা, $2x - x = 6 + 3$.

$\therefore x = 9$.

৯৬. n(A) এর মান কত? (কঠিন)

- ক 15 ঘ 12 গ 9 ঘ 6

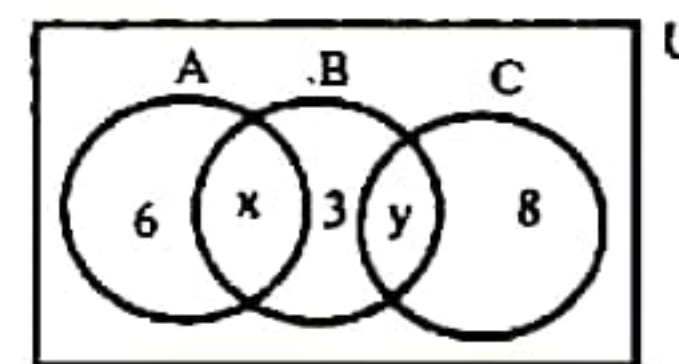
৯৭. ব্যাখ্যা : $n(A) = x + 3 = 9 + 3 = 12$

৯৮. $n(A' \cap B)$ এর মান কত? (কঠিন)

- ক 9 ঘ 12 গ 15 ঘ 18

৯৯. ব্যাখ্যা : $n(A' \cap B) = 2x - 6 = 2 \times 9 - 6 = 12$

নিচের ভেনচিত্রের আলোকে (৯৭-৯৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৯৭. $n(B) = n(C)$ হলে x এর মান কত? (সহজ)

- ক 5 ঘ 4 গ 3 ঘ 2

৯৮. $n(B \cap C) = n(A \cup B')$ হলে y এর মান কোনটি? (মধ্যম)

- ক 4 ঘ 5 গ 6 ঘ 7

৯৯. n(U) এর মান কোনটি? (কঠিন)

- ক 24 ঘ 28 গ 42 ঘ 82

১০০. ব্যাখ্যা : $n(U) = 6 + x + 3 + y + 8 = 6 + 5 + 3 + 6 + 8 = 28$

★★★ সেট প্রক্রিয়ার ধর্মাবলি | Text পৃষ্ঠা-৪৬

- সংযোগ সেটের বিনিময় বিধি $A \cup B = B \cup A$ হেদ সেটের বিনিময় বিধি $A \cap B = B \cap A$.
- সংযোগ সেটের সহযোগন নিয়ম $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ হেদ সেটের $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $A \cup A = A, A \cup U = U, A \cup \phi = A$
- $A \subset B$ হলে $A \cup B = B$ এবং $B \subset A$ হলে $A \cup B = A$.
- সংযোগ সেটের বন্টন নিয়ম $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ হেদ সেটের $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- সার্বিক সেট U এর যেকোন উপসেট A ও B এর জন্য দ্যা মরাগ্যানের সূত্র $(A \cup B)' = A' \cap B', (A \cap B)' = A' \cup B'$
- $A \setminus B = A \cap B'$

১০০. হেদ প্রক্রিয়ার বিনিময় বিধি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- (ক) $A \cap B = B \cap A$ (খ) $B \cup A = A \cup B$
(গ) $A' \cap B'$ (ঘ) $A \cap B = A \cap B'$

১০১. A, B যে কোন দুইটি সেটের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; নিবারণপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁপাইনবাবগঞ্জ]

- (ক) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (খ) $(A \cup B)' = A \cup B$
(গ) $(A \cup B)' = B' \cup A'$ (ঘ) $A' \cap B = A \cap B'$

১০২. $A \cup (B \cap C) = ?$ (মধ্যম)

- (ক) $(B \cap C) \cap C$ (খ) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
(গ) $A \cup B \cap C$ (ঘ) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

১০৩. $A \cap (B \cup C)$ সমান কোনটি? (মধ্যম) [ডি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- (ক) $(A \cap B) \cup C$ (খ) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
(গ) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ (ঘ) $A \cup (B \cap C)$

১০৪. $(A \cap B)' = ?$ (মধ্যম)

- (ক) $A' \cup B'$ (খ) ϕ (গ) $A' \cap B'$ (ঘ) U

১০৫. $A \times (B \cap C) = ?$ (মধ্যম)

- (ক) $(A \times B) \cap C$ (খ) $(A \times B) \cap (A \times C)$
(গ) $(A \times B) \cup C$ (ঘ) $(A \times B) \cup (A \times C)$

১০৬. সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য — [নওগাঁ সরকারি উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নওগাঁ]

- i. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
ii. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
iii. $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০৭. U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য —

- i. $A \setminus B \subset A \cap B'$
ii. $A \cap B' = A \setminus B$
iii. $A \setminus B \neq A \cap B'$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০৮. A ও B যেকোনো দুটি সেট হলে — [ডি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- i. $A \cup B = B \cup A$
ii. $A \cup B = B \cap A$
iii. এরা সেটের সংযোগ ও সেটের বিনিময় বিধি মেনে চলবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০৯. $A = B$ হবে যদি এবং কেবল যদি —

- i. $A \subset B$ হয়।
ii. $B = A$ হয়।
iii. $A \subset B$ এবং $B \subset A$ হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১০. $A = \{a, b\}, B = \{c, d\}, U$ এর উপসেট হলে —

- i. $A' = B$.
ii. $B' = A$.
iii. $A \cup B = U$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১১. A ও B দুটি সেট হলে — [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

- i. $A \times B \neq B \times A$
ii. $A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$
iii. $A \times A = A$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (১১২-১১৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সার্বিক সেট, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ এবং $A = \{x : x, 3 \text{ এর গুণিতক}\}, B = \{2, 5\}$ যেকোনো দুটি সেট।

১১২. নিচের কোনটি A সেট? (মধ্যম)

- (ক) $\{1, 3, 6\}$ (খ) $\{1, 2\}$
(গ) $\{3, 6\}$ (ঘ) $\{1, 2, 4, 5\}$

১১৩. $A \setminus B$ সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- (ক) $\{3, 6\}$ (খ) $\{1, 4\}$ (গ) $\{2, 5\}$ (ঘ) $\{\}$

১১৪. $A \times B = ?$ (মধ্যম)

- (ক) $\{(3, 6), (2, 5)\}$ (খ) $\{(2, 5), (3, 6)\}$
(গ) $\{(2, 3), (2, 6), (5, 3), (5, 6)\}$ (ঘ) $\{(3, 2), (3, 5), (6, 2), (6, 5)\}$

★★★ সমতুল ও অসীম সেট | Text পৃষ্ঠা-১৫

• একটি সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে অপর সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা গেলে সেটদ্বয় এক-এক মিল সম্পন্ন।

• দুইটি সেটের এক-এক মিল থাকলে সেট দুইটি সমতুল সেট। A ও B দুইটি সেট সমতুল হলে $A - B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

১১৫. নিচের কোনটি সমতুল সেটের উদাহরণ? (কঠিন)

- (ক) জোড় সংখ্যা ও বিজোড় সংখ্যা
(খ) বাস্তব সংখ্যা ও ধনাত্মক সংখ্যা
(গ) মৌলিক সংখ্যা ও বাস্তব সংখ্যা
(ঘ) ধনাত্মক সংখ্যা ও মূলদ সংখ্যা

১১৬. নিচের কোন সেটটিতে এক-এক মিল বিদ্যমান? (কঠিন)

- (ক) স্বাভাবিক সংখ্যা ও জোড় সংখ্যা
(খ) মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা
(গ) বাস্তব সংখ্যা ও স্বাভাবিক সংখ্যা
(ঘ) মৌলিক সংখ্যা ও জোড় সংখ্যা

১১৭. $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$ হলে নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)

- (ক) $A - B$ (খ) $A \cap B$ (গ) $A = B$ (ঘ) $B = A$

১১৮. $S = \{3^n : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$ সেটটি নিচের কোনটির সমতুল? (মধ্যম)

- (ক) $\mathbb{N}$ (খ) $\mathbb{R}$ (গ) $\mathbb{Z}$ (ঘ) $\mathbb{Q}$

১১৯. স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N}$ এবং জোড় সংখ্যার সেট A এবং $\mathbb{N}$ ও A সমতুল সেট হলে —

- i. $\mathbb{N}$ ও A সেটদ্বয়ের মধ্যে এক-এক মিল রয়েছে
ii. $\mathbb{N} - A$
iii. $n \in \mathbb{N}$ হলে $n \leftrightarrow 2n$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (১২০-১২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\{A = \text{স্বাভাবিক সংখ্যার সেট}\}, B = \{\text{বিজোড় সংখ্যার সেট}\}$

১২০. নিচের কোনটি সত্য? (সহজ)

- (ক) $A=B$ (খ) $B=A$ (গ) $A \leftrightarrow B$ (ঘ) $A \cup B = \emptyset$

১২১. A ও B এর ক্ষেত্রে কোন সম্পর্কটি সত্য? (মধ্যম)

- (ক) $A \sim B$ (খ) $A \cup A = B$
(গ) $A \cup B = B$ (ঘ) $A \subset B$

১২২. নিচের কোন সম্পর্কটি সত্য? (কঠিন)

- (ক) $A \cup B = B$ (খ) $A \cap B = A$
(গ) $A \cup B = A$ (ঘ) $A = B$

★ ★ সান্ত ও অনন্ত সেট | Text পৃষ্ঠা-১৭

- সান্ত সেটের সদস্য সংখ্যা নির্দিষ্ট কিন্তু অনন্ত সেটের সদস্য সংখ্যা অসীম। ফাঁকা সেট সান্ত সেট।
- A অনন্ত সেট হবে যদি ও কেবল যদি A এবং A এর একটি প্রকৃত উপসেট সমতুল হয়।
- A ও B সান্ত সেটদ্বয়ের ক্ষেত্রে $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
- যদি A ও B পরস্পর নিষ্পেষিত সেট হয়, তবে $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

১২৩. নিচের কোনটি সান্ত সেট? (সহজ)

- (ক) মৌলিক সংখ্যার সেট (খ) $\{\}$
(গ) $\mathbb{N}$ (ঘ) $\{2, 3, \dots, n, \dots\}$

১২৪. $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$ হলে $n(A \cup B)$ এর মান কোন্টি? (সহজ)

- (ক) 5 (খ) 4 (গ) 3 (ঘ) 2

১২৫. $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ এবং $C = \{5, 6\}$ হলে $n(A \cup B \cup C)$ কত? (মধ্যম)

- (ক) 6 (খ) 7 (গ) 8 (ঘ) 9

১২৬. A একটি সান্ত সেট এবং A ও B সমতুল সেট হলে—

- i. B সেট একটি সান্ত সেট হবে
ii. B সেটের সদস্য সংখ্যা $n(B)$
iii. $n(A) = n(B)$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১২৭. A একটি অনন্ত সেট হলে—

- i. A এবং A এর একটি প্রকৃত উপসেট সমতুল হবে
ii. A এর অসীম সংখ্যক সদস্য রয়েছে
iii. A এর সদস্য সংখ্যা $n(A)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১২৮. $A = \{p\}, B = \{q\}$ হলে—

- i. $n(A) > 0$
ii. $n(B) > 0$
iii. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (১২৯-১৩১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{a, b\}, B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{p, q\}$ তিনটি সেট।

১২৯. A ও B সেটের জন্য কোন্টি সত্য? (সহজ)

- (ক) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ (খ) $n(A \cup B) = n(A \cap B)$
(গ) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ (ঘ) $n(A) - n(B) = n(A \cup B)$

১৩০. B ও C এর জন্য কোন্টি সত্য? (মধ্যম)

- (ক) $n(B) + n(C) = n(B \cap C)$ (খ) $n(B) < 0$
(গ) $n(B) = n(C)$ (ঘ) $n(B \cap C) < 0$

১৩১. $n(A \cup B \cup C)$ এর মান কোন্টির সমান? (মধ্যম)

- (ক) $n(A) + n(C)$ (খ) $n(A \cup B) + (C)$
(গ) $n(A \cup B) + n(A \cup C)$ (ঘ) $n(A \cup B \cap C)$

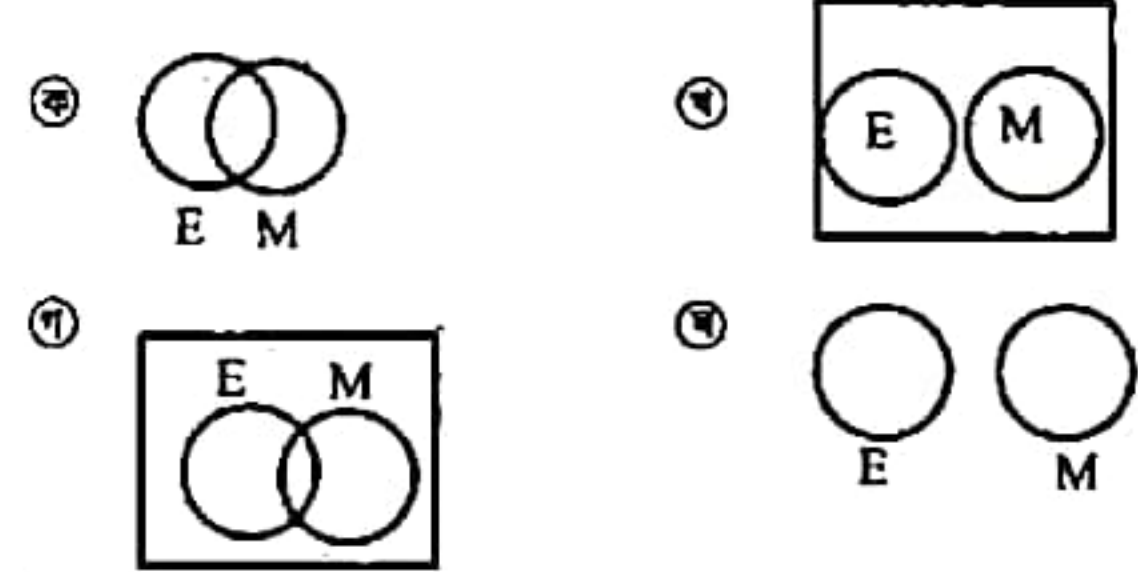
★ ★ বাস্তব সমস্যা সমাধান সেট | Text পৃষ্ঠা-২০

- সেটের বিভিন্ন প্রক্রিয়া এবং ভেনচিত্রের মাধ্যমে বাস্তব সংখ্যার সমাধান করা যায়।

নিচের তথ্যের আলোকে (১৩২-১৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫০ জন ছাত্রের মধ্যে ৩৫ জন ইংরেজি এবং ২৫ জন গণিতে পাশ করেছে। দুইটি বিষয়ের অন্তত একটি বিষয়ে পাশ করেছে ৪৫ জন।

১৩২. তথ্যের আলোকে ভেনচিত্র নিচের কোনটি? (মধ্যম)



১৩৩. উভয় বিষয়ে ফেল করেছে কতজন? (কঠিন)

- (ক) 5 (খ) 15 (গ) 20 (ঘ) 25

১৩৪. ব্যাখ্যা: দুইটি বিষয়ের অন্তত একটি বিষয়ে পাশ করেছে,

$n(E \cup M) = 45$ এবং ছাত্র সংখ্যা, $U = 50$ জন

$\therefore$ উভয় বিষয়ে ফেল করেছে $= U - n(E \cup M)$
 $= 50 - 45 = 5$ জন.

১৩৫. উভয় বিষয়ে পাশ করেছে কত জন? (কঠিন)

- (ক) 5 (খ) 10 (গ) 15 (ঘ) 20

১৩৬. ব্যাখ্যা: $n(E \cup M) = n(E) + n(M) - n(E \cap M)$.

বা, $n(E \cap M) = n(E) + n(M) - n(E \cup M)$
 $= 35 + 25 - 45 = 15$

১৩৭. শুধু গণিতে পাশ করেছে কত জন? (কঠিন)

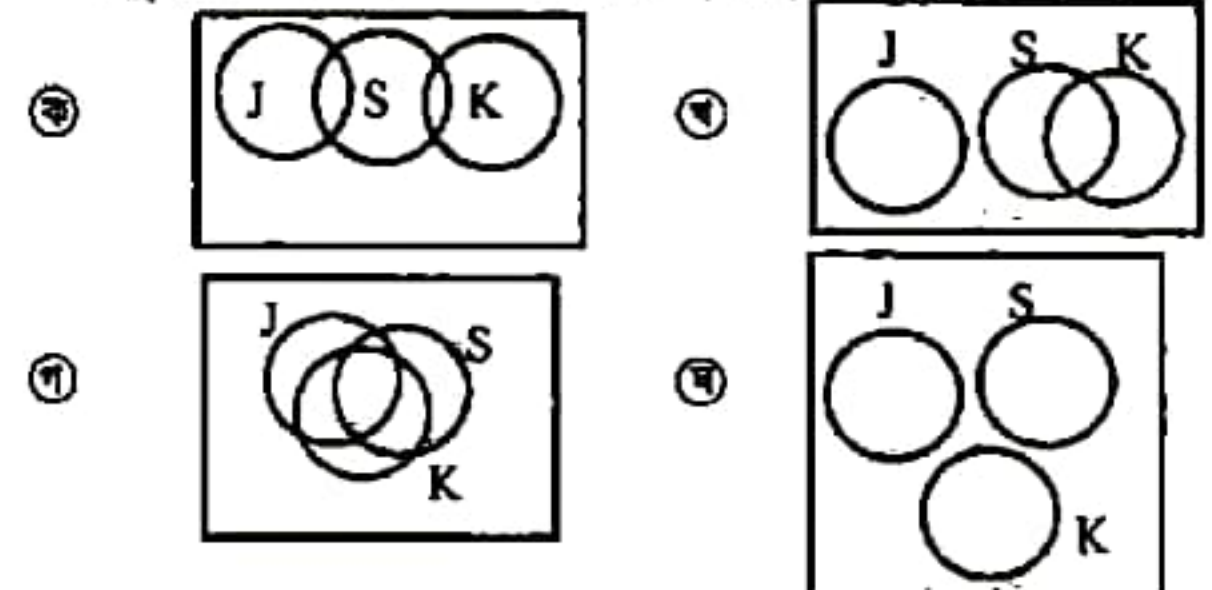
- (ক) 5 (খ) 10 (গ) 15 (ঘ) 20

১৩৮. ব্যাখ্যা: শুধু গণিতে পাশ করেছে, $n(M/E) = n(M) - n(E \cap M)$
 $= 25 - 15 = 10$

নিচের তথ্যের আলোকে (১৩৯-১৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

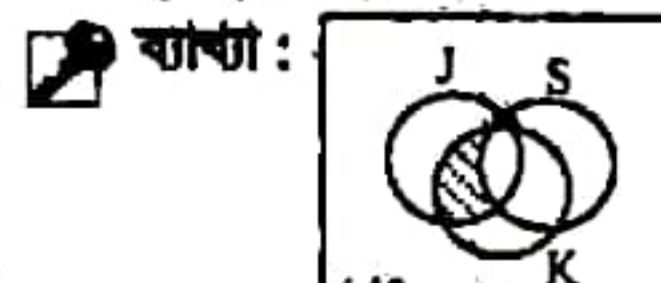
একটি প্রতিযোগিতায় ৩৫ জন প্রতিযোগীর প্রত্যেকে দৌড় (J), সাঁতার (S) ও কাবাড়ি (K) যে কোন একটিতে অংশগ্রহণ করে। তাদের ১৫ জন দৌড়, ৪ জন সাঁতার ও কাবাড়ি, ২ জন শুধু দৌড়, ৭ জন সাঁতারে ও দৌড়ে অংশগ্রহণ করে।

১৩৯. তথ্যগুলো ভেনচিত্রে নিচের কোনটি? (কঠিন)



১৪০. দৌড় ও কাবাড়িতে অংশগ্রহণ করে কিন্তু সাঁতারে নয়। সেটের মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) $(J \cap K) \cup S'$ (খ) $(J \cup K) \cap S$
(গ) $(J \cup K) \cap S'$ (ঘ) $(J \cap K) \cap S'$





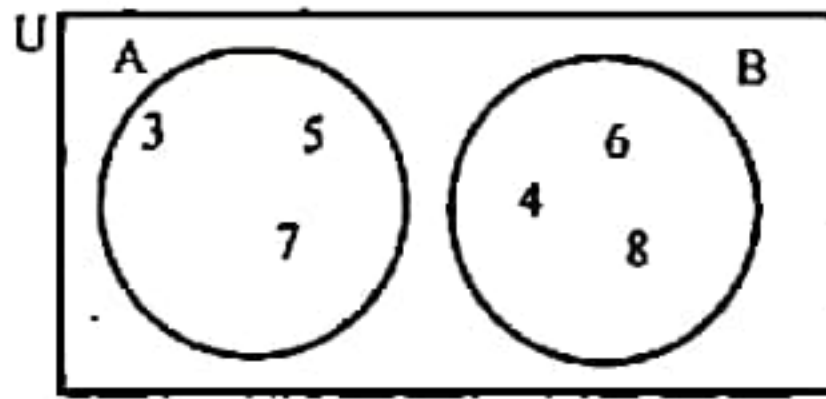
শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$
এবং $B = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা}\}$ একক, পূর্ণাংক

- ক. ভেনচিত্রের সাহায্যে সেট A এবং $A \cap B$ এর উপাদানগুলোর তালিকা তৈরি কর। ২
খ. দেখাও যে, $A' \cap B' = \{9\}$ ৪
গ. $n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B')$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\} = \{3, 5, 7\}$
 $B = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা}\} = \{4, 6, 8\}$

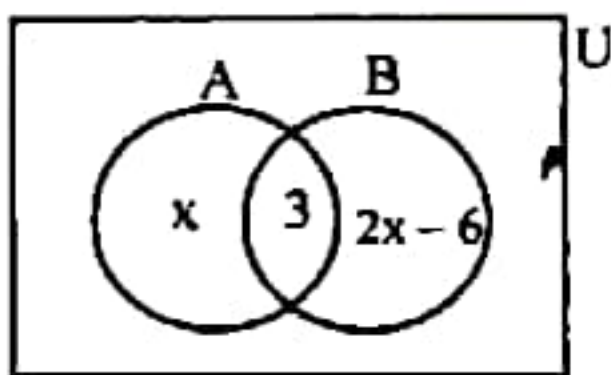


ভেনচিত্র থেকে $A = \{3, 5, 7\}$ এবং $A \cap B = \phi$

খ দেওয়া আছে, $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\} = \{3, 5, 7\}$
 $B = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা}\} = \{4, 6, 8\}$
 $A' = U - A = \{4, 6, 8, 9\}$
এবং $B' = U - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{4, 6, 8\}$
 $= \{3, 5, 7, 9\}$
 $A' \cap B' = \{4, 6, 8, 9\} \cap \{3, 5, 7, 9\} = \{9\}$ (দেখানো হলো)

গ 'খ' হতে, $A' = \{4, 6, 8, 9\}$ ও $B' = \{3, 5, 7, 9\}$
সুতরাং $A' \cup B' = \{4, 6, 8, 9\} \cup \{3, 5, 7, 9\}$
 $= \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $\therefore n(A' \cup B') = 7$
এখন, $n(A') = 4$ এবং $n(B') = 4$
'খ' হতে $n(A' \cap B') = 1$
সুতরাং $n(A') + n(B') - n(A' \cap B') = 4 + 4 - 1 = 7$
 $\therefore n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B')$ এর সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ২ ভেনচিত্রে A ও B সেটের উপাদানগুলো দেখানো হলো।
দেওয়া আছে, $n(A) = n(A' \cap B)$ একক, পূর্ণাংক



- ক. $n(A' \cap B)$ এর মান x মাধ্যমে নির্ণয় কর। ২
খ. x , $n(A)$ ও $n(B)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ । ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্র হতে, $n(U) = x + 3 + 2x - 6 = 3x - 3$
 $n(A) = x + 3$
 $n(A' \cap B) = 2x - 6$

খ প্রশ্নমতে, $n(A) = n(A' \cap B)$

$$\text{বা, } x + 3 = 2x - 6$$

$$\text{বা, } 2x - x = 3 + 6$$

$$\therefore x = 9 \text{ (Ans.)}$$

$$n(A) = x + 3 = 9 + 3 = 12 \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } n(B) &= 3 + 2x - 6 \\ &= 3 + 2 \cdot 9 - 6 \\ &= 3 + 18 - 6 \\ &= 15 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গ} \text{ বামপক্ষ } &= n(A \cup B) = x + 3 + 2x - 6 \\ &= 3x - 3 \\ &= 3 \times 9 - 3 \\ &= 27 - 3 \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$\text{এবং } n(A \cap B) = 3$$

$$\therefore \text{ডানপক্ষ } = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 12 + 15 - 3 = 24 \text{ ['খ' হতে]}$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৩ $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$, $A = \{p, q, r, s\}$, $B = \{r, s, t\}$
এবং $C = \{s, t, u, v, w\}$ একক, পূর্ণাংক

- ক. B' ও $A \cup B$ এর উপাদানগুলোর তালিকা তৈরি কর। ২
খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = (C - B) - C'$ ৪
গ. $(A \cap B') \cup C$ কে ভেনচিত্রে গাঢ় করে দেখাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $B' = U - B$
 $= \{p, q, r, s, t, u, v, w\} - \{r, s, t\}$
 $= \{p, q, u, v, w\}$ (Ans.)
 $A \cup B = \{p, q, r, s\} \cup \{r, s, t\}$
 $= \{p, q, r, s, t\}$ (Ans.)

গ বামপক্ষ $= (A \cup B)' = U - (A \cup B)$
 $= \{p, q, r, s, t, u, v, w\} - \{p, q, r, s, t\}$
 $= \{u, v, w\}$

আবার, $(C - B)$

$$= \{s, t, u, v, w\} - \{r, s, t\}$$

$$= \{u, v, w\}$$

$$\text{এবং } C' = U - C$$

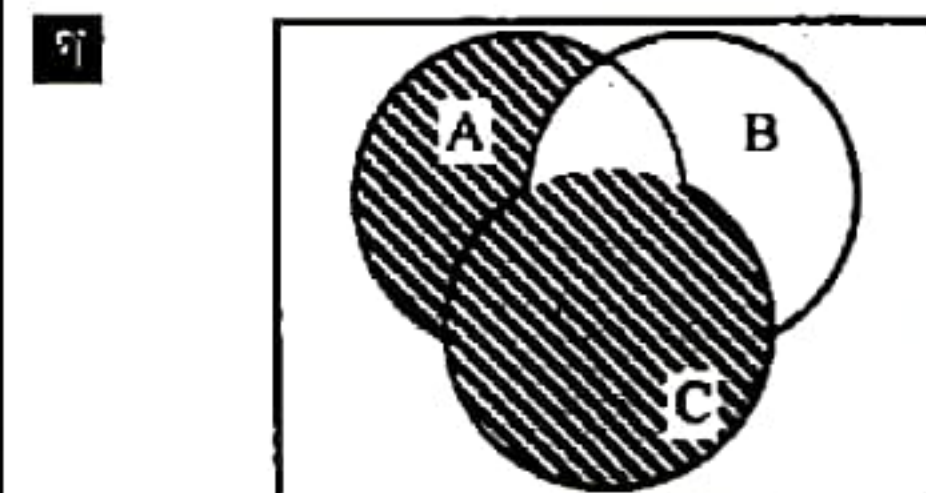
$$= \{p, q, r, s, t, u, v, w\} - \{s, t, u, v, w\}$$

$$= \{p, q, r\}$$

$$\therefore \text{ডানপক্ষ } = (C - B) - C' = \{u, v, w\} - \{p, q, r\}$$

$$= \{u, v, w\}$$

$$\therefore (A \cup B)' = (C - B) - C' \text{ (দেখানো হলো)}$$



ভেনচিত্রে গাঢ় চিহ্নিত অংশ দ্বারা $(A \cup B)' \cup C$ বোঝানো হয়েছে।

প্রশ্ন ৮ $A = \{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা, } -2 \leq x < 1\}$

এবং $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা, } 24 \leq x \leq 28\}$

একক, পৃষ্ঠা-১১

ক. A ও B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

খ. দেখাও যে, $A \subseteq (A \cup B)$ এবং $B \subseteq (A \cup B)$ ।

৪

গ. A ও B দ্বারা গঠিত সার্বিক সেটের ক্ষেত্রে দেখাও যে, $A \subseteq B'$

৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $A = \{-2, -1, 0\}$ এবং $B = \{ \}$

খ. এখন, $A \cup B = \{-2, -1, 0\} \cup \{ \}$ ['ক' হতে]
 $= \{-2, -1, 0\}$

উপসেটের সংজ্ঞানুসারে, $\{-2, -1, 0\} \subseteq \{-2, -1, 0\}$

$\therefore A \subseteq (A \cup B)$ (দেখানো হলো)

আবার, $\{ \} \subseteq \{-2, -1, 0\}$

$\therefore B \subseteq (A \cup B)$ (দেখানো হলো)

গ. $A = \{-2, -1, 0\}$

$B = \{ \}$ ['ক' হতে]

এবং $U = A \cup B = \{-2, -1, 0\}$ ['খ' হতে]

আবার, $B' = U - B$

$$= \{-2, -1, 0\} - \{ \}$$

$$= \{-2, -1, 0\}$$

উপসেটের সংজ্ঞানুসারে, $\{-2, -1, 0\} \subseteq \{-2, -1, 0\}$

$\therefore A \subseteq B'$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৯ $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{a, b, c\}$, $C = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং

$D = \{a, b, c, d\}$ চারটি সেট। [মাতৃশীট সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

একক, পৃষ্ঠা-১২

ক. $B \cup D$ নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর: $(A \cup B) \subseteq (C \cup D)$

৪

গ. প্রমাণ কর: $A \cap (B \cup D) = (A \cap B) \cup (A \cap D)$

৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $B = \{a, b, c\}$

এবং $D = \{a, b, c, d\}$

$$\therefore B \cup D = \{a, b, c\} \cup \{a, b, c, d\}$$

$$= \{a, b, c, d\}$$

খ. দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{a, b, c\}$,

$C = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $D = \{a, b, c, d\}$

$$A \cup B = \{2, 3, 5\} \cup \{a, b, c\}$$

$$= \{2, 3, 5, a, b, c\}$$

$$C \cup D = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{a, b, c, d\}$$

$$= \{2, 3, 5, 7, a, b, c, d\}$$

$\therefore (A \cup B) \subseteq (C \cup D)$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5\}$

$B = \{a, b, c\}$

$D = \{a, b, c, d\}$

$$\therefore A \cap B = \{2, 3, 5\} \cap \{a, b, c\}$$

$$= \emptyset$$

$$\text{এবং } A \cap D = \{2, 3, 5\} \cap \{a, b, c, d\}$$

$$= \emptyset$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = A \cap (B \cup D)$$

$$= \{2, 3, 5\} \cap \{a, b, c, d\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \emptyset$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (A \cap B) \cup (A \cap D)$$

$$= \emptyset \cup \emptyset$$

$$= \emptyset$$

$$\therefore A \cap (B \cup D) = (A \cap B) \cup (A \cap D) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৬ $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ এবং $C = \{3, 5, 6, 7\}$ ।

একক, পৃষ্ঠা-১২

ক. $A \cup B$ এবং $A \cup C$ নির্ণয় কর।

২

খ. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ প্রমাণ কর।

৪

গ. প্রমাণটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 6\}$

$B = \{2, 3, 4, 5\}$

এবং $C = \{3, 5, 6, 7\}$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{এবং } A \cup C = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$$

খ. দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 6\}$

$B = \{2, 3, 4, 5\}$

$C = \{3, 5, 6, 7\}$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cup C = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$$

$$B \cap C = \{2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 5\}$$

$$\text{এখন, } A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5\}$$

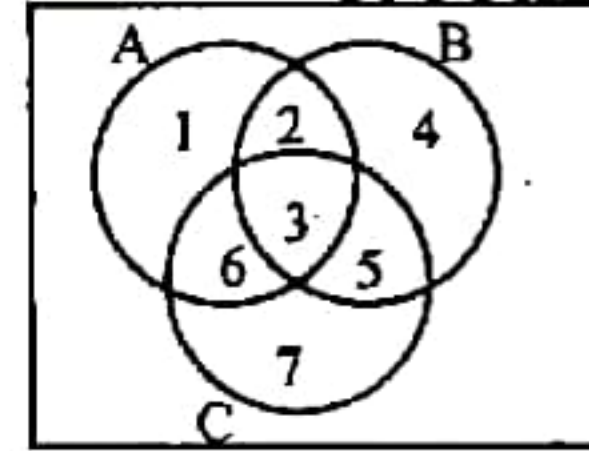
$$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$$

$$\text{এবং } (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$$

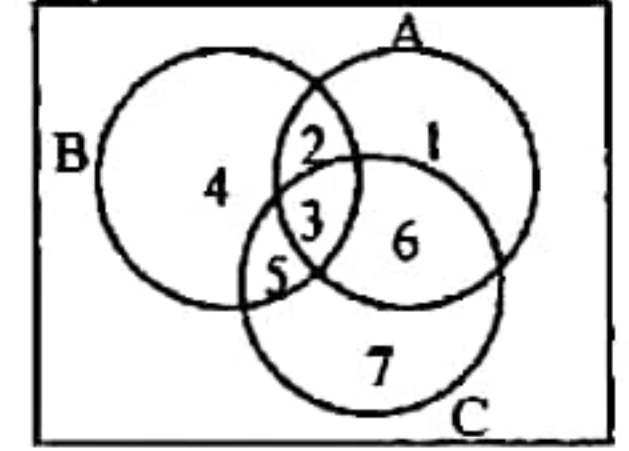
$$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. প্রমাণটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো-



$A \cup (B \cap C)$



$(A \cup B) \cap (A \cup C)$

প্রশ্ন ৭ A ও B সেটের সার্বিক সেট U ।

একক, পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫

ক. $A \subseteq B$ হলে দেখাও যে, $A \cup B = B$

২

খ. দেখাও যে, $A' \cap B' = B \setminus A$

৪

গ. দেখাও যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$

৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, $x \in A \cup B$

তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in B$

$$\therefore A \cup B \subseteq B$$

আবার, ধরি, $x \in B$

তাহলে, $x \in B$ অথবা $x \in A$ [$\because A \subseteq B$]

$$\Rightarrow x \in A \cup B$$

$$\therefore B \subseteq A \cup B$$

$$\therefore A \cup B = B$$

$\therefore A \subseteq B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cup B = B$ (দেখানো হলো)

খ. ধরি, $x \in A' \setminus B'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \notin B'$

$$\Rightarrow x \notin A \text{ এবং } x \in B$$

$$\Rightarrow x \in B \text{ এবং } x \notin A$$

$$\Rightarrow x \in B \setminus A$$

$$\therefore A' \setminus B' \subseteq B \setminus A$$

আবার ধরি, $x \in B \setminus A$

তাহলে, $x \in B$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \notin B'$ এবং $x \in A'$

$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \notin B'$

$\therefore x \in A' \setminus B'$

$\therefore B \setminus A \subset A' \setminus B'$

$\therefore A' \setminus B' = B \setminus A$ (দেখানো হলো)

গ ধরি, $x \in (A \cap B)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B)$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \in A' \cup B'$

$(A \cap B)' \subset A' \cup B'$

আবার ধরি, $x \in A' \cup B'$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \notin A \cap B$

$\Rightarrow x \in (A \cap B)'$

$\therefore A' \cup B' \subset (A \cap B)'$

$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৮ সার্বিক সেট U এর তিনটি উপসেট A, B ও C ।

একক: পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫

ক. $A \subset B$ হলে দেখাও যে, $B \cup A' = U$

২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$

৪

গ. দেখাও যে, $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$

৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $x \in B \cup A'$

তাহলে, $x \in B$ অথবা $x \in A'$

$\Rightarrow x \in B$ অথবা $x \in B'$ [$\because B' \subset A'$]

$\Rightarrow x \in B \cup B'$

$\Rightarrow x \in U$

$\therefore B \cup A' \subset U$

আবার, ধরি, $x \in U$

তাহলে, $x \in B \cup B'$

$\Rightarrow x \in B$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \in B$ অথবা $x \in A'$ [$\because B' \subset A'$]

$\Rightarrow x \in B \cup A'$

$\therefore U \subset B \cup A'$

$\therefore B \cup A' = U$

$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $B \cup A' = U$ হয়।

(দেখানো হলো)

খ ধরি, $x \in (A \cup B \cup C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cup B \cup C)$

$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

$\Rightarrow x \in (A' \cap B' \cap C')$

$(A \cup B \cup C)' \subset (A' \cap B' \cap C')$

আবার ধরি, $x \in A' \cap B' \cap C'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \notin (A \cup B \cup C)$

$\Rightarrow x \in (A \cup B \cup C)'$

$A' \cap B' \cap C' \subset (A \cup B \cup C)'$

$(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ (দেখানো হলো)

গ ধরি, $x \in (A \cap B \cap C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$ অথবা $x \notin C$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$ অথবা $x \in C'$

$\Rightarrow x \in (A' \cup B' \cup C')$

$\therefore (A \cap B \cap C)' \subset (A' \cup B' \cup C')$

আবার ধরি, $x' \in A' \cup B' \cup C'$

তাহলে, $x \in A'$ অথবা $x \in B'$ অথবা $x \in C'$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$ অথবা $x \notin C$

$\Rightarrow x \notin (A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow x \in (A \cap B \cap C)'$

$\therefore (A' \cup B' \cup C') \subset (A \cap B \cap C)'$

$\therefore (A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৯ সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট A হলো স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N}$ এর একটি প্রকৃত উপসেট।

একক: পৃষ্ঠা-১৩ ও ১৯

ক. তালিকা পদ্ধতিতে A ও $\mathbb{N}$ কে প্রকাশ কর।

২

খ. দেখাও যে, $S = \{3^n : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$ সেটটি $\mathbb{N}$ এর সমতুল।

৪

গ. প্রমাণ কর যে, A একটি অনন্ত সেট।

৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক তালিকা পদ্ধতিতে $A = \{1, 3, 5, \dots\}$

তালিকা পদ্ধতিতে $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

খ এখানে, $S = \{3^n : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$

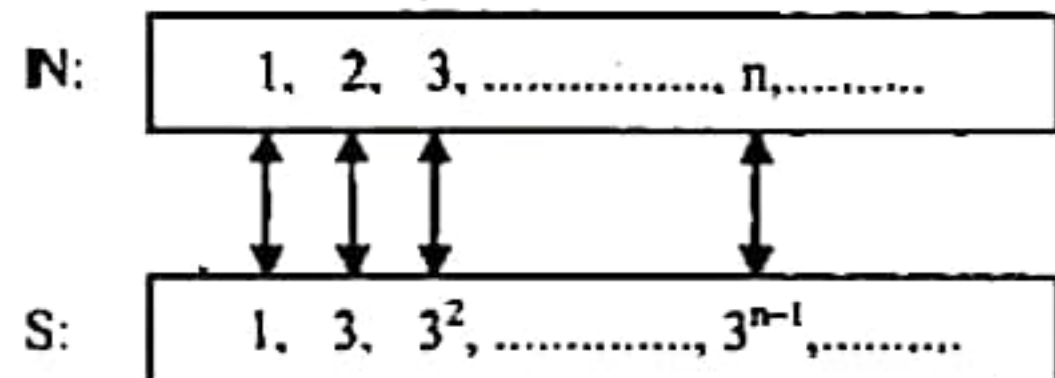
$n = 0$ হলে $3^n = 3^0 = 1$

আমরা জানি, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

তাহলে, তালিকা পদ্ধতিতে S কে লেখা যায়,

$S = \{1, 3, 3^2, \dots, 3^{n-1}, \dots\}$

এখন S ও $\mathbb{N}$ এর মধ্যে একটি এক-এক-মিল নিম্নে প্রদর্শিত হলো।



সুতরাং $\mathbb{N}$ ও S সেটদ্বয় সমতুল। (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট।

দেখাতে হবে যে, A সেটটি একটি অনন্ত সেট।

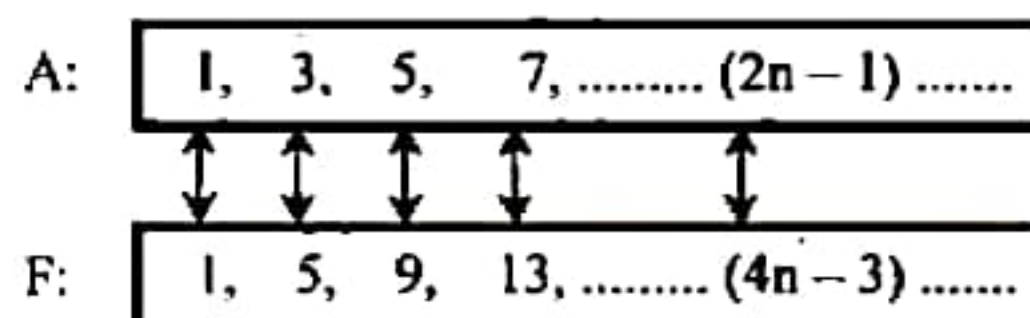
নিম্নোক্তভাবে আমরা একটি সেট F বর্ণনা করতে পারে, $F = \{2k - 1 : k \in \mathbb{A}\}$

অর্থাৎ $F = \{1, 5, 9, 13, \dots\}$

এখন F সেটের প্রতিটি সদস্যই বিজোড় তাই সেগুলো অবশ্যই A সেটে আছে। এছাড়াও A সেটে কিছু সদস্য আছে যারা F সেটে নেই। [যেমন, 3]

সুতরাং F অবশ্যই A সেটের প্রকৃত উপসেট।

এখন আমরা F এবং A এর মধ্যে একটি এক-এক মিল দেখাতে পারি নিম্নোক্তভাবে,



F, A এর প্রকৃত উপসেট এবং A ও F এর মধ্যে একটি এক-এক মিল আছে অর্থাৎ A ও F সমতুল, তাই বলা যায় A সেটটি একটি অনন্ত সেট। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১০ $A = \{a, b, c, d\}$ এবং $B = \{1, 2, 3, 4\}$ দুইটি সেট।

A সেটের সাথে B সেটের এক-এক মিলা আছে।

কাল: পৃষ্ঠা-১৯

ক. A এবং B এর মধ্যে সম্ভাব্য যে কোন চারটি এক-এক মিলা বর্ণনা কর।

২

খ. 'ক' এ বর্ণিত এক-এক মিল করণের জন্য

$F = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$ এবং $x \leftrightarrow y$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর।

৪

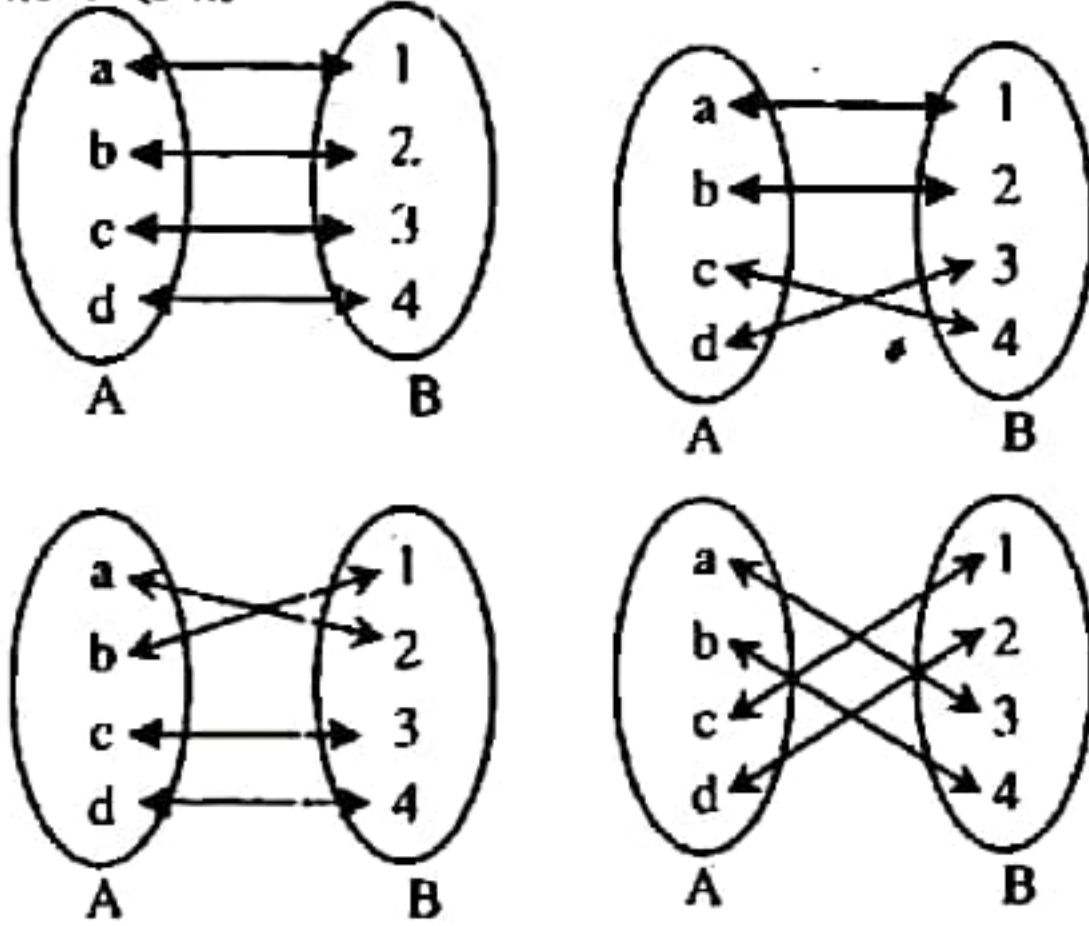
গ. $A \times B$ এর একটি উপসেট F বর্ণনা কর। যার অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম পদের সঙ্গে দ্বিতীয় পদের মিল করা হলে, A ও B এর একটি এক-এক মিল স্থাপিত হয় যেখানে $a \leftrightarrow 3$ ।

৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c, d\}$ এবং $B = \{1, 2, 3, 4\}$

A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য চারটি এক-এক মিল নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো:



খ দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$ এবং $x \leftrightarrow y$ 'ক' এ বর্ণিত চিত্র থেকে আমরা F সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করতে পারি। প্রথম এক-এক মিলের জন্য,

$$F_1 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$$

তদুপ,

$$F_2 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 4), (d, 3)\}$$

$$F_3 = \{(a, 2), (b, 1), (c, 3), (d, 4)\}$$

$$F_4 = \{(a, 3), (b, 4), (c, 1), (d, 2)\}$$

গ দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c, d\}$ এবং $B = \{1, 2, 3, 4\}$

$$\therefore A \times B = \{a, b, c, d\} \times \{1, 2, 3, 4\}$$

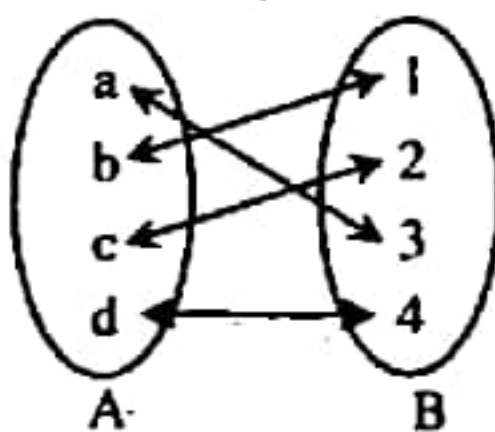
$$= \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (c, 1), (c, 2), (c, 3), (c, 4), (d, 1), (d, 2), (d, 3), (d, 4)\}$$

$A \times B$ এর উপসেট F অর্থাৎ $F \subset A \times B$ বলে, $F = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$ হওয়াই স্বাভাবিক

$\therefore$ ১ম পদের সাথে ২য় পদের এক-এক মিল থাকবে।

কিন্তু দেওয়া আছে, $a \leftrightarrow 3$

$\therefore$ এক্ষেত্রে F এর অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলো চিত্রে দেখানো হলো:



$$\therefore F = \{(a, 3), (b, 1), (c, 2), (d, 4)\}$$

প্রশ্ন ১১ দেওয়া আছে, $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$ দুইটি সমীম সেট।

কাল: পৃষ্ঠা-২০

ক. $P(A)$ ও $P(B)$ নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

৪

গ. দেখাও যে, $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$

৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{1, 2\}$

এবং $B = \{2, 5\}$

সুতরাং, $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

এবং $P(B) = \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$

খ 'ক' থেকে পাই,

$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

এবং $P(B) = \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$

$$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} \cap \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\} = \{\emptyset, \{2\}\}$$

$$\text{আবার, } A \cap B = \{1, 2\} \cap \{2, 5\} = \{2\}$$

$$\therefore P(A \cap B) = \{\emptyset, \{2\}\}$$

সুতরাং, $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$ (প্রমাণিত)

গ $P(A) \cup P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} \cup \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{2, 5\}\}$

$$\text{আবার, } A \cup B = \{1, 2\} \cup \{2, 5\} = \{1, 2, 5\}$$

$$\therefore P(A \cup B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{2, 5\}, \{1, 5\}, \{1, 2, 5\}\}$$

সুতরাং, $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২ ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের আধুনিক ভাষা ইনস্টিটিউটের ১০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ৪২ জন ফ্রেঞ্চ, ৩০ জন জার্মান, ২৮ জন স্প্যানিশ নিয়েছে। ১০ জন নিয়েছে ফ্রেঞ্চ ও স্প্যানিশ, ৪ জন নিয়েছে জার্মান ও স্প্যানিশ, ৫ জন নিয়েছে জার্মান ও ফ্রেঞ্চ, ৩ জন শিক্ষার্থী তিনটি ভাষাই নিয়েছে।

কাল: পৃষ্ঠা-২০

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ তথ্যগুলো ভেনচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

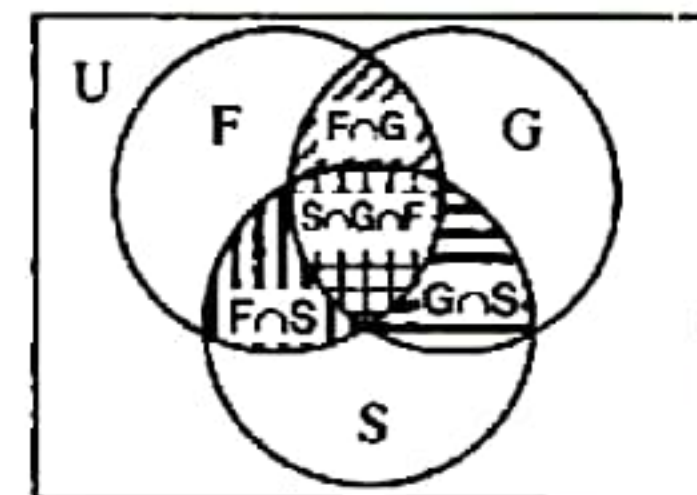
খ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি ভাষার একটিও নেয়নি?

গ. কত জন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি ভাষার কেবল একটি ভাষা নিয়েছে?

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সকল শিক্ষার্থীর সেট U , ফ্রেঞ্চ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট F , জার্মান নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট G , স্প্যানিশ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট S .

$$n(U) = 100, n(F) = 42, n(G) = 30, n(S) = 28,$$



$$n(F \cap S) = 10, n(G \cap S) = 8, n(G \cap F) = 5, n(S \cap G \cap F) = 3$$

খ অন্তত একটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(F \cup S \cup G)$

$$\therefore \text{একটিও ভাষা নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা } n(U) - n(F \cup S \cup G)$$

$$\text{এখন, } n(F \cup G \cup S) = n(F) + n(G) + n(S) - n(F \cap S) -$$

$$n(F \cap G) - n(G \cap S) + n(F \cap G \cap S)$$

$$= 42 + 30 + 28 - 10 - 5 - 8 + 3$$

$$= 103 - 23 = 80,$$

$$\therefore \text{একটি ভাষাও নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা}$$

$$= n(U) - n(F \cup G \cup S) = 100 - 80 = 20$$

Ans. ২০ জন।

গ. অন্তত দুইটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সেট
 $= (F \cap G) \cup (G \cap S) \cup (F \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
 অন্তত একটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(F \cup G \cup S)$
 $\therefore$ কেবল একটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা
 $n(F \cup G \cup S) - n[(F \cap G) \cup (G \cap S) \cup (F \cap S)]$
 এখন, $n[(F \cap G) \cup (G \cap S) \cup (F \cap S)]$
 $= n(F \cap G) + n(G \cap S) + n(F \cap S) - n[(F \cap G) \cap (G \cap S)]$
 $- n[(F \cap G) \cap (F \cap S)] - n[(G \cap S) \cap (F \cap S)] + n[(F \cap G) \cap (G \cap S) \cap (F \cap S)]$
 $= n(F \cap G) + n(G \cap S) + n(F \cap S) - n(F \cap G \cap S)$
 $= 5 + 8 + 10 - 3 - 3 - 3 + 3$
 $= 26 - 9 = 17$
 $\therefore$ কেবল একটি ভাষা নিয়েছে
 $n(F \cup G \cup S) - 17 = 80 - 17$ [খ' থেকে $n(F \cup G \cup S) = 80$]
 $= 63$

Ans. 63 জন।

প্রশ্ন ১৩ কোন্ প্রেগির 30 জন ছাত্রের 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে।

কাজ: গৃহীত-২৩

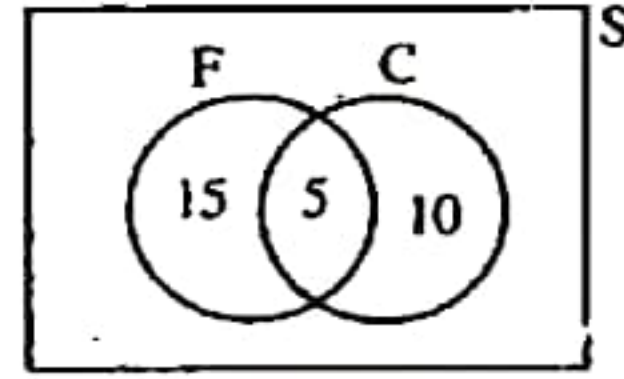
- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো সান্ড সেটের সংজ্ঞানুসারে বর্ণনা কর। ২
 খ. কতজন ছাত্র দুইটি খেলাই পছন্দ করে? ৪
 গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র দুইটি খেলার একটি পছন্দ করে? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, সকল ছাত্রের সেট S,
 ফুটবল পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট F,
 ক্রিকেট পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট C,
 যেহেতু প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে।
 প্রশ্নমতে, $S = F \cup C$
 $n(S) = 30$
 $n(F) = 20$
 $n(C) = 15$

খ. 'ক' হতে পাই,
 $n(S) = 30$
 $\therefore n(F \cup C) = 30$
 তখন,
 $n(F \cup C) = n(F) + n(C) - n(F \cap C)$
 বা, $30 = 20 + 15 - n(F \cap C)$
 বা, $30 = 35 - n(F \cap C)$
 বা, $n(F \cap C) = 35 - 30$
 $\therefore n(F \cap C) = 5$
 অর্থাৎ, দুটি খেলাই পছন্দ করে 5 জন ছাত্র (উত্তর)

খ. 'খ' থেকে পাই,
 $n(F \cap C) = 5$



ভেনচিত্র থেকে,
 কেবলমাত্র ফুটবল খেলতে পছন্দ করে,
 $= n(F) - n(F \cap C)$
 $= 20 - 5$
 $= 15$ জন
 এবং কেবলমাত্র ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে
 $= n(C) - n(F \cap C)$
 $= 15 - 5$
 $= 10$ জন
 $\therefore$ কেবলমাত্র একটি খেলা পছন্দ করে,
 $= (15 + 10)$ জন
 $= 25$ জন (Ans.)



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১৪ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$$

$$B = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$$
 [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদমা]

- ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২
 খ. $(A \cup B)'$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং $(A \cap B)' = A' \cup B'$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,
 $A = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$
 এখন $x^2 - 5x + 6 = 0$
 বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$
 বা, $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$
 বা, $(x - 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2, 3$
 $\therefore$ A সেটের উপাদানসমূহ 2 ও 3 (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,
 $B = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$
 এখন, $x^2 - 7x + 12 = 0$
 বা, $x^2 - 4x - 3x + 12 = 0$
 বা, $x(x - 4) - 3(x - 4) = 0$
 বা, $(x - 4)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 3, 4$
 $\therefore B = \{3, 4\}$ এবং $A = \{2, 3\}$ [ক এর সাহায্যে]
 এখন, $A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 4\}$
 $= \{2, 3, 4\}$
 $\therefore (A \cup B)' = U - (A \cup B)$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{2, 3, 4\}$
 $= \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (Ans.)

গ. 'ক' থেকে পাই, $A = \{2, 3\}$
 'খ' থেকে পাই, $B = \{3, 4\}$
 এখন $A' = U - A$
 $= \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $B' = U - B$
 $= \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $\therefore A' \cap B' = \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 আবার 'খ' থেকে পাই, $(A \cup B)' = \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$ (যাচাই হলো)
 এখন, $A' \cup B' = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cup \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $= \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 আবার, $A \cap B = \{2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
 $\therefore (A \cap B)' = U - (A \cap B)$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3\}$
 $= \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$ (যাচাই হলো)

প্রশ্ন ১৫ সার্বিক সেট U এর যেকোনো তিনটি উপসেট A, B, C

- ক. দেখাও যে, $A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$ ২
 খ. দেখাও যে, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ এবং
 $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$ ৪
 গ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং $(A \cap B)' \subset A' \cup B'$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** ধরি, $x \in A \cap (B \cap C)$
 তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$
 বা, $x \in A$ এবং $(x \in B$ এবং $x \in C)$
 বা, $(x \in A$ এবং $x \in B)$ এবং $(x \in A$ এবং $x \in C)$
 বা, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$
 বা, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$
 $\therefore A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$ (দেখানো হলো)
- খ** ধরি, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$
 বা, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$
 বা, $(x \in A$ এবং $x \in B)$ এবং $(x \in A$ এবং $x \in C)$
 বা, $x \in A$ এবং $(x \in B$ এবং $x \in C)$
 বা, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$
 বা, $x \in A \cap (B \cap C)$
 $(A \cap B) \cap (A \cap C) \subset A \cap (B \cap C)$
 আবার 'ক' থেকে পাই, $A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$. (দেখানো হলো)
 এখন $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$ দেখাতে হলে
 ধরি, $x \in (A \cup B)'$
 তাহলে, $x \notin (A \cup B)$
 বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$
 বা, $x \in A'$ এবং $x \in B'$
 বা, $x \in A' \cap B'$
 $\therefore (A \cup B)' \subset A' \cap B'$ (দেখানো হলো)

- গ** ধরি, $x \in A' \cap B'$
 তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$
 বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$
 বা, $x \notin A \cup B$
 বা, $x \in (A \cup B)'$
 $A' \cap B' \subset (A \cup B)'$
 আবার 'খ' থেকে পাই $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (দেখানো হলো)
 এখন $(A \cap B)' \subset A' \cup B'$ দেখাতে হলে
 ধরি, $x \in (A \cap B)'$
 তাহলে, $x \notin (A \cap B)$
 বা, $x \notin A$ অথবা $x \notin B$
 বা, $x \in A'$ অথবা $x \in B'$
 বা, $x \in A' \cup B'$
 $\therefore (A \cap B)' \subset A' \cup B'$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৬ $A = \phi, B = \{0\}, C = \{0, 1, 2\}$

[নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

- ক. $A \cup B$ এবং $A \cap B$ এর মান বের কর। ২
 খ. $(A \cup B) \times C$ এবং $B \cup C$ ও $B \cap C$ এর মান বের কর। ৪
 গ. দেখাও যে, $P(B \cup C)$ এবং $P(B \cap C)$ সেটদ্বয় 2^n সূত্রকে
 সমর্থন করে, যেখানে n উপাদান সংখ্যা। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** $A = \phi, B = \{0\}$
 $\therefore A \cup B = \phi \cup \{0\}$
 $= \{0\}$
 $A \cap B = \phi \cap \{0\}$
 $= \phi$ (উত্তর)
- খ** 'ক' থেকে পাই, $A \cup B = \{0\}$
 $\therefore (A \cup B) \times C = \{0\} \times \{0, 1, 2\}$
 $= \{(0, 0), (0, 1), (0, 2)\}$
 দেওয়া আছে, $B = \{0\}, C = \{0, 1, 2\}$
 $\therefore B \cup C = \{0\} \cup \{0, 1, 2\}$
 $= \{0, 1, 2\}$
 এবং $B \cap C = \{0\} \cap \{0, 1, 2\}$
 $= \{0\}$.
- গ** 'খ' থেকে পাই, $B \cup C = \{0, 1, 2\}, B \cap C = \{0\}$
 $\therefore P(B \cup C) = \{\phi, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\},$
 $\{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$
 এবং $P(B \cap C) = \{\phi, \{0\}\}$
 দেখা যাচ্ছে যে $B \cup C$ এর উপাদান সংখ্যা ৩ এবং $P(B \cup C)$
 এর উপাদান সংখ্যা $8 = 2^3$
 আবার, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা ১ এবং $P(B \cap C)$ এর
 উপাদান সংখ্যা $2 = 2^1$
 অতএব, দেখা যাচ্ছে যে, $P(B \cup C)$ এবং $P(B \cap C)$ সেটদ্বয়
 2^n সূত্রকে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

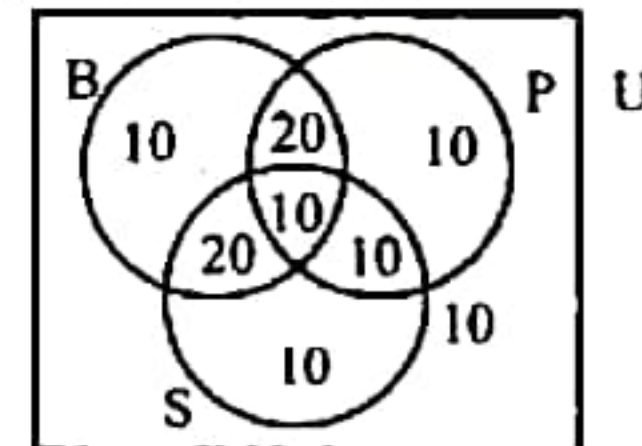
প্রশ্ন ১৭ আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিজিতা, সম্প্রদায়ী ও পূর্বদায়ী পত্রিকার পাঠ্যভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল ৬০% বিজিতা পড়ে, ৫০% সম্প্রদায়ী পড়ে, ৫০% পূর্বদায়ী পড়ে, ৩০% বিজিতা ও সম্প্রদায়ী পড়ে, ৩০% বিজিতা ও পূর্বদায়ী পড়ে, ২০% সম্প্রদায়ী ও পূর্বদায়ী পড়ে এবং ১০% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

- ক. ডেনচিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলো প্রকাশ কর। ২
 খ. শতকরা কতজন উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনোটিই পড়ে না? ৪
 গ. শতকরা কতজন উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** ধরি, সকল ছাত্রীর সেট U , বিজিতা পড়া ছাত্রীর সেট B , সম্প্রদায়ী পড়া ছাত্রীর সেট S , পূর্বদায়ী পড়া ছাত্রীর সেট P .
 প্রশ্নানুসারে, $n(U) = 100\%, n(B) = 60\%, n(S) = 50\%,$
 $n(P) = 50\%, n(B \cap S) = 30\%, n(B \cap P) = 30\%, n(P \cap S) =$
 $20\%, n(P \cap B \cap S) = 10\%$



- খ** তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(B \cup P \cup S)$
 $\therefore$ তিনটির কোনোটিই পড়ে না এমন ছাত্রী সংখ্যা
 $n(U) - n(B \cup P \cup S)$
 এখন, $n(B \cup P \cup S)$
 $= n(B) + n(P) + n(S) - n(B \cap P) - n(B \cap S) -$
 $n(P \cap S) + n(B \cap P \cap S)$
 $= 60\% + 50\% + 50\% - 30\% - 30\% - 20\% + 10\% = 90\%$
 $\therefore$ কোন পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রীর সংখ্যা,
 $n(U) - n(B \cup P \cup S)$
 $= 100\% - 90\% = 10\%$
 $\therefore$ শতকরা ১০ জন তিনটি পত্রিকার কোনোটিই পড়ে না। (Ans.)

গ. শুধু বিচিত্রা ও পূর্বানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা
 $= n[(B \cap P) \setminus (B \cap P \cap S)]$
 $= n(B \cap P) - n(B \cap P \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
 $= 30\% - 10\%$
 $= 20\%$

আবার, শুধু বিচিত্রা ও সম্মানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা
 $= n[(B \cap S) \setminus (B \cap P \cap S)]$
 $= n(B \cap S) - n(B \cap P \cap S)$
 $= 30\% - 10\%$
 $= 20\%$

এবং শুধু পূর্বানী ও সম্মানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা
 $= n[(P \cap S) \setminus (B \cap P \cap S)]$
 $= n(P \cap S) - n(B \cap P \cap S)$
 $= 20\% - 10\%$
 $= 10\%$

∴ কেবল দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা
 $= 20\% + 20\% + 10\% = 50\%$

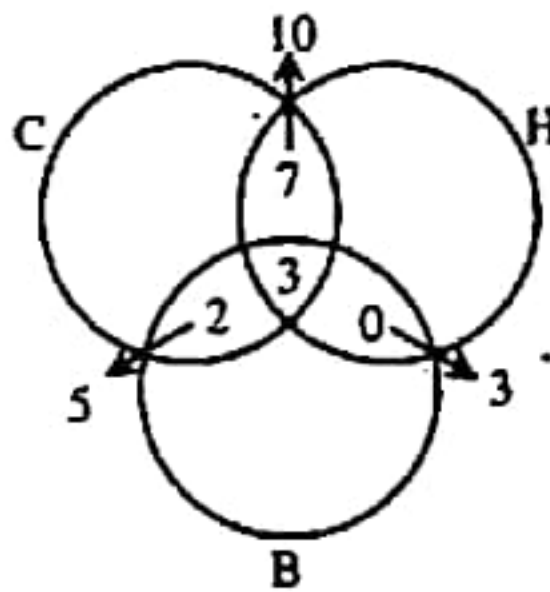
∴ শতকরা 50 জন কেবল দুইটি পত্রিকা পড়ে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ একটি স্কুলের নবম শ্রেণিতে 40 জন শিক্ষার্থী রয়েছে। শিক্ষার্থীদেরকে তাদের ইচ্ছা মত বিষয় বাছাই করতে দেওয়া হলে দেখা গেল, কম্পিউটার সায়েন্স এবং উচ্চতর গণিত একত্রে নিয়েছে 10 জন, কম্পিউটার সায়েন্স এবং জীববিজ্ঞান একত্রে নিয়েছে 5 জন এবং তিনটি বিষয় একত্রে নিয়েছে 3 জন। এমন কোন শিক্ষার্থী ছিল না যারা উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞান একসাথে নিয়েছে কিন্তু কম্পিউটার সায়েন্স নেয় নি। ঐ স্কুলের শিক্ষকগণ দেখলেন যে কম্পিউটার সায়েন্সে শিক্ষার্থীর সংখ্যা বিজ্ঞান বিভাগের মোট শিক্ষকের সংখ্যার ষিগুন, উচ্চতর গণিতে 4 গুন এবং জীববিজ্ঞানে উচ্চতর গণিত অপেক্ষা 5 জন বেশি।

- ক. সমস্যাটিকে একটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২
 খ. ঐ স্কুলে বিজ্ঞান বিভাগে মোট কতজন শিক্ষক ছিলেন? ৪
 গ. কিছু শিক্ষার্থী যদি কম্পিউটার সায়েন্স না নিয়ে উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞান নেয় তবে শুধু জীববিজ্ঞান নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা হয় ৪ জন। সে ক্ষেত্রে উদ্দীপকের সকল শর্ত ঠিক রেখে ঐ স্কুলে আরও কতজন শিক্ষককে নতুন করে নিয়োগ দিতে হবে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ভেনচিত্র নিয়ে দেখানো হলো:



খ. মনে করি,

ঐ স্কুলে বিজ্ঞান বিভাগের শিক্ষকের সংখ্যা = x জন

কম্পিউটার সায়েন্সে শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(C) = 2x$ জন

উচ্চতর গণিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(H) = 4x$ জন

জীব বিজ্ঞানে শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(B) = 4x + 5$ জন

কম্পিউটার সায়েন্স ও উচ্চতর গণিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা,

$n(C \cap H) = 10$ জন

উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞানে শিক্ষার্থীর সংখ্যা,

$n(H \cap B) = 5$ জন

জীববিজ্ঞান ও কম্পিউটার সায়েন্সে শিক্ষার্থীর সংখ্যা,

$n(B \cap C) = 3$

তিনটি বিষয়ে একত্রে শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(C \cap H \cap B) = 3$ জন

সুতরাং আমরা পাই,

$$n(C \cup H \cup B) = n(C) + n(H) + n(B) - n(C \cap H) - n(H \cap B) - n(B \cap C) + n(C \cap H \cap B)$$

$$\therefore 40 = 2x + 4x + 4x + 5 - 10 - 5 - 3 + 3$$

$$\text{বা, } 10x = 40 + 10 = 50$$

$$\therefore x = 5$$

অতএব, বিজ্ঞান বিভাগে শিক্ষকের সংখ্যা 5 জন।

গ. মনে করি, কম্পিউটার সায়েন্স না নিয়ে উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞান নেওয়া শিক্ষার্থীর সংখ্যা = y জন

শুধু জীববিজ্ঞানে শিক্ষার্থীর সংখ্যা = ৪ জন

তাহলে, ভেনচিত্র থেকে পাই,

$$y + 2 + 8 = 4x - 5$$

$$\therefore 4x - y = 5 \dots\dots\dots (i)$$

আবার,

$$n(C \cup H \cup B) = n(C) + n(H) + n(B) - n(C \cap H) - n(H \cap B) - n(B \cap C) + n(C \cap H \cap B)$$

$$\therefore 40 = 2x + 4x + 4x + 5 - 10 - 5 - y + 3$$

$$\text{বা, } 40 = 2x + 4x + 4x - 7 - y$$

$$\therefore 10x - y = 47 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 4x - 5 \dots\dots\dots (iii)$$

y -এর মান (ii)-নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$10x - 4x + 5 = 47$$

$$\text{বা, } 6x = 42$$

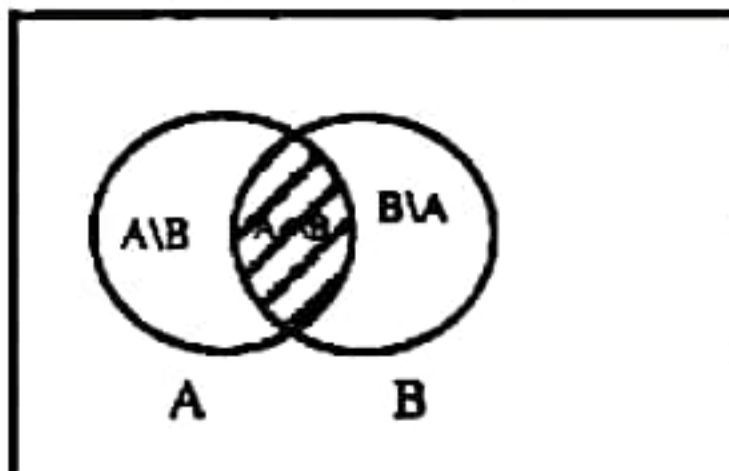
$$\therefore x = 7$$

সুতরাং শিক্ষকের সংখ্যা = 7 জন

∴ নতুন শিক্ষক নিয়োগ করতে হবে = $(7 - 5)$ জন = 2 জন।

প্রশ্ন ব্যাংক  উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১৯ সান্ট সেট A ও B এর জন্য নিচের ভেনচিত্রটি লক্ষ করি



ক. ভেনচিত্র থেকে নিচ্ছেদ সেটের মাধ্যমে A, B ও $A \cup B$ বের কর। ২

খ. দেখাও যে, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ৪

গ. $A = \{p, q, r, s\}$ এবং $B = \{q, s, t\}$ হলে 'খ' এর সত্যতা প্রমাণ কর। ৪

উত্তর: ক. $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$

$$B = (B \setminus A) \cup (A \cap B)$$

$$A \cup B = (A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A)$$

প্রশ্ন ২০ দেওয়া আছে, $U = \{y \in \mathbb{Z} : 13 \leq y \leq 18\}$

$S = \{14, 16, 17, 18\}$ এবং $T = \{y : y \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং } 3 \text{ দ্বারা বিভাজ্য}\}$

ক. S' এবং T' নির্ণয় কর। ২

খ. $P(S \cap T')$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $P(S \cap T) = P(S) \cap P(T)$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর: ক. $\{13, 15\}$, $\{13, 14, 16, 17\}$; খ. $\{\emptyset, \{14\}, \{16\}, \{17\}, \{14, 16\}, \{14, 17\}, \{16, 17\}, \{14, 16, 17\}\}$

প্রশ্ন ২১ 60 টি ভিটামিন ক্যাপসুলের মধ্যে শুধুমাত্র ভিটামিন এ আছে 12 টিতে, শুধুমাত্র ভিটামিন বি আছে 7 টিতে, শুধুমাত্র ভিটামিন সি আছে 11 টিতে। দুই প্রকার ভিটামিন সমন্বিত প্রতিজোড় ভিটামিন ক্যাপসুলের সংখ্যা x টি এবং তিন প্রকার ভিটামিন সমন্বিত ক্যাপসুলের সংখ্যা y টি।

ক. ভেনচিত্রের মাধ্যমে তথ্যটি প্রকাশ কর। ২

খ. $n(A \cap B) \cup (B \cap C) \times (C \cap A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ভিটামিন এ আছে এমন ক্যাপসুলের সংখ্যা 33 হলে x ও y এর মান নির্ণয় করে দেখাও যে, $n(A \cup B \cup C) = 60$ ৪

উত্তর: খ. $3x + y$; গ. $x = 9, y = 3$

প্রশ্ন ২২ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ একটি সার্বিক সেট।

$A = \{x : 5x > 37\}$ এবং $B = \{x : x + 5 < 12\}$

ক. A এবং B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রশ্নে বর্ণিত A এবং B সেটের আলোকে দেখাও যে, $B' \neq A'$ এবং $A \subset B'$ ৪

গ. $P(A' \cap B')$ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $A = \{8, 9, 10\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; গ. $\{\emptyset, \{7\}\}$

প্রশ্ন ২৩ কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন নিয়েছে অর্থনীতি, 17 জন নিয়েছে ভূগোল, 11 জন নিয়েছে পৌরনীতি, 12 জন নিয়েছে অর্থনীতি ও ভূগোল, 7 জন নিয়েছে অর্থনীতি ও পৌরনীতি, 5 জন নিয়েছে ভূগোল ও পৌরনীতি এবং 2 জন নিয়েছে সবগুলো বিষয়।

[অশ্রুতি গার্ডেন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

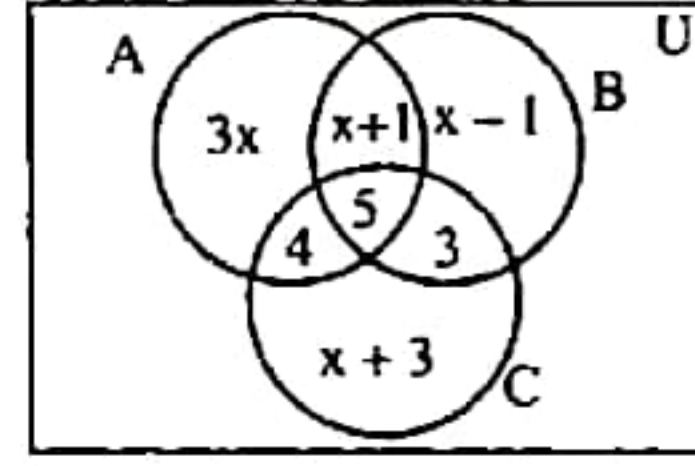
ক. সাস্ত সেটের সংজ্ঞানুসারে তথ্যগুলো বর্ণনা কর। ২

খ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি? ৪

গ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি বিষয়ের কেবল একটি বিষয় নিয়েছে? ৪

উত্তর: খ. 5 জন; গ. 5 জন

প্রশ্ন ২৪



উপরোক্ত ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $U = A \cup B \cup C$ । [ডা. খানসদীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. যদি $n(U) = 75$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $n(A' \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $n(A \cap B \cap C) =$ কত? ৪

উত্তর: ক. 10; খ. 12; গ. 70

প্রশ্ন ২৫ সার্বিক সেট U এর চারটি উপসেট A, B, C ও D ।

[সেন্ট প্রসিডেন্স হাই স্কুল, চট্টগ্রাম]

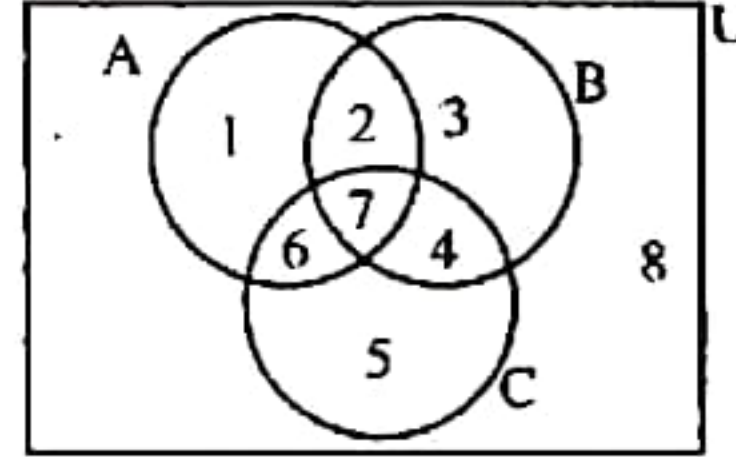
ক. দ্যা মরগ্যানের সূত্র লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ । ৪

গ. $A \subset B$ এবং $C \subset D$ হলে, দেখাও যে, $(A \times C) \subset (B \times D)$ ৪

প্রশ্ন ২৬ নিচের ভেনচিত্রটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

[হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]



চিত্রে সার্বিক সেট U এর তিনটি উপসেট A, B, C কে জ্যামিতিক চিত্রে দেখানো হয়েছে।

ক. দ্যা মরগ্যানের সূত্রটি লিখ। ২

খ. চিত্র থেকে প্রমাণ কর $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ ৪

গ. সেটের সংজ্ঞার সাহায্যে দেখাও যে, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ৪



এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

■ সেট হচ্ছে বিভিন্ন বস্তুর সুনির্ধারিত সংগ্রহ। সংগ্রহের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি বস্তুই সেটের উপাদান।

■ এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত প্রতীকসমূহ:

- $\subset$ = উপসেট (Subset); যেমন $A \subset B$ (A উপসেট B)
- $\not\subset$ = উপসেট নয় (does not Subset); যেমন, $A \not\subset B$ (A, B এর উপসেট নয়)
- $\in$ = ইহাতে বিদ্যমান (Belongs to); যেমন, $x \in A$ (x belongs to A)
- $\notin$ = ইহাতে বিদ্যমান নয় (Does not belongs to); যেমন $x \notin A$ (x Does not belongs to A)
- $\cup$ = সংযোগ (Union); যেমন, $A \cup B$ (A union B)
- $\cap$ = ছেদ (Intersection); যেমন, $A \cap B$ (A intersection B)

• ফাঁকা সেটকে $\{\}$ বা ডেনিশ অক্ষর $\emptyset$ (ওরি) প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

• $A \setminus B$ কে A বাদ B পড়া হয়, ইহাকে $A - B$ প্রতীকেও প্রকাশ করা হয়।

• কোনো সেটে n সংখ্যক বিভিন্ন সদস্য থাকলে সেই সেটের 2^n সংখ্যক উপসেট থাকে।

■ আলোচনাধীন সকল সেটের উপাদানসমূহ 'মিলে সার্বিক সেট গঠিত হয়। একে U দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ভিন্ন ভিন্ন আলোচ্য সার্বিক সেট ভিন্ন।

■ পূরক সেট হচ্ছে সার্বিক সেটের সাথে কোন সেটের অন্তর সেট। কোনো সেটের পূরক সেটে ঐ সেটের কোনো উপাদান থাকে না। যেমন : $A' = \{x : x \in U \text{ এবং } x \notin A\}$

- যদি A এর সকল সদস্য B সেটের সদস্য হয়, তবে A, B সেটের উপসেট।
- যে কোনো সেট তার নিজের উপসেট, আবার ফাঁকা (ϕ) সেট সকল সেটের উপসেট।
- কোনো সেট A এর সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বা পাওয়ার সেট বলা হয় এবং একে $P(A)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- $P(A)$ এর উপাদানগুলো প্রত্যেকেই A এর উপসেট।
- কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে শক্তি বা পাওয়ার সেট উপাদান সংখ্যা 2^n ।
- সেটের কার্যবিধির জ্যামিতিক চিত্রই ডেনচিত্র।
- U সার্বিক সেট এবং A যে কোনো সেট হলে $n(A) + n(A') = n(U)$
- A ও B এর ছেদ সেট $A \cap B$ এবং $A \cap B = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$
- দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান দ্বারা ছেদ সেট গঠিত হয়।
- দুই বা ততোধিক সেটের সকল সদস্য নিয়ে সংযোগ সেট গঠিত হয়। A ও B এর সংযোগ সেট $A \cup B = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$
- A, B ও C যে কোনো সেট হলে
 - প্রতিজ্ঞা-১ : (i) $A \cup B = B \cup A$
(ii) $A \cap B = B \cap A$
 - প্রতিজ্ঞা-২ : (i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
(ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
 - প্রতিজ্ঞা-৩ : $A \cup A = A$
 - প্রতিজ্ঞা-৪ : $A \subset B$ হলে $A \cup B = B$
 - প্রতিজ্ঞা-৫ : (i) $A \subset A \cup B$ এবং $B \subset A \cup B$
(ii) $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$
 - প্রতিজ্ঞা-৬ : $A \cup U = U$ এবং $A \cup \emptyset = A$ [U সার্বিক সেট]
 - প্রতিজ্ঞা-৭ :
(ক) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(খ) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ [বন্টন বিধি]
 - প্রতিজ্ঞা-৮ :
(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ [দ্যা মরগানের সূত্র]
 - প্রতিজ্ঞা-৯ : $A \setminus B = A \cap B'$
 - প্রতিজ্ঞা-১০ : (ক) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
(খ) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

- একটি সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে অপর সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা গেলে তবে সেটদ্বয়ের মধ্যে এক-এক মিল বিদ্যমান।
- দুইটি সেটের এক-এক মিল থাকলে সেট দুইটি সমতুল সেট।
- সান্ত সেটের সদস্য সংখ্যা নির্দিষ্ট কিন্তু অন্ত সেটের সদস্য সংখ্যা অসীম।
- ফাঁকা সেট (ϕ) সান্ত সেট যার উপাদানসংখ্যা শূন্য (0)
- $n(A)$ দ্বারা A এর উপাদান সংখ্যা বোঝায়।
- বাস্তব সংখ্যা সেট ($\mathbb{R}$), মূলদ সংখ্যার সেট ($\mathbb{Q}$), পূর্ণসংখ্যার সেট ($\mathbb{Z}$) ও স্বাভাবিক সংখ্যার সেট ($\mathbb{N}$) সবই অন্ত সেট।
- প্রত্যেক সেট তার নিজের সমতুল।
- A ও B সমতুল সেট এবং এদের মধ্যে একটি সেট সান্ত হলে অপর সেটটিও সান্ত হবে এবং $n(A) = n(B)$
- A সান্ত সেট $B \subset A$ তবে $n(B) < n(A)$
- সেটের সূত্র :
 - A ও B সান্ত সেট হলে $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 - A, B ও C নিষেদ সেট হলে
(i) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ [$\because n(A \cap B) = 0$]
(ii) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
, B ও C যেকোনো সেটের জন্য :
 - $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
 - $n(A') = n(U) - n(A)$
- সকল বাস্তব সংখ্যার সেটকে $\mathbb{R}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। বাস্তব সংখ্যার মধ্যে স্বাভাবিক, পূর্ণ, মূলদ এবং অমূলদ সকল প্রকার সংখ্যাই বিদ্যমান। তাই $\mathbb{R}$ সেটের কয়েকটি উপসেট হচ্ছে-
 - i. সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 - ii. সকল পূর্ণসংখ্যার সেট, $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
 - iii. সকল মূলদ সংখ্যার সেট, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z} \text{ এবং } q \neq 0 \right\}$
 - iv. সকল অমূলদ সংখ্যার সেট, $\mathbb{Q}' = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (মূলদ সংখ্যা বাদে সকল বাস্তব সংখ্যার সেট)
এক্ষেত্রে লক্ষণীয়, a. $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$
b. $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$
 - v. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কস সহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।



সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

প্রশ্ন নম্বর	
***	২, ৫, ৯, ১২, ১৬, ১৭, ১৯, ২০, ২৮, ৩০, ৩১, ৩৪, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৫২, ৫৬, ৫৭, ৫৯, ৬২, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭২, ৭৪, ৭৫, ৭৬, ৭৭, ৭৮, ৭৯, ৮০, ৮৫, ৮৭, ৯০, ৯১, ৯২, ১০১, ১০৩, ১০৬, ১০৮, ১১১, ১১২, ১১৩, ১১৪, ১২৪, ১২৯, ১৩০, ১৩১, ১৩২, ১৩৩, ১৩৪, ১৩৫
**	৩, ৬, ১০, ১১, ১৪, ২১, ২৪, ২৫, ২৭, ৩২, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৫৩, ৫৪, ৬৪, ৬৫, ৯৪, ৯৫, ৯৬, ১০৪, ১০৫, ১১৭, ১১৮, ১২০, ১২১, ১২২, ১২৫



সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন নম্বর	
***	১, ৫, ৭, ১০, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭
**	৩, ৬, ৮, ১১, ১৮

সেট ও ফাংশন

অনুশীলনী-১.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সেটের সাহায্যে রিলেশন ও ফাংশন এর ধারণার ব্যাখ্যা।
২. ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয়।
৩. এক-এক ফাংশন, সার্বিক ফাংশন ও এক এক সার্বিক ফাংশন।
৪. বিপরীত ফাংশন।



১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

১০৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ২২টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৪৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৩৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১০টি শ্রেণির কাজ ■ ১১টি মাস্টার ট্রেনার প্রণীত ■ ১১টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $((2, 2), (4, 2), (2, 10), (7, 7))$ অঙ্কের ডোমেন কোনটি?

- (ক) $\{2, 4, 7\}$ (খ) $\{2, 2, 10, 7\}$
(গ) $\{2, 2, 10, 7\}$ (ঘ) $\{2, 4, 2, 5, 7\}$

২. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$ এবং
 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ নিচের কোনটি S অঙ্কের সদস্য?

- (ক) $(2, 4)$ (খ) $(-2, 4)$
(গ) $(-1, 1)$ (ঘ) $(1, -1)$

☞ ব্যাখ্যা: $y = x^2$ -তে $x = -1$ বসালে $y = (-1)^2 = 1$
 $\therefore (x, y) = (-1, 1) \in S$.

৩. যদি $S = \{(1, 4), (2, 1), (3, 0), (4, 1), (5, 4)\}$ হয় তবে,

- (i) S অঙ্কের রেঞ্জ $S = \{4, 1, 0, 4\}$
(ii) S অঙ্কের বিপরীত অঙ্ক,
 $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$
(iii) S অঙ্কটি একটি ফাংশন

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

☞ ব্যাখ্যা: (i) সঠিক নয়, কারণ S অঙ্কের রেঞ্জ $\{4, 1, 0\}$
(ii) সঠিক, কারণ $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$
(iii) সঠিক, কারণ S অঙ্কের একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

নিচের তথ্যের আলোকে নিচের (৪-৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

যদি $F(x) = \sqrt{x-1}$ হয়, তবে—

☞ ৪. $F(10) =$ কত?

- (ক) 9 (খ) 3
(গ) -3 (ঘ) $\sqrt{10}$

☞ ব্যাখ্যা: $F(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow F(10) = \sqrt{10-1} = 3$

☞ ৫. $F(x) = 5$ হলে, x এর মান কত?

- (ক) 5 (খ) 24
(গ) 25 (ঘ) 26

☞ ব্যাখ্যা: $F(x) = \sqrt{x-1}$

$$\therefore 5 = \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow 25 = x-1$$

$$\therefore x = 26$$

☞ ৬. ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি?

- (ক) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$
(খ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$
(গ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$
(ঘ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$

☞ ব্যাখ্যা: $F(x) = \sqrt{x-1}$

$F(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি এবং কেবল যদি
 $x-1 \geq 0$
 $x \geq 1$
 $\therefore$ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$



অনুশীলনী প্রশ্ন ও সমাধান

৭. (a) প্রদত্ত S অঙ্কের ডোমেন, রেঞ্জ ও বিপরীত অঙ্ক নির্ণয় কর।

(b) S অথবা S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর।

(c) ফাংশনগুলো এক-এক কিনা?

(ক) $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$

(খ) $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$

(গ) $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

(ঘ) $S = (-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)$

(ঙ) $S = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

সমাধান:

(ক) (a) এখানে, $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$

ডোম $S = \{1, 2, 3, 4\}$

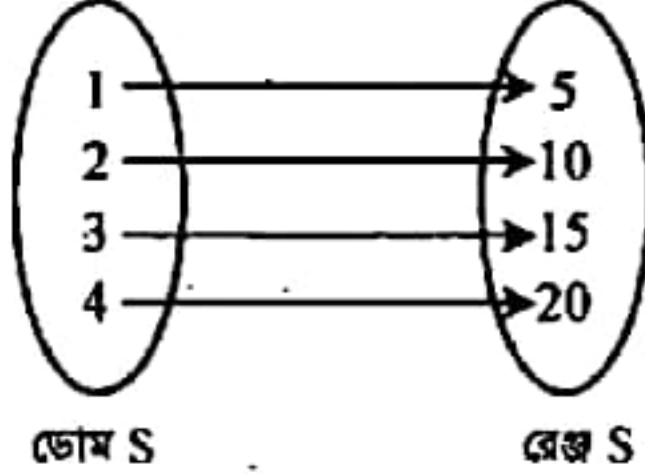
রেঞ্জ $S = \{5, 10, 15, 20\}$

$S^{-1} = \{(5, 1), (10, 2), (15, 3), (20, 4)\}$

- (b) এখন, S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। সুতরাং S একটি ফাংশন।
আবার S^{-1} অস্ত্রেরও একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

$\therefore S^{-1}$ অস্ত্রটিও ফাংশন।

- (c) $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$



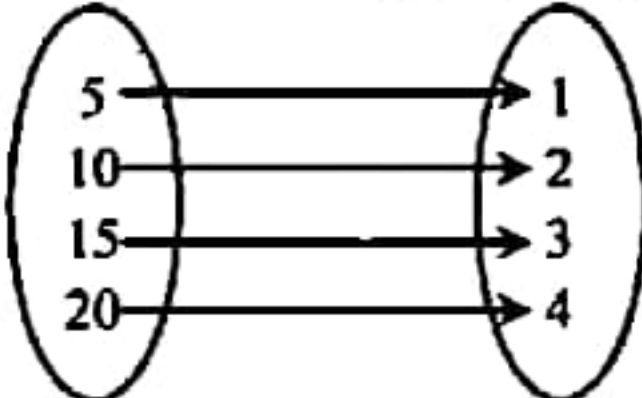
ডোম S

রেঞ্জ S

S ফাংশনের ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন ভিন্ন।

$\therefore S$ এক-এক ফাংশন।

আবার, $S^{-1} = \{(5, 1), (10, 2), (15, 3), (20, 4)\}$



ডোম S^{-1}

রেঞ্জ S^{-1}

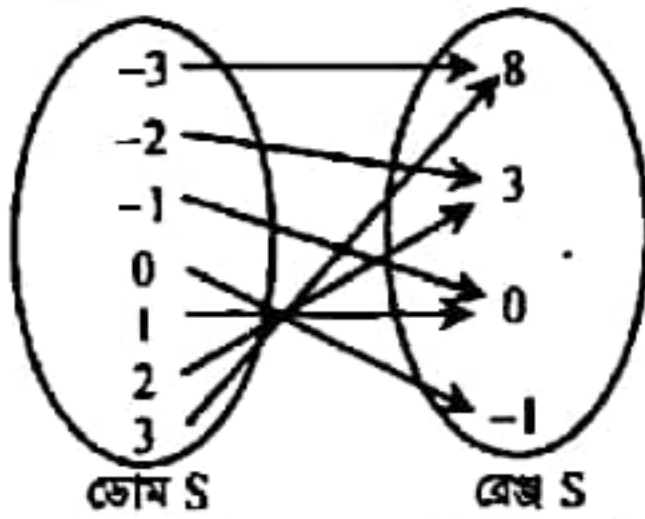
S^{-1} ফাংশনের ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন ভিন্ন।

$\therefore S^{-1}$ এক-এক ফাংশন।

- (খ) (a) এখানে,
 $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$
ডোম $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
রেঞ্জ $S = \{-1, 0, 3, 8\}$
 $S^{-1} = \{(8, -3), (3, -2), (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (3, 2), (8, 3)\}$

- (b) এখন S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
 $\therefore S$ একটি ফাংশন।
কিন্তু S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: $(0, -1)$ এবং $(0, 1)$
 $\therefore S^{-1}$ ফাংশন নয়।

- (c) $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$



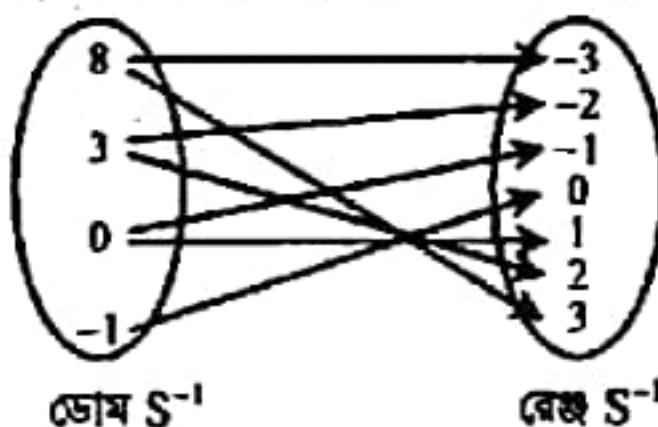
ডোম S

রেঞ্জ S

এই ফাংশনের একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। কিন্তু একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: $(-3, 8)$ ও $(3, 8)$ । সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।

$\therefore S$ এক-এক ফাংশন নয়।

আবার, $S^{-1} = \{(8, -3), (3, -2), (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (3, 2), (8, 3)\}$



ডোম S^{-1}

রেঞ্জ S^{-1}

S^{-1} এ একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট $(0, -1)$ ও $(0, 1)$ ক্রমজোড় আছে। কাজেই এটি ফাংশন নয়। সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।

- (গ) (a) এখানে, $S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0 \right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(\frac{5}{2}, -2 \right) \right\}$

$$\text{ডোম } S = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2} \right\}$$

$$\text{রেঞ্জ } S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$S^{-1} = \left\{ \left(0, \frac{1}{2} \right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2} \right), \left(-2, \frac{5}{2} \right) \right\}$$

- (b) S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে, যেমন: $(1, 1)$ এবং $(1, -1)$ ।
 $\therefore S$ ফাংশন নয়।

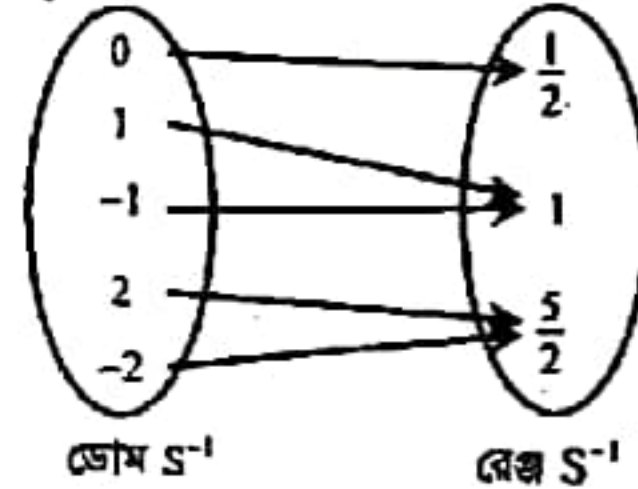
S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

সুতরাং S^{-1} ফাংশন।

- (c) $S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0 \right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(\frac{5}{2}, -2 \right) \right\}$

যেহেতু S ফাংশন নয় তাই S এক-এক ফাংশন নয়।

$$S^{-1} = \left\{ \left(0, \frac{1}{2} \right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2} \right), \left(-2, \frac{5}{2} \right) \right\}$$



ডোম S^{-1}

রেঞ্জ S^{-1}

S^{-1} ফাংশনটির একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় রয়েছে, যেমন- $(1, 1)$ ও $(-1, 1)$

সুতরাং S^{-1} ফাংশনটি এক-এক নয়।

[বিঃদ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

- (ঘ) (a) এখানে, $S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$

$$\text{ডোম } S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$$

$$\text{রেঞ্জ } S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$$

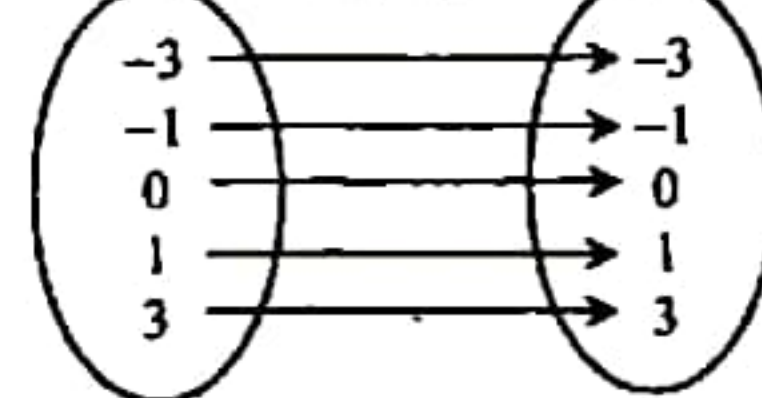
$$S^{-1} = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$$

- (b) S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
সুতরাং S একটি ফাংশন।

S^{-1} এরও একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

সুতরাং S^{-1} একটি ফাংশন।

- (c) $S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$



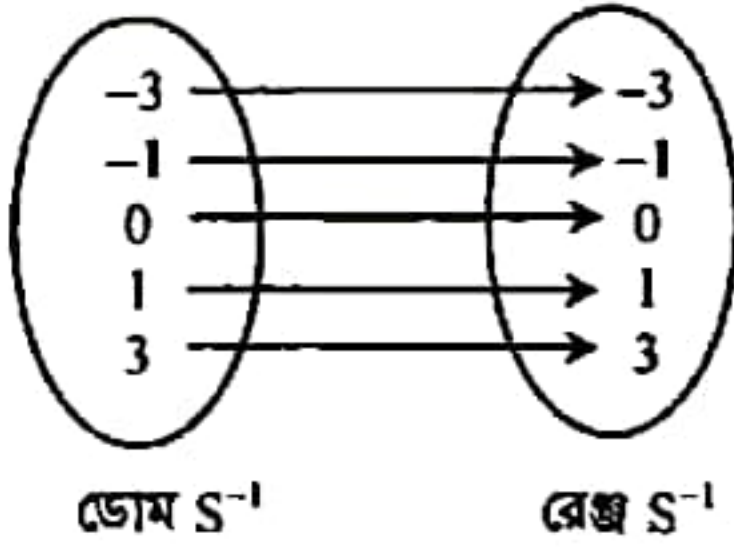
ডোম S

রেঞ্জ S

S ফাংশনের ডোমেনের ভিন্নভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন।

সুতরাং, S এক-এক ফাংশন।

$$S^{-1} = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$$

ডোম S^{-1} রেঞ্জ S^{-1}

S^{-1} ফাংশনের ডোমেনের ভিন্নভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন।
সুতরাং, S^{-1} এক-এক ফাংশন।

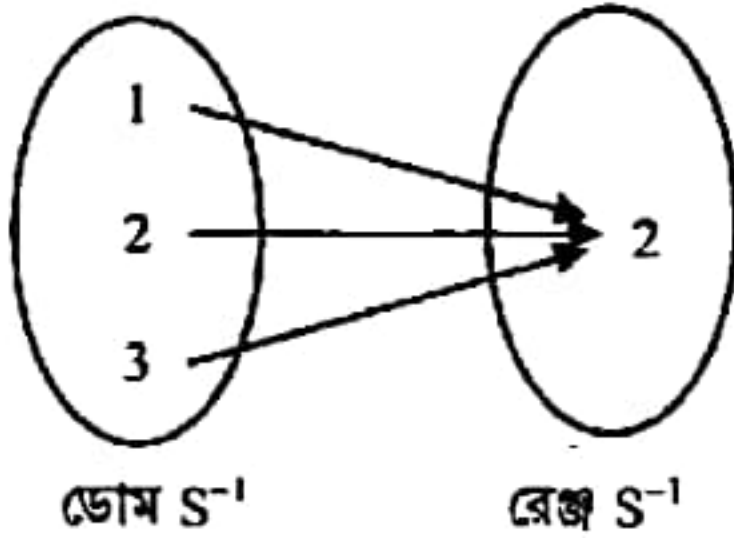
(গ) (a) এখানে, $S = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

ডোম = $\{2\}$ রেঞ্জ = $\{1, 2, 3\}$ $S^{-1} = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$

(b) এখন, S এর একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: $(2, 1)$ এবং $(2, 2)$

সুতরাং S ফাংশন নয়। S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।সুতরাং S^{-1} ফাংশন।

(c) এখানে, S ফাংশন নয় তাই এক-এক নয়।

ডোম S^{-1} রেঞ্জ S^{-1}

S^{-1} ফাংশনটির একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় রয়েছে। যেমন- $(1, 2)$, $(2, 2)$ ও $(3, 2)$ ।

সুতরাং S^{-1} ফাংশনটি এক-এক নয়।

৮. $F(x) = \sqrt{x-1}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য—

(ক) $F(1)$, $F(5)$ এবং $F(10)$ নির্ণয় কর।(খ) $F(a^2 + 1)$ নির্ণয় কর, যেখানে $a \in \mathbb{R}$ ।(গ) $F(x) = 5$ হলে, x নির্ণয় কর।(ঘ) $F(x) = y$ হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে $y \geq 0$ ।

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$

$$F(1) = \sqrt{1-1} = \sqrt{0} = 0$$

$$F(5) = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2$$

$$F(10) = \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3$$

Ans. 0, 2, 3

(খ) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$

$$F(a^2 + 1) = \sqrt{a^2 + 1 - 1} = \sqrt{a^2} = |a|$$

Ans. $|a|$ (গ) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$

$$\text{এবং } F(x) = 5$$

$$\therefore \sqrt{x-1} = 5$$

$$\text{বা, } x-1 = 25 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\therefore x = 25 + 1 = 26$$

Ans. 26

(ঘ) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$

$$\text{এবং } F(x) = y$$

$$\therefore \sqrt{x-1} = y$$

$$\text{বা, } x-1 = y^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\therefore x = 1 + y^2$$

Ans. $1 + y^2$ ৯. $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ ফাংশনের জন্য—(ক) ডোম F এবং রেঞ্জ F নির্ণয় কর।(খ) দেখাও যে, F এক-এক ফাংশন নয়।সমাধান: দেওয়া আছে, $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ (ক) $F(x) = x^2$ এখানে, x এর সকল মানের জন্য $F(x)$ সংজ্ঞায়িত।অতএব, ডোম $F = \mathbb{R}$ ।এখানে, x এর সকল মানের জন্য $F(x)$ এর মান $\mathbb{R}_+$ হয়।এবং রেঞ্জ $F = \mathbb{R}_+$ ।উত্তর: ডোম $F = \mathbb{R}$ এবং রেঞ্জ $F = \mathbb{R}_+$ ।(খ) দেওয়া আছে, $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ ধরি, $x_1, x_2 \in \text{ডোম } F$ যেখানে $x_1 \neq x_2$ এখন, $F(x_1) = F(x_2)$ এর জন্য F এক-এক ফাংশন হবে কেবল এবং কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়।

$$\therefore F(x_1) = x_1^2 \text{ এবং } F(x_2) = x_2^2$$

$$\therefore F(x_1) = F(x_2) \Rightarrow x_1^2 = x_2^2$$

$$\therefore x_1 = \pm x_2$$

অর্থাৎ $x_1 \neq x_2$ $\therefore F$ এক-এক ফাংশন নয়।

১০. (ক) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ একটি ফাংশন যা $f(x) = ax + b$; $a, b \in \mathbb{R}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু।

(খ) $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ফাংশনটি $F(x) = \sqrt{1-x^2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত, তবে দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু।

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, $f(x) = ax + b$ ধরি, $x_1, x_2 \in \text{ডোম } f$ এখন, $f(x_1) = f(x_2)$ এর জন্য f এক-এক ফাংশন হবে যদি এবং কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়।

$$\text{এখন, } f(x_1) = ax_1 + b \text{ এবং } f(x_2) = ax_2 + b$$

$$\therefore f(x_1) = f(x_2)$$

$$\text{বা, } ax_1 + b = ax_2 + b$$

$$\text{বা, } ax_1 = ax_2$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

অতএব, প্রদত্ত ফাংশন এক-এক ফাংশন।

আবার, $y \in \mathbb{R}$ যেকোন প্রদত্ত সংখ্যা হলে,

$$\text{ধরি, } y = ax + b = f(x)$$

$$\text{বা, } ax = y - b$$

$$x = \frac{y-b}{a}$$

$$f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a \cdot \frac{y-b}{a} + b = y - b + b = y$$

$$f\left(\frac{y-b}{a}\right) = y = f(x)$$

 $\therefore$ ফাংশনটি অনটু বা সার্বিক।

সুতরাং ফাংশনটি এক-এক এবং অনটু। (দেখানো হলো)

(খ) $F(x) = \sqrt{1-x^2}$

এখন, $F(a) = \sqrt{1-a^2}$ এবং $F(b) = \sqrt{1-b^2}$

যদি $F(a) = F(b)$ হয়, তবে

$$\sqrt{1-a^2} = \sqrt{1-b^2}$$

বা, $1-a^2 = 1-b^2$

বা, $-a^2 = -b^2$

বা, $a^2 = b^2$

বা, $a = b$

অতএব, প্রদত্ত ফাংশন F এক-এক ফাংশন।

আবার, $y \in [0, 1]$ যেকোনো সংখ্যা হলে,

ধরি, $y = \sqrt{1-x^2} = f(x)$

বা, $y^2 = 1-x^2$

বা, $x^2 = 1-y^2$

$\therefore x = \sqrt{1-y^2}$

$$\begin{aligned} f(\sqrt{1-y^2}) &= \sqrt{1-(\sqrt{1-y^2})^2} \\ &= \sqrt{1-(1-y^2)} \\ &= \sqrt{1-1+y^2} \\ &= \sqrt{y^2} \\ &= y = f(x) \end{aligned}$$

$\therefore$ ফাংশনটি অনটু

সুতরাং f এক-এক ও অনটু। (সেখানে হলো)

১১. যদি $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশন হয় $f(x) = x^3 + 5$ এবং

$g(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে দেখাও যে, $g = f^{-1}$ ।

সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + 5$

এবং $g(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$

ধরি, $y = f(x) \therefore x = f^{-1}(y)$

$\Rightarrow y = x^3 + 5$

$\Rightarrow x^3 = y - 5$

$\Rightarrow x = (y-5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(y) = (y-5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = g(x)$

$\therefore g = f^{-1}$ (সেখানে হলো)

১২. $\mathbb{R}$ বাস্তব সংখ্যার সেট হলে এবং $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনটি

$f(x) = x^2 - x - 2$ দ্বারা প্রদত্ত হলে $f^{-1}([-2, 0])$ এবং $f^{-1}(\{0\})$ নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ যেখানে $f(x) = x^2 - x - 2$

মনে করি, $f^{-1}([-2, 0]) = x$

বা, $[-2, 0] = f(x)$

বা, $x^2 - x - 2 = [-2, 0]$

এখন, $x^2 - x - 2 \geq -2$ এবং $x^2 - x - 2 \leq 0$

বা, $x^2 - x - 2 + 2 \geq 0$ বা, $x^2 - 2x + x - 2 \leq 0$

বা, $x(x-1) \geq 0$ বা, $x(x-2) + 1(x-2) \leq 0$

$\therefore x(x-1) \geq 0 \dots (1) \therefore (x-2)(x+1) \leq 0 \dots (2)$

(1) নং সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি x ও $(x-1)$ উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়ই ঋণাত্মক হয়।

$x-1 \geq 0$ বা, $x \geq 1$ হলে x ও $(x-1)$ উভয়ই ধনাত্মক

$x \leq 0$ হলে x ও $(x-1)$ উভয়ই ঋণাত্মক।

$\therefore x \geq 1$ অথবা $x \leq 0$ হলে (1) নং সত্য হবে।

আবার, (2) নং সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি $(x-2)$ ও $(x+1)$ এর একটি ধনাত্মক ও একটি ঋণাত্মক হয়।

$x-2 \geq 0$ বা, $x \geq 2$ হলে $x-2 \geq 0$ ও $x+1 \geq 0$

$x+1 \leq 0$ বা, $x \leq -1$ হলে $x-2 \leq 0$ ও $x+1 \leq 0$

$x-2 \leq 0$ বা, $x \leq 2$ হলে, $x-2 \leq 0$ ও $x+1 \geq 0$

$-1 \leq x \leq 2$ হলে $x-2 \leq 0$ অথবা $x+1 \geq 0$

(1) ও (2) নং উভয়ই সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি

$-1 \leq x \leq 0$ এবং $1 \leq x \leq 2$

$\therefore f^{-1}([-2, 0]) = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2 \text{ অথবা, } -1 \leq x \leq 0\}$

এবং মনে করি, $f^{-1}(\{0\}) = x$

বা, $f(x) = \{0\}$

বা, $x^2 - x - 2 = 0$

বা, $x^2 - 2x + x - 2 = 0$

বা, $x(x-2) + 1(x-2) = 0$

বা, $(x-2)(x+1) = 0$

$\therefore x = -1, 2$

$\therefore f^{-1}(\{0\}) = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 2\}$

১৩. S অক্ষের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অক্ষটি কাশন কি না তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর যেখানে:

(ক) $S = \{(x, y) : 2x - y + 5 = 0\}$

(খ) $S = \{(x, y) : x + y = 1\}$

(গ) $S = \{(x, y) : 3x + y = 4\}$

(ঘ) $S = \{(x, y) : x = -2\}$

সমাধান:

(ক) S -এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

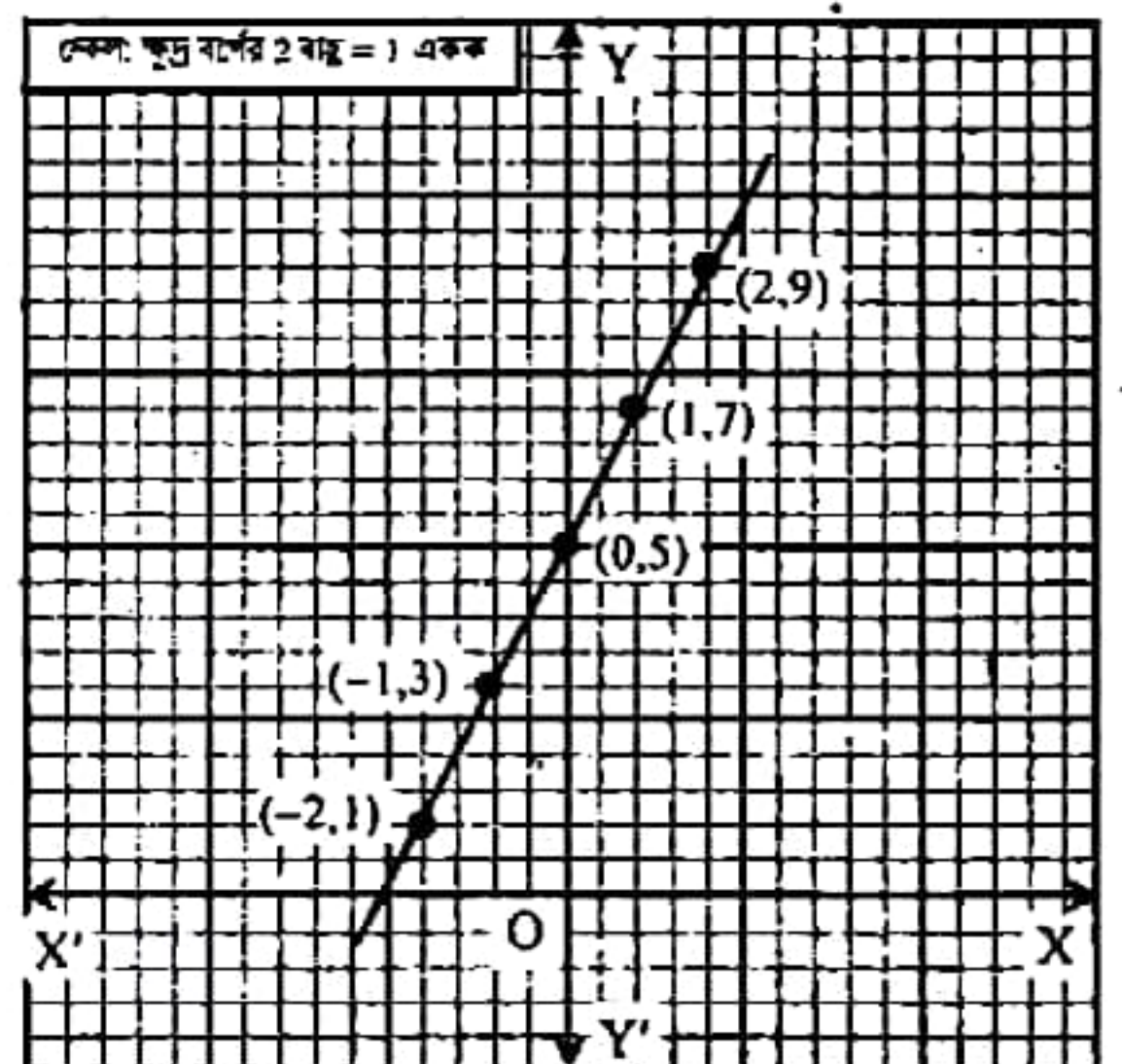
$2x - y + 5 = 0$

বা, $y = 2x + 5$ থেকে x ও y এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিয়ে লেখচিত্র নির্ণয় করা হলো—

x	0	1	-1	2	-2
$y = 2x + 5$	5	7	3	9	1

$\therefore L = \{(0, 5), (1, 7), (-1, 3), (2, 9), (-2, 1)\} \subset S$

এখন L -এর লেখ অঙ্কন করে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো—



লেখ চিত্রে y -অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর S এর দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং এটি একটি ফাংশন।

(খ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$$x + y = 1$$

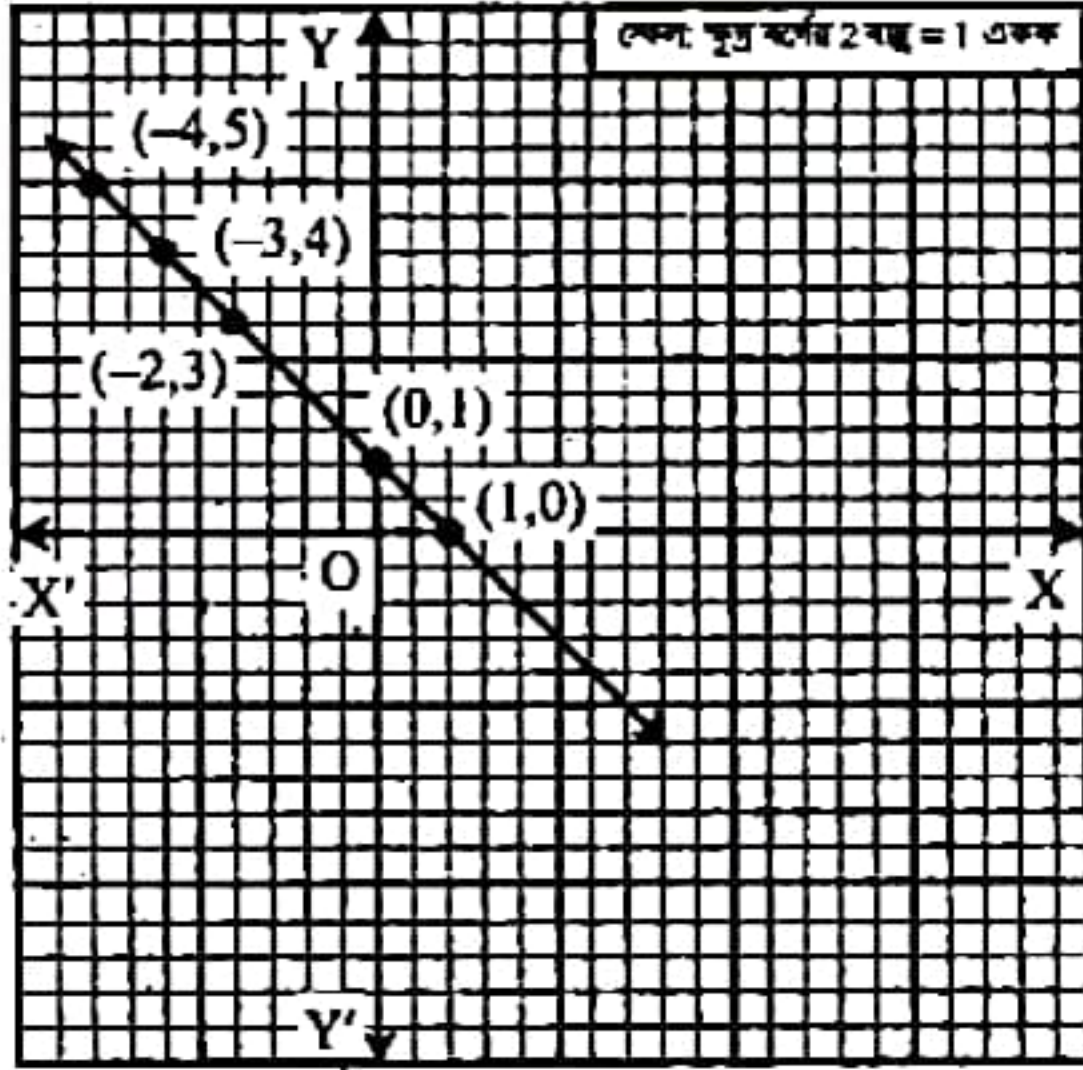
বা, $y = 1 - x$ থেকে x ও y এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিয়ে ছকে নির্ণয় করা হলো—

x	0	1	-2	-3	-4
$y = 1 - x$	1	0	3	4	5

$$\therefore L = \{(0, 1), (1, 0), (-2, 3), (-3, 4), (-4, 5)\} \subset S$$

L-এর লেখ একে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে।

নিম্নে তা দেখানো হলো—



লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় S-এর দুইটি বিন্দু নেই।

সুতরাং S একটি ফাংশন।

(গ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$$3x + y = 4$$

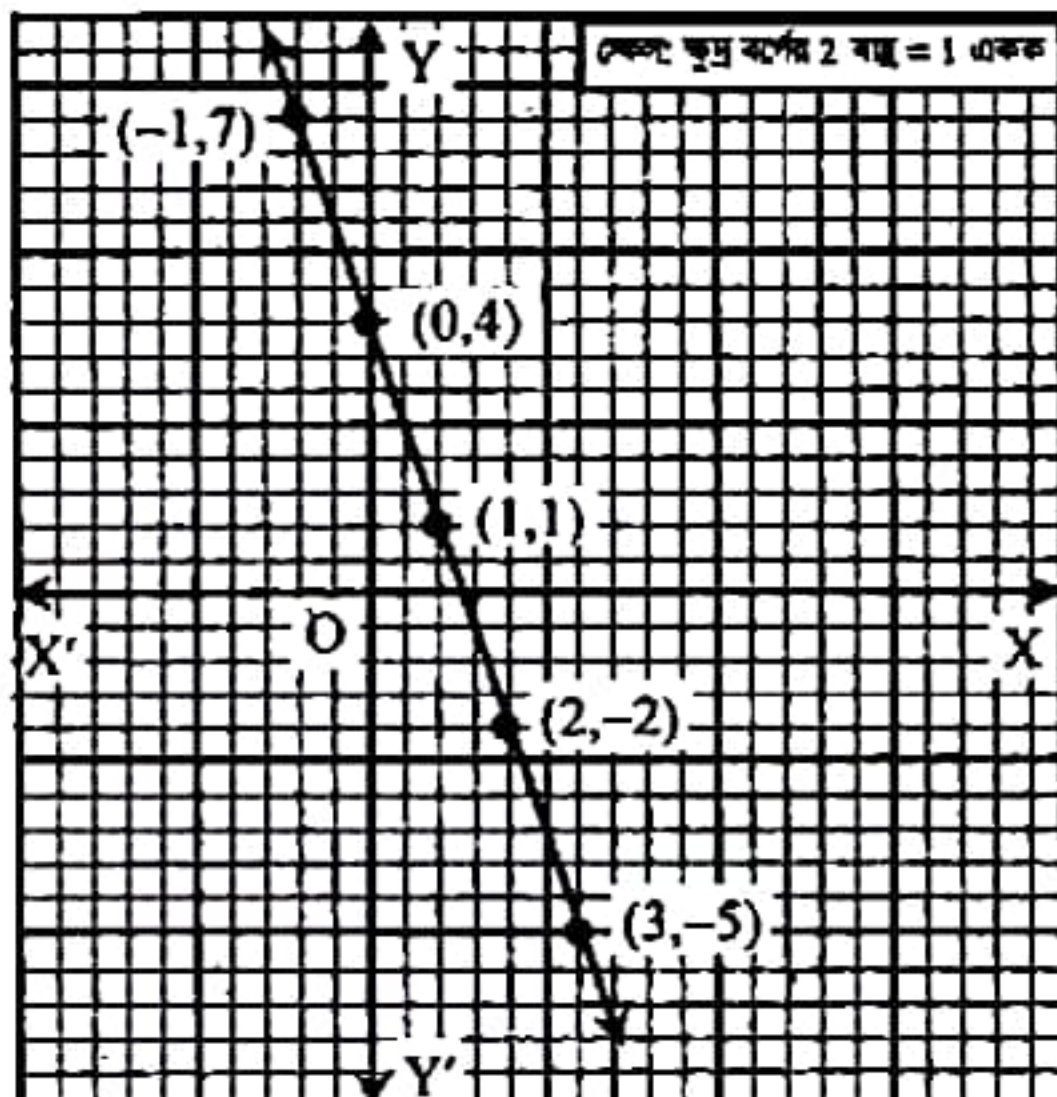
বা, $y = 4 - 3x$ থেকে x ও y এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিয়ে ছকে দেখানো হলো—

x	0	1	2	-1	3
$y = 4 - 3x$	4	1	-2	7	-5

$$\therefore L = \{(0, 4), (1, 1), (2, -2), (-1, 7), (3, -5)\} \subset S$$

L-এর লেখ একে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে।

নিম্নে তা দেখানো হলো—

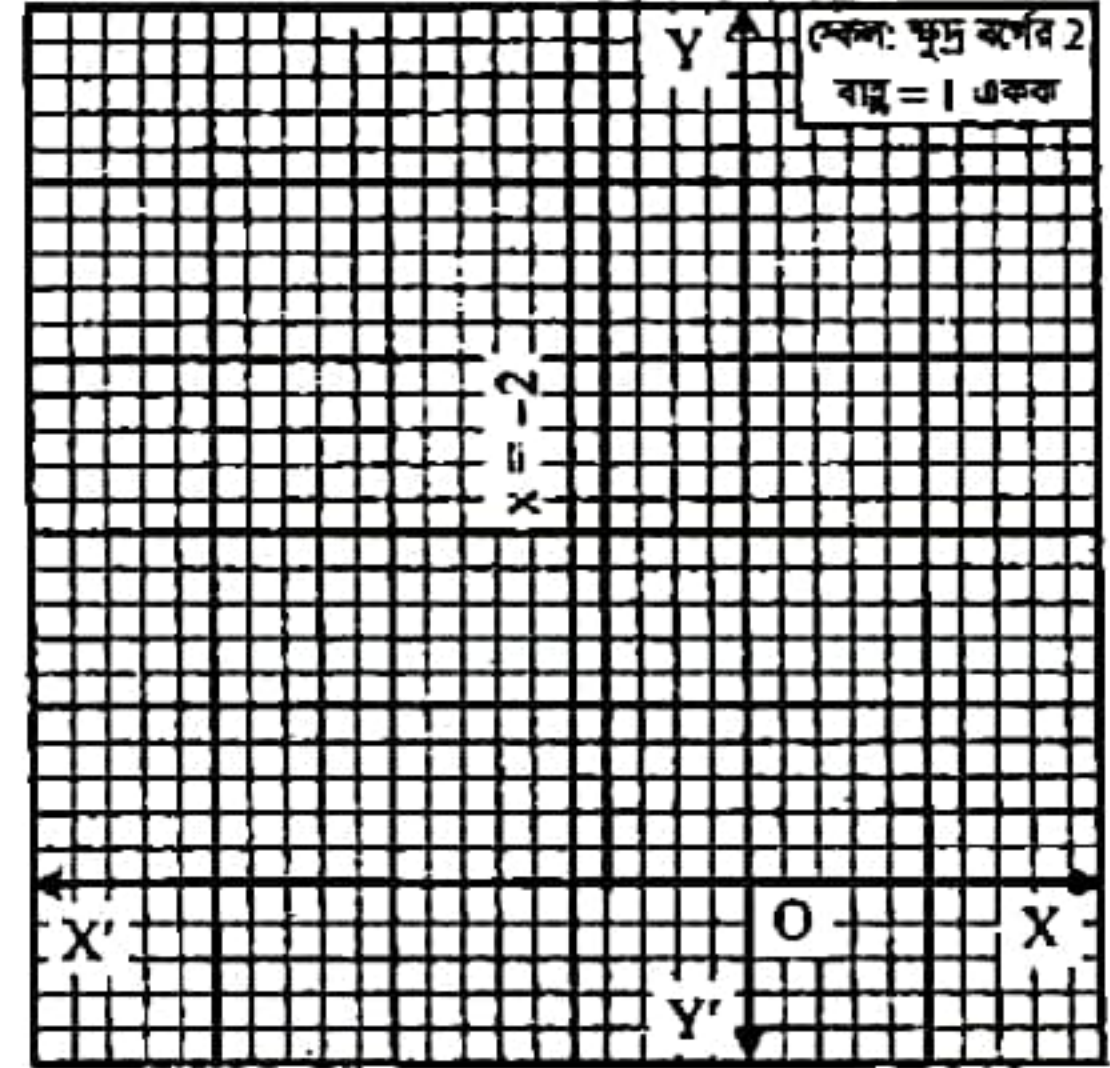


লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় ওপর S এর দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং S একটি ফাংশন।

(ঘ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x = -2$ তে y যুক্ত কোনো পদ নেই। y এর মান যাই হোক না কেন x -এর মান সর্বদাই -2 ।

S অক্ষের লেখচিত্র হলো y-অক্ষের সমান্তরাল রেখা যা মূলবিন্দু হতে 2 একক বামে অবস্থিত।



লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার উপর অসংখ্য বিন্দু আছে। সুতরাং S অক্ষটি ফাংশন নয়।

১৪. S অক্ষের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অক্ষটি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর দেখানো:

(ক) $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 25\}$

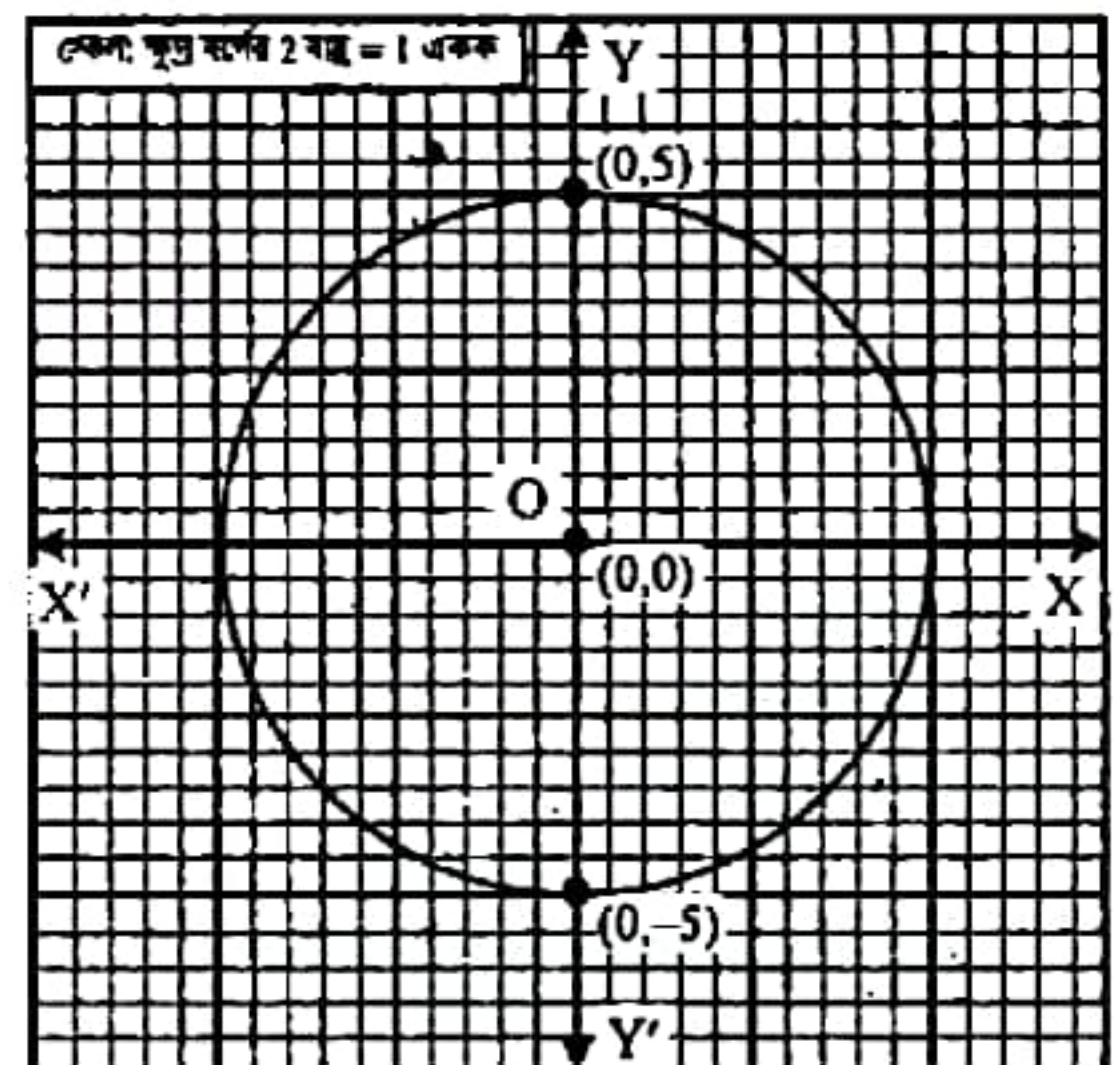
(খ) $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9\}$

সমাধান:

(ক) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 25$,

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 5^2$$

$\therefore$ S-এর লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র (0, 0) এবং ব্যাসার্ধ 5. ছক কাগজে (0, 0) বিন্দু পাতন করে একে কেন্দ্র করে 5 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো।



লেখচিত্রে দেখা যায় y- অক্ষের ওপর দুইটি বিন্দু (0, 5) ও (0, -5) অবস্থিত। সুতরাং, S একটি ফাংশন নয়।

(খ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

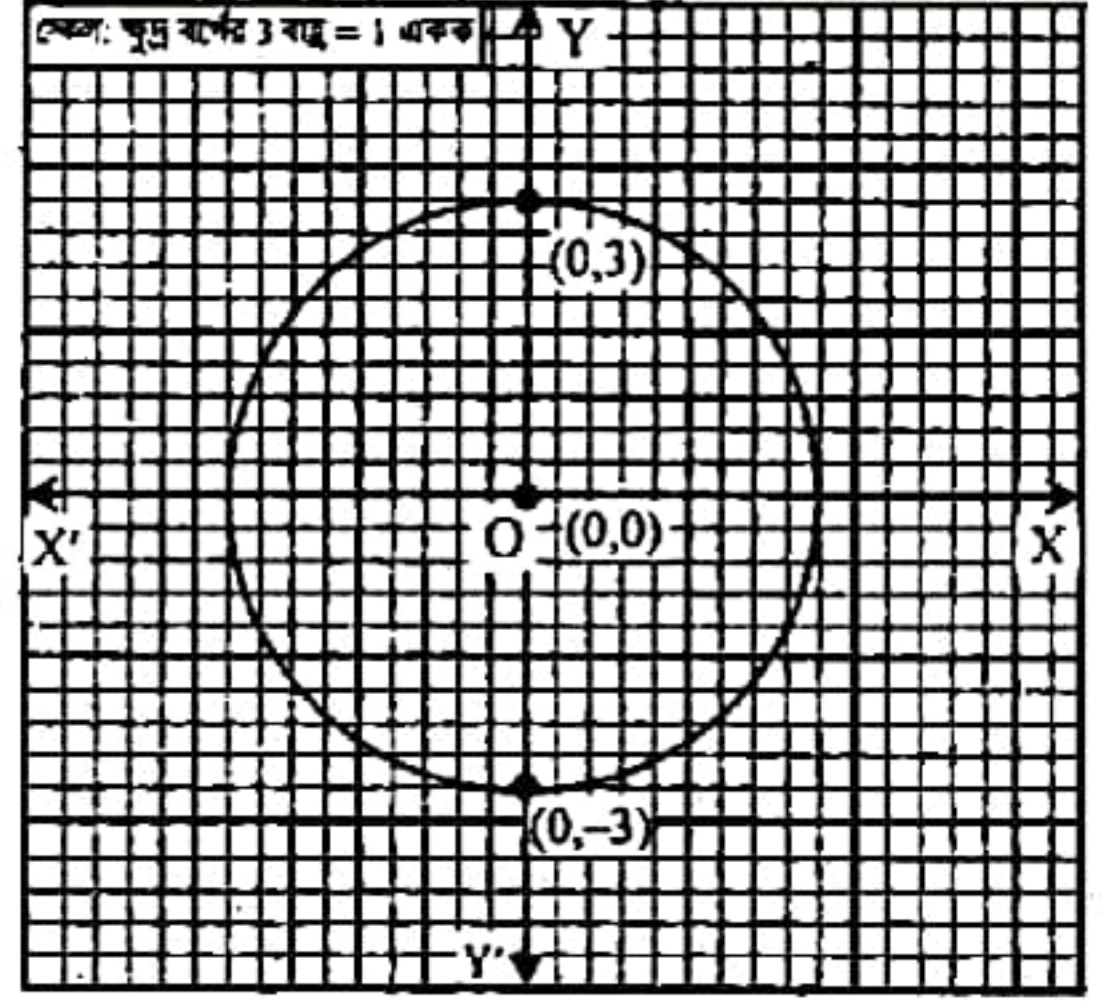
$$x^2 + y^2 = 9$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$

∴ S-এর লেখ একটি বৃত্ত

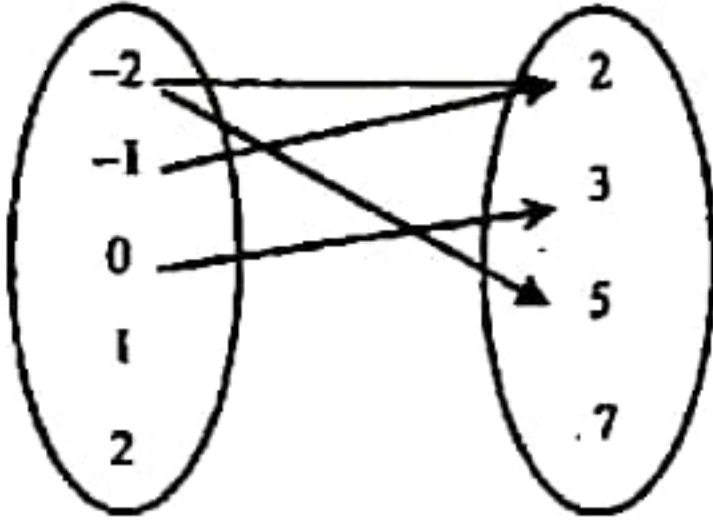
যার কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ 3. এখন (0, 0) বিন্দু পাতন করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো –

লেখচিত্রে, দেখা যায়, y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর লেখের দুইটি বিন্দু যথা (0, 3), (0, -3) অবস্থিত। সুতরাং S ফাংশন নয়।



১৫. A = {-2, -1, 0, 1, 2} এবং B = {2, 3, 5, 7}

A সেটের কয়েকটি উপাদানের সাথে B সেটের উপাদানগুলোকে অধিত করে নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো :



(ক) গঠিত অসম্পূর্ণ D হলে, D এর মান ক্রমজোড়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x = y^2\}$ অসম্পূর্ণকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর।

(গ) উপরে বর্ণিত অসম্পূর্ণের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অসম্পূর্ণটি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর।

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {-2, -1, 0, 1, 2} এবং B = {2, 3, 5, 7}

$$\therefore D = \{(-2, 2), (-2, 5), (-1, 2), (0, 3)\}$$

খ $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x = y^2\}$
 $= \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = \pm\sqrt{x}\}$

$$\text{এখন, } y = \pm\sqrt{x}$$

-2 ও -1 এর জন্য y এর মান অবাস্তব

$$x = 0 \text{ হলে, } y = 0 \in A \therefore (0, 0) \in S$$

$$x = 1 \text{ হলে, } y = \pm 1 \in A \therefore (1, 1), (1, -1) \in S$$

$$x = 2 \text{ হলে, } y = \pm\sqrt{2} \notin A \therefore (2, \pm\sqrt{2}) \notin S$$

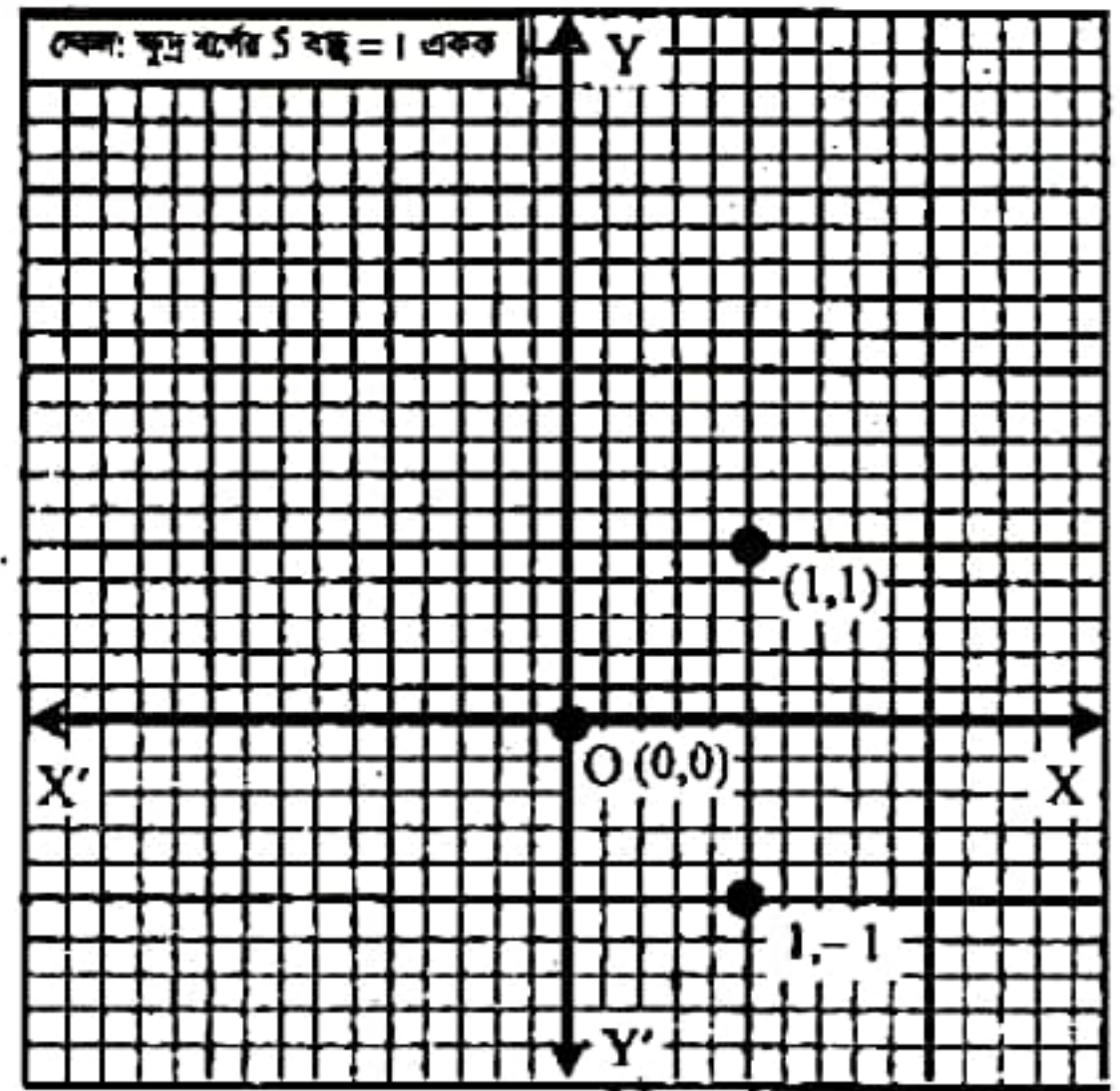
$$\therefore S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$$

$$\therefore \text{ডোম } S = \{0, 1\}$$

$$\text{রেঞ্জ } S = \{0, 1, -1\}$$

খ 'খ' এ প্রাপ্ত অসম্পূর্ণ, $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

X-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে প্রদত্ত অসম্পূর্ণের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



যেহেতু $x = 1$ এর দুটি ইমেজ বা প্রতিচ্ছবি যথা 1, -1 পাওয়া যায়। সুতরাং S অসম্পূর্ণটি ফাংশন নয়।

১৬. $F(x) = 2x - 1$

ক. $F(x + 1)$ এবং $F\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $F(x)$ ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ণয় কর, যখন $x, y \in \mathbb{N}$

গ. $F(x) = y$ হলে x এর তিনটি মান নির্ণয় কর, যখন $x, y \in \mathbb{N}$ এবং $y = 2x - 1$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F(x) = 2x - 1$

$$\therefore F(x + 1) = 2(x + 1) - 1$$

$$= 2x + 2 - 1$$

$$= 2x + 1$$

$$\text{এবং } F\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\text{উত্তর : } 2x + 1; 0$$

খ দেওয়া আছে, $F(x) = 2x - 1$

ধরি, $a, b \in \text{ডোম } F$, যেখানে $a \neq b$

এখন, $F(a) = F(b)$ এর জন্য

যদি ও কেবল যদি $a = b$ হয়, তবে F ফাংশনটি এক-এক হবে।

$$\therefore F(a) = 2a - 1 \text{ এবং } F(b) = 2b - 1$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } F(a) &= F(b) \\ \Rightarrow 2a - 1 &= 2b - 1 \\ \Rightarrow 2a &= 2b \\ \therefore a &= b \end{aligned}$$

সুতরাং ফাংশনটি এক-এক।

গ) $F(x) = y$

বা, $F(x) = 2x - 1 = y$ [$\because y = 2x - 1$]

বা, $2x = y + 1$

$$x = \frac{1}{2}(y + 1)$$

এখন, $y = 1$ হলে, $x = \frac{1}{2}(1 + 1) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

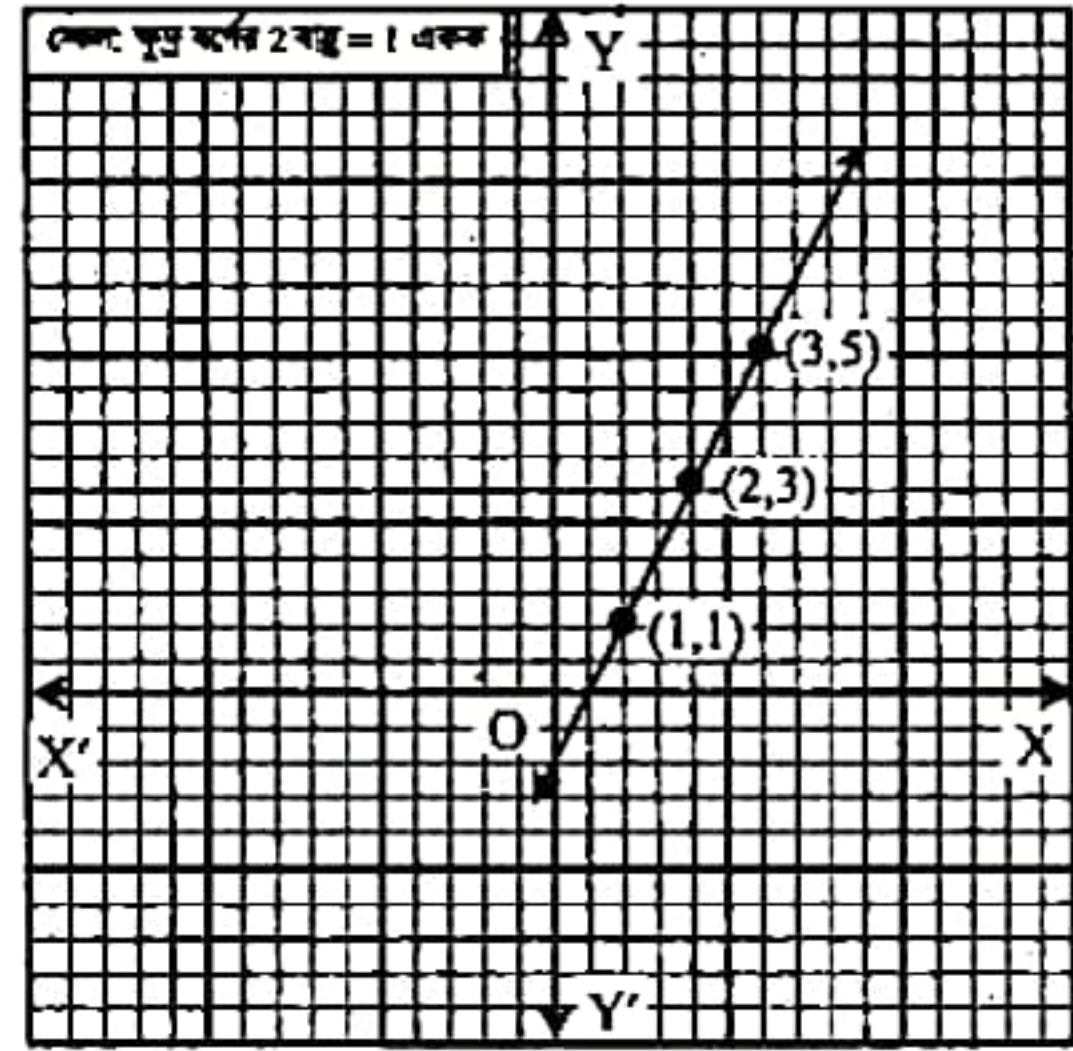
$y = 3$ হলে, $x = \frac{1}{2}(3 + 1) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

$y = 5$ হলে, $x = \frac{1}{2}(5 + 1) = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

$\therefore x$ এর তিনটি মান 1, 2, 3

এখানে ক্রমজোড় তিনটি (1, 1), (2, 3), (3, 5)

এখানে, x -অক্ষ বরাবর 2 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y -অক্ষ বরাবর 2 বর্গ ঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত ক্রমজোড় বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে সংযোগ করে $y = 2x - 1$ সমীকরণের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

*** অসর এবং ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-২৬

- A সেট হতে B সেটের অসর R দুইটি শর্ত পালন করে। R অবশ্যই $A \times B$ এর একটি উপসেট হবে। R এর ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান A সেটের উপসেট হবে এবং দ্বিতীয় উপাদান B সেটের উপসেট হবে।
- কোন অসরে একই 1ম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় না থাকে তবে ঐ অসরকে ফাংশন বলে।
- প্রত্যেক ফাংশন অসর কিন্তু প্রত্যেক অসর ফাংশন নয়।
- $y = f(x)$ ফাংশনে x এর যে সকল মানের জন্য $f(x)$ সংজ্ঞায়িত, x এর সেই মানগুলো ডোমেন এবং ডোমেন x এর জন্য $f(x)$ এর যে সকল বাস্তব মান পাওয়া যায় সেই মানগুলো রেঞ্জ।

১. নিচের কোনটি একটি ফাংশন? (মধ্যম)

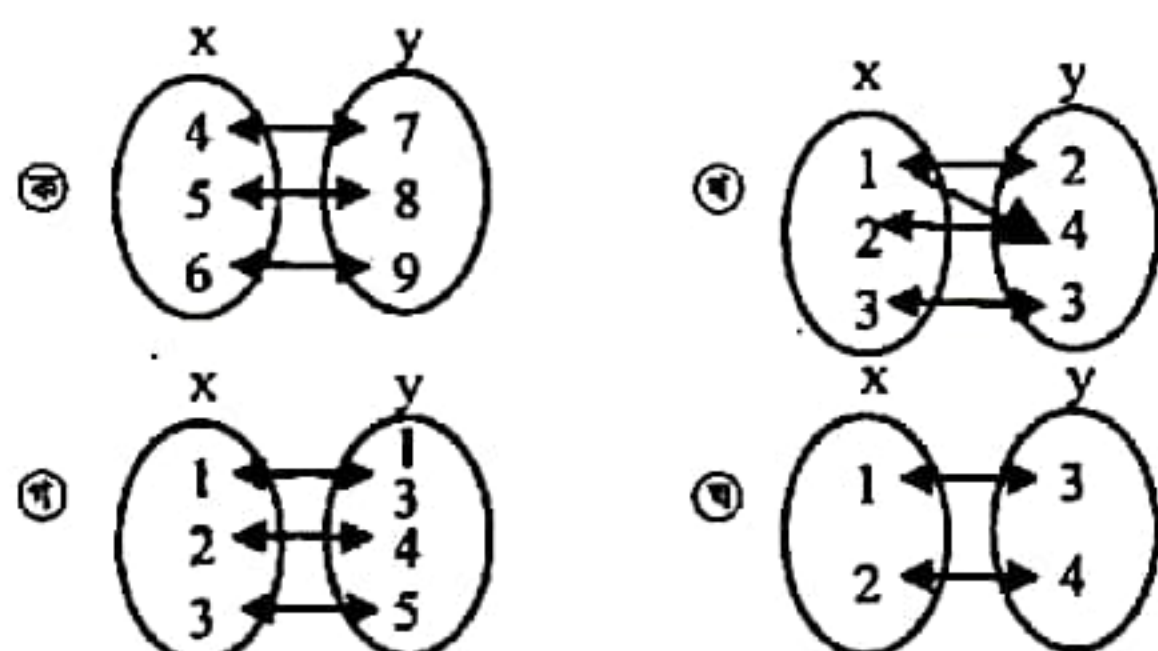
- ক) $A = \{(1, 2), (1, 5), (0, 0)\}$
 খ) $B = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$
 গ) $C = \{(0, 2), (0, 6), (2, 3)\}$
 ঘ) $D = \{(-2, 2), (2, 2), (1, 1), (0, 3)\}$

২. ব্যাখ্যা: ক্রমজোড়ের প্রথম উপাদানগুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে তা একটি ফাংশন নির্দেশ করে।

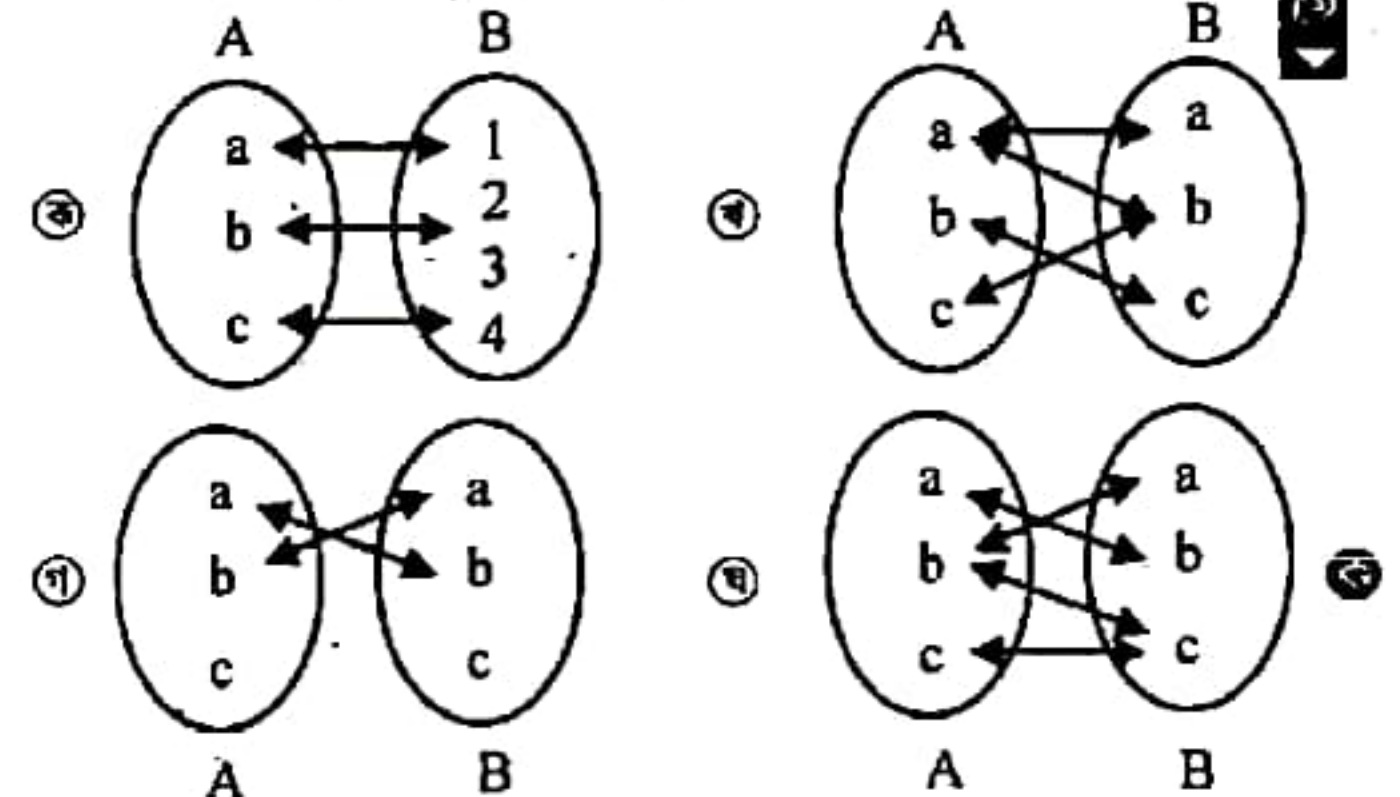
৩. যদি $T = \{(0, 0), (2, 4), (-1, 3), (3, 4)\}$ একটি ফাংশন হয়, তবে নিচের কোনটি T এর ডোমেন? (সহজ)

- ক) $\{0, -1, 4, 3\}$ খ) $\{0, 2, 4, 3\}$
 গ) $\{0, 2, -1, 3\}$ ঘ) $\{2, 4, -1, 3\}$

৪. নিচের কোন অসরটি ফাংশন নয়? (মধ্যম) [অনুদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]



৫. নিচের কোন চিত্রটি একটি ফাংশন কে প্রকাশ করে? (সহজ)



৬. $F(x) = \sqrt{1-x}$; $x \in \mathbb{R}$, নিচের কোনটির জন্য $F(x)$ অসংজ্ঞায়িত? (মধ্যম) [অনুদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; বর্ডার পার্চ পাবলিক স্কুল এড কলেজ, সিলেট]

- ক) $x = 2$ খ) $x \leq -1$
 গ) $x \leq 1$ ঘ) $x = 1$

৭. $F(x) = \sqrt{1-x}$; $x \in \mathbb{R}$, ফাংশনের ক্ষেত্রে x এর কোন মানটি ডোমেনের বহির্ভূত? (মধ্যম) [বি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

- ক) 2 খ) 1 গ) 0 ঘ) -3

৮. $F(x) = \sqrt{x-1}$; $x \in \mathbb{R}$ যদি ও কেবল যদি (সহজ)

[সরকারি কেরেনশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

- ক) $x \leq 1$ খ) $x > 1$ গ) $x \geq 1$ ঘ) $x < 1$

৯. ব্যাখ্যা: $F(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি $x - 1 \geq 0$ হয় অর্থাৎ $x \geq 1$

১০. $F(x) = (x-1)^2$ হলে, ডোম F = কত? (সহজ)

- ক) ডোম F = $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$
 খ) ডোম F = $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$
 গ) ডোম F = $\mathbb{R}$
 ঘ) ডোম F = $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$

৯. $F(x) = \frac{1}{x-2}$ হলে x এর কোন শর্তে $F(x)$ এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে? (সহজ) [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়; মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

- (ক) $x > 2$ (খ) $x < 2$ (গ) $x \geq 2$ (ঘ) $x \neq 2$

১০. $F(x) = \sqrt{1-x}$; $x \in \mathbb{R}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ক্ষেত্রে x এর কোন মানটি ডোমেনের অন্তর্ভুক্ত হতে পারে? (মধ্যম)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

১১. $F(x) = 2x - 1$ হলে $F\left(\frac{a+1}{2}\right)$ নির্ণয় কর। (সহজ)

- (ক) $-a$ (খ) 0 (গ) a (ঘ) -1

১২. নিচের কোন অক্ষরটি ফাংশন নয়। (কঠিন)

- (ক) $S = \{(x, y) : 2x - y + 5 = 0\}$

- (খ) $S = \{(x, y) : \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1\}$

- (গ) $S = \{(x, y) : y^2 = x\}$

- (ঘ) $S = \{(x, y) : y = 4\}$

১৩. A সেট থেকে B সেটে S একটি অক্ষর হলো—

i. S-এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলির প্রথম উপাদান সমূহের সেটকে Range বলা হয়।

ii. S-এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলির প্রথম উপাদান সমূহের সেটকে Domain বলা হয়।

iii. S-এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলির দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে Range বলা হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪. $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$ প্রদত্ত S অক্ষর—

i. ডোম $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ii. রেঞ্জ $S = \{8, 3, 0, -1\}$

iii. S অক্ষর ফাংশন নয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৫. $S \subset A \times B$ হলে—

i. ডোম $S \subset A$

ii. রেঞ্জ $S \subset B$

iii. ডোম $S \subset B$ এবং রেঞ্জ $S \subset A$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৬. $F(x) = |x|$ বর্ণিত ফাংশনের জন্য — [জুনা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

i. $F(x) = 4$ হলে, $x = \pm 4$

ii. $F(x) = 0$ হলে, $x = 1$

iii. $F(x) = y$ হলে $x = \pm y$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের অখ্যের আলোকে (১৭-২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$

১৭. ডোম $S = ?$ (সহজ) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

- (ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{5, 10, 15, 20\}$

- (গ) $\{1, 2, 3\}$ (ঘ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

১৮. রেঞ্জ $S = ?$ (সহজ)

- (ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{5, 10, 15, 20\}$

- (গ) $\{1, 2, 3\}$ (ঘ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

১৯. S^{-1} এর ডোমেন কোনটি (সহজ)

- (ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{5, 10, 15, 20\}$

- (গ) $\{1, 2, 3\}$ (ঘ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

২০. S^{-1} এর রেঞ্জ কোনটি (মধ্যম)

- (ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{5, 10, 15, 20\}$

- (গ) $\{1, 2, 3\}$ (ঘ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

নিচের অখ্যের ভিত্তিতে (২১-২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = 1\}$

যেখানে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

২১. S অক্ষরের বর্ণনাকারী সমীকরণকে y, x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) $y = x - 1$ (খ) $y = x + 1$

- (গ) $y = 1 - x$ (ঘ) $x = y + 1$

২২. প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য y নির্ণয় করলে নিচের কোন ক্রম জোড়টি S এর অন্তর্ভুক্ত? (কঠিন)

- (ক) $(2, 1)$ (খ) $(2, 3)$ (গ) $(-2, 3)$ (ঘ) $(-2, -3)$

২৩. S অক্ষরকে তলিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) $S = \{(-2, -3), (-1, -2), (0, 1)\}$

- (খ) $S = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$

- (গ) $S = \{(-1, -2), (0, 1), (0, 1), (2, -1)\}$

- (ঘ) $S = \{(-2, -3), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$

২৪. রেঞ্জ $S =$ কত? (মধ্যম)

- (ক) $\{-3, -2, -1, 0\}$ (খ) $\{-2, -1, 0, 1\}$

- (গ) $\{-2, -1, 0, 3\}$ (ঘ) $\{-1, 0, 1, 2\}$

নিচের অখ্যের আলোকে (২৫-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$F(x) = (x-1)^2$

২৫. $F(-5) =$ কত? (সহজ)

- (ক) 0 (খ) 5 (গ) 16 (ঘ) 36

২৬. $F(x) = 100$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) 11 (খ) -9

- (গ) 11 অথবা, -9 (ঘ) -11 অথবা, 9

২৭. ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $F(x) = 100$

বা, $(x-1)^2 = 10$ বা, $(x-1) = \pm 10$ বা, $x = -9$ বা, 11

নিচের অখ্যের ভিত্তিতে (২৭-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

R এর $S = \{(x, y) : y = \sqrt{x}\}$ অক্ষর বর্ণিত হলো।

২৭. ডোম $S =$ কত? (মধ্যম)

- (ক) R (খ) R_+ (গ) R_- (ঘ) Z

২৮. রেঞ্জ $S =$ কত? (মধ্যম)

- (ক) R (খ) R_+ (গ) R (ঘ) Q

নিচের অখ্যের ভিত্তিতে (২৯-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$F(x) = 2x - 1$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশন

২৯. $F(0) + F(2) =$ কত? (মধ্যম) [যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

- (ক) -1 (খ) 0 (গ) 2 (ঘ) 3

৩০. $F\left(\frac{a+1}{2}\right) =$ কত? যেখানে, $a \in \mathbb{R}$ (মধ্যম)

- (ক) a (খ) $\frac{1}{a}$ (গ) $a+2$ (ঘ) $a-2$

[যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

নিচের অখ্যের ভিত্তিতে (৩১-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$F : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, $F(x) = x^2$ দ্বারা বর্ণিত একটি ফাংশন

৩১. ডোম $F =$ কত? (মধ্যম) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) R (খ) R_+

- (গ) $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ (ঘ) $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$

৩২. রেঞ্জ F এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

[রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) $\mathbb{R}$ (খ) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 > 1\}$
(গ) $\mathbb{R}_+$ (ঘ) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 < 1\}$

৩৩. F^{-1} = কত? (কঠিন) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) x^2 (খ) x (গ) $\sqrt{x}$ (ঘ) $\frac{1}{x}$

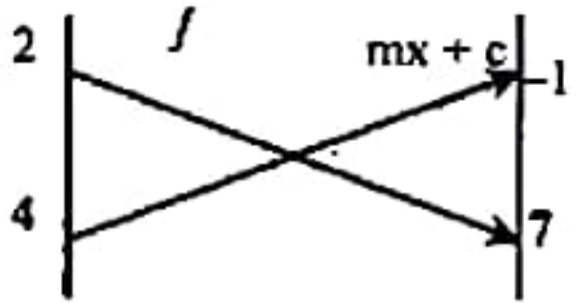
৩৪. F^{-1} একটি কী? (কঠিন) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) অন্তর (খ) সীমা
(গ) এক-এক ফাংশন (ঘ) ক্রমজোড়

৩৫. ব্যাখ্যা: $F(x) = x^2 \therefore F^{-1}(x) = \sqrt{x}$

$F^{-1} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ : \text{যা একটি এক-এক ফাংশন}$

নিচের অঙ্কের ভিত্তিতে (৩৫-৩৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



উপরের চিত্রে $f : x \rightarrow mx + c$ যেকোনো একটি ফাংশন।

৩৬. m এর মান কত? (কঠিন)

- (ক) -15 (খ) -4 (গ) 4 (ঘ) 15

৩৭. ব্যাখ্যা: $f(x) = mx + c$

$$\therefore f : 2 \rightarrow 7 \Rightarrow f(2) = 7 \Rightarrow 2m + c = 7 \dots (i)$$

$$\text{এবং } f : 4 \rightarrow -1 \Rightarrow f(4) = -1 \Rightarrow 4m + c = -1 \dots (ii)$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow -2m = 8 \Rightarrow m = -4$$

৩৮. c এর মান কত? (কঠিন)

- (ক) -4 (খ) 4 (গ) 15 (ঘ) 16

৩৯. ব্যাখ্যা: $(2 \times (i) - (ii)) \Rightarrow c = 15$

৪০. f এর অধীনে 5 এর ইমেজ কত? (কঠিন)

- (ক) -5 (খ) 5 (গ) 15 (ঘ) 16

৪১. ব্যাখ্যা: $f(5) = 5m + c = 5 \times (-4) + 15 = -20 + 15 = -5$

৪২. ইমেজ 3 হলে সদস্য সংখ্যা কত? (কঠিন)

- (ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6

৪৩. ব্যাখ্যা: ধরি x নির্ণয়ে সদস্য সংখ্যা যার ইমেজ 3 তখন $f(x) = 3$
 $\Rightarrow -4x + 15 = 3 \Rightarrow -4x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3.$

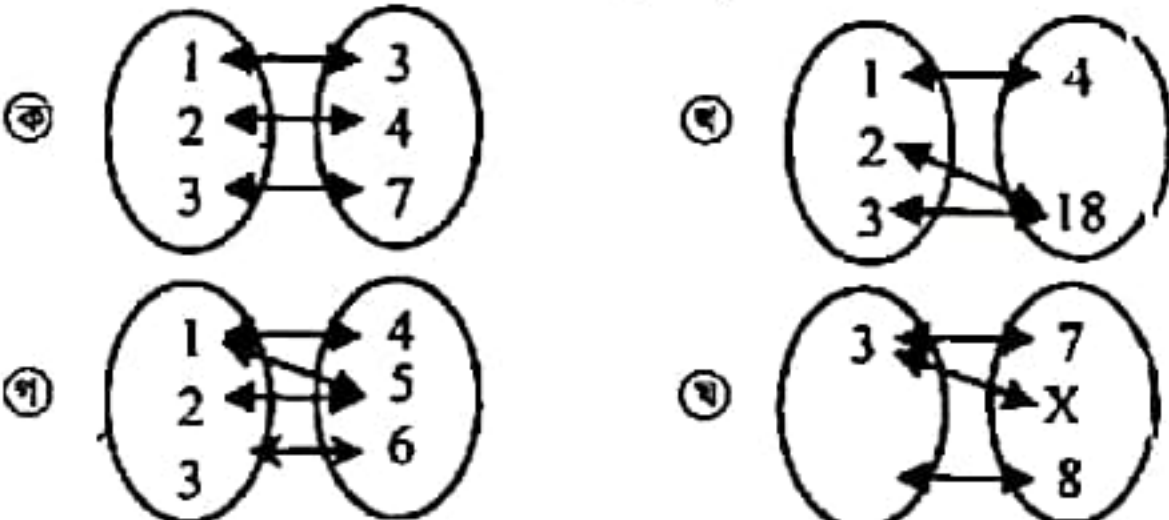
★ ★ ★ এক-এক ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-৩১

- ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি যদি সর্বদা ভিন্ন হয় তবে তাকে এক-এক ফাংশন বলে। একটি ফাংশন $f : A \rightarrow B$ এক-এক ফাংশন হবে যদি $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ যেখানে $x_1, x_2 \in A$

৪৪. একটি এক-এক ফাংশনের ক্ষেত্রে ফাংশনটির অধীনে এরা ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা কীভাবে হয়? (সহজ)

- (ক) একই হয়। (খ) ভিন্ন হয়। (গ) অসীম হয়। (ঘ) ধ্রুপ হয়।

৪৫. নিচের কোনটি এক-এক ফাংশন? (মধ্যম)



৪৬. $f(x) = 3x + 5, x \in \mathbb{R}$ একটি এক-এক ফাংশন হলে, $f^{-1}(1)$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) -1 (খ) 1 (গ) 3 (ঘ) 5

৪৭. নিচের কোনটি এক-এক ফাংশন? (মধ্যম) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- (ক) $F(x) = |x|$ (খ) $F(x) = \sqrt{1-x^2}$
(গ) $F(x) = e^x$ (ঘ) $F(x) = x^2$

৪৮. নিচের কোন ফাংশনটি এক-এক নয়? (সহজ) [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]

- (ক) $F(x) = x^2$ (খ) $F(x) = x$
(গ) $F(x) = x + 1$ (ঘ) $F(x) = x - 1$

৪৯. নিচের কোন ফাংশনটি এক-এক নয়? (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- (ক) $F(x) = 2x - 1$ (খ) $F(x) = c^x$
(গ) $F(x) = \log x$ (ঘ) $F(x) = |x|$

৫০. একটি ফাংশন এক-এক হবে যদি —

- i. f এর একটি বিপরীত ফাংশন f^{-1} বিদ্যমান থাকে।
ii. $b = f(a)$ বা, $a = f^{-1}(b)$.
iii. $b = f(a)$ বা, $a \neq f^{-1}(b)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫১. যদি $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x^2$ একটি ফাংশন হয়, তবে —

- i. F এক-এক ফাংশন।
ii. F এক-এক ফাংশন নয়।
iii. রেঞ্জ $\mathbb{R}_+$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫২. $f(x) = x^3$ একটি ফাংশন হলে —

- i. ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
ii. ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন
iii. ফাংশনটি এক-এক কিন্তু সার্বিক নয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৩. ব্যাখ্যা: সকল এক-এক ফাংশন সার্বিক ফাংশন কিন্তু সকল সার্বিক ফাংশন এক-এক নয়।

৫৪. $f(x) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$ হলে —

[ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- i. F ফাংশন নয়।
ii. F এক-এক ফাংশন।
iii. F সার্বিক ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৫. f ফাংশনের অধীনে $f : A \rightarrow B$ কে এক-এক ফাংশন বলা হবে যদি —

- i. $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ হয় যেখানে $x_1, x_2 \in A$
ii. $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$ হয় যেখানে $x_1, x_2 \in A$
iii. ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন ভিন্ন হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের অঙ্কের আলোকে (৫০-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি ফাংশন $F(x) = \sqrt{1-x^2}$

৫০. ফাংশনটির ডোমেইন নিচের কোনটি? (কঠিন) [নবাবশাহ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ]

- (ক) $[0, 1]$ (খ) $[-1, 1]$ (গ) $[0, 1)$ (ঘ) $(-1, 1]$

৫১. ব্যাখ্যা: $F(x) = \sqrt{1-x^2}$ এর $1-x^2 \geq 0$ হবে।

$$\therefore 1 \geq x^2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow x = [-1, 1]$$

৫১. নিচের কোন শর্তের জন্য f ফাংশনটি এক-এক হবে? (কঠিন) [নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁপাইনবাবগঞ্জ]

- (ক) $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ (খ) $f: [0, 1) \rightarrow [0, 1]$
(গ) $f: (0, 1] \rightarrow (0, 1]$ (ঘ) $f: (0, 1) \rightarrow (0, 1)$

নিচের ভেদের আলোকে (৫২-৫৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$f(x) = 3x + 1, 0 \leq x \leq 2 \text{ হলে}$$

৫২. ফাংশনটি কোন ধরনের? (মধ্যম)

- (ক) এক-এক (খ) ধ্রুবক (গ) দ্বি-ঘাত (ঘ) ফাংশন নয়

৫৩. f^{-1} = কত? (মধ্যম)

- (ক) $\frac{1}{3}(y+1)$ (খ) $\frac{1}{3}(x-1)$ (গ) $\frac{x+1}{3}$ (ঘ) $\frac{3x+1}{y}$

৫৪. f এর রেঞ্জ কত? (কঠিন)

- (ক) $R = \{y : 1 \geq y \geq 7\}$ (খ) $R = \{y : 1 \leq y \geq 7\}$
(গ) $R = \{y : 1 \leq y \leq 7\}$ (ঘ) $R = \{y : 1 \leq y = 7\}$

★★★ সার্বিক ফাংশন বা অনটু ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-৩১

• একটি ফাংশন $f: A \rightarrow B$ সার্বিক বা অনটু ফাংশন হবে যদি $f(A) = B$ হয়।

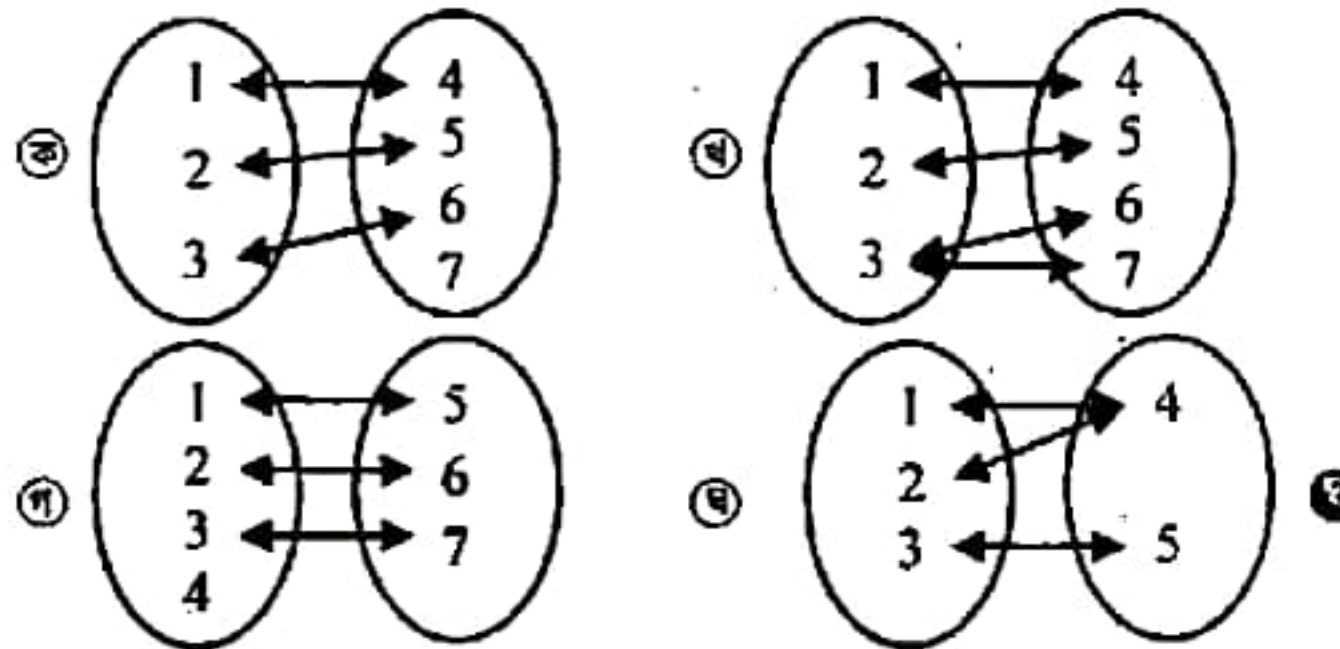
৫৫. যদি $f: A = \{1, 2, 3\} \rightarrow B = \{5, 7, 9\}$ কে $y = 2x + 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা যায়, তবে f কোন ধরনের ফাংশন? (মধ্যম)

- (ক) সার্বিক (খ) বিপরীত
(গ) ধ্রুবক (ঘ) ফাংশন নয়

৫৬. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ একটি ফাংশন হলে নিচের কোন ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক? (কঠিন)

- (ক) $f(x) = x^2$ (খ) $f(x) = |x|$
(গ) $f(x) = x^4$ (ঘ) $f(x) = ax + b$

৫৭. নিচের কোনটি সার্বিক ফাংশন? (মধ্যম)



৫৮. $f: A \rightarrow B$ সার্বিক ফাংশন হলে—

- i. $f(A) = B$
ii. f ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
iii. প্রত্যেক $b \in B$ এর জন্য একটি $a \in A$ পাওয়া যাবে।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৯. $f(x) = x^2$ ফাংশনের অধীনে $f: A \rightarrow B$ হলে—

- i. ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
ii. ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন
iii. ফাংশনটির রেঞ্জ $R_+ \cup \{0\}$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬০. যদি $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = x^2 + 7$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয়, তাহলে ফাংশন f —

- i. এক-এক।
ii. সার্বিক।
iii. f^{-1} বিদ্যমান।
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

★★★ বিপরীত ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-৩৪

- একটি ফাংশন এক-এক ও সার্বিক হলে, ফাংশনের বিপরীত ফাংশন পাওয়া যায়।
- $f: A \rightarrow B$ একটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন হলে বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: B \rightarrow A$ অর্থাৎ B সেটের প্রত্যেক উপাদানের জন্য A সেটে একটি এবং বোঝানো একটি উপাদান পাওয়া যায়।

৬১. $f(x) = \frac{x}{x-2}, x \neq 2$ হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কত? (মধ্যম)

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; রাঙামাটি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাঙামাটি; রাজশাহী গভা? ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) 4 (খ) 2 (গ) 1 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা: বিপরীত ফাংশনের ডোমেন মূল ফাংশনের রেঞ্জ হবে

$$\therefore 2 = \frac{x}{x-2} \Rightarrow 2x - 4 = x$$

$$\Rightarrow 2x - x = 4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$\text{অর্থাৎ, } f^{-1}(2) = 4.$$

৬২. $f(x) = \frac{3}{x-1}, x \neq 1$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) 2 (খ) 3
(গ) 5 (ঘ) 6

৬৩. $f(x) = x + 5$ এবং $g(x) = x - 5$ হলে $f(g(x))$ সমান কত? (সহজ)

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; রাঙামাটি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাঙামাটি; ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, পার্বতীপুর, দিনাজপুর।]

- (ক) $2x$ (খ) x (গ) 10 (ঘ) 0.

ব্যাখ্যা: $f(g(x)) = f(x-5) = (x-5) + 5 = x.$

৬৪. $f(x) = x + 1$ হলে $f^{-1}(x) = x - 1$; এখন x এর কোন মানের জন্য $4f^{-1}(x) = f(x)$? (মধ্যম)

- (ক) $\frac{5}{3}$ (খ) $\frac{3}{4}$ (গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{3}{7}$

৬৫. $f(x) = x + 1$ এবং $g(x) = x - 1$ হলে, $f(g(x)) =$ কত? (মধ্যম)

- (ক) 0 (খ) 1 (গ) x (ঘ) x^2

ব্যাখ্যা: $f(g(x)) = f(x-1) = x-1+1 = x$

৬৬. $f^{-1}(y) = x$ কোন বিপরীত ফাংশন হলে—

- i. f ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
ii. $b = f(a) \Leftrightarrow a = f^{-1}(b)$
iii. f ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৭. $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$ যেখানে $f(x) = 2x + 1$, তবে ফাংশন f —

- i. এক-এক।
ii. সার্বিক নয়।
iii. ধ্রুবক।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৮. যদি $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশন হয় $f(x) = x^3 + 5$ এবং

$$g(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$$

দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে ফাংশন দুইটি—

- i. এক-এক ফাংশন।
ii. সার্বিক ফাংশন।
iii. $g = f^{-1}$ ।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৯. $f: A \rightarrow B$ এবং $g: B \rightarrow A$ হলে—

- $g = f^{-1}$
- $f(g(x)) = g(f(x)) = x$
- $f(x) \in B$ এবং $g(x) \in A$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭০. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = x^3 - 5$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে

- f এক-এক ফাংশন
- f সার্বিক ফাংশন
- f বিপরীত ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের অঙ্কের আলোকে (৭১-৭৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ যেখানে } f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$$

৭১. $f(1) =$ কত? (সহজ)

- ক) 4 খ) 5 গ) 6 ঘ) 7

৭২. $f^{-1}(1) =$ কত? (মধ্যম)

- ক) $\frac{5}{3}$ খ) $\frac{7}{3}$ গ) $\frac{8}{3}$ ঘ) $\frac{10}{3}$

৭৩. $f\left(\frac{7}{3}\right) + f^{-1}(1) =$ কত? (সহজ)

- ক) $\frac{10}{3}$ খ) $\frac{17}{3}$ গ) $\frac{19}{3}$ ঘ) $\frac{22}{3}$

নিচের নিচের অঙ্কের আলোকে (৭৪-৭৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ফাংশনটি } f(x) = x^2 - x - 2 \text{ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।}$$

৭৪. $f^{-1}(x)$ এর মান কোনটি? (কঠিন)

- ক) $\sqrt{x+\frac{9}{4}} - \frac{1}{2}$ খ) $\sqrt{x+\frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$
 গ) $\sqrt{x-\frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$ ঘ) $\sqrt{x-\frac{9}{4}} - \frac{1}{2}$

৭৫. ব্যাখ্যা: ধরি, $y = f(x) = x^2 - x - 2 = x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 2$

$$\text{বা, } y + \frac{9}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{y + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$$

৭৬. $f^{-1}(\{0\}) = ?$ (কঠিন)

- ক) 0 খ) $\frac{3}{2}$ গ) 2 ঘ) 3

৭৭. ব্যাখ্যা: $f^{-1}(\{0\}) = \sqrt{0 + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

৭৮. $f^{-1}([-2, 0]) = ?$ (কঠিন)

- ক) (1, 2) খ) (1, 2] গ) [1, 2) ঘ) [1, 2]

৭৯. ব্যাখ্যা: $f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$

$$\therefore f^{-1}(-2) = \sqrt{-2 + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$f^{-1}(-1) = \sqrt{-1 + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$f^{-1}(0) = 2$$

১০০. x -এর কোন মানের জন্য $f^{-1}(x) = 0$ হবে? (মধ্যম)

- ক) -2 খ) $\frac{3}{2}$ গ) $-\frac{3}{2}$ ঘ) $-\frac{1}{2}$

১০১. ব্যাখ্যা: $f^{-1}(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = 0$

$$\Rightarrow x + \frac{9}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

★★★ অর ও ফাংশনের লেখচিত্র | Text পৃষ্ঠা-৩৬

- সরলরৈখিক ফাংশনের সাধারণ রূপ $f(x) = mx + b$ [m হলো ঢাল, y অক্ষের ছেদক b]
- দ্বিঘাত ফাংশনের সাধারণ রূপ $y = ax^2 + bx + c$ যেখানে a, b এবং c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$
- বৃত্তের সমীকরণ: $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ [কেন্দ্র (p, q) ও ব্যাসার্ধ = r] এখানে p, q, r ধ্রুবক এবং $r \neq 0$
- কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ r হলে বৃত্তের সমীকরণ: $x^2 + y^2 = r^2$
- সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা, দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র বক্ররেখা ও বৃত্তের লেখচিত্র হচ্ছে বৃত্তাকার পথ।

৭৮. $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$ অঙ্কের লেখচিত্র কী রূপ হবে? (মধ্যম)

- ক) সরল রৈখিক খ) বক্ররেখা গ) পরাবৃত্ত ঘ) বৃত্ত

৭৯. ব্যাখ্যা: ধরি, $y = mx + c$

$$\therefore 5 = m + c \text{ যখন } x=1, y=5$$

$$10 = 2m + c \text{ যখন } x=2, y=10$$

$$\therefore m=5, 2c+3m=15 \Rightarrow 2c+3 \times 5=15 \Rightarrow c=0$$

$$\therefore y=5x, \text{ যা সরল রৈখিক।}$$

১০০. $L = \{(x, y) : x + y = 3\}$ অঙ্কের লেখচিত্রটি কী? (সহজ)

- ক) সরলরেখা খ) বৃত্ত গ) উপবৃত্ত ঘ) পরাবৃত্ত

১০১. $y = 2x$ ফাংশনের লেখচিত্র কী রূপ হবে? (সহজ)

- ক) সরলরৈখিক খ) বৃত্তাকার গ) বৃত্তাকার ঘ) উপবৃত্তাকার

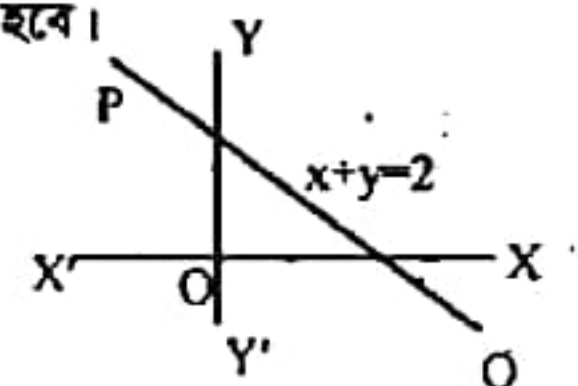
১০২. $f(x) = 2x + 4$ সরলরেখার ঢাল কত? (সহজ)

- ক) -2 খ) 0 গ) 2 ঘ) 4

১০৩. ব্যাখ্যা: x এর সহগ 2 তাই ঢাল 2 হবে।

১০৪. PQ সরলরেখাটি y-অক্ষের

কত একক ছেদ করেছে? (মধ্যম)



- ক) -2 খ) 0 গ) 2 ঘ) 3

১০৫. একটি দ্বিঘাত ফাংশন $y = ax^2 + bx + c$ যেখানে a, b, c $\in \mathbb{R}$ এবং $a \neq 0$ ফাংশনটির লেখচিত্র কী রূপ? (মধ্যম)

- ক) বৃত্ত খ) উপবৃত্ত গ) পরাবৃত্ত ঘ) অধিবৃত্ত

১০৬. $y = x^2 + 4x + 1$ ফাংশনের লেখচিত্র কী রূপ? (মধ্যম)

- ক) সরলরেখা খ) পরাবৃত্ত গ) বৃত্ত ঘ) বক্ররেখা

১০৭. ব্যাখ্যা: $y = x^2 + 4x + 1$ যা $y = ax^2 + bx + c$ আকারের।

১০৮. $S = \{(x, y) : (x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2\}$ অঙ্কের লেখচিত্র একটি বৃত্ত হলে কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) (p, q) খ) (-p, -q) গ) (p, q) ঘ) (-p, q)

১০৯. $y = x^2 - 4x - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র—

- পরাবৃত্ত আকার।
- y অক্ষের সমান্তরাল রেখা বা y অক্ষ বরাবর প্রতিসাম্য বিন্দু পাওয়া যাবে।
- একটি বিন্দুতে ফাংশনটির মান ক্ষুদ্রতম বা বৃহত্তম হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১১০. $f(x) = \frac{4}{3}x + 2$ ফাংশনের লেখচিত্রটি—

- মূলবিন্দুগামী
- x ও y অক্ষদ্বয়কে ছেদ করে।
- সরল রৈখিক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮৮. $S = \{(x, y) : x = -2\}$ হলে— [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

- S অক্ষের লেখচিত্র সরলরেখিক
- লেখচিত্রটি y অক্ষের সমান্তরাল
- S অক্ষের রেঞ্জ R

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের অক্ষের আলোকে (৮৯-৯১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9\}$$

৮৯. S অক্ষের লেখচিত্র কী ধরনের? (সহজ)

- (ক) সরলরেখা (খ) পরাবৃত্ত
(গ) বৃত্ত (ঘ) অধিবৃত্ত

৯০. S অক্ষের বর্ণিত সমীকরণের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) (0, 1) (খ) (0, -1) (গ) (1, 1) (ঘ) (0, 0)

৯১. অক্ষটির লেখচিত্রের ব্যাসার্ধ কত? (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

- (ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 9

নিচের অক্ষের আলোকে (৯২-৯৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x)$ একটি ফাংশন যা $y = x^2 - 4x + 6$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত।

৯২. ফাংশনটির প্রকৃতি কিরূপ? (সহজ)

- (ক) সরলরেখিক ফাংশন (খ) দ্বিঘাত ফাংশন
(গ) বৃত্তীয় ফাংশন (ঘ) মূল বিন্দুগামী ফাংশন

৯৩. ফাংশনটির লেখচিত্রের আকার কিরূপ? (সহজ)

- (ক) বৃত্ত (খ) পরাবৃত্ত (গ) উপবৃত্ত (ঘ) অধিবৃত্ত

৯৪. ব্যাখ্যা: পরাবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $y^2 = 4ax$

$$\therefore y = x^2 - 4 + 4x + 6 \Rightarrow y = x^2 - 2.2x + 4 - 6 = (x - 2)^2 + 2$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} (y - 2)$$

৯৫. ফাংশনটির প্রতিসাম্য বিন্দু কোন অক্ষ বরাবর? (সহজ)

- (ক) ধনাত্মক x-অক্ষ (খ) ধনাত্মক y-অক্ষ
(গ) ধনাত্মক x-অক্ষ (ঘ) ঋণাত্মক y-অক্ষ

৯৫. ফাংশনটি y অক্ষকে ছেদ করে কোন বিন্দুতে? (সহজ)

- (ক) (0, 6) (খ) (6, 0) (গ) (2, 2) (ঘ) (0, 2)

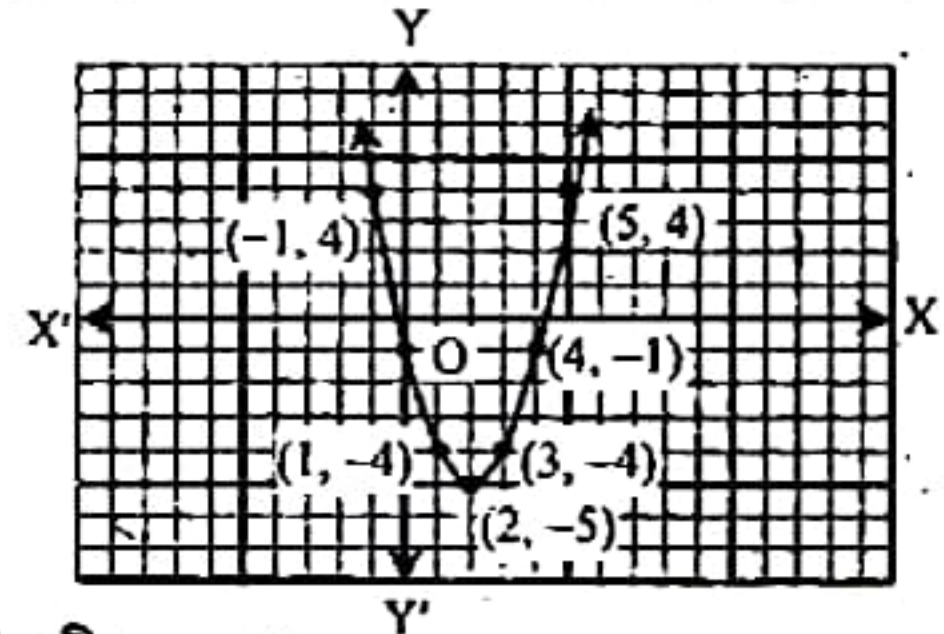
৯৬. ব্যাখ্যা: y অক্ষে $x = 0$.

$$\therefore (0 - 2)^2 = y - 2$$

$$\Rightarrow y = 6.$$

নিচের অক্ষের ভিত্তিতে (৯৬-৯৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = ax^2 + bx + c$ এর লেখচিত্রটি লেখচিত্রে দেখানো হয়েছে।



৯৬. লেখচিত্র কী ধরনের? (সহজ)

- (ক) সরল রেখা (খ) বৃত্ত (গ) অধিবৃত্ত (ঘ) পরাবৃত্ত

৯৭. C এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) -1 (খ) 0 (গ) 1 (ঘ) 3

৯৮. ব্যাখ্যা: (0, -1) বিন্দুটি $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণে বসালে পাই,
 $-1 = a(0)^2 + b \cdot 0 + c$ বা, $c = -1$

নিচের অক্ষের ভিত্তিতে (৯৮-১০০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 16\}$$

৯৮. S অক্ষের লেখচিত্র কী ধরনের? (মধ্যম)

- (ক) সরল রেখা (খ) বৃত্ত (গ) উপবৃত্ত (ঘ) পরাবৃত্ত

৯৯. S অক্ষের সকল বিন্দু কোন বিন্দু হতে সমদূরবর্তী? (মধ্যম)

- (ক) (0, 0) (খ) (1, 1) (গ) (-1, 1) (ঘ) (2, 2)

১০০. S অক্ষের বিন্দুসমূহ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী। এই দূরত্বের মান কত একক? (কঠিন)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 4 (ঘ) 16



শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১০১. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = 1\}$

যেখানে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

ক. S অক্ষটিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর।

খ. S অক্ষের ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর এবং অক্ষটি ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর ও এক-এক কিনা নির্ধারণ কর।

গ. S অক্ষের লেখ অঙ্কন কর।

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত অক্ষ, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = 1\}$

যেখানে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এখন, $x - y = 1$

$$\therefore y = x - 1$$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x - 1$ এর মান নির্ণয় করি

x	-2	-1	0	1	2
$y = x - 1$	-3	-2	-1	0	1

কিন্তু $-3 \notin A$

$$\therefore (-2, -3) \notin S$$

$$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = 1\}$$

$$= \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\} \text{ (Ans.)}$$

গ. 'ক' হতে পাই,

$$S = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$$

সুতরাং ডোম $S = \{-1, 0, 1, 2\}$ এবং

$$\text{রেঞ্জ } S = \{-2, -1, 0, 1\}$$

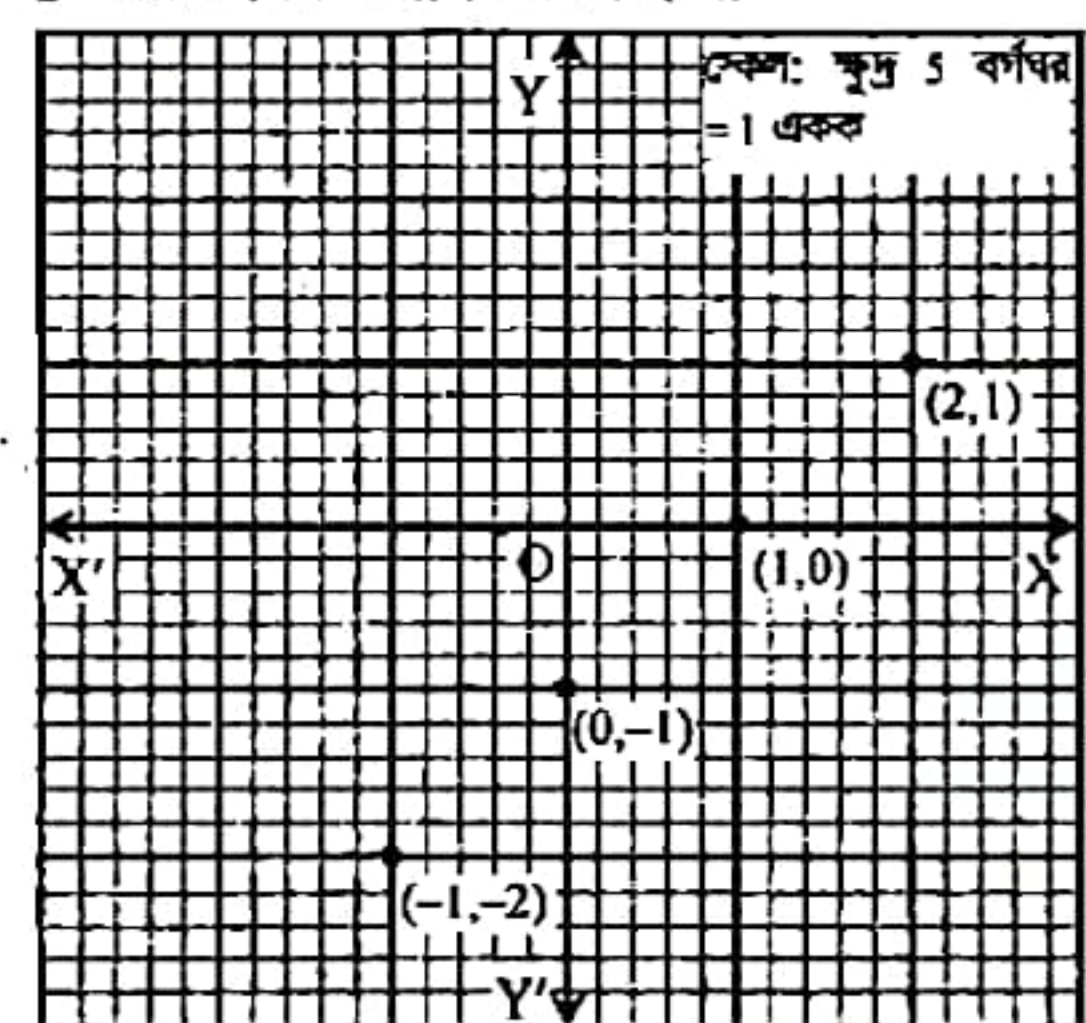
এখানে, S এর একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। সুতরাং S অক্ষটি একটি ফাংশন।

আবার S এর একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। তাই এটি এক-এক ফাংশন। (Ans.)

গ. 'ক' হতে পাই,

$$S = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$$

S অক্ষের লেখ নিম্নে দেখানো হলো—



প্রশ্ন ১১ $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y^2 = x\}$; যেখানে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

- ক. y কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. S অংশটিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর এবং ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর। অতঃপর S^{-1} নির্ণয় কর। ৪
 গ. অংশটি ফাংশন কিনা এবং এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। অতঃপর S অংশের লেখ অঙ্কন কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত অংশ, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y^2 = x\}$
 এখন, $y^2 = x \therefore y = \pm\sqrt{x}$ এবং $x \neq -2, -1$ (Ans.)

খ. সকল $x \in A$ এর জন্য $y = \pm\sqrt{x}$ এর মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
$y = \pm\sqrt{x}$	$\pm(\sqrt{-2})$ অবাস্তব	$\pm(\sqrt{-1})$ অবাস্তব	0	± 1	$\pm\sqrt{2}$

কিন্তু $\pm\sqrt{-2} \notin A, \pm\sqrt{-1} \notin A$

এবং $\pm\sqrt{2} \notin A$

$\therefore (-2, \pm\sqrt{-2}) \notin S, (-1, \pm\sqrt{-1}) \notin S, (2, \pm\sqrt{2}) \notin S$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y^2 = x\}$
 $= \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

সুতরাং ডোম $S = \{0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1\}$

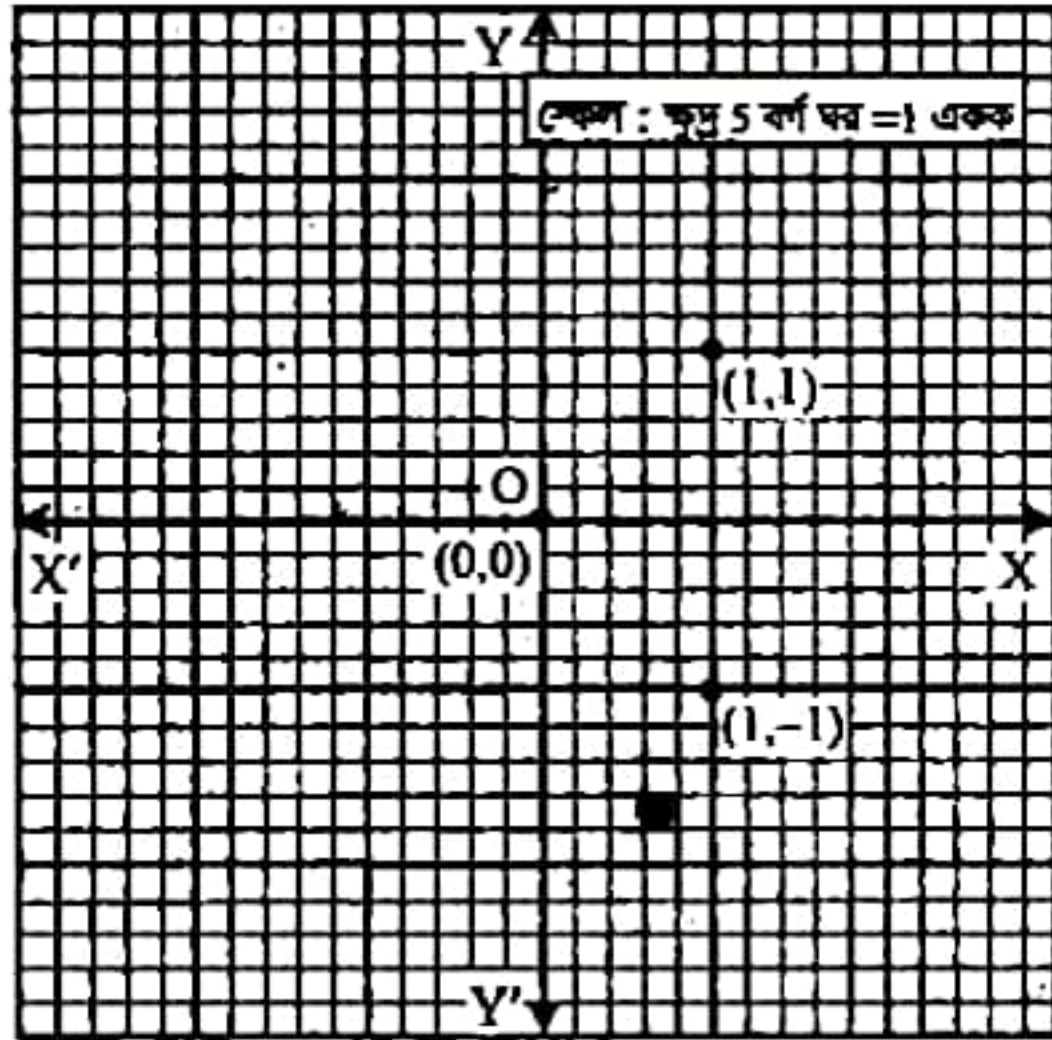
এবং $S^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1)\}$

Ans. $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$, ডোম $S = \{0, 1\}$, রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1\}$ এবং $S^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1)\}$

খ. 'খ' হতে পাই $S = \{(1, -1), (1, 1), (0, 0)\}$ অংশে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ভিন্ন ক্রমজোড় আছে। যথা : $(1, -1)$ এবং $(1, 1)$.

$\therefore S$ অংশ ফাংশন নয় এবং এক-এক ও নয়।

যেহেতু, $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$ সুতরাং লেখচিত্রটি নিম্নে দেওয়া হলো-



প্রশ্ন ১২ $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ক্ষেত্রে—

- ক. ডোমেন নির্ণয় কর। ২
 খ. $f^{-1}(-1)$ এবং $f^{-1}(1)$ নির্ণয় কর। ৪
 গ. x এর মান নির্ণয় কর যেন $4f^{-1}(x) = x$ হয়। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $f(x) = \frac{4x-9}{x-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \neq 2$ হয়।

$\therefore$ ডোম $f = \mathbb{R} - \{2\}$ বা $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$

খ. ধরি, $y = f(x) = \frac{4x-9}{x-2}, x \neq 2$

$$\text{বা, } y = \frac{4x-9}{x-2}$$

$$\text{বা, } xy - 2y = 4x - 9$$

$$\text{বা, } xy - 4x = 2y - 9$$

$$\text{বা, } x(y-4) = 2y - 9$$

$$\text{বা, } x = \frac{2y-9}{y-4}$$

$$\text{বা, } f^{-1}(y) = \frac{2y-9}{y-4} \quad [\text{যেহেতু } y = f(x) \therefore f^{-1}(y) = x]$$

$$\text{বা, } f^{-1}(x) = \frac{2x-9}{x-4} \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{বা, } f^{-1}(-1) = \frac{2(-1)-9}{-1-4} = \frac{-2-9}{-5} = \frac{-11}{-5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } f^{-1}(1) = \frac{2(1)-9}{1-4}$$

$$= \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$f^{-1}(-1) = 2\frac{1}{5} \text{ এবং } f^{-1}(1) = 2\frac{1}{3}$$

গ. দেওয়া আছে, $4f^{-1}(x) = x$

$$\text{বা, } 4\left(\frac{2x-9}{x-4}\right) = x \quad [(i) \text{ নং দ্বারা}]$$

$$\text{বা, } 8x - 36 = x^2 - 4x$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x - 8x + 36 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + (6)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (x-6)^2 = 0$$

$$\therefore x - 6 = 0$$

$$\therefore x = 6$$

$$\text{Ans. } x = 6$$

প্রশ্ন ১৩ $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$ দ্বারা একটি সম্পর্ক বর্ণিত হলো।
 একক, পৃষ্ঠা-৩৫

- ক. সম্পর্ক F একটি ফাংশন কিনা তা নির্ণয় কর। ২
 খ. F ফাংশন হলে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ফাংশনটি এক-এক কিনা তাও নির্ধারণ কর। ৪
 গ. F সম্পর্কটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং লেখচিত্র থেকে 'ক' নং প্রশ্নের উত্তরের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

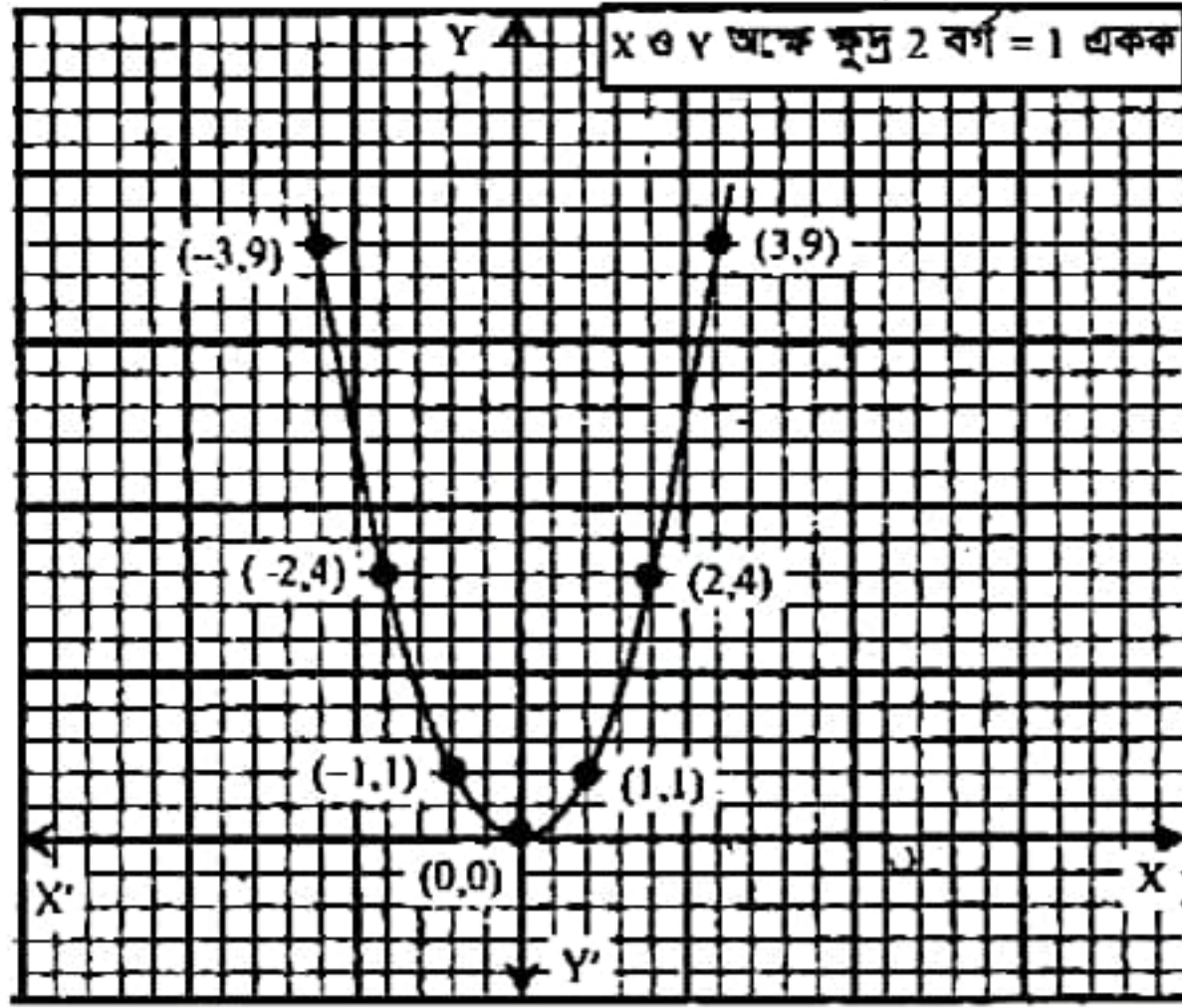
ক. $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$
 $= \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (2, 4), \dots, (1, 1), \dots\}$
 সম্পর্কটিতে একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ভিন্ন ক্রমজোড় নেই।
 $\therefore F$ একটি ফাংশন।

খ. 'ক' থেকে পাই, F একটি ফাংশন। যার প্রত্যেক $x \in \mathbb{R}$ এর জন্য $y \in [0, \infty)$
 ডোম $F = \mathbb{R}$
 এবং রেঞ্জ $[0, \infty)$
 'ক' এ প্রাপ্ত সম্পর্কটিতে একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: $(-1, 1), (1, 1), (-2, 4), (2, 4)$
 সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।

গ $y = x^2$, এখন x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান নির্ণয় করি।

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম ২ বর্গ ঘরকে একক হিসেবে বিবেচনা করে বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, y অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার উপর লেখের দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং f একটি ফাংশন। তাহলে 'ক' এর সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ৫ $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।

একক, পৃষ্ঠা-৩৫

- ক. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২
খ. $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪
গ. $f^{-1}(p) = kp$ হলে, p এর সাপেক্ষে k কে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ফাংশনটির রেঞ্জ y

$$\therefore f(x) = y$$

$$\text{বা, } \frac{2x+2}{x-1} = y$$

$$\text{বা, } xy - y = 2x + 2$$

$$\text{বা, } xy - 2x = y + 2$$

$$\text{বা, } x(y-2) = y+2$$

$$\text{বা, } x = \frac{y+2}{y-2}$$

এখন, $x = \frac{y+2}{y-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি $y-2 \neq 0$ হয়

অর্থাৎ, $y \neq 2$

$\therefore$ রেঞ্জ $f = \mathbb{R} - \{2\}$

খ 'ক' থেকে পাই,

$$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2} \quad [\because y = f(x) \therefore x = f^{-1}(y)]$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}; x \neq 2$$

$$f^{-1}(3) = \frac{3+2}{3-2}$$

$$= \frac{5}{1} = 5$$

Ans. $f^{-1}(3) = 5$

গ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}, x \neq 1$

$$f(p) = \frac{2p+2}{p-1}; p \neq 1$$

আবার, $f^{-1}(p) = kp$

$$\text{বা, } p = f(kp)$$

$$\text{বা, } p = \frac{2kp+2}{kp-1}$$

$$\text{বা, } 2kp+2 = kp^2-p$$

$$\text{বা, } kp^2-2kp-p-2=0$$

$$\text{বা, } k(p^2-2p) = p+2$$

$$k = \frac{p+2}{p(p-2)}$$

$$\text{Ans. } k = \frac{p+2}{p(p-2)}$$

প্রশ্ন ৬ $f(x) = (x+5)^{\frac{1}{3}}$ একটি এক-এক ফাংশন। একক, পৃষ্ঠা-৩৫

- ক. ফাংশনটির ডোমেইন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২
খ. f^{-1} নির্ণয় কর। ৪
গ. বিপরীত ফাংশনের ডোমেইন নির্ণয় কর এবং ইহা এক-এক কিনা যাচাই কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ফাংশনটি সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত।

$$\text{ডোম } f = \mathbb{R}$$

ডোমেইনের ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য $f(x)$ এর মান সর্বদাই ভিন্ন।

$$\therefore \text{রেঞ্জ } f = \mathbb{R}$$

খ ধরি, $y = f(x)$

$$\text{তাহলে, } y = (x+5)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } y^3 = \{(x+5)^{\frac{1}{3}}\}^3 \text{ [ঘন করে]}$$

$$\text{বা, } y^3 = x+5$$

$$\text{বা, } x+5 = y^3$$

$$\text{বা, } x = y^3 - 5$$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: y \rightarrow x$ যেখানে, $x = y^3 - 5$

$$\therefore f^{-1}(y) = y^3 - 5$$

$$\text{বা, } f^{-1}(y) = y^3 - 5$$

গ 'খ' থেকে পাই,

$f^{-1}(x) = x^3 - 5$, যা x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সংজ্ঞায়িত।

$$\therefore \text{ডোম } f^{-1} = \mathbb{R}$$

$f^{-1}(x)$ এক এক হবে যদি এবং কেবল যদি $f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$

হলে,

$$x_1 = x_2 \text{ যেখানে, } x_1, x_2 \in \mathbb{R}$$

$$\text{এখন, } f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$$

$$x_1^3 - 5 = x_2^3 - 5$$

$$\text{বা, } x_1^3 = x_2^3$$

$$\text{বা, } x_1 = x_2$$

$\therefore f^{-1}$ একটি এক-এক ফাংশন।

প্রশ্ন ৭ $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$ একটি বর্ণিত সম্পর্ক।

একক, পৃষ্ঠা-৩৬

- ক. F সম্পর্কটি ফাংশন কিনা যাচাই কর। ২
খ. F ফাংশন হলে, ডোমেইন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর; এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪
গ. F সম্পর্কটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং লেখচিত্র থেকে 'ক' এর উত্তরের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$

এখন, $x = 1$ নিলে, $y = \sqrt{x}$ শর্তানুযায়ী $y = \sqrt{1} = 1$

$x = 4$ নিলে, $y = \sqrt{4} = 2$

অর্থাৎ, x এর যে কোন মানের জন্য কেবলমাত্র একটি y এর মান পাওয়া যায়।

সুতরাং F ফাংশন

খ 'ক' থেকে পাই, F একটি ফাংশন।

যার ডোম, $F = [0, \infty)$, রেঞ্জ $F = [0, \infty)$

এক-এক নির্ণয় : যেকোনো $x_1 \in$ ডোম F এবং $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি $\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2}$

$$\therefore x_1 = x_2$$

$\therefore F$ এক-এক ফাংশন।

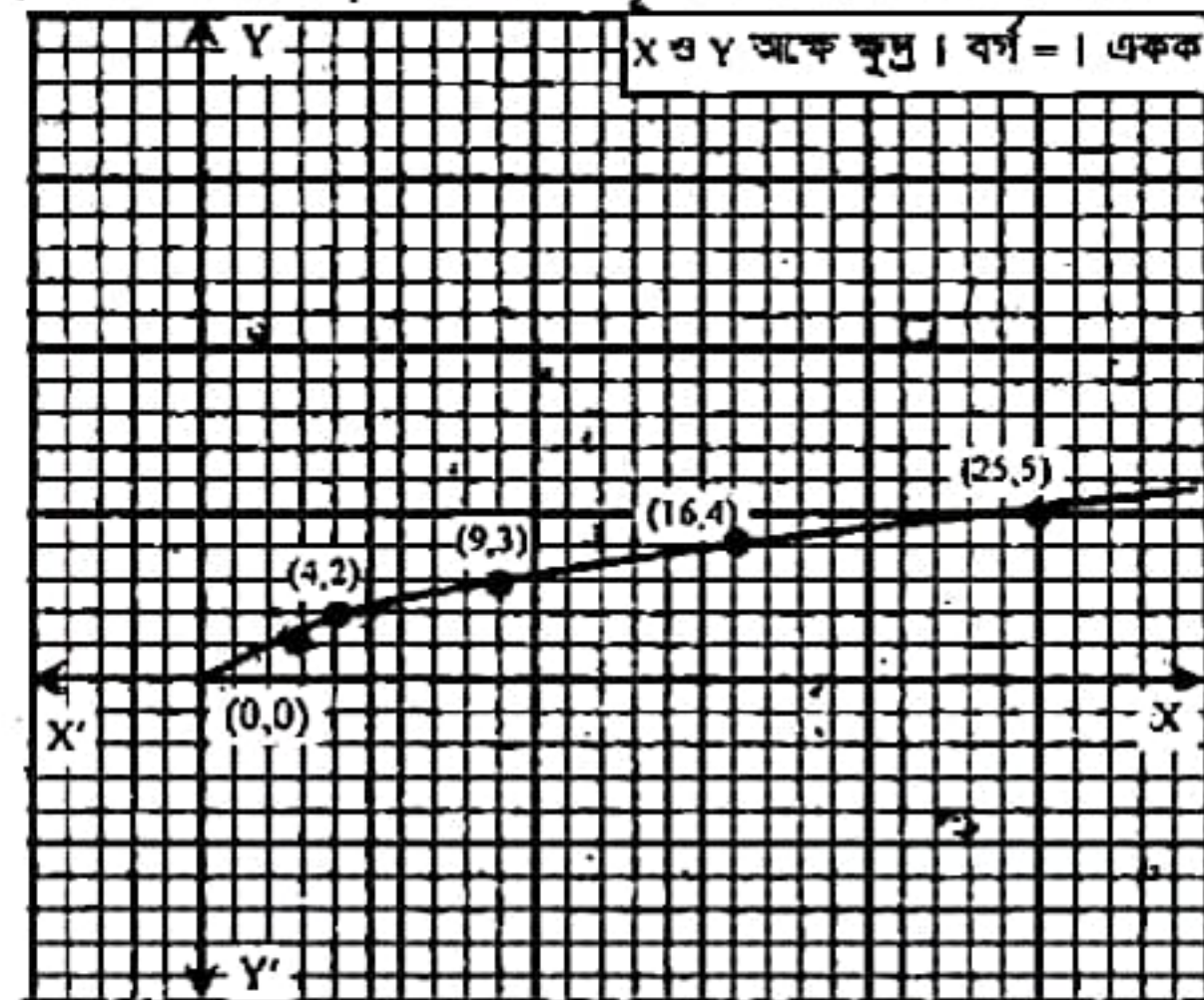
Ans. ডোম $F = [0, \infty)$, রেঞ্জ $F = [0, \infty)$; এক-এক।

গ দেওয়া আছে, $y = \sqrt{x}$

বর্ণিত অক্ষয় হতে x ও y এর নিম্নরূপ সংশ্লিষ্ট মান পাওয়া যায়।

x	0	4	9	16	25
y	0	2	3	4	5

$(0, 0), (4, 2), (9, 3), (16, 4), (25, 5)$ বিন্দু গুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়।



লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে, y অক্ষের সমান্তরাল যেকোনো রেখায় লেখচিত্রের একাধিক কোনো বিন্দু নেই। সুতরাং F একটি ফাংশন।

$\therefore$ 'ক' এর উত্তর সঠিক (যাচাই করা হলো।)

প্রশ্ন ৮ $f : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{-8, -1, 0, 1, 8\}$ ফাংশনটি $f(x) = x^3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

ক. ডোম f ও রেঞ্জ f নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, ফাংশনটি এক-এক এবং অননু।

গ. $f^{-1}(216)$ নির্ণয় কর।

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ডোম $f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

রেঞ্জ $f = \{-8, -1, 0, 1, 8\}$

$\therefore$ ডোম $f \cap$ রেঞ্জ f

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{-8, -1, 0, 1, 8\} = \{-1, 0, 1\}$

খ $f : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{-8, -1, 0, 1, 8\}$

ধরি, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-8, -1, 0, 1, 8\}$

ধরি, $y = f(x) = x^3$

$f(-2) = (-2)^3 = -8$

$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = (0)^3 = 0$

$f(1) = (1)^3 = 1$

$f(2) = (2)^3 = 8$

যেহেতু A সেটের উপাদানের সাথে B সেটের উপাদানের একটি এক-এক মিল রয়েছে এবং B সেটে এমন কোনো উপাদান নেই যা A সেটের সাথে সম্পর্কিত নয়।

$\therefore f$ এক-এক এবং অননু ফাংশন।

$\therefore f = \{(-2, -8), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 8)\}$

অরয়ে একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

$\therefore f$ ফাংশন।

অতএব f এক-এক ও অননু ফাংশন।

গ দেওয়া আছে, $f(x) = x^3$

মনে করি, $y = f(x) = x^3$

$\therefore y = f(x)$ এবং $y = x^3$

এখন, $y = f(x)$

বা, $x = f^{-1}(y) \dots \dots \dots (i)$

এবং $y = x^3$

বা, $x = y^{\frac{1}{3}}$

$\therefore f^{-1}(y) = x \dots \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) হতে পাই, $f^{-1}(y) = y^{\frac{1}{3}}$

এখন, $f^{-1}(216) = 216^{\frac{1}{3}} = (6 \times 6 \times 6)^{\frac{1}{3}} = (6^3)^{\frac{1}{3}} = 6$

$\therefore f^{-1}(216) = 6$ (Ans.)

প্রশ্ন ৯ $(3y - 6) = (x - 3)$ দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।

একক: গুণা-৩৬

ক. y কে x এর ফাংশন রূপে প্রকাশ কর।

খ. $x = \frac{1}{3}$ তে বিপরীত ফাংশনের মান নির্ণয় কর।

গ. 'ক' এ প্রাপ্ত ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $(3y - 6) = (x - 3)$

বা, $3y - 6 = x - 3$

বা, $3y = x - 3 + 6$

বা, $3y = x + 3$

বা, $y = \frac{1}{3}x + 1$

$\therefore y = f(x) = \frac{1}{3}x + 1$

খ 'ক' হতে পাই, $y = \frac{1}{3}x + 1$

মনে করি, $f(x) = y = \frac{1}{3}x + 1$

সুতরাং $f(x) = y$ বা, $x = f^{-1}(y) \dots \dots \dots (1)$

এবং $y = \frac{1}{3}x + 1$

বা, $3y = x + 3$

$\therefore x = 3y - 3 \dots \dots \dots (2)$

(1) ও (2) হতে পাই, $f^{-1}(y) = 3y - 3$

বা, $f^{-1}(x) = 3x - 3$

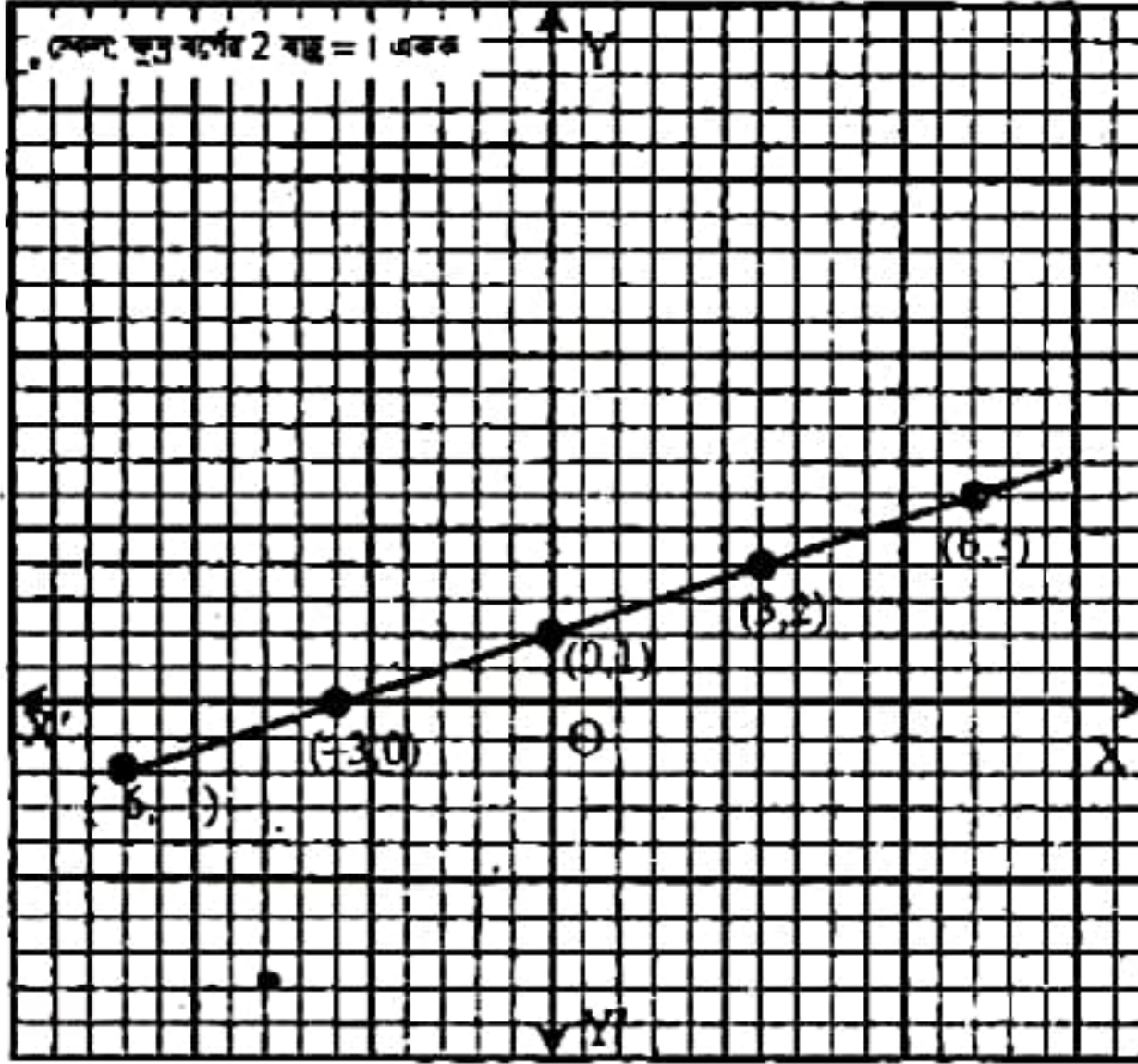
$\therefore f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \cdot \frac{1}{3} - 3 = 1 - 3 = -2$ (Ans.)

গ. 'ক' হতে পাই, $y = \frac{1}{3}x + 1$

x এর কয়েকটি মান নিচে সংশ্লিষ্ট y-এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো-

x	-6	-3	0	3	6
y	-1	0	1	2	3

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX' এবং y-অক্ষ YOY' আঁকি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায় যা নিম্নে দেখানো হলো-



১০ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. অঙ্কটিকে $y = f(x)$ আকারে প্রকাশ কর। ২
 খ. $y \geq 0$ হলে অঙ্কটি ফাংশন হবে কিনা যাচাই কর। ফাংশন হলে উহার ডোমেন নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত অঙ্কটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং জ্যামিতিক নাম কী তাও লেখ। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x^2 + y^2 = 9$

বা, $y^2 = 9 - x^2$

বা, $y = \pm \sqrt{9 - x^2}$

যা, $y = f(x)$ আকারের।

গ. 'ক' হতে পাই $y = \pm \sqrt{9 - x^2}$

এখন, $y \geq 0$ হলে, $y = \sqrt{9 - x^2}$

ধরি, $y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

মনে করি, $f(x_1) = f(x_2)$

$\therefore \sqrt{9 - x_1^2} = \sqrt{9 - x_2^2}$

বা, $9 - x_1^2 = 9 - x_2^2$

বা, $x_1^2 = x_2^2$

$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং $f(x) = y = \sqrt{9 - x^2}$ একটি ফাংশন হবে।

এখন $x \in \mathbb{R}$ এর জন্য,

$y = \sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি

$9 - x^2 \geq 0$

বা, $-x^2 \geq -9$

বা, $x^2 \leq 9$

বা, $|x| \leq 3$ [বর্গ মূল করে]

বা, $-3 \leq x \leq 3$

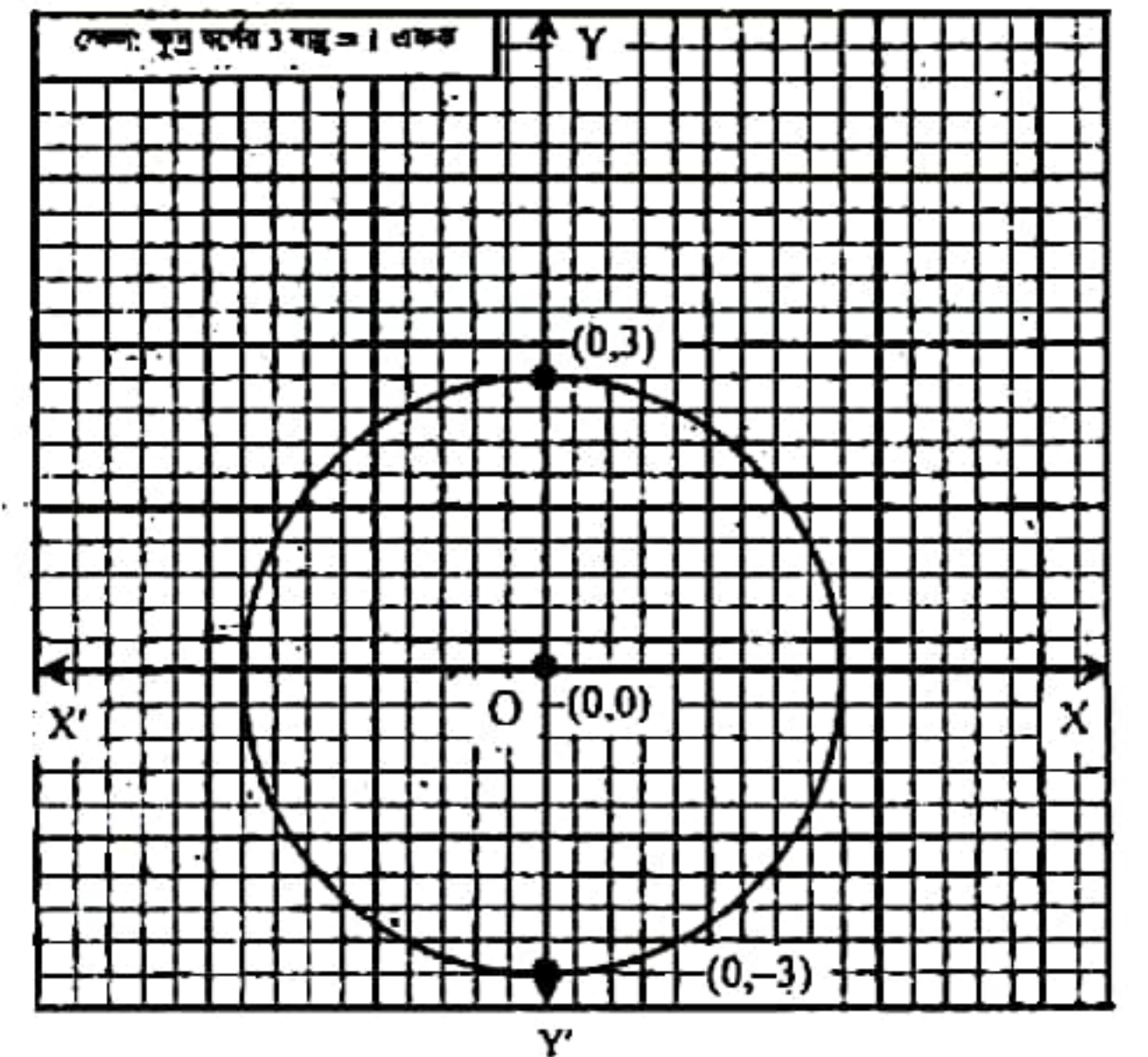
$\therefore$ ডোমেন = $\{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 3\}$ (Ans.)

গ. S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 9$

বা, $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$

$\therefore$ S-এর লেখ একটি বৃত্ত।

যার কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ 3. এখন (0, 0) বিন্দু পাতন করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো -



জ্যামিতিক নাম বৃত্ত।



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. S অঙ্কের ডোমেন D ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর। ২
 খ. S অঙ্কের বিপরীত অঙ্ক S^{-1} নির্ণয় কর। S^{-1} ফাংশন কিনা যুক্তির সাহায্যে দেখাও। $f(x) = 3x + 1$ হলে S^{-1} এর ডোমেন ব্যবহার করে $f(x)$ এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
 গ. $g(x) = x^2 + 1$ হলে $f(g(x))$ এবং $g(f(x))$ নির্ণয় কর।

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $S = \{(1, 2), (2, 1), (3, 0), (4, -1)\}$

$\therefore$ ডোম, $D = \{1, 2, 3, 4\}$

রেঞ্জ, $R = \{2, 1, 0, -1\}$

বা S অঙ্কের বিপরীত অঙ্ক,

$S^{-1} = \{(2, 1), (1, 2), (0, 3), (-1, 4)\}$

S^{-1} থেকে দেখা যায় যে, এখানে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় বিদ্যমান নেই। সুতরাং ফাংশনের সংজ্ঞা অনুসারে S^{-1} একটি ফাংশন।

S^{-1} এর ডোমেন = $\{2, 1, 0, -1\}$

এখন $f(x) = 3x + 1$

$f(2) = 3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7$

$f(1) = 3 \cdot 1 + 1 = 3 + 1 = 4$

$f(0) = 3 \cdot 0 + 1 = 1$

$f(-1) = 3 \cdot (-1) + 1 = -3 + 1 = -2$

$\therefore f(x)$ এর রেঞ্জ = $\{7, 4, 1, -2\}$

গ) দেওয়া আছে $g(x) = x^2 + 1$,
 'খ' থেকে পাই $f(x) = 3x + 1$
 $\therefore f(g(x)) = f(x^2 + 1)$
 $= 3(x^2 + 1) + 1$
 $= 3x^2 + 3 + 1$
 $= 3x^2 + 4$

আবার, $g(f(x)) = g(3x + 1)$
 $= (3x + 1)^2 + 1$
 $= 9x^2 + 6x + 1 + 1$
 $= 9x^2 + 6x + 2$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ $F(x) = (x - 1)^2$

- ক. বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।
 খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর এবং $F(-5)$,
 $F(-1)$, $F(0)$ ও $F(1)$ নির্ণয় কর।
 গ. x নির্ণয় কর যখন (i) $F(x) = 100$
 (ii) $F(x) = 0$, (iii) $F(x) = y$, যেখানে, $y > 0$ নির্ণয় কর।

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $F(x) = (x - 1)^2 \in \mathbb{R}$ যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ হয়।

$\therefore$ ডোম $F = \mathbb{R}$

x এর সকল মানের জন্য $F(x)$ এর মান অঋণাত্মক হবে।

$\therefore$ রেঞ্জ, $F = [0, \infty)$

Ans. ডোম $F = \mathbb{R}$, রেঞ্জ $F = [0, \infty)$

খ. F এক-এক ফাংশন হবে যখন $x_1, x_2 \in$ ডোম F এর জন্য
 $F(x_1) = F(x_2)$ হবে যদিও কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়।

এখন $F(x_1) = F(x_2)$

বা, $(x_1 - 1)^2 = (x_2 - 1)^2$

বা, $(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2 = 0$

বা, $(x_1 + x_2 - 2)(x_1 - x_2) = 0$

$x_1 = 2 - x_2$ এবং $x_1 = x_2$

F এক-এক ফাংশন নয়।

আবার, $F(x) = (x - 1)^2$

$F(-5) = (-5 - 1)^2 = 36$

$F(-1) = (-1 - 1)^2 = 4$

$F(0) = (0 - 1)^2 = 1$

$F(1) = (1 - 1)^2 = 0$

Ans. F এক-এক ফাংশন নয় এবং $F(-5) = 36$, $F(-1) = 4$,

$F(0) = 1$, $F(1) = 0$

গ) (i) দেওয়া আছে, $F(x) = (x - 1)^2$

$\therefore F(x) = 100$

বা, $(x - 1)^2 = 100$

বা, $x - 1 = \pm \sqrt{100}$

বা, $x - 1 = \pm 10$

হয় $x - 1 = 10$ অথবা $x - 1 = -10$

$\therefore x = 11$ অথবা $x = -9$

$\therefore x = 11$ অথবা -9 (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, $F(x) = (x - 1)^2$

$\therefore F(x) = 0$

বা, $(x - 1)^2 = 0$

বা, $x - 1 = 0$

$\therefore x = 1$ (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে, $F(x) = (x - 1)^2$

$\therefore F(x) = y$

বা, $(x - 1)^2 = y$

বা, $x - 1 = \pm \sqrt{y}$

$x = 1 \pm \sqrt{y}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ যে কোনো অক্ষ,

$S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0 \right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(\frac{5}{2}, -2 \right) \right\}$ হলে,

- ক. S অক্ষের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২
 খ. S অক্ষের বিপরীত অক্ষ নির্ণয় কর এবং S অথবা S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪
 গ. S অক্ষটির লেখ অঙ্কন কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0 \right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(\frac{5}{2}, -2 \right) \right\}$

ডোম $S = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2} \right\}$

রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1, 2, -2\}$ (Ans.)

খ. প্রদত্ত অক্ষ

$S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0 \right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(\frac{5}{2}, -2 \right) \right\}$

সুতরাং

$S^{-1} = \left\{ \left(0, \frac{1}{2} \right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2} \right), \left(-2, \frac{5}{2} \right) \right\}$ (Ans.)

এখানে S এর একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে, যেমন: $(1, 1)$ এবং $(1, -1)$ ।

$\therefore S$ ফাংশন নয়। (Ans.)

S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

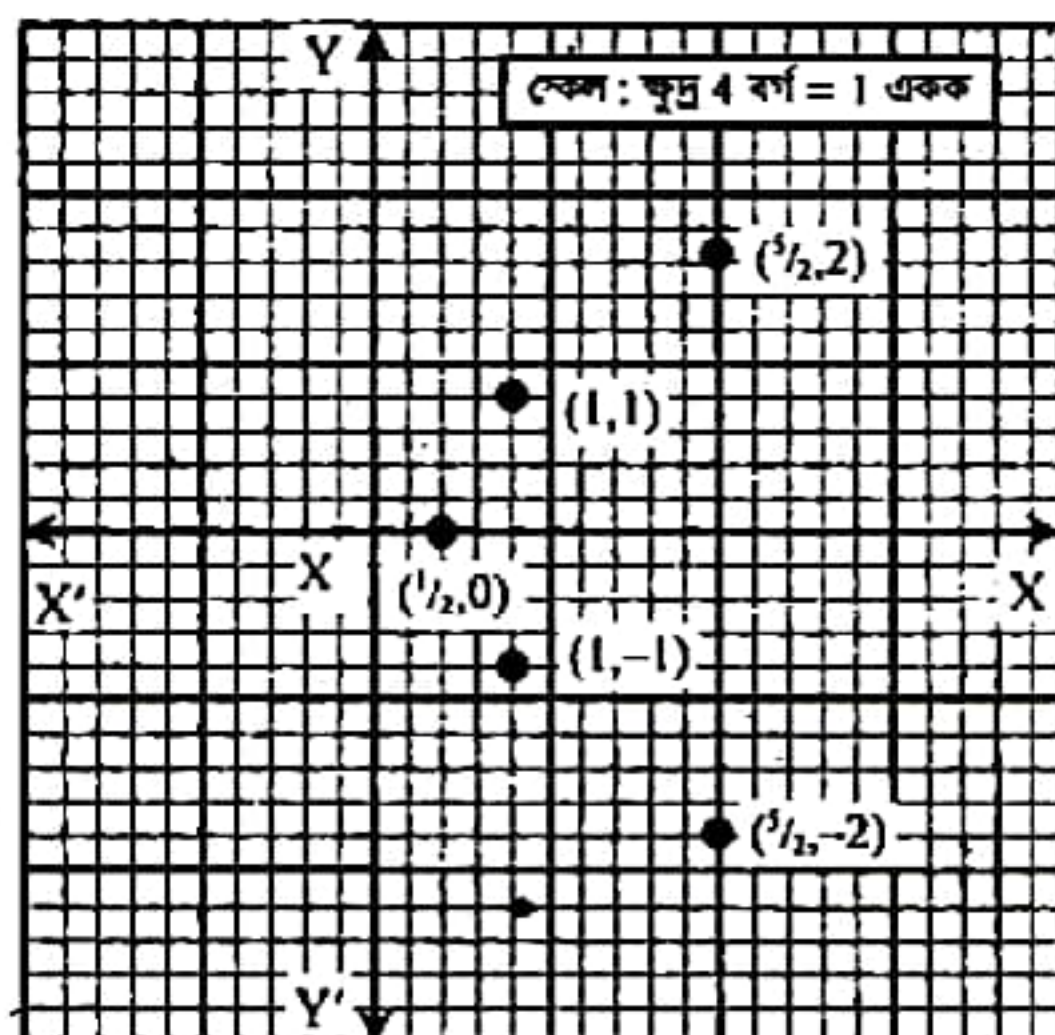
সুতরাং S^{-1} ফাংশন। (Ans.)

গ. দেওয়া আছে,

$S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0 \right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(\frac{5}{2}, -2 \right) \right\}$

একটি অক্ষ। এর লেখচিত্র আঁকতে হবে।

S -এর লেখ নিয়ে দেখানো হলো—



প্রশ্ন ১৪ $F(x) = \frac{1}{x-2}$

- ক. $F(-3)$ এবং $F\left(\frac{1}{2}\right)$ নির্ণয় কর। ২
- খ. ডোম F নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪
- গ. $F\left(\frac{1}{x-2}\right) = 0$ হলে x নির্ণয় কর এবং $F(x)$ এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

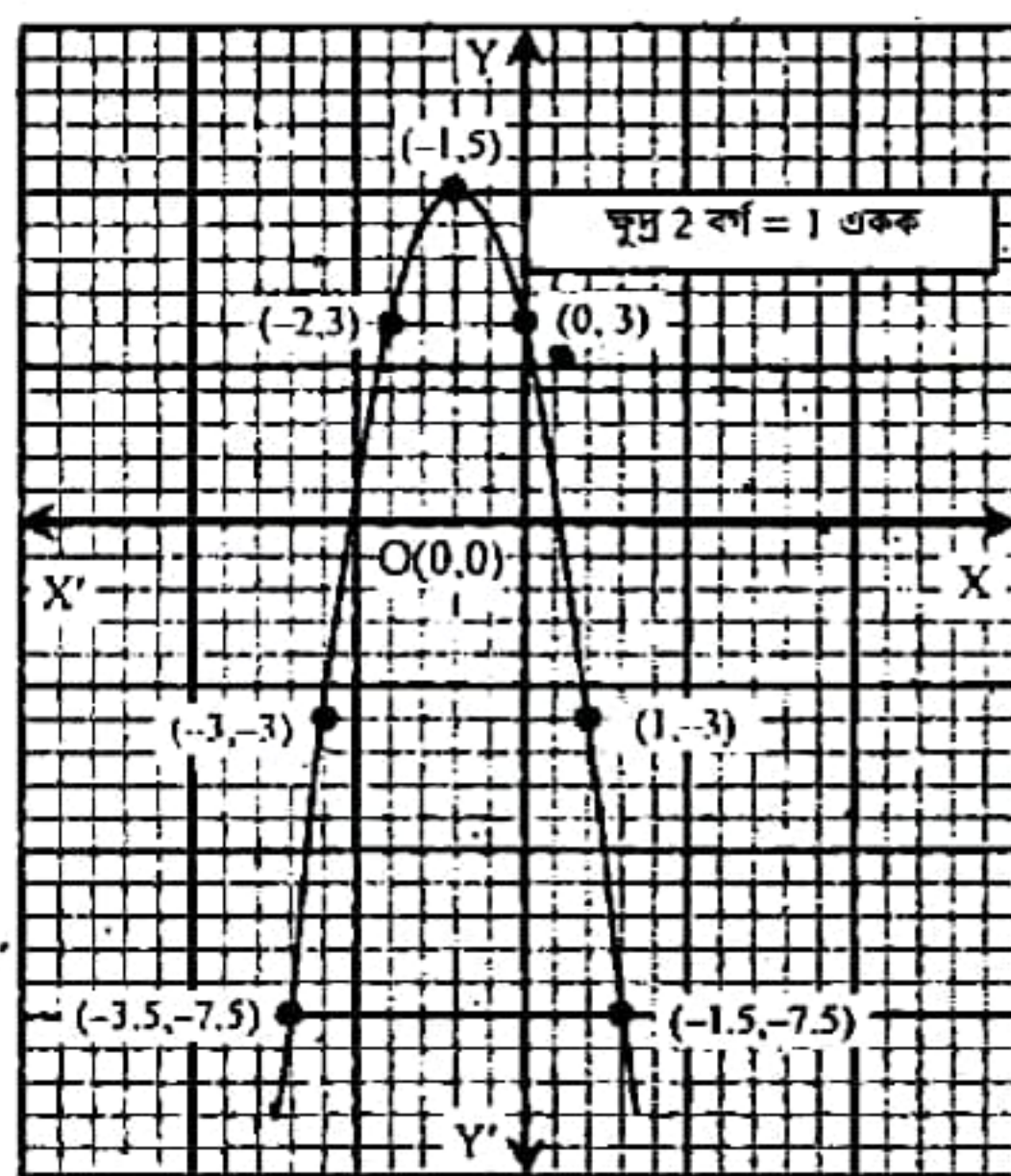
- ক. দেওয়া আছে, $F(x) = \frac{1}{x-2}$
 $\therefore F(-3) = \frac{1}{-3-2} = \frac{1}{-5}$ (Ans.)
 $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}-2} = \frac{1}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}$ (Ans.)
- খ. $F(x) = \frac{1}{x-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ এবং $x-2 \neq 0$ অর্থাৎ $x \neq 2$ হয়।
 $\therefore$ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$ (Ans.)
যে কোন $x_1 \in$ ডোম F , $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি $\frac{1}{x_1-2} = \frac{1}{x_2-2}$ হয়
বা, $x_1-2 = x_2-2$ হয়
বা, $x_1 = x_2$ হয়
 $\therefore F$ এক-এক ফাংশন। (Ans.)
- গ. দেওয়া আছে, $F(x) = \frac{1}{x-2}$
এখন, $F\left(\frac{1}{x-2}\right) = 0$
বা, $\frac{1}{\frac{1}{x-2}-2} = 0$
বা, $\frac{1}{1-2x+4} = 0$
বা, $\frac{x-2}{5-2x} = 0$
বা, $x-2 = 0$ [$\because 5-2x \neq 0$]
 $\therefore x = 2$ (Ans.)
আবার, ধরি, $y = F(x) = \frac{1}{x-2}$
 $\therefore x = F^{-1}(y)$
আবার, $y = \frac{1}{x-2}$
বা, $y(x-2) = 1$ বা, $yx - 2y = 1$
বা, $yx = 1 + 2y$
বা, $x = \frac{1+2y}{y}$
বা, $F^{-1}(y) = \frac{1+2y}{y}$
 $\therefore F^{-1}(x) = \frac{1+2x}{x}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ $S = \{(x, y) : y = 3 - 4x - 2x^2\}$

- ক. S অন্বেষণ সমীকরণটিকে $y = ax^2 + bx + c$ আকারে প্রকাশ করে a ও c মান নির্ণয় কর। ২
- খ. S অন্বেষণ লেখ অঙ্কন কর। ৪
- গ. অন্বেষণটি ফাংশন কিনা, ফাংশন হলে তার বৈশিষ্ট্য লেখ। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. দেওয়া আছে,
 $y = 3 - 4x - 2x^2 = -2x^2 - 4x + 3$
 $= (-2)x^2 + (-4)x + 3$
যা $y = ax^2 + bx + c$ আকারের যেখানে $a = -2, c = 3$ ।
- খ. x -এর মান নির্দিষ্ট করে y -এর সংশ্লিষ্ট মান নির্ণয় করা হয়েছে।
- | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|---|----|----|------|------|-----|-----|
| x | -1 | -2 | 0 | -3 | 1 | -3.5 | 1.5 | -4 | 2 |
| y | 5 | 3 | 3 | -3 | -3 | -7.5 | -7.5 | -13 | -13 |
- $\therefore$ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক $(-1, 5), (-2, 3), (0, 3),$
 $(-3, -3), (1, -3), (-3.5, -7.5),$
 $(1.5, -7.5), (-4, -13), (2, -13)$ (Ans.)
ছক কাগজের ছোট ২ বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে উল্লিখিত বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে প্রতিস্থাপিত বিন্দুগুলোকে সহজভাবে যুক্ত করে নির্ণয় লেখ অঙ্কন করি।



- গ. চিত্রে দেখা যায় y অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর লেখের দুইটি বিন্দু নেই তাই S অন্বেষণটি একটি ফাংশন।
ফাংশনের বৈশিষ্ট্য:
i. ফাংশনটির লেখচিত্র বক্ররেখা।
ii. ফাংশনটি মূল বিন্দুতে ছেদ করে না।
iii. y এর মান ৫ অপেক্ষা বড় হতে পারে না।
iv. ফাংশনটি x অক্ষকে দুইবার ছেদ করে।

প্রশ্ন ১৬ $S = \{(x, y) : y = x^2 - 4x + 7\}$ একটি অন্বেষণ হলো-

- ক. S -এর বর্ণনাকারী সমীকরণটির আকার এবং লেখের প্রকৃতি কি? ২
- খ. S অন্বেষণ লেখ অঙ্কন কর। ৪
- গ. অন্বেষণটি ফাংশন কিনা তা লেখ থেকে নির্ণয় কর। ফাংশন হলে তার বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর। ৪

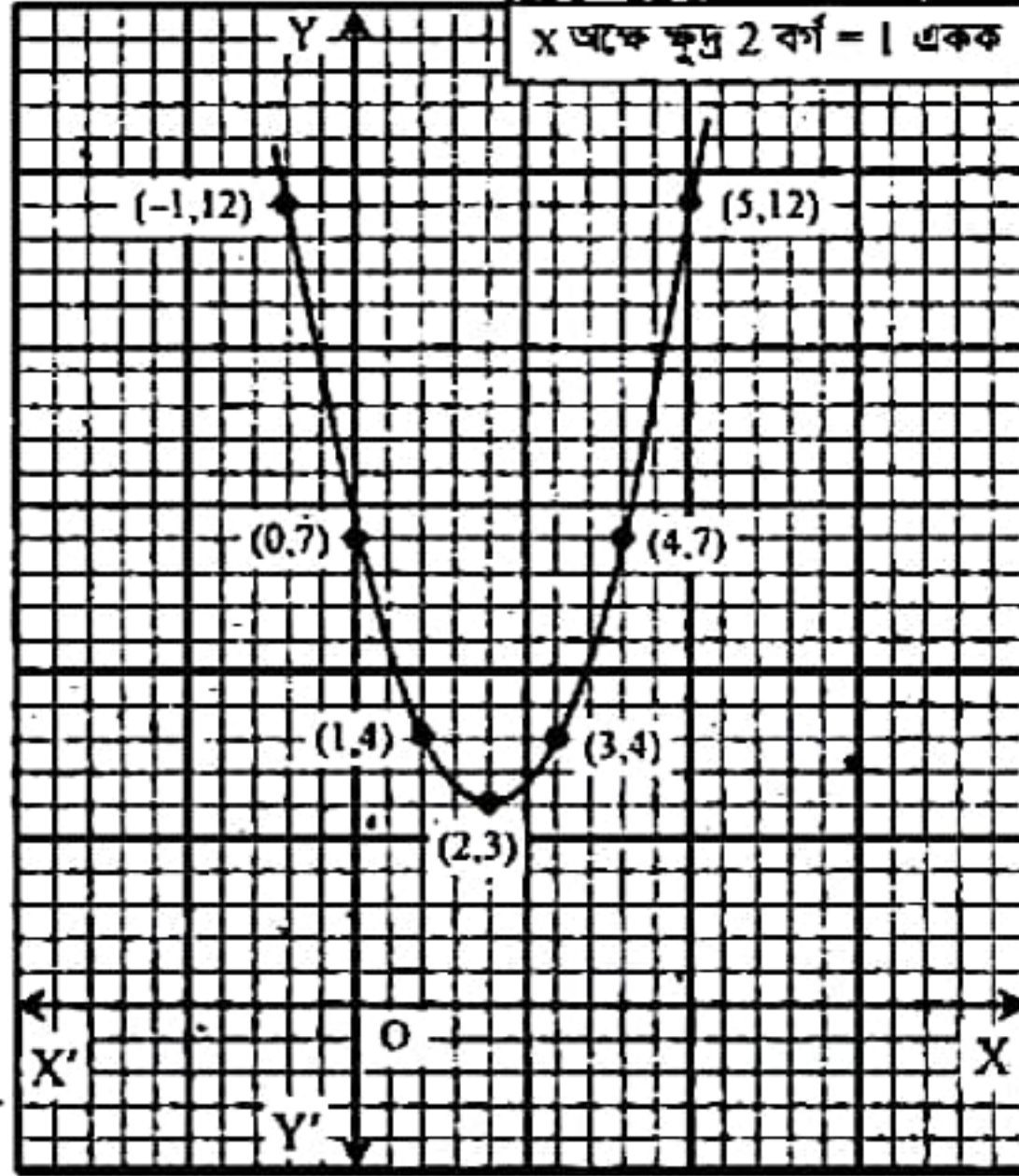
১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. S -এর বর্ণনাকারী সমীকরণ $y = x^2 - 4x + 7$ যা $y = ax^2 + bx + c$ আকারের। সুতরাং S -এর লেখ একটি পরাবৃত্ত। (Ans.)

খ. এখন নিম্নের ছকে x -এর কয়েকটি মানের সংশ্লিষ্ট y -এর মান দেখানো হলো –

x	2	3	1	4	0	5	-1
y	3	4	4	7	7	12	12

এখন, ছক কাগজে x -অক্ষ XOX' এবং y -অক্ষ YOY' আঁকি। x ও y উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে 'খ' নং থেকে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে S -এর লেখ পাওয়া যায়। তা দেখানো হলো –



গ. চিত্রে দেখা যায়, y -অক্ষের সমান্তরাল কোন রেখার উপর লেখের দুটি বিন্দু নাই। সুতরাং S ফাংশন। (Ans.)

ফাংশনটির বৈশিষ্ট্য

- ফাংশনটি বক্ররেখা।
- ফাংশনটি মূলবিন্দুগামী নয়।
- ফাংশনে y এর মান 3 অপেক্ষা ছোট হতে পারে না।
- ফাংশনটি x অক্ষকে স্পর্শ করে না।

প্রশ্ন ১৭ মনে করি, $\mathbb{R}$ বাস্তব সংখ্যার সেট এবং

$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, যেখানে $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ হলে,

- $F\left(\frac{1}{6}\right)$ নির্ণয় কর। ২
- F ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
- $F^{-1}(x)$ নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। আবার $F(x) = 5$ হলে, x নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$
 $\therefore F\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{3 \cdot \frac{1}{6} + 1}{3 \cdot \frac{1}{6} - 1} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1+2}{2}}{\frac{1-2}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{-1} = -3$

খ. প্রদত্ত ফাংশন, $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$
 $x = \frac{1}{3}$ বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore$ ডোম, $F = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$

আবার, ধরি, $y = f(x)$ তাহলে $x = f^{-1}(y)$ এবং $y = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$\text{বা, } y(3x-1) = 3x+1$$

$$\text{বা, } 3xy - y = 3x+1$$

$$\text{বা, } 3xy - 3x = 1+y$$

$$\text{বা, } 3x(y-1) = 1+y$$

$$\therefore x = \frac{1+y}{3(y-1)}$$

$$\text{বা, } F^{-1}(y) = \frac{1+y}{3(y-1)}$$

$$\text{বা, } F^{-1}(x) = \frac{1+x}{3(x-1)}$$

$x = 1$ বসালে $F^{-1}(x)$ এর মান অসংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore$ রেঞ্জ, $F = \mathbb{R} - \{1\}$

$\therefore$ ডোম, $F = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$,

রেঞ্জ, $F = \mathbb{R} - \{1\}$ (Ans.)

গ. 'খ' থেকে পাই, $F^{-1}(x) = \frac{1+x}{3x-3}$

যেকোনো $x_1 \in$ ডোম F , $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$

হবে যদি ও কেবল যদি

$$\frac{3x_1+1}{3x_1-1} = \frac{3x_2+1}{3x_2-1}$$

$$\text{বা, } (3x_1+1)(3x_2-1) = (3x_1-1)(3x_2+1)$$

$$\text{বা, } 9x_1x_2 + 3x_2 - 3x_1 - 1 = 9x_1x_2 - 3x_2 + 3x_1 - 1$$

$$\text{বা, } -3x_1 - 3x_1 = -3x_2 - 3x_2$$

$$\text{বা, } -6x_1 = -6x_2$$

$$\text{বা, } x_1 = x_2$$

$\therefore F$ এক-এক ফাংশন।

আবার, $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ এবং $F(x) = 5$

$$\therefore \frac{3x+1}{3x-1} = 5$$

$$\text{বা, } 15x - 5 = 3x + 1$$

$$\text{বা, } 15x - 3x = 1 + 5$$

$$\text{বা, } 12x = 6$$

$$\text{বা, } x = \frac{6}{12}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $f(x) = x^2 - 3x + 2$ একটি ফাংশন।

- $f(-2)$ নির্ণয় কর। ২
- $f(x)$ এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করে রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
- দেখাও যে, $f(x)$ এক-এক ফাংশন নয়। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$$\therefore f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 2$$

$$= 4 + 6 + 2$$

$$= 12$$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 12. (Ans.)

খ মনে করি, $f(x) = y$

$$\therefore y = x^2 - 3x + 2$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + 2 = y$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + (2 - y) = 0$$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করে,

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2-y)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8 + 4y}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{4y + 1}}{2}$$

$f(x)$ এর বিপরীত ফাংশন

$$f^{-1}(x) = \frac{3 \pm \sqrt{4x + 1}}{2}$$

এখানে, $f(x)$ এর রেঞ্জ হবে $f(x)$ এর বিপরীত ফাংশন $f^{-1}(x)$ এর ডোমেন।

$f^{-1}(x)$ এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে যদি ও কেবল যদি,

$$4x + 1 \geq 0$$

$$\text{বা, } 4x \geq -1$$

$$\text{বা, } x \geq -\frac{1}{4}$$

$$f(x) \text{ এর রেঞ্জ} = \left\{ x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x \geq -\frac{1}{4} \right\} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$f : x \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

এখানে $f(x)$ ফাংশনটির ডোমেন = $\mathbb{R}$

ধরি, $x_1 \in \text{ডোম } f$ এবং $x_2 \in \text{ডোম } f$ যেখানে, $x_1 \neq x_2$

$$\text{এবং } x_1, x_2 \in \mathbb{R}$$

এখন, ফাংশন f এক-এক হবে যদি $f(x_1) = f(x_2)$ হলে

যদি ও কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়

$$\text{এখানে, } f(x_1) = x_1^2 - 3x_1 + 2$$

$$\text{এবং } f(x_2) = x_2^2 - 3x_2 + 2$$

$$\therefore x_1^2 - 3x_1 + 2 = x_2^2 - 3x_2 + 2$$

$$\text{বা, } x_1^2 - 3x_1 + 2 - x_2^2 + 3x_2 - 2 = 0$$

$$\text{বা, } x_1^2 - x_2^2 - 3(x_1 - x_2) = 0$$

$$\text{বা, } (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) - 3(x_1 - x_2) = 0$$

$$\text{বা, } (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 3) = 0$$

$$\text{হয়, } x_1 - x_2 = 0 \text{ অথবা, } x_1 + x_2 - 3 = 0$$

$$\therefore x_1 = x_2 \quad \therefore x_1 = 3 - x_2$$

সুতরাং দুটি ভিন্ন ভিন্ন বাস্তব সংখ্যার ছবি একই হয়।

$\therefore$ ফাংশনটি এক-এক নয়। (সেখানে হলে)



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ১৯ বাস্তবিক সংখ্যার একটি সেট, $M = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \leq 20\}$ ।

ক. $P = \{x : x \in M \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$ হলে P -কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. $f : M \rightarrow M$, $g : M \rightarrow M$ এবং $h : M \rightarrow M$ যথাক্রমে

$$f(x) = 2x, g(x) = 3x \text{ এবং } h(x) = 5x \text{ দ্বারা সংজ্ঞায়িত ফাংশনগুলোর}$$

রেঞ্জ যথাক্রমে R_f , R_g এবং R_h হলে $R_f \cap R_g \cap R_h$ নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $n(R_f \cup R_g \cup R_h) = n(R_f) + n(R_g) + n(R_h) - n(R_f \cap R_g) - n(R_g \cap R_h) - n(R_h \cap R_f) + n(R_f \cap R_g \cap R_h)$

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $M = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \leq 20\}$

সুতরাং, M হল ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সকল পূর্ণসংখ্যার সেট।

আবার, $P = \{x : x \in M \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

অর্থাৎ, P হল ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সকল মৌলিক সংখ্যার সেট।

$\therefore$ মৌলিক সংখ্যাগুলো হল, ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯

$\therefore P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ (Ans.)

খ এখানে, $M = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \leq 20\}$

সুতরাং M হল ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সকল পূর্ণসংখ্যার সেট,

$$f : M \rightarrow M \text{ ফাংশনের জন্য, } y = 2x$$

$$\therefore f(x) = 2x$$

$\therefore$ ফাংশনটির রেঞ্জ $R_f = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$$g : M \rightarrow M \text{ ফাংশনের জন্য, } y = 3x$$

$$\therefore g(x) = 3x$$

ফাংশনটির রেঞ্জ $R_g = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$$h : M \rightarrow M \text{ ফাংশনের জন্য, } y = 5x$$

$$h(x) = 5x$$

ফাংশনটির রেঞ্জ $R_h = \{5, 10, 15, 20\}$

এখন, $R_f \cap R_g \cap R_h$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \cap \{5, 10, 15, 20\}$$

$$= \{ \} = \emptyset \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' থেকে পাই, $n(R_f) = 10$

$$n(R_g) = 6$$

$$n(R_h) = 4$$

$$(R_f \cap R_g) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} = \{6, 12, 18\}$$

$$\therefore n(R_f \cap R_g) = 3$$

$$(R_g \cap R_h) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \cap \{5, 10, 15, 20\} = \{15\}$$

$$\therefore n(R_g \cap R_h) = 1$$

$$(R_h \cap R_f) = \{5, 10, 15, 20\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} = \{10, 20\}$$

$$\therefore n(R_h \cap R_f) = 2$$

$$n(R_f \cap R_g \cap R_h) = 0$$

আবার, $R_f \cup R_g \cup R_h$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cup \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \cup \{5, 10, 15, 20\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$$

$$n(R_f \cup R_g \cup R_h) = 14$$

$$\text{ডানপক্ষ} = n(R_f) + n(R_g) + n(R_h) - n(R_f \cap R_g) - n(R_g \cap R_h) - n(R_h \cap R_f) + n(R_f \cap R_g \cap R_h)$$

$$= 10 + 6 + 4 - 3 - 1 - 2 + 0$$

$$= 20 - 6$$

$$= 14$$

$$\therefore n(R_f \cup R_g \cup R_h) = n(R_f) + n(R_g) + n(R_h) - n(R_f \cap R_g) - n(R_g \cap R_h) - n(R_h \cap R_f) + n(R_f \cap R_g \cap R_h) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৯ $F = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = f(x)\}$

যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

- ক. $f(x) = x - 2$ হলে F কে তালিকা পদ্ধতিতে লিখ। ২
 খ. ডোম F এবং রেঞ্জ F নির্ণয় কর। $g(x) = 2f(x)$ এবং $g(y) = x$ হলে, $g^{-1}(x)$ নির্ণয় কর। ৪
 গ. $C = \{3, 4\}$ এবং $D = \{g^{-1}(2), g^{-1}(4), g^{-1}(6)\}$ হলে $C \times D$ এর এমন অঙ্গর বের কর যেখানে $x = y$ সম্পর্ক বিবেচনায় থাকে। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = f(x)\}$

$f(x) = x - 2$, এবং $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

বা, $y = x - 2$

$x = -3$ হলে, $y = -3 - 2 = -5$,

$\therefore -5 \notin A, \therefore (-3, -5) \notin F$

$x = -2$ হলে $y = -2 - 2 = -4$

$\therefore -4 \notin A; \therefore (-2, -4) \notin F$

$x = -1$ হলে, $y = -1 - 2 = -3$

$\therefore -3 \in A; \therefore (-1, -3) \in F$

$x = 0$ হলে, $y = 0 - 2 = -2, \therefore -2 \in A \therefore (0, -2) \in F$

$x = 1$ হলে, $y = 1 - 2 = -1, \therefore -1 \in A \therefore (1, -1) \in F$

$x = 2$ হলে, $y = 2 - 2 = 0, \therefore 0 \in A \therefore (2, 0) \in F$

$x = 3$ হলে, $y = 3 - 2 = 1, 1 \in A \therefore (3, 1) \in F$

$\therefore F = \{(-1, -3), (0, -2), (1, -1), (2, 0), (3, 1)\}$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$F = \{(-1, -3), (0, -2), (1, -1), (2, 0), (3, 1)\}$

$\therefore$ ডোম, $F = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

রেঞ্জ, $F = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

এখন, $g(x) = 2f(x)$

$= 2(x - 2) = 2x - 4$

আবার, সংজ্ঞানুসারে,

$g(g^{-1}(x)) = x$

বা, $g(y) = x \therefore g^{-1}(x) = y$

এখন, $g(x) = 2x - 4$

বা, $g(y) = 2y - 4$

বা, $x = 2y - 4$

বা, $2y = x + 4$

বা, $y = \frac{1}{2}(x + 4)$

$\therefore g^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 4)$. (Ans.)

গ. 'খ' থেকে পাই, $g^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 4)$

এখন, $g^{-1}(2) = \frac{1}{2}(2 + 4) = 3$

$g^{-1}(4) = \frac{1}{2}(4 + 4) = 4$

$g^{-1}(6) = \frac{1}{2}(6 + 4) = 5$

$\therefore D = \{3, 4, 5\}$

আবার, $C = \{3, 4\}$

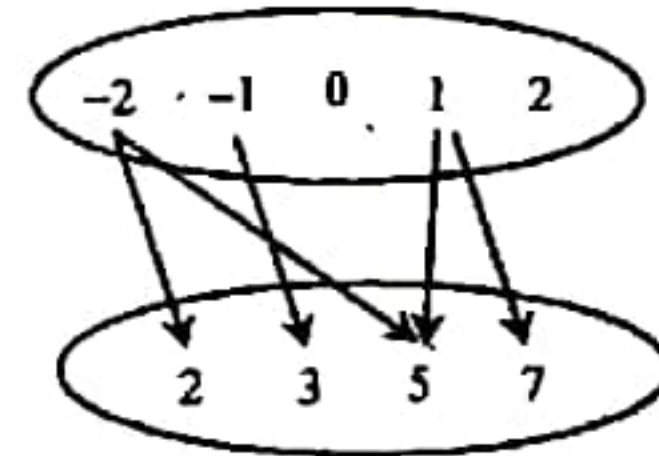
অতএব, $C \times D = \{3, 4\} \times \{3, 4, 5\}$

$= \{(3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (4, 4), (4, 5)\}$

এখন $x = y$ সম্পর্ক বিবেচনায় নিয়ে, $C \times D = \{(3, 3), (4, 4)\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ২১ $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং $B = \{2, 3, 5, 7\}$

A সেটের কয়েকটি উপাদানের সাথে B সেটের কয়েকটি উপাদানকে অধিত করে নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো :



ক. গঠিত অঙ্গরটি D হলে, D এর মান ক্রমজোড়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$

অঙ্গরটিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর এবং D অঙ্গরটি ফাংশন কিনা কারণসহ লিখ। ৪

গ. S -অঙ্গরটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অঙ্গরটি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্রানুযায়ী,

$D = \{(-2, 2), (-2, 5), (-1, 3), (1, 5), (1, 7)\}$

খ. দেওয়া আছে,

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x^2$ এর মান নির্ণয় করি :

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

যেহেতু $4 \notin A$ সেহেতু, $(-2, 4) \notin S, (2, 4) \notin S$

$\therefore S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$

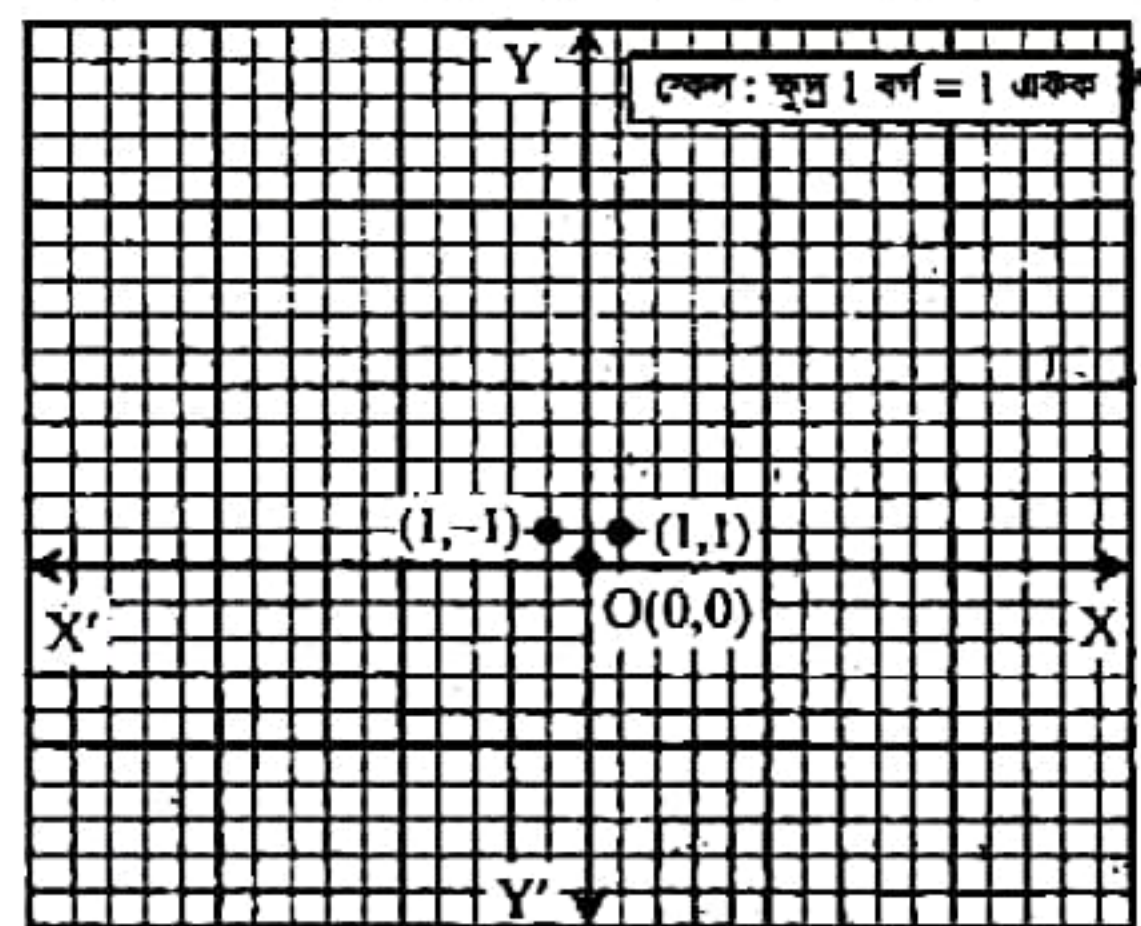
$\therefore$ ডোম $S = \{-1, 0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{0, 1\}$

D অঙ্গরটিতে একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে সুতরাং D ফাংশন নয়।

গ. 'খ' হতে পাই, $S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$

$\therefore S$ এর লেখচিত্রে মাত্র তিনটি বিন্দু নির্দেশিত হবে ছক কাগজে $X'OX$ কে x অক্ষ এবং YOY' কে y অক্ষ বিবেচনা করি।

ক্ষুদ্রতম বর্গের। বাহুর দৈর্ঘ্যকে ১ একক ধরে ছক কাগজে $(-1, 1), (0, 0), (1, 1)$ বিন্দু তিনটি চিহ্নিত করি।



তাহলে তিনটি বিন্দুই S অঙ্গরের লেখ।

লেখচিত্রে y অক্ষের সমান্তরাল কোন রেখায় লেখের একাধিক বিন্দু নেই। সুতরাং S অঙ্গরটি ফাংশন।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২২ $F(x) = \sqrt{x-1}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য

- ক. $F(1)$ এবং $F(5)$ নির্ণয় কর। ২
 খ. $F(10)$ এবং ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর ও ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪
 গ. (i) $F(a^2+1)$ এবং $F(a^4+1)$ নির্ণয় কর। যেখানে, $a \in \mathbb{R}$. ৪
 (ii) $F(x) = 5$ হলে, x নির্ণয় কর।
 (iii) $F(x) = y$ হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে $y \geq 0$.

উত্তর: ক. ০, ২; খ. ৩ এবং ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$ ও F এক-এক ফাংশন; গ. (i) a এবং a^2 ; (ii) ২৬; (iii) $y^2 + 1$

প্রশ্ন ▶ ২২ $F(x) = |x|$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য

- ক. ডোম F নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ২
 খ. $F(-3)$, $F(-1)$, $F(0)$ এবং $F(1)$ নির্ণয় কর। ৪
 গ. (i) $F(3)$ নির্ণয় কর। ৪
 (ii) $F(x) = 4$ হলে, x নির্ণয় কর।
 (iii) $F(x) = 0$ হলে, x নির্ণয় কর।
 (iv) $F(x) = y$ হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে $y > 0$

উত্তর: ক. ডোম $F = \mathbb{R}$, F এক-এক ফাংশন নয়; খ. ৩, ১, ০, ১;
 গ. (i) ৩ (ii) ± 4 (iii) ০ (iv) $\pm y$

প্রশ্ন ▶ ২৪ $R = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0\}$

এবং $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9 \text{ এবং } x \geq 0\}$. দুইটি অক্ষর হলো,

- ক. R -এর বর্ণনাকারী সমীকরণের প্রকৃতি বর্ণনা কর। ২
 খ. R অক্ষরের লেখ অঙ্কন কর এবং অক্ষরটি ফাংশন কিনা তা লেখ থেকে নির্ণয় কর। ৪
 গ. S অক্ষরের লেখ অঙ্কন কর এবং অক্ষরটি ফাংশন কিনা তা লেখ থেকে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. R -এর লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র $(-1, -2)$ এবং ব্যাসার্ধ ২.

খ. R -ফাংশন নয়; গ. S ফাংশন নয়।

প্রশ্ন ▶ ২২ যে কোনো অক্ষর,

$S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$ হলে,

[চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

- ক. S অক্ষরের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২
 খ. S অক্ষরের বিপরীত অক্ষর নির্ণয় কর এবং S ও S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪
 গ. S অক্ষরটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর: ক. ডোম $S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$, রেঞ্জ $S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$

খ. $S^{-1} = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$

S ও S^{-1} উভয়েই ফাংশন।

প্রশ্ন ▶ ২৬ $F(x) = 4x - 1$

[খশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

- ক. $F(x+1)$ এবং $F\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $F(x)$ ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ণয় কর, যখন $x, y \in \mathbb{N}$. ৪

গ. $F(x) = y$ হলে x এর তিনটি মান নির্ণয় কর,

যখন $x, y \in \mathbb{N}$ এবং $y = 4x - 1$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর: ক. $4x+3, 1$; খ. এক-এক; গ. $x = 1, 2, 3$ যেহেতু $x, y \in \mathbb{N}$

প্রশ্ন ▶ ২৭ $F(x) = \frac{1}{x-4}$

[ডি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক. $F(-4)$ এবং $F\left(\frac{1}{3}\right)$ নির্ণয় কর। ২

খ. ডোম F নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F\left(\frac{1}{x-4}\right) = 0$ হলে x নির্ণয় কর এবং $F(x)$ এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $-\frac{1}{8}$ এবং $-\frac{3}{11}$; খ. $\mathbb{R} - \{4\}$; এক-এক গ. ৪ এবং $\frac{1}{x} + 4$

প্রশ্ন ▶ ২৮ $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।

[মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f^{-1}(p) = Kp$, p এর সাপেক্ষে K কে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর: ক. $\mathbb{R}$; খ. S ; গ. $K = \frac{p+2}{p(p-2)}$

প্রশ্ন ▶ ২৯ $F(x) = \sqrt{x-1}$

[অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক. $F(1)$ এবং $F(10)$ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, ফাংশনটি এক-এক ফাংশন। ৪

গ. $F(x) = 5$ এবং $F(x) = y$ হলে উভয়ক্ষেত্রে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. ০, ৩; গ. ২৬, $y^2 + 1$

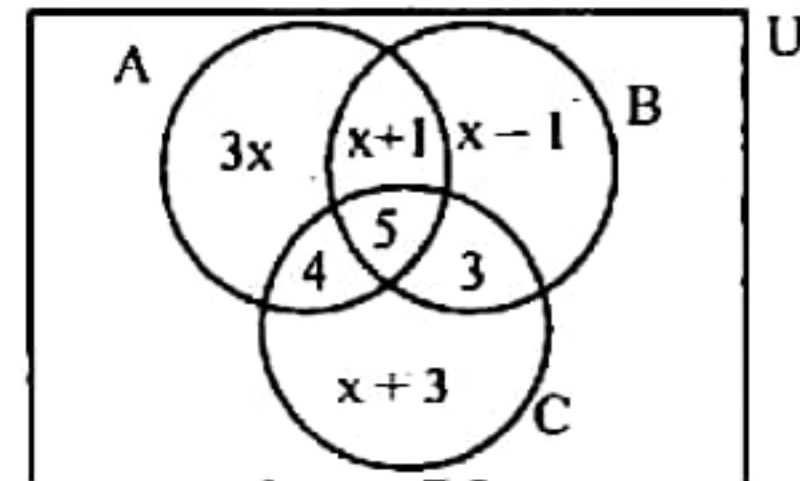
প্রশ্ন ▶ ৩০ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = x^3 + 5$ এবং

$g(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। [অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক. এক-এক ফাংশন এবং অক্ষর ফাংশন কাকে বলে? ২

খ. দেখাও যে, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)^2$ ফাংশনটি এক-এক নয়। ৪

গ. দেখাও যে, $g = f^{-1}$. ৪



প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৩১ $A = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x^2 - 2x + 1 = 0\}$; $B = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x < 4\}$ এবং যেকোনো অক্ষর, $S = A \times B$ হলে,

ক. S অক্ষরটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর এবং বিপরীত অক্ষর নির্ণয় কর। ২

খ. S অক্ষরের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং S অথবা S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. S অক্ষরের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর: ক. S অক্ষরটি এক-এক নয় এবং $S^{-1} = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$

খ. ডোম $= \{2\}$ ও রেঞ্জ $= \{1, 2, 3\}$ এবং S ফাংশন নয়, S^{-1} ফাংশন।

৩৩. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$ যেখানে,
 $A = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x^2 \leq 4\}$.

- ক. S অক্ষরটিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ২
 খ. ডোম S , রেঞ্জ S , S^{-1} নির্ণয় কর এবং S অক্ষরটি ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪
 গ. S অক্ষরের লেখ অঙ্কন কর। ৪
 উত্তর: ক. $S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$;

খ. ডোম $S = \{-1, 0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{1, 0\}$, $S^{-1} = \{(1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$ এবং S অক্ষরটি ফাংশন।

internet-linker

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের
 ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm01qbs.pd



এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- প্রত্যেক ফাংশন একটি অক্ষর কিন্তু প্রত্যেক অক্ষর ফাংশন নয়।
- A সেটের এক বা একাধিক উপাদানের জন্য B সেটে কেবলমাত্র f এর একটি উপাদান থাকে তাহলে f কে A থেকে B সেটের অক্ষর বলা হয় এবং লেখা হয় $f : A \rightarrow B$
- কোনো অক্ষরে একই y উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় না থাকে তবে ঐ অক্ষরকে ফাংশন বলে।
- ফাংশন হলো বিশেষ প্রকার অক্ষর। অক্ষরের প্রথম উপাদানসমূহকে ঐ অক্ষরের ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহকে রেঞ্জ বলা হয়।
- $y = f(x)$ ফাংশনের ডোমেন বা আধার হলো x এর সে সকল মানের সেট যার জন্য $f(x)$ এর মান নির্ণয় সম্ভব। আর ডোমেন x এর জন্য $f(x)$ এর যে সমস্ত মান পাওয়া যায়, এদের সেটকে রেঞ্জ বা বিস্তার বলে।
- ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন হলে এক-এক ফাংশন।
- $f : A \rightarrow B$ ফাংশনে যদি B সেটের সমস্ত উপাদান যদি A সেটের কোন না কোন উপাদানের প্রতিচ্ছবি হয় অর্থাৎ $f(A) = B$ হয় তবে ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন হবে।
- একটি ফাংশন এক-এক ও সার্বিক হলে, ফাংশনের বিপরীত ফাংশন পাওয়া যায়।
- $f : A \rightarrow B$ একটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন হলে বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : B \rightarrow A$ অর্থাৎ B সেটের প্রত্যেক উপাদানের জন্য A সেটে একটি এবং কেবলমাত্র একটি উপাদান পাওয়া যায়।
- লেখচিত্র হলো ফাংশনের জ্যামিতিক উপস্থাপন।
- সরলরৈখিক ফাংশনের সাধারণ রূপ $f(x) = mx + b$
 [m হলো ঢাল, y অক্ষের ছেদক b]
- দ্বিঘাত বা পরাবৃত্তাকার ফাংশনের সাধারণ রূপ $y = ax^2 + bx + c$
 যেখানে a, b এবং c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$
- বৃত্তের সমীকরণ : $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$
 [কেন্দ্র (p, q) ও ব্যাসার্ধ $= r$] এখানে p, q, r ধ্রুবক এবং $r \neq 0$
- কেন্দ্র $(0, 0)$ ও ব্যাসার্ধ r হলে বৃত্তের সমীকরণ : $x^2 + y^2 = r^2$
- সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা, দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র সাধারণত বক্ররেখা যা পরাবৃত্তাকার ও বৃত্তের লেখচিত্র হচ্ছে বৃত্তাকার পথ।



এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কস সহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।



সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৬, ৭, ৯, ১৪, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২৫, ২৬, ২৯, ৩০, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৮, ৫০, ৫১, ৫৬, ৫৭, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬৩, ৬৭, ৬৮, ৭০, ৭১, ৭২, ৭৩, ৮১, ৮২, ৮৭, ৮৮, ৮৯, ৯০, ৯১, ৯৮, ৯৯, ১০০
★★	৮, ১০, ১১, ২১, ২২, ২৩, ২৪, ২৭, ২৮, ৪৫, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৮, ৭৮, ৮০, ৮৪, ৮৫, ৯৬, ৯৭



সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৭, ৮, ১০, ১৩, ১৫, ১৭, ১৮, ২১
★★	২, ৫, ৬, ১১, ১৪, ১৬, ২০