অধ্যায়-১০

দ্বিপদী বিস্তৃতি

অনুশীলনী-১০.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দ্বিপদী বিস্তৃতির বর্ণনা
২. প্যাসকেলের ত্রিভুজ বর্ণনা
৩. প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে দ্বিপদীকে বিভিন্ন পদ পর্যন্ত বিস্তৃতিকরণ।

ফরাসি গণিতবিদ ব্লাইস প্যাসকেল *(Blaise Pascal, 1623-1665)* দ্বিপদী উপপাদ্য বর্ণনা ও তার সহগগুলোকে ত্রিভুজ আকারে প্রকাশ করেন যা প্যাসকেলের ত্রিভুজ নামে পরিচিত।

৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
৫৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১০টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৪টি শ্রেণির কাজ ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৬টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. প্যাসকেলের ত্রিভুজ বা দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে $(1 + y)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। উক্ত বিস্তৃতির সাহায্যে (i) $(1 - y)^5$ ও (ii) $(1 + 2x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$(1 + y)^5 = 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$ **(Ans.)**

দ্বিপদী বিস্তৃতি বা উপপাদ্য ব্যবহার করে:

$(1 + y)^5$

$= \binom{5}{0} y^0 + \binom{5}{1} y^1 + \binom{5}{2} y^2 + \binom{5}{3} y^3 + \binom{5}{4} y^4 + \binom{5}{5} y^5$

$= 1.1 + \frac{5}{1} y + \frac{5.4}{1.2} y^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3} y^3 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4} y^4 + 1.y^5$

$= 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$ **(Ans.)**

$(1 + y)^5$ এর বিস্তৃতি ব্যবহার করে

(i) $(1 - y)^5 = \{1 + (-y)\}^5$

$= 1 + 5(-y) + 10(-y)^2 + 10(-y)^3 + 5(-y)^4 + (-y)^5$

$= 1 - 5y + 10y^2 - 10y^3 + 5y^4 - y^5$ **(Ans.)**

(ii) $(1 + 2x)^5 = 1 + 5(2x) + 10(2x)^2 + 10(2x)^3 + 5(2x)^4 + (2x)^5$

$= 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$. **(Ans.)**

২. x এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে (a) $(1 + 4x)^6$, (b) $(1 - 3x)^7$ এর প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর।

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

(a) $(1 + 4x)^6$

$= 1 + 6(4x) + 15(4x)^2 + 20(4x)^3 + ...$

$= 1 + 6.4x + 15.16x^2 + 20.64x^3 + ...$

$= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + ...$ **(Ans.)**

(b) $(1 - 3x)^7$

$= 1 + 7(-3x) + 21(-3x)^2 + 35(-3x)^3 + ...$

$= 1 + 7(-3x) + 21(9x^2) + 35(-27x^3) + ...$

$= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + ...$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে–

(a) $(1 + 4x)^6$

$= \binom{6}{0}(4x)^0 + \binom{6}{1}(4x)^1 + \binom{6}{2}(4x)^2 + \binom{6}{3}(4x)^3 + ...$

$= 1.1 + \frac{6}{1}(4x) + \frac{6.5}{1.2}(16x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3}(64x^3) + ...$

$= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + ...$ **(Ans.)**

(b) $(1 - 3x)^7$

$= \binom{7}{0}(-3x)^0 + \binom{7}{1}(-3x)^1 + \binom{7}{2}(-3x)^2 + \binom{7}{3}(-3x)^3 + ...$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(-3x) + \frac{7.6}{1.2}(9x^2) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-27x^3) + ...$

$= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + ...$ **(Ans.)**

৩. $(1 + x^2)^8$ এর বিস্তৃতির প্রথম চার পদ নির্ণয় কর। উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $(1.01)^8$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$(1 + x^2)^8$

$= \binom{8}{0}(x^2)^0 + \binom{8}{1}(x^2)^1 + \binom{8}{2}(x^2)^2 + \binom{8}{3}(x^2)^3 + ...$

$= 1.1 + \frac{8}{1}x^2 + \frac{8.7}{1.2}x^4 + \frac{8.7.6}{1.2.3}x^6 + ...$

$= 1 + 8x^2 + 28x^4 + 56x^6 + ...$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অথবা, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই,

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

$(1+x^2)^8 = 1 + 8x^2 + 28(x^2)^2 + 56(x^2)^3 +$
$= 1 + 8x^2 + 28x^4 + 56x^6 + ...$

এখন, x এর পরিবর্তে 0.1 অথবা, – 0.1 বসিয়ে পাই,

$(1 + 0.01)^8 = 1 + 8(0.1)^2 + 28(0.1)^4 + 56(0.1)^6 + ...$
$= 1 + 0.08 + 0.0028 + 0.000056 + ...$
$=1.082856.$ (ছয় দশমিক স্থান পর্যন্ত) **(Ans.)**

৪. x এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে নিম্নোক্ত দ্বিপদীসমূহের প্রথম তিন পদ নির্ণয় কর।

(a) $(1-2x)^5$, (b) $(1+3x)^9$
তারপর (c) $(1-2x)^5(1+3x)^9$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1-2x)^5 = \binom{5}{0}(-2x)^0 + \binom{5}{1}(-2x)^1 + \binom{5}{2}(-2x)^2 + \ldots$$
$$= 1.1 + \frac{5}{1}(-2x) + \frac{5.4}{1.2}(4x^2) + ...$$
$$= 1 + 5(-2x) + 10(4x^2) + ...$$
$$= 1 - 10x + 40x^2 - ..... \text{ (Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1+3x)^9 = \binom{9}{0}(3x)^0 + \binom{9}{1}(3x)^1 + \binom{9}{2}(3x)^2 + ...$$
$$= 1.1 + \frac{9}{1}(3x) + \frac{9.8}{2}(9x^2) + ...$$
$$= 1 + 27x + 324x^2 + ... \text{ (Ans.)}$$

(c) (a) ও (b) ব্যবহার করে পাই,

$(1-2x)^5(1+3x)^9$
$= (1 - 10x + 40x^2 - .....)(1 + 27x + 324x^2 + ...)$
$= (1 + 27x + 324x^2 + ...) - (10x + 270x^2 + ...)$
$+ (40x^2 + ...)$
$= 1 + 17x + 94x^2 + ...$ **(Ans.)**

৫. নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহের প্রথম চার পদ নির্ণয় কর।

[দ্বিপদী বিস্তৃতি বা প্যাসকেল ত্রিভুজ এর যেকোনো একটি ব্যবহার করো]

(a) $(1-2x^2)^7$ (b) $\left(1+\frac{2}{x}\right)^4$ (c) $\left(1-\frac{1}{2x}\right)^7$

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

(a) $(1-2x^2)^7 = 1 + 7(-2x^2) + 21(-2x^2)^2 + 35(-2x^2)^3 + ...$
$= 1 + 7(-2x^2) + 21(4x^4) + 35(-8x^6) + ...$
$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + ...$ **(Ans.)**

(b) $\left(1+\frac{2}{x}\right)^4 = 1 + 4\left(\frac{2}{x}\right) + 6\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{x}\right)^3 + ...$
$= 1 + \frac{8}{x} + \frac{24}{x^2} + \frac{32}{x^3} + ...$ **(Ans.)**

(c) $\left(1-\frac{1}{2x}\right)^7 = 1 + 7\left(-\frac{1}{2x}\right) + 21\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + 35\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + ...$
$= 1 + 7\left(-\frac{1}{2x}\right) + 21\left(\frac{1}{4x^2}\right) + 35\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + ...$
$= 1 - \frac{7}{2x} + \frac{21}{4x^2} - \frac{35}{8x^3} + ...$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

(a) $(1-2x^2)^7 = \binom{7}{0}(-2x^2)^0 + \binom{7}{1}(-2x^2)^1$
$+ \binom{7}{2}(-2x^2)^2 + \binom{7}{3}(-2x^2)^3 + ...$
$= 1.1 + \frac{7}{1}(-2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(4x^4) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-8x^6) + ...$
$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + ...$ **(Ans.)**

(b) $\left(1+\frac{2}{x}\right)^4 = \binom{4}{0}\left(\frac{2}{x}\right)^0 + \binom{4}{1}\left(\frac{2}{x}\right)^1 + \binom{4}{2}\left(\frac{2}{x}\right)^2$
$+ \binom{4}{3}\left(\frac{2}{x}\right)^3 ...$
$= 1.1 + \frac{4}{1}\cdot\frac{2}{x} + \frac{4.3}{1.2}\cdot\frac{4}{x^2} + \frac{4.3.2}{1.2.3}\cdot\frac{8}{x^3} + ...$
$= 1 + \frac{8}{x} + \frac{24}{x^2} + \frac{32}{x^3} + ...$ **(Ans.)**

(c) $\left(1-\frac{1}{2x}\right)^7 = \binom{7}{0}\left(-\frac{1}{2x}\right)^0 + \binom{7}{1}\left(-\frac{1}{2x}\right)^1$
$+ \binom{7}{2}\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{7}{3}\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + ...$
$= 1.1 + \frac{7}{1}\left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{7.6}{1.2}\left(\frac{1}{4x^2}\right) + \frac{7.6.5}{1.2.3}\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + ...$
$= 1 - \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{x} + \frac{21}{4}\cdot\frac{1}{x^2} - \frac{35}{8}\cdot\frac{1}{x^3} + ...$ **(Ans.)**

৬. x^3 পর্যন্ত (a) $(1-x)^6$ এবং (b) $(1+2x)^6$ বিস্তৃত কর। তারপর (c) $(1+x-2x^2)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1-x)^6 = \binom{6}{0}(-x)^0 + \binom{6}{1}(-x)^1 + \binom{6}{2}(-x)^2$$
$$+ \binom{6}{3}(-x)^3 + ...$$
$$= 1.1 + \frac{6}{1}(-x) + \frac{6.5}{1.2}(x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3}(-x^3) + ...$$
$$= 1 - 6x + 15x^2 - 20x^3 + ... \text{ (Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1+2x)^6 = \binom{6}{0}(2x)^0 + \binom{6}{1}(2x)^1 + \binom{6}{2}(2x)^2$$
$$+ \binom{6}{3}(2x)^3 + ...$$
$$= 1.1 + \frac{6}{1}(2x) + \frac{6.5}{1.2}(4x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3}(8x^3) + ...$$
$$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + ... \text{ (Ans.)}$$

[বি:দ্র: পাঠবইয়ে উত্তরে ভুল আছে।]

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

(c) এখানে, $1+x-2x^2 = 1+2x-x-2x^2$
$= (1+2x)-x(1+2x)$
$= (1-x)(1+2x)$
$\therefore (1+x-2x^2)^6 = \{(1-x)(1+2x)\}^6$
$= (1-x)^6(1+2x)^6$
$= (1-6x+15x^2-20x^3+\ldots..)$
$(1+12x+60x^2+160x^3+....)$ [(a) ও (b) হতে]
$= (1+12x+60x^2+160x^3+....)-6x(1+12x+60x^2+...)$
$+15x^2(1+12x+....)-20x^3(1+12x+.....)+.....$
$= (1+12x+60x^2+160x^3+.....)-(6x+72x^2+360x^3+.....)$
$+(15x^2+180x^3+.....)-(20x^3+.....)$
$= 1+6x+3x^2-40x^3+.....$ **(Ans.)**

৭. x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং এর উর্ধ্বতঘাতের মান উপেক্ষা করা যায় । প্রমাণ কর যে, $(1+x)^5(1-4x)^4 = 1-11x+26x^2$.

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$(1+x)^5 = \binom{5}{0}x^0 + \binom{5}{1}x^1 + \binom{5}{2}x^2 + ...$
$= 1.1 + \frac{5}{1}x + \frac{5.4}{1.2}x^2 + ...$
$= 1+5x+10x^2+.....$
এবং $(1-4x)^4 = \binom{4}{0}(-4x)^0 + \binom{4}{1}(-4x)^1 + \binom{4}{2}(-4x)^2 + ...$
$= 1.1 + \frac{4}{1}(-4x) + \frac{4.3}{1.2}(16x^2) + ...$
$= 1-16x+96x^2-.....$
$\therefore (1+x)^5(1-4x)^4$
$= (1+5x+10x^2+.....)(1-16x+96x^2-.....)$
$= (1-16x+96x^2-.....)+(5x-80x^2+....)+(10x^2-.....)$
$= 1-11x+26x^2+.....$
x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার উর্ধ্বতম ঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। কারণ x ক্ষুদ্র হলে x^3 আরো ক্ষুদ্র হবে।
$\therefore (1+x)^5(1-4x)^4 = 1-11x+26x^2$ **(প্রমাণিত)**

★★★ ১০.১ দ্বিপদী $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতি | Text পৃষ্ঠা-২০৯

- দ্বিপদী $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতি:
$(1+y)^n = 1+ny+\frac{n(n-1)}{1.2}y^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}y^3+.....+y^n$
এখানে, $n=0$ হলে, $(1+y)^n = 1$ [পদসংখ্যা 1]
- $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে ঘাত বা শক্তির চেয়ে পদসংখ্যা 1টি বেশি, অর্থাৎ $(n+1)$ সংখ্যক পদ থাকে।
- দ্বিপদী বিস্তৃতিতে y এর বিভিন্ন ঘাতের সহগ (Coefficient) কে দ্বিপদী সহগ বলা হয়।

১. নিচের কোনটি দ্বিপদী রাশি? (সহজ)
ক x^n খ y^n গ $\frac{1}{y}$ ঘ a^2-b^2 **ঘ**

২. $(1+x)^8$ এর বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ আছে? (সহজ) [মডিফিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 7 খ 8 গ 9 ঘ 17 **গ**

৩. $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা একটি হলে, n এর মান কত? (সহজ)
ক -1 খ 0 গ 1 ঘ 2 **খ**

৪. $\left(1+\frac{y}{x}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে $n=3$ হলে, পদ সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **গ**

৫. $(1-2y+y^2)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা 7 হলে, n এর মান কত? (কঠিন)
ক 3 খ 6 গ 7 ঘ 8 **ক**

ব্যাখ্যা: $(1-2y+y^2)^n = \{(1-y)^2\}^n = (1-y)^{2n}$
$\therefore 2n+1 = 7$ বা, $n=3$

৬. $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $n=0,1,2,3$ এর জন্যে সহগগুলোকে সাজালে নিচের কোনটির আকার ধারণ করবে? (সহজ)
ক ত্রিভুজের খ বর্গের
গ আয়তনের ঘ চতুর্ভুজের **ক**

৭. $(1+y)^7$ এর বিস্তৃতিতে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সহগগুলি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক 1 5 10 10 5 1 খ 1 7 21 35 35 21 7 1
গ 1 7 9 26 35 27 8 1 ঘ 1 6 15 20 15 6 1 **খ**

৮. প্যাসকেলের ত্রিভুজ হতে $(a+b)^6$ এর দ্বিপদী সহগ জানতে চাইলে কোনটির সহগ আগে জানতে হবে? (সহজ)
ক $(a+b)^4$ খ $(a+b)^5$ গ $(a+b)^7$ ঘ $(a+b)^8$ **খ**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৯. $\binom{8}{0}$ = কত? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ 8 ঘ 16 **খ**

১০. $\binom{6}{4}$ = কত? (মধ্যম) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]
ক 0 খ 1 গ 6 ঘ 15 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\binom{6}{4} = \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}$

১১. $\binom{100}{100}$ = কত? (সহজ)
ক -100 খ 0 গ 1 ঘ 100 **গ**

১২. $\binom{n}{n-1}$ = কত? (সহজ)
ক 1 খ n গ $n+1$ ঘ $n-1$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\binom{n}{n-1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = n$

১৩. $(1+y)^8$ এর বিস্তৃতিতে $r+1$ তম পদের সহগ কোনটি? (সহজ)
ক $\binom{n}{r}$ খ $\binom{8}{r}$ গ $\binom{9}{r}$ ঘ $\binom{r}{9}$ **খ**

১৪. $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n-তম পদের সহগ কত? (সহজ)
ক 0 খ $\binom{n}{1}$ গ $\binom{n}{n}$ ঘ $\binom{n}{n-1}$ **ঘ**

১৫. $(1+2y)^5$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\binom{5}{0}$ খ $\binom{5}{1}.2y$
গ $\binom{5}{2}(2y)^2$ ঘ $\binom{5}{3}(2y)^3$ **গ**

১৬. $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n-তম পদের মান কত? (মধ্যম)
[বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]
ক 1 খ $\binom{n}{1}y^n$ গ ny^{n-1} ঘ y^n **গ**

১৭. $\binom{8}{5}x^5$ পদের দ্বিপদী রাশি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $(1+x)^5$ খ $(1+x)^8$ গ $(1-x)^5$ ঘ $(1-x)^8$ **খ**

ব্যাখ্যা: $(1+x)^n$ এর $(r+1)$ তম পদ $= \binom{n}{r}x^r$
$\therefore (1+x)^8$ এর $(5+1)$ তম পদ $= \binom{8}{5}x^5$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৮. $(1-9x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{1.2.3\ldots r}x^r$

খ $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r)}{1.2.3\ldots r}q^rx^r$

গ $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r)}{1.2.3\ldots r}(-1)^rq^rx^r$

ঘ $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{1.2.3\ldots r}(-1)^rq^rx^r$ ঘ

১৯. $(1+3x)^5 = 1+15x+90x^2+270x^3+\ldots\ldots$ হলে, $(1-3x)^5$ = কত? (মধ্যম)

ক $1-15x+90x^2+270x^3+\ldots\ldots$

খ $1-15x+90x^2-270x^3+\ldots.$

গ $1+15x-90x^2-270x^3+\ldots\ldots$

ঘ $1-15x-90x^2-270x^2+\ldots\ldots$ খ

ব্যাখ্যা: পদগুলোর চিহ্ন +, −, +, −, + ... হবে।

২০. $(1+3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 3 গ 5 ঘ 15 ঘ

ব্যাখ্যা: $(1+3x)^5 = \binom{5}{0}(3x)^0 + \binom{5}{1}3x^1 + \ldots\ldots$
$= 1+15x+\ldots\ldots$

২১. $(1+x^2)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত? (মধ্যম)
[ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক 2 খ 5 গ 10 ঘ 16 খ

২২. $(1+3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত ? (মধ্যম)

ক 1 খ 15 গ 90 ঘ 270 গ

ব্যাখ্যা: $\binom{5}{2}(3x)^2 = 90x^2$

২৩. $\left(\frac{1}{4}-x+x^2\right)^3$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কোনটি? (মধ্যম)

ক $-\frac{5}{2}$ খ 0 গ 2 ঘ $\frac{5}{2}$ ক

ব্যাখ্যা: $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2-2.\frac{1}{2}x+(x)^2\right\}^3 = \left\{\left(\frac{1}{2}-x\right)^2\right\}^3 = \left(\frac{1}{2}-x\right)^6$

$\therefore x^3$ এর সহগ $= \binom{6}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{6-3}.(-1)^3 = -\frac{6.5.4}{1.2.3}.\frac{1}{2^3} = -\frac{5}{2}$.

২৪. $\left(1+\frac{a}{x}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^{-2} এর সহগ কোনটি? (মধ্যম)

ক $\binom{7}{0}a^2$ খ $\binom{7}{2}a^2$ গ $\binom{7}{-2}a^{-2}$ ঘ $\binom{7}{-2}a^2$ খ

ব্যাখ্যা: $(r+1)$ তম পদ $= \binom{7}{r}\left(\frac{a}{x}\right)^r = \binom{7}{r}a^r.x^{-r}$

$\therefore (2+1)$ তম পদ $= \binom{7}{2}\left(\frac{a}{x}\right)^2 = \binom{7}{2}a^2.x^{-2}$

২৫. $(1-x)(1+x)^3$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 ক

ব্যাখ্যা: $(1-x)(1+x)^3 = (1-x)(1+x)(1+x)^2$
$= (1-x^2)(1+x)^2 = (1-x^2)(1+2x+x^2)$
$= 1+2x+x^2-x^2-2x^3-x^4 = 1+2x-2x^3-x^4$
$\therefore x^2$ এর সহগ 0.

২৬. $\left(1+\frac{x^2}{4}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে নিচের কোনটির সহগ শূন্য? (কঠিন)

ক x খ x^2 গ x^4 ঘ x^6 ক

ব্যাখ্যা: $\left(1+\frac{x^2}{4}\right)^6 = \binom{6}{0}\left(\frac{x^2}{4}\right)^0 + \binom{6}{1}\left(\frac{x^2}{4}\right)^1 + \binom{6}{2}\left(\frac{x^2}{4}\right)^2 + \ldots\ldots = 1+6.\frac{x^2}{4}+15.\frac{x^4}{16}+\ldots.$

২৭. $\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^6$ এর x বর্জিত পদের মান কত? (মধ্যম) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক 1 খ 6 গ 7 ঘ 12 ঘ

ব্যাখ্যা: $\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^6 = 1+\binom{6}{1}\frac{1}{x^2}+\ldots\ldots$

২৮. নিচের কোনটির প্রথম পদ x বর্জিত পদ? (সহজ)

ক $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^8$ খ $(a-7x)^5$

গ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^7$ ঘ $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^3$ খ

২৯. $(1-y)^2$ এর বিস্তৃতিতে y এর সহগ a হলে, a এর মান কত? (মধ্যম)

ক −2 খ 0 গ 1 ঘ 3 ক

৩০. $(1+ax)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ − 270 হলে, a এর মান কত হবে? (কঠিন)

ক −2 খ −3 গ 2 ঘ 3 খ

ব্যাখ্যা: x^3 এর সহগ $= \binom{5}{3}a^3 = \frac{5.4.3}{1.2.3}a^3 = 10a^3$

$\therefore 10a^3 = -270$ বা, $a^3 = -27$ বা, $a^3 = (-3)^3$

$\therefore a = -3$.

৩১. $(1+x)(1-bx)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে প্রথম পদ কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ b ঘ 12 খ

ব্যাখ্যা: $(1+x)(1-bx)^{12} = (1+x)(1-12bx+66b^2x^2\ldots.) =$
$1-12bx+66b^2x^2+x-12bx^2+\ldots..$
$= 1+x(1-12b)+x^2(66b^2-12b)+\ldots..$

৩২. $\left(1+\frac{2}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদের মান 2 হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক −8 খ 0 গ 8 ঘ 16 গ

ব্যাখ্যা: দ্বিতীয় পদ $= \binom{8}{1}\left(\frac{2}{x}\right)^1$ $\therefore \frac{16}{x} = 2$ বা, $x = 8$

৩৩. $(1+x)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে 7-তম ও 8-তম পদ দুইটি সমান হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{9}{7}$ খ $\frac{7}{9}$ গ $\frac{7}{9}$ ঘ $-\frac{9}{7}$ খ

ব্যাখ্যা: ${}^{15}C_6x^6 = {}^{15}C_7x^7$ বা, $x = \frac{{}^{15}C_6}{{}^{15}C_7} = \frac{7}{9}$.

৩৪. $\left(1+\frac{1}{4}\right)^n = 1+\frac{n}{4}+\frac{n(n-1)}{2}\frac{1}{16}+__$ বিস্তৃতিতে ২য় পদের মান ৩য় পদের দ্বিগুণের সমান হলে n এর মান কত? (মধ্যম)

ক 6 খ 5 গ 4 ঘ 3 খ

ব্যাখ্যা: $\frac{n}{4} = 2.\frac{n(n-1)}{2}.\frac{1}{16}$ বা, $1 = (n-1)\frac{1}{4}$

বা, $n-1 = 4$ $\therefore n = 5$

৩৫. $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে x এর মান কত হলে $(1.995)^7$ এর মান পাওয়া যাবে? (কঠিন)

ক 0.01 খ 0.05 গ 0.1 ঘ 0.5 ক

ব্যাখ্যা: $2-\frac{x}{2} = 1.995$ বা, $x = 0.01$

৩৬. $\left(1+\frac{4}{5}x\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^3 ও x^4 এর সহগদ্বয় সমান হলে n = কত? (মধ্যম)

ক 4 খ 5 গ 7 ঘ 8 ঘ

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

ব্যাখ্যা: ${}^nC_3\left(\frac{4}{5}\right)^3 = {}^nC_4\left(\frac{4}{5}\right)^4$

বা, $\frac{n!}{(n-3)!\,3!} = \frac{n!}{(n-4)!4!}\left(\frac{4}{5}\right)$

বা, $\frac{1}{(n-3)(n-4)!3!} = \frac{1}{(n-4)!4.3!}\frac{4}{5}$

বা, $\frac{1}{n-3} = \frac{1}{5}$ বা, $n-3=5$ বা, $n=8$.

৩৭. p এর কোন মানের জন্য $(1+px)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 ও x^4 এর সহগ সমান? (কঠিন)

ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{5}$ ঘ $\frac{5}{4}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\binom{8}{3}P^3 = \binom{8}{4}P^4$

বা, $\frac{P^4}{P^3} = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{\frac{8!}{(8-3)!3!}}{\frac{8!}{(8-4)!4!}}$ বা, $P = \frac{4!4!}{5!3!} = \frac{4!4.3!}{5.4!.3!} = \frac{4}{5}$

৩৮. $(1+y)^4$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ a ও $(1+y)^5$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ b হলে, $b:a = ?$ (কঠিন)

ক 5 : 4 খ 5 : 3 গ 5 : 2 ঘ 5 : 1 **খ**

ব্যাখ্যা: $(1+y)^4$ এর তৃতীয় পদের সহগ $\binom{4}{2} = 6$ এবং

$(1+y)^5$ এর তৃতীয় পদের সহগ $\binom{5}{2} = 10$

৩৯. $(1+y)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি হলে –

i. n এর মান 2 হতে পারে।

ii. এর বিস্তৃতিতে $(n+1)$ টি পদ থাকবে

iii. এর বিস্তৃতিতে শেষ পদ y^n

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৪০. $(1+3y^2+3y+y^3)^6$ এর বিস্তৃতিতে—

i. 7 টি পদ আছে

ii. 19 টি পদ আছে

iii. দ্বিতীয় পদটি $\binom{18}{1}.y$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৪১. 1

1 1

1 2 1

1 3 P 1

1 4 6 4 Q

1 5 10 10 R 1

i. Q এর মান = 1।

ii. PQ = 15।

iii. প্যাসকেলের ত্রিভুজটির ষষ্ঠ সারির জন্য n = 6।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৪২. $\binom{5}{0}a^5 + \binom{5}{1}a^4b + \binom{5}{2}a^3b^2 + \binom{5}{3}a^2b^3 + \binom{5}{4}ab^4 + \binom{5}{5}b^5$

i. বিস্তৃতির দ্বিপদী $(a+b)^5$।

ii. এর তৃতীয় পদের সহগ 10।

iii. দ্বিতীয় পদ: $10a^3b^2$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৪৩. $(1+x)^{m+n}$ এর বিস্তৃতিতে —

i. x^m ও x^n এর সহগ সমান।

ii. পদ সংখ্যা = m + n + 1

iii. x বর্জিত পদ একটি হবে যদি m ও n জোড় বা বিজোড় হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৪৪. $(1+y)^m\left(1+\frac{1}{y}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে y বর্জিত পদের মান —

i. $\binom{m+n}{n}$

ii. $\binom{m+n}{m}$

iii. $\binom{m+n}{0}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $(1+y)^m\left(1+\frac{1}{y}\right)^n = (1+y)^m\left(\frac{1+y}{y}\right)^n = \frac{(1+y)^{m+n}}{y^n}$

∴ $(n+1)$ তম পদে y বর্জিত পদ বিদ্যমান।

∴ y বর্জিত পদ $= \frac{\binom{m+n}{n}y^n}{y^n} = \binom{m+n}{n}$

এছাড়া $\binom{m+n}{n} = \binom{m+n}{m}$

৪৫. $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{1\times2\times3\times4\times\ldots\ldots\times r}$ হলে—

i. $\binom{4}{1} = 4$

ii. $\binom{4}{4} = 1$

iii. $\binom{4}{2} = 6$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৪৬. $(a+x)^m$ এর—

i. ঘাত হলো m।

ii. দ্বিতীয় পদ $\binom{m}{1}\frac{a^m x}{a}$

iii. ৩য় পদের মান $\frac{a^m}{a^2}$ হলে, $x = \sqrt{\frac{2}{m^2-m}}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: ৩য় বা (2 + 1) তম পদ $= \binom{m}{2}a^{m-2}x^2$

∴ $\binom{m}{2}a^{m-2}x^2 = \frac{a^m}{a^2}$ বা, $\frac{m(m-1)}{1.2}\frac{a^m}{a^2}x^2 = \frac{a^m}{a^2}$

বা, $x^2 = \frac{2}{m(m-1)}$ বা, $x = \sqrt{\frac{2}{m^2-m}}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৭-৪৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$(1+ax)^7 = \binom{7}{0} + \binom{7}{1}ax + \binom{7}{2}(ax)^2 + \ldots\ldots$

৪৭. বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কতটি? (সহজ)

ক 5 খ 6 গ 7 ঘ 8 **গ**

৪৮. x^2 এর সহগ 84 এর সমান হলে, a = ? (মধ্যম)

ক ±1 খ ±2 গ ±3 ঘ ±4 **খ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ব্যাখ্যা: x^2 এর সহগ $\binom{7}{2}(a)^2 = 84$

বা, $21a^2 = 84$ বা, $a^2 = 4$ বা, $a = \pm 2$.

৪৯. x^5 এর সহগ কোনটি? (সহজ)

ক $\binom{7}{4}a^4$ খ $\binom{7}{5}a^5$ গ $\binom{7}{6}a^6$ ঘ $\binom{7}{7}a^7$ **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫০-৫২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$(1+y)^{2n}$, $(1+y)^{2n-1}$ যেখানে n একটি পূর্ণসংখ্যা।

৫০. $(1+y)^{2n-1}$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদের সংখ্যা? (সহজ)

ক $2n-1$ খ $2n$ গ $2n+1$ ঘ 2^n **খ**

৫১. $(1+y)^{2n}$ এর y^n এর সহগ কোনটি? (সহজ)

ক $\binom{n}{n}$ খ $\binom{2n}{n}$ গ $\binom{2n-1}{n}$ ঘ $\binom{2n+1}{n}$ **খ**

৫২. $(1+y)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে y^n এর সহগ $(1+y)^{2n-1}$ এর বিস্তৃতিতে y^n এর সহগের কত গুণ? (কঠিন)

ক দ্বিগুণ খ তিনগুণ গ চারগুণ ঘ পাঁচগুণ **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{^{2n}C_n}{^{2n-1}C_n} = \frac{\frac{2n!}{n!n!}}{\frac{(2n-1)!}{(n-1)!n!}} = \frac{\frac{2n(2n-1)!}{n!n(n-1)!}}{\frac{(2n-1)!}{(n-1)!n!}}$

$= \frac{2n(2n-1)!}{n!n(n-1)!} \times \frac{(n-1)!n!}{(2n-1)!} = 2.$

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৩-৫৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$(1+x)^7$ একটি দ্বিপদী রাশি।

৫৩. বিস্তৃতিতে 4তম পদের সহগ কত? (সহজ)

ক 14 খ 35 গ 42 ঘ 48 **খ**

৫৪. দুইটি ক্রমিক পদের সহগের অনুপাত 1 : 3 হলে পদ দুইটি কত? (কঠিন)

ক 2 ও 3 খ 3 ও 4 গ 4 ও 5 ঘ 5 ও 6 **গ**

ব্যাখ্যা: ক্রমিক পদ দুইটির সহগ $^7C_{r-1}$ ও ^7C_r

$\therefore \frac{^7C_r}{^7C_{r-1}} = \frac{3}{1}$ বা, $\frac{\frac{7!}{(7-r)!r!}}{\frac{7!}{(7-r+1)!(r-1)!}} = 3$

বা, $\frac{7!}{(7-r)!r(r-1)!} \times \frac{(7-r+1)(7-r)!(r-1)!}{7!} = 3$

বা, $\frac{8-r}{r} = 3$ বা, $3r = 8-r$ বা, $3r+r = 8$

বা, $4r = 8$ বা, $r = 2$ $\therefore$ 2 ও $(2+1)$ বা, 3তম পদ।

৫৫. x^r এর সহগ x^{r-1} এর সহগের সাতগুণ হলে r = কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $^7C_r = 7^7C_{r-1}$ বা, $\frac{7!}{(7-r)!r!} = 7\frac{7!}{(7-r+1)!(r-1)!}$

বা, $\frac{1}{(7-r)!r(r-1)!} = \frac{7}{(7-r+1)(7-r)!(r-1)!}$

বা, $\frac{1}{r} = \frac{7}{8-r}$ বা, $7r = 8-r$ বা, $8r = 8$ $\therefore r = 1$

৫৬. বিস্তৃতির 4-তম পদ ও 5-তম পদ সমান হলে, x = কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $\binom{7}{3}x^3 = \binom{7}{4}x^4$ বা, $\frac{7.6.5}{3.2.1}x^3 = \frac{7.6.5.4}{4.3.2.1}x^4$

বা, $\frac{x^4}{x^3} = \frac{35}{35} = 1$ $\therefore x = 1$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $(1+y)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি এবং এর দ্বিপদী বিস্তৃতির সহগ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। *[কাজ: পৃষ্ঠা-২১১]*

ক. $n = 6$ ও $n = 7$ -এর জন্য দ্বিপদী সহগ নির্ণয় কর। ২

খ. $n = 8$ এবং $n = 9$ এর জন্য বিস্তৃতিসমূহ নির্ণয় কর। $y = 2x$ এবং $n = 6$ -এর জন্য দ্বিপদীটি বিস্তৃত কর। ৪

গ. 'খ' এর সাহায্যে $(2.982)^6$ -এর আসন্ন মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্যাসকেলের ত্রিভুজে সূত্রানুযায়ী দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতির সহগসমূহ নিম্নরূপ:

n = 0 1
n = 1 1 1
n = 2 1 2 1
n = 3 1 3 3 1
n = 4 1 4 6 4 1
n = 5 1 5 10 10 5 1

$\therefore n = 6$ হলে দ্বিপদী সহগ: 1 6 15 20 15 6 1 (Ans.)

এবং $n = 7$ হলে দ্বিপদী সহগ: 1 7 21 35 35 21 7 1 (Ans.)

খ প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে

$(1+y)^8 = 1 + 8y + 28y^2 + 56y^3 + 70y^4 + 56y^5 + 28y^6 + 8y^7 + y^8$ (Ans.)

এবং $(1+y)^9 = 1 + 9y + 36y^2 + 84y^3 + 126y^4 + 126y^5 + 84y^6 + 36y^7 + 9y^8 + y^9$. (Ans.)

$y = 2x$ এবং $n = 6$ হলে দ্বিপদীটি হয় $(1+2x)^6$

$\therefore (1+2x)^6 = 1 + 6(2x) + 15(2x)^2 + 20(2x)^3 + 15(2x)^4 + 6(2x)^5 + (2x)^6$

$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + 240x^4 + 192x^5 + 64x^6$ (Ans.)

গ 'খ' হতে পাই,

$(1+2x)^6 = 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + 240x^4 + 192x^5 + 64x^6$

এখানে, $1 + 2x = 2.982$

বা, $2x = 2.982 - 1 = 1.982$

বা, $x = \frac{1.982}{2} = 0.991$

$\therefore x = 0.991$

এখন, $x = 0.991$ বসিয়ে পাই,

$\{1 + 2(0.991)\}^6 = 1 + 12(0.991) + 60(0.991)^2 + 160(0.991)^3 + 240(0.991)^4 + 192(0.991)^5 + 64(0.991)^6$

বা, $(1 + 1.982)^6 = 1 + 11.892 + 58.925 + 155.719 + 231.476 + 183.514 + 60.621$

বা, $(2.982)^6 = 703.147$

$\therefore (2.982)^6 = 703.147$ [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২ $128\left(\frac{1}{2}+x^2\right)^7$ এবং $128\left(\frac{1}{2}-x^2\right)^7$ দুইটি দ্বিপদী।

[কাজ: পৃষ্ঠা-২১৪]

ক. দ্বিপদীদ্বয়কে $(1+ax^2)^n$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. দ্বিপদীদ্বয়কে প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে এবং দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত কর। ৪

গ. দেখাও যে, $(1+2x^2)^7$ থেকে $(1-2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা অঋণাত্মক। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $128\left(\frac{1}{2}+x^2\right)^7 = 2^7\left(\frac{1}{2}+x^2\right)^7$

$= \left\{2\left(\frac{1}{2}+x^2\right)\right\}^7$

$= (1+2x^2)^7$ (Ans.)

এবং $128\left(\frac{1}{2}-x^2\right)^7 = 2^7\left(\frac{1}{2}-x^2\right)^7$

$= \left\{2\left(\frac{1}{2}-x^2\right)\right\}^7$

$= (1-2x^2)^7$ (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই, দ্বিপদীদ্বয় $(1+2x^2)^7$ ও $(1-2x^2)^7$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে–

$(1+2x^2)^7 = 1 + 7(2x^2) + 21(2x^2)^2 + 35(2x^2)^3 + 35(2x^2)^4 + 21\cdot(2x^2)^5 + 7(2x^2)^6 + (2x^2)^7$ (Ans.)

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

$(1+2x^2)^7 = \binom{7}{0}(2x^2)^0 + \binom{7}{1}(2x^2)^1 + \binom{7}{2}(2x^2)^2 + \binom{7}{3}(2x^2)^3 + \binom{7}{4}(2x^2)^4 + \binom{7}{5}(2x^2)^2 + \binom{7}{6}(2x^2)^2 + \binom{7}{7}(2x^2)^7$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(2x^2)^2 + \frac{7.6.5}{1.2.3}(2x^2)^3 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}(2x^2)^4 + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}(2x^2)^5 + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}(2x^2)^6 + 1.(2x^2)^7$

$= 1 + 14x^2 + 21.4x^4 + 35.8x^6 + 35.16x^8 + 21.32x^{10} + 7.64x^{12} + 128x^{14}$

$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{14}$ (Ans.)

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে

$(1-2x^2)^7 = \{1+(-2x^2)\}^7$

$= 1 + 7(-2x^2) + 21.(-2x^2)^2 + 35(-2x^2)^3 + 35(-2x^2)^4 + 21(-2x^2)^5 + 7(-2x^2)^6 + (-2x^2)^7$

$= 1 - 7.2x^2 + 21.4x^4 - 35.8x^6 + 35.16x^8 - 21.32x^{10} + 7.64x^{12} - 128x^{14}$

$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} - 448x^{12} + 128x^{14}$ (Ans.)

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

$(1-2x^2)^7 = \{1+(-2x^2)\}^7$

$= \binom{7}{0}(-2x^2)^0 + \binom{7}{1}(-2x^2) + \binom{7}{2}(-2x^2)^2 + \binom{7}{3}(-2x^2)^3 + \binom{7}{4}(-2x^2)^4 + \binom{7}{5}(-2x^2)^5 + \binom{7}{6}(-2x^2)^6 + \binom{7}{7}(-2x^2)^7$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(-2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(4x^4) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-8x^6) + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}(16x^8) + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}(-32x^{10}) + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}(64x^{12}) + 1.(-128x^{14})$

$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 - 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{24}$ (Ans.)

গ 'খ' থেকে পাই, $(1+2x^2)^7 = 1 + 14x^2 + 84x^4 + 280x^6 + 560x^8 + 672x^{10} + 448x^{12} + 128x^{14}$

এবং $(1-2x^2)^7 = 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{14}$

$\therefore (1+2x^2)^7 - (1-2x^2)^7$

$= 1 + 14x^2 + 84x^4 + 280x^6 + 560x^8 + 672x^{10} + 448x^{12} + 128x^{14} - 1 + 14x^2 - 84x^4 + 280x^6 - 560x^8 + 672x^{10} - 448x^{12} + 128x^{14}$

$= 28x^2 + 560x^6 + 1344x^{10} + 256x^{14}$

$= 4x^2(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$

এখানে x এর যেকোনো মানের জন্য $4x^2$ এবং $(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$ অঋণাত্মক সংখ্যা

$\therefore (1+2x^2)^7$ থেকে $(1-2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা অঋণাত্মক।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৩ $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ-

$$(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \ldots\ldots + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + y^n$$

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২১৫

ক. সূত্রটি ব্যবহার করে $(1+x)^8$ কে পঞ্চম পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. 'ক'-এ x-এর পরিবর্তে $-\frac{x^2}{4}$ ব্যবহার করে দ্বিপদীটির বিস্তৃতির x^3 ও x^6 -এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে 'খ'-এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতিতে $y = x$ এবং $n = 8$ ব্যবহার করে পাই,

$$(1+x)^8 = \binom{8}{0}x^0 + \binom{8}{1}x^1 + \binom{8}{2}x^2 + \binom{8}{3}x^3 + \binom{8}{4}x^4 + \ldots\ldots \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক'-এ x-এর পরিবর্তে $-\frac{x^2}{4}$ ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8 = \binom{8}{0}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^0 + \binom{8}{1}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^1 + \binom{8}{2}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + \binom{8}{4}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^4 + \ldots\ldots$$

$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে দেখা যাচ্ছে x^3 এর সহগযুক্ত পদ নেই।

অর্থাৎ x^3 এর সহগ 0 এবং x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$ (Ans.)

গ

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 15 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8 = 1 + 8\left(-\frac{x^2}{4}\right) + 28\left(\frac{-x^2}{4}\right)^2 + 56\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + 70\left(\frac{-x^2}{4}\right)^4 + \ldots\ldots$$

$$= 1 - 2x^2 + \frac{7}{4}x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \frac{35}{128}x^8 - \ldots\ldots\ldots$$

$\therefore \left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 0 এর x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$

$\therefore$ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে সত্যতা যাচাই করা হলো।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৪ $(2-x)$ এবং $(1+\frac{1}{2}x)^8$ দুইটি দ্বিপদী রাশি। *বোর্ড: পৃষ্ঠা-২১৫*

ক. দ্বিপদী $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতি লিখ। ২

খ. x-এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে রাশি দুইটির গুণফলকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের মাধ্যমে 'খ' এর বিস্তৃতিটি যাচাই কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিপদী $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতি নিম্নরূপ—

$$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y^1 + \binom{n}{2}y^2 + \binom{n}{3}y^3 + \ldots + \binom{n}{n}y^n$$ (Ans.)

খ দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে পাই,

$$(2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8 = (2-x)$$

$$\left[\binom{8}{0}\left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1}\left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{8}{4}\left(\frac{x}{2}\right)^4 + \ldots\ldots\right]$$

বা, $(2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8 = (2-x)\left[1.1 + \frac{8}{1}\cdot\frac{x}{2} + \frac{8.7}{1.2}\cdot\frac{x^2}{4} + \frac{8.7.6}{1.2.3}\cdot\frac{x^3}{8} + \ldots\ldots\right]$

$= (2-x)(1+4x+7x^2+7x^3+\ldots\ldots)$

$= (2+8x+14x^2+14x^3+\ldots\ldots) + (-x-4x^2-7x^3-7x^4-\ldots\ldots)$

$= 2+7x+10x^2+7x^3+\ldots\ldots$

$\therefore (2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8 = 2+7x+10x^2+7x^3+\ldots\ldots$ (Ans.)

গ

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই,

$(2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8$

$= (2-x)\left[1+8\left(\frac{1}{2}x\right)+28\left(\frac{1}{2}x\right)^2+56\left(\frac{1}{2}x\right)^3+70\left(\frac{1}{2}x\right)^4 + \ldots\ldots\right]$

$= (2-x)\left[1+\frac{8}{2}x+\frac{28}{4}x^2+\frac{56}{8}x^3+\frac{70}{16}x^4+\ldots\ldots\right]$

$= (2-x)(1+4x+7x^2+7x^3+\frac{35}{8}x^4+\ldots\ldots)$

$= (2+8x+14x^2+14x^3+\frac{35}{4}x^4+\ldots\ldots)$

$-(x+4x^2+7x^3+7x^4+\frac{35}{8}x^5+\ldots\ldots)$

$= 2+7x+10x^2+7x^3+\frac{7}{4}x^4+\ldots\ldots$ যা দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাওয়া বিস্তৃতির অনুরূপ।

∴ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতিটি যাচাই করা হলো।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৫ প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

1
1 1
1 2 1
1 x 3 1
1 y z 4 1

ক. উদ্দীপক হতে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের পরবর্তী কয়েকটি ধাপ প্রয়োজনমত পূরণ করে $(1+t)^8$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে $(1+t)^8$ এর বিস্তৃত করে 'খ' এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

∴ x = 3, y = 4, z = 6 (Ans.)

খ প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

n=0 ⟶ 1
n=1 ⟶ 1 1
n=2 ⟶ 1 2 1
n=3 ⟶ 1 3 3 1
n=4 ⟶ 1 4 6 4 1
n=5 ⟶ 1 5 10 10 5 1
n=6 ⟶ 1 6 15 20 15 6 1
n=7 ⟶ 1 7 21 35 35 21 7 1
n=8 ⟶ 1 8 28 56 70 56 28 8 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$(1+t)^8 = 1+8t+28t^2+56t^3+70t^4+56t^5+28t^6+8t^7+t^8$ (Ans.)

গ দ্বিপদী বিস্তৃতির সূত্র হতে আমরা পাই,

$$(1+x)^n = \binom{n}{0}x^0 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \ldots\ldots \binom{n}{n-1}x^{n-1} + \binom{n}{n}x^n$$

$$\therefore (1+t)^8 = \binom{8}{0}t^0 + \binom{8}{1}t + \binom{8}{2}t^2 + \binom{8}{3}t^3 + \binom{8}{4}t^4 + \binom{8}{5}t^5 + \binom{8}{6}t^6 + \binom{8}{7}t^7 + \binom{8}{8}t^8$$

$= 1+8t+28t^2+56t^3+70t^4+56t^5+28t^6+8t^7+t^8$

যা 'খ' এর প্রাপ্ত রাশির সমান।

∴ খ এর সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ৬ $(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \ldots\ldots\ldots + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের ডানপাশের ৪র্থ ও ৫ম পদটি লিখ। ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের সাহায্য নিয়ে এবং $y = 3x$ ও $n = 8$ ধরে $(1+y)^n$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সাহায্যে $(1+x)^5$ ও $(1-4x)^4$ কে বিস্তৃত কর এবং প্রমাণ কর যে, $(1+x)^5(1-4x)^4 = 1-11x+26x^2$ [x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার ঊর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে] ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ৪র্থ পদ : $\binom{n}{3}y^3$ (Ans.)

৫ম পদ : $\binom{n}{4}y^4$ (Ans.)

খ $y = 3x$ ও $n = 8$ হলে দ্বিপদীটি হয় $(1 + 3x)^8$

$\therefore (1+3x)^8 = \binom{8}{0}(3x)^0 + \binom{8}{1}(3x)^1 + \binom{8}{2}(3x)^2 + \binom{8}{3}(3x)^3$

$+ \binom{8}{4}(3x)^4 + \binom{8}{5}(3x)^5 + \binom{8}{6}(3x)^6 + \binom{8}{7}(3x)^7 + \binom{8}{8}(3x)^8$

$= 1.1 + 8.3x + 28.9x^2 + 56.27x^3 + 70.81x^4 + 56.243x^5$

$+ 28.729x^6 + 8.2187x^7 + 1.6561x^8$

$= 1 + 24x + 252x^2 + 1512x^3 + 5670x^4 + 13608x^5$

$+ 20\ 412x^6 + 17496x^7 + 6561x^8.$

গ $(1+x)^5 = \binom{5}{0}x^0 + \binom{5}{1}x^1 + \binom{5}{2}x^2 + \binom{5}{3}x^3 + \binom{5}{4}x^4 + \binom{5}{5}x^5.$

$= 1.1 + 5.x + 10.x^2 + 10.x^3 + 5.x^4 + 1.x^5$

$= 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$

$(1 - 4x)^4 = \binom{4}{0}(-4x)^0 + \binom{4}{1}(-4x)^1 + \binom{4}{2}(-4x)^2$

$+ \binom{4}{3}(-4x)^3 + \binom{4}{4}(-4x)^4$

$= 1.1 + 4.(-4x) + 6.16x^2 + 4(-64x^3) + 256x^4$

$= 1 - 16x + 96x^2 - 256x^3 + 256x^4$

$(1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = [1 + 5x + 10x^2 + ...] [1 - 16x + 96x^2 .....]$ [x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে]

$= 1 - 16x + 96x^2 + 5x - 80x^2 + 480x^3 + 10x^2 - .....$

[পুনরায় x^3 ও তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে]

$= 1 - 11x + 26x^2 - .....$

$= 1 - 11x + 26x^2 - .....$

$\therefore (1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2 - .....$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭ $(1 - x)^3$ এবং $(1 + 2x)^3$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. দ্বিপদী $(1 + x)^t$ এর বিস্তৃতি লিখ। ২

খ. প্রথম এবং দ্বিতীয় রাশিকে ঘনের সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃত কর এবং প্যাসকেলের সূত্রের সাহায্যে এর সত্যতা যাচাই করো। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দ্বিপদী রাশি দুটির গুণফল $(1 + x - 2x^2)^3$ কে x এর উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং $x = 0.03$ ধরে রাশিটির আসন্ন মান নির্ণয় কর (x এর মান ক্ষুদ্র হওয়ায় x^3 এর চেয়ে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে)। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1 + x)^t = \binom{t}{0}(x)^0 + \binom{t}{1}(x)^1 + \binom{t}{2}(x)^2 + ...$

$\binom{t}{t-1}(x)^{t-1} + \binom{t}{t}(x)^t$ (Ans.)

খ $(1 - x)^3 = 1 - 3x + 3x^2 - x^3$

$(1 + 2x)^3 = 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$ (Ans.)

প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

$n = 0 \longrightarrow 1$

$n = 1 \longrightarrow 1\quad 1$

$n = 2 \longrightarrow 1\quad 2\quad 1$

$n = 3 \longrightarrow 1\quad 3\quad 3\quad 1$

$\therefore$ প্যাসকেলের ত্রিভুজ অনুসারে,

$(1 - x)^3 = 1 + 3(-x) + 3.(-x)^2 + 1.(-x)^3$

$= 1 - 3x + 3x^2 - x^3$ [যা পূর্ববর্তী বিস্তৃতির অনুরূপ]

$(1 + 2x)^3 = 1 + 3.2x + 3.(2x)^2 + 1.(2x)^3$

$= 1 + 6x + 3.4x^2 + 1.8x^3$

$= 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$ [যা পূর্ববর্তী বিস্তৃতির অনুরূপ]

গ $(1 + x - 2x^2)^3 = (1 - x)^3 (1 + 2x)^3$

$= [1 - 3x + 3x^2 - x^3] [1 + 6x + 12x^2 + 8x^3]$

$= 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3 - 3x - 18x^2 - 36x^3 + 3x^2 + 18x^3 - x^3$

[x এর উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত]

$= 1 + 3x - 3x^2 - 11x^3$ (Ans.)

$x = 0.03$ ধরে,

$(1 + x - 2x^2)^3 = 1 + 3x - 3x^2 - 11x^3$

[x এর মান ক্ষুদ্র হওয়ায় x^3 থেকে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে]

$= 1 + 3(0.03) - 3.(0.03)^2 - 11(0.03)^3$

$= 1 + 0.09 - 0.0027 - 0.000297$

$= 1.092997$ (Ans.)

সৃজনশীল প্রশ্ন ▶ ৮ $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ

$(1 + y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + y^n$

ক. $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির সূত্রটি লিখ। ২

খ. সূত্রটি থেকে $(1 + 3x)^5$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে $(1-3x)^5$ কে বিস্তৃত কর এবং 'খ' ও 'গ' থেকে দেখাও যে, উভয়ের বিস্তৃতি একই শুধু চিহ্ন আলাদা। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির সূত্রটি হলো :

$(1+x)^n = \binom{n}{0}x^0 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + ... + \binom{n}{n}x^n$ (Ans.)

খ 'ক' এ x এর পরিবর্তে 3x বসিয়ে পাই,

$(1+3x)^5 = \binom{5}{0}(3x)^0 + \binom{5}{1}(3x) + \binom{5}{2}(3x)^2 + \binom{5}{3}(3x)^3$

$= \binom{5}{4}(3x)^4 + \binom{5}{5}(3x)^5$

$= 1 + 5.(3x) + \frac{5.4}{1.2}(9x^2) + \frac{5.4.3}{1.2.3}(27x^3)$

$+ \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}(81x^4) + 243x^5$

$= 1 + 15x + 10(9x^2) + 10(27x^3) + 5(81x^4) + 243x^5$

$= 1 + 15x + 90x^2 + 270x^3 + 405x^4 + 243x^5$ (Ans.)

গ প্যাসকেলের ত্রিভুজটি হলো :

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$(1 - 3x)^5 = 1 + 5(-3x) + 10(-3x)^2 + 10(-3x)^3$

$+ 5(-3x)^4 + 1(-3x)^5$

$= 1 - 15x + 90x^2 - 270x^3 + 405x^4 - 243x^5$

'খ' ও 'গ' হতে দেখা যায়, $(1 + 3x)^5$ ও $(1 - 3x)^5$ এর বিস্তৃতি একই। শুধুমাত্র সহগের চিহ্ন আলাদা। (দেখানো হলো)

সৃজনশীল প্রশ্ন ▶ ৯ $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ

$(1 + y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + y^n$

ক. সূত্রটি ব্যবহার করে $(1 + x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. 'ক' এর বিস্তৃতির সাহায্যে $(1 - 4x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় করে প্যাসকেলের ত্রিভুজের মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ. x এর মান যথেষ্ট ছোট হলে x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। 'ক' এবং 'খ' এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $(1+x)^5(1-4x)^5 = 1-15x+70x^2$ ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $y = x$ ও $n = 5$ ব্যবহার করে পাই,

$$(1+x)^5 = \binom{5}{0}x^0 + \binom{5}{1}x^1 + \binom{5}{2}x^2 + \binom{5}{3}x^3 + \binom{5}{4}x^4 + \binom{5}{5}x^5$$

$$= 1 + 5x + \frac{5.4}{1.2}x^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3}x^3 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}x^4 + x^5$$

$$= 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5.$$

$\therefore (1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$. **(Ans.)**

খ 'ক' এর বিস্তৃতিতে এ x এর পরিবর্তে $(-4x)$ বসিয়ে পাওয়া যায়

$$(1-4x)^5 = 1 + 5(-4x) + 10(-4x)^2 + 10(-4x)^3 + 5(-4x)^4 + (-4x)^5$$

$$= 1 - 5.4x + 10.16x^2 - 10.64x^3 + 5.256x^4 - 1024x^5$$

$$= 1 - 20x + 160x^2 - 640x^3 + 1280x^4 - 1024x^5.$$

আবার $y = 5$ এর জন্য প্যাসকেলের ত্রিভুজ

```
            1
          1   1
        1   2   1
      1   3   3   1
    1   4   6   4   1
  1   5  10  10   5   1
```

অতএব, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই,

$$(1-4x)^5 = 1 + 5(-4x) + 10(-4x)^2 + 10(-4x)^3 + 5(-4x)^4 + (-4x)^5$$

$$= 1 - 20x + 160x^2 - 640x^3 + 1280x^4 - 1024x^5.$$

$\therefore (1-4x)^5 = 1 - 20x + 160x^2 - 640x^3 + 1280x^4 - 1024x^5$, প্যাসকেলের ত্রিভুজের মাধ্যমে সত্যতা যাচাই করা হলো।

গ x এর মান যথেষ্ট ছোট হলে x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। এক্ষেত্রে (ক) ও (খ) হতে পাওয়া যায়–

$(1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2$

এবং $(1-4x)^5 = 1 - 20x + 160x^2$

$\therefore (1+x)^5(1-4x)^5$

$= (1 + 5x + 10x^2)(1 - 20x + 160x^2)$

$= 1 - 20x + 160x^2 + 5x - 100x^2 + 10x^2$ [x^3 ও তার উর্ধ্বঘাত উপেক্ষা করে]

$= 1 - 15x + 70x^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে লিখা যায়—

$$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$$

ক. উক্ত সূত্রের সাহায্যে $(1-x)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃতি কর। অত:পর x^2 পর্যন্ত $\{1+(a-1)x-ax^2\}^6$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\{1+(a-1)x-ax^2\}^6$ এর বিস্তৃতি $1+6bx$ পাওয়া যায়, তাহলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিপদী উপপাদ্যে $y = -x$ এবং $n = 6$ বসিয়ে পাই,

$$(1-x)^6 = 1 + \binom{6}{1}(-x) + \binom{6}{2}(-x)^2 + \ldots\ldots$$

$$= 1 + 6(-x) + \frac{6.5}{1.2}x^2 + \ldots\ldots$$

$$= 1 - 6x + 15x^2 + \ldots\ldots$$ **(Ans.)**

খ 'ক' এ প্রাপ্ত বিস্তৃতিতে– x এর পরিবর্তে ax বসালে পাওয়া যায়–

$$(1+ax)^6 = 1 + \binom{6}{1}(ax) + \binom{6}{2}(ax)^2 + \ldots$$

$$= 1 + 6.(ax) + 15.a^2x^2 + \ldots.$$

$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + \ldots.$$

সুতরাং, $\{1+(a-1)x-ax^2\}^6$

$= \{1 + ax - x - ax^2\}^6$

$= \{1 + ax - x(1+ax)\}^6$

$= \{(1+ax)(1-x)\}^6$

$= (1-x)^6(1+ax)^6$

$= (1 - 6x + 15x^2 - \ldots)(1 + 6ax + 15a^2x^2 + \ldots.)$

$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 - 6x - 36ax^2 + 15x^2 + \ldots$

$= 1 + 6x(a-1) + (15a^2 - 36a + 15)x^2 + \ldots\ldots$

$= 1 + 6(a-1)x + (15a^2 - 36a + 15)x^2 + \ldots$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, $\{1+(a-1)x-ax^2\}^6 = 1 + 6bx$

বা, $1 + 6(a-1)x + (15a^2 - 36a + 15)x^2 + \ldots = 1 + 6bx$

উভয় পক্ষ হতে x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$6(a-1) = 6b$ এবং $15a^2 - 36a + 15 = 0$

বা, $b = a - 1$ ..... (i) বা, $15a^2 - 25a - 9a + 15 = 0$

বা, $5a(3a-5) - 3(3a-5) = 0$

বা, $(3a-5)(5a-3) = 0$

$\therefore a = \frac{5}{3}, \frac{3}{5}$

যখন $a = \frac{5}{3}$, তখন $b = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$ [(i) হতে]

যখন $a = \frac{3}{5}$, তখন $b = \frac{3}{5} - 1 = -\frac{2}{5}$ [(i) হতে]

$\therefore a = \frac{5}{3}, b = \frac{2}{3}$ অথবা, $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

```
n = 0                1
n = 1              1   1
n = 2            1   2   1
n = 3          1   3   3   1
n = 4        1   4   6   4   1
```

ক. $n = 6$ এর জন্য প্যাসকেলের ত্রিভুজের ধাপটি লিখ। ২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে $(1+ax)^6$ কে পূর্ণ বিস্তৃত কর এবং দ্বিপদী বিস্তৃতির সাধারণ সূত্রের সাহায্যে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. $(1-x)(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি $1 + bx^2$ পাওয়া যায়, তাহলে a ও b এর মান নির্ণয় কর এবং প্রমাণ কর যে, $7a + 2b = 0$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

```
n=5  ⟶    1    5    10    10    5    1
n=6  →  1    6    15    20    15    6    1
```

খ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$$(1+ax)^6 = 1 + 6.ax + 15(ax)^2 + 20(ax)^3 + 15(ax)^4 + 6(ax)^5 + 1(ax)^6$$

$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + 20a^3x^3 + 15a^4x^4 + 6a^5x^5 + a^6x^6$$ **(Ans.)**

দ্বিপদী বিস্তৃতির সাধারণ সূত্র,

$$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n.$$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$(1+ax)^6 = \binom{6}{0}(ax)^0 + \binom{6}{1}(ax) + \binom{6}{2}(ax)^2 + \binom{6}{3}(ax)^3$

$+ \binom{6}{4}(ax)^4 + \binom{6}{5}(ax)^5 + \binom{6}{6}(ax)^6$

$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + 20a^3x^3 + 15a^4x^4 + 6a^5x^5 + a^6x^6$, যা পূর্ববর্তী বিস্তৃতির অনুরূপ। **(সত্যতা যাচাই করা হলো।)**

গ $(1-x)(1+ax)^6 = (1-x)[1 + 6ax + 15a^2x^2 + ...]$

$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 - x - 6ax^2$ [x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করে]

$= 1 - x + 6ax - 6ax^2 + 15a^2x^2 + ...$

$= 1 + (6a-1)x + (15a^2 - 6a)x^2 - .....$

প্রশ্নমতে, $1 + (6a-1)x + (15a^2 - 6a)x^2 + ... = 1 + bx^2$

উভয়পক্ষ হতে x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$6a - 1 = 0$ ও $15a^2 - 6a = b$

বা, $a = \frac{1}{6}$

বা, $15\left(\frac{1}{6}\right)^2 - 6.\left(\frac{1}{6}\right) = b$

বা, $\frac{15}{36} - 1 = b$

বা, $b = \frac{15-36}{36} = \frac{-21}{36} = -\frac{7}{12}$

∴ $a = \frac{1}{6}, b = -\frac{7}{12}$ **(Ans.)**

এখন, বামপক্ষ $= 7a + 2b = 7 \times \frac{1}{6} + 2\left(-\frac{7}{12}\right)$

$= \frac{7}{6} - \frac{7}{6} = 0 =$ ডানপক্ষ

∴ $7a + 2b = 0$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৩ n এর বিভিন্ন মানের জন্য $(1+y)^n$ বিস্তৃতির দ্বিপদী সহগগুলো হলো :

n এর মান	দ্বিপদী সহগ
n = 0	1
n = 1	1 1
n = 2	1 2 1
n = 3	1 3 3 1
n = 4	1 4 6 4 1
n = 5	1 5 10 10 5 1

ক. n = 5 ও n = 6 এর জন্য দ্বিপদী সহগ বের কর। ২

খ. সহগের সাহায্যে $\left(1+\frac{x}{2}\right)^5 \left(1-\frac{x^2}{4}\right)^6$ কে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. খ থেকে প্রাপ্ত মানের সাহায্যে, $(1.25)^5 (.9375)^6$ এর মান বের কর। ৪

উত্তর:

ক. n = 5 হলে দ্বিপদী সহগ : 1 5 10 10 5 1

x = 6 হলে দ্বিপদী সহগ : 1 6 15 20 15 6 1

খ. $1 + \frac{5x}{2} + x^2 - 5\frac{x^3}{2} - \frac{5}{2}x^4 + ...$

গ. 2.03125.

প্রশ্ন ▶ ১৪ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে লিখা যায়–

$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$

ক. উক্ত সূত্রের সাহায্যে $(1+x)^6$ কে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. ক এর সাহায্যে $(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর ও $(1-x)(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. যদি $(1-x)(1+ax)^6$ এর বিস্তৃতিতে $1 + bx^2$ পাওয়া যায় তাহলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + ...$

খ. $(1+ax)^6 = 1 + 6ax + 15a^2x^2 + ...$

$(1-x)(1+ax)^6 = 1 + (6a-1)x + (15a^2 - 6a)x^2 + ...$

গ. $a = \frac{1}{6}, b = \frac{-7}{12}$

প্রশ্ন ▶ ১৪ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকারটি হলো $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$.

ক. $(x+y)^n$ -এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $\left(ax - \frac{b}{x}\right)^n$ -এর চতুর্থ ও পঞ্চম পদটি নির্ণয় কর। যদি পঞ্চম পদটি বর্জিত পদ হয় তাহলে n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্থ পদের মান –10240 হলে a ও b-এর মান নির্ণয় কর যদি $a - b = 2$ হয়। ৪

উত্তর: ক. ${}^nC_r x^{n-r}.y^r$;

খ. $-{}^nC_3 a^{n-3}b^3x^{n-6}$, ${}^nC_4 a^{n-4}b^4x^{n-8}$ এবং n = 8; **গ.** a = 4, b = 2

প্রশ্ন ▶ ১৫ $(x+y)^n$ **-কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার বলা হয়।**

ক. $(x+y)^n$ এবং $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতি দুইটি লিখ। ২

খ. 'ক' হতে $\left(p - \frac{x}{2}\right)^6$ -এর বিস্তৃতিটি নির্ণয় কর। ৪

গ. p = 1 হলে 'খ' এর দ্বিপদীটির বিস্তৃতি নির্ণয় কর। প্রাপ্ত বিস্তৃতি থেকে $(.995)^6$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

ক. $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + ... + y^n$

এবং $(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + y^n$

খ. $p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 - \frac{5}{2}p^3x^3 + \frac{15}{16}p^2x^4 - \frac{3}{16}px^5 + \frac{x^6}{64}$

গ. $1 - 3x + \frac{15}{4}x^2 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{15}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^5 + \frac{x^6}{64}$

এবং $(.995)^6 = 0.970$

প্রশ্ন ▶ ১৬ $(2+x)$ **এবং** $\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ **দুইটি দ্বিপদী রাশি।**

ক. $(1+y)^n$ -এর দ্বিপদী বিস্তৃতিটি লিখ। ২

খ. প্রদত্ত রাশি দুইটির গুণফলকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে $2.1 \times (1.05)^8$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

উত্তর:

ক. $\binom{n}{0}y^0+\binom{n}{1}y^1+\binom{n}{2}y^2+\binom{n}{3}y^3+\ldots\ldots+\binom{n}{n}y^n$

খ. $2+9x+18x^2+21x^3+\ldots\ldots\ldots$

গ. 3.101

প্রশ্ন ▶ ১৭ $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^6$ **-এর বিস্তৃতি দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার ব্যবহার করে নির্ণয় করা যায়।**

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকারটি লিখ। ২

খ. সাধারণ আকারটি ব্যবহার করে প্রদত্ত দ্বিপদীটির বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. 'খ' -এ প্রাপ্ত ফলাফল থেকে $(10.01)^6$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

খ. $x^{12}+6x^9+15x^6+20x^3+15+\frac{6}{x^3}+\frac{1}{x^6}$

গ. 1006015.02

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দুইটি পদের সমন্বয়ে গঠিত বীজগাণিতীয় রাশিকে দ্বিপদী রাশি বলা হয়।
- দ্বিপদী $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতি:

$$(1+y)^n=1+ny+\frac{n(n-1)}{1.2}y^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}y^3+\ldots..+y^n$$

এখানে, $n=0$ হলে, $(1+y)=1+0+0\ldots..=1$ [পদসংখ্যা 1]

$n=1$ হলে $(1+y)^1=1+y+0\ldots\ldots=1+y$ [পদ সংখ্যা 2]

$n=2$ হলে $(1+y)^2=1+2y+y^2+0\ldots\ldots=1+2y+y^2$ [পদ সংখ্যা 3]

$(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে ঘাত বা শক্তির চেয়ে পদসংখ্যা 1 টি বেশি, অর্থাৎ $(n+1)$ সংখ্যক পদ আছে।

- **দ্বিপদী সহগ:** দ্বিপদী বিস্তৃতিতে y এর বিভিন্ন ঘাতের সহগ (Coefficient) কে দ্বিপদী সহগ বলা হয়। $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতির সহগগুলোকে সাজালে আমরা পাই,

$n=0$			1			
$n=1$		1		1		
$n=2$		1	2	1		
$n=3$	1	3	3	1		
$n=4$	1	4	6	4	1	
$n=5$	1	5	10	10	5	1

লক্ষ করলে দেখব সহগগুলো একটি ত্রিভুজের আকার ধারণ করেছে। দ্বিপদী বিস্তৃতির সহগ নির্ণয়ের একটি কৌশল 'Blaise Pascals' প্রথম ব্যবহার করেন। তাই এই ত্রিভুজকে প্যাসকেলের ত্রিভুজ (Pascal' Triangle) বলা হয়। প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে আমরা সহজেই দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে সহগসমূহ নির্ণয় করতে পারি।

- $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদগুলো T_1, T_2, T_3, T_4 দ্বারা ধারাবাহিকভাবে চিহ্নিত করা হয়।
- কোনো সংখ্যার ফেক্টোরিয়ালের মান হলো 1 থেকে শুরু করে ঐ সংখ্যা পর্যন্ত সবগুলো স্বাভাবিক সংখ্যার ধারাবাহিক গুণফল।
- ${}^nC_r$ কে অনেক সময় $\binom{n}{r}$ আকারে লিখা হয়।

$${}^nC_r=\binom{n}{r}$$
$$=\frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{1\times2\times3\times4\ldots\ldots\times r}\binom{n}{o}$$
$$=1,\binom{n}{n}$$
$$=1$$

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫, ১০, ১২, ১৩, ১৬, ২১, ২৫, ২৭, ২৯, ৩০, ৩২, ৩৩, ৩৬, ৩৯, ৪১, ৪৪, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২
★★	৭, ৮, ১৫, ২০, ২২, ২৩, ২৮, ৩১, ৩৭, ৪০, ৪৩, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৫৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৫, ৭, ১০, ১১
★★	১, ৩, ৮, ৯

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অধ্যায়-১০

দ্বিপদী বিস্তৃতি

অনুশীলনী-১০.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দ্বিপদী উপপাদ্য সম্পর্কে ধারণা।

২. n! এবং ${}^nC_r$ এর মান নির্ণয়

৩. দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান।

১৮টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৫৩টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩০টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৯টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৪টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি অনুশীলনী ■ ৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. i. ${}^8C_0 = {}^8C_8$

ii. $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r}$

iii. $(1+x)^n$ -এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদটি $= \frac{n(n-1)}{2!}x^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　　খ ii ও iii
গ i ও iii　　ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: সঠিক উত্তর নাই।

i. সঠিক কারণ, ${}^nC_0 = 1$ এবং ${}^nC_n = 1$

ii. সঠিক নয় কারণ, $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}$

iii. সঠিক নয় কারণ, $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদটি $= nx$

২. $(a+x)^n$-এর বিস্তৃতিতে $(n+1)$ সংখ্যক পদ রয়েছে। এখানে n একটি—

ক অঋণাত্মক রাশি　　খ ধনাত্মক রাশি
গ ঋণাত্মক রাশি　　ঘ ভগ্নাংশ　　**ক**

ব্যাখ্যা: যেহেতু $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(n+1)$ সংখ্যক পদ রয়েছে সেহেতু n কে অবশ্যই শূন্য বা ধনাত্মক হতে হবে।
অতএব, n একটি অঋণাত্মক রাশি হবে।

৩. $(x+y)^5$-এর বিস্তৃতিতে দ্বিপদী সহগ হলো:

ক 5, 10, 10, 5　　খ 1, 5, 10, 10, 5, 1
গ 10, 5, 5, 10　　ঘ 1, 2, 3, 3, 2, 1　　**খ**

ব্যাখ্যা: প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে পাই $n = 5$ হলে দ্বিপদী সহগগুলো হলো: 1, 5, 10, 10, 5, 1

৪. $(1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ—

ক -1　　খ $\frac{1}{2}$
গ 3　　ঘ $-\frac{1}{2}$　　**গ**

ব্যাখ্যা: $(1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$

$= (1-x)\left\{1^8 + {}^8C_1.\frac{x}{2} + {}^8C_2.\left(\frac{x}{2}\right)^2 + ..\right\}$

$= 1 + {}^8C_1.\frac{x}{2} - x + {}^8C_2\frac{x^2}{4} - {}^8C_1x^2 + ...$

$= 1 + \left(\frac{{}^8C_1}{2} - 1\right)x + \left(\frac{{}^8C_2}{4} - {}^8C_1\right)x^2 + ...$

x এর সহগ $= \frac{{}^8C_1}{2} - 1 = \frac{8}{2} - 1 = 4 - 1 = 3$

৫. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ -এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ কত?

ক 4　　খ 6
গ 8　　ঘ 0　　**খ**

ব্যাখ্যা: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4 = (x^2)^4 + {}^4C_1(x^2)^3.\left(\frac{1}{x^2}\right) + {}^4C_2(x^2)^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + {}^4C_3x^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + ...$

$= x^8 + {}^4C_1x^4 + {}^4C_2 + {}^4C_3\frac{1}{x^4} + ...$

এখানে, তৃতীয় পদটি x মুক্ত

$\therefore$ x মুক্ত পদ $= {}^4C_2 = \frac{4.3}{1.2} = 6$

৬. $(2-x)(1+ax)^5$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি $2 + 9x + cx^2$ পাওয়া যায়, তবে a ও c এর মান—

ক $a = 1, c = 15$　　খ $a = 5, c = 15$
গ $a = 15, c = 1$　　ঘ $a = 1, c = 0$　　**ক**

ব্যাখ্যা: $(2-x)(1+ax)^5$

$= (2-x)\{1^5 + {}^5C_1.ax + 5C_2.(ax)^2 + ...\}$

$= (2-x)\left\{1 + 5ax + \frac{5.4}{1.2}a^2x^2 + ...\right\}$

$= (2-x)(1 + 5ax + 10a^2x^2 + ...)$

$= 2(1 + 5ax + 10a^2x^2 + ...) - x(1 + 5ax + 10a^2x^2 + ...)$

$= (2 + 10ax + 20a^2x^2 + ... - x - 5ax^2 - 10a^2x^3 - .....)$

$= 2 + (10a - 1)x + (20a^2 - 5a)x^2 + ...$

প্রশ্নমতে,

$2 + (10a-1)x + (20a^2 - 5a)x^2 + ... = 2 + 9x + cx^2$ .....(i)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(i) নং এর উভয় পক্ষ থেকে x এর সহগ সমীকৃত করে পাই,
$10a - 1 = 9$
বা, $10a = 10$
$\therefore a = 1$
আবার, (i) নং এর উভয় পক্ষ থেকে x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,
$20a^2 - 5a = c$
বা, $20(1)^2 - 5.1 = c$ $[\because a = 1]$
বা, $20 - 5 = c$
বা, $15 = c$
$\therefore c = 15$
$\therefore a = 1, c = 15$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ হলে

৭. $^nC_0$ = কত?

ক 0 খ 1
গ n ঘ নির্ণয় করা যায় না

ব্যাখ্যা: $^nC_0 = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{n!}{1.n!} = 1$ ∴ খ

৮. $n = r = 100$ হলে ^nC_r এর মান–

ক 0 খ 1
গ 100 ঘ 200

ব্যাখ্যা: $n = r = 100 \therefore {}^nC_r = {}^{100}C_{100}$
যেহেতু $^nC_n = 1 \therefore {}^{100}C_{100} = 1$ ∴ খ

৯. $(x + y)^4$ বিস্তৃতির সহগগুলি সাজালে আমরা পাই–

ক
4
1 4 1
1 5 5 1
1 6 10 6 1

খ
1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

গ
2
2 3 2
1 5 5 2
2 7 10 7 2

ঘ
6
6 12 6
6 18 18 6
6 24 36 24 6

ব্যাখ্যা: প্যাসকেলের ত্রিভুজের শীর্ষে, বামে ও ডান দিকে সর্বদা 1 থাকবে। ∴ খ

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১০. নিম্নোক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে বিস্তৃত কর :

(a) $(2 + x^2)^5$ (b) $\left(2 - \frac{1}{2x}\right)^6$

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(2 + x^2)^5 = 2^5 + \binom{5}{1}.2^4.(x^2) + \binom{5}{2}.2^3.(x^2)^2 + \binom{5}{3}.2^2.(x^2)^3 + \binom{5}{4}.2.(x^2)^4 + (x^2)^5$$

[অথবা $2^5 + {}^5C_1 . 2^4 . (x^2) + {}^5C_2.2^3 (x^2)^2 + {}^5C_3.2^2.(x^2)^3 + {}^5C_4. 2. (x^2)^4 + (x^2)^5$]

$$= 32 + 5.16x^2 + \frac{5.4}{1.2}.8.x^4 + \frac{5.4.3}{1.2.3}.4.x^6 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}.2.x^8 + x^{10}$$

$$= 32 + 80x^2 + 80x^4 + 40x^6 + 10x^8 + x^{10} \text{ (Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(2 - \frac{1}{2x}\right)^6 = 2^6 + \binom{6}{1}.2^5.\left(-\frac{1}{2x}\right) + \binom{6}{2}.2^4.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{6}{3}.2^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \binom{6}{4}2^2\left(-\frac{1}{2x}\right)^4 + \binom{6}{5}.2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^5 + \left(-\frac{1}{2x}\right)^6$$

[অথবা $2^6 + {}^6C_1.2^5.\left(-\frac{1}{2x}\right) + {}^6C_2.2^4.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + {}^6C_3.2^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + {}^6C_4.2^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^4 + {}^6C_5.2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^5 + \left(-\frac{1}{2x}\right)^6$]

$$= 64 + 6.32.\left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{6.5}{1.2}.16\left(\frac{1}{4x^2}\right) + \frac{6.5.4}{1.2.3}.8\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}.4.\left(\frac{1}{16x^4}\right) + \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5}.2.\left(-\frac{1}{32x^5}\right) + \frac{1}{64x^6}$$

$$= 64 - \frac{96}{x} + \frac{60}{x^2} - \frac{20}{x^3} + \frac{15}{4x^4} - \frac{3}{8x^5} + \frac{1}{64x^6} \text{ (Ans.)}$$

১১. নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহের প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর।

(a) $(2 + 3x)^6$ (b) $\left(4 - \frac{1}{2x}\right)^5$

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই, $(2 + 3x)^6$

$$= 2^6 + \binom{6}{1}.2^5.(3x) + \binom{6}{2}.2^4.(3x)^2 + \binom{6}{3}.2^3.(3x)^3 + \ldots\ldots$$

[অথবা, $2^6 + {}^6C_1.2^5(3x) + {}^6C_2.2^4.(3x)^2 + {}^6C_3.2^3.(3x)^3 + \ldots\ldots$]

$$= 64 + 6.32.3x + \frac{6.5}{1.2}.16.9x^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3}.8.27x^3 + \ldots\ldots$$

$$= 64 + 576x + 2160x^2 + 4320x^3 + \ldots\ldots \text{ (Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(4 - \frac{1}{2x}\right)^5 = 4^5 + \binom{5}{1}.4^4\left(-\frac{1}{2x}\right) + \binom{5}{2}.4^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{5}{3}.4^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \ldots\ldots$$

[অথবা, $4^5 + {}^5C_1.4^4.\left(-\frac{1}{2x}\right) + {}^5C_2.4^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + {}^5C_3.4^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \ldots\ldots$]

$$= 1024 + 5.256.\left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{5.4}{1.2}.64.\left(\frac{1}{4x^2}\right) + \frac{5.4.3}{1.2.3}.16\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \ldots\ldots$$

$$= 1024 - \frac{640}{x} + \frac{160}{x^2} - \frac{20}{x^3} + \ldots\ldots \text{ (Ans.)}$$

১২. $\left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + 5x^2 + \ldots\ldots$ **হলে, p এবং r এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = p^6 + \binom{6}{1}.p^5\left(-\frac{1}{2}x\right) + \binom{6}{2}.p^4.\left(-\frac{1}{2}x\right)^2 + \ldots\ldots$$

$$= p^6 + 6.p^5.\left(-\frac{1}{2}x\right) + \frac{6.5}{1.2}.p^4.\left(\frac{x^2}{4}\right) + \ldots\ldots$$

$$= p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 - \ldots\ldots$$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

কিন্তু, $\left(p-\frac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + 5x^2 - .....$

$\therefore p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 - ..... = r - 96x + 5x^2 ..... (i)$

(i) নং এর উভয় পক্ষ হতে ধ্রুবক পদ সমীকৃত করে পাই,

$p^6 = r$ ..... (ii)

(i) নং এর উভয় পক্ষ হতে x এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$3p^5 = 96$

বা, $p^5 = 32$

বা, $p^5 = 2^5$

$\therefore p = 2$

(ii) নং এ $p = 2$ বসিয়ে পাই,

$r = 64.$

$\therefore p = 2, r = 64$ **(Ans.)**

১৩. $\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতির x^3 এর সহগ নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1+\frac{x}{2}\right)^8 = 1 + \binom{8}{1}\left(\frac{x}{2}\right) + \binom{8}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + ...$$

$$= 1 + 8.\frac{x}{2} + \frac{8.7}{1.2}\cdot\frac{x^2}{4} + \frac{8.7.6}{1.2.3}\cdot\frac{x^3}{8} + ...$$

$$= 1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + ...$$

$\therefore \left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 7. **(Ans.)**

১৪. x এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে $\left(2+\frac{x}{4}\right)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। উহার সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(2+\frac{x}{4}\right)^6 = 2^6 + \binom{6}{1}.2^5.\left(\frac{x}{4}\right) + \binom{6}{2}.2^4.\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{6}{3}.2^3.\left(\frac{x}{4}\right)^3 + ...$$

$$= 64 + 6.32.\frac{x}{4} + \frac{6.5}{1.2}.16.\frac{x^2}{16} + \frac{6.5.4}{1.2.3}.8.\frac{x^3}{64} + ...$$

$$= 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + ... \textbf{(Ans.)}$$

এখানে, $2 + \frac{x}{4} = 1.9975$

বা, $\frac{x}{4} = 1.9975 - 2 = -0.0025$

বা, $x = (-0.0025) \times 4$

$\therefore x = -0.01$

এখন, $x = -0.01$ বসিয়ে পাই,

$$\left\{2 + \frac{(-0.01)}{4}\right\}^6 = 64 + 48(-0.01) + 15.(-0.01)^2 + \frac{5}{2}(-0.01)^3 + ...$$

$\therefore (1.9975)^6 = 63.5215$ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] **(Ans.)**

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে ঘাত 8 এর পরিবর্তে 6 হবে।]

১৫. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে $(1.99)^5$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: $(1.99)^5 = (2 - 0.01)^5$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(2-0.01)^5 = 2^5 + \binom{5}{1}2^4.(-0.01) + \binom{5}{2}2^3(-0.01)^2 + \binom{5}{3}2^2(-0.01)^3 + \binom{5}{4}2(-0.01)^4 + (-0.01)^5$$

$$= 32 + 5.16(-0.01) + \frac{5.4}{1.2}.8.(0.0001) + \frac{5.4.3}{1.2.3}.4(-0.000001) + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}.2(0.0000001) + (-0.0000000001)$$

$$= 32 - 0.8 + 0.008 - 0.00004 + 0.0000001 - 0.0000000001$$

$= 31.2079601$

$= 31.2080$ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] **(Ans.)**

১৬. $\left(1+\frac{1}{4}\right)^n$ এর বিস্তৃতির তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ। n এর মান নির্ণয় কর। বিস্তৃতির পদসংখ্যা ও মধ্যপদ নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)^n = 1 + \binom{n}{1}\left(\frac{1}{4}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \binom{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 + ...$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2\binom{n}{2} = 2\binom{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3$$

বা, $\frac{n(n-1)}{1.2} = 2.\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}.\frac{1}{4}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{n-2}{12}$

বা, $2n - 4 = 12$

বা, $2n = 16$

বা, $n = \frac{16}{2}$

$\therefore n = 8$

যেহেতু, $n = 8$

$\therefore$ বিস্তৃতির পদসংখ্যা $= 8 + 1 = 9$

আবার, যেহেতু পদসংখ্যা 9 **(Ans.)**

$\therefore$ ৫ম পদ বিস্তৃতির মধ্যপদ এবং এটি $T_5 = T_{4+1} = \binom{8}{4}.1^4\left(\frac{1}{4}\right)^4$

$$= {}^8C_4\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!}.\left(\frac{1}{4}\right)^4$$

$$= \frac{8.7.6.5}{4.3.2.1}.\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$$

$$= \frac{8.7.6.5}{4.3.2.1.256} = \frac{1680}{6144} = \frac{35}{128}$$

Ans. $n = 8$, পদসংখ্যা 9 ও মধ্যপদ $\frac{35}{128}$।

১৭. (a) $\left(k-\frac{x}{3}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 560 হলে x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(k-\frac{x}{3}\right)^7 = k^7 + {}^7C_1\,k^6\left(-\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2\,k^5\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + {}^7C_3k^4\left(-\frac{x}{3}\right)^3 + {}^7C_4\,k^3\left(-\frac{x}{3}\right)^4 + ...$$

এখানে, বিস্তৃতিটির k^3 এর সহগ ${}^7C_4\left(-\frac{x}{3}\right)^4$

$$= \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}.\frac{x^4}{3^4} = \frac{35}{81}x^4$$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্নানুসারে, $\frac{35}{81}x^4 = 560$

বা, $x^4 = 560 \times \frac{81}{35}$

বা, $x^4 = 1296$

বা, $x^4 = (\pm 6)^4$

$\therefore x = \pm 6$ **(Ans.)**

(b) $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^6 = (x^2)^6 + {}^6C_1 (x^2)^5 . \left(\frac{k}{x}\right) + {}^6C_2 (x^2)^4 \left(\frac{k}{x}\right)^2 + {}^6C_3 . (x^2)^3 . \left(\frac{k}{x}\right)^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= x^{12} + {}^6C_1 x^{10} \frac{k}{x} + {}^6C_2 x^8 . \frac{k^2}{x^2} + {}^6C_3 x^6 . \frac{k^3}{x^3} + \ldots\ldots$$

এখানে, বিস্তৃতিটির x^3 এর সহগ,

${}^6C_3 k^3 = \frac{6.5.4}{1.2.3} . k^3 = 20k^3$

প্রশ্নানুসারে, $20k^3 = 160$

বা, $k^3 = \frac{160}{20}$

বা, $k^3 = 8$

বা, $k^3 = 2^3$

$\therefore k = 2$ **(Ans.)**

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৮. দেওয়া আছে,

$P = (a + bx)^6$ ..... (i)

$Q = (b + ax)^5$ ..... (ii)

$R = (a + x)^n$ ..... (iii)

ক. (iii) এর বিস্তৃতিটি লেখ এবং সূত্রটি প্রয়োগ করে (i) এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. যদি (i) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে (ii) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের অনুপাতের সমান হয় তবে দেখাও যে, $a : b = \sqrt{5} : 2$। উপরিউক্ত উক্তির স্বপক্ষে একটি উদাহরণ দাও। ৪

গ. দেখাও যে, (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফলের সমান। তুমি এমন একটি দ্বিপদী রাশি উল্লেখ কর, যার ক্ষেত্রেও উপরিউক্ত বিষয়টি সত্য হয়।

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$P = (a + bx)^6$ ..... (i)

$Q = (b + ax)^5$ ..... (ii)

$R = (a + x)^n$ ..... (iii)

(iii) নং এর বিস্তৃতিটি নিম্নরূপ:

$$R = (a + x)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}x + \binom{n}{2} a^{n-2}x^2 + \binom{n}{3} a^{n-3}x^3 + \ldots\ldots\ldots + x^n \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(iv) (Ans.)}$$

(iii) এর বিস্তৃতির সূত্র প্রয়োগ করলে (i) এর বিস্তৃতি নিম্নরূপ:

$$P = (a + bx)^6 = a^6 + \binom{6}{1} a^{6-1b}\, bx + \binom{6}{2} a^{6-2} (bx)^2 + \binom{6}{3} a^{6-3}(bx)^3 + \binom{6}{4} a^{6-4}(bx)^4 + \binom{6}{5} a^{6-5}(bx)^5 + (bx)^6$$

$$= a^6 + \binom{6}{1} a^5 bx + \binom{6}{2} a^4 b^2 x^2 + \binom{6}{3} a^3 b^3 x^3 + \binom{6}{4} a^2 b^4 x^4 + \binom{6}{5} ab^5 x^5 + b^6 x^6 \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই (i) এর বিস্তৃতি

$$P = (a + bx)^6 = a^6 + \binom{6}{1} a^5 bx + \binom{6}{2} a^4 b^2 x^2 + \binom{6}{3} a^3 b^3 x^3 + \binom{6}{4} a^2 b^4 x^4 + \binom{6}{5} ab^5 x^5 + b^6 x^6$$

আবার, (ii) এর বিস্তৃতি

$$Q = (b + ax)^5 = b^5 + \binom{5}{1} b^4 ax + \binom{5}{2} b^3 a^2 x^2 + \binom{5}{3} b^2 a^3 x^3 + \binom{5}{4} ba^4 x^4 + a^5 x^5$$

প্রশ্নমতে, (i) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে (ii) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের অনুপাতের সমান

$$\therefore \frac{\binom{6}{1} a^5 bx}{\binom{6}{2} a^4 b^2 x^2} = \frac{\binom{5}{1} b^4 ax}{\binom{5}{2} b^3 a^2 x^2}$$

বা, $\frac{6a^5 bx}{\frac{6.5}{1.2} a^4 b^2 x^2} = \frac{5.b^4 ax}{\frac{5.4}{1.2} b^3 a^2 x^2}$

বা, $\frac{6.a}{3.5.bx} = \frac{5\,b}{5.2\,ax}$

বা, $\frac{6a}{3.5.b} = \frac{5b}{5.2.a}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{5.3.5}{5.2.6}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{5}{4}$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore a : b = \sqrt{5} : 2$ **(দেখানো হলো)**

উদাহরণ: এখন, $(a + bx)^9$ এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে

$\binom{9}{1} a^8 bx$ ও $\binom{9}{2} a^7 b^2 x^2$

এবং $(b + ax)^8$ এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে

$\binom{8}{1} b^7 ax$ ও $\binom{8}{2} b^6 a^2 x^2$

শর্তানুসারে,

$$\frac{\binom{9}{1} a^8 bx}{\binom{9}{2} a^7 b^2 x^2} = \frac{\binom{8}{1} b^7 ax}{\binom{8}{2} b^6 a^2 x^2}$$

বা, $\frac{9\,a}{\frac{9.8}{1.2} bx} = \frac{8\,b}{\frac{8.7}{1.2} ax}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $\frac{9a}{9.4bx} = \frac{8b}{4.7ax}$

বা, $\frac{a}{4\,bx} = \frac{2b}{7ax}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{8}{7}$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$

$\therefore a : b = \sqrt{8} : \sqrt{7}$

১ম অংশ হতে পাই $a : b = \sqrt{5} : 2 = \sqrt{6-1} : \sqrt{5-1}$

২য় উদাহরণ অংশ হতে পাই, $a : b = \sqrt{8} : \sqrt{7} = \sqrt{9-1} : \sqrt{8-1}$

সুতরাং উপরিউক্ত উক্তির স্বপক্ষে $(a + bx)^9$ ও $(b + ax)^8$ একটি উদাহরণ।

গ 'খ' হতে পাই (ii) এর বিস্তৃতি

$$Q = (b + ax)^5 = b^5 + \binom{5}{1} b^4 ax + \binom{5}{2} b^3 a^2 x^2 + \binom{5}{3} b^2 a^3 x^3 + \binom{5}{4} b a^4 x^4 + a^5 x^5$$

এখন, (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল

$$= \binom{5}{1} + \binom{5}{3} + 1$$

$$= 5 + \frac{5.3.4}{1.2.3} + 1$$

$$= 5 + 10 + 1$$

$$= 16$$

এবং বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল

$$= 1 + \binom{5}{2} + \binom{5}{4}$$

$$= 1 + \frac{5.4}{1.2} + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}$$

$$= 1 + 10 + 5$$

$$= 16$$

$\therefore$ (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফলের সমান।

(দেখানো হলো)

উদাহরণ:

দ্বিপদী রাশি $(a + bx)^3$ এর বিস্তৃতি:

$a^3 + 3a^2bx + 3ab^2x^2 + b^3x^3$

এখানে, জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবক 3 ও 1

এর যোগফল = 3 + 1 = 4 এবং বিজোড় স্থানীয়

পরম ধ্রুবক 1 ও 3 এর যোগফল = 1 + 3 = 4

এক্ষেত্রে উপরিউক্ত বিষয়টি সত্য।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ $(x+y)^n$ এর দ্বিপদী বিস্তৃতি [Text পৃষ্ঠা-২১৭]

- $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1}y + \binom{n}{2} x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3} x^{n-3}y^3 + \ldots + y^n$

[n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা]

১. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে 6 তম পদ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $^nC_5 x^{n-5}.y^5$ খ $^nC_6 x^{n-6}.y^6$

গ $^nC_7 x^{n-7}$ ঘ y^7 **ক**

২. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^0$ এর বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কয়টি? (সহজ)

ক 0 খ 1

গ 2 ঘ 3 **খ**

৩. $\left(p - \frac{1}{2}x\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে 4 তম পদ কত? (সহজ)

ক $6_{C_r}.p^n.\left(\frac{1}{2}\right)^r$ খ $n_{C_4}(P)^{n-4}\left(-\frac{1}{2}x\right)^4$

গ $n_{C_3}P^{n-3}\left(-\frac{1}{2}x\right)^3$ ঘ $3_{C_r}.P^{3-r}\left(-\frac{1}{2}x\right)^3$ **গ**

৪. $\left(2x + \frac{3}{x^2}\right)^7$ এর তৃতীয় পদ পর্যন্ত সঠিক বিস্তৃতি কোনটি? (মধ্যম)

ক $142x^7 + 1221x^5 + 3048x^2 + \ldots.$

খ $128x^7 + 1221x^5 + \frac{6048}{x} + \ldots\ldots$

গ $128x^7 + 1344x^4 + 6048x + \ldots.$

ঘ $256x^7 + 1334x^4 + 3024x^2 + \ldots$ **গ**

৫. $(2\sqrt{x} + \sqrt{y})^8$ হলে এর পঞ্চম পদ কোনটি? (মধ্যম)

ক $16^8C_4 x^2y^2$ খ $12^8C_5 x^5y^3$

গ $18^8C_4 xy^4$ ঘ $18^8C_4 x^2y^2$ **ক**

৬. $\left(2x^2 - \frac{1}{4x}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^4 আছে কত তম পদে? (মধ্যম)

ক 2 খ 3

গ 4 ঘ 5 **খ**

ব্যাখ্যা: $(r+1)$ তম পদ $= {}^5C_r(2x^2)^{5-r}\left(-\frac{1}{4x}\right)^r$

$= {}^5C_r 2^{5-r}\left(-\frac{1}{4}\right)^r . x^{10-3r}$

$\therefore x^{10-3r} = x^4$ বা, $10 - 4 = 3r$ বা, $r = \frac{6}{3} = 2$

$\therefore$ 3 তম পদ।

৭. $(x + y)^8$ এর বিস্তৃতিতে শেষ পদের মান 256 হলে, y এর মান কত? (মধ্যম)

ক -2 খ 0 গ 2 ঘ 8 **গ**

ব্যাখ্যা: $y^8 = 256$ বা, $y^8 = (2)^8$ বা, $y = 2$

৮. $\left(x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক -56 খ -108 গ 64 ঘ 70 **ক**

ব্যাখ্যা: $(r+1)$-তম পদ $= {}^8C_r x^{4(8-r)}\left(-\frac{1}{x^3}\right)^r$

$= {}^8C_r x^{32-4r-3r}(-1)^r = {}^8C_r x^{32-7r}(-1)^r$

$\therefore x^{32-7r} = x^{11}$ বা, $7r = 32 - 11 = 21$ $\therefore r = 3$

$\therefore x^{11}$ এর সহগ $= {}^8C_3(-1)^3 = -56$

৯. $(1 + x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$-এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (কঠিন)

ক -5 খ 5 গ 8 ঘ 16 **গ**

ব্যাখ্যা: $(1 + x)\left(1 + 8.\frac{x}{2} + \ldots\ldots\right) = 1 + 4x + x + 4x^2$

$= 1 + 5x + \ldots.$

১০. $\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 1 + 8.\frac{x}{2} + 28.\frac{x^2}{4} + \ldots\ldots$ হলে, x^3 এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 7 খ 8 গ 56 ঘ 112 **ক**

ব্যাখ্যা: ${}^8C_3\left(\frac{x}{2}\right)^3 = 56.\frac{x^3}{8} = 7x^3$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১১. n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে $(a - x^2)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^{2r} এর সহগ কোনটি? (কঠিন)

ক $(-1)^r \frac{n!}{(n-r)!r!} \frac{a^n}{a^r}$

খ $(-1)^{2r} \frac{n!}{(n-2r)2r!} \frac{a^n}{a^{2r}}$

গ $(-1)^{2r-1} \frac{n!}{(n-2r+1)!(2r-1!)} \frac{a^n}{a^{2r-1}}$

ঘ $(-1)^{\frac{r}{2}} \frac{n!}{(n-\frac{r}{2})!(\frac{r}{2})!} \frac{a^n}{\left(\frac{r}{a^2}\right)!}$ ক

১২. $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে ধ্রুবক পদটি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক ${}^5C_0$ খ ${}^5C_1$ গ ${}^5C_3$ ঘ ${}^5C_5$ গ

১৩. 0! = কত? (সহজ) [মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; চট্টগ্রাম সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 2 গ

১৪. $\frac{2}{0!}$ = কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ ∞ গ

★★★ n! এবং ${}^nC_r$ এর মান নির্ণয় | Text পৃষ্ঠা-২১৯

- $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$
- $n! = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots\ldots\ldots 3.2.1$
- ${}^nC_r = 1$
- $\binom{n}{0} = {}^nC_0 = 1$
- $0! = 1$
- ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্যে, দ্বিপদী বিস্তৃতি $(1+y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} y^r$ বা, ${}^nC_r = y^r$ এবং $(x+y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r-তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r}y^r$ বা, ${}^nC_r x^{n-r}y^r$

১৫. ${}^nC_n$ = কত? (সহজ) [চট্টগ্রাম সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক ${}^nC_0$ খ ${}^nC_1$ গ ${}^nC_{n-1}$ ঘ ${}^nC_2$ ক

১৬. ${}^{77}C_{77}$ = কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 120 ঘ 320 খ

১৭. নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক ${}^nC_0 = {}^nC_1$ খ ${}^nC_n = {}^nC_1$

গ ${}^nC_1 = {}^nC_{n-1}$ ঘ ${}^nC_n = {}^nC_{n-1}$ গ

১৮. ${}^nC_1 \div {}^nC_{n-1}$ = কত? (মধ্যম)

ক n! খ n গ $\frac{1}{n}$ ঘ 1 ঘ

ব্যাখ্যা: ${}^nC_{n-1} = \frac{n!}{(n-1)!\,(n-n+1)!} = \frac{n!}{1!\,(n-1)!} = {}^nC_1$

১৯. ${}^5C_3 \times {}^6C_4$ = কত? (মধ্যম)

ক 70 খ 100 গ 700 ঘ 750 গ

২০. $\frac{n}{n!}$ = কত? (মধ্যম)

ক $\frac{n}{1.2.3\ldots\ldots(n-1)}$ খ $\frac{1}{1.2.3\ldots\ldots(n-1)}$

গ $\frac{1}{1.2.3\ldots\ldots n}$ ঘ $\frac{n-1}{1.2.3\ldots\ldots n}$ খ

২১. ${}^nC_5 = {}^nC_7$ হলে ${}^nC_{11}$ = কত? (কঠিন)

ক 10 খ 12 গ 16 ঘ 20 খ

ব্যাখ্যা: ${}^nC_5 = {}^nC_7$ বা, ${}^nC_{n-5} = {}^nC_7$

বা, $n-5 = 7$ বা, $n = 7+5 = 12$ $\therefore {}^{12}C_{11} = 12$

২২. $P \times {}^8C_3 = Q \times {}^8C_5$ হলে P : Q = কত? (মধ্যম)

ক 1 : 1 খ 1 : 2 গ 2 : 1 ঘ 2 : 3 ক

২৩. $\left(k^2 + \frac{1}{2k}\right)^{2n+1}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কয়টি? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 খ

ব্যাখ্যা: যেহেতু ঘাত $(2n+1)$ একটি বিজোড় সংখ্যা অতএব মধ্যপদ থাকবে দুইটি।

২৪. $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^4$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কোনটি? (মধ্যম)

ক $10\frac{1}{x^2}$ খ $12\frac{1}{x^2}$ গ $16\frac{1}{x^2}$ ঘ $24\frac{1}{x^2}$ গ

ব্যাখ্যা: মধ্যপদটি $\left(\frac{4}{2}+1\right)$ বা $(2+1)$ তম পদ

$\therefore (2+1)$ তম পদ $= {}^4C_2(2x)^2\left(-\frac{1}{x^2}\right)^2 = {}^4C_2.4.\frac{1}{x^2}$

$= 6.4.\frac{1}{x^2} = 24\frac{1}{x^2}$

২৫. $(x+y)^7$ এর বিস্তৃতিতে —

i. $(r+1)$ তম পদ ${}^7C_r x^{7-r}y^r$

ii. 5 তম পদ $= {}^7C_4 . x^3 . y^4$

iii. 6 তম পদ $= {}^7C_7 . y^7$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

২৬. $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে—

i. সাধারণ পদ $\binom{n}{r} x^{n-r}.y^r$

ii. বিস্তৃতিতে প্রতিটি পদের x ও y এর ঘাতের যোগফল n এর সমান।

iii. বিস্তৃতিটির পদ সংখ্যা = n + 1.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

২৭. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ এর বিস্তৃতিতে—

i. শেষ পদে মান 16 হলে $x = \frac{1}{2}$।

ii. ৩য় পদে x বর্জিত পদ বিদ্যমান।

iii. x-এর প্রথম পদ ও শেষ পদের ঘাতের বিয়োগফল 8।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ iiও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

২৮. $\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n$ এর বিস্তার —

i. $\frac{1}{x^n}\left[x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots + y^n\right]$

ii. $1 + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots\ldots + xy^n$

iii. $1 + \binom{n}{1}\frac{y}{x} + \binom{n}{2}\frac{y^2}{x^2} + \binom{n}{3}\frac{y^3}{x^3} + \ldots\ldots + \frac{y^n}{x^n}$

নিচের কোনটি সঠিক ?(কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

২৯. $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে –

i. মধ্যপদ থাকবে 1টি।

ii. ধ্রুবক পদটি $= {}^6C_4(-1)^r$.

iii. 4-তম পদ হলো মধ্যপদ।

নিচের কোনটি সঠিক ?(কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ iiও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

ব্যাখ্যা: মধ্যপদটি হবে $\left(\frac{6}{2}+1\right)$ বা, $(3+1)$ বা, 4-তম পদ।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৩০. $(a^2 + 2ax + x^2)^n$ এর বিস্তৃতিতে –

i. মধ্যপদ দুইটি।
ii. সাধারণ পদ $= {}^{2n}C_r a^{2n-r}x^r$.
iii. প্রথম পদ Q বর্জিত পদ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ iiও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৩১. $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^{2n+1}$ এর বিস্তৃতিতে—

i. সাধারণ পদে r এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না।
ii. পদসংখ্যা অসীম।
iii. মধ্যপদ 2টি।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ iiও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৩২. $(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2})^n$ এর বিস্তৃতিতে –

i. x বর্জিত পদ বিদ্যমান।
ii. x বর্জিত পদটির মান ${}^{2n}C_n$।
iii. মধ্যপদ এর সংখ্যা 1।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ iiও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৩-৩৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^{2n}$ যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

৩৩. প্রদত্ত বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক ${}^{2n}C_r x^{4(n-r)}$ খ ${}^{n}C_{r-1}x^{n-r}$ গ ${}^{2n}C_r x^{2(n+r)}$ ঘ ${}^{2n}C_r x^{4(n+r)}$ **ক**

৩৪. n-এর কোন মানের জন্য x মুক্ত পদ থাকবে? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ –r ঘ r **ঘ**

ব্যাখ্যা: $x^{4(n-r)} = x^0$ বা, $4(n-r) = 0$
বা, $n - r = 0$ বা, $n = r$.

৩৫. x মুক্ত পদের মান কোনটি? (মধ্যম)

ক 0 খ ${}^{2n}C_1$ গ ${}^{2n}C_r$ ঘ ${}^{2n}C_n$ **খ**

ব্যাখ্যা: $n = r$ হলে, x মুক্ত পদ $= {}^{2n}C_n$.

৩৬. $n = 5$ হলে x মুক্ত পদের মান কত? (মধ্যম)

ক 0 খ 63 গ 151 ঘ 252 **ঘ**

ব্যাখ্যা: ${}^{10}C_5 = 252$.

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৭-৩৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left(x + \frac{2}{x}\right)^n$ যেখানে n জোড় সংখ্যা।

৩৭. $(r+1)$-তম পদ x বর্জিত হলে r এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ $\frac{n}{2}$ গ n ঘ 2n **খ**

ব্যাখ্যা: $(r+1)$-তম পদ ${}^nC_r x^{n-r}.\left(\frac{2}{x}\right)^r = {}^nC_r.x^{n-2r}.2r$

$\therefore$ x-বর্জিত পদ হলে $x^{n-2r} = x^0$

বা, $n - 2r = 0$ বা, $r = \frac{n}{2}$

৩৮. x বর্জিত পদটির মান কোনটি? (কঠিন)

ক ${}^nC_n 2^{\frac{n}{2}}$ খ ${}^nC_{\frac{n}{2}} 2^n$ গ ${}^nC_n 2^n$ ঘ ${}^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $r = \frac{n}{2}$ হলে x বর্জিত পদ $= {}^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}} x^{n-2.\frac{n}{2}}$

$= {}^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}} x^{n-n} = {}^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}}$

৩৯. $n = 8$ হলে x বর্জিত পদটি হবে? (মধ্যম)

ক 968 খ 1020 গ 1120 ঘ 1168 **গ**

ব্যাখ্যা: x বর্জিত পদ: ${}^8C_{\frac{8}{2}} 2^{\frac{8}{2}} = {}^8C_4.2^4 = 70 \times 16 = 1120$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪০-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$n_{C_r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

৪০. ${}^8C_0 =$ কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ n ঘ নির্ণয় করা যায় না **খ**

৪১. $n = r = 8$ হলে n_{C_r} এর মান কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 8 ঘ 16 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left(\frac{k}{x} + x^2\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে $\frac{1}{x^3}$ এর সহগ 192.

৪২. দ্বিতীয় পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{k}{x} + x^2 + \ldots\ldots$ খ $\frac{k^6}{x^6} + 6.\frac{k^5}{x^5}x^2 + \ldots\ldots$

গ $\frac{k^6}{x^6} + 6k^5.x^3 + \ldots\ldots$ ঘ $\frac{k^6}{x^6} + \frac{k^5}{x^3} + \ldots\ldots$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{k}{x} + x^2\right)^6 = \frac{k^6}{x^6} + 6_{C_1}\left(\frac{k}{x}\right)^{6-1}x^2 + \ldots\ldots$

৪৩. k এর মান কত? (সহজ)

ক 2 খ 6 গ 12 ঘ 32 **ক**

ব্যাখ্যা: $6k^5 = 192$ বা, $k^5 = 32$ বা, $K^5 = 2^5$ $\therefore k = 2$

৪৪. মধ্যপদটি কত? (কঠিন)

ক $20x^3$ খ $\frac{20}{x^3}$ গ $160x^3$ ঘ $192x^3$ **গ**

ব্যাখ্যা: বিস্তৃতির মধ্যপদ $= 4$ তম পদ $= 6_{C_3}\left(\frac{k}{x}\right)^3(x^2)^3 = 160x^3$
[$\because k = 2$]

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ $(p+q)^n = p^n + \binom{n}{1}p^{n-1}q + \binom{n}{2}p^{n-2}q^2 + \ldots\ldots\ldots$

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার অনুসারে উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির শেষ 3টি পদ লিখ। ২

খ. $(p+q)^{10}$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি লিখ। ৪

গ. $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে q এর সহগ 5120 হলে p এর মান নির্ণয় কর। আবার p এর সহগ 5120 হলে q এর মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, উভয় ক্ষেত্রে p ও q এর মান সমান হয়। উদ্দীপকের সাহায্য নিয়ে এর কারণ ব্যাখ্যা কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক শেষ পদ $= q^n$

শেষ হতে দ্বিতীয় পদ $= \binom{n}{n-1}p^{n-(n-1)}q^{n-1}$

$= \binom{n}{n-1}pq^{n-1}$

শেষ হতে তৃতীয় পদ $= \binom{n}{n-2}p^{n-(n-2)}q^{n-2}$

$= \binom{n}{n-2}p^2q^{n-2}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ $(p+q)^{10} = p^{10} + \binom{10}{1}p^{10-1}q^1 + \binom{10}{2}p^{10-2}q^2 + \binom{10}{3}p^{10-3}q^3 + \binom{10}{4}p^{10-4}q^4 + \binom{10}{5}p^{10-5}q^5 + \binom{10}{6}p^{10-6}q^6 + \binom{10}{7}p^{10-7}q^7 + \binom{10}{8}p^{10-8}q^8 + \binom{10}{9}p^{10-9}q^9 + \binom{10}{10}p^{10-10}q^{10}$

$\therefore (p+q)^{10} = p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2 + 120p^7q^3 + 210p^6q^4 + 252p^5q^5 + 210p^4q^6 + 120p^3q^7 + 45p^2q^8 + 10pq^9 + q^{10}$.

গ $(p+q)^{10} = p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2 + 120p^7q^3 + 210p^6q^4 + 252p^5q^5 + 210p^4q^6 + 120p^3q^7 + 45p^2q^8 + 10pq^9 + q^{10}$.

এখানে, q এর সহগ $10\,p^9$

p এর সহগ $10\,q^9$

প্রশ্নমতে, $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে q এর সহগ 5120

$\therefore 10p^9 = 5120$

বা, $p^9 = 512$

বা, $p = \sqrt[9]{512}$

$\therefore p = 2$

আবার, প্রশ্নমতে, $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে p এর সহগ 5120

$\therefore 10q^9 = 5120$

বা, $q^9 = 512$

বা, $q = \sqrt[9]{512}$

$\therefore q = 2$

$\therefore$ উভয়ক্ষেত্রে p ও q এর মান সমান।

উদ্দীপক অনুসারে $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতি করে আমরা দেখতে পাই p এর ঘাত 10 হতে ক্রমান্বয়ে কমে শূন্য হয় এবং q এর ঘাত শূন্য হতে ক্রমান্বয়ে বেড়ে 10 হয়। ২য় ও ১০ম পদে p ও q এর ঘাত পরস্পর বিনিময়যোগ্য। তাই p ও q এর মান সমান এবং তা হল 2.

প্রশ্ন ▶ ২ $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1}2^6\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}2^5\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \ldots\ldots$

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির সাধারণ পদ ও শেষ পদটি লিখ। ২

খ. $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদের মান –560 হলে, প্রমাণ কর যে, $x = 2$ ৪

গ. $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি লেখ এবং $(1.995)^7$ এর মান পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিস্তৃতির সাধারণ পদ বা r + 1 তম পদ, $T_{r+1} = \binom{7}{r}(2)^{7-r}.\left(-\frac{x}{2}\right)^r$ ও

বিস্তৃতির শেষ পদ $= \left(-\frac{x}{2}\right)^7 = -\frac{x^7}{128}$

খ $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + \ldots\ldots$

$\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদ $= -70x^3$

প্রশ্নমতে, $-70x^3 = -560$

বা, $x^3 = \frac{560}{70}$ বা, $x^3 = 8$

বা, $(x)^3 = 8$ বা, $(x)^3 = (2)^3$

$\therefore x = 2$ **(প্রমাণিত)**

গ $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1}2^6\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}2^5\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{7}{3}2^4\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{7}{4}2^3\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \binom{7}{5}2^2\left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \binom{7}{6}2^1\left(-\frac{x}{2}\right)^6 + \binom{7}{7}2^0\left(-\frac{x}{2}\right)^7$

$= 128 + 7.64\left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{7.6}{1.2}.32.\frac{x^2}{4} + \frac{7.6.5}{1.2.3}.16\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}.8\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}.4.\left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}.2.\left(-\frac{x}{2}\right)^6 + \left(-\frac{x}{2}\right)^7$

$= 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7$

$\therefore \left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7$

এখন, $2 - \frac{x}{2} = 1.995$

বা, $\frac{x}{2} = 2.000 - 1.995$

বা, $x = 0.01$

$\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে $x = 0.01$

বসিয়ে পাই, $\left(2-\frac{0.01}{2}\right)^7 = 128 - 224 \times (0.01) + 168 \times (0.01)^2 - 70 \times (.01)^3 + 17.5(.01)^4 - 2.625\,(.01)^5 + 0.21875(.01)^6 - 0.0078125(.01)^7$

$= 128 - 224 \times (0.01) + 168 \times (0.01)^2 - 70 \times (0.01)^3$

[x এর মান ক্ষুদ্র বলে x^3 থেকে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে]

$= 125.7767302$

$\therefore (1.995)^7 = 125.77673$ (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার লিখ। ২

খ. $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^{15} এর সহগদ্বয় সমান হলে, a এর ধনাত্মক মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \ldots + y^n$

গ $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10} = (2x^2)^{10} + \binom{10}{1}(2x^2)^{10-1}\left(\frac{a}{x^3}\right)^1 + \binom{10}{2}(2x^2)^{10-2}\left(\frac{a}{x^3}\right)^2 + \binom{10}{3}(2x^2)^{10-3}\left(\frac{a}{x^3}\right)^3 + \binom{10}{4}(2x^2)^{10-4}\left(\frac{a}{x^3}\right)^4 + \binom{10}{5}(2x^2)^{10-5}\left(\frac{a}{x^3}\right)^5 + \binom{10}{6}(2x^2)^{10-6}\left(\frac{a}{x^3}\right)^6 + \binom{10}{7}(2x^2)^{10-7}\left(\frac{a}{x^3}\right)^7 + \binom{10}{8}(2x^2)^{10-8}\left(\frac{a}{x^3}\right)^8 + \binom{10}{9}(2x^2)^{10-9}\left(\frac{a}{x^3}\right)^9 + \binom{10}{10}(2x^2)^{10-10}\left(\frac{a}{x^3}\right)^{10}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= 1024x^{20} + 10.512.x^{18}.\frac{a}{x^3} + 45.256.x^{16}.\frac{a^2}{x^6} + 120.128.x^{14}.\frac{a^3}{x^9} + 210.64.x^{12}.\frac{a^4}{x^{12}} + 252.32.x^{10}\frac{a^5}{x^{15}} + 210.16.x^8.\frac{a^6}{x^{18}} + 120.8.x^6.\frac{a^7}{x^{21}} + 45.4.x^4.\frac{a^8}{x^{24}} + 10.2.x^2.\frac{a^9}{x^{27}} + \frac{a^{10}}{x^{30}}$

$= 1024x^{20} + 5120ax^{15} + 11520a^2x^{10} + 15360a^3x^5 + 13440a^4 + 8064\frac{a^5}{x^5} + 3360\frac{a^6}{x^{10}} + 960.\frac{a^7}{x^{15}} + 180.\frac{a^8}{x^{20}} + 20.\frac{a^9}{x^{25}} + \frac{a^{10}}{x^{30}}$

গ $\left(zx^4 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ বা, $(r+1)$ তম পদ $= {}^{10}C_r(2x^2)^{10-r}\left(\frac{a}{x^3}\right)^r = {}^{10}C_r\, 2^{10-r}a^r x^{20-5r}$

যদি $(r+1)$তম পদে x^5 থাকে, তবে $20-5r=5$, অর্থাৎ $r=3$

আবার, যদি $(r+1)$তম পদে x^{15} থাকে, তবে $20-5r=15$, অর্থাৎ $r=1$

সুতরাং x^5 এবং x^{15} এর সহগদ্বয় পরস্পর সমান হলে,

${}^{10}C_3.2^{10-3}.a^3 = {}^{10}C_1.2^{10-1}.a$

বা, $\frac{10\times9\times8}{3\times2}.2^7.a^3 = 10.2^9a$

বা, $a^2 = \frac{1}{3}$

$a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে] (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৫ $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \ldots\ldots + y^n$

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির সাধারণ পদটি লিখ। ২

খ. উদ্দীপকের সাহায্যে $\left(x+\frac{k}{x}\right)^4$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি কর এবং এ বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 160 হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতি হতে উদ্দীপকে উল্লেখিত $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতি প্রমাণ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সাধারণ পদ বা $(r+1)$ তম পদ, $T_{r+1} = \binom{n}{r}x^{n-r}y^r$

খ $\left(x+\frac{k}{x}\right)^4 = x^4 + \binom{4}{1}x^{4-1}.\left(\frac{k}{x}\right) + \binom{4}{2}x^{4-2}\left(\frac{k}{x}\right)^2 + \binom{4}{3}x^{4-3}\left(\frac{k}{x}\right)^3 + \binom{4}{4}x^{4-4}\left(\frac{k}{x}\right)^4$

$= x^4 + 4x^3.\frac{k}{x} + 6.x^2.\frac{k^2}{x^2} + 4.x.\frac{k^3}{x^3} + \frac{k^4}{x^4}$

$= x^4 + 4x^2k + 6k^2 + 4.\frac{k^3}{x^2} + \frac{k^4}{x^4}$

এ বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ $4k$.

প্রশ্নমতে, $4k = 160$

$\Rightarrow k = \frac{160}{4}$

$\therefore k = 40$ (Ans.)

গ আমরা জানি,

$(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \binom{n}{3}y^3 + \binom{n}{r}y^r + \ldots\ldots + \binom{n}{n}y^n$

এখন, $(x+y)^n = \left[x\left(1+\frac{y}{x}\right)\right]^n = x^n\left(1+\frac{y}{x}\right)^n$ $\therefore (x+y)^n$

$= x^n\left[1+\binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right)+\binom{n}{2}\left(\frac{y}{x}\right)^2+\binom{n}{3}\left(\frac{y}{x}\right)^3+\ldots+\binom{n}{n}\left(\frac{y}{x}\right)^n\right]$

$\therefore (x+y)^n$

$= x^n\left[1+\binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right)+\binom{n}{2}\frac{y^2}{x^2}+\binom{n}{3}\frac{y^3}{x^3}+\ldots+\frac{y^n}{x^n}\right]\left[\because \binom{n}{n}=1\right]$

$= x^n + \binom{n}{1}\left(x^n.\frac{y}{x}\right)+\binom{n}{2}\left(x^n.\frac{y^2}{x^2}\right)+\binom{n}{3}\left(x^n.\frac{y^3}{x^3}\right)+\ldots+x^n.\frac{y^n}{x^n}$

$\therefore (x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \ldots + y^n$

প্রশ্ন ▶ ৫ $(x+a)^n$ এর বিস্তৃতিতে বিজোড় পদগুলোর সমষ্টি P এবং জোড় পদগুলোর সমষ্টি Q।

ক. P ও Q নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $P^2 - Q^2 = (x^2-a^2)^n$ ৪

গ. $(x+a)^{2n} - (x-a)^{2n}$ এর মান P ও Q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x+a)^n = x^n + {}^nC_1\,x^{n-1}a + {}^nC_2\,x^{n-2}.a^2 + {}^nC_3\,x^{n-3}a^3 + \ldots\ldots$

$\therefore P = x^n + {}^nC_2.\,x^{n-2}a^2 + \ldots\ldots$

এবং $Q = {}^nC_1\,x^{n-1}.\,a + {}^nC_3x^{n-3}.\,a^3 + \ldots\ldots$

খ $P^2 - Q^2 = (P+Q)(P-Q)$

এখন $P+Q = (x^n + {}^nC_2\,x^{n-2}a^2 + \ldots) + ({}^nC_1\,x^{n-1}a + {}^nC_3\,x^{n-3}.a^3 + \ldots) = (x+a)^n$

আবার, 'ক' এ a এর পরিবর্তে $(-a)$ বসালে পাওয়া যায়,

$(x-a)^n = x^n + {}^nC_1\,x^{n-1}(-a) + {}^nC_2\,x^{n-2}(-a)^2 + {}^nC_3\,x^{n-3}(-a)^3 + \ldots$

$= x^n - {}^nC_1\,x^{n-1}a + {}^nC_2\,x^{n-2}a^2 - {}^nC_3\,x^{n-3}a^3 + \ldots\ldots$

$= (x^n + {}^nC_2\,x^{n-2}a^2 + \ldots) - ({}^nC_1\,x^{n-1}a + {}^nC_3\,x^{n-3}.\,a^3 + \ldots)$

$= P - Q$

$\therefore P - Q = (x-a)^n$

$\therefore P^2 - Q^2 = (P+Q)(P-Q)$

$= (x+a)^n(x-a)^n$

$= \{(x+a)(x-a)\}^n$

$= (x^2-a^2)^n$

গ $(x+a)^{2n} = (x+a)^n(x+a)^n$

$= (P+Q)(P+Q)$

$= (P+Q)^2$

এবং $(x-a)^{2n} = (x-a)^n(x-a)^n$

$= (P-Q)(P-Q)$

$= (P-Q)^2$

$\therefore (x+a)^{2n} - (x-a)^{2n} = (P+Q)^2 - (P-Q)^2 = 4PQ$

প্রশ্ন ▶ ৬ $(x+y)^n$ বিস্তৃতিকে সাধারণ দ্বিপদী উপপাদ্য বলা হয়।

ক. $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $\left(ax+\frac{b}{x}\right)^n$ এর চতুর্থ পদটি নির্ণয় কর। যদি এটি x বর্জিত হয় তাহলে n = ? ৪

গ. যদি চতুর্থ পদটি x বর্জিত হয় এবং উক্ত পদের মান 10240 হয় তাহলে a ও b এর মান কত হবে যদি $a-b=2$ হয়। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x+y)^n$ এর সাধারণ পদ, $(r+1)$ তম পদ $= {}^nC_r\,x^{n-r}.\,y^r$

খ 'ক' এ $x = ax$ এবং $y = \frac{b}{x}$ বসালে চতুর্থ পদ, তথা $(3+1)$ তম পদটি হবে,

$= {}^nC_3\,(ax)^{n-3}\left(\frac{b}{x}\right)^3$

$= {}^nC_3\,a^{n-3}x^{n-3}.b^3x^{-3}$

$= {}^nC_3\,a^{n-3}b^3\,x^{n-6}$

যদি উক্ত পদটি x মুক্ত হয় তাহলে x এর ঘাত শূন্য হবে।

অর্থাৎ $n-6=0$

$\therefore \quad n = 6$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ঘ n = 6 ব্যবহার করে পাই,

চতুর্থ পদ, (3 + 1) তম পদ = $6_{C_3} a^{6-3} b^3$

$= \frac{6.5.4}{1.2.3} a^3 b^3$

$= 20 a^3 b^3$

প্রশ্নমতে, $20a^3b^3 = 10240$

বা, $a^3b^3 = 512$

বা, ab = 8.

দেওয়া আছে,

a – b = 2 .....(1)

$\therefore (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$= 2^2 + 4 \times 8$

$= 4 + 32$

$\therefore a + b = \sqrt{36} = 6$ .....(ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

2a = 8

বা, a = 4

a এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

4 + b = 6

বা, b = 2

$\therefore$ a = 4, b = 2

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন: সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৭ $A = (a + 3x)^n$ ..... (i)

$B = (x + y)^n$ ..... (ii)

ক. (ii) এর বিস্তৃতিটি লিখ এবং এ সূত্রের সাহায্যে (i) এর বিস্তৃতি লিখ। ২

খ. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি হতে (ii) এর পূর্ণ বিস্তৃতি প্রমাণ কর। ৪

গ. (i) এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে b, $\frac{21}{2}bx$ ও $\frac{189}{4}bx^2$ হলে, a, b এবং n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$

$(a + 3x)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}(3x)^n + \binom{n}{2}a^{n-2}(3x)^2 +$

$\binom{n}{3}a^{n-3}(3x)^3 + ... + (3x)^n$

খ আমরা জানি,

$(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \binom{n}{3}y^3 + \binom{n}{r}y^r + ... + \binom{n}{n}y^n$

এখন, $(x + y)^n = \left[x\left(1 + \frac{y}{x}\right)\right]^n = x^n\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n$

$(x+y)^n$

$= x^n\left[1 + \binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{y}{x}\right)^2 + \binom{n}{3}\left(\frac{y}{3}\right)^3 + ... + \binom{n}{n}\left(\frac{y}{x}\right)^n\right]$

$= x^n\left[1 + \binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\frac{y^2}{x^2} + \binom{n}{3}\frac{y^3}{x^3} + ... + \frac{y^n}{x^n}\right]$

$\left[\because \binom{n}{n} = 1\right]$

$= x^n + \binom{n}{1}\left(x^n.\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(x^n.\frac{y^2}{x^2}\right) + \binom{n}{3}\left(x^n.\frac{y^3}{x^3}\right) + ... +$

$x^n.\frac{y^n}{x^n}$

$\therefore (x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$

গ $(a + 3x)^n = a^n + 3nxa^{n-1} + \frac{9}{2}n(n-1)x^2a^{n-2} + ...$

$a^n = b$ ..... (i)

$3na^{n-1} = \frac{21}{2}b$..... (ii)

$\frac{9}{2}n(n-1)a^{n-2} = \frac{189}{4}b$..... (iii)

(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{3n}{a} = \frac{21}{2}$ বা, $\frac{n}{a} = \frac{7}{2}$

বা, $n = \frac{7a}{2}$ .... (iv)

(iii) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{3}{2}.\frac{(n-1)}{a} = \frac{9}{2}$

বা, $\frac{n-1}{a} = 3$

বা, n – 1 = 3a ..... (v)

বা, $\frac{7a}{2} - 1 = 3a$ [(iv) নং থেকে n এর মান বসিয়ে]

বা, $\frac{a}{2} = 1$

বা, a = 2

অতএব, (v) নং থেকে n – 1 = 3a বা, n – 1 = 6 বা, n = 7

অতএব, (i) থেকে $b = a^n = 2^7$

Ans. $a = 2, b = 2^7, n = 7$

প্রশ্ন ▶ ৭ $(a + bx)^6$ এর বিস্তৃতি দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার ব্যবহার করে নির্ণয় করা হয়।

ক. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $(a + bx)^6$ ও $(b + ax)^5$ এর বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. যদি 'খ' এর ১ম রাশির বিস্তৃতির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাত ২য় রাশির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাতের সমান হয় তাহলে দেখাও যে, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিটি হলো,

$= x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + y^n$.

খ 'ক' -এ x = a, y = bx এবং n = 6 বসিয়ে পাই,

$(a + bx)^6 = a^6 + \binom{6}{1}a^5(bx) + \binom{6}{2}a^4(bx)^2 + \binom{6}{3}a^3(bx)^3$

$+ \binom{6}{4}a^2(bx)^4 + \binom{6}{5}a(bx)^5 + (bx)^6$

$= a^6 + 6a^5bx + 15a^4b^2x^2 + 20a^3b^3x^3 + 15a^2b^4x^4$

$+ 6ab^5x^5 + b^6x^6$

এবং $(b + ax)^5 = b^5 + \binom{5}{1}b^4(ax) + \binom{5}{2}b^3(ax)^2 + \binom{5}{3}b^2(ax)^3$

$+ \binom{5}{4}b(ax)^4 + (ax)^5$

$= b^5 + 5b^4ax + 10b^3a^2x^2 + 10b^2a^3x^3 + 5b.a^4x^4 + a^5x^5$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ 'খ' হতে পাই, ১ম রাশির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাত।

$$\frac{6a^5bx}{15a^4b^2x^2} = \frac{2a}{5bx}$$

২য় রাশির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাত $\frac{5b^4ax}{10b^3a^2x^2} = \frac{b}{2xa}$

প্রশ্নমতে, $\frac{2a}{5bx} = \frac{b}{2xa}$

বা, $\frac{2a}{5b} = \frac{b}{2a}$

বা, $4a^2 = 5b^2$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{5}{4}$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

প্রশ্ন ▶ ৯ $(x+y)^n$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার বলা হয়।

ক. $(1+y)^n$ ও $(x+y)^n$ বিস্তৃতি দুটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $\left(1+\frac{1}{4}\right)^n$ এর বিস্তৃতি বের কর। যদি এর বিস্তৃতিতে ২য় পদের সহগ তৃতীয় পদের সহগের দ্বিগুণ হয় তাহলে n = ? ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত n-এর মান ব্যবহার করে পদসংখ্যা, ধারাটির বিস্তৃতি ও মধ্যপদ বের কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিটি হলো :

$$= \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \ldots\ldots \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$$

এবং $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতি হলো:

$$= x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + y^n$$

গ 'ক'-এ $x = 1, y = \frac{1}{4}$ বসিয়ে পাই,

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)^n$$

$$= 1^n + \binom{n}{1}1^{n-1}\frac{1}{4} + \binom{n}{2}1^{n-2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \binom{n}{3}1^{n-3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \ldots$$

$$= 1 + n.\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{n(n-1)}{1\times 2}\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\times 2\times 3}.\frac{1}{64} + \ldots\ldots$$

$$= 1 + \frac{n}{4} + \frac{n^2-n}{32} + \frac{n^3-3n^2+2n}{384} + \ldots\ldots\ldots$$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{4} = 2.\frac{n^2-n}{32}$

বা, $\frac{n}{4} = \frac{n^2-n}{16}$

বা, $n^2 - n = 4n$

বা, $n^2 - 5n = 0$

বা, $n(n-5) = 0$

বা, $n = 5, n \neq 0$

গ 'খ' হতে পাই, n = 5

∴ পদসংখ্যা = (n + 1) = 6.

এখন, $\left(1+\frac{1}{4}\right)^5 = 1^5 + \binom{5}{1}1^{5-1}\frac{1}{4} + \binom{5}{2}1^{5-2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \binom{5}{3}1^{5-3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \binom{5}{4}1^{5-4}\left(\frac{1}{4}\right)^4 + \binom{5}{5}1^{5-5}\left(\frac{1}{4}\right)^5$

$$= 1 + 5.\frac{1}{4} + 10.\frac{1}{16} + 10.\frac{1}{64} + 5.\frac{1}{256} + 5.\frac{1}{1024}$$

$$= 1 + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{32} + \frac{5}{256} + \frac{1}{1024}$$

∴ নির্ণেয় মধ্যপদ $\frac{5}{8}$ ও $\frac{5}{32}$ (Ans.)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১০ $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতি সাধারণভাবে দ্বিপদী উপপাদ্য নামে পরিচিত।

ক. দ্বিপদীটির সাধারণ আকারটি লিখ। ২

খ. সাধারণ আকার ব্যবহার করে $\left(x+\frac{q}{x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. 'খ' এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 6 ও x বর্জিত পদ p হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + y^n$.

খ. $x^6 + 6x^3q + 15q^2 + 20\frac{q^3}{x^3} + 15\frac{q^4}{x^6} + 6\frac{q^5}{x^9} + \frac{q^6}{x^{12}}$.

গ. p = 15 ও q = 1

প্রশ্ন ▶ ১১ $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতি দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার ব্যবহার করে নির্ণয় করা হয়।

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকারটি লিখ। ২

খ. সাধারণ আকার ব্যবহার করে $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. 'খ' এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 ও x বর্জিত পদ a হলে k ও a এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + y^n$

খ. $x^{12} + 6kx^9 + 15k^2x^6 + 20k^3x^3 + 15k^4 + 6\frac{k^5}{x^3} + \frac{k^6}{x^6}$

গ. ∴ k = 2 ∴ a = 240

প্রশ্ন ▶ ১২ $M = \left(x+\frac{1}{2}\right)^n$, $N = \left(y-\frac{2}{y^2}\right)^x$ এবং x = n

[সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. $(2.19)^6$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে চার দশমিক স্থান পর্যন্ত মান নির্ণয় কর। ২

খ. M এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদের সহগ পঞ্চম পদের সহগের দ্বিগুণ হলে বিস্তৃতির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

গ. N এর বিস্তৃতিতে পঞ্চমপদের মান 40 হলে y এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

ক. 110.3220 (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত)

খ. $\frac{35x^4}{2}, \frac{35x^5}{16}$; **গ.** 3.742

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১৩ $(x + y)^n$ **এর বিস্তৃতিতে** $(r + 1)$ **তম পদকে সাধারণ পদ বলে, যার সহগ** $\binom{n}{r}$ **বা,** ${}^nC_r$ **দ্বারা প্রকাশ করা হয়।**

ক. $(x + y)^n$ এর সাধারণ পদটি লিখ এবং এর সাহায্যে চতুর্থ পদটি নির্ণয় কর। ২

খ. 'ক' ব্যবহার করে $\left(px + \frac{q}{x}\right)^n$ এর চতুর্থ পদটি নির্ণয় কর। যদি এটি x মুক্ত হয়। তবে n এর মান কত হবে? ৪

গ. যদি খ-এর বিস্তৃতির চতুর্থ পদের মান 160 হয়, তাহলে n এর উক্ত মানের জন্য p ও q এর মান বের কর, যেখানে p ও q ধনাত্মক এবং $p - q = 1$. ৪

উত্তর: ক. ${}^nC_r x^{n-r}y^r$, ${}^nC_3 x^{n-3}y^3$. ; **খ.** ${}^nC_3 p^{n-3} q^3 x^{n-6}$ $\therefore n = 6$.

গ. $p = 2, q = 1$

প্রশ্ন ▶ ১৪ $(1 - 4x)^4$, $(1 + x)^5$ **এবং** $\left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8$ **তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।** [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নরসিংদী]

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র ব্যবহার করে উদ্দীপকের প্রথম রাশিটির বিস্তৃতি কর। ২

খ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে উদ্দীপকের তৃতীয় রাশিটি বিস্তৃতি করে x-এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. x-এর মান যথেষ্ট ছোট বিবেচনায় x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে প্রমাণ কর যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির গুণফল $1 - 11x + 26x^2$ এর সমান। ৪

উত্তর: ক. $1 - 16x + 96x^2 - 256x^3$; **খ.** -14

internet-linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm10qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দ্বিপদী উপপাদ্য $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতি;

  $(x + y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1}y + \binom{n}{2} x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3} x^{n-3}y^3 + \ldots\ldots + y^n$.

- $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$
- $n! = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots$ 3.2.1
- ${}^nC_n = 1$
- $\binom{n}{0} = {}^nC_0 = 1$
- $0! = 1$
- ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n এর জন্যে, দ্বিপদী বিস্তৃতি $(1 + y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r তম পদ

  $T_{r+1} = \binom{n}{r} y^r$ বা, ${}^nC_r y^r$. এবং $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ বা r-তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r}y^r$ বা ${}^nC_r x^{n-r}y^r$

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৭, ৮, ১০, ১২, ১৩, ১৫, ১৮, ১৯, ২২, ২৪, ২৫, ২৮, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৪২, ৪৩, ৪৪
★★	৪, ৯, ১৪, ১৭, ২১, ২৩, ২৬, ২৭, ৩১, ৩৭, ৩৮, ৩৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৮, ৯
★★	২, ৫, ৬, ৭

www.bdniyog.com
www.pathagar.com