অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সমতলে কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের ধারণা ব্যাখ্যা।
২. দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয়।
৩. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান।

স্কটিস গণিতবিদ জন নেপিয়ার (*John Napier, 1550-1671*) জ্যোতির্বিদ্যার প্রতি তাঁর আগ্রহ ছিল যা গণিতে অবদান রাখতে সাহায্য করে। বড় বড় সংখ্যার গণনাকে অধিকতর ভালো ও সহজতর করতে একটি বিশেষ পদ্ধতি আবিষ্কার করেন যা বর্তমানে লগারিদম *logarithm)* নামে পরিচিত।

PRACTICE P

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৪৮টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ২৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. প্রতিক্ষেত্রে প্রদত্ত বিন্দুসমূহের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

(i) (2, 3) ও (4, 6) (ii) (–3, 7) ও (–7, 3)
(iii) (a, b) ও (b, a) (iv) (0, 0) ও (sinθ, cosθ)
(v) $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ ও $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

সমাধান:

(i) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(2, 3) এবং Q(4, 6)।

$\therefore$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = \sqrt{(4-2)^2 + (6-3)^2}$
$= \sqrt{(2)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{4+9}$
$= \sqrt{13}$ একক

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব $= \sqrt{13}$ একক।

(ii) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(–3, 7) এবং Q(–7, 3)

$\therefore$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = \sqrt{\{-7-(-3)\}^2 + (3-7)^2}$
$= \sqrt{(-7+3)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{16+16}$
$= \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$
$= \sqrt{16} \times \sqrt{2}$
$= 4\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব $= 4\sqrt{2}$ একক।

(iii) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(a, b) এবং Q(b, a)

$\therefore$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = \sqrt{(b-a)^2 + (a-b)^2}$
$= \sqrt{(a-b)^2 + (a-b)^2}$
$= \sqrt{2(a-b)^2}$
$= (a-b)\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব $= (a-b)\sqrt{2}$ একক।

(iv) ধরি,
প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(0, 0) এবং Q(sinθ, cosθ)

$\therefore$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = \sqrt{(\sin\theta - 0)^2 + (\cos\theta - 0)^2}$
$= \sqrt{(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2}$
$= \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta}$
$= \sqrt{1}$
$= 1$ একক

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব = 1 একক।

(v) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $P\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$
এবং $Q\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

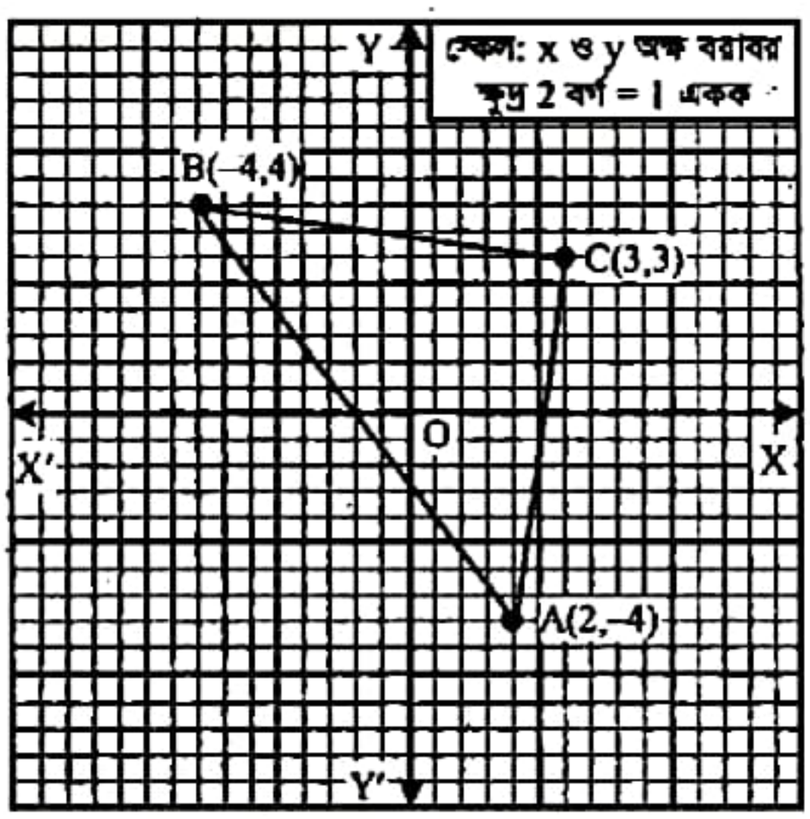
$\therefore$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = \sqrt{\left\{\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2 + \{2-(-1)\}^2}$
$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)^2 + (2+1)^2}$
$= \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{4+9}$
$= \sqrt{13}$ একক

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব $= \sqrt{13}$ একক।

২. একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় যথাক্রমে A(2, – 4), B(–4, 4) ও C(3, 3)। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুসমূহ A(2, –4), B(–4, 4) এবং C(3, 3)। xy সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান দেখানো হলো এবং A, B; B,C ও C, A যোগ করে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com



এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-2)^2 + (4+4)^2}$
$= \sqrt{(-6)^2 + (8)^2}$
$= \sqrt{36+64}$
$= \sqrt{100}$
$= 10$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3+4)^2 + (3-4)^2}$
$= \sqrt{(7)^2 + (-1)^2}$
$= \sqrt{49+1}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-2)^2 + (3+4)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (7)^2}$
$= \sqrt{1+49}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক

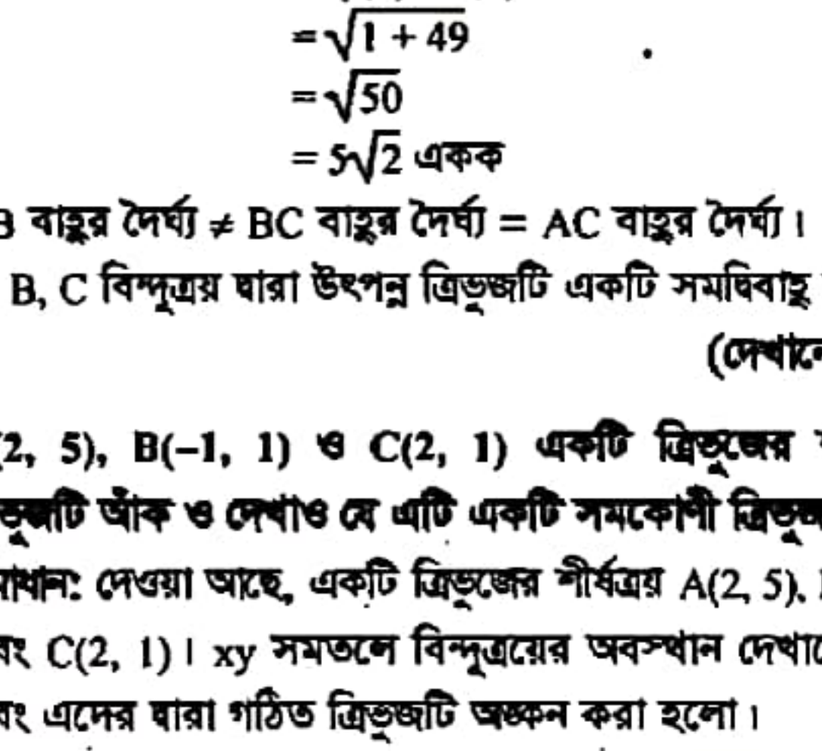
∴ AB বাহুর দৈর্ঘ্য ≠ BC বাহুর দৈর্ঘ্য = AC বাহুর দৈর্ঘ্য।

∴ A, B, C বিন্দুত্রয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

(দেখানো হলো)

৩. A(2, 5), B(–1, 1) ও C(2, 1) একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়। ত্রিভুজটি আঁক ও দেখাও যে এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সমাধান: দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(2, 5), B(–1, 1) এবং C(2, 1)। xy সমতলে বিন্দুত্রয়ের অবস্থান দেখানো হলো এবং এদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-2)^2 + (1-5)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{9+16}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2+1)^2 + (1-1)^2}$
$= \sqrt{(3)^2 + (0)^2}$
$= \sqrt{3^2}$
$= 3$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-2)^2 + (1-5)^2}$
$= \sqrt{(0)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{4^2}$
$= 4$ একক

কিন্তু, $BC^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2$
$= 25$
$= 5^2$
$= AB^2$

∴ পীথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

(দেখানো হলো)

৪. A(1, 2), B(–3, 5) ও C(5, –1) বিন্দুত্রয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কি না যাচাই কর।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুত্রয় A(1, 2), B(–3, 5) ও C(5, –1)

এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-1)^2 + (5-2)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{16+9}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+3)^2 + (-1-5)^2}$
$= \sqrt{(8)^2 + (-6)^2}$
$= \sqrt{64+36}$
$= \sqrt{100}$
$= 10$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2}$
$= \sqrt{(4)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{16+9}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক

দেখা যাচ্ছে, AB + AC = 5 + 5 = 10 = BC

অর্থাৎ দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান।

∴ বিন্দুত্রয় একই সরলরেখায় অবস্থিত এবং এদের দ্বারা কোনো ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব নয়।

৫. মূলবিন্দু থেকে (–5, 5) ও (5, k) বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: মূলবিন্দু (0, 0) থেকে (–5, 5) বিন্দুর

দূরত্ব $= \sqrt{(-5-0)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{25+25}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক

আবার,

মূলবিন্দু (0, 0) থেকে (5, k) বিন্দুর দূরত্ব $= \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2}$
$= \sqrt{5^2 + k^2}$
$= \sqrt{25 + k^2}$ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্নানুসারে, $\sqrt{25+k^2} = 5\sqrt{2}$

বা, $25 + k^2 = 50$ [বর্গ করে]

বা, $k^2 = 25$

$\therefore \quad k = \pm 5$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $k = 5, -5$

৬. দেখাও যে, A(2, 2), B(–2, –2) এবং C($-2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$) একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। এর পরিসীমা তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, A(2, 2), B(–2, –2) এবং C($-2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$)

এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$

$= \sqrt{2\times 4^2}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2\sqrt{3}+2)^2 + (2\sqrt{3}+2)^2}$

$= \sqrt{(12 - 8\sqrt{3} + 4) + (12 + 8\sqrt{3} + 4)}$

$= \sqrt{16 - 8\sqrt{3} + 16 + 8\sqrt{3}}$

$= \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2\sqrt{3}-2)^2 + (2\sqrt{3}-2)^2}$

$= \sqrt{(12 + 8\sqrt{3} + 4) + (12 - 8\sqrt{3} + 4)}$

$= \sqrt{16 + 8\sqrt{3} + 16 - 8\sqrt{3}}$

$= \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

দেখা যাচ্ছে, AB = BC = AC = $4\sqrt{2}$ একক

A, B, C বিন্দুত্রয় একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

ত্রিভুজটির পরিসীমা = (AB + BC + AC)

$= (4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2})$ একক

$= 12\sqrt{2}$ একক

$= 16.971$ একক

[তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত (প্রায়) **(Ans.)**

৭. দেখাও যে, A(–5, 0), B(5, 0), C(5, 5) ও D(–5, 5) একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু।

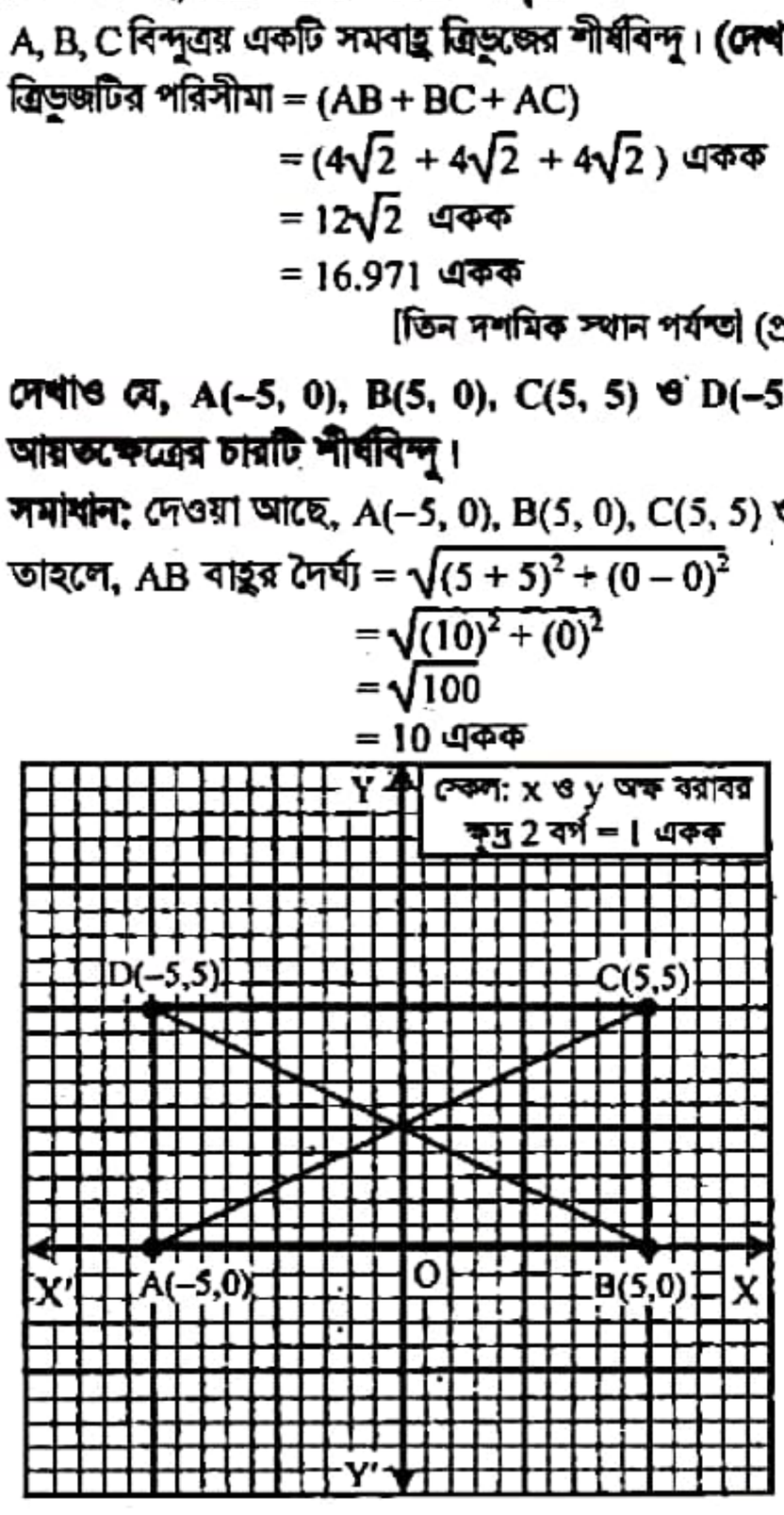
সমাধান: দেওয়া আছে, A(–5, 0), B(5, 0), C(5, 5) ও D(–5, 5)

তাহলে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+5)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{(10)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক



BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{0^2 + 5^2}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-5)^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + 0^2}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5+5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{0^2 + 5^2}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ একক

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{10^2 + 5^2}$

$= \sqrt{100 + 25}$

$= \sqrt{125}$

$= 5\sqrt{5}$ একক

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + 5^2}$

$= \sqrt{100 + 25}$

$= \sqrt{125}$

$= 5\sqrt{5}$ একক

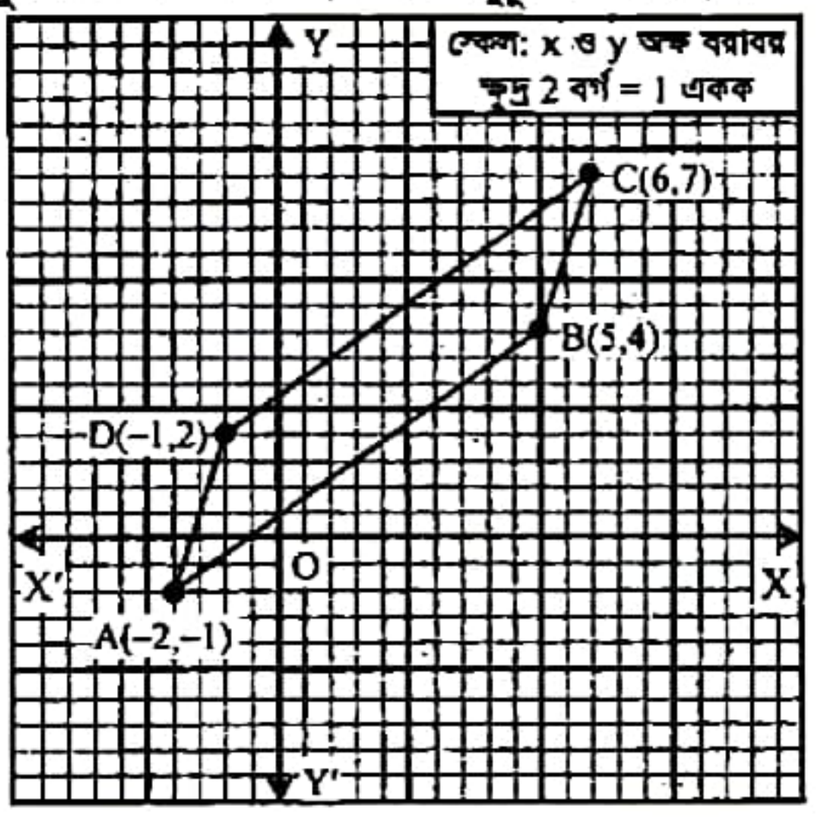
এখানে, AB = CD ; BC = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD.

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দু চারটি একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

৮. A(–2, –1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(–1, 2) দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তক্ষেত্র তা নির্ণয় কর।

সমাধান: xy সমতলে A(–2, –1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(–1, 2) বিন্দু চারটির অবস্থান চিহ্নিত করে চতুর্ভুজটি আঁকা হলো:



$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+2)^2 + (4+1)^2}$

$= \sqrt{(7)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{49 + 25}$

$= \sqrt{74}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-5)^2 + (7-4)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{1 + 9}$

$= \sqrt{10}$ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-6)^2 + (2-7)^2}$
$= \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{49 + 25}$
$= \sqrt{74}$ একক

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1+2)^2 + (2+1)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$ একক

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6+2)^2 + (7+1)^2}$
$= \sqrt{(8)^2 + (8)^2}$
$= \sqrt{64+64}$
$= \sqrt{128}$
$= 8\sqrt{2}$ একক

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-5)^2 + (2-4)^2}$
$= \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2}$
$= \sqrt{36+4}$
$= \sqrt{40}$
$= 2\sqrt{10}$ একক

এখানে, AB = CD এবং BC = AD। কিন্তু কর্ণ AC ≠ কর্ণ BD.

∴ A, B, C, D দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামান্তরিক।

৯. A(10, 5), B(7, 6), C(–3, 5) বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটি P(3, –2) এর সবচেয়ে নিকটবর্তী ও কোনটি সবচেয়ে দূরবর্তী।

সমাধান: দেওয়া আছে, A(10, 5), B(7, 6), C(–3, 5) এবং P(3, –2)

এখানে, A, P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব $AP = \sqrt{(3-10)^2 + (-2-5)^2}$
$= \sqrt{(-7)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{49+49}$
$= \sqrt{98}$
$= 7\sqrt{2}$ একক $= 9.899$ একক (প্রায়)

B. P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $BP = \sqrt{(3-7)^2 + (-2-6)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2}$
$= \sqrt{16+64}$
$= \sqrt{80}$
$= 4\sqrt{5}$ একক
$= 8.944$ একক (প্রায়)

C, P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $CP = \sqrt{(3+3)^2 + (-2-5)^2}$
$= \sqrt{(6)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{36+49}$
$= \sqrt{85}$ একক
$= 9.220$ একক (প্রায়)

∴ P বিন্দুর সবচেয়ে নিকটবর্তী বিন্দু B এবং সবচেয়ে দূরবর্তী বিন্দু A।

১০. P(x, y) বিন্দু থেকে y-অক্ষের দূরত্ব এবং Q(3, 2) বিন্দুর দূরত্ব সমান। প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$

সমাধান: ধরি, y-অক্ষের উপর যে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক, A(0, y)।

এখন, P(x, y) ও A(0, y) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব $PA = \sqrt{(0-x)^2 + (y-y)^2}$
$= \sqrt{(-x)^2 + 0^2}$
$= \sqrt{x^2}$
$= x$ একক

এবং P(x, y) ও Q(3, 2) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব $PQ = \sqrt{(3-x)^2 + (2-y)^2}$
$= \sqrt{(9 - 6x + x^2) + (4 - 4y + y^2)}$
$= \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13}$ একক

প্রশ্নানুসারে, PQ = PA

বা, $\sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13} = x$

বা, $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 = x^2$ [বর্গ করে]

∴ $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.১ আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক | Text পৃষ্ঠা-২২৫

- পরস্পরছেদী দুইটি সরলরেখা হতে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে কেবলমাত্র একটি বিন্দুই থাকতে পারে।
- পরস্পর সমকোণে ছেদ করে এরূপ একজোড়া অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ককে আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক বলা হয়।
- বিন্দুর স্থানাঙ্ক সূচক (x, y) একটি ক্রমজোড় যার প্রথমটি ভুজ ও দ্বিতীয়টি কোটি।
- x-অক্ষের উপর কোনো বিন্দুর y এর স্থানাঙ্ক শূন্য এবং y-অক্ষের উপর কোনো বিন্দুর x এর স্থানাঙ্ক শূন্য।

১. আয়তাকার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় পরস্পরছেদী অক্ষ দুইটি হতে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে কয়টি বিন্দু থাকতে পারে? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **ক**

২. আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে পরস্পরছেদী অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 0 খ 45 গ 90 ঘ 180 **গ**

ব্যাখ্যা: আয়তাকার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় অক্ষ দুটি পরস্পর লম্ব বলে তাদের মধ্যবর্তী কোণ 90°.

৩. মূল বিন্দু হতে 3 একক ডানে x-অক্ষের উপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)

ক (0, 3) খ (0, –3) গ (3, 0) ঘ (–3, 0) **গ**

৪. মূলবিন্দু থেকে y-অক্ষের ধনাত্মক দিক বরাবর একটি বিন্দুর অবস্থান 4 একক দূরে, বিন্দুটির স্থানাঙ্ক কোনটি? (সহজ)

ক (0, 3) খ (0, 0) গ (0, 4) ঘ (7, 1) **গ**

৫. x অক্ষের উপর অবস্থিত যেকোনো বিন্দুর y-স্থানাঙ্ক (কোটি) কত? (সহজ)

ক 2 খ y গ 10 ঘ 0 **ঘ**

৬. y-অক্ষের উপর অবস্থিত যেকোনো বিন্দুর x-স্থানাঙ্ক (ভুজ) কত? (সহজ)

ক 2 খ y গ 7 ঘ 0 **ঘ**

৭. A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–4, 2)। A বিন্দুটির অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ **খ**

৮. কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় মূলবিন্দু 'O' এর স্থানাঙ্ক কোনটি? (সহজ)

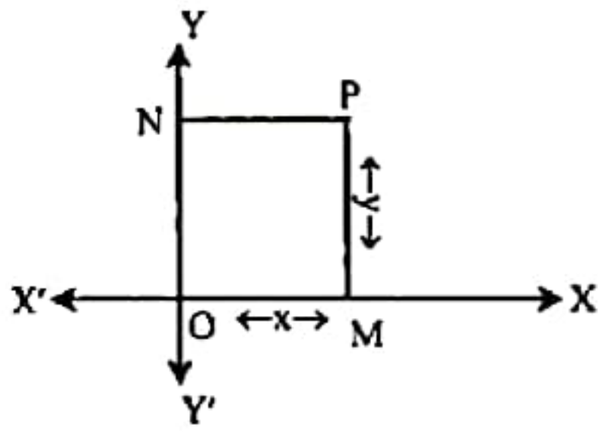
ক (2, 10) খ (0, 0) গ (7, 3) ঘ (1, 2) **খ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৯. কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক থেকে বুঝা যায় বিন্দুটি—
i. x ও y অক্ষদ্বয় থেকে কত দূরে অবস্থিত।
ii. কোন্ চতুর্ভাগে অবস্থিত।
iii. x অক্ষের সাথে কত ডিগ্রী কোণ তৈরি করে।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

১০. আয়তাকার কার্তেসীয় তলের -
i. দ্বিতীয় ও তৃতীয় চতুর্ভাগের সকল বিন্দুর ভুজ ঋণাত্মক।
ii. প্রথম ও দ্বিতীয় চতুর্ভাগে সকল বিন্দুর কোটি ধনাত্মক।
iii. দ্বিতীয় ও চতুর্থ চতুর্ভাগে সকল বিন্দুর কোটির চিহ্ন একই।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

নিচের চিত্রের আলোকে (১১-১৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

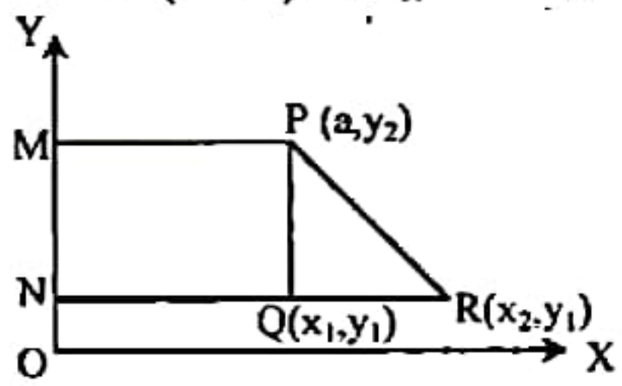


১১. M বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)
[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]
ক (0, x) খ (x, 0) গ (0, y) ঘ (x, y) — খ
ব্যাখ্যা: M বিন্দুর ভুজ x এবং কোটি 0 কাজেই M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, 0)

১২. N বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)
[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]
ক (y, 0) খ (0, y) গ (0, x) ঘ (x, y) — খ
ব্যাখ্যা: N বিন্দুর ভুজ 0 এবং কোটি y কাজেই N বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, y)

১৩. P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)
[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]
ক (x, y) খ (y, x) গ [x, y] ঘ {x, y} — ক
ব্যাখ্যা: P বিন্দুর ভুজ x এবং কোটি y। কাজেই P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

নিচের চিত্রের আলোকে (১৪-১৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

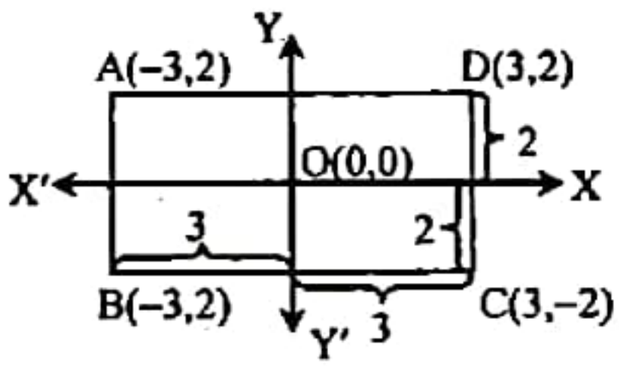


১৪. P বিন্দুর ভুজ, a = কত? (মধ্যম)
ক x_2 খ x_1 গ y_1 ঘ y_2 — খ

১৫. RQ সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $y_2 - y_1$ খ $x_2 - x_1$ গ $x_1 + x_2$ ঘ $y_1 + y_2$ — খ

১৬. PQ সমান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $y_2 - y_1$ খ $y_1 + y_2$ গ $x_1 + x_2$ ঘ $x_2 - x_1$ — ক

নিচের চিত্রের আলোকে (১৭-২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



১৭. ABCD আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কত? (সহজ)
ক 12 খ 8 গ 20 ঘ 15 — গ

১৮. ΔABC এর পরিসীমা কত? (মধ্যম)
ক $5(2+\sqrt{3})$ খ $2(5+\sqrt{13})$
গ 10 ঘ $\sqrt{52}$ — খ
ব্যাখ্যা: $AC = \sqrt{(3+3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$
∴ পরিসীমা $S = AB + BC + AC = 4 + 6 + 2\sqrt{13} = 10 + 2\sqrt{13}$
$= 2(5 + \sqrt{13})$.

১৯. কর্ণ AC ও OC এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (কঠিন)
ক $AC = 2OC$ খ $AC = \frac{1}{2}OC$
গ $AC = OC$ ঘ $AC = BD$ — ক
ব্যাখ্যা: $OC = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{3^2 + (-2)^2}$
$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$. বা, $2OC = 2\sqrt{13} = AC$ ∴ $AC = 2OC$

২০. চারটি আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)
ক 5 খ 6 গ 7 ঘ 24 — খ
ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = (3 × 2) বর্গ একক = 6 বর্গ একক

★★★ ১১.২ দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব | Text পৃষ্ঠা-২২৭
- (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- মূলবিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু (x, y) এর দূরত্ব $= \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

২১. $P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি? (মধ্যম)
ক $PQ = \sqrt{(x_1 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
খ P – Q
গ $PQ = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
ঘ $\sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)}$ — ক

২২. মূল বিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু P(x, y) এর দূরত্ব নিচের কোনটি? (কঠিন) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর; বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]
ক $x^2 + y^2$ খ $\sqrt{x^2 + y^2}$
গ $x^2 - y^2$ ঘ $\sqrt{x^2 - y^2}$ — খ
ব্যাখ্যা: দূরত্ব $= \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

২৩. মূলবিন্দু O (0, 0) থেকে A(1, 2) বিন্দুর দূরত্ব কত? (সহজ)
[বাগেরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বাগেরহাট; নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]; [গভ: ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]
ক $\sqrt{2}$ খ 2 গ $\sqrt{5}$ ঘ 3 — গ
ব্যাখ্যা: $OA = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

২৪. (1, 1) এবং (2, 2) বিন্দু দুইটির দূরত্ব কত একক? (কঠিন)
[বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]
ক 6 খ $4\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{2}$ — ঘ
ব্যাখ্যা: দূরত্ব $= \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2)} = \sqrt{1^2 + 1^2}$
$= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ একক।

২৫. XY সমতলে অবস্থিত A(2, 0) ও B(7, 0) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব AB = কত একক? (মধ্যম) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]
ক $3\sqrt{5}$ খ 5 গ 4 ঘ 2 — খ
ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(7-2)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{5^2} = 5$ একক।

২৬. A(1, 2) ও B বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হলে B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 4) হবে? (মধ্যম)
ক $3\sqrt{2}$ খ 0 গ $2\sqrt{2}$ ঘ $\sin\theta$ — গ
ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4}$
$= \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২৭. O(0, 0) ও P(x, 4) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 একক হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? (মধ্যম)

ক (2, 0) খ (3, 4) গ (x, 0) ঘ (0, y) **খ**

ব্যাখ্যা: $OP = \sqrt{x^2 + 4^2}$ বা, $x^2 + 16 = 5^2$ বা, $x^2 = 25 - 16 = 9$
$\therefore x = \pm 3$.

২৮. একটি বর্গের দুইটি শীর্ষবিন্দু A(–5, 0) ও B(5, 0)। AB বর্গের এক বাহু নির্দেশ করলে বর্গটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক 100 খ 50 গ 25 ঘ 0 **ক**

ব্যাখ্যা: বর্গের ক্ষেত্রফল $AB^2 = \{5 - (-5)\}^2 + (0 - 0)^2 = (5 + 5)^2 = 10^2 = 100$.

২৯. O(0, 0) বিন্দু থেকে A(4, 4) ও B(–4, y) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে y = কত? (মধ্যম)

ক 4 খ 3 গ –3 ঘ 0 **ক**

ব্যাখ্যা: OB = OA
বা, $\sqrt{(-4 - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{(4 - 0)^2 + (4 - 0)^2}$
বা, $16 + y^2 = 16 + 16$
বা, $y^2 = 16 \therefore y = \pm 4$.

৩০. (0, 0) ও (sinθ, cosθ) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)
[ভিকারুন্নিসা নূন স্কুল, ঢাকা; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক 1 খ $\sqrt{2}$ গ 2 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: দূরত্ব $= \sqrt{(\sin\theta - 0)^2 + (\cos\theta - 0)^2} = \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta} = \sqrt{1} = 1$ একক

৩১. (sinθ, cosθ) ও (cosθ, –sinθ) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব কত একক? (কঠিন)

ক 1 খ $\sqrt{2}$ গ 2 ঘ 4 **খ**

ব্যাখ্যা: দূরত্ব $= \sqrt{(\sin\theta - \cos\theta)^2 + \{\cos\theta - (-\sin\theta)\}^2}$
$= \sqrt{\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta + (\cos\theta + \sin\theta)^2}$
$= \sqrt{1 - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta + 2\cos\theta\sin\theta + \sin^2\theta}$
$= \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ একক

৩২. O(0, 0), P(3, 0) এবং Q(0, 3) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু হলে ∠POQ এর মান কত? (কঠিন)

ক 45° খ 60° গ 90° ঘ 120° **গ**

ব্যাখ্যা: O মূল বিন্দু, P বিন্দু x অক্ষের উপর অবস্থিত এবং Q বিন্দু y অক্ষের উপর অবস্থিত। $\therefore \angle POQ = 90°$.

৩৩. ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু O(0, 0) A(0, 4) ও B(4,4) ত্রিভুজটি কিরূপ? (মধ্যম)

ক স্থূলকোণী খ সমবাহু
গ সমকোণী ঘ সূক্ষ্মকোণী **গ**

ব্যাখ্যা: O বিন্দু মূল বিন্দু, A বিন্দু y অক্ষের উপর এবং B বিন্দু x-অক্ষের সমান্তরাল রেখায় অবস্থিত বলে AB⊥OA.
$\therefore \Delta OAB$ সমকোণী।

৩৪. মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরে অবস্থিত বিন্দু কোনটি? (মধ্যম)

ক (3, 5) খ (0, 7) গ (0, 4) ঘ (1, 2) **গ**

৩৫. A(tanθ, 0) এবং B(0, 1) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি? (মধ্যম)

ক –sinθ খ secθ গ tanθ ঘ 0 **খ**

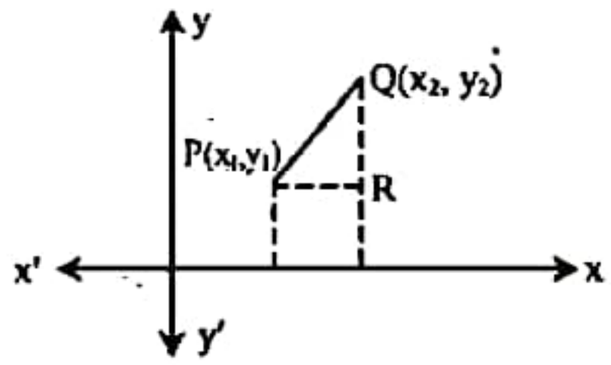
ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(0 - \tan\theta)^2 + (1 - 0)^2}$
$= \sqrt{\tan^2\theta + 1} = \sqrt{\sec^2\theta} = \sec\theta$

৩৬. মূলবিন্দু থেকে A(–5, 5) ও B(5, k) বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে k এর মান কত? (মধ্যম)

ক 10 খ 5 গ $\sqrt{10}$ ঘ $\sqrt{5}$ **খ**

ব্যাখ্যা: OB = OA
বা, $\sqrt{(5)^2 + (k)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (5)^2}$
বা, $k^2 + 25 = 50$ বা, $k^2 = 25$
$\therefore k = \pm 5$.

৩৭. চিত্রে,



i. $PR = x_2 - x_1$
ii. $QR = y_2 - y_1$
iii. $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: (i) ও (ii) চিত্রানুসারে সঠিক।
(iii) সঠিক; কারণ $PQ^2 = PR^2 + QR^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
$\therefore PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

৩৮. তিনটি বিন্দু A(–5, 0), B(1, 0) ও C(7, 0) হলে–
i. AB = 6 একক।
ii. BC = 6 একক এবং AC = 12 একক।
iii. ত্রিভুজ ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: iii. সঠিক নয়; কারণ, A, B, C বিন্দুত্রয় একই রেখা x-অক্ষের উপর হওয়ায় তারা ত্রিভুজই গঠন করে না।

৩৯. A(–3, 2), B(0, 2) ও C(3, 2)—
i. বিন্দুত্রয় একই সরল রেখায় অবস্থিত।
ii. বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য (০)।
iii. বিন্দুত্রয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় না।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪০-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
মূলবিন্দু থেকে A(–5, 5) ও B(5, k) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

৪০. মূলবিন্দু হতে A বিন্দুর দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)
[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

ক $5\sqrt{2}$ খ $3\sqrt{2}$ গ 2 ঘ $\sqrt{2}$ **ক**

ব্যাখ্যা: মূলবিন্দু O(0, 0)
$\therefore OA = \sqrt{(0-5)^2 + \{0-(-5)\}^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

৪১. k এর মান কত? (মধ্যম) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

ক 1 খ 3 গ 4 ঘ 5 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $OB = \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2} = \sqrt{25 + k^2}$
OA = OB
বা, $5\sqrt{2} = \sqrt{25 + k^2}$
বা, $50 = 25 + k^2$
বা, $25 = k^2 \therefore k = \pm 5$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
কোনো বিন্দু P এর কোটি 6 এবং A(5, 6) হতে বিন্দুটির দূরত্ব 4 একক।

৪২. বিন্দুটির ভুজ α হলে AP-এর দূরত্ব α এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\alpha + 5$ খ $\alpha - 5$ গ $\sqrt{\alpha - 5}$ ঘ $\alpha^2 - 25$ **খ**

ব্যাখ্যা: $AP = \sqrt{(\alpha - 5)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{(\alpha - 5)^2 + 0} = (\alpha - 5)$

৪৩. α এর মান কত? (মধ্যম)

ক –5 খ 5 গ –9 ঘ 9 **ঘ**

ব্যাখ্যা: AP দূরত্ব = 4 $\therefore \alpha - 5 = 4 \therefore \alpha = 9$

৪৪. মূলবিন্দু ও P এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

ক 3 খ 6 গ $\sqrt{87}$ ঘ $\sqrt{117}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: P(9, 6)
$\therefore OP = \sqrt{(9-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117}$ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৫-৪৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো যথাক্রমে A(1, 3), B(5, 0), C(2, –4), D(–2, –1)

৪৫. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নীচের কোনটি? (মধ্যম) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **গ**

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ একক

৪৬. AC কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

ক $2\sqrt{5}$ খ $3\sqrt{3}$ গ $4\sqrt{2}$ ঘ $5\sqrt{2}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $AC = \sqrt{(1-2)^2 + \{3-(-4)\}^2} = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2}$ একক

৪৭. ΔABC এর $\angle B$ এর পরিমাপ কত ডিগ্রি? (কঠিন)

ক 45 খ 60 গ 90 ঘ 120 **গ**

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{(5-2)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 = (5\sqrt{2})^2 = AC^2$ ['৪৫' ও '৪৬'নং হতে]

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$

৪৮. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক $10\sqrt{5}$ খ 15 গ $20\sqrt{2}$ ঘ 25 **গ**

ব্যাখ্যা: $CD = \sqrt{(2+2)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

$AD = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

$\therefore AB = BC = CD = AD$ এবং $\angle B = 90^\circ$

$\therefore$ ABCD বর্গক্ষেত্র।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= AB^2 = 5^2 = 25$ বর্গ একক।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ **A(0, –1), B(–2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3) একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।**

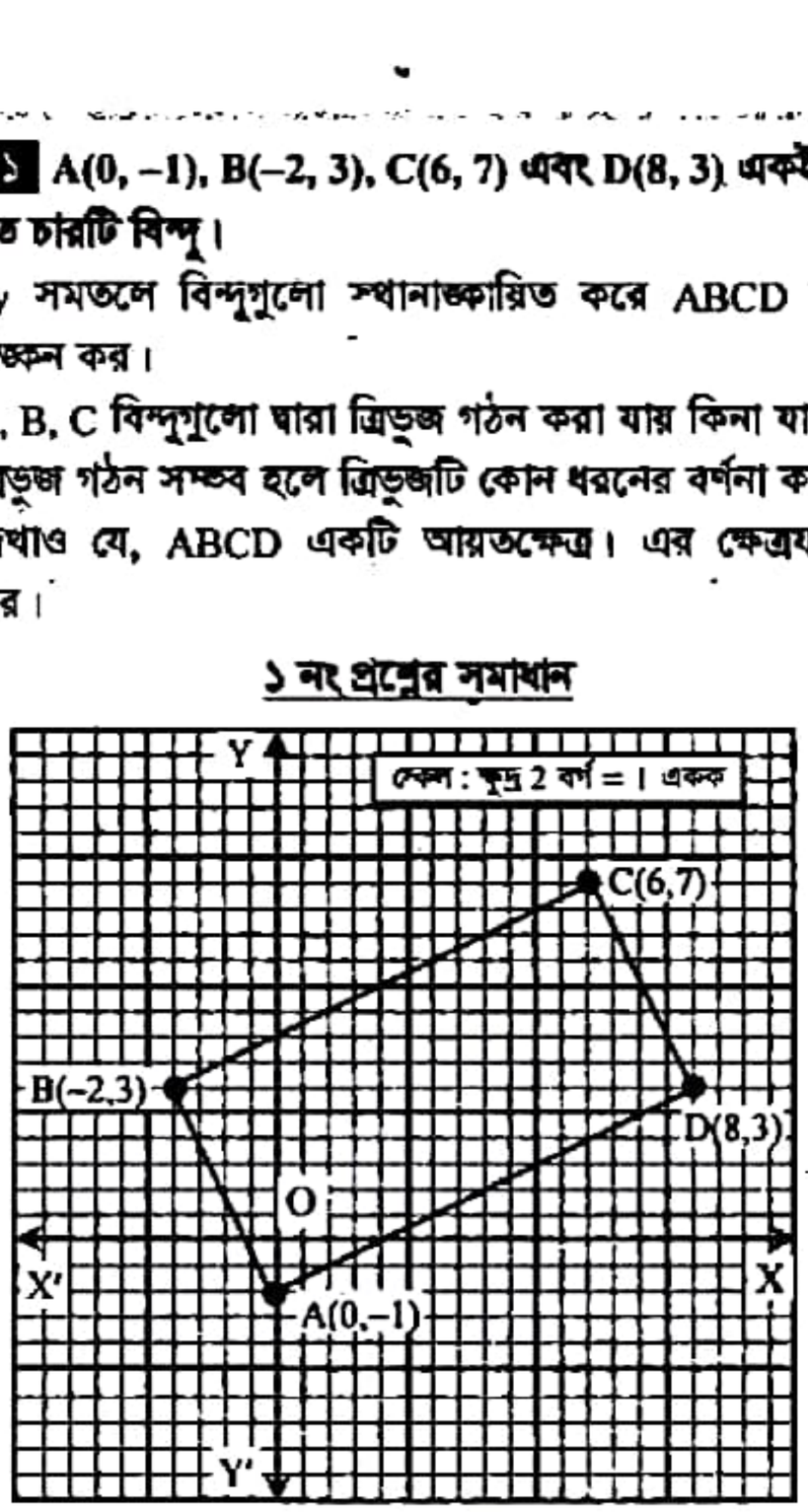
ক. xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থানাঙ্কায়িত করে ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. A, B, C বিন্দুগুলো দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কিনা যাচাই কর। ত্রিভুজ গঠন সম্ভব হলে ত্রিভুজটি কোন ধরনের বর্ণনা কর। ৪

গ. দেখাও যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



xy সমতলে A(0, –1), B(–2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3) বিন্দুগুলো স্থানাঙ্কায়িত করে ABCD চতুর্ভুজটি আঁকা হলো।

খ এখানে, A(0, –1), B(–2, 3), C(6, 7)

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-0)^2 + \{3-(-1)\}^2}$
$= \sqrt{(-2)^2 + (4)^2}$
$= \sqrt{4+16}$
$= \sqrt{20}$
$= 2\sqrt{5}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\{6-(-2)\}^2 + (7-3)^2}$
$= \sqrt{8^2 + 4^2}$
$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2}$
$= \sqrt{6^2 + 8^2}$
$= \sqrt{100} = 10$ একক

আমরা জানি, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

এখানে, $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} > 10$ $\therefore AB + BC > AC$

$4\sqrt{5} + 10 > 2\sqrt{5}$ $\therefore BC + AC > AB$

$10 + 2\sqrt{2} > 4\sqrt{5}$ $\therefore AC + AB > BC$

$\therefore$ বিন্দু তিনটি দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব।

আবার, $AB^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$
$= 20 + 80 = 100$
$= (10)^2$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে $\angle ABC =$ এক সমকোণ

অর্থাৎ, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ।

গ ABCD চতুর্ভুজে A(0, –1), B(–2, 3), C(6, 7), D(8, 3)

$\therefore AB = 2\sqrt{5}$ একক; ['খ' হতে]

$BC = 4\sqrt{5}$ একক; ['খ' হতে]

$CD = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক

এবং $AD = \sqrt{(8-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ একক

এখানে, $AB = CD$, $BC = AD$

এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ; ['খ' হতে]

$\therefore$ ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**

ABCD আয়তের ক্ষেত্রফল $= AB \times BC = 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$
$= 8 \times 5 = 40$ বর্গ একক **(উত্তর)**

প্রশ্ন ▶২ **গ্রাফ পেপারে x ও y অক্ষ একে (0, 0), (–2, 4), (6, 8) এবং (8, 4) বিন্দুগুলোতে একটি করে মোট চারটি চিনির দানা রাখা হল। এবার একটি লাল পিঁপড়া গ্রাফ পেপারের উপর ছেড়ে দিলে সেটি মূল বিন্দু থেকে শুরু করে সবগুলো চিনির দানা খেয়ে আবার মূল বিন্দুতে ফিরে আসে। পিঁপড়াটি তার নিজের অবস্থান থেকে সবচেয়ে নিকটতম চিনির দানাটির অবস্থান বুঝতে পারে এবং ঐ দিকে সরলরেখা বরাবর গমন করে।**

ক. চিনির দানাগুলোর অবস্থান একটি গ্রাফ পেপারে স্থাপন কর। ২

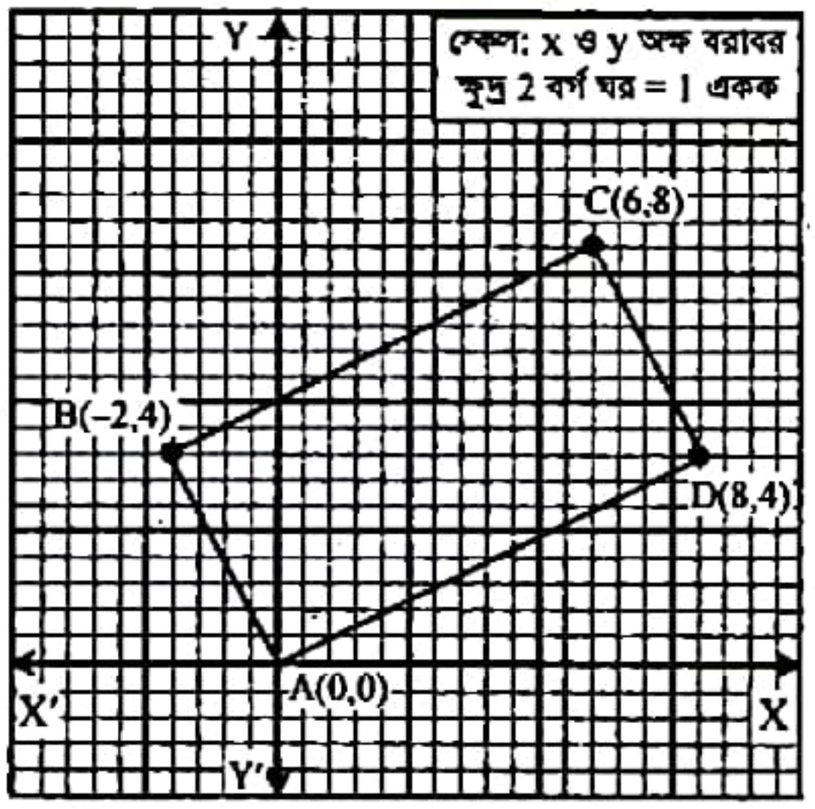
খ. মূল বিন্দু থেকে পিঁপড়াটি কোন দিকে যাত্রা করেছিল? যাত্রা বিন্দুগুলো ক্রমানুসারে লিখ। ৪

গ. সবগুলো চিনির দানা খাওয়ার পর পিঁপড়ার গতিপথটি দিয়ে যে চতুর্ভুজটি তৈরি হল সেটি কি ধরনের চতুর্ভুজ? যাত্রা পথে পিঁপড়াটি মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করেছিল? ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিনির দানাগুলোকে একটি গ্রাফ পেপারে দেখানো হলো:



খ বিন্দু চারটিকে প্রথমে A(0, 0), B(–2, 4), C(6, 8) এবং D(8, 4) এভাবে চিহ্নিত করি।

AB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0+2)^2 + (0-4)^2}$
$= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-6)^2 + (0-8)^2}$
$= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100}$

AD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-8)^2 + (0-4)^2}$
$= \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$

সবচেয়ে ছোট বাহুটি হল AB। সুতরাং AB বরাবর যাত্রা করেছিল।

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-6)^2 + (4-8)^2}$
$= \sqrt{8^2 + 4^2}$
$= \sqrt{64+16}$
$= \sqrt{80}$

BD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-8)^2 + (4-4)^2}$
$= \sqrt{(-10)^2 + 0^2}$
$= \sqrt{100}$

সুতরাং পিঁপড়াটির যাত্রা পথ হল– A, B, C, D।

গ CD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-8)^2 + (8-4)^2}$
$= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

AB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{20}$

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{80}$

AD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{80}$

এখানে, AB = CD এবং AD = BC

সুতরাং, চতুর্ভুজটি সামান্তরিক অথবা আয়তক্ষেত্র।

কর্ণ AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{100}$

কর্ণ BD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{100}$

সুতরাং, চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।

যাত্রাপথে পিপড়াটির মোট দূরত্ব = AB + BC + CD + AD
$= \sqrt{20} + \sqrt{80} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$
$= 26.8$

স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় (12, 5) এবং (12, –5) দুইটি ভিন্ন বিন্দু।

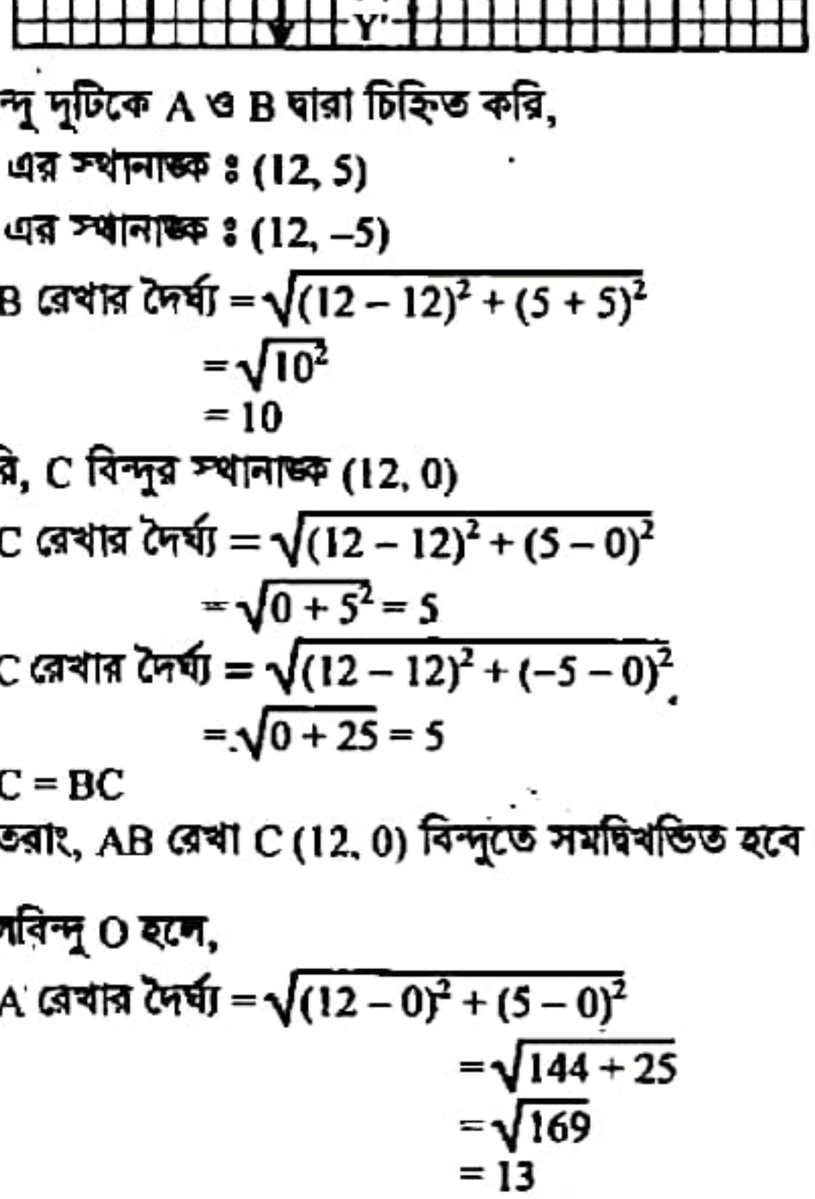
ক. বিন্দু দুইটিকে লেখচিত্রে অঙ্কন কর। ২

খ. বিন্দু দুইটির সংযোগ সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। দেখাও যে, রেখাটি (12, 0) বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়। ৪

গ. দেখাও যে, মূলবিন্দু থেকে ঐ বিন্দুগুলোর সংযোজক সরলরেখাদ্বয় পূর্বের প্রাপ্ত রেখাটির সাথে একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন করে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক লেখচিত্রে দেখানো হলো :



খ বিন্দু দুটিকে A ও B দ্বারা চিহ্নিত করি,

A এর স্থানাঙ্ক : (12, 5)

B এর স্থানাঙ্ক : (12, –5)

AB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-12)^2 + (5+5)^2}$
$= \sqrt{10^2}$
$= 10$

ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (12, 0)

AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-12)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{0+5^2} = 5$

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-12)^2 + (-5-0)^2}$
$= \sqrt{0+25} = 5$

AC = BC

সুতরাং, AB রেখা C (12, 0) বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হবে।

গ মূলবিন্দু O হলে,

OA রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-0)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{144+25}$
$= \sqrt{169}$
$= 13$

অনুরূপভাবে, OB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-0)^2 + (-5-0)^2}$
$= \sqrt{144+25}$
$= \sqrt{169}$
$= 13$

এখানে, OA = OB

সুতরাং, ΔOAB একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

OC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-12)^2 + (0-0)^2}$
$= \sqrt{144} = 12$

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

ΔOAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times OC$
$= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 12\right)$ বর্গ একক.
$= 60$ বর্গ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৪ **P(x, y) বিন্দু থেকে x অক্ষের দূরত্ব এবং Q(–1, 1) বিন্দুর দূরত্ব সমান। যেখানে x, y > 0। একই সমতলে অবস্থিত অপর একটি বিন্দু R(2, 1).**

ক. PQ এর দূরত্ব x, y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $x^2 + 2x - 2y + 2 = 0$; x অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব 5 একক হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, PQR সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, P(x, y) এবং Q(–1, 1)

$$PQ = \sqrt{\{x-(-1)\}^2 + (y-1)^2}$$
$$= \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$$
$$= \sqrt{x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1}$$
$$PQ = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2}$$

খ P(x, y) বিন্দু থেকে x-অক্ষের দূরত্ব = y

দেওয়া আছে, P হতে x-অক্ষের দূরত্ব এবং PQ দূরত্ব সমান

$\therefore \sqrt{x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2} = y$ ['ক' হতে]

বা, $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = y^2$

বা, $x^2 + 2x - 2y + 2 = 0$ **(দেখানো হলো)**

আবার, x-অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব = 5

$\therefore y = 5$

সুতরাং, $x^2 + 2x - 2 \times 5 + 2 = 0$

বা, $x^2 + 2x - 8 = 0$

বা, $x^2 + 4x - 2x - 8 = 0$

বা, $x(x + 4) - 2(x + 4) = 0$

বা, $(x + 4)(x - 2) = 0$

বা, $x = -4, 2$

$\therefore x = 2 \quad [\because x > 0]$

$\therefore$ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 5)

গ ΔPQR-এ P(2, 5), Q(–1, 1), R(2, 1)

$PQ = \sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (5-1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$ একক

$QR = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 0^2} = 3$ একক

$PR = \sqrt{(2-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{0 + 4^2} = 4$ একক

এখানে, $QR^2 + PR^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = (5)^2$

$QR^2 + PR^2 = PQ^2$

$\therefore$ পীথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুসারে $\angle R$ = এক সমকোণ

$\therefore$ PQR সমকোণী ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

ΔPQR এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times QR \times PR$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

= 6 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ৫ **$P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু। P ও Q বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর PM ও QN লম্ব। এবং P বিন্দু থেকে QN এর উপর PR লম্ব।**

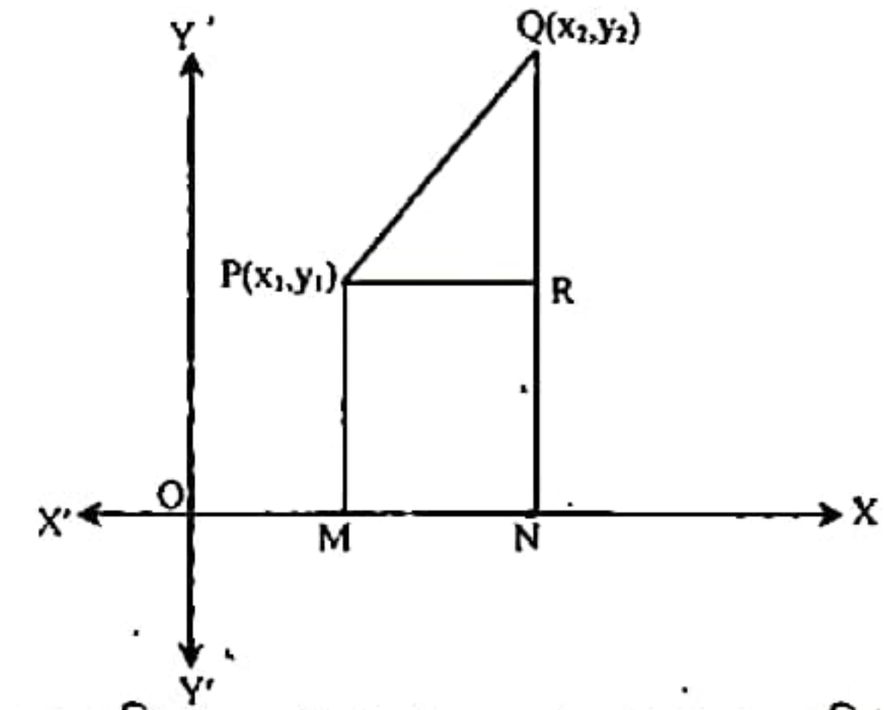
ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, $PR + QR = x_2 + y_2 - x_1 - y_1$ ৪

গ. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ xy-সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু। P ও Q বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর লম্ব PM ও QN আঁকি। আবার P বিন্দু থেকে QN এর উপর PR লম্ব আঁকি। P, Q যোগ করি।

খ দেওয়া আছে, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।

$\therefore$ P বিন্দুর ভুজ = $OM = x_1$

এবং P বিন্দুর কোটি = $MP = y_1$

Q বিন্দুর ভুজ = $ON = x_2$ এবং কোটি = $NQ = y_2$

$\therefore$ চিত্র হতে আমরা পাই,

$PR = MN = ON - OM = x_2 - x_1$

$QR = NQ - NR = NQ - MP = y_2 - y_1$

$\therefore PR + QR = x_2 - x_1 + y_2 - y_1$

$\therefore PR + QR = x_2 + y_2 - x_1 - y_1$ **(দেখানো হলো)**

গ অঙ্কন অনুসারে, PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং PQ এর অতিভুজ।

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$PQ^2 = PR^2 + QR^2$

বা, $PQ = \pm\sqrt{PR^2 + QR^2}$

$\therefore PQ = \pm\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ['খ' হতে পাই]

P বিন্দু হতে Q বিন্দুর দূরত্ব

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

যেহেতু দূরত্ব সবসময় ধনাত্মক হয় তাই ঋণাত্মক মান পরিহার করা হয়েছে।

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬ **A = (–5, 5), B(5, –5), C(10, –10) এবং D(15, 5) বিন্দু চারটি একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।**

ক. ছক কাগজে A, B, C, D বিন্দু চারটি বসাও এবং দেখাও যে, A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ। ২

খ. A, B, C বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটি D এর নিকটবর্তী এবং কোনটি দূরবর্তী? ৪

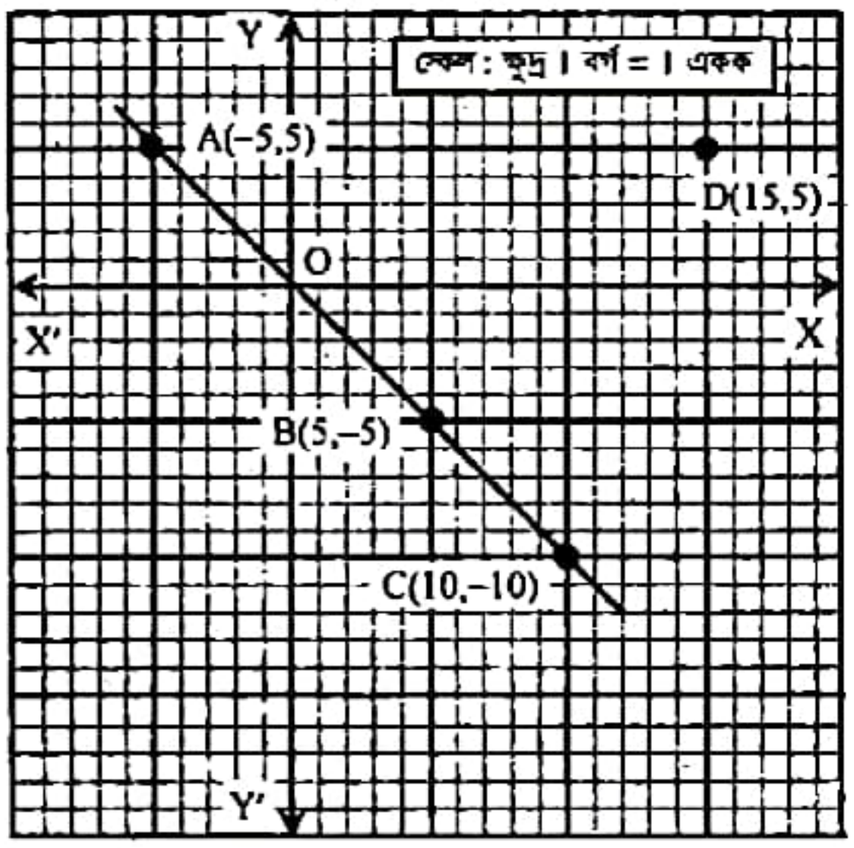
গ. A, B, D বিন্দু তিনটি দিয়ে গঠিত ত্রিভুজটি কোন প্রকারের? এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম ১ ঘর = ১ একক ধরে A(–5, 5), B(5, –5), C(10, –10) এবং D(15, 5) বিন্দু চারটি বসাই। A, B, C বিন্দু তিনটি যোগ করি।



দেখা যাচ্ছে, A, B, C বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।
অতএব A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

খ A ও D বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$AD = \sqrt{(-5-15)^2 + (5-5)^2}$
$= \sqrt{20^2 + 0}$
$= \sqrt{400}$
$= 20$

B ও D বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$BD = \sqrt{(5-15)^2 + (-5-5)^2}$
$= \sqrt{10^2 + 10^2}$
$= \sqrt{100 + 100}$
$= \sqrt{200}$
$= \sqrt{2 \times 100}$
$= 10\sqrt{2}$

C ও D বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$CD = \sqrt{(10-15)^2 + (-10-5)^2}$
$= \sqrt{5^2 + 15^2}$
$= \sqrt{25 + 225}$
$= \sqrt{250}$
$= \sqrt{25 \times 10} = 5\sqrt{10}$

আমরা পাই, $BD < CD < AD$

সুতরাং D বিন্দুর নিকটবর্তী বিন্দু B এবং দূরবর্তী A।

গ 'খ' হতে পাই,

$BD = 10\sqrt{2}$

এখন, $AD = \sqrt{(-5-15)^2 + (5-5)^2}$
$= \sqrt{20^2 + 0^2}$
$= \sqrt{400}$
$= 20$

$AB = \sqrt{(-5-5)^2 + (5+5)^2}$
$= \sqrt{10^2 + 10^2}$
$= \sqrt{100 + 100}$
$= \sqrt{200}$
$= \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2}$

$\therefore$ ABD ত্রিভুজে, AB = BD

$\therefore$ ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

আবার, $AB^2 + BD^2 = (10\sqrt{2})^2 + (10\sqrt{2})^2 = 200 + 200 = 400 = AD^2$ $\therefore$ ত্রিভুজটি সমকোণী।

অতএব, ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 100 \times 2$
$= 100$ বর্গ একক

$\therefore$ ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 100 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶৭ মূল বিন্দু থেকে P(–5, 5) ও Q(5, k) বিন্দু দুইটি সমদূরবর্তী।

ক. PQ দূরত্ব k এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. k এর মান ধনাত্মক ধরে, মূল বিন্দু P ও Q এই তিনটি বিন্দু দিয়ে ত্রিভুজ আঁকা যায় কিনা? ত্রিভুজটি কোন প্রকারের হবে? ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $PQ = \sqrt{(-5-5)^2 + (5-k)^2}$
$= \sqrt{10^2 + (5-k)^2}$
$= \sqrt{10^2 + 5^2 - 2.5.k + k^2}$
$= \sqrt{100 + 25 - 10k + k^2}$
$= \sqrt{k^2 - 10k + 125}$

$\therefore PQ = \sqrt{k^2 - 10k + 125}$

খ ধরি, মূলবিন্দু, O (0, 0)

$\therefore OP = \sqrt{(0+5)^2 + (0-5)^2}$
$= \sqrt{5^2 + 5^2}$
$= \sqrt{25 + 25}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$

আবার, $OQ = \sqrt{(0-5)^2 + (0-k)^2}$
$= \sqrt{5^2 + k^2}$
$= \sqrt{5^2 + k^2}$
$= \sqrt{25 + k^2}$

শর্তানুসারে, $\sqrt{25 + k^2} = 5\sqrt{2}$
বা, $\sqrt{25 + k^2} = \sqrt{50}$
বা, $25 + k^2 = 50$
বা, $k^2 = 25$
বা, $k = \pm 5$

$\therefore k = \pm 5$

গ k এর মান ধনাত্মক ধরে, Q এর স্থানাঙ্ক হয় (5, 5) এখন, মূলবিন্দু O(0, 0), P(–5, 5) ও Q(5, 5) এই বিন্দু তিনটি দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা যায়, কিনা দেখতে হবে।

'ক' থেকে পাই,

$PQ = \sqrt{k^2 - 10k + 125}$
বা, $PQ = \sqrt{k^2 - 10k + 125}$ [k এর মান বসিয়ে]
বা, $PQ = \sqrt{25 - 50 + 125}$
বা, $PQ = \sqrt{100}$
$\therefore$ $PQ = 10$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

'খ' হতে পাই, $OP = 5\sqrt{2}$

এবং $OQ = \sqrt{25 + k^2}$

বা, $OQ = \sqrt{25 + 5^2}$

বা, $OQ = \sqrt{25 + 25}$.

বা, $OQ = \sqrt{50}$

∴ $OQ = 5\sqrt{2}$

∴ আমরা পাই, $OP = OQ = 5\sqrt{2}$

∴ OPQ ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

আবার, $OP^2 + OQ^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2$

$= 50 + 50 = 100$

$= PQ^2$

∴ ত্রিভুজটি সমকোণী।

প্রশ্ন ▶৮ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(2, –4), B(–4, 4), C(3, 3).

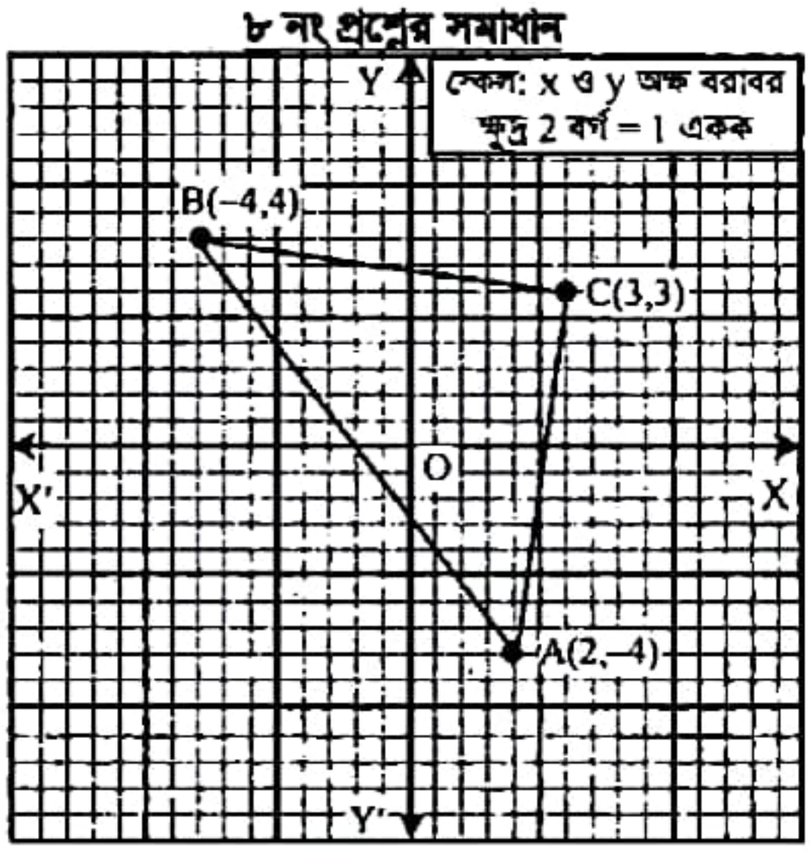
ক. xy সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–5, –3) হলে দেখাও যে, ACBD একটি বর্গক্ষেত্র এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



xy সমতলে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

খ ΔABC এর A(2, –4), B(–4, 4), C(3, 3)

এখানে, $AB = \sqrt{(-4-2)^2 + \{4-(-4)\}^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ একক

$BC = \sqrt{(-4-3)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 1^2}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

$AC = \sqrt{(3-2)^2 + \{3-(-4)\}^2} = \sqrt{1^2 + 7^2}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

∴ BC = AC

∴ ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

গ ABC ত্রিভুজে $AC = 5\sqrt{2}$ একক

$BC = 5\sqrt{2}$ একক

এবং AB = 10 একক

এখানে, $AC^2 + BC^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2$

$= 50 + 50$

$= 100$

$= (10)^2$

$= AB^2$

∴ ∠C = এক সমকোণ [পিথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুসারে]

আবার, দেওয়া আছে, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–5, –3)

এখন, $AD = \sqrt{\{2-(-5)\}^2 + \{-4-(-3)\}^2}$

$= \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

এবং $BD = \sqrt{\{-4-(-5)\}^2 + \{4-(-3)\}^2}$

$= \sqrt{(-4+5)^2 + 7^2} = \sqrt{1^2 + 49}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

∴ AC = CB = BD = AD এবং ∠C = এক সমকোণ

∴ ACBD একটি বর্গক্ষেত্র

বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= AC^2 = (5\sqrt{2})^2$

= 50 বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯ একটি বিন্দুর কোটি ভুজের দ্বিগুণ এবং P(4, 3) বিন্দু হতে উক্ত বিন্দুর দূরত্ব $\sqrt{10}$ একক।

ক. নির্ণেয় বিন্দুর ভুজ a ধরে একটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. দেখাও যে, প্রদত্ত শর্তানুসারে দুটি বিন্দুর অবস্থান আছে। ৪

গ. নির্ণেয় বিন্দু Q, R হলে দেখাও যে, ΔPQR অঙ্কন সম্ভব। ত্রিভুজটির পরিসীমা তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, নির্ণেয় বিন্দুর ভুজ = a ∴ কোটি = 2a

∴ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (a, 2a)

এখানে, (a, 2a) বিন্দু হতে P(4, 3) বিন্দুর দূরত্ব $\sqrt{10}$ একক

∴ $\sqrt{(a-4)^2 + (2a-3)^2} = \sqrt{10}$

বা, $(a-4)^2 + (2a-3)^2 = 10$

খ 'ক' হতে পাই, $(a-4)^2 + (2a-3)^2 = 10$

বা, $a^2 - 8a + 16 + 4a^2 - 12a + 9 = 10$

বা, $5a^2 - 20a + 15 = 0$

বা, $a^2 - 4a + 3 = 0$

বা, $a^2 - 3a - a + 3 = 0$

বা, $a(a-3) - 1(a-3) = 0$

বা, $(a-3)(a-1) = 0$

∴ a = 3, বা, a = 1

∴ বিন্দুটি (3, 6), বা, (1, 2)

∴ প্রদত্ত শর্তানুসারে দুটি বিন্দু আছে। **(দেখানো হলো)**

গ প্রশ্নমতে, P(4, 3), Q(3, 6), R(1, 2)

∴ $PQ = \sqrt{(4-3)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{1 + (-3)^2} = \sqrt{10}$ একক

$QR = \sqrt{(3-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক

$PR = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ একক

এখানে, $\sqrt{10} + \sqrt{20} > \sqrt{10}$ ∴ PQ + QR > PR

$\sqrt{20} + \sqrt{10} > \sqrt{10}$ ∴ QR + PR > PQ

$\sqrt{10} + \sqrt{10} > \sqrt{20}$ ∴ PR + PQ > QR

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

∴ ΔPQR গঠন করা সম্ভব। **(দেখানো হলো)**

ΔPQR এর পরিসীমা = PQ + QR + PR

$= \sqrt{10} + 2\sqrt{5} + \sqrt{10}$ একক

$= 2(\sqrt{10} + \sqrt{5})$ একক

$= 2 \times 5.3983$ একক

$= 10.7966$ একক

$= 10.797$ একক (প্রায়)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১০ দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় চারটি বিন্দু A(–3, –1), B(4, 3), C(5, 6) এবং D(–2, 2) রয়েছে।

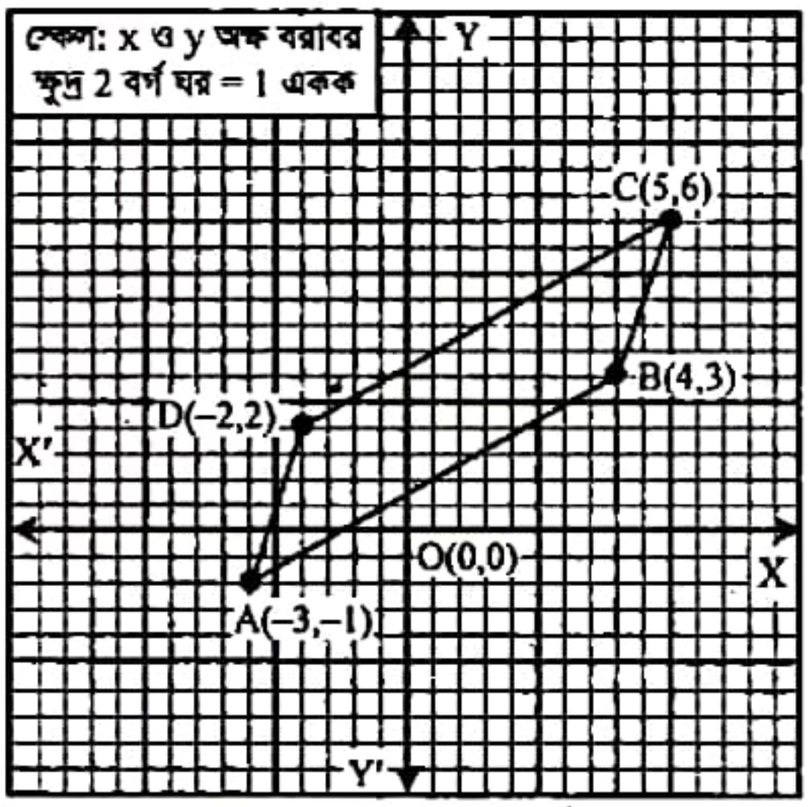
ক. বিন্দুগুলো দিয়ে যে চতুর্ভুজ অঙ্কন করা যায় তা একটি লেখচিত্রে অঙ্কন কর। ২

খ. চতুর্ভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত চতুর্ভুজটি কী ধরনের চতুর্ভুজ? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিম্নে লেখচিত্রে চতুর্ভুজটি দেখানো হলো :



খ চতুর্ভুজের বাহুগুলো হলো : AB, BC, CD এবং AD.

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-4)^2 + (-1-3)^2}$
$= \sqrt{49+16}$
$= \sqrt{65}$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-5)^2 + (3-6)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+2)^2 + (6-2)^2}$
$= \sqrt{7^2 + 4^2}$
$= \sqrt{49+16}$
$= \sqrt{65}$

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3+2)^2 + (-1-2)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$

গ চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় AC এবং BD.

কর্ণ AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-5)^2 + (-1-6)^2}$
$= \sqrt{(-8)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{64+49}$
$= \sqrt{113}$

কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-4)^2 + (2-3)^2}$
$= \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2}$
$= \sqrt{36+1}$
$= \sqrt{37}$

∴ চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় সমান নয়। তাই আয়তক্ষেত্র বা বর্গ নয়।
আবার, এটি রম্বস নয় কারণ এর সবগুলো বাহু সমান নয়।
∴ চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▶ ১১ A(5, 5) এবং B(5, –5) বিন্দু দুইটি একটি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করা হলো।

ক. (10, 0) বিন্দুটি C হলে দেখাও যে, এটি A ও B থেকে সমদূরবর্তী। ২

খ. A ও B বিন্দু দুটি থেকে সমদূরবর্তী অপর একটি বিন্দু D নির্ণয় কর যার ভুজ 3। ৪

গ. C ও D যোগ করে যে সরলরেখাটি পাওয়া যায় তার উপর অবস্থিত যেকোনো একটি বিন্দু নিয়ে দেখাও যে, সেটি A ও B থেকে সমদূরবর্তী। CD রেখার সকল বিন্দুই কী এমন বৈশিষ্ট্য বহন করে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-10)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{(-5)^2 + (5)^2}$
$= \sqrt{25+25}$
$= \sqrt{50}$

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-10)^2 + (-5-0)^2}$
$= \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{25+25}$
$= \sqrt{50}$

∴ AC = BC বলে, C বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী।

(দেখানো হলো)

খ D বিন্দুর ভুজ = 3

মনে করি, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (3, y)

যেহেতু, D বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী সুতরাং,

AD = BD

বা, $\sqrt{(5-3)^2 + (5-y)^2} = \sqrt{(5-3)^2 + (-5-y)^2}$

বা, $\sqrt{2^2 + (5-y)^2} = \sqrt{2^2 + (-5-y)^2}$

বা, $\sqrt{4+25-10y+y^2} = \sqrt{4+25+10y+y^2}$

বা, $\sqrt{29-10y+y^2} = \sqrt{29+10y+y^2}$

বা, $29-10y+y^2 = 29+10y+y^2$

বা, $20y = 0$

∴ $y = 0$

∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (3, 0)

গ CD রেখার উপর যে কোন একটি বিন্দু E(4, 0) নেই।

AE রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-4)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (5)^2}$
$= \sqrt{1+25}$
$= \sqrt{26}$

BE রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-4)^2 + (-5-0)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{1+25}$
$= \sqrt{26}$

এখানে, AE = BE

সুতরাং, E বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী।

∴ CD রেখার উপর যেকোন বিন্দুই AB থেকে সমদূরবর্তী।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১২ **(0, –1), (– 2, 3), (6, 7) এবং (8, 3) বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, B, C ও D এর স্থানাঙ্ক।**

ক. বিন্দু চারটি ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. A, B ও C বিন্দু তিনটিকে একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ধরে ছক কাগজে ABC ত্রিভুজটি আঁক। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র এবং উক্ত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 20 বর্গ একক। খ. 40 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৩ **P(x, y) বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব এবং Q(3, 2) বিন্দুর দূরত্ব সমান।**

ক. PQ-দূরত্ব x, y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$. y -অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব 1.5 হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. R(3, 5) অপর একটি বিন্দু একই সমতলে অবস্থিত হলে দেখাও যে, PQR সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. P (1.5, 2)। খ. 2.25 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৪ **P(x, y) এবং Q (x_2, y_2) একই সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।**

ক. PQ কে কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বিবেচনা করে PQR ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। যেখানে R (1, 1)। ২

খ. পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে PQ দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 4) এবং Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (6, 7) হয় এবং PQ কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণ হলে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: গ. $\frac{25}{2}$ বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৫ **A(–5, 0), B(5, 0), C(0, 5), D(0, –5) একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।**

ক. xy সমতলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, ΔABC ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু। ৪

গ. ACBD কোন ধরনের চতুর্ভুজ এবং এর ক্ষেত্রফল কত? ৪

উত্তর: গ. ACBD একটি বর্গক্ষেত্র। ক্ষেত্রফল = 50 বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ১৬ **তিনটি বিন্দুর স্থানাংক A(2, 5), B(–1, 1) ও C(2, 1)।**

[বাগেরহাট সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২

খ. দেখাও যে, উপরের বিন্দুগুলো নিয়ে গঠিত ত্রিভুজ সমকোণী। ৪

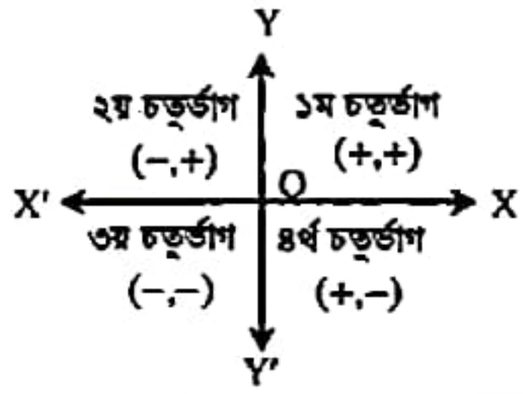
গ. দেখাও যে, (–3, –3), (0, 0) ও (3, 3) বিন্দু তিনটি দ্বারা কোন ত্রিভুজ তৈরি করা যায় না। ৪

উত্তর: ক. $\sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (5-1)^2}$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- বিন্দু, সরলরেখা ও বক্ররেখার বীজগাণিতিক প্রকাশকে জ্যামিতির যে অংশে অধ্যয়ন করা হয়, তাই স্থানাঙ্ক জ্যামিতি।
- পরস্পরছেদী দুইটি সরলরেখা হতে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে কেবলমাত্র একটি বিন্দুই থাকতে পারে।
- x-অক্ষ থেকে (x_1, y_1) বিন্দুটির দূরত্ব = বিন্দুটির কোটি = y_1
- y-অক্ষ থেকে (x_1, y_1) বিন্দুটির দূরত্ব = বিন্দুটির ভুজ = x_1
- ভুজ ও কোটিকে একত্রে স্থানাঙ্ক বলা হয়।
- কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্কের চিহ্ন অনুসারে বিন্দুর অবস্থান বিভিন্ন চতুর্ভাগে।
- x-অক্ষের উপর কোটি শূন্য ও y-অক্ষের উপর ভুজ শূন্য।



- (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- মূলবিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু (x, y) এর দূরত্ব $= \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৪, ৭, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ২২, ২৩, ২৪, ২৫, ২৮, ৩০, ৩৫, ৩৬, ৪০, ৪১, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৪৮
★★	৫, ৬, ৯, ১০, ২১, ২৬, ২৭, ২৯, ৩২, ৩৪, ৩৮, ৩৯, ৪২, ৪৩, ৪৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৬, ৮, ৯, ১০
★★	৪, ৫, ১১

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখা মাধ্যমে সৃষ্ট যেকোনো ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
২. বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
৩. বিন্দুপাতনের মাধ্যমে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কন।

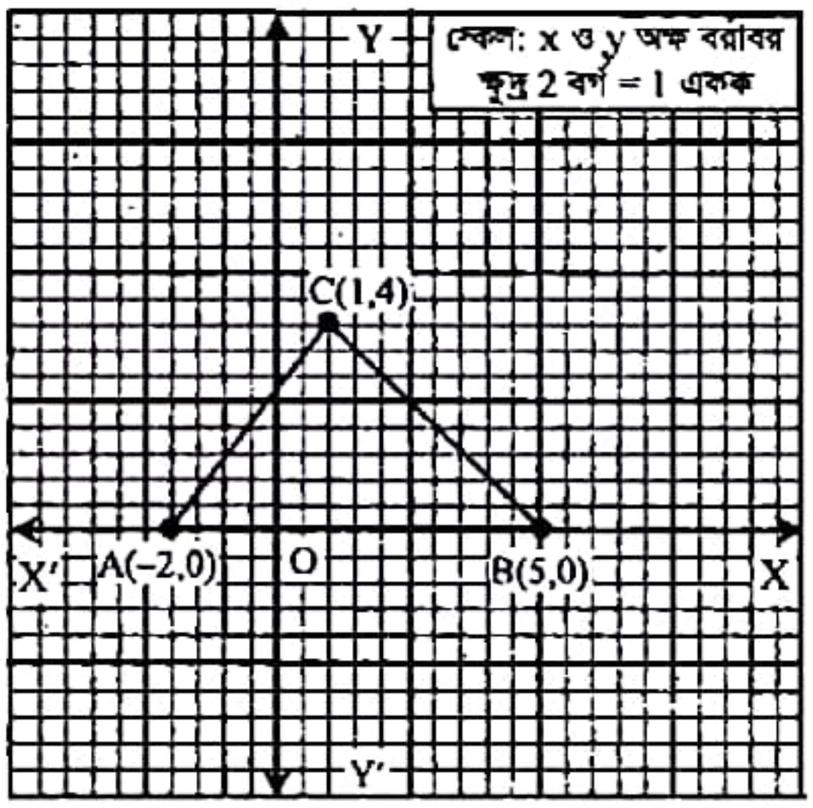
PRACTICE

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৩৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৩টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. A(–2, 0), B(5, 0), C(1, 4) যথাক্রমে ΔABC এর শীর্ষবিন্দু। (i) AB, BC এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। (ii) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: (i) দেওয়া আছে, প্রদত্ত বিন্দুসমূহ A(–2, 0), B(5, 0) এবং C(1, 4) এখন xy সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান চিহ্নিত করে ΔABC আঁকা হলো :



∴ AB বাহুর দৈর্ঘ্য, $c = \sqrt{(-2-5)^2 + (0-0)^2}$
$= \sqrt{(-7)^2 + 0^2}$
$= \sqrt{49}$
$= 7$ একক **(Ans.)**

BC বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt{(5-1)^2 + (0-4)^2}$
$= \sqrt{4^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{16 + 16}$
$= \sqrt{32}$
$= 4\sqrt{2}$ একক **(Ans.)**

CA বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = \sqrt{(1+2)^2 + (4-0)^2}$
$= \sqrt{3^2 + 4^2}$
$= \sqrt{9 + 16}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক **(Ans.)**

∴ ΔABC এর পরিসীমা = AB + BC + CA
$= (7 + 4\sqrt{2} + 5)$ একক
$= (12 + 4\sqrt{2})$ একক **(Ans.)**

(ii) ABC ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{(12 + 4\sqrt{2})}{2}$ একক।
$= (6 + 2\sqrt{2})$ একক।

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-4\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-5)(6+2\sqrt{2}-7)}$
$= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)}$
$= \sqrt{\{6^2 - (2\sqrt{2})^2\}\{(2\sqrt{2})^2 - 1^2\}}$
$= \sqrt{(36-8)(8-1)}$
$= \sqrt{28 \times 7} = \sqrt{196}$
$= 14$ বর্গ একক। **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: ΔABC এর শীর্ষগুলো A (–2, 0), B (5, 0) ও C (1, 4) শীর্ষগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 5 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(0 + 20 + 0 - 0 - 0 + 8)$ বর্গ একক $= 14$ বর্গ একক। **(Ans.)**

২. নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেত্রে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:
(i) A(2, 3), B(5, 6) এবং C(–1, 4)
(ii) A (5, 2), B(1, 6) এবং C (–2, –3)

সমাধান: (i) দেওয়া আছে, A(2, 3), B(5, 6) এবং C(–1, 4) শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(12 + 20 - 3 - 15 + 6 - 8)$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(38 - 26)$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2} \times 12$ বর্গ একক
$= 6$ বর্গ একক। **(Ans.)**

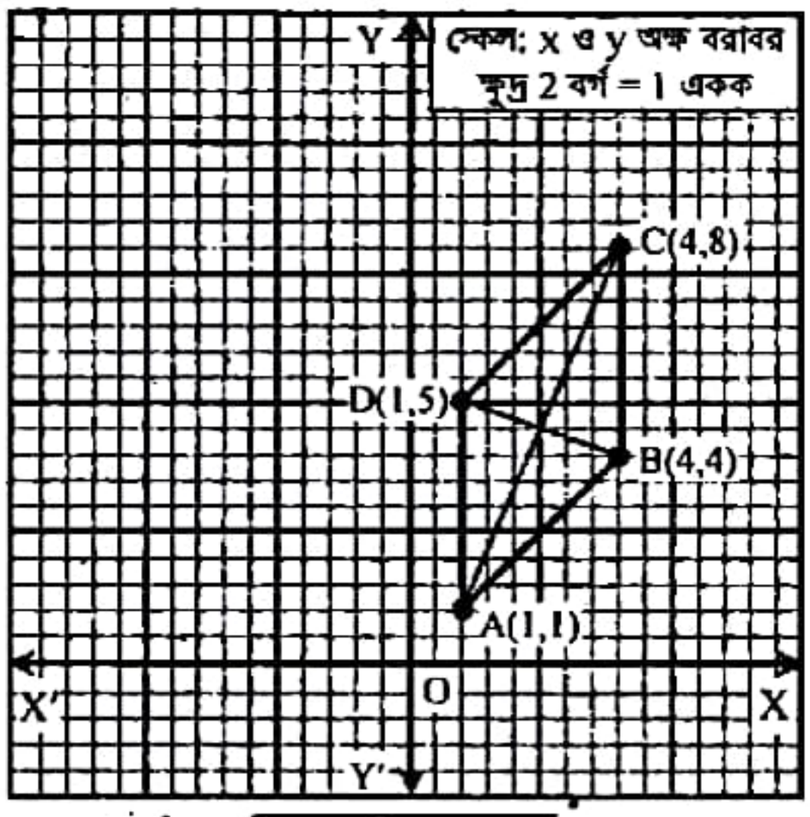
(ii) দেওয়া আছে, A (5, 2), B (1, 6) এবং C (–2, –3) শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(30 - 3 - 4 - 2 + 12 + 15)$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2} \times 48$ বর্গ একক
$= 24$ বর্গ একক **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩. দেখাও যে, A(1, 1), B(4, 4), C(4, 8) এবং D(1, 5) বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু। AC ও BD বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল ত্রিভুজের মাধ্যমে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: A (1, 1), B (4, 4), C (4, 8) এবং D (1, 5) বিন্দুগুলি xy তলে স্থাপন করে একটি সামান্তরিক আঁকা হলো।



AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-4)^2 + (1-4)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$
$= 3\sqrt{2}$ একক

DC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-4)^2 + (5-8)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$
$= 3\sqrt{2}$ একক

AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-1)^2 + (1-5)^2}$
$= \sqrt{0^2 + (-4)^2}$
$= 4$ একক

এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-4)^2 + (4-8)^2}$
$= \sqrt{0^2 + (-4)^2}$
$= 4$ একক।

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-4)^2 + (1-8)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$ একক

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-1)^2 + (4-5)^2}$
$= \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$ একক।

এখানে, AB = DC এবং AD = BC ; কিন্তু কর্ণ AC ≠ কর্ণ BD.
∴ A, B, C, D বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু।
(দেখানো হলো)

∴ AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{58}$ একক এবং BD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{10}$ একক **(Ans.)**

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

এখন, ΔABD এর অর্ধ পরিসীমা $= \frac{AB + AD + BD}{2}$
$= \frac{(3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{10})}{2}$ একক
$= 5.70$ একক

∴ ΔABD এর ক্ষেত্রফল
$= \sqrt{5.70\,(5.70 - 3\sqrt{2})\,(5.70 - 4)\,(5.70 - \sqrt{10})}$ বর্গ একক
$= \sqrt{5.70\,(1.457)\,(1.70)\,(2.538)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{35.832}$ বর্গ একক
$= 5.986$ বর্গ একক (প্রায়)

∴ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 2 × ΔABD এর ক্ষেত্রফল
= 2 × 5.986 বর্গ একক (প্রায়)
= 11.972 বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

ABCD সামান্তরিকের

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 8 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(4 + 32 + 20 + 1 - 4 - 16 - 8 - 5)$

$= \frac{1}{2}(57 - 33)$

$= 12$ বর্গ একক

∴ সমান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = 12 বর্গ একক। **(Ans.)**

৪. A(−a, 0), B(0, −a), C(a, 0) এবং D(0, a) শীর্ষবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো A (−a, 0), B (0, −a), C (a, 0) এবং D (0, a),
এখন, A, B, C, D বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -a & 0 & a & 0 & -a \\ 0 & -a & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(a^2 + 0 + a^2 + 0 - 0 + a^2 - 0 + a^2)$

$= \frac{1}{2} \times 4a^2$ বর্গ একক।

$= 2a^2$ বর্গ একক। **(Ans.)**

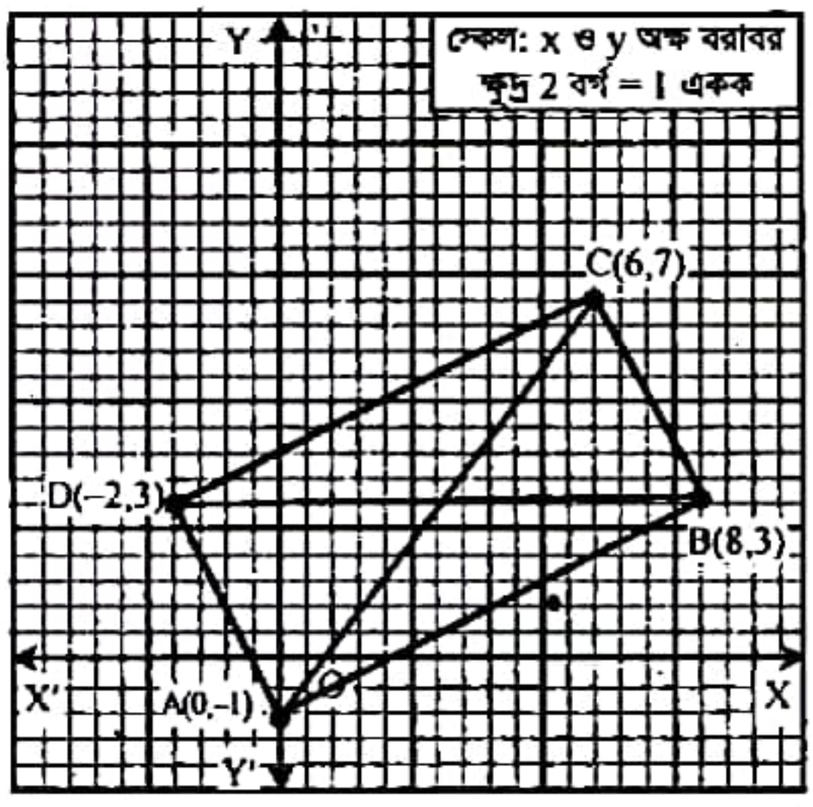
[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

৫. দেখাও যে, (0, −1), (−2, 3), (6, 7) এবং (8, 3) বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষ। কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য এবং আয়তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, A (0, −1), B (8, 3), C (6, 7) এবং D (−2, 3)
এখন,

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-8)^2 + (-1-3)^2}$
$= \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2}$
$= \sqrt{2^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{4+16}$
$= \sqrt{20}$ একক



CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0+2)^2 + (-1-3)^2}$
$= \sqrt{4+16}$.
$= \sqrt{20}$ একক **(Ans.)**

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-6)^2 + (-1-7)^2}$
$= \sqrt{36+64}$
$= \sqrt{100}$
$= 10$ একক **(Ans.)**

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2}$
$= \sqrt{10^2} = 10$ একক।

দেখা যাচ্ছে, AB = CD, BC = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD.
∴ A, B, C. D বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।
(দেখানো হলো)

আয়তক্ষেত্রটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 10 একক। **(Ans.)**

আয়তটির ক্ষেত্রফল = AB × BC
$= \sqrt{80} \times \sqrt{20}$ বর্গ একক
$= \sqrt{1600}$ বর্গ একক
= 40 বর্গ একক। **(Ans.)**

৬. তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(–2, 1), B(10, 6) এবং C(a, – 6)। AB = BC হলে a এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় কর। 'a' এর মানের সাহায্যে যে ত্রিভুজ গঠিত হয় এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, A (–2, 1), B (10, 6) এবং C (a, – 6),
এখন, $AB = \sqrt{(-2-10)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169}$
= 13 একক।

এবং $BC = \sqrt{(10-a)^2 + (6+6)^2} = \sqrt{(10-a)^2 + 144}$ একক

প্রশ্নানুসারে, AB = BC

বা, $13 = \sqrt{(10-a)^2 + 144}$

বা, $169 = (10-a)^2 + 144$ [বর্গ করে]

বা, $(10-a)^2 = 25$

বা, $10 - a = \pm 5$

বা, $a = 10 \pm 5$

∴ a = 5, 15

∴ a এর সম্ভাব্য মানসমূহ 5 ও 15 **(Ans.)**

যখন a = 5, তখন বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔACB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 5 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(12+30+10-5+60+12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(124-5)$ বর্গ একক

$= \frac{119}{2}$ বর্গ একক বা $59\frac{1}{2}$ বর্গ একক **(Ans.)**

যখন a = 15, তখন শীর্ষগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔACB-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 15 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(12+90+10-15+60+12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(184-15)$ বর্গ একক

$= \frac{169}{2}$ বর্গ একক বা $84\frac{1}{2}$ বর্গ একক **(Ans.)**

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

৭. A, B, C তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(a, a + 1), B(–6, –3) এবং C(5, –1)। AB এর দৈর্ঘ্য AC এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ হলে 'a' এর সম্ভাব্য মান এবং ত্রিভুজটির বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, A (a, a + 1), B (–6, – 3) এবং C (5, –1)
তাহলে, AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a+6)^2 + (a+1+3)^2}$
$= \sqrt{(a^2+12a+36) + (a^2+8a+16)}$
$= \sqrt{2a^2+20a+52}$ একক।

এবং AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a-5)^2 + (a+1+1)^2}$
$= \sqrt{(a^2-10a+25) + (a^2+4a+4)}$
$= \sqrt{2a^2-6a+29}$ একক।

প্রশ্নানুসারে, AB এর দৈর্ঘ্য = 2 (AC এর দৈর্ঘ্য)

বা, $\sqrt{2a^2+20a+52} = 2\left(\sqrt{2a^2-6a+29}\right)$

বা, $2a^2+20a+52 = 4(2a^2-6a+29)$ [বর্গ করে]

বা, $2a^2+20a+52 = 8a^2-24a+116$

বা, $8a^2-24a+116-2a^2-20a-52 = 0$

বা, $6a^2-44a+64 = 0$

বা, $3a^2-22a+32 = 0$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3a^2-6a-16a+32 = 0$

বা, $3a(a-2)-16(a-2) = 0$

বা, $(a-2)(3a-16) = 0$

$\therefore a = 2, \frac{16}{3}$

∴ a এর সম্ভাব্য মানসমূহ 2 এবং $\frac{16}{3}$ **(Ans.)**

a = 2 হলে,

AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2+20.2+52}$
$= \sqrt{8+40+52}$
$= \sqrt{100} = 10$ একক

AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2-6.2+29}$
$= \sqrt{8-12+29}$
$= \sqrt{25} = 5$ একক

আবার BC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-6-5)^2 + (-3+1)^2}$
$= \sqrt{121+4}$
$= \sqrt{125}$
$= 5\sqrt{5}$ একক।

দেখা যাচ্ছে, $AB^2 + AC^2 = 10^2 + 5^2$
$= 100 + 25$
$= 125$
$= (5\sqrt{5})^2$
$= BC^2$

∴ পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, BC অতিভুজ এবং $\angle BAC$ সমকোণ।

আবার, $a = \frac{16}{3}$ হলে,

AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.\left(\frac{16}{3}\right)^2 + 20.\frac{16}{3} + 52}$
$= \sqrt{2.\frac{256}{9} + \frac{320}{3} + 52}$
$= \sqrt{\frac{512+960+468}{9}}$
$= \sqrt{\frac{1940}{9}}$
$= \frac{\sqrt{1940}}{3}$ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2 . \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 6 . \frac{16}{3} + 29}$

$= \sqrt{\frac{512}{9} - 32 + 29}$

$= \sqrt{\frac{512 - 288 + 261}{9}}$

$= \frac{\sqrt{485}}{3}$ একক

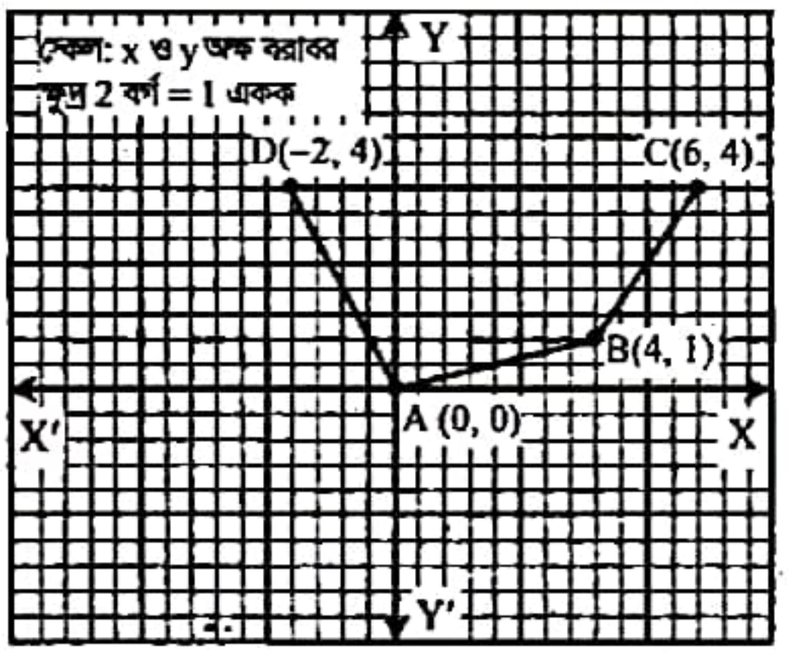
এবং BC এর দৈর্ঘ্য $= 5\sqrt{5}$ একক

যেহেতু $AB \neq AC \neq BC$ সুতরাং ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

৮. নিম্নোক্ত চতুর্ভুজসমূহের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর [পদ্ধতি ২ ব্যবহার করা:

(i) (0, 0), (–2, 4), (6, 4), (4, 1)
(ii) (1, 4), (–4, 3), (1, – 2), (4, 0)
(iii) (1, 0), (–3, –3), (4, 3), (5, 1)

সমাধান: (i) (0, 0), (–2, 4), (6, 4), (4, 1)



প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,
A(0, 0), B(4, 1), C(6, 4) ও D(–2, 4)
বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 4 & 6 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{0 + 16 + 24 + 0 - 0 - 6 - (-8) - 0\}$ বর্গ একক

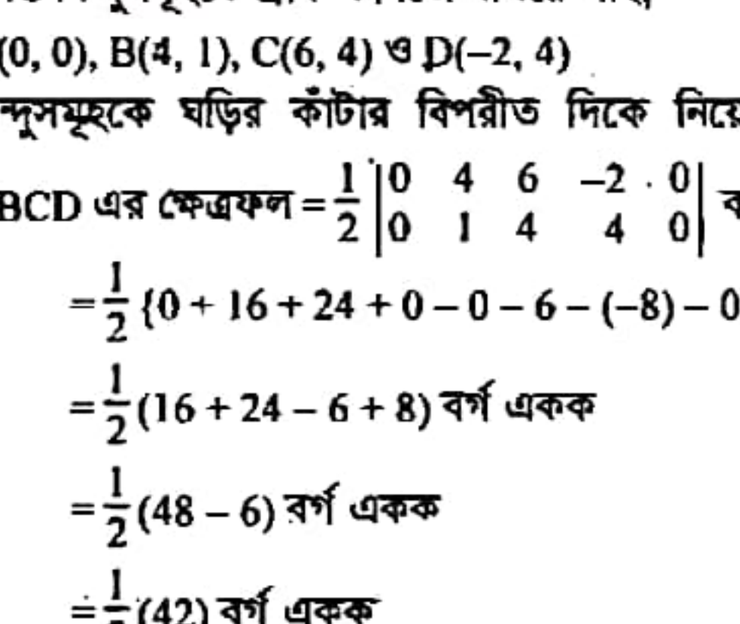
$= \frac{1}{2}(16 + 24 - 6 + 8)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(48 - 6)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(42)$ বর্গ একক

$= 21$ বর্গ একক **(Ans.)**

(ii) (1, 4), (–4, 3), (1, – 2), (4, 0)



প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,
A(1, 4), B(–4, 3), C(1, – 2) ও D(4, 0)
বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{3 + 8 + 0 + 16 - (-16) - 3 - (-8) - 0\}$ বর্গ একক

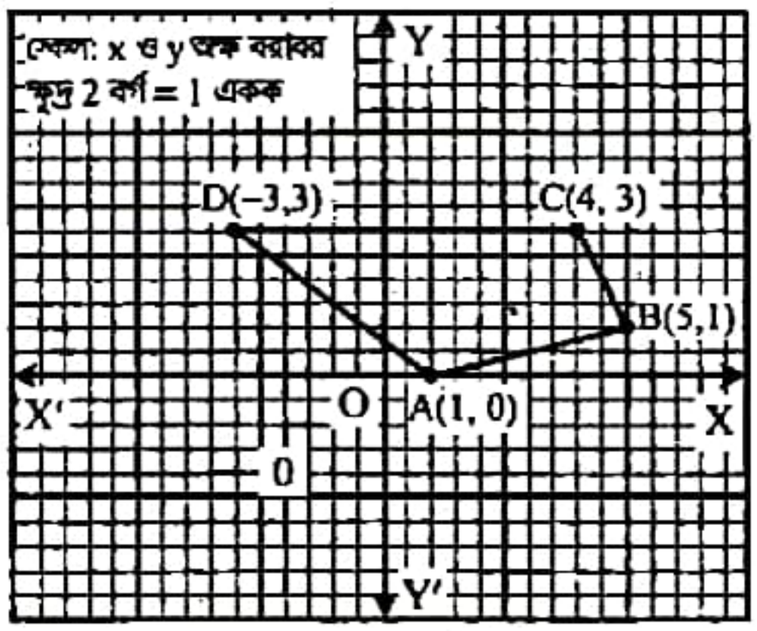
$= \frac{1}{2}(3 + 8 + 16 + 16 - 3 + 8)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(51 - 3)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(48)$ বর্গ একক

$= 24$ বর্গ একক **(Ans.)**

(iii) (1, 0), (–3, 3), (4, 3), (5, 1)



প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,
A(1, 0), B(5, 1), C(4, 3) ও D(–3, 3)
বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(1 + 15 + 12 + 0 - 0 - 4 + 9 - 3)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(37 - 7)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(30)$ বর্গ একক

$= 15$ বর্গ একক **(Ans.)**

৯. দেখাও যে, A(2, – 3), B(3, – 1), C(2, 0), D(–1, 1) এবং E(–2, –1) শীর্ষবিশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফল 11 বর্গ একক।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুগুলো A(2, –3), B(3, –1), C(2, 0), D(–1, 1) এবং E(–2, –1) শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট বহুভুজটি পঞ্চভুজ ABCDE এর শীর্ষবিন্দু।

∴ বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে পঞ্চভুজ ABCDE এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{-2 + 0 + 2 + 1 + 6 - (-9) - (-2) - 0 - (-2) - (-2)\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(-2 + 0 + 2 + 1 + 6 + 9 + 2 + 0 + 2 + 2)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 22$ বর্গ একক

$= 11$ বর্গ একক **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১০. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ A(3, 4), B(–4, 2), C(6, –1) এবং D(p, 3) এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত। ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(3, 4), B(–4, 2), C(6, –1) এবং D(p, 3) এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & p & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{6 + 4 + 18 + 4p - (-16) - 12 - (-p) - 9\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(6 + 4 + 18 + 4p + 16 - 12 + p - 9)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(23 + 5p)$ বর্গ একক

আবার, A, B ও C বিন্দুকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{6 + 4 + 24 - (-16) - 12 - (-3)\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(6 + 4 + 24 + 16 - 12 + 3)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(53 - 12)$ বর্গ একক

$= \frac{41}{2}$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 2 × ABC ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

বা, $\frac{1}{2}(23 + 5p) = 2 \times \frac{41}{2}$

বা, $23 + 5p = 41 \times 2$

বা, $5p = 82 - 23$

বা, $5p = 59$

$\therefore p = \frac{59}{5}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.৩ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল | Text পৃষ্ঠা-২৩১

- a, b, c ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য হলে এবং s ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক যেখানে, $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$ একক
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$ বর্গ একক।

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$ বর্গ একক

- চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

১. কোনো ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 একক হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 2 খ 4 গ 6 ঘ 8 **গ**

ব্যাখ্যা: $s = \frac{1}{2}(3 + 4 + 5) = 6$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$
$= \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1} = \sqrt{36} = 6$ বর্গ একক

২. ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। $\Delta ABC = 2$ বর্গ একক হলে, ABCD এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **গ**

ব্যাখ্যা: ABCD = 2 × ΔABC = 2 × 2 = 4 বর্গ একক।

৩. EFGH একটি বর্গক্ষেত্রের EF = 3 একক এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক $3\sqrt{2}$ খ 3 গ $2\sqrt{3}$ ঘ 2 **ক**

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a = 3\sqrt{2}$ [$\because a = 3$]

৪. স্থানাঙ্কের সাহায্যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ খ $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_2 & x_3 & x_1 & x_1 \\ y_2 & y_3 & y_1 & y_1 \end{vmatrix}$

গ $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$ ঘ $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ **ক**

৫. A(2, 3), B(5, 6) ও C(–1, 4) বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক 6 খ 15 গ 18 ঘ 20 **ক**

৬. O (0, 0), A(6, 0), B(0, 8) শীর্ষ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক 10 খ 16 গ 20 ঘ 24 **গ**

ব্যাখ্যা: এখানে, O মূলবিন্দু, A, x-অক্ষের উপর এবং B, y-অক্ষের উপর অবস্থিত।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OA \times OB = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ বর্গ একক

৭. O (0, 0), A(–2, 0), B(0, 6) হলে ΔOAB এর ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক 8 খ 6 গ $2\sqrt{5}$ ঘ 2 **গ**

ব্যাখ্যা: $OA = 2$, $OB = 6$, $AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

৮. P(3, 0), Q(0, 1) R(–1, r) শীর্ষ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 5 বর্গ একক হলে r এর মান কত? (কঠিন) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক –2 খ –1 গ 0 ঘ 1 **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & r & 0 \end{vmatrix} = 5$ বা, $3 + 0 + 0 - 0 + 1 - 3r = 10$

বা $-3r = 10 - 4 = 6$ $\therefore r = -2$

৯. A(–a, 0), B(0, –a), C(a, 0) হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক 2a খ $a^2\sqrt{2}$ গ a^2 ঘ $2\sqrt{a}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -a & 0 & a & -a \\ 0 & -a & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(a^2 + 0 + 0 - 0 + a^2 - 0)$
$= \frac{1}{2} \times 2a^2 = a^2$

১০. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ বিন্দু A(–2, 0), B(5, 0) এবং C(1, 4) হলে ত্রিভুজটির আকার কিরূপ? (মধ্যম)

ক সমকোণী খ সমবাহু গ বিষমবাহু ঘ সমদ্বিবাহু **গ**

ব্যাখ্যা: $AB(7) \neq BC(4\sqrt{2}) \neq CA(5)$ ত্রিভুজটি বিষমবাহু।

১১. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু A(1, 0), B(0, 1), C(–1, 0) এবং D(0, –1) হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক $\sqrt{2}$ খ 2 গ 4 ঘ +12 **গ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১২. O (0, 0), A(a, 0), B(a, a), C(0, a) হলে OABC চতুর্ভুজটির নাম কী? (মধ্যম)

ক রম্বস খ বর্গক্ষেত্র গ আয়তক্ষেত্র ঘ সামান্তরিক **খ**

ব্যাখ্যা: OABC চতুর্ভুজের O মূলবিন্দু, A, x-অক্ষের উপর এবং C, y-অক্ষের উপর অবস্থিত। সুতরাং ∠AOC = 1 সমকোণ।
এবং OA = OC = AB = BC = a ∴ OABC একটি বর্গক্ষেত্র।

১৩. A(–a, 0), B(0, –a), C(a, 0), D(0, a) শীর্ষবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক $2a^2$ খ a^2 গ $a^2\sqrt{2}$ ঘ $a\sqrt{3}$ **ক**

ব্যাখ্যা: ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -a & 0 & a & 0 & -a \\ 0 & -a & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(a^2 + 0 + a^2 + 0 - 0 + a^2 - 0 + a^2)$

$= \frac{1}{2} \times 4a^2 = 2a^2$ বর্গ একক।

১৪. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 একক হলে–
[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

i. s = 12
ii. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক
iii. ত্রিভুজটি সমকোণী

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: i. সঠিক নয়; কারণ, $s = \frac{1}{2}(3 + 4 + 5) = 6$.

১৫. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $10, 5\sqrt{2}$ ও $5\sqrt{2}$ একক–

i. ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু
ii. ত্রিভুজটি সমকোণী
iii. ত্রিভুজটির অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 50 বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $10^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2$ বা, 100 = 50 + 50 = 100

১৬. একটি ত্রিভুজের ৩টি শীর্ষ যথাক্রমে A (1, 0), B (0, 1) এবং C (–1, 0) হলে–

i. A বিন্দুটি X-অক্ষের উপর অবস্থিত
ii. C বিন্দুটি Y-অক্ষের উপর অবস্থিত
iii. AC এর দৈর্ঘ্য 2 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

১৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ যথাক্রমে A (1, 3), B (5, 1) এবং C (3, r)। ΔABC এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গ একক হলে–

i. ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & r & 3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
ii. r = 4
iii. r = – 4

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}(1 + 5r + 9 - 15 - 3 - r) = 4$ বা, $(4r - 8) = 8$ ∴ r = 4

১৮. $A(x_1\ y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ চারটি বিন্দু হলে–

i. AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
ii. ΔABC- এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$
iii. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

১৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয়ে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্য নেওয়া হয়।
ii. $y - 2x + 5 = 0$ রেখার ঢাল 2
iii. $3x + 5y = 0$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: ii. সঠিক, কারণ $y - 2x + 5 = 0$
বা, $y = 2x - 5$; যা $y = mx + c$ আকারের সমীকরণ,
∴ ঢাল m = 2
iii. সঠিক, কারণ, $3x + 5y = 0$
বা, $y = -\frac{3}{5}x$, যা মূলবিন্দুগামী রেখা $y = mx$ আকারের

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২০-২৩) প্রশ্নের উত্তর দাও :

A(2, 5), B(–1, 1) এবং C(2, 1) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

২০. AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক $5\sqrt{2}$ খ 5 গ $2\sqrt{3}$ ঘ 2 **খ**

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$ একক

২১. BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক 5 খ 4 গ 3 ঘ 2 **গ**

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{(2 + 1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{9 + 0} = 3$ একক

২২. ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা কত একক? (মধ্যম)

ক 6 খ 5 গ 4 ঘ 3 **ক**

ব্যাখ্যা: BC = 3 একক
$AC = \sqrt{(2-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{0 + 16} = 4$
AB = 5 একক
∴ অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{1}{2}(5 + 3 + 4) = \frac{12}{2} = 6$ একক

২৩. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক 12 খ $8\sqrt{2}$ গ $6\sqrt{2}$ ঘ 6 **ঘ**

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$
$= \sqrt{6 \times 1 \times 3 \times 2} = \sqrt{36} = 6$ বর্গ একক

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

O(0, 0), P(2, 0), Q(2, 2), R(0, 2) একটি বর্গের চারটি শীর্ষবিন্দু।

২৪. OP = কত? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

২৫. বর্গের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 12 **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৬-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি বর্গের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(1, 0), B(0, 1), C(–1, 0) এবং D(0, –1)

২৬. বর্গটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক $2\sqrt{2}$ খ $\sqrt{3}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 1 **গ**

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ একক

২৭. বর্গটির উভয় কর্ণের যোগফল কত একক? (সহজ)

ক 8 খ 6 গ 4 ঘ 2 **গ**

ব্যাখ্যা: $AC = \sqrt{(1 + 1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{2^2} = 2$ একক
বর্গের ক্ষেত্রে, AC = BD
∴ কর্ণদ্বয়ের যোগফল = AC + BD = 2 + 2 = 4 একক

২৮. বর্গটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

ক 2 খ 4 গ 6 ঘ 8 **ক**

ব্যাখ্যা: বর্গের ক্ষেত্রফল = $AB^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ বর্গ একক

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৯-৩১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একই সমতলে অবস্থিত একটি বহুভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি A(2, –3), B(3, –1), C(2, 0), D(–1, 1), E(–2, –1)

২৯. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)
[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক 1.5 খ 3 গ 4.5 ঘ 9 **ক**

ব্যাখ্যা: $\Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(-2 + 0 - 6 + 9 + 2 - 0) = \frac{3}{2} = 1.5$ বর্গ একক

৩০. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক হলে ΔACD এর ক্ষেত্রফল কত? (সহজ) [লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক 2.5 খ 4 গ 4.5 ঘ 6 **গ**

ব্যাখ্যা: ABCD = ΔABC + ΔACD বা, 6 = 1.5 + ΔACD
∴ ΔACD = 4.5 বর্গ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩১. বহুভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

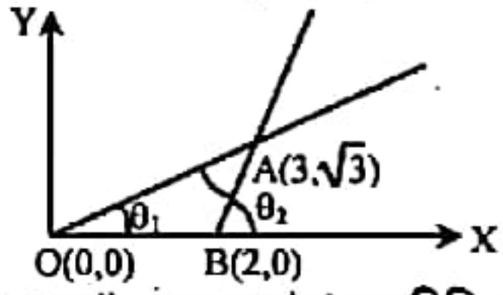
ক 15 খ 13 গ 11 ঘ 9 **গ**

ব্যাখ্যা: $\Delta ADE \quad -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(2+1+6-3+2+2)$

$= \frac{1}{2} \times 10 = 5$ বর্গ একক

$\therefore$ বহুভুজের ক্ষেত্রফল = 1.5 + 4.5 + 5 = 11 বর্গ একক।

নিচের তথ্যের আলোকে (৩২-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৩২. OA রেখা x-অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে? (মধ্যম)

ক 30 খ 45 গ 60 ঘ 90 **ক**

ব্যাখ্যা: OA রেখার ঢাল $\tan\theta_1 = \frac{\sqrt{3}-0}{3-0} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30° \therefore \theta_1 = 30°.$

৩৩. AB রেখা x অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে? (মধ্যম)

ক 30 খ 45 গ 60 ঘ 90 **গ**

ব্যাখ্যা: $\tan\theta_2 = \frac{\sqrt{3}-0}{3-2} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = \tan 60°$

$\therefore \theta_2 = 60°.$

৩৪. $\angle OAB$ = কত ডিগ্রি? (কঠিন)

ক 30 খ 45 গ 60 ঘ 90 **ক**

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, একটি ত্রিভুজের যেকোনো বহিঃস্থ কোণ তার অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

$\therefore \angle AOB + \angle OAB = \angle ABX$

বা, $\theta_1 + \angle OAB = \theta_2$ বা, $\angle OAB = \theta_2 - \theta_1$

বা, $\angle OAB = 60° - 30° = 30°$ $\therefore \angle OAB = 30°.$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$। A, B, C ও D ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে আছে। *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৪২*

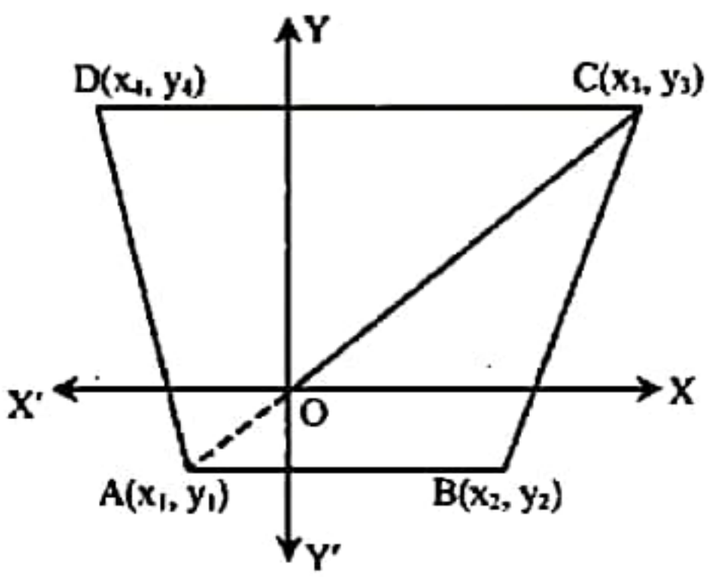
ক. XY তলে ABCD চতুর্ভুজের একটি আনুমানিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সাধারণ সূত্রটি প্রতিপাদন কর। ৪

গ. চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের পদ্ধতির সাহায্যে ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র প্রতিপাদন কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



XY তলে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ও $D(x_4, y_4)$ বিন্দু চারটি বসিয়ে ABCD চতুর্ভুজটির একটি আনুমানিক চিত্র অঙ্কন করা হলো এবং A ও C যোগ করা হলো।

খ AC কর্ণ ABCD চতুর্ভুজটিকে ABC ও ACD দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

$\therefore$ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$$

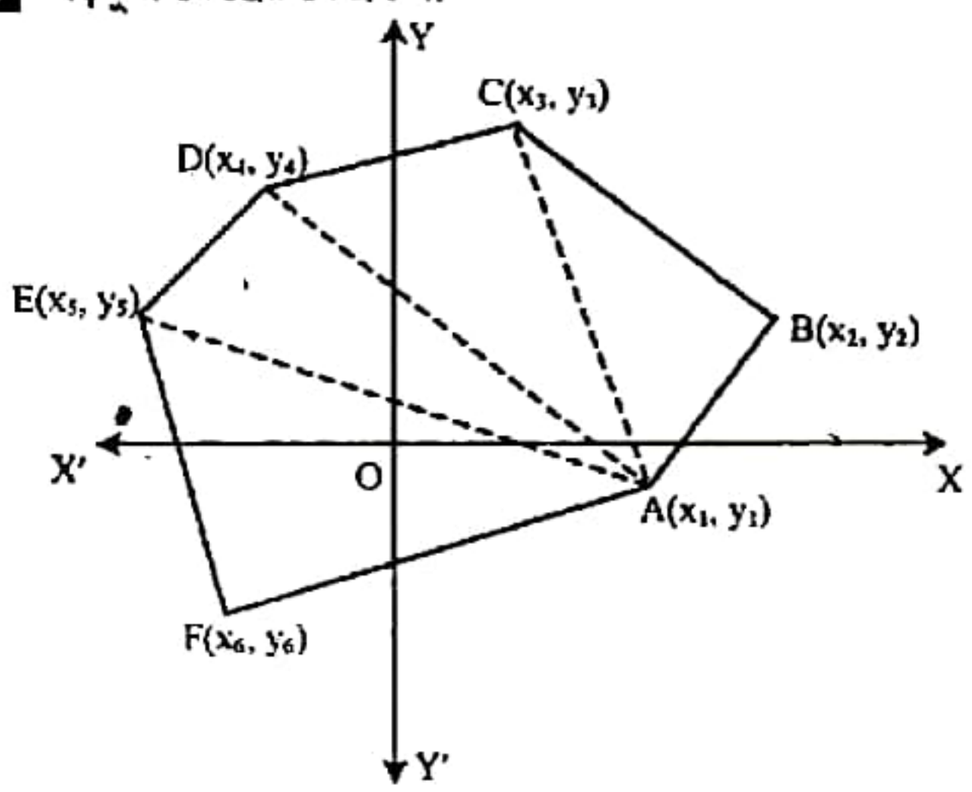
$$+ \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_3y_1 - x_4y_3 - x_1y_4)$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_1y_4)$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

সুতরাং চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

গ ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:



চিত্রে, ABCDEF একটি ষড়ভুজ। ষড়ভুজটির ছয়টি শীর্ষ যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$, $E(x_5, y_5)$ ও $F(x_6, y_6)$ এবং A, B, C, D, E ও F কে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে সাজানো হয়েছে।

এখন ষড়ভুজ ক্ষেত্র ABCDEF এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র AEF এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$+ \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_5 & y_6 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_3y_1 - x_4y_3 - x_1y_4)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_4 + x_4y_5 + x_5y_1 - x_4y_1 - x_5y_4 - x_1y_5)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_5 + x_5y_6 + x_6y_1 - x_5y_1 - x_6y_5 - x_1y_6)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 - x_4y_5 - x_5y_6 - x_6y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_5y_4 - x_6y_5 - x_1y_6)$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_1 \end{vmatrix}$$ **Ans.**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ A(1,3), B(5, 0) C(2, –4), D(–2, –1) একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।

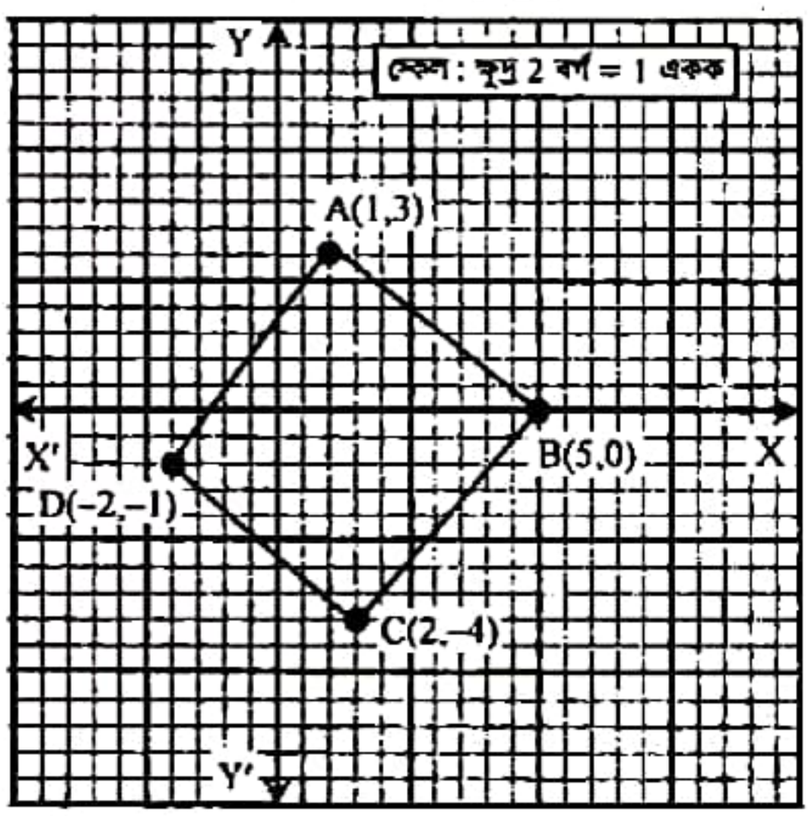
ক. xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে ABCD চতুর্ভুজ গঠন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে ABCD চতুর্ভুজ গঠন করা হলো।

খ ABCD চতুর্ভুজে A (1, 3), B (5. 0), C (2. –4), D (–2, –1)

এখানে,

$AB = \sqrt{(5-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$
$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ একক

$BC = \sqrt{(2-5)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ একক

$CD = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1+4)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$
$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ একক

$AD = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ একক

$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (-4-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

এবং $BD = \sqrt{(5+2)^2 + (0+1)^2}$
$= \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

ABCD চতুর্ভুজে AB = BC = CD = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD

∴ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই, ΔABC-এ AB = 5 একক, BC = 5 একক, AC $= 5\sqrt{2} = 7.071$

$\therefore s = \frac{1}{2}(5 + 5 + 7.071) = 8.5355 = 8.536$

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{8.536\,(8.536 - 7.071)\,(8.536 - 5) - (8.5365 - 5)}$
$= \sqrt{8.536 \times 1.465 \times 3.536 \times 3.536}$
$= 12.50423$
$= 12.504$ বর্গ একক (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

∴ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD -এর ক্ষেত্রফল = 2 × ΔABC-এর ক্ষেত্রফল
$= 2 \times 12.504 = 25.008$ বর্গ একক

[∵ AC কর্ণ চতুর্ভুজটিকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

প্রশ্ন ▶৩ এক ব্যক্তির চতুর্ভুজাকৃতির বিশাল এক জমি রয়েছে। তিনি সিদ্ধান্ত নিলেন যে, জমিটিকে কাটাতারের বেড়া দিয়ে আবদ্ধ করবেন এবং একটি কর্ণ বরাবর দুই ভাগ করে দুই পাশে একই সাথে ধান ও গম চাষ করবেন। জমি মাপযোগ করার জন্য তিনি একজন গণিতবিদ নিয়োগ করলেন যিনি সমগ্র জমিটিকে একটি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করে চারটি শীর্ষবিন্দু A(–1, 0), B(2, –2), C(3, 2) এবং D(1, 5) পেলেন। গণিতিবিদ সব দৈর্ঘ্য মিটারে মেপেছিল।

ক. কোন কর্ণ বরাবর বেড়া দিলে খরচ সর্বনিম্ন হবে? ২

খ. কাজটি করার জন্য সর্বনিম্ন খরচ কত মিটার দৈর্ঘ্যের বেড়া দিতে হবে? ৪

গ. ধান ও গম চাষের জন্য দ্বিখন্ডিত জমিটির ক্ষেত্রফল কত হবে? সমগ্র জমিটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AC বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-3)^2 + (0-2)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2}$
$= \sqrt{16+4}$
$= \sqrt{20}$
$= 4.47$ মিটার

BD বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-1)^2 + (-2-5)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{1+49}$
$= \sqrt{50} = 7.07 =$ মিটার

∴ AC বরাবর বেড়া দিলে খরচ সর্বনিম্ন হবে।

খ AB বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-2)^2 + (0+2)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (2)^2}$
$= \sqrt{9+4}$
$= \sqrt{13} = 3.61$ মিটার

BC বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-3)^2 + (-2-2)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17} = 4.12$ মিটার

CD বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-1)^2 + (2-5)^2}$
$= \sqrt{(2)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{4+9} = \sqrt{13} = 3.61$ মিটার

AD বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-1)^2 + (0-5)^2}$
$= \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{4+25} = \sqrt{29} = 5.38$ মিটার

মোট বেড়া বানাতে হবে = চার বাহুর দৈর্ঘ্য + AC কর্ণ
$= (3.61 + 4.12 + 3.61 + 5.38 + 4.47)$ মিটার
$= 21.19$ মিটার

গ ধান চাষের জন্য জমির ক্ষেত্রফল = ΔACB এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{((-1)\times 2 + 3\times(-2) + 2\times 0) - (0\times 3 + 2\times 2 + (-2)\times(-1))\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}\{(-2-6+0) - (0+4+2)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(-8-6)\right|$

$= \left|-\frac{14}{2}\right| = 7$ বর্গমিটার

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গম চাষের জন্য জমির ক্ষেত্রফল = ΔACD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \left|\frac{1}{2}\{((-1)\times 2+3\times 5+1\times 0)-(0\times 3+2\times 1+5\times(-1))\}\right|$$

$$= \left|\frac{1}{2}\{(-2+15+0)-(0+2-5)\}\right|$$

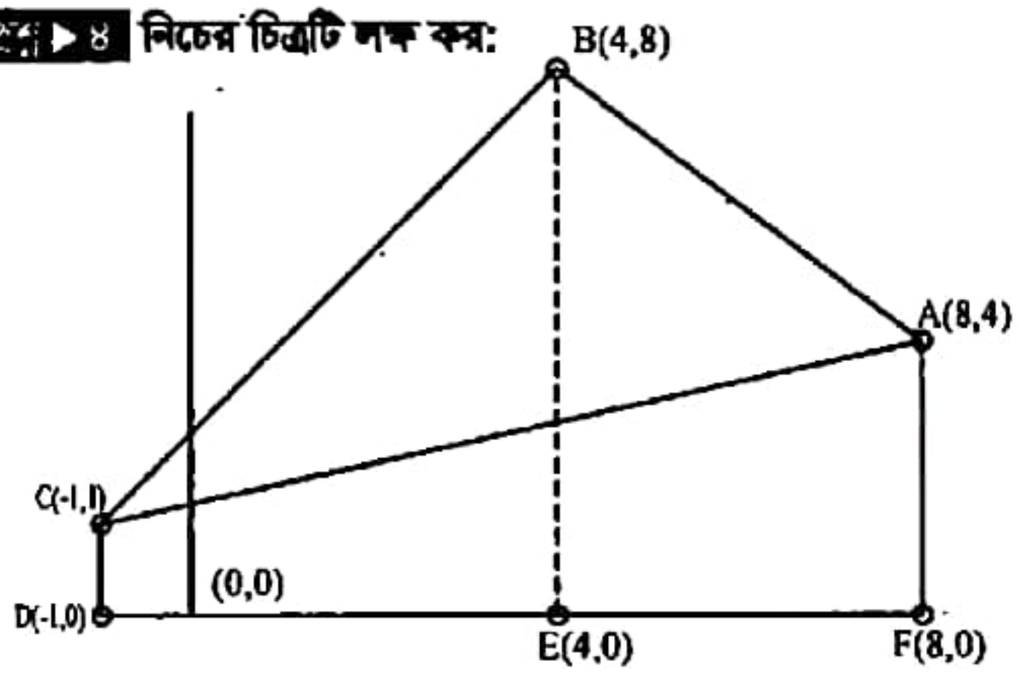
$$= \left|\frac{1}{2}(13+3)\right|$$

$$= \left|-\frac{16}{2}\right| = 8 \text{ বর্গমিটার}$$

সমগ্র জমির ক্ষেত্রফল = (7 + 8) বর্গমিটার

= 15 বর্গমিটার

প্রশ্ন ▶ ৪ নিচের চিত্রটি লক্ষ কর:



ক. AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. শীর্ষ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্কের সাহায্যে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. দুটি ট্রাপিজিয়ামের সাহায্যে ABCDEF অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে এর সাহায্যে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং শুদ্ধতা যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AF রেখার দৈর্ঘ্য = 4

CD রেখার দৈর্ঘ্য = 1

DF রেখার দৈর্ঘ্য = 1 + 8 = 9

AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times(4+1)\times 9 = \frac{45}{2}$ বর্গ একক

খ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 4 & -1 & 8 \\ 4 & 8 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(64+4-4-16+8-8)$

$= \frac{1}{2}\times 48$

= 24 বর্গ একক।

গ CD রেখার দৈর্ঘ্য = 1

BE রেখার দৈর্ঘ্য = 8

DE রেখার দৈর্ঘ্য = 1 + 4 = 5

BEDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times(1+8)\times 5 = \frac{45}{2}$ বর্গ একক

আবার, BE রেখার দৈর্ঘ্য = 8

AF রেখার দৈর্ঘ্য = 4

EF রেখার দৈর্ঘ্য = 8 − 4 = 4

ABEF ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times(8+4)\times 4 = 24$ বর্গ একক

ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ABCDEF অংশের ক্ষেত্রফল− AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

= BEDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল + ABEF ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল − AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$= \frac{45}{2} + 24 - \frac{45}{2} = 24$ বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ৫ A (–2,1), B (10, 6), C (a, –6) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। BC বাহুর দৈর্ঘ্যকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB = BC হলে, a এর সম্ভাব্য মান সমূহ নির্ণয় কর। a এর বৃহত্তম মান ব্যবহার করে সাধারণ সূত্র ব্যবহার করে ΔABC এর ক্ষেত্রফল বের কর। ৪

গ. a এর ক্ষুদ্রতম মানের জন্য ΔABC এর বৈশিষ্ট্য লিখ। পরিসীমার সাহায্যে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A (–2,1), B (10, 6), C (a, –6)

$AB = \sqrt{\{10-(-2)\}^2+(6-1)^2}$

$= \sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{169} = 13$ একক

$BC = \sqrt{(a-10)^2+(-6-6)^2} = \sqrt{a^2-20a+100+144}$

$= \sqrt{a^2-20a+244}$ একক

খ দেওয়া আছে,

AB = BC

$\therefore 13 = \sqrt{a^2-20a+244}$; ['ক' হতে]

বা, $169 = a^2-20a+244$

বা, $a^2-20a+75=0$

বা, $a^2-5a-15a+75=0$

বা, $a(a-5)-15(a-5)=0$

বা, $(a-5)(a-15)=0$

$\therefore a = 5$ বা, 15

a এর বৃহত্তম মান = 15

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 15 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(12+90-10-15+60+2)$

$= \frac{1}{2}\times(169)$

$= \frac{169}{2}$ বর্গ একক

গ a এর ক্ষুদ্রতম মান = 5

$\therefore$ A (–2, 1), B (10, 6), C (5, –6)

AB = 13 একক ; ['ক' হতে]

$BC = \sqrt{(10-5)^2+(6+6)^2} = \sqrt{25+144} = 13$ একক

এখানে, AB = BC $\therefore$ ΔABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+7\sqrt{2}+13}{2} = \frac{26+7\sqrt{2}}{2} = 17.95$

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{17.95\times(17.95-13)\times(17.95-7\sqrt{2})\times(17.95-13)}$

$= \sqrt{17.95\times 4.95\times 8.05\times 4.95}$

= 59.503 বর্গ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৬ সমতলে তিনটি বিন্দু যথাক্রমে A (a, a + 1), B (– 6, –3) এবং C(5, –1)

ক. AB ও AC এর দৈর্ঘ্য a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB = 2AC হলে a এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। a এর ক্ষুদ্রতম মানের জন্য ΔABC এর ক্ষেত্রফল সাধারণ সূত্রের মাধ্যমে বের কর। ৪

গ. A, B, C বিন্দু তিনটি অপর একটি বিন্দু D (–1, –6)-এর সাথে যে চতুর্ভুজ গঠন করে xy সমতলে তার চিত্র আঁক। চতুর্ভুজটি ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে। [a এর ক্ষুদ্রতম মান ব্যবহার করে] ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A (a, a + 1), B (–6, –3), C (5, –1)

$\therefore AB = \sqrt{(-6-a)^2 + (-3-a-1)^2} = \sqrt{(a+6)^2 + (a+4)^2}$

$= \sqrt{a^2 + 12a + 36 + a^2 + 8a + 16} = \sqrt{2a^2 + 20a + 52}$ একক

$AC = \sqrt{(a-5)^2 + (a+1+1)^2} = \sqrt{(a-5)^2 + (a+2)^2}$

$= \sqrt{a^2 - 10a + 25 + a^2 + 4a + 4} = \sqrt{2a^2 - 6a + 29}$ একক

খ দেওয়া আছে,

AB = 2AC

বা, $\sqrt{2a^2 + 20a + 52} = 2\sqrt{2a^2 - 6a + 29}$

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 4(2a^2 - 6a + 29)$

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 8a^2 - 24a + 116$

বা, $6a^2 - 44a + 64 = 0$

বা, $3a^2 - 22a + 32 = 0$

বা, $3a^2 - 6a - 16a + 32 = 0$

বা, $3a(a-2) - 16(a-2) = 0$

বা, $(a-2)(3a-16) = 0$

$\therefore a = 2$, অথবা, $a = \frac{16}{3}$

a এর ক্ষুদ্রতম মান = 2

$\therefore \Delta ABC$-এ A (2, 3), B (–6, –3), C(5, –1)

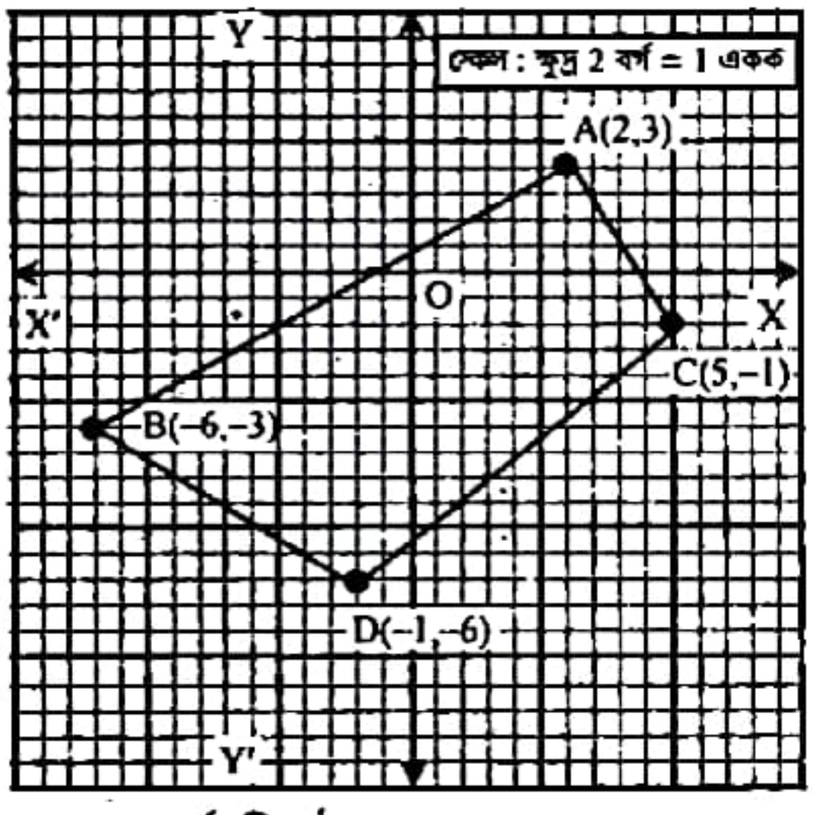
$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & -6 & 5 & 2 \\ 3 & -3 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{-6 + 6 + 15 - (-18) - (-15) - (-2)\}$

$= \frac{1}{2}(15 + 18 + 15 + 2)$

$= \frac{50}{2} = 25$ বর্গ একক।

গ



xy সমতলে চতুর্ভুজটি গঠন করা হলো।

চিত্রানুসারে গঠিত চতুর্ভুজ DCAB

যেখানে D(–1, –6), C (5, –1), A (2, 3), B (–6, –3)

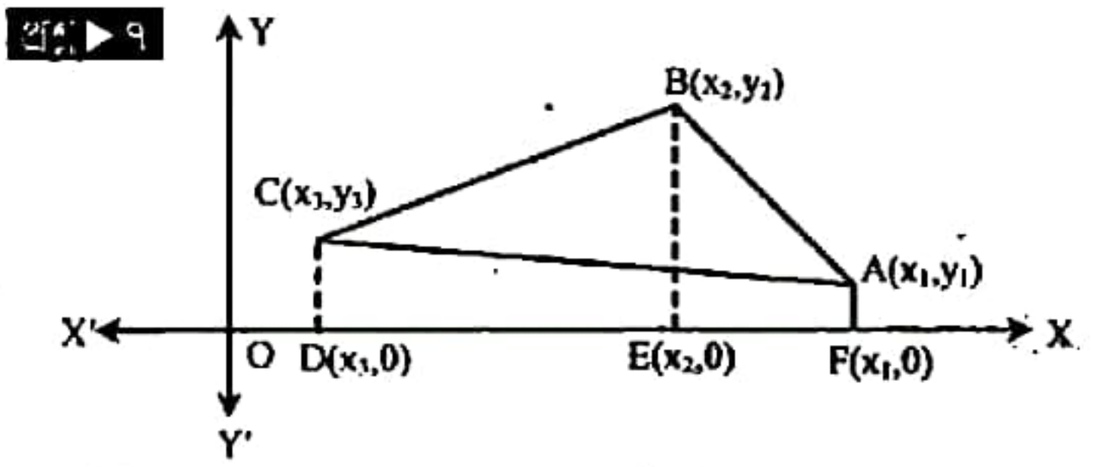
চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 & -6 & -1 \\ -6 & -1 & 3 & -3 & -6 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{1 + 15 + (-6) + 36 - (-30) - (-2) - (-18) - 3)\}$

$= \frac{1}{2}(1 + 15 - 6 + 36 + 30 + 2 + 18 - 3)$

$= \frac{93}{2} = 46.5$ বর্গ একক (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭



ক. চিত্র থেকে ΔABC এর ক্ষেত্রফল ট্রাপিজিয়াম গুলোর ক্ষেত্রফলের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. চিত্র C হতে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের নির্ণায়কের সূত্রটি প্রতিপাদন কর। ৪

গ. যদি A (S, 2), B (1, 6) এবং C (–2, –3) যথাক্রমে ΔABC-এর শীর্ষবিন্দু হয় তাহলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণায়ক পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $A(x_1, y_1)$, B (x_2, y_2) এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজ ABC -এর তিনটি শীর্ষবিন্দু। চিত্র হতে আমরা পাই, বহুভুজ ABCDEF -এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ACDF-এর ক্ষেত্রফল

= ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ABEF -এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র BCDE-এর ক্ষেত্রফল।

সুতরাং আমরা পাই,

ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল = ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABEF-এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র BCDE এর ক্ষেত্রফল – ট্রাপিয়াজমক্ষেত্র ACDF-এর ক্ষেত্রফল। **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ABEF-এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র BCDE এর ক্ষেত্রফল – ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ACDF -এর ক্ষেত্রফল

$\therefore$ ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(BE + AF) \times EF + \frac{1}{2} \times (CD + BE) \times DE - \frac{1}{2} \times (CD + AF) \times DF$

$= \frac{1}{2}(y_2 + y_1)(x_1 - x_2) + \frac{1}{2}(y_3 + y_2)(x_2 - x_3) - \frac{1}{2}(y_3 + y_1)(x_1 - x_3)$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_1y_1 - x_2y_2 - x_2y_1 + x_2y_3 + x_2y_2 - x_3y_3 - x_3y_2 - x_1y_3 - x_1y_1 + x_3y_3 + x_3y_1)$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

$\therefore \Delta ABC$ -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ ΔABC -এর শীর্ষ বিন্দুগুলো যথাক্রমে, A(5, 2), B(1, 6), C(–2, –3),

$\therefore$ Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{30 + (-3) + (-4) - 2 - (-12) - (-15)\}$

$= \frac{1}{2}(30 - 3 - 4 - 2 + 12 + 15) = \frac{1}{2}(48) = 24$

$\therefore$ ΔABC -এর ক্ষেত্রফল = 24 বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(4, –6), B(6, –2), C(4, 0) এবং D(–2, 2)।

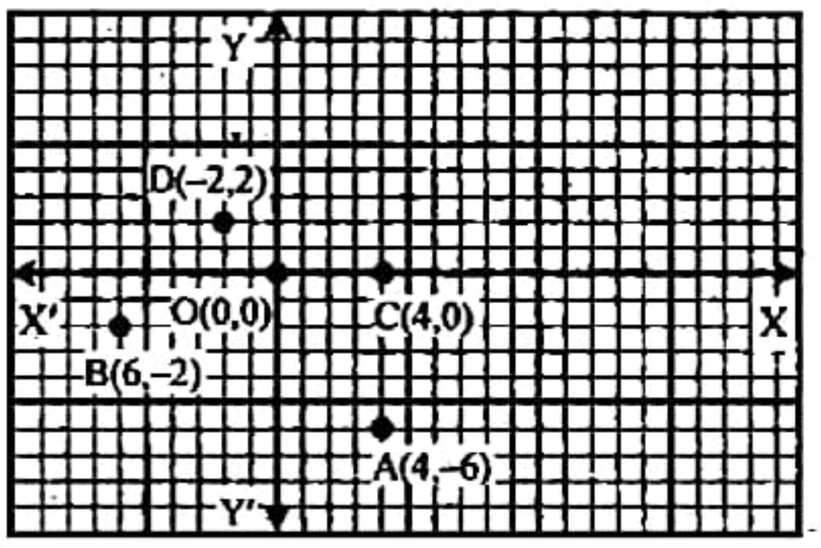
ক. A, B, C, D বিন্দুগুলোকে একটি ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের বাইরে একটি বিন্দু (x, – 2) হলে x-এর মান কত? [ABCDE পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল 28 বর্গ একক] ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে দেখানো হলো:



খ বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 6 & 4 & -2 & 4 \\ -6 & -2 & 0 & 2 & -6 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{(-8 + 0 + 8 + 12) - (-36 - 8 + 0 + 8)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(12 + 36)\right|$

$= \frac{48}{2} = 24$ বর্গ একক

গ পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল = 28 বর্গ একক

সুতরাং, ΔADE এর ক্ষেত্রফল = (28 – 24) বর্গ একক = 4 বর্গ একক

বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

ΔADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & -2 & x & 4 \\ -6 & 2 & -2 & -6 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{(8 + 4 - 6x) - (12 + 2x - 8)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(12 - 6x - 4 - 2x)\right| = \left|\frac{1}{2}(8 - 8x)\right| = |4 - 4x|$

শর্তমতে, 4 – 4x = 4

বা, 4x = 0

$\therefore$ x = 0

প্রশ্ন ▶ ৯ A (–2, 0), B (5, 1) ও C (1, 4) যথাক্রমে ΔABC-এর শীর্ষবিন্দু।

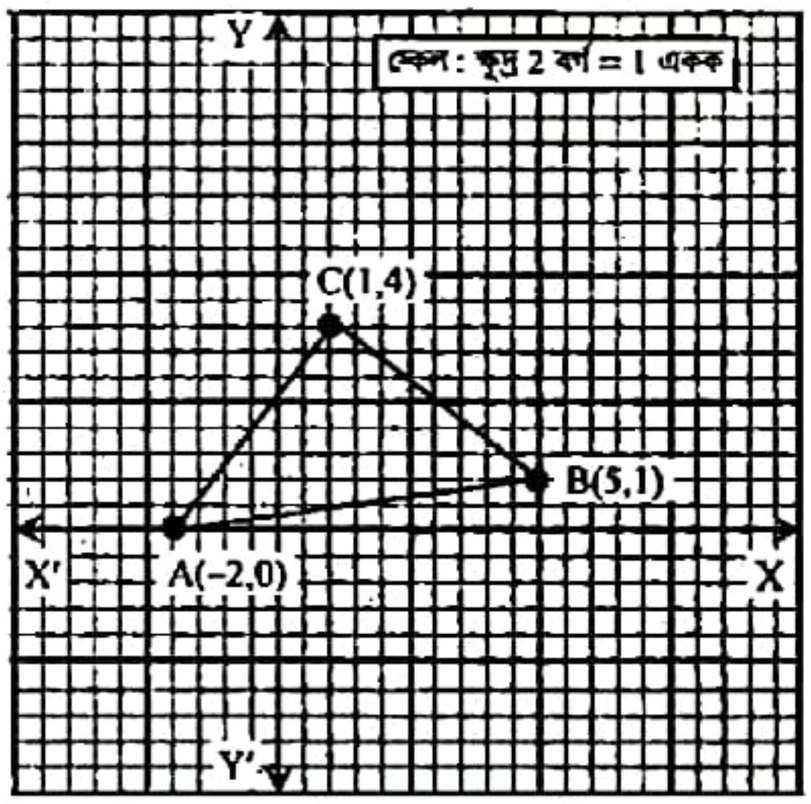
ক. xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে ΔABC অঙ্কন কর। ২

খ. AB, BC এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ত্রিভুজটির বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক xy সমতলে A(–2, 0), B(5, 1) ও C(1, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে ΔABC গঠন করা হলো।



খ A (–2, 0) ও B (5, 1) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$AB = \sqrt{(5 + 2)^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

B(5,1) ও C(1, 4) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব $BC = \sqrt{(1 - 5)^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ একক

আবার C (1, 4) ও A (–2, 0) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$CA = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ একক

সুতরাং আমরা পাই, BC = CA ≠ AB

আবার, $BC^2 + CA^2 = 5^2 + 5^2 = 50 = AB^2$

অতএব ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

গ ত্রিভুজের পরিসীমা, 2s = (AB + BC + CA)

$= 5\sqrt{2} + 5 + 5$

$= 5\sqrt{2} + 10 = 17.07$ বর্গ একক

$\therefore$ ত্রিভুজের পরিসীমা = 17.07 একক

$\therefore$ $s = \frac{17.07}{2} = 8.54$

ধরি, AB = a, BC = b এবং CA = c

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{8.54(8.54 - 5\sqrt{2})(8.54 - 5)(8.54 - 5)}$

$= \sqrt{8.54 \times 1.47 \times 3.54 \times 3.54}$

$= \sqrt{157.319} = 12.543$ বর্গ একক

$\therefore$ ΔABC-এর ক্ষেত্রফল = 12.543 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১০ ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু চারটি যথাক্রমে A (0, –1), B (–2, 3), C(6, 7) এবং D (8, a)

ক. নির্ণায়ক পদ্ধতির সাহায্যে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গ একক হলে a এর মান কত? (a পূর্ণ সংখ্যা) ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজটি কোন ধরনের? এর সপক্ষে যুক্তি দেখাও। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC-এ A(0, –1), B(–2, 3), C(6, 7)

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -2 & 6 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{0 + (-14) + (-6) - 2 - 18 - 0\}$

$= \frac{1}{2}(-20 - 20)$

$= -20$

= 20 বর্গ একক (ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জন করে)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = 40 বর্গ একক

$\therefore \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -2 & 6 & 8 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & a & -1 \end{vmatrix} = \pm 40$

বা, $0 - 14 + 6a - 8 - 2 - 18 - 56 - 0 = \pm 80$

বা, $6a - 98 = \pm 80$

বা, $6a = \pm 80 + 98 = 18$ বা, 178

$\therefore a = 3$ বা, $\frac{89}{3}$

$\therefore a = 3$; [$\because$ a পূর্ণ সংখ্যা]

গ ABCD চতুর্ভুজে A (0, –1), B (–2, 3), C (6, 7), D (8, 3)

$AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$ একক

$BC = \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}$ একক

$CD = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$ একক

$AD = \sqrt{(8-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}$ একক

এবং $AC = \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2} = \sqrt{36+64} = 10$ একক

এখন, $AB^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$

$= 20 + 80$

$= 100$

$= (10)^2$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

পিথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুসারে $\angle B = 90°$

ABCD চতুর্ভুজে AB = CD, BC = AD এবং $\angle B = 90°$

$\therefore$ ABCD একটি আয়তক্ষেত্র।

প্রশ্ন ▶ ১১ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ A(3, 4), B(–4, 2), C(6, –1), D(p, 3)

ক. নির্ণায়ক ব্যবহার করে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ΔABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & p & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{6 + -4 + 18 + 4p - (-16) - 12 - (-p) - 9\}$

$= \frac{1}{2}(23 + 5p)$ বর্গ একক

খ ΔABC -এ A (3, 4), B (–4, 2), C (6, –1)

$AB = \sqrt{(-4-3)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{49+4} = \sqrt{53}$ একক

$BC = \sqrt{\{6-(-4)\} + (-1-2)^2}$

$= \sqrt{10^2 + (-3)^2} = \sqrt{100+9} = \sqrt{109}$ একক

$AC = \sqrt{(6-3)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$ একক

$\therefore s = \frac{\sqrt{53} + \sqrt{109} + \sqrt{34}}{2}$

$= \frac{23.551}{2}$

$= 11.776$ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{11.776(11.776-\sqrt{109})(11.776-\sqrt{34})(11.776-\sqrt{53})}$

$= \sqrt{11.776 \times 1.336 \times 5.945 \times 4.496}$

$= \sqrt{420.51589}$

$= 20.506$ বর্গ একক

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল = 20.5 বর্গ একক

গ 'ক' হতে পাই,

ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(23 + 5p)$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}(23 + 5p) = 2 \times 20.5$

বা, $23 + 5p = 82$

বা, $5p = 82 - 23$

বা, $p = \frac{59}{5}$

$\therefore p = 11.8$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি পঞ্চভুজের শীর্ষ পাঁচটি যথাক্রমে (1, 4), (–3, 3), (1, –2), (4, 0) এবং (7, 2)।

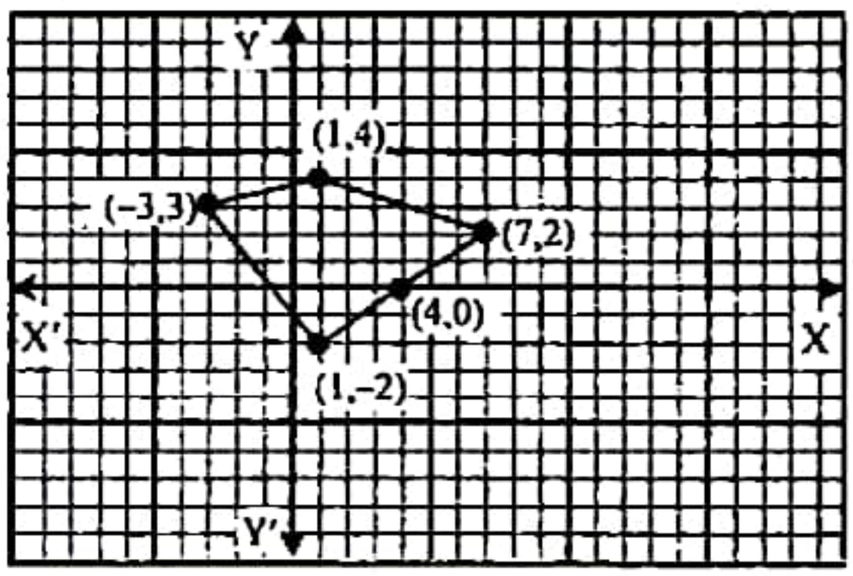
ক. একটি গ্রাফ পেপারে পঞ্চভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. বিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. n-ভুজ বিশিষ্ট একটি বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [ধরে নাও, শীর্ষবিন্দুগুলো যথাক্রমে $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \ldots\ldots, (x_n, y_n)$]. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে দেখানো হলো:



খ পঞ্চভূজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো (1, 4), (–3, 3), (1, –2), (4; 0) এবং (7. 2)।

বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

পঞ্চভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & 4 & 7 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{(3 + 6 + 0 + 8 + 28) - (-12 + 3 - 8 + 0 + 2)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(45 + 15)\right|$

$= \frac{60}{2}$

$= 30$ বর্গ একক (Ans.)

গ মনে করি, শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

শীর্ষ বিন্দুগুলো হল– $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \ldots\ldots, (x_n, y_n)$

বহুভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \ldots\ldots & x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & \ldots\ldots & y_n & y_1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(x_1y_2 + x_2y_3 + \ldots\ldots x_ny_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + \ldots\ldots x_1y_n)]$

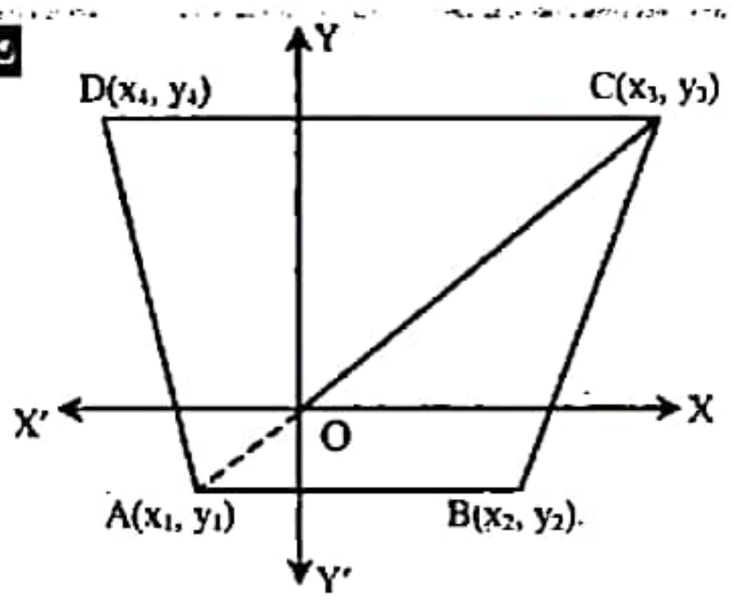
$= \frac{1}{2}\{(x_1y_2 - x_2y_1) + (x_2y_3 - x_3y_2) + \ldots + (x_ny_1 - x_3y_n)\}$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৩



ক. উপরের চিত্র হতে ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এবং ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের নির্ণায়কের সূত্র দুটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ ৪

গ. যদি A (1, 4), B (–4, 3), C (1, –2) এবং D (4, 0) একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু হয় তবে খ-এর সূত্র ব্যবহার করে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ এবং $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$; গ. 24 বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ১৪ **(2, 1), (6, 3), (2, – 3), (6, – 3) যথাক্রমে, A, B, C ও D বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক এবং বিন্দুগুলো একই সমতলে অবস্থিত।**

ক. বিন্দুগুলো x, y সমতলে স্থাপন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ABCD-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: গ. 16 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৫ **তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(– 2, 1), B (10, a) এবং C(5, – 6)।**

ক. AB ও BC বাহুর দৈর্ঘ্য a এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। ২

খ. AB = BC হলে a এর মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, A, B, C বিন্দু তিনটি দিয়ে ত্রিভুজ গঠিত হয় উক্ত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণায়ক পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC-এর ক্ষেত্রফল পরিসীমার সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\Delta AB = \sqrt{144 + (a-1)^2}$ এবং $BC = \sqrt{25 + (6+a)^2}$

খ. a = 6, ক্ষেত্রফল $= \frac{119}{2}$; গ. ক্ষেত্রফল $= \frac{119}{2}$

প্রশ্ন ▶ ১৬ **সেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$.** [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. প্রদত্ত রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর। ২

খ. অক্ষদ্বয়ের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. খ-তে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় সেই ত্রিভুজের প্রত্যেকটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. x-অক্ষকে (2. 0) এবং y-অক্ষকে (0, 3);

খ. $\sqrt{13}$ একক, 3 বর্গ একক; গ. 26 বর্গ একক

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- a, b, c ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য হলে এবং s ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক; যেখানে $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ একক
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$ বর্গ একক।
- $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$ চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৭, ৮, ৯, ১৩, ১৪, ১৭, ২০, ২১, ২২, ২৩, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১
★★	৬, ১০, ১১, ১২, ২৪, ২৫, ৩২, ৩৩, ৩৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৬, ১০, ১১
★★	৫, ৮, ১২

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখার ঢাল সম্পর্কে ধারণার ব্যাখ্যা।
২. সরলরেখার ঢাল নির্ণয়।

৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
৩৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১১টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. নিম্নোক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(ক) A(5, – 2) এবং B(2, 1)

(খ) A(3, 5) এবং B(–1, –1)

(গ) A(t, t) এবং B(t^2, t)

(ঘ) A(t, t + 1) এবং B(3t, 5t + 1)

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, A (5, – 2) এবং B (2, 1)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}}$

$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{1-(-2)}{2-5} = \frac{3}{-3}$

$= -1$ **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, A (3, 5) এবং B (–1, –1)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{-1-5}{-1-3} = \frac{-6}{-4}$

$= \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, A (t, t) এবং B (t^2, t)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{t-t}{t^2-t} = 0$ **(Ans.)**

(ঘ) দেওয়া আছে, A (t, t + 1) ও B (3t, 5t + 1)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরল রেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}}$

$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{(5t+1)-(t+1)}{3t-t}$

$= \frac{4t}{2t} = 2$ **(Ans.)**

২. তিনটি ভিন্ন বিন্দু A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t) সমরেখ হলে t এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে A (t, 1) , B (2, 4) এবং C (1, t)

এখন, AB এর রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{2-t} = \frac{3}{2-t}$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t-4}{1-2} = \frac{t-4}{-1} = 4-t$

প্রশ্নানুসারে, A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

$\therefore$ AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

বা, $\frac{3}{2-t} = 4-t$

বা, $(4-t)(2-t) = 3$

বা, $8 - 4t - 2t + t^2 = 3$

বা, $t^2 - 6t + 5 = 0$

বা, $t^2 - 5t - t + 5 = 0$

বা, $t(t-5) - 1(t-5) = 0$

বা, $(t-5)(t-1) = 0$

হয় $t - 5 = 0$ অথবা $t - 1 = 0$

$t - 1 \neq 0$ [কারণ A ও C বিন্দু একই বিন্দু হবে]

$\therefore$ $t = 5$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

যেহেতু A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t) বিন্দুত্রয় সমরেখ। সেহেতু বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শূন্য।

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} t & 2 & 1 & t \\ 1 & 4 & t & 1 \end{vmatrix} = 0$$

বা, $4t + 2t + 1 - 2 - 4 - t^2 = 0$

বা, $6t - 5 - t^2 = 0$

বা, $t^2 - 6t + 5 = 0$

বা, $t^2 - 5t - t + 5 = 0$

বা, $t(t-5) - 1(t-5) = 0$

বা, $(t-5)(t-1) = 0$

$\therefore$ $t = 5$ অথবা 1

কিন্তু $t = 1$ হলে A ও C বিন্দু একই হয়।

$\therefore$ $t = 1$ গ্রহণযোগ্য নহে।

$\therefore$ $t = 5$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৩. দেখাও যে, A(0, –3), B(4, – 2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ।

সমাধান: দেওয়া আছে, A (0, –3), B (4, –2) এবং C(16, 1)

A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি AB রেখার ঢাল ও BC রেখার ঢাল সমান হয়।

এখানে, AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2+3}{4-0} = \frac{1}{4}$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1+2}{16-4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

দেখা যাচ্ছে, AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল।

∴ A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ। **(দেখানো হলো)**

বিকল্প সমাধান:

দেওয়া আছে, A(0, –3), B(4, –2) এবং C(16, 1)

ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 4 & 16 & 0 \\ -3 & -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 4 - 48 + 12 + 32 - 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(48 - 48)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 0$ বর্গ একক

$= 0$ বর্গ একক

∴ প্রদত্ত বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শূন্য।

সুতরাং প্রদত্ত A, B ও C বিন্দু তিনটি সমরেখ। **(দেখানো হলো)**

৪. A(1, –1), B(t, 2) এবং $C(t^2, t + 3)$ সমরেখ হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, A (1, –1), B (t, 2) এবং C $(t^2, t + 3)$

এখানে, AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2+1}{t-1} = \frac{3}{t-1}$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t+3-2}{t^2-t} = \frac{t+1}{t(t-1)}$

এখন A, B, C সমরেখ হলে,

AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

বা, $\frac{3}{t-1} = \frac{t+1}{t(t-1)}$

বা, $3t(t-1) = (t-1)(t+1)$

বা, $3t(t-1) - (t-1)(t+1) = 0$

বা, $(t-1)(3t - t - 1) = 0$

বা, $(t-1)(2t-1) = 0$

∴ $t = 1, \frac{1}{2}$

∴ সম্ভাব্য মানসমূহ $1, \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: প্রদত্ত, A(1, –1), B(t, 2) এবং $C(t^2, t + 3)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ।

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

অর্থাৎ $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & t & t^2 & 1 \\ -1 & 2 & t+3 & -1 \end{vmatrix} = 0$

বা, $2 + t(t+3) - t^2 + t - 2t^2 - (t+3) = 0$

বা, $2 + t^2 + 3t - t^2 + t - 2t^2 - t - 3 = 0$

বা, $-1 + 3t - 2t^2 = 0$

বা, $2t^2 - 3t + 1 = 0$

বা, $2t^2 - 2t - t + 1 = 0$

বা, $2t(t-1) - 1(t-1) = 0$

বা, $(t-1)(2t-1) = 0$

হয়, $t - 1 = 0$ অথবা $2t - 1 = 0$

$t = 1$ $t = \frac{1}{2}$

t এর সম্ভাব্য মানসমূহ $1, \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

৫. A(3, 3p) এবং $B(4, p^2 + 1)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল – 1 হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: A (3, 3p) এবং B $(4, p^2 + 1)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল

$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{p^2 + 1 - 3p}{4 - 3} = p^2 - 3p + 1$

প্রশ্নানুসারে,

$p^2 - 3p + 1 = -1$

বা, $p^2 - 3p + 2 = 0$

বা, $p^2 - 2p - p + 2 = 0$

বা, $p(p-2) - 1(p-2) = 0$

বা, $(p-2)(p-1) = 0$

∴ $p = 2, 1$

∴ p এর মান 2, 1 **(Ans.)**

৬. প্রমাণ কর যে, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) সমরেখ হবে, যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়।

সমাধান: দেওয়া আছে, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1)

যেহেতু বিন্দুত্রয় সমরেখ। অতএব,

AB এর ঢাল = BC এর ঢাল

∴ $\frac{b-0}{0-a} = \frac{1-b}{1-0}$

বা, $\frac{b}{-a} = \frac{1-b}{1}$

বা, $b = -a + ab$

বা, $ab = a + b$

বা, $1 = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$ [উভয়পক্ষকে ab দ্বারা ভাগ করে]

∴ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ বা, $ab = a + b$

∴ $ab - b - a = 0$

প্রদত্ত A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & 0 & 1 & a \\ 0 & b & 1 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(ab + 0 + 0 - 0 - b - a)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(ab - b - a)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 0$ বর্গ একক

$= 0$ বর্গ একক

∴ প্রদত্ত বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য।

সুতরাং A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) বিন্দুত্রয় সমরেখ।

(প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৭. A(a, b), B(b, a) এবং $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ সমরেখ হলে প্রমাণ কর যে, $a + b = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, A (a, b), B (b, a) এবং $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$

AB রেখার ঢাল $= \frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)}$
$= -1$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{\frac{1}{b}-a}{\frac{1}{a}-b} = \frac{\frac{1-ab}{b}}{\frac{1-ab}{a}}$
$= \frac{1-ab}{b} \times \frac{a}{1-ab}$
$= \frac{a}{b}$

এখন A, B, C সমরেখ হলে,
AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল
বা, $-1 = \frac{a}{b}$
বা, $a = -b$
$\therefore a + b = 0$
$\therefore$ A, B, C সমরেখ হলে $a + b = 0$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.৪ সরলরেখার ঢাল | Text পৃষ্ঠা-২৪৪

- কোনো সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্টকে রেখাটির ঢাল বলে।
- একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন তার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- ঢাল ধনাত্মক হলে রেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং ঋণাত্মক হলে রেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ একটি স্থূলকোণ।
- উৎপন্ন কোণ শূন্য বা সমকোণ হলে ঢাল নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

১. বীজগণিতে দুই চলকের একঘাত সমীকরণ কী নির্দেশ করে? (সহজ)
ক বৃত্ত খ বক্ররেখা
গ সরলরেখা ঘ বিন্দু **গ**

২. কোনো সরলরেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে ঢাল m এর জন্য নিচের কোনটি সত্য? (সহজ)
ক $m = \tan 30°$ খ $30° = \tan m$
গ $m = \frac{1}{\tan 30°}$ ঘ $m = \cot 30°$ **ক**

৩. A(2, 3) ও B(3, 6) হলে AB রেখার ঢাল কত? (মধ্যম)
[যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]
ক –3 খ –1 গ 1 ঘ 3 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{6-3}{3-2} = \frac{3}{1} = 3$

৪. A(1, – 1) ও C(4, t) বিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত সরল রেখার ঢাল 3 হলে t = ? (মধ্যম)
ক 6 খ 8 গ 9 ঘ 10 **খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{t+1}{4-1} = 3$ বা, $\frac{t+1}{3} = 3$ বা, $t + 1 = 9$ বা, $t = 8$.

৫. AB রেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ হলে ঢালের প্রকৃতি কিরূপ? (সহজ)
ক ধনাত্মক খ ঋণাত্মক গ শূন্য ঘ অবাস্তব **ক**

৬. CD সরলরেখার ঢাল ঋণাত্মক হলে রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কোন ধরনের কোণ উৎপন্ন করে? (সহজ)
ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ
গ স্থূলকোণ ঘ সরলকোণ **গ**

৭. A(2, 2) ও C(2, 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল কত? (কঠিন)
ক –1 খ 0 গ $\sqrt{3}$ ঘ অনির্ণেয় **ঘ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{7-2}{2-2} = \frac{5}{0}$ = অনির্ণেয়।

৮. দুটি বিন্দুর ভুজদ্বয় সমান হলে, তাদের সংযোগ রেখা x-অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরি করে তার পরিমাণ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)
ক 0 খ 45 গ 90 ঘ 180 **গ**

ব্যাখ্যা: ভুজদ্বয় সমান হলে রেখাটি y-অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের উপর লম্ব।

৯. (3, 8) এবং (7, p) বিন্দুর সংযোগ রেখার ঢাল –3 হলে p এর মান কত? (কঠিন)
ক –4 খ –1 গ 2 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -3$ বা, $\frac{p-8}{7-3} = -3$
বা, $p - 8 = -12$ $\therefore p = -4$

১০. (a, 1) এবং (–1, a) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল 3 হলে a এর মান কত? (কঠিন)
ক 3 খ $\frac{1}{2}$ গ $-\frac{1}{2}$ ঘ –2 **গ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ বা, $\frac{a-1}{-1-a} = 3$
বা, $a - 1 = -3 - 3a$
বা, $4a = -3 + 1 = -2$ $\therefore a = -\frac{1}{2}$

১১. A(t, t + 1) এবং B(3t, 5t + 1) বিন্দুগামী রেখার ঢাল কত? (কঠিন)
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **ক**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$= \frac{5t + 1 - t - 1}{3t - t} = \frac{4t}{2t} = 2$

১২. A(2, 3) ও B(6, 7) বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরল রেখার ঢাল কত? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{6-2}{7-3} = \frac{4}{4} = 1$.

১৩. একটি সরলরেখা অঙ্কন করতে সর্বনিম্ন কয়টি বিন্দু প্রয়োজন? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

১৪. একটি সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ তৈরি করলে সরলরেখার ঢাল m = কত? (সহজ)
ক $\tan\theta$ খ $\cot\theta$ গ $\sin\theta$ ঘ $\cos\theta$ **ক**

১৫. একটি সরলরেখার ঢাল ঋণাত্মক হলে x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ কিরূপ? (সহজ)
ক সূক্ষ্মকোণ খ স্থূলকোণ
গ সমকোণ ঘ পূরক কোণ **খ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৬. একটি সরলরেখার ঢাল 1 হলে, x-অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ θ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 30 খ 45 গ 60 ঘ 90 **খ**

ব্যাখ্যা: $m = \tan\theta = 1$ বা, $\tan\theta = \tan 45^\circ$ $\therefore \theta = 45^\circ$.

১৭. A(0, –3), B(4, –2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে AB রেখা ও BC রেখার ঢাল? (সহজ)

ক অসমান খ সমান গ দ্বিগুণ ঘ তিনগুণ **খ**

ব্যাখ্যা: AB রেখার ঢাল $m_1 = \frac{4}{1} = 4$

এবং BC রেখার ঢাল $m_2 = \frac{12}{3} = 4$

$\therefore m_1 = m_2$.

১৮. একটি সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ তৈরি করলে রেখাটির ঢাল কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\sqrt{3}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

১৯. দুইটি সরল রেখার ঢাল সমান হলে —

i. রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।

ii. রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

iii. রেখাদ্বয় অভিন্ন হতে পারে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

২০. A(1, – 1), B(2, 2) এবং C(4, t) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে—

i. AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল।

ii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল শূন্য।

iii. AB রেখার ঢাল ≠ BC রেখার ঢাল।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: রেখাটির উপর যেকোনো বিন্দুতে ভুজ = –2

$\therefore x = -2$

২১. A(0, –3), B(4, –2) এবং C(16, 1) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু হলে–

i. AB রেখার ঢাল $\frac{1}{4}$।

ii. BC রেখার ঢাল $\frac{1}{4}$।

iii. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা:

i. সঠিক AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-2+3}{4-0} = \frac{1}{4}$

ii. সঠিক, BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{1+2}{16-4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

iii. সঠিক, $m_1 = m_2$ হওয়ায় বিন্দু তিনটি সমরেখ।

২২. A(–3, 2) এবং B(3, –2) একই সরলরেখার উপর দুইটি বিন্দু হলে–

i. AB ও BA রেখার ঢাল একই।

ii. AB রেখার ঢাল $-\frac{2}{3}$।

iii. রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষকোণ উৎপন্ন করেছে

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: ii. সঠিক, AB রেখার ঢাল $= \frac{-2-2}{3+3} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

iii. সঠিক নয়, ঢাল ঋণাত্মক হওয়ায় রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করেছে।

২৩. কোন সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ–

i. শূন্য হলে, রেখাটি x-অক্ষের সমান্তরাল

ii. সমকোণ হলে, রেখাটি y-অক্ষের সমান্তরাল।

iii. সমকোণ হলে, ঢাল অনির্ণেয়

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

২৪. সরলরেখার দুইটি বিন্দু (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) হলে–

i. $y_2 = y_1$ হলে, ঢাল শূন্য হবে।

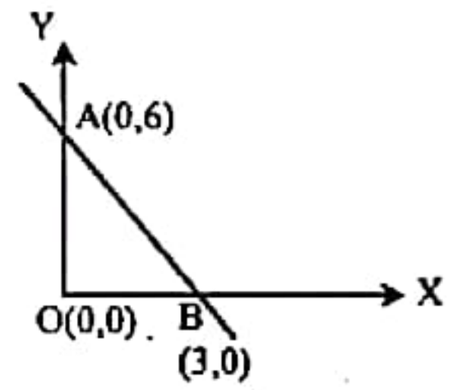
ii. $x_2 = x_1$ হলে, ঢাল অনির্ণেয়।

iii. $x_2 = x_1$ হলে, রেখাটি y-অক্ষের সমান্তরাল।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

২৫.



i. AB সরল রেখার সমীকরণ $y = -2x + 6$.

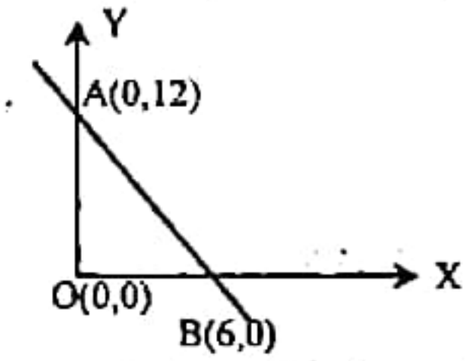
ii. O(0, 0) ও B(3, 0) বিন্দু নিয়ে গমনকারী সরল রেখার সমীকরণ $y = 0$.

iii. O(0, 0) ও A(0, 6) বিন্দু নিয়ে গমনকারী সরল রেখার সমীকরণ $x = 0$.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

২৬.



i. x-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য y-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের অর্ধেক।

ii. ΔOAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 36 বর্গ একক।

iii. ΔOAB সূক্ষ্মকোণী।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৭-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A(– 3, 2) এবং B(3, – 2) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

২৭. AB রেখার ঢাল m এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $-\frac{3}{2}$ খ $-\frac{2}{3}$ গ 1 ঘ $\frac{1}{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: ঢাল, $m = \frac{-2-2}{3-(-3)} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

২৮. AB রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ তৈরি করে তার নাম কী? (কঠিন)

ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ

গ স্থূলকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ **গ**

ব্যাখ্যা: ঢাল ঋণাত্মক হওয়ায় রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ তৈরি করেছে।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৯-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A(1, –1), B(2, 2) এবং C(4, t) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি সমরেখ বিন্দু।

২৯. AB রেখার ঢাল এর মান কত? (সহজ)

ক 3 খ 0 গ –1 ঘ –3 **ক**

ব্যাখ্যা: AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{2-(-1)}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$

৩০. t এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 2 খ 4 গ 6 ঘ 8 **ঘ**

ব্যাখ্যা: BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{t-2}{4-2} = \frac{t-2}{2}$

A, B, C সমরেখ বলে, $m_2 = m_1$

বা, $\frac{t-2}{2} = 3$ বা, $t-2 = 6$ $\therefore t = 8$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩১-৩৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t) এবং D(1, 1) একই সমতলে অবস্থিত চারটি ভিন্ন বিন্দু এবং AB এবং CD সমান্তরাল।

৩১. AB রেখার ঢালকে t এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{1}{1-t}$ খ $\frac{1}{t-1}$ গ $t-1$ ঘ $\frac{1}{1+t}$ **ক**

ব্যাখ্যা: AB রেখার ঢাল, $m_1 = 1\,\frac{2t-3t}{t^2-t} = \frac{-t}{t(t-1)} = \frac{t}{1-t}$

৩২. CD রেখার ঢালকে t এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{3-t}{1-t}$ খ $\frac{1-t}{3-t}$ গ $\frac{3+t}{1-t}$ ঘ $\frac{t+1}{3+t}$ **খ**

ব্যাখ্যা: CD রেখার ঢাল,

$m_2 = \frac{1-t}{1-t+2} = \frac{1-t}{3-t}$

৩৩. t এর ধনাত্মক মান কত? (মধ্যম)

ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1 **গ**

ব্যাখ্যা: AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল বলে এদের ঢালদ্বয় সমান

অর্থাৎ $m_1 = m_2$

$\therefore \frac{1}{1-t} = \frac{1-t}{3-t}$

বা, $(1-t)^2 = 3-t$

বা, $1-2t+t^2 = 3-t$

বা, $t^2-t-2 = 0$

বা, $t^2-2t+t-2 = 0$

বা, $t(t-2)+1(t-2) = 0$

বা, $(t-2)(t+1) = 0$

$\therefore t = 2, -1$

$\therefore t = 2$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩৪-৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A(3, 3P) এবং B(4, P^2+1) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু। AB রেখার ঢাল –1

৩৪. AB রেখার ঢালকে P এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নীচের কোনটি হবে? (কঠিন)

ক p^2-2p+1 খ P^2-3p+1
গ $1-3p+2p^2$ ঘ $2p^2-1$ **খ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{p^2+1-3p}{4-3} = \frac{p^2-3p+1}{1} = p^2-3p+1$

৩৫. P এর মান কত? (কঠিন)

ক –1, –2 খ 2, –1 গ 1, 2 ঘ –2, 1 **গ**

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, ঢাল = –1

বা, $P^2-3P+1 = -1$ বা, $P^2-3P+2 = 0$

বা, $P^2-2p-p+2 = 0$ বা, $P(P-2)-1(P-2) = 0$

বা, $(P-2)(P-1) = 0$ বা, $(P-2)(P-1) = 0$

$\therefore P = 1, 2$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ A (t, 3t), B(t^2, 2t) , C(t – 2, t), D(1, 1) চারটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু।

ক. AB রেখার ঢাল t এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. AB ও CD সমান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪
গ. t > 0 হলে, AC ও BD রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A(t, 3t)), B(t^2, 2 t)

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2t-3t}{t^2-t} = \frac{-t}{t^2-t} = \frac{-1}{t-1}$

খ এখানে, A(t, 3t) B(t^2, 2t), C (t–2, t), D (1, 1)

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-1}{t-1}$; ['ক' হতে]

CD রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-t}{1-(t-2)}$

$= \frac{1-t}{1-t+2} = \frac{1-t}{3-t}$

AB ও CD রেখা সমান্তরাল বলে, ঢালদ্বয় সমান

অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

বা, $\frac{-1}{t-1} = \frac{1-t}{3-t}$

বা, $\frac{1}{1-t} = \frac{1-t}{3-t}$

বা, $(1-t)^2 = 3-t$

বা, $1-2t+t^2 = 3-t$

বা, $t^2-2t+1-3+t = 0$

বা, $t^2-t-2 = 0$

বা, $t^2-2t+t-2 = 0$

বা, $t(t-2)+1(t-2) = 0$

বা, $(t-2)(t+1) = 0$

$\therefore t = -1$ বা, $t = 2$

$\therefore$ t এর সম্ভাব্য মান –1, 2

গ t > 0 হলে 'খ' হতে পাই t = 2

$\therefore$ প্রদত্তবিন্দুগুলো A(2, 6), B(4, 4), C(0, 2), D(1, 1)

AC রেখার ঢাল $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \frac{2-6}{0-2}$

$= \frac{-4}{-2}$

$= 2$

BD রেখার ঢাল $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \frac{1-4}{1-4} = \frac{-3}{-3}$

$= 1$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶২ A (a, b), B (b, a), $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ এবং $D\left(\frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right)$ চারটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু।

ক. BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে দেখাও যে, $a + b = 0$ ৪

গ. $a + b = 0$ হলে, D বিন্দুটি A, B ও C এর সাথে সমরেখ কিনা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, B (b, a), $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$

BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{1}{b} - a}{\frac{1}{a} - b}$

$$= \frac{\frac{1 - ab}{b}}{\frac{1 - ab}{a}} = \frac{1 - ab}{b} \times \frac{a}{1 - ab}$$

$$= \frac{a}{b}$$

খ দেওয়া আছে, A (a, b), B (b, a), $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$

AB রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{a - b}{b - a} = \frac{a - b}{-(a - b)}$$

$$= -1$$

BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{a}{b}$

A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ বলে, AB ও BC রেখার ঢাল সমান

অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

বা, $\frac{a}{b} = -1$

বা, $a = -b$

$\therefore a + b = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' ও 'খ' হতে পাই,

AB রেখার ঢাল $= -1$

BC রেখার ঢাল $= \frac{a}{b} = \frac{-b}{b} = -1$; [$\because a + b = 0 \therefore a = -b$]

এখন, CD রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$$

$$= \frac{\frac{b - a}{ab}}{\frac{a - b}{ab}}$$

$$= \frac{b - a}{ab} \times \frac{ab}{a - b}$$

$$= -1$$

যেহেতু AB, BC ও CD রেখাসমূহের ঢাল একই। সুতরাং, তারা সমান্তরাল অথবা একই রেখা। এক্ষেত্রে সমান্তরাল হওয়া সম্ভব নয়।

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দু চারটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

প্রশ্ন ▶৩ A(1, – 1), B (t, 2), C (t^2, t + 3), D (2 + t, 3t) একই সমতলে চারটি বিন্দু।

ক. BC রেখার ঢাল t এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে t এর সম্ভাব্য মান কত? ৪

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত t এর ক্ষুদ্রতর মান ব্যবহার করে দেখাও যে, AB ও CD রেখা সমান্তরাল নয়। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, B(t, 2) এবং C(t^2, t + 3)

BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{t + 3 - 2}{t^2 - t}$$

$$= \frac{t + 1}{t(t - 1)}$$

খ প্রদত্ত বিন্দু A (1, –1), B (t, 2), C (t^2, t + 3)

AB রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{2 - (-1)}{t - 1}$$

$$= \frac{2 + 1}{t - 1}$$

$$= \frac{3}{t - 1}$$

এবং BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{t + 1}{t(t - 1)}$

A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে AB ও BC রেখার ঢাল সমান

অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

$\frac{t + 1}{t(t - 1)} = \frac{3}{t - 1}$

বা, $3t^2 - 3t = t^2 - 1$

বা, $2t^2 - 3t + 1 = 0$

বা, $2t^2 - 2t - t + 1 = 0$

বা, $2t(t - 1) - 1(t - 1) = 0$

বা, $(t - 1)(2t - 1) = 0$

বা, $t = 1, \frac{1}{2}$

$\therefore t = 1, \frac{1}{2}$

গ 'খ' হতে পাই, t এর ক্ষুদ্রতর মান $= \frac{1}{2}$

AB রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{3}{t - 1}$; ['খ' হতে]

$$= \frac{3}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{3}{\frac{1 - 2}{2}} = \frac{6}{-1} = -6$$

এবং C (t^2, t + 3) ও D (2 + t, 3t) বিন্দুর জন্য

CD রেখার ঢাল, $m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3t - (t + 3)}{2 + t - t^2}$

$$= \frac{2\frac{1}{2} - 3}{2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{-2}{\frac{8 + 2 - 1}{4}}$$

$$= \frac{-2}{\frac{9}{4}} = \frac{-8}{9}$$

এখানে, $m_2 \neq m_3$

$\therefore$ AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল নয়। **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৪ **সমতলে চারটি বিন্দু A $(p^2, p+1)$, B $(2p, 5p+2)$, C $(t-2, t)$, D$(t, 3t)$**

ক. AB রেখার ঢাল p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB রেখার ঢাল = 1 হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AB ∥ CD হলে p ও t এর সম্পর্ক সমীকরণের পদসংখ্যা কয়টি এবং $p = -1$ হলে t এর মান কত? ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A(p^2, p+1)$, $B(2p, 5p+2)$

$\therefore$ AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{5p + 2 - P - 1}{2p - p^2}$

$= \frac{4p + 1}{2p - p^2}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, AB রেখার ঢাল = 1

$\therefore m_1 = 1$

বা, $\frac{4p + 1}{2p - p^2} = 1$; ['ক' হতে]

বা, $4p + 1 = 2p - p^2$

বা, $p^2 + 4p - 2p + 1 = 0$

বা, $p^2 + 2p + 1 = 0$

বা, $(P + 1)^2 = 0$

বা, $p + 1 = 0$

$\therefore p = -1$

গ দেওয়া আছে, $C(t-2, t)$, $D(t, 3t)$

CD রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3t - t}{t - t + 2}$

$= \frac{2t}{2} = t$

যেহেতু AB ∥ CD সুতরাং রেখাদ্বয়ের ঢাল সমান অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

বা, $\frac{4p + 1}{2p - p^2} = t$

বা, $4p + 1 = 2pt - p^2t$

বা, $p^2t - 2pt + 4p + 1 = 0$ .....(i)

এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক যার পদসংখ্যা 4

এখন, $p = -1$ হলে,

$\therefore$ (i) $\Rightarrow (-1)^2t - 2(-1)t + 4(-1) + 1 = 0$

বা, $t + 2t - 4 + 1 = 0$

বা, $3t - 3 = 0$

বা, $3t = 3$

$\therefore t = 1$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৫ **A (a, 0), B (0, b), C (1, 1), D (p –2, 0) চারটি বিন্দু।**

ক. AB ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, A, B, C সমরেখ হবে, যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ৪

গ. A, B, C ও D বিন্দু চারটি সমরেখ হলে p -এর মান a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A (a, o), B (o, b), C (1, 1)

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{b - o}{o - a} = \frac{-b}{a}$

BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - b}{1 - o} = 1 - b$ (Ans.)

খ A, B, C সমরেখ হবে যদি AB রেখার ঢাল, m_1 = BC রেখার ঢাল, m_2

$\therefore \frac{-b}{a} = 1 - b$

বা, $-b = a - ab$

বা, $b + a = ab$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

অর্থাৎ, A. B. C সমরেখ হবে যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়।

গ 'খ' হতে পাই, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

বা, $\frac{1}{b} = 1 - \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1}{b} = \frac{a - 1}{a}$

বা, $b = \frac{a}{a - 1}$

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-b}{a} = \frac{-\frac{a}{a-1}}{a} = -\frac{1}{a-1}$

BC রেখার ঢাল, $m_2 = 1 - b = 1 - \frac{a}{a-1} = \frac{a - 1 - a}{a - 1} = -\frac{1}{a-1}$

এখন, CD রেখার ঢাল, $m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{p - 2 - 1} = \frac{-1}{p - 3}$

A, B, C, D বিন্দু চারটি সমরেখ হলে,

$m_1 = m_2 = m_3$ হবে।

$\therefore -\frac{1}{a-1} = -\frac{1}{a-1} = \frac{-1}{p-3}$

$\therefore -\frac{1}{a-1} = \frac{-1}{p-3}$

বা, $p - 3 = a - 1$

বা, $p = a - 1 + 3$

$\therefore p = a + 2$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬ **$y = x + 3$ ..... (i), $y = x - 3$ ..... (ii), $y = -x + 3$ .... (iii) এবং $y = -x - 3$ ..... (iv) একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর সমীকরণ নির্দেশ করে। যেখানে, (i) ও (iii) ; (i) ও (iv) ; (iv) ও (ii) এবং (ii) ও (iii) যথাক্রমে A, B, C, D বিন্দুতে ছেদ করে।**

ক. চতুর্ভুজের কোন বাহুগুলো সমান্তরাল? ২

খ. চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজটি কোন ধরনের? এর স্বপক্ষে যুক্তি দেখাও। ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক y প্রদত্ত সমীকরণ, $y = x + 3$ ..... (i)

$y = x - 3$ ..... (ii)

$y = -x + 3$ ..... (iii)

এবং $y = -x - 3$ ..... (iv)

(i) নং এর ঢাল = 1

(ii) নং এর ঢাল = 1

(iii) নং এর ঢাল = –1

(iv) নং এর ঢাল = –1

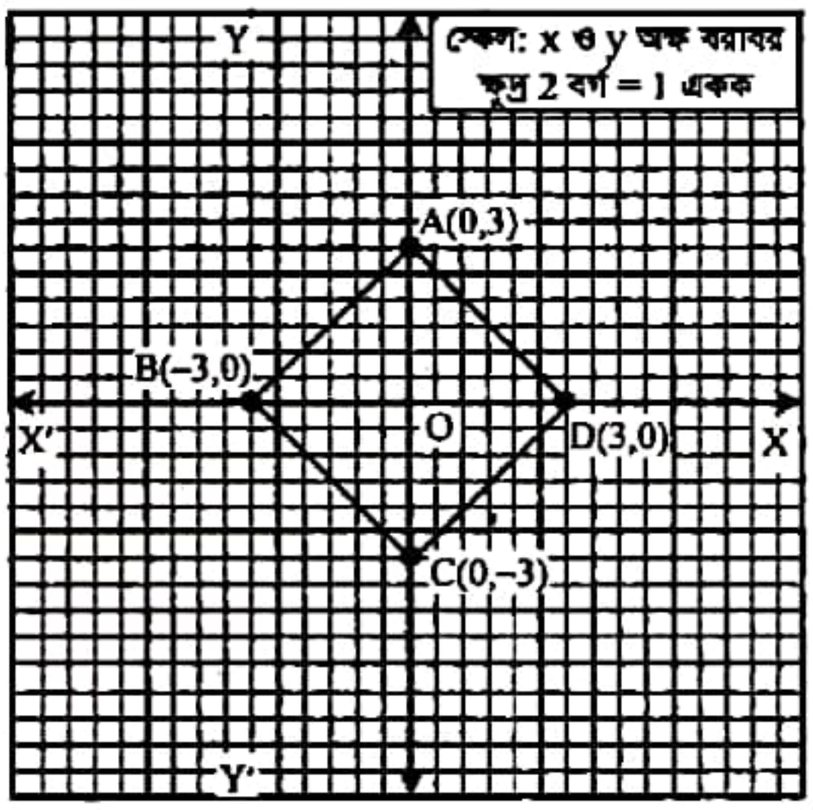
$\therefore$ (i) ও (ii) নং বাহুদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল

এবং (iii) ও (iv) নং বাহুদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল (Ans.)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ $y = x + 3 \cdots \cdots \cdots$ (i)
$y = x - 3 \cdots \cdots \cdots$ (ii)
$y = -x + 3 \cdots \cdots \cdots$ (iii)
$y = -x - 3 \cdots \cdots \cdots$ (iv)
(i) ও (iii) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু A(0, 3)
(i) ও (iv) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু B(–3, 0)
(ii) ও (iv) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু C(0, –3)
(ii) ও (iii) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু D(3, 0)
xy সমতলে চতুর্ভুজটি আঁকা হলো



এখানে, A(0, 3), B(– 3, 0), C(0, – 3), D(3, 0)

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -3 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}.\{0 + 9 + 0 - (-9) - 0 - 0\}$

$= \frac{1}{2} \times (18)$

= 9 বর্গ একক **(উত্তর)**

গ ABCD চতুর্ভুজ A (0, 3), B (–3, 0), C (0, –3), D (3, 0)

$\therefore AB = \sqrt{(0-(-3))^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(-3-0)^2 + \{0-(-3)\}^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$CD = \sqrt{(0-3)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$AD = \sqrt{(0-3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

এবং $AC = \sqrt{(0-0)^2 + \{3-(-3)\}^2} = \sqrt{0+36} = 6$

ΔABC -এ, $AB^2 + BC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2$
$= 18 + 18 = 36 = 6^2$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে $\angle B$ = এক সমকোণ

ABCD চতুর্ভুজে AB = BC = CD = AD এবং $\angle B$ = এক সমকোণ

$\therefore$ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**

৭নং ▶ A(– a, a – 3), B(a + 3, 2a), C(3a, 3a + 1) একই সমতলে তিনটি বিন্দু।

ক. AB ও BC রেখার ঢাল a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB রেখার ঢাল $\frac{5}{7}$ হলে a এর মান কত? AB রেখার সমান্তরাল এবং D (–1, 2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটি কী ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দেখাও। চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A (– a, a – 3), B(a + 3, 2a), C(3a, 3a + 1)

AB এর ঢাল, $m_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{a-3-2a}{-a-a-3}$

$= \frac{-a-3}{-2a-3} = \frac{a+3}{2a+3}$

BC এর ঢাল, $m_2 = \frac{2a-3a-1}{a+3-3a} = \frac{-a-1}{-2a+3} = \frac{a+1}{2a-3}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB রেখার ঢাল $= \frac{5}{7}$

$\therefore m_1 = \frac{5}{7}$

বা, $\frac{a+3}{2a+3} = \frac{5}{7}$ ['ক' হতে]

বা, $10a + 15 = 7a + 21$

বা, $3a = 6$

$\therefore a = 2$

নির্ণেয় সরলরেখা AB রেখার সমান্তরাল

সুতরাং ঢাল $= \frac{5}{7}$ এবং রেখাটি D(–1, 2) বিন্দুগামী

$\therefore$ রেখাটির সমীকরণ,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 2 = \frac{5}{7}\{x - (-1)\}$

বা, $7(y - 2) = 5(x + 1)$

বা, $7y - 14 = 5x + 5$

বা, $5x - 7y + 5 + 14 = 0$

বা, $5x - 7y + 19 = 0$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

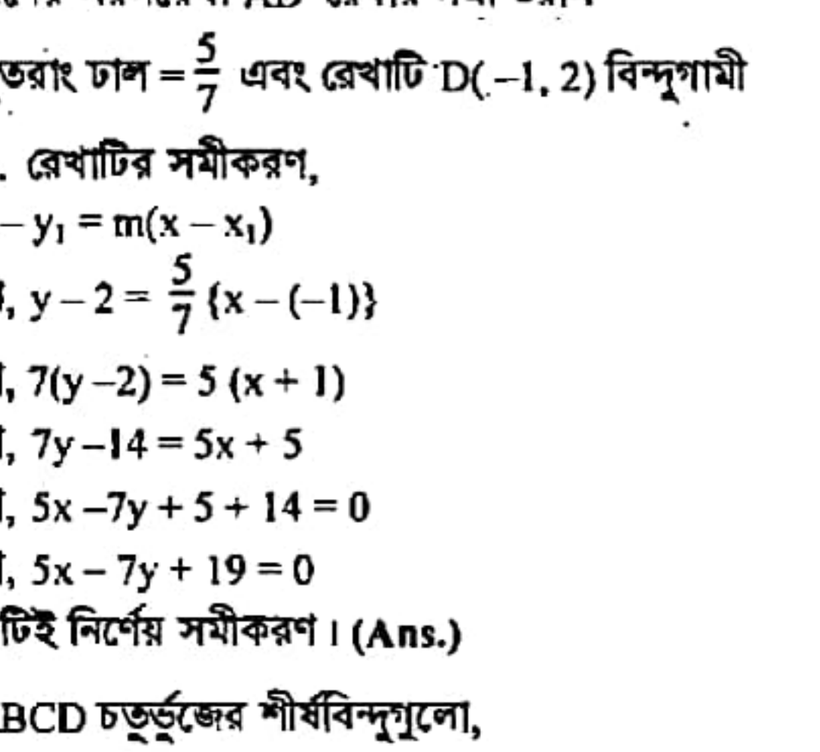
গ ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো,

A(– 2, 2 – 3), B(2 + 3, 2 × 2), C (3 × 2, 3 × 2 + 1)

এবং D(–1, 2) [a = 2 বসিয়ে]

বা, A(–2, –1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(–1, 2)

XY সমতলে চতুর্ভুজটি আঁকা হলো।



এখানে,

$AB = \sqrt{(-2-5)^2 + (-1-4)^2}$
$= \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{49 + 25}$
$= \sqrt{74}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$BC = \sqrt{(5-6)^2 + (4-7)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$
$CD = \sqrt{\{6-(-1)\}^2 + (7-2)^2}$
$= \sqrt{7^2 + 5^2}$
$= \sqrt{49+25}$
$= \sqrt{74}$
$DA = \sqrt{\{-1-(-2)\}^2 + \{2-(-1)\}^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$
এবং কর্ণ, $AC = \sqrt{(-2-6)^2 + (-1-7)^2}$
$= \sqrt{(-8)^2 + (-8)^2}$
$= 8\sqrt{2}$
কর্ণ, $BD = \sqrt{\{5-(-1)\}^2 + (4-2)^2}$
$= \sqrt{6^2 + 2^2}$
$= 2\sqrt{10}$
$\therefore$ AB = CD ও BC = AD এবং কর্ণ $AC \neq BD$
$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক।
$\therefore$ ABCD এর ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 5 & 6 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & 7 & 2 & -1 \end{vmatrix}$
$= \frac{1}{2}\{-8+35+12+1-(-5)-24-(-7)-(-4)\}$
$= \frac{1}{2}\{-8+48+5-24+7+4\}$
$= 16$ বর্গ একক (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি দ্বিমাত্রিক তলে চারটি বিন্দু A(0, –2), B(6, 1), C(3, 2) এবং D(–1, x) রয়েছে।

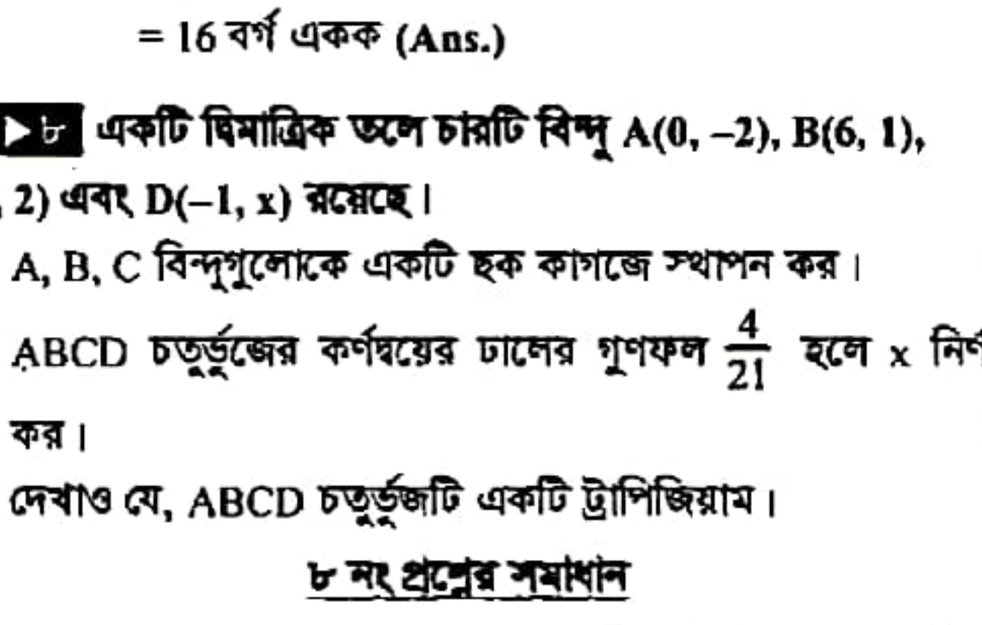
ক. A, B, C বিন্দুগুলোকে একটি ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের ঢালের গুণফল $\frac{4}{21}$ হলে x নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক A(0, –2), B(6, 1) এবং C(3, 2) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করা হল।



খ ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় AC ও BD.

AC কর্ণের ঢাল $= \frac{-2-2}{0-3} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$

আবার, BD কর্ণের ঢাল $= \frac{1-x}{6+1} = \frac{1-x}{7}$

ঢালদ্বয়ের গুণফল = AC কর্ণের ঢাল × BD কর্ণের ঢাল $= \frac{4}{3} \times \frac{1-x}{7}$

প্রশ্নমতে, $\frac{4}{3} \times \frac{1-x}{7} = \frac{4}{21}$
বা, $\frac{4(1-x)}{21} = \frac{4}{21}$
বা, $1-x = 1$
$\therefore \quad x = 0$
সুতরাং x এর মান = 0

গ ABCD চতুর্ভুজের বাহুগুলো হচ্ছে AB, BC, CD, AD.
আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামে যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু সমান্তরাল এবং অপর দুইটি অসমান্তরাল।

AB রেখার ঢাল $= \frac{-2-1}{0-6} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

BC রেখার ঢাল $= \frac{1-2}{6-3} = \frac{-1}{3}$

CD রেখার ঢাল $= \frac{2-0}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

AD রেখার ঢাল $= \frac{-2-0}{0-1} = 2$

আবার, দুইটি সরলরেখার ঢাল সমান হলে তারা পরস্পর সমান্তরাল। এখানে, AB রেখার ঢাল = CD রেখার ঢাল।
$\therefore$ AB || CD
কিন্তু BC রেখার ঢাল $\neq$ AD রেখার ঢাল
$\therefore$ ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম।

প্রশ্ন ▶ ৯ A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t) এবং D(1, 1) হল একটি ট্রাপিজিয়ামের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ক. AB ও CD বাহুদ্বয়ের ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল হলে t এর সম্ভব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, বিন্দু চারটি দিয়ে কখনো একটি সামান্তরিক আঁকা সম্ভব নয়। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

AB সরলরেখার ঢাল, $m_1 = \frac{2t-3t}{t^2-t} = \frac{-t}{t(t-1)} = \frac{-1}{t-1}$

CD সরলরেখার ঢাল, $m_2 = \frac{1-t}{1-t+2} = \frac{1-t}{3-t}$

খ AB ও CD সমান্তরাল বলে, AB ও CD রেখার ঢাল সমান।
অর্থাৎ, $m_1 = m_2$
বা, $\frac{-1}{t-1} = \frac{1-t}{3-t}$
বা, $t^2 - 2t + 1 = 3 - t$
বা, $t^2 - t - 2 = 0$
বা, $t^2 - 2t + t - 2 = 0$
বা, $t(t-2) + (t-2) = 0$
বা, $(t-2)(t+1) = 0$
$\therefore \quad t-2 = 0$ অথবা, $t+1 = 0$
বা, $t = 2$ বা, $t = -1$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ আমরা জানি, সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল।
এখানে $t = 2$ বা -1 হলে AB ও CD সমান্তরাল হয়।
এখন, $t = 2$ হলে বিন্দুগুলো হল A(2, 6), B(4, 4), C(0, 2) এবং D(1, 1)

AD বাহুর ঢাল, $m_1 = \frac{1-2}{1-6} = \frac{1}{5}$

BC বাহুর ঢাল $m_2 = \frac{0-4}{2-4} = \frac{-4}{-2} = 2$

এখানে, $m_1 \neq m_2$
সুতরাং $t = 2$ এর জন্য AD ও BC সমান্তরাল নয়।

আবার, $t = -1$ হলে বিন্দুগুলো হল A(−1, −3), B(1, 2), C(−3, −1) এবং D(1, 1)

AD বাহুর ঢাল, $m_1 = \frac{1+1}{1+3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

BC বাহুর ঢাল, $m_2 = \frac{-3-1}{-1+2} = \frac{-4}{1} = -4$

এখানে, $m_1 \neq m_2$
সুতরাং $t = -1$ এর জন্য AD ও BC সমান্তরাল নয়।

∴ বিন্দু চারটি দিয়ে কোন সামান্তরিক আঁকা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১০ A(3t, t), B $(2t, t^2)$, C(t − 2, t) এবং D(1, 1) চারটি বিন্দু।

ক. AB রেখাংশের ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও CD রেখাংশদ্বয় সমান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. t-এর মান ব্যবহার করে দেখাও যে, বিন্দু চারটি সমরেখ নয়। ৪

উত্তর: ক. $-(t-1)$ **খ.** $t = 1$ এবং -2

প্রশ্ন ▶ ১১ A, B এবং C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (a, 0), (0, b) এবং (1,1).

ক. বিন্দুগুলো ছককাগজে স্থাপন কর। ২

খ. AB, BC, CA এর ঢাল নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, বিন্দুগুলো সমরেখ হবে যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়। ৪

উত্তর: ক. $m_1 = -\frac{b}{a}$, $m_2 = \frac{1}{1-b}$, $m_3 = -a$

গ. সমাধানের জন্য অনুশীলনী ১১.৩ এর ৬ নং প্রশ্নের সাহায্যে নাও।

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- কোনো সরলরেখা X- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্টকে রেখাটির ঢাল বলে এবং একে m দ্বারা সূচিত করা হয়।
- একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন তার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- কোনো সরলরেখা দ্বারা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ θ ও ঢাল m এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $m = \tan\theta$.
- ঢাল ধনাত্মক হলে রেখা দ্বারা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং ঋণাত্মক হলে রেখা দ্বারা x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ একটি স্থূলকোণ।
- উৎপন্ন কোণ শূন্য বা সমকোণ হলে ঢাল যথাক্রমে শূন্য বা অসীম হবে সেক্ষেত্রে সরলরেখাটি যথাক্রমে x বা y অক্ষের সমান্তরাল।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৭, ৯, ১০, ১১, ১৪, ১৫, ১৭, ২০, ২১, ২৬, ২৯, ৩০, ৩৪, ৩৫
★★	৪, ৫, ৮, ১৬, ১৮, ১৯, ২২, ২৪, ২৫, ৩১, ৩২, ৩৩

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৭, ৯
★★	১, ৫, ৬

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.৪

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়।

২. সরলরেখার সমীকরণ লেখচিত্র উপস্থাপন।

২৪টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৬২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৬টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৯টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৭টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৭টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয়ে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্য নেওয়া হয়।

ii. $y - 2x + 5 = 0$ রেখার ঢাল 2

iii. $3x + 5y = 0$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i　　গ. ii ও iii

খ. i ও iii　　ঘ. i, ii ও iii　　ঘ

ব্যাখ্যা: ii. সঠিক, কারণ $y - 2x + 5 = 0$

বা, $y = 2x - 5$; যা $y = mx + c$ আকারের সমীকরণ,

$\therefore$ ঢাল $m = 2$

iii. সঠিক, কারণ, $3x + 5y = 0$

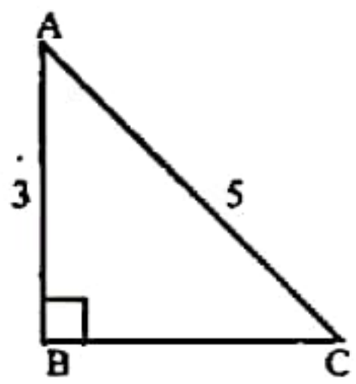
বা, $y = -\frac{3}{5}x$, যা মূলবিন্দুগামী রেখা $y = mx$ আকারের

২. $\{s(s-a)(s-b)(s-c)\}^{\frac{1}{2}}$ -এ s দ্বারা বুঝায়—

ক. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল　　গ. বৃত্তের ক্ষেত্রফল

খ. ত্রিভুজের অর্ধ-পরিসীমা　　ঘ. বৃত্তের অর্ধ-পরিধি　　খ

৩.



ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

ক. 12 বর্গ একক　　গ. 15 বর্গ একক

খ. 6 বর্গ একক　　ঘ. 60 বর্গ একক　　খ

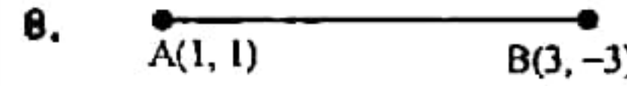
ব্যাখ্যা: ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ একক

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ বর্গ একক

$= 6$ বর্গ একক।

৪.



AB রেখার ঢাল

ক 2　　খ –2

গ. 0　　ঘ. 6　　খ

ব্যাখ্যা: ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2$

৫. $x - 2y - 10 = 0$ এবং $2x + y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল

ক. –2　　খ. 2

গ. –2　　ঘ –1　　ঘ

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $x - 2y - 10 = 0$

বা, $y = \frac{1}{2}x - 5$

$\therefore$ ঢাল $m_1 = \frac{1}{2}$

দ্বিতীয় রেখা $2x + y - 3 = 0$

বা, $y = -2x + 3$

$\therefore$ ঢাল $m_2 = -2$

$\therefore$ ঢালদ্বয়ের গুণফল $= m_1 m_2 = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$

৬. $y = \frac{x}{2} + 2$ এবং $2x - 10y + 20 = 0$ সমীকরণদ্বয়

ক. দুটি ভিন্ন রেখা নির্দেশ করে　　খ. একই রেখা নির্দেশ করে

গ. রেখাদ্বয় সমান্তরাল　　ঘ. রেখাদ্বয় পরস্পচ্ছেদী　　ঘ

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $y = \frac{x}{2} + 2$; যার ঢাল $= \frac{1}{2}$

দ্বিতীয় রেখা : $2x - 10y + 20 = 0$　বা, $10y = 2x + 20$

বা, $y = \frac{x}{5} + 2$; যার ঢাল $= \frac{1}{5}$

যেহেতু ঢালদ্বয় অসমান সেহেতু রেখাদ্বয় পরস্পরচ্ছেদী.

৭. $y = x - 3$ এবং $y = -x + 3$ এর ছেদ বিন্দু

ক. (0, 0)　　খ. (0, 3)

গ. (3, 0)　　ঘ. (–3, 3)　　গ

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $y = x - 3$　দ্বিতীয় রেখা $y = -x + 3$

ছেদবিন্দুতে $x - 3 = -x + 3$ বা, $2x = 6$　$\therefore x = 3$

$\therefore y = 3 - 3 = 0$

$\therefore$ ছেদবিন্দু হবে (3, 0)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের তথ্যের আলোকে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

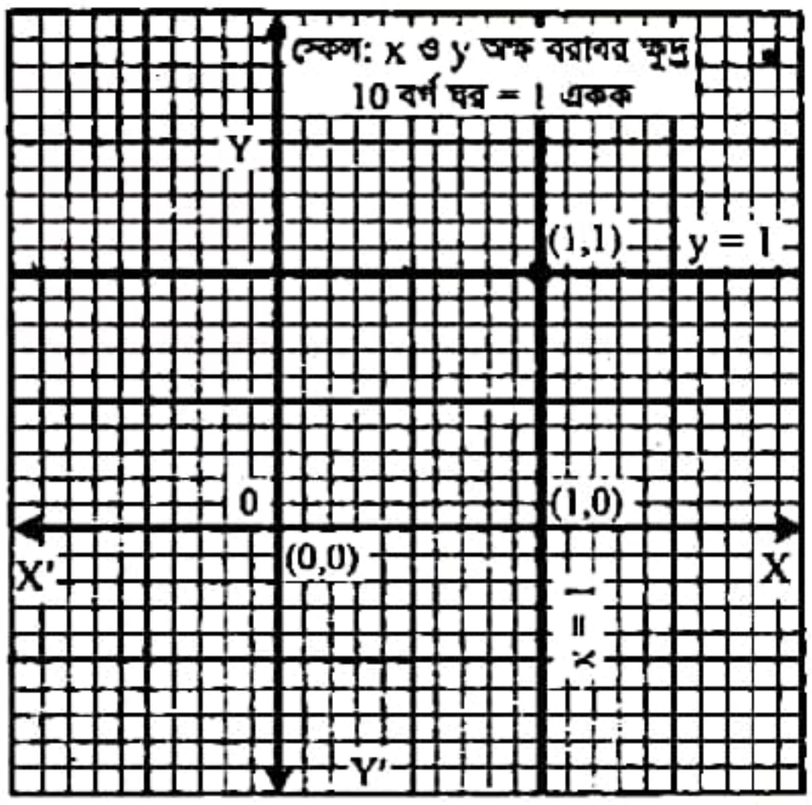
$x = 1, y = 1$

৮. রেখাদ্বয় x-অক্ষকে যে বিন্দু ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক

ক. (0, 1)　　খ. (1, 0)

গ. (0, 0)　　ঘ. (1, 1)　　খ

ব্যাখ্যা:



$x = 1$ রেখাটি x-অক্ষকে (1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

$y = 1$ রেখাটি x-অক্ষকে কোনো বিন্দুতেই ছেদ করবে না।

$x = 1$ ও $y = 1$ রেখাদ্বয় পরস্পরকে (1, 1) বিন্দুতে ছেদ করে।

৯. রেখাদ্বয় অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ক্ষেত্রটি তৈরি করে তার ক্ষেত্রফল-

ক. $\frac{1}{2}$ বর্গ একক　　খ. 1 বর্গ একক

গ. 2 বর্গ একক　　ঘ. 4 বর্গ একক　　খ

ব্যাখ্যা: ৮ নং থেকে পাই, ক্ষেত্রটি একটি বর্গক্ষেত্র, যার বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = 1^2 বর্গ একক = 1 বর্গ একক।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১০. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (2, –1) বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার ঢাল 2.

সমাধান: দেওয়া আছে, ঢাল $m = 2$ এবং নির্দিষ্ট বিন্দু (2, –1)

$\therefore (x_1, y_1)$ বিন্দুগামী এবং m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-1) = 2(x - 2)$

বা, $y + 1 = 2x - 4$

$\therefore y = 2x - 5$ **(Ans.)**

১১. নিম্নোক্ত বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রান্ত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) A(1, 5), B(2, 4)

(b) A(3, 0), B(0, –3)

(c) A(a, 0), B(2a, 3a)

সমাধান: (a) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

এখানে $(x_1, y_1) = (1, 5)$ ও $(x_2, y_2) = (2, 4)$

$\therefore$ A (1, 5) ও B(2, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$\frac{x - 1}{y - 5} = \frac{1 - 2}{5 - 4}$

বা, $\frac{x - 1}{y - 5} = \frac{-1}{1}$

বা, $x - 1 = -y + 5$

বা, $x - 1 + y - 5 = 0$

বা, $x + y - 6 = 0$

$\therefore y = -x + 6$ **(Ans.)**

(b) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

এখানে $(x_1, y_1) = (3, 0)$ এবং $(x_2, y_2) = (0, -3)$

$\therefore$ A (3, 0) ও B (0, –3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$\frac{x - 3}{y - 0} = \frac{3 - 0}{0 + 3}$

বা, $\frac{x - 3}{y} = 1$

$\therefore y = x - 3$ **(Ans.)**

(c) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

এখানে $(x_1, y_1) = (a, 0)$ এবং $(x_2, y_2) = (2a, 3a)$,

$\therefore$ A (a, 0) ও B (2a, 3a) বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ,

$\frac{x - a}{y - 0} = \frac{a - 2a}{0 - 3a}$

বা, $\frac{x - a}{y} = \frac{-a}{-3a}$

বা, $\frac{x - a}{y} = \frac{1}{3}$

বা, $3x - 3a = y$

$\therefore y = 3x - 3a$ **(Ans.)**

১২. নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেত্রে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) ঢাল 3 এবং y ছেদক –5

(b) ঢাল –3 এবং y ছেদক –5

(c) ঢাল 3 এবং y ছেদক 5

(d) ঢাল –3 এবং y ছেদক 5

উপরোক্ত চাররেখা একই সমতলে এঁকে দেখাও।

[এই রেখাসমূহের মাধ্যমে ঢাল বোঝা যাবে এবং y-অক্ষের ছেদকাংশের চিহ্নের জন্য রেখা কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।]

সমাধান:

(a) এখানে ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = -5$

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c$

$\therefore y = 3x - 5$ **(Ans.)**

(b) এখানে ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = -5$.

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c = -3x - 5$

$\therefore y = -3x - 5$ **(Ans.)**

(c) এখানে ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = 5$

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c = 3x + 5$

$\therefore y = 3x + 5$ **(Ans.)**

(d) এখানে, ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = 5$

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c = -3x + 5$

$\therefore y = -3x + 5$ **(Ans.)**

উপরোক্ত রেখা চারটি নিচে একই সমতলে আঁকা হলো।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(a) নং রেখার সমীকরণ $y = 3x - 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = \frac{5}{3}$] এবং

y-অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে [$x = 0$ বসিয়ে $y = -5$]

(b) নং রেখার সমীকরণ $y = -3x - 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = -\frac{5}{3}$] এবং

y-অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে [$x = 0$ বসিয়ে $y = -5$]

(c) নং রেখার সমীকরণ $y = 3x + 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = -\frac{5}{3}$] এবং

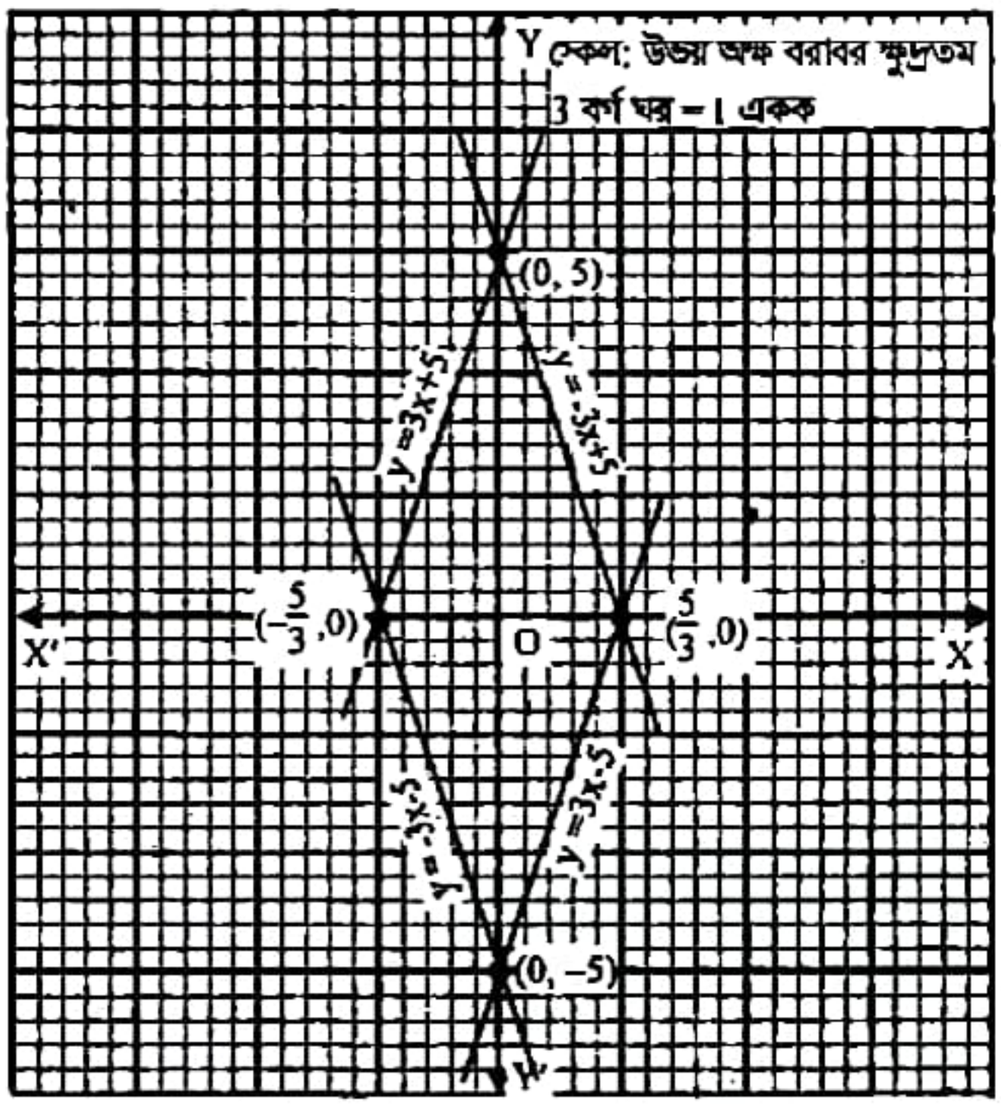
y-অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে [$x = 0$ বসিয়ে, $y = 5$]

(d) নং রেখার সমীকরণ $y = -3x + 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = \frac{5}{3}$] এবং

y-অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে। [$x = 0$ বসিয়ে, $y = 5$]

উপরিউক্ত চারটি সরলরেখা xy সমতলে দেখানো হলো:



১৩. নিম্নোক্ত রেখাসমূহ x অক্ষকে ও y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে নির্ণয় কর। তারপর রেখাসমূহ এঁকে দেখাও।

(a) $y = 3x - 3$

(b) $2y = 5x + 6$

(c) $3x - 2y - 4 = 0$

সমাধান:

(a) মনে করি, $y = 3x - 3$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

বা, $3x - 3 = 0$

$\therefore x = 1$

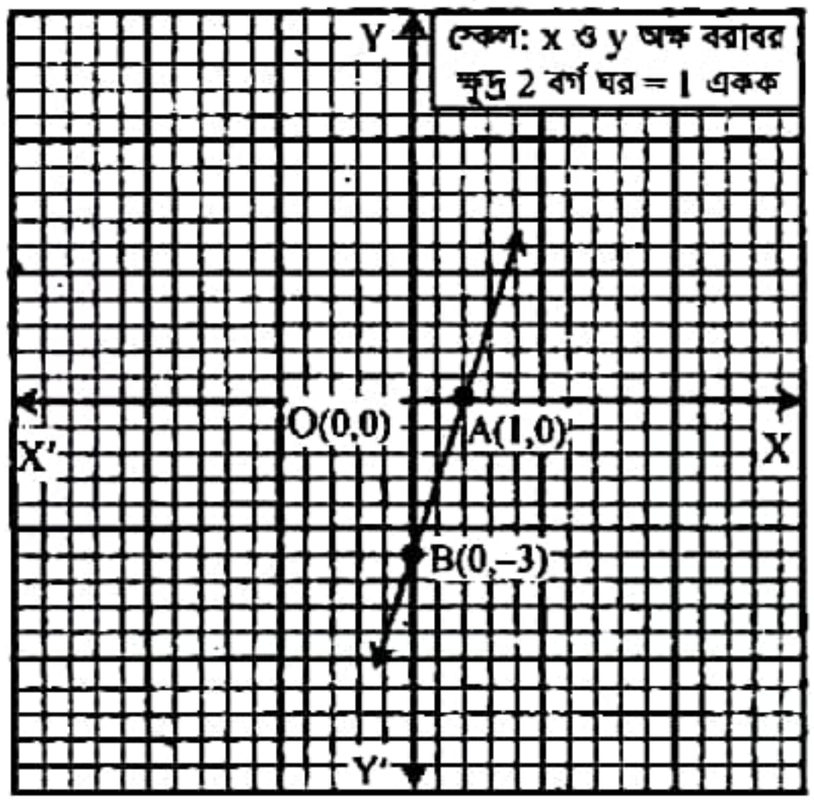
$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 0)$ (Ans.)

আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$\therefore y = 3.0 - 3 = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -3)$ (Ans.)

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



(b) মনে করি, $2y = 5x + 6$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

$\therefore 2.0 = 5x + 6$

বা, $5x = -6$

$\therefore x = -\frac{6}{5}$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{6}{5}, 0\right)$ (Ans.)

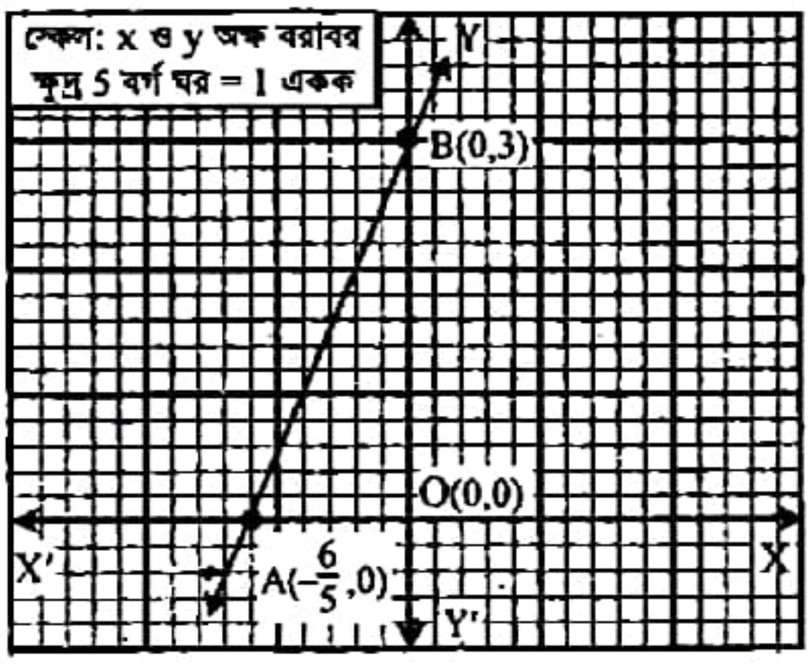
আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$\therefore 2y = 5.0 + 6$

$\therefore y = 3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 3)$ (Ans.)

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



(c) মনে করি, $3x - 2y - 4 = 0$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

$\therefore 3x - 2.0 - 4 = 0$

বা, $3x = 4$

$\therefore x = \frac{4}{3}$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ (Ans.)

আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$\therefore 3.0 - 2y - 4 = 0$

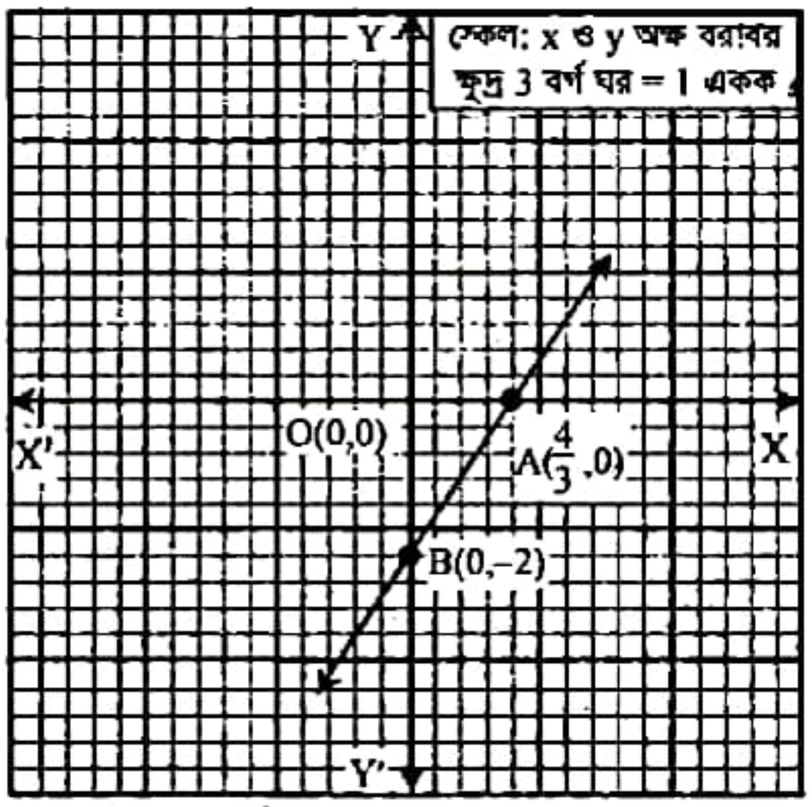
$\therefore y = -2$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -2)$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

১৪. (k, 0) বিন্দুগামী ও k ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ k এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। যদি রেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হয় তবে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: (k, 0) বিন্দুগামী ও k ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$(y - 0) = k(x - k)$ $[\because y - y_1 = m(x - x_1)]$

$\therefore y = k(x - k)$

যদি রেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হয়, তাহলে,

$6 = k(5 - k)$

বা, $6 = 5k - k^2$

বা, $k^2 - 5k + 6 = 0$

বা, $k^2 - 2k - 3k + 6 = 0$

বা, $k(k - 2) - 3(k - 2) = 0$

বা, $(k - 2)(k - 3) = 0$

$\therefore k = 2, 3.$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ, $y = k(x - k)$ এবং $k = 2, 3.$

১৫. $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। যদি রেখাটি (–2, 1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রথম অংশ: দেওয়া আছে, ঢাল $m = \frac{1}{k}$

নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (k^2, 2k)$

$\therefore$ রেখাটির সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$

বা, $y - 2k = \frac{x}{k} - k$

বা, $y = \frac{x}{k} - k + 2k$

$\therefore y = \frac{x}{k} + k$ **(Ans.)**

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে।]

দ্বিতীয় অংশ: $y = \frac{x}{k} + k$ রেখাটি (–2, 1) বিন্দুগামী

$\therefore 1 = \frac{-2}{k} + k$

বা, $1 = \frac{-2 + k^2}{k}$

বা, $k^2 - k - 2 = 0$

বা, $k^2 - 2k + k - 2 = 0$

বা, $k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$

বা, $(k - 2)(k + 1) = 0$

হয়, $k - 2 = 0$ অথবা, $k + 1 = 0$

$\therefore k = 2$ $\therefore k = -1$

$\therefore$ k এর সম্ভাব্য মান – 1, 2 **(Ans.)**

১৬. একটি রেখা A(–2, 3) বিন্দু দিয়ে যায় যার ঢাল $\frac{1}{2}$। আবার রেখাটি যদি (3, k) বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর মান কত?

সমাধান: A(–2, 3) বিন্দুগামী ও $\frac{1}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $(y - 3) = \frac{1}{2}(x + 2)$

বা, $y = \frac{x}{2} + 1 + 3$

$\therefore y = \frac{x}{2} + 4$

রেখাটি (3, k) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে,

$k = \frac{3}{2} + 4$

$\therefore k = \frac{11}{2}$

$\therefore$ k এর মান $\frac{11}{2}$ **(Ans.)**

১৭. 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x অক্ষকে C(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

(a) AB ও AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: A (–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং 3 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $(y - 6) = 3(x + 1)$ $[\because y - y_1 = m(x - x_1)]$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

$\therefore y = 3x + 9$

রেখাটি x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে B বিন্দুতে কোটি, $y = 0$

বা, $3x + 9 = 0$

$\therefore x = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–3, 0)

(a) AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-1+3}{6-0}$

$\left[\because (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}\right]$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{2}{6}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{1}{3}$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

$\therefore y = 3x + 9$ **(Ans.)**

এবং AC রেখার সমীকরণ, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-1-2}{6-0}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-3}{6}$

$\left[\because (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}\right]$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = -\frac{1}{2}$

বা, $y - 6 = -2x - 2$

$\therefore y = -2x + 4$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(b) ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0+0+12+18-0-0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 30$ বর্গ একক

$= 15$ বর্গ একক (Ans.)

১৮. দেখাও যে, $y - 2x + 4 = 0$ এবং $3y = 6x + 10$ রেখাদ্বয় পরস্পর ছেদ করে না। রেখাদ্বয়ের চিত্র এঁকে ব্যাখ্যা কর কেন সমীকরণ দুইটির সমাধান নাই।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ $y - 2x + 4 = 0$

বা, $y = 2x - 4$ ..... (i)

এবং $3y = 6x + 10$

বা, $y = 2x + \frac{10}{3}$ ..... (ii)

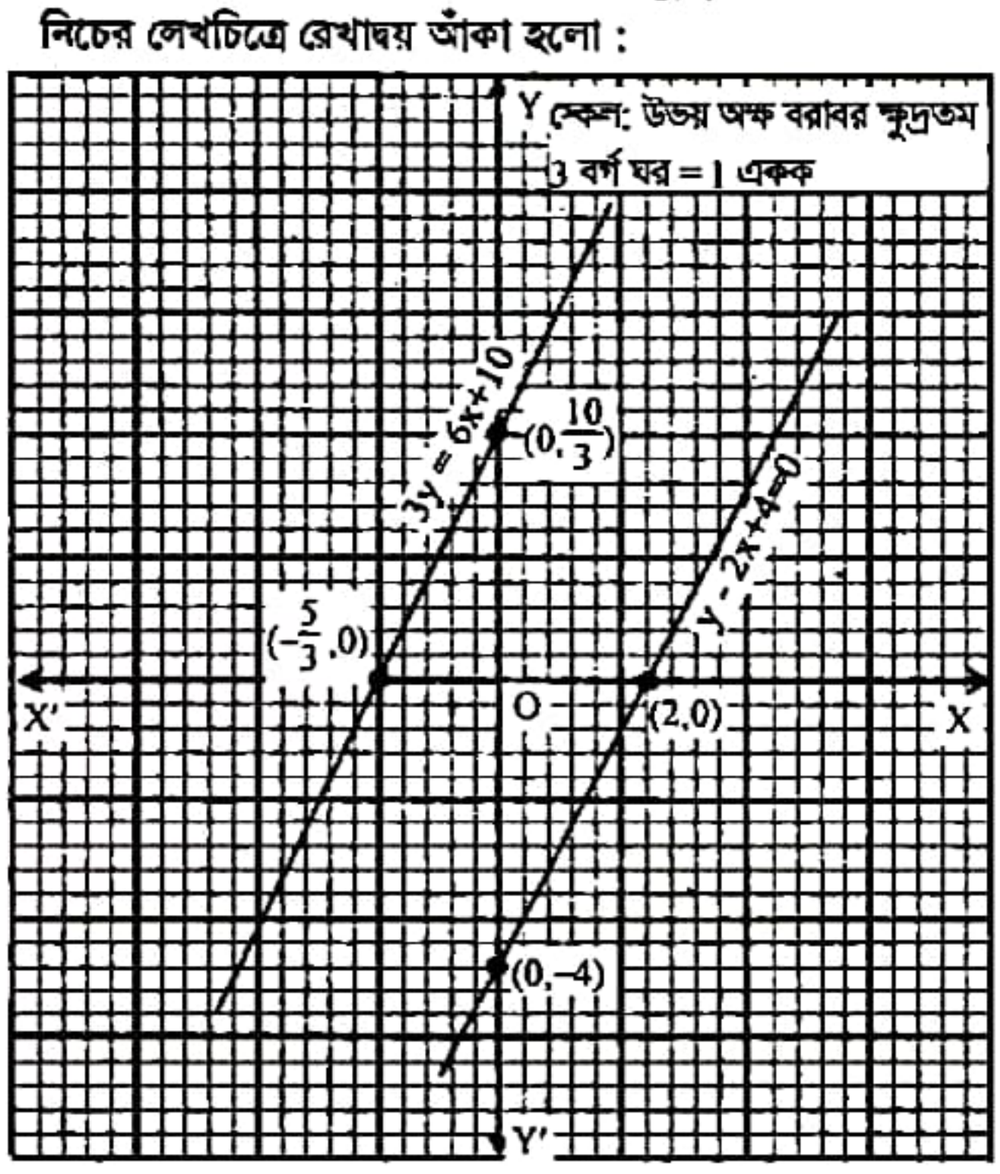
যেহেতু (i) ও (ii) উভয় রেখার ঢাল $m_1 = m_2 = 2$ এবং y অক্ষের কর্তিত অংশ যথাক্রমে -4 ও $\frac{10}{3}$ অসমান। সুতরাং রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল এবং পরস্পর ছেদ করে না।

(i) নং রেখা x-অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে] এবং y-অক্ষকে (0, – 4) বিন্দুতে ছেদ করে [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে]

আবার, (ii) নং রেখা x-অক্ষকে $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে এবং [(2) নং এ $y = 0$ বসিয়ে এবং y-অক্ষকে $\left(0, \frac{10}{3}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

[(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে]

নিচের লেখচিত্রে রেখাদ্বয় আঁকা হলো :



সুতরাং উপরিউক্ত চিত্র দেখা যাচ্ছে যে, রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল অর্থাৎ তাদের কোনো ছেদবিন্দু নেই। তাই প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নেই।

১৯. $y = x + 5$, $y = -x + 5$ এবং $y = 2$ সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে। ত্রিভুজটির চিত্র আঁক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাত্রয়

$y = x + 5$ ..... (i)

$y = -x + 5$ ..... (ii)

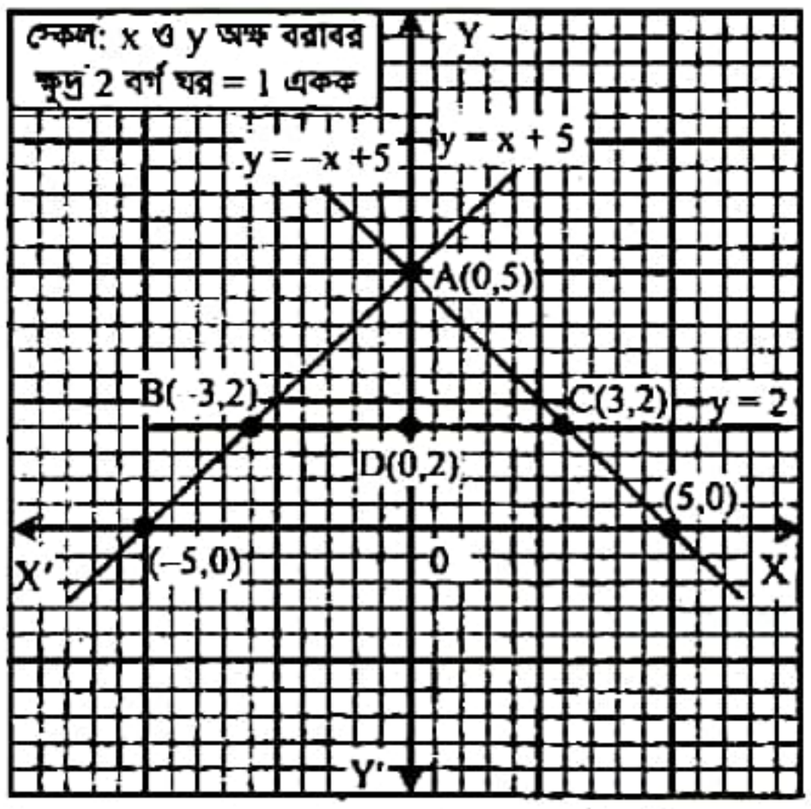
$y = 2$ ..... (iii)

(i) নং রেখা x অক্ষকে (–5, 0) বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = -5$] এবং y-অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে। [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = 5$]

(ii) নং রেখা x অক্ষকে (5, 0) বিন্দুতে [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = 5$] এবং y- অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে [(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে $y = 5$]

(iii) নং রেখা $y = 2$ হলো x-অক্ষের সমান্তরাল রেখা যা y-অক্ষকে (0, 2) বিন্দুতে ছেদ করে।

উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে রেখাগুলো গ্রাফ কাগজে আঁকা হলো:



চিত্র থেকে (i), (ii) ও (iii) নং রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ ABC যার A(0, 5), B(–3, 2), C(3, 2) এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 2)

এখন ΔABC এর ভূমি

$BC = BD + DC = 3 + 3 = 6$ একক।

[∵ B ও C বিন্দু y অক্ষ হতে বামে ও ডানে 3 একক করে দূরত্বে অবস্থিত।]

উচ্চতা $AD = OA - OD = 5 - 2 = 3$ একক।

[∵ A ও D বিন্দুদ্বয় মূলবিন্দু (i) হতে যথাক্রমে 5 ও 2 অক্ষ দূরত্বে অবস্থিত।]

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক (Ans.)

বিকল্প সমাধান: প্রদত্ত (i) ও (ii) সমাধান করে পাই, A(0, 5)

(i) ও (iii) সমাধান করে পাই, B(–3, 2) এবং

(ii) ও (iii) সমাধান করে পাই, C(3, 2)

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= = \frac{1}{2}(0 - 6 + 15 + 15 - 6 - 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 18$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক (Ans.)

২০. $y = 3x + 4$ এবং $3x + y = 10$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। রেখাদ্বয়ের চিত্র আঁক এবং x অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ-

$y = 3x + 4$

বা, $3x - y + 4 = 0$ ..... (i)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এবং $3x + y = 10$

বা, $3x + y - 10 = 0$ ..... (ii)

প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে (i) ও (ii) নং সমীকরণের সমাধান।

(i) ও (ii) নং সমীকরণ জোটে বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{10-4} = \frac{y}{12+30} = \frac{1}{3+3}$$

বা, $\frac{x}{6} = \frac{y}{42} = \frac{1}{6}$

$\therefore \frac{x}{6} = \frac{1}{6}$ বা, $x = 1$

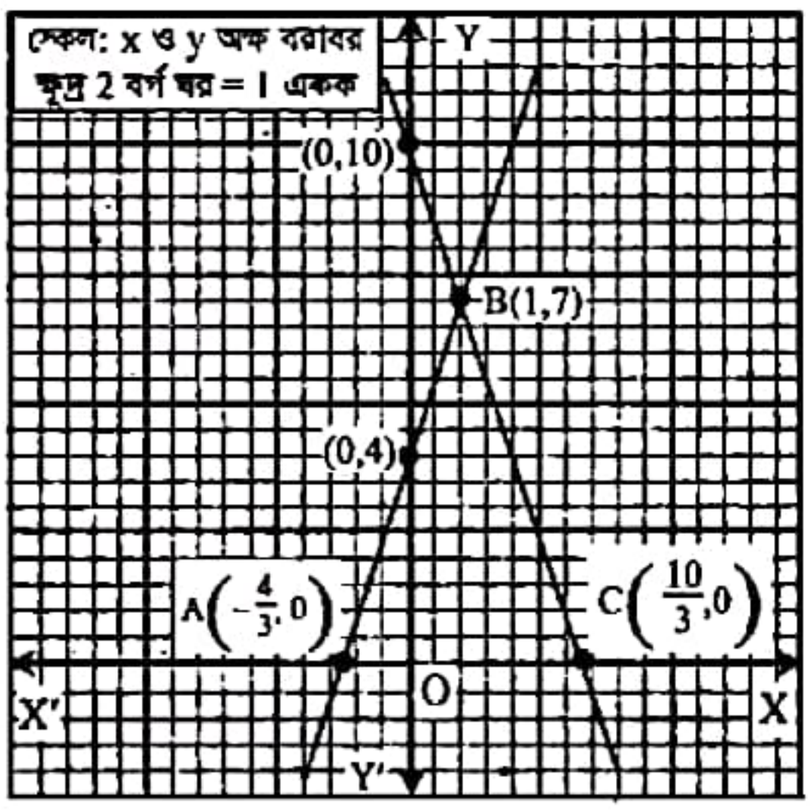
এবং $\frac{y}{42} = \frac{1}{6}$ বা, $y = 7$

$\therefore$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 7)

(i) নং রেখার উপর একটি বিন্দু (1, 7) এবং অপর একটি বিন্দু $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে]

(ii) নং রেখার উপর একটি বিন্দু (1, 7) এবং অপর একটি বিন্দু $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে]

এখন প্রাপ্ত বিন্দুগুলো গ্রাফ কাগজে বসিয়ে ত্রিভুজটি আঁকি।



ABC ত্রিভুজের ভূমি $AC = \sqrt{\left(-\frac{4}{3} - \frac{10}{3}\right)^2 + (0-0)^2}$ একক

$= \sqrt{\left(-\frac{14}{3}\right)^2}$ একক $= \frac{14}{3}$ একক, উচ্চতা = 7 একক

[$\because$ ভূমি x অক্ষের উপর এবং ভূমি হতে বিপরীত শীর্ষের দূরত্ব 7 একক।]

$\therefore \Delta ABC$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{14}{3} \times 7$ বর্গ একক $= \frac{49}{3}$ বর্গ একক

$= 16\frac{1}{3}$ বর্গ একক (Ans.)

২১. প্রমাণ কর যে, $2y - x = 2$, $y + x = 7$ এবং $y = 2x - 5$ রেখা তিনটি সমবিন্দু (Concurrent) অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাত্রয় $2y - x = 2$

বা, $-x + 2y - 2 = 0$ ..... (i)

ও $y + x = 7$

বা, $x + y - 7 = 0$ ..... (ii)

এবং $y = 2x - 5$

বা, $2x - y - 5 = 0$ ..... (iii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-14+2} = \frac{y}{-2-7} = \frac{1}{-1-2}$$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

সুতরাং $\frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$

বা, $x = \frac{-12}{-3}$

$\therefore x = 4$

এবং $\frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

বা, $y = \frac{-9}{-3}$

$\therefore y = 3$

$\therefore$ (i) ও (ii) নং রেখার ছেদ বিন্দু $(x, y) = (4, 3)$

আবার, (ii) ও (iii) নং সমীকরণে আড় গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-5-7} = \frac{y}{-14+5} = \frac{1}{-1-2}$$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

সুতরাং $\frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$

বা, $x = \frac{-12}{-3} = 4$

$\therefore x = 4$

এবং $\frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

বা, $y = \frac{-9}{-3} = 3$

$\therefore y = 3$

$\therefore$ (ii) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু, $(x, y) = (4, 3)$

অর্থাৎ (i), (ii) ও (iii) নং রেখা (4, 3) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$\therefore$ রেখা তিনটি সমবিন্দু (Concurrent)

অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান:

প্রদত্ত রেখাত্রয় $2y - x = 2$

বা, $-x + 2y - 2 = 0$ ..... (i)

ও $y + x = 7$

বা, $x + y - 7 = 0$ ..... (ii)

এবং $y = 2x - 5$

বা, $2x - y - 5 = 0$ ..... (iii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-14+2} = \frac{y}{-2-7} = \frac{1}{-1-2}$$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

সুতরাং $\frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$

বা, $x = \frac{-12}{-3} = 4$

$\therefore x = 4$

এবং $\frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

বা, $y = \frac{-9}{-3} = 3$

$\therefore y = 3$

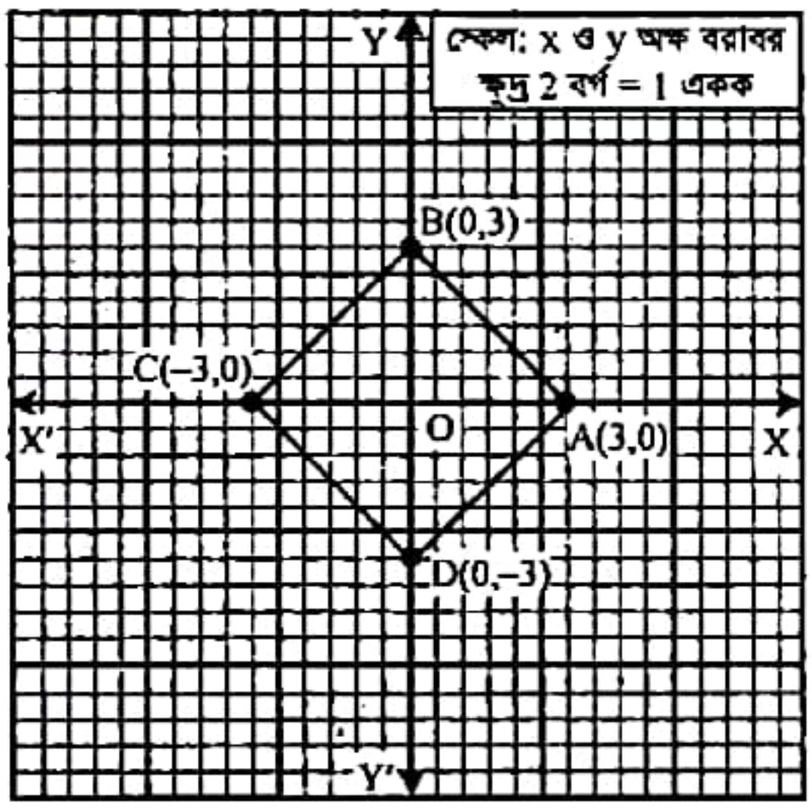
www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ (i) ও (ii) নং রেখার ছেদ বিন্দু (x, y) = (4, 3)
প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে (4, 3) বিন্দু দ্বারা (iii) নং সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।
সুতরাং (iii) নং এর বামপক্ষ = 2.4 – 3 – 5
= 8 – 8 = 0
সুতরাং প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। **(প্রমাণিত)**

২২. y = x + 3, y = x – 3, y = – x + 3 এবং y = – x – 3 একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে। চতুর্ভুজটি আঁক এবং ক্ষেত্রফল তিনটি ভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাসমূহ -
y = x + 3 ..... (i)
y = x – 3 .....(ii)
y = – x + 3.....(iii)
y = – x – 3.....(iv)
(i) নং রেখা x-অক্ষকে (–3, 0) বিন্দুতে [(i) নং এ y = 0 বসিয়ে x = –3] এবং y-অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে [(i) নং এ x = 0 বসিয়ে, y = 3]
(ii) নং রেখা x-অক্ষকে (3, 0) বিন্দুতে [(ii) নং এ y = 0 বসিয়ে x = 3] এবং y-অক্ষকে (0, –3) বিন্দুতে ছেদ করে
[(ii) নং এ x = 0 বসিয়ে, y = –3]
(iii) নং রেখা x-অক্ষকে (3, 0) বিন্দুতে
[(iii) নং এ y = 0 বসিয়ে x = 3]
এবং y-অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে
[(iii) নং এ x = 0 বসিয়ে, y = 3]
(iv) নং রেখা x-অক্ষকে (–3, 0) বিন্দুতে [(iv) নং এ y = 0 বসিয়ে x = –3] এবং y-অক্ষকে (0, –3) বিন্দুতে ছেদ করে [(iv) নং এ x = 0 বসিয়ে, y = – 3]
এখন প্রাপ্ত তথ্যানুযায়ী (i), (ii), (iii) ও (iv) নং রেখাকে গ্রাফ কাগজে অঙ্কন করি।



চিত্র হতে পাই,
উৎপন্ন চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো A(3, 0), B(0, 3), C(–3, 0) এবং D(0, –3)
চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়:
প্রথম পদ্ধতি: ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ A(3, 0), B(0, 3) এবং C(–3, 0) ও D(0, –3)
AC কর্ণ ABCD চতুর্ভুজটিকে দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্র ΔABC ও ΔACD এ বিভক্ত করে।
এখন, $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক
$= 3\sqrt{2}$ একক
$BC = \sqrt{(0+3)^2 + (3-0)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক $= 3\sqrt{2}$ একক
$CD = \sqrt{(-3-0)^2 + (0+3)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক $= 3\sqrt{2}$ একক
$AD = \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক $= 3\sqrt{2}$ একক
এবং $AC = \sqrt{(3+3)^2 + (0+0)^2}$ একক $= \sqrt{6^2}$ একক $= 6$ একক
∴ ΔABC এর পরিসীমা = AB + BC + CA = $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6$
$= 6\sqrt{2} + 6 = 6(\sqrt{2} + 1)$ একক
∴ ΔABC এর অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{6(\sqrt{2}+1)}{2}$ একক
$= 3(\sqrt{2} + 1)$ একক
এবং ΔACD এর পরিসীমা = AC + CD + DA
$= 6 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
$= 6(\sqrt{2} + 1)$ একক
∴ ΔACD এর অর্ধপরিসীমা $= \frac{6(\sqrt{2}+1)}{2}$ একক $= 3(\sqrt{2} + 1)$ একক
∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-AC)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)\{3(\sqrt{2}+1)-3\sqrt{2}\}\{3(\sqrt{2}+1)-3\sqrt{2}\}\{3(\sqrt{2}+1)-6\}}$ বর্গ একক
$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+3-6)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)(3)(3)(3\sqrt{2}-3)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)\,9\,(3\sqrt{2}-3)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1).\,9.3(\sqrt{2}-1)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{81(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{81\{(\sqrt{2})^2 - 1^2\}}$ বর্গ একক
$= \sqrt{81(2-1)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{81}$ বর্গ একক
= 9 বর্গ একক
অনুরূপভাবে ΔACD এর ক্ষেত্রফল = 9 বর্গ একক
∴ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল
= Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + Δ- ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল
= (9 + 9) বর্গ একক = 18 বর্গ একক
দ্বিতীয় পদ্ধতি: প্রথম পদ্ধতি হতে পাই ABCD চতুর্ভুজের বাহু
AB = BC = CA = DA = $3\sqrt{2}$ একক
এবং কর্ণ AC = 6 একক
আবার, কর্ণ $BD = \sqrt{(0-0)^2 + (3+3)^2}$ একক
$= \sqrt{6^2}$ একক = 6 একক
যেহেতু ABCD চতুর্ভুজের সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD
∴ ABCD চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র যার বাহুর দৈর্ঘ্য AB = $3\sqrt{2}$ একক
∴ ABCD চতুর্ভুজ (বর্গক্ষেত্র) এর ক্ষেত্রফল = $(3\sqrt{2})^2$ বর্গ একক
$= 9 \times 2$ বর্গ একক
= 18 বর্গ একক
তৃতীয় পদ্ধতি: ABCD চতুর্ভুজের বিন্দুসমূহ A(3, 0), B(0, 3), C(–3, 0) এবং D(0, – 3)
বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল-
$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(9 + 0 + 9 + 0 - 0 + 9 + 0 + 9)$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2} \times 36$ বর্গ একক = 18 বর্গ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

২৩. দেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$

ক. প্রদত্ত রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর।

খ. অক্ষদ্বয়ের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি 5 একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলো যার শীর্ষ মূলবিন্দুর উপরে। ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$

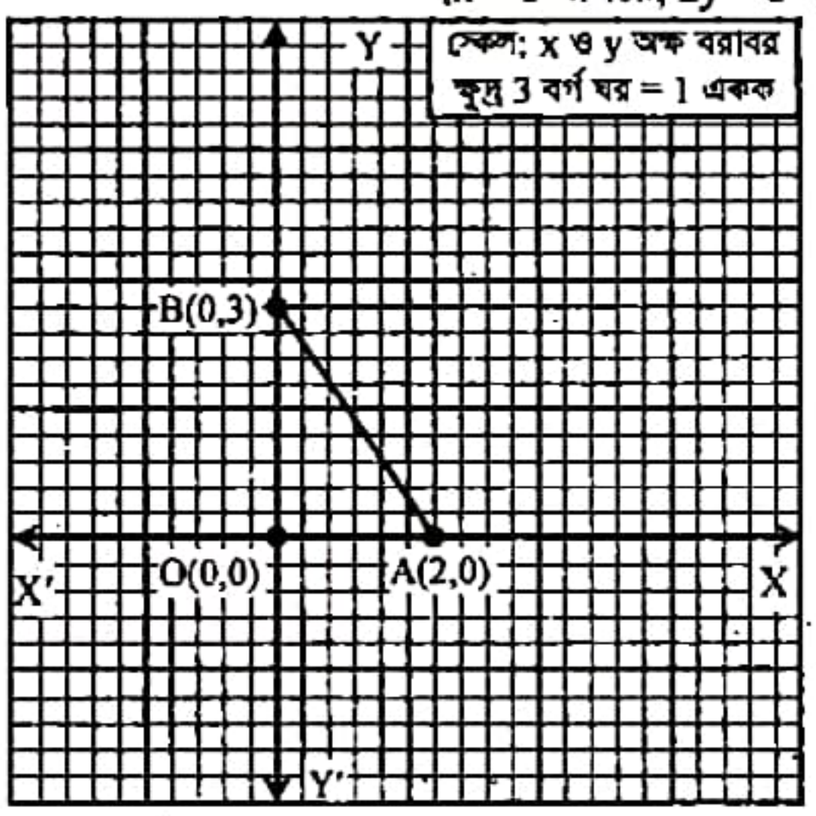
প্রদত্ত রেখাটি x-অক্ষকে A(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

[$y = 0$ বসিয়ে $3x = 6$ বা, $x = 2$]

এবং y-অক্ষকে B(0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

[$x = 0$ বসিয়ে, $2y = 6$ বা, $y = 3$]

খ



অক্ষদ্বয় দ্বারা খন্ডিত অংশের পরিমাণ হলো A(2, 0) ও B(0, 3) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব AB

এখন, $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (0-3)^2}$ একক

$= \sqrt{4+9}$ একক $= \sqrt{13}$ একক

অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O কে মূলবিন্দু ধরে রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তা হলো OAB যা একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

OAB সমকোণী ত্রিভুজটির ভূমি, $OA = 2$ একক

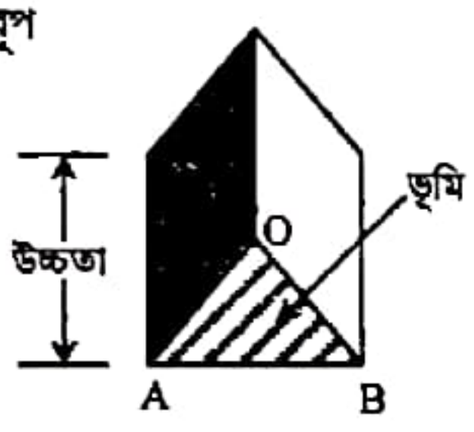
এবং লম্ব, $OB = 3$ একক

$\therefore$ OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OA \times OB$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3$ বর্গ একক

$= 3$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি 5 একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলে তা হবে একটি প্রিজম। যার চিত্র নিম্নরূপ



এবং এর ভূমির ক্ষেত্রফল = ΔOAB এর ক্ষেত্রফল = 3 বর্গ একক

এবং ভূমির পরিসীমা = ΔOAB এর পরিসীমা $= 2 + 3 + \sqrt{13}$ একক

$\therefore$ প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্ব তলগুলোর ক্ষেত্রফল $= 2 \times 3 +$ ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

$= 2 \times 3 + (5 + \sqrt{13}) \times 5$ বর্গ একক

$= 6 + 25 + 5\sqrt{13}$ বর্গ একক

$= 31 + 5\sqrt{13}$ বর্গ একক **(Ans.)**

এবং ঘনবস্তুটির আয়তন = প্রিজমের আয়তন

= প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

= ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= 3 \times 5$ ঘন একক

= 15 ঘন একক **(Ans.)**

২৪. দেওয়া আছে, A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$) বিন্দুগামী রেখার ঢাল $= -1$

ক. দেখাও যে, a এর দুটি মান রয়েছে।

খ. a এর মানদ্বয়ের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায়, ধর তারা P, Q, R ও S. PQRS-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তাকার? এ ব্যাপারে তোমার মতামত যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বিন্দুদ্বয় A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$)

এবং A ও B বিন্দুগামী রেখার ঢাল $= -1$।

এখন, AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{a^2 - 1 - 4a}{5 - 1}$

$= \frac{a^2 - 4a - 1}{4}$

প্রশ্নমতে, $\frac{a^2 - 4a - 1}{4} = -1$

বা, $a^2 - 4a - 1 = -4$

বা, $a^2 - 4a - 1 + 4 = 0$

$\therefore a^2 - 4a + 3 = 0$

যেহেতু প্রাপ্ত সমীকরণটির চলক a এবং ঘাত 2। সুতরাং a এর দুটি মান আছে। আবার, যেহেতু বামপক্ষ পূর্ণবর্গ রাশি নয় সেহেতু a এর মানদ্বয় ভিন্ন হবে।

খ $a^2 - 4a + 3 = 0$ ['ক' হতে]

বা, $a^2 - 3a - a + 3 = 0$

বা, $a(a-3) - 1(a-3) = 0$

বা, $(a-3)(a-1) = 0$

হয়, $a - 3 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

$\therefore a = 3$ অথবা, $a = 1$

a এর মান 3 হলে বিন্দুগুলো (1, 4 × 3) এবং ($5, 3^2 - 1$)

অর্থাৎ (1, 12) এবং (5, 8)

এবং a এর মান 1 হলে বিন্দুগুলো (1, 4 × 1) এবং ($5, 1^2 - 1$)

অর্থাৎ (1, 4) এবং (5, 0)

তাহলে বিন্দুগুলো P(5, 0), Q(5, 8), R(1, 12) এবং S(1, 4)

এখন, বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র PQRS এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 8 & 12 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(40 + 60 + 4 + 0 - 0 - 8 - 12 - 20)$ বর্গ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= \frac{1}{2}(104 - 40)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(64)$ বর্গ একক

$= 32$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ PQRS চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো P(5, 0), Q(5, 8), R(1, 12) এবং S(1, 4)

এখন, $PQ = \sqrt{(5-5)^2 + (0-8)^2}$ একক

$= \sqrt{0 + (-8)^2}$ একক

$= 8$ একক

$QR = \sqrt{(5-1)^2 + (8-12)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + (-4)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

$RS = \sqrt{(1-1)^2 + (12-4)^2}$ একক

$= \sqrt{0 + (8)^2}$ একক

$= 8$ একক

$SP = \sqrt{(1-5)^2 + (4-0)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

এবং কর্ণ, $PR = \sqrt{(5-1)^2 + (0-12)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + (-12)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 144}$ একক

$= \sqrt{160}$ একক $= 4\sqrt{10}$ একক

এবং কর্ণ, $QS = \sqrt{(5-1)^2 + (8-4)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

এখানে, PQRS চতুর্ভুজটির

PQ = বিপরীত বাহু RS = 8 একক

এবং QR = বিপরীত বাহু SP = $4\sqrt{2}$ একক

কিন্তু কর্ণ PR ≠ কর্ণ QS

সুতরাং PQRS চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.৫ সরলরেখার সমীকরণ | Text পৃষ্ঠা-২৪৮

- একটি সরলরেখা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ দিয়ে অতিক্রম করলে কার্তেসীয় সমীকরণ হবে, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
- উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx + c$ এখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y অক্ষের ছেদকাংশ। আবার y অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $x = a$।
- একইভাবে x অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ, y অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $y = b$।
- x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ $x = 0$.

১. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ এবং AB ও BC এর ঢালদ্বয় m_1 ও m_2 হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $m_1 = m_2$ খ $m_1 \neq m_2$ গ $\frac{m_1}{m_2} = 1$ ঘ $m_1 m_2 = -1$ **ক**

২. A(3, 4) ও B(6,7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $x = y + 1$ খ $y = x - 1$

গ $y = x + 1$ ঘ $x = 1 - y$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ বা, $\frac{y-7}{x-6} = \frac{7-4}{6-3} = \frac{3}{3} = 1$

বা, $y - 7 = x - 6$ $\therefore y = x + 1$

৩. (2, 3) বিন্দুগামী কোনো সরলরেখার ঢাল m হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

ক $y - 3 = m(x - 2)$ খ $m(y - 3) = x - 2$

গ $y - 3 = \frac{1}{m}(x - 2)$ ঘ $3 - 2 = m(y - x)$ **ক**

৪. উল্লম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $y + c = mx$ খ $y = mx + c$

গ $x = my + c$ ঘ $x + c = my$ **খ**

৫. $y = 2x + 1$ রেখার ঢাল কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 5 **গ**

ব্যাখ্যা: $y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে।

৬. $y = 3x + 4$ এবং $y + \frac{x}{3} - 2 = 0$ সমীকরণে ঢালদ্বয়ের গুণফল কত? (মধ্যম) [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

ক -2 খ -1 গ 2 ঘ 3 **গ**

ব্যাখ্যা: $y = 3x + 4$ বা, $m_1 = 3$

এবং $y + \frac{x}{3} - 2 = 0$ বা, $y = -\frac{x}{3} + 2$ বা, $m_2 = -\frac{1}{3}$

$\therefore m_1 m_2 = 3 \times (-\frac{1}{3}) = -1$.

৭. $y = 2x + 1$ রেখার ঢালের দ্বিগুণ ঢালবিশিষ্ট সরল রেখার সমীকরণ কোনটি? (সহজ)

ক $y - 4x = 1$ খ $y + x = 1$

গ $x + y = -1$ ঘ $y = mx$ **ক**

ব্যাখ্যা: এখানে, $y = 2x + 1$ বা, $m_1 = 2$

আবার, $y - 4x = 1$ বা, $y = 4x + 1$ বা, $m_2 = 4$

৮. কোনো রেখার যে কোনো বিন্দুতে কোটি = 2 হলে রেখাটির সমীকরণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $x = -2$ খ $y = 2$ গ $x - 2 = 0$ ঘ $y = -2$ **খ**

ব্যাখ্যা: রেখাটি x-অক্ষের সমান্তরালে, x-অক্ষের উপরের দিকে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত।

৯. y-অক্ষের সমান্তরাল এবং বামে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত কোনো সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $y = -2$ খ $x = -2$ গ $y = 2$ ঘ $x = 2$ **খ**

১০. সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x - y + 1 = 0$ খ $x^2 + 2x + 1 = 0$

গ $x + y^2 + 1 = 0$ ঘ $x^2 + y^2 + 3 = 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: দুই চলকের একঘাতিক সমীকরণ হচ্ছে সরলরেখার সমীকরণ।

১১. $y - 4x = 0$ রেখাটি দ্বারা y অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের পরিমাণ? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $y = 4x + 0$ সমীকরণকে $y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই $c = 0$; c হচ্ছে y-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য।

১২. $3x - 2y - 4 = 0$ সরল রেখার ঢাল কত? (সহজ)

ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{3}{2}$ গ 2 ঘ 3 **খ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১৩. A(–2, 3) বিন্দুগামী ও $\frac{1}{2}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

ক $2y = 5x + 6$ খ $x + y = 1$
গ $x - 2y + 8 = 0$ ঘ $4x + 3 = y$ **গ**

ব্যাখ্যা: $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 2)$ বা, $2y - 6 = x + 2$ বা, $x - 2y + 8 = 0$

১৪. $y = x + 1$ সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে? (মধ্যম)

ক 45 খ 90 গ 130 ঘ 160 **ক**

১৫. x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x = a$ খ $y = b$ গ $x = 0$ ঘ $y = 0$ **খ**

১৬. y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x = a$ খ $y = b$ গ $x = 0$ ঘ $y = 0$ **ক**

১৭. $x = 0$, $y = 0$ এবং $y = 2x + 4$ সরলরেখা দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক 2 খ 4 গ 8 ঘ –18 **খ**

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ বর্গ একক।

১৮. y-অক্ষের সমান্তরাল ও ধনাত্মক দিকে 5 একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ কী? (সহজ)

ক $y = 5$ খ $y = -5$ গ $x = 5$ ঘ $x = -5$ **গ**

১৯. x–অক্ষের সমান্তরাল ও ধনাত্মক দিকে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x = 2$ খ $x = -2$
গ $y = 2$ ঘ $y = -2$ **গ**

২০. x-অক্ষের সমীকরণ নীচের কোনটি? (সহজ)

ক $y = 0$ খ $x + y = 0$ গ $x = 0$ ঘ $x - y = 0$ **ক**

২১. y-অক্ষের সমীকরণ নীচের কোনটি? (সহজ)

ক $y = 0$ খ $x + y = 0$ গ $x = 0$ ঘ $x - y = 0$ **গ**

২২. $m < 0$ হলে x- অক্ষের সাথে $y = mx + c$ রেখা দ্বারা উৎপন্ন কোণটি কী ধরনের? (মধ্যম)

ক সূক্ষ্মকোণ খ স্থূলকোণ গ সমকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ **খ**

ব্যাখ্যা : m ঋণাত্মক অর্থাৎ $\tan\theta < 0$ বলে, $\theta > 90°$

২৩. মূলবিন্দুগামী একটি সরলরেখার ঢাল 3 হলে এর সমীকরণ কী? (সহজ)

ক $x = 3y$ খ $y = 3x$ গ $y = 3x + c$ ঘ $x + y = 1$ **খ**

২৪. $3y - 2x - 3 = 0$ রেখাটির ঢাল কত? (মধ্যম)

ক $\frac{3}{2}$ খ 1 গ $\frac{2}{3}$ ঘ –1 **গ**

ব্যাখ্যা : $3y - 2x - 3 = 0$; $3y = 2x + 3$

$y = \frac{2}{3}x + 1$ $\therefore$ ঢাল $= \frac{2}{3}$

২৫. A (–1, 3) এবং B (5, 15) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $2x = y + 5$ খ $y - 2x + 5 = 0$
গ $y = 2x + 5$ ঘ $x = 2y + 5$ **গ**

ব্যাখ্যা : $\frac{y-3}{x+1} = \frac{3-15}{-1-5} = 2$ বা, $y - 3 = 2x + 2$ বা, $y = 2x + 5$

২৬. x-অক্ষের সমান্তরাল ও ঋণাত্মক দিকে b একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x = b$ খ $x = -b$ গ $y = b$ ঘ $y = -b$ **ঘ**

২৭. নিচের কোনটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ? (মধ্যম)

ক $2x = 3y - 2$ খ $x = 2y$
গ $x + y = 1$ ঘ $y = \frac{x}{2} - 1$ **খ**

ব্যাখ্যা: মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx$ এখানে $x = 2y \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$

২৮. $4y - 8x + 12 = 0$ সরলরেখাটি y-অক্ষ হতে কত একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে? (কঠিন)

ক –3 খ –1 গ 3 ঘ 5 **গ**

ব্যাখ্যা : $4y - 8x + 12 = 0$ বা, $4y = 8x - 12$
বা, $y = 2x - 3$ $y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $c = -3$
$\therefore$ রেখাটি y-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে 3 একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে।

২৯. $3x - 2y - 9 = 0$ সরলরেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কত? (কঠিন) [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

ক (–3, 0) খ (0, –3) গ (0, 3) ঘ (3, 0) **ঘ**

ব্যাখ্যা: রেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার
y স্থানাঙ্ক $= 0$ $\therefore 3x - 2 \times 0 - 9 = 0$ বা, $3x = 9$
$\therefore x = 3$ $\therefore$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3,0)

৩০. $4x + y - 4 = 0$ সরলরেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কত? (কঠিন)

ক (0, –4) খ (0, 4) গ (–4, 0) ঘ (4, 0) **খ**

ব্যাখ্যা : রেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার x স্থানাঙ্ক $= 0$
$\therefore 4 \times 0 + y - 4 = 0$
বা, $y - 4 = 0$ বা, $y = 4$
$\therefore$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4)

৩১. (–2, –3) বিন্দুগামী ও 3 ঢাল বিশিষ্ট রেখার—

i. সমীকরণ $y + 3 = 3(x + 2)$
ii. সমীকরণ $3x - y + 3 = 0$
iii. y-অক্ষ হতে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য 3 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩২. $y - 2x + 4 = 0$ এবং $3y = 6x + 10$ রেখাদ্বয়ের —

i. সমাধান নাই।
ii. রেখাদ্বয়ের ঢাল সমান।
iii. ১ম রেখাটি (0, –4) বিন্দু দিয়ে যায়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৩. $x + y = 2$ সরলরেখাটি —

i. x-অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।
ii. y-অক্ষকে (0, 2) বিন্দুতে ছেদ করে।
iii. x-অক্ষ ও y-অক্ষ হতে কর্তিত দৈর্ঘ্যের অন্তর শূন্য (০)।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৪. (3, 4) ও (6, 7) বিন্দুগামী রেখার—

i. ঢাল $= 1$
ii. সমীকরণ $y = x + 1$
iii. সাথে x-অক্ষের ছেদবিন্দু (–1, 0)

নিচের কোনটি সঠিক ?(মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৫.

A(–2,0) 0(0,0) B(2,0)

চিত্র হতে—

i. AB সরলরেখার সমীকরণ $y = 0$.
ii. AB সরলরেখার ঢাল শূন্য (০)।
iii. O, A ও B এর মধ্যবিন্দু।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৬. $y = 3x + 3$ সরলরেখা—

i. x-অক্ষকে (–1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে
ii. y-অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে
iii. মূলবিন্দুগামী

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৭. $y = 5x$ সরলরেখা—

i. মূলবিন্দুগামী

ii. x-অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে

iii. দ্বারা y-অক্ষের ছেদকাংশ $c = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৩৮. $x + y = 3$ সরলরেখা—

i. দ্বারা x-অক্ষের ছেদকাংশ $c = 3$

ii. দ্বারা y-অক্ষের ছেদকাংশ $c = 3$

iii. অক্ষদ্বয়ের সাথে 3 একক লম্ব ও ভূমি বিশিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৯-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

AB একটি সরলরেখার সমীকরণ $y = 2x + 6$.

৩৯. AB সরলরেখার ঢাল কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ –4 **গ**

৪০. AB রেখা দ্বারা y-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক 2 খ 6 গ 7 ঘ 10 **খ**

৪১. রেখাটি x ও y অক্ষকে নিচের কোন কোন বিন্দুতে ছেদ করে? (মধ্যম)

ক (–3, 0), (0, 6) খ (3, 0), (0, –6)

গ (2, 2), (0, 4) ঘ (–3, 2), (2, – 6) **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A (3, 4) ও B(6, 7) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

৪২. AB সরলরেখার ঢাল m এর মান কত? (মধ্যম)

ক –2 খ –1 গ 1 ঘ 3 **গ**

ব্যাখ্যা : ঢাল, $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4 - 7}{3 - 6} = \frac{-3}{-3} = 1$

৪৩. AB সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $x = y + 1$ খ $y = x + 1$

গ $x + y = 1$ ঘ $x + y + 1 = 0$ **খ**

ব্যাখ্যা : AB রেখার সমীকরণ: $y - 4 = 1(x - 3)$

বা, $y - 4 = x - 3$ বা, $y = x + 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৪-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার ঢাল 3 এবং রেখাটি (–2, –3) বিন্দুগামী।

৪৪. সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কী কোণ তৈরি করে? (সহজ)

ক সূক্ষ্মকোণ খ স্থূলকোণ গ সমকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ **ক**

ব্যাখ্যা : ঢাল ধনাত্মক বলে।

৪৫. সরলরেখাটির সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $y = x + 1$ খ $y = 3x - 3$

গ $y = 3(x + 1)$ ঘ $3y - x = 1$ **গ**

ব্যাখ্যা : সরলরেখাটির সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-3) = 3\{x - (-2)\}$ বা, $y + 3 = 3(x + 2)$

বা, $y + 3 = 3x + 6$ বা, $y = 3x + 6 - 3 = 3x + 3$

$\therefore y = 3(x + 1)$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৬-৪৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = 3x + 3$ সরলরেখাটি কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু P (t, 4) দিয়ে যায়। সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

৪৬. P বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? (মধ্যম)

ক $\left(\frac{1}{4}, 3\right)$ খ $\left(\frac{1}{3}, 4\right)$

গ $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ ঘ $\left(\frac{-1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ **খ**

ব্যাখ্যা : P (t, 4) বিন্দুটি $y = 3x + 3$ রেখার উপর অবস্থিত

সুতরাং $4 = 3t + 3$ বা, $3t = 1$ $\therefore t = \frac{1}{3}$

৪৭. A বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক (0, –1) খ (1, 0) গ (–1, 0) ঘ (–1, –1) **গ**

ব্যাখ্যা : $y = 3x + 3$ রেখাটি x-অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করে। কাজেই A বিন্দুর কোনটি বা y স্থানাঙ্ক 0

$\therefore 0 = 3x + 3$ বা, $-3 = 3x$ বা, $x = -1$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–1, 0)

৪৮. রেখাটির y অক্ষের ছেদকাংশ কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **গ**

ব্যাখ্যা : $y = 3x + 3$ রেখাটি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। কাজেই B বিন্দুর ভুজ বা x স্থানাঙ্ক 0

$\therefore y = 3 \times 0 + 3$ বা, $y = 3$

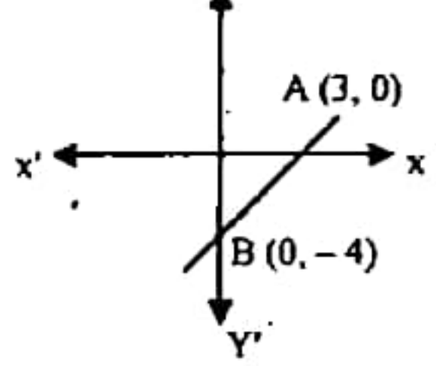
৪৯. AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক $\sqrt{2}$ খ $\sqrt{5}$ গ $\sqrt{7}$ ঘ $\sqrt{10}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: A (–1, 0), B (0, 3)

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1 - 0)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$ একক।

নিচের চিত্রের ভিত্তিতে (৫০-৫৩)নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫০. AB রেখার ঢাল কত? (মধ্যম)

ক $\frac{4}{3}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $-\frac{1}{3}$ **ক**

ব্যাখ্যা : ঢাল $= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{0 - (-4)}{3 - 0} = \frac{4}{3}$

৫১. y-অক্ষের ছেদকাংশের দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক – 4 খ –3 গ 3 ঘ 4 **গ**

৫২. AB সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $3x - 4y = 12$ খ $4x - 3y = 12$

গ $4x + 3y = 12$ ঘ $3x - 4y = 12$ **খ**

ব্যাখ্যা: AB সরলেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y - 0}{x - 3} = \frac{0 - (-4)}{3 - 0}$ বা, $\frac{y}{x - 3} = \frac{4}{3}$ বা, $4x - 12 = 3y$

$\therefore 4x - 3y = 12$

৫৩. AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **ঘ**

ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{(3 - 0)^2 + (0 - (-4))^2} = \sqrt{9 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶১ $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী AB সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{k}$; অপর একটি সরলরেখা C(3, p), D(p + 2, –3) বিন্দুগামী।

ক. AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. যদি AB সরলরেখাটি (–2, 1) বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। AB দ্বারা y-অক্ষের ছেদকাংশের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. CD রেখার ঢাল AB এর ঢালের দ্বিগুণ এবং অঋনাত্মক হলে, p এর মান কত? CD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী ও $\frac{1}{k}$ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$

বা, $yk - 2k^2 = x - k^2$

বা, $yk - 2k^2 + k^2 = x$

বা, $yk - k^2 = x$

$\therefore x - yk + k^2 = 0$ ..... (i) **(Ans.)**

খ (i) নং রেখাটি (–2, 1) বিন্দু দিয়ে যায়,

$\therefore -2 - 1 \times k + k^2 = 0$

বা, $k^2 - k - 2 = 0$

বা, $k^2 - 2k + k - 2 = 0$

বা, $k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$

বা, $(k - 2)(k + 1) = 0$

$\therefore k = 2, k = -1$

(i) নং এ k এর মান বসিয়ে পাই,

$k = 2$ হলে, $x - 2y + 2^2 = 0$

বা, $2y = x + 4$

বা, $y = \frac{1}{2}x + 2$

$\therefore$ y-অক্ষের ছেদকাংশ 2

$k = -1$ হলে, $x - y(-1) + (-1)^2 = 0$

বা, $x + y + 1 = 0$

বা, $y = -x - 1$

$\therefore$ y-অক্ষের ছেদকাংশ –1 **(Ans.)**

গ এখানে, C(3, p), D(p + 2, –3)

$\therefore$ CD রেখার ঢাল $= \frac{-3 - p}{p + 2 - 3} = \frac{-3 - p}{p - 1}$

CD রেখার ঢাল AB এর ঢালের দ্বিগুণ

$\frac{-3 - p}{p - 1} = 2 \times \frac{1}{k}$

বা, $\frac{-3 - p}{p - 1} = 2 \times \frac{1}{2}$; [$k > 0$ বলে 'খ' হতে পাই $k = 2$]

বা, $\frac{-3 - p}{p - 1} = \frac{1}{1}$

বা, $p - 1 = -3 - p$

বা, $2p = -3 + 1 = -2$

$\therefore p = -1$

$\therefore$ C(3, –1), D(1, –3)

CD রেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y - (-1)}{-1 - (-3)} = \frac{x - 3}{3 - 1}$

বা, $\frac{y + 1}{-1 + 3} = \frac{x - 3}{2}$

বা, $\frac{y + 1}{2} = \frac{x - 3}{2}$

বা, $y + 1 = x - 3$

$y = x - 4$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২ 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অপর একটিরেখা x-অক্ষকে C(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। [ক্যান্টনমেন্ট হাইস্কুল, যশোর]

ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. B বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং BC সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 6 = 3(x + 1)$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

বা, $3x - y + 9 = 0$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$3x - y + 9 = 0$

উক্ত রেখাটি x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, কাজেই এর কোটি 0।

$\therefore 3x - 0 + 9 = 0$

বা, $3x = -9$ বা, $x = -\frac{9}{3}$

বা, $x = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাংক (–3, 0)

আবার, BC সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y - 0}{x + 3} = \frac{0 - 0}{-3 - 2}$

বা, $\frac{y}{x + 3} = \frac{0}{-5}$

বা, $-5y = 0$

$\therefore y = 0$ অর্থাৎ x অক্ষের সমীকরণ।

গ আমরা পাই, A(–1, 6). B(–3, 0) ও C(2, 0)

এখন $AB = \sqrt{(-1 + 3)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 36}$

$= \sqrt{40} = 6.325$ (প্রায়)

$BC = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{5^2} = 5$

$CA = \sqrt{(2 + 1)^2 + (0 - 6)^2} = \sqrt{3^2 + 6^2}$

$= \sqrt{45} = 6.71$ (প্রায়)

$\therefore$ পরিসীমা, $2s = 6.325 + 5 + 6.71$

বা, $2s = 18.035$ (প্রায়)

$\therefore s = \frac{18.035}{2} = 9.02$ (প্রায়)

$\therefore \Delta ABC$-এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

$= \sqrt{9.02(9.02 - 6.325)(9.02 - 5)(9.02 - 6.71)}$

$= \sqrt{9.02 \times 2.695 \times 4.02 \times 2.31} = \sqrt{225.7}$

= 15.02 বর্গ একক (প্রায়)

= 15.02 বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶৩ দুইটি পরস্পরছেদী সরলরেখার ঢালদ্বয়ের গুণফল হল-1 যাদের একটি মূলবিন্দুগামী রেখা।

ক. একটি রেখা (2, 0) ও (0, 2) বিন্দুগামী হলে রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. সরলরেখা দুটি পরস্পর যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত কোণ নির্ণয় করে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (2, 0) এবং (0, 2) বিন্দুগামী সরলরেখাটির ঢাল $= \frac{0-2}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1$

খ এখানে (2, 0) ও (0, 2) বিন্দুগামী রেখাটির ঢাল, $m_1 = -1$

$\therefore$ মূল বিন্দুগামী অপর রেখাটির ঢাল, $m_2 = 1$. [কারণ $m_1m_2 = -1$]

$\therefore m_1 = -1$ ঢাল বিশিষ্ট এবং (2, 0) বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ

$(y - y_1) = m(x - x_1)$

বা, $(y - 0) = -1(x - 2)$

বা, $y = -x + 2$

$\therefore x + y = 2$ ..... (i)

আবার, $m_2 = 1$ ঢাল বিশিষ্ট এবং মূলবিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ,

$y = m_2x$

$\therefore y = x$ ..... (2)

এখন (1) ও (2)নং সমীকরণ সমাধান করলেই নির্ণেয় ছেদ বিন্দু পাওয়া যাবে,

y এর মান (1) নং এ বসাই,

$\therefore x + x = 2$

বা, $2x = 2 \quad \therefore x = 1$

(2) নং থেকে $y = 1$

$\therefore$ বিন্দুটি হলো (1, 1)

গ আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং সেটি x- অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে, $m = \tan\theta$

(1) নং রেখার ক্ষেত্রে,

$\therefore \quad m_1 = \tan\theta_1$

বা, $\tan\theta_1 = -1$

বা, $\theta_1 = \tan^{-1}(-1)$

$\therefore \quad \theta_1 = -45°$

$\therefore$ (1) নং রেখাটি x-অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ $= 180° - 45°$

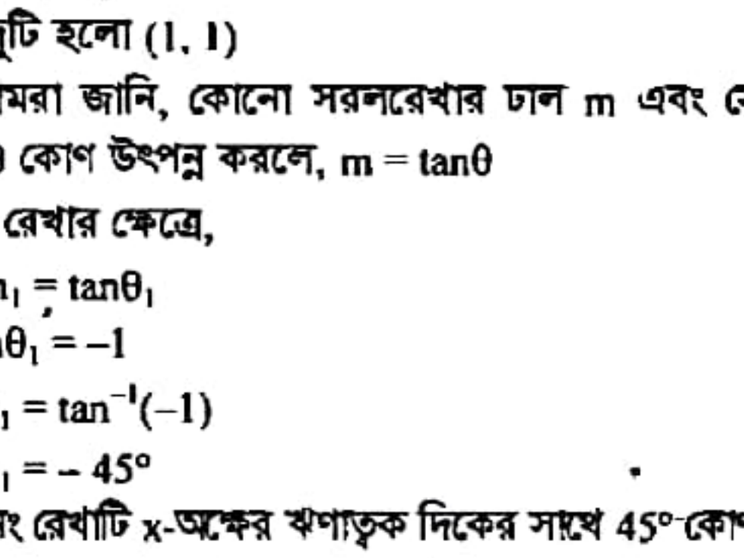
$= 135°$ আবার (2) নং রেখার ক্ষেত্রে, $m_2 = \tan\theta_2$

বা, $1 = \tan\theta_2$

বা, $\theta_2 = \tan^{-1}1$

$\therefore \quad \theta_2 = 45°$

$\therefore$ (2) নং রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে।



সুতরাং রেখাদুটির অন্তর্ভূক্ত কোণ $= 135° - 45° = 90°$

সুতরাং রেখাদ্বয় পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৪ A(–1, 3), B(5, t) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগরেখা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. AB সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB সরলরেখার ঢাল 2 হলে t এর মান কত? AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A(–1, 3), B(5, t)

$\therefore$ AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t-3}{5-(-1)} = \frac{t-3}{6}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB সরলরেখার ঢাল = 2

$\therefore \quad \frac{t-3}{6} = 2$

বা, $t - 3 = 12$

বা, $t = 12 + 3$

$\therefore \quad t = 15$

সুতরাং, A(–1, 3), B(5, 15)

AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y-3}{x-(-1)} = \frac{3-15}{-1-5} = \frac{-12}{-6} = 2$

বা, $y - 3 = 2(x + 1)$

বা, $y - 3 = 2x + 2$

$\therefore \quad y = 2x + 5$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, AB রেখার সমীকরণ, $y = 2x + 5$ ..... (i)

(i) নং রেখাটি x-অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করে বলে

P বিন্দুর কোটি শূন্য

$\therefore \quad 0 = 2x + 5$

বা, $2x = -5$

বা, $x = \frac{-5}{2}$

$\therefore$ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-5}{2}, 0\right)$

(i) নং রেখাটি y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে বলে Q বিন্দুর ভুজ শূন্য

$\therefore \quad y = 2 \times 0 + 5$

বা, $y = 5$

$\therefore$ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 5)

PQ এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\left(\frac{-5}{2} - 0\right)^2 + (0-5)^2}$

$= \sqrt{\frac{25}{4} + 25} = \sqrt{\frac{125}{4}}$

$= \frac{5\sqrt{5}}{2}$ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫ একটি সিংহ তার গুহা থেকে বের হয়ে খাবারের সন্ধানে উত্তর দিকে যাত্রা শুরু করল। 9 মিটার যাওয়ার পর উত্তর পূর্ব দিকে $\frac{3}{4}$ ঢাল বিশিষ্ট একটি সরলরেখা বরাবর একটি শিকার দেখতে পেয়ে সেদিকে দৌড় শুরু করল। কিছুদূর দৌড়ানোর পর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে শিকারটি ধরতে সক্ষম হল এবং ভোজন শেষ করে আবার গুহায় ফেরত আসল। সিংহটি যে পথে গুহায় ফেরত এসেছিল তার ঢাল 3।

ক. সিংহটি যে বিন্দুতে শিকার দেখতে পেয়েছিল সেটি উত্তর দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। ২

খ. শিকার ধরার জন্য সিংহটি যে সরল পথে দৌড় দিয়েছিল এবং যে সরল পথে আবার গুহায় ফেরত এসেছিল তাদের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

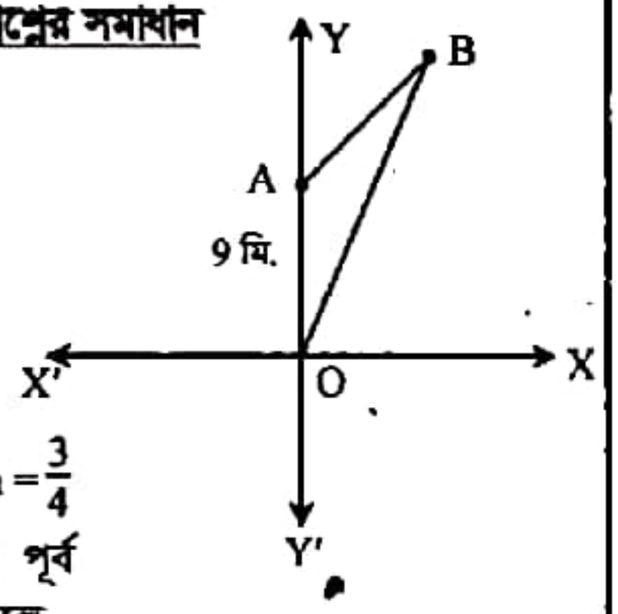
www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ. সিংহটি যে বিন্দুতে শিকার ধরেছিল তা থেকে গুহার দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, সিংহটি উত্তর দিকে 9 মিটার যাওয়ার পর A বিন্দুতে পৌছাল এবং B বিন্দুতে শিকার ধরতে সক্ষম হল।

দেওয়া আছে, AB রেখার ঢাল $m = \frac{3}{4}$

AB রেখাটি x- অক্ষ অর্থাৎ পূর্ব দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$m = \tan\theta$ $\left[\text{এখানে } m = \frac{3}{4}\right]$

বা, $\frac{3}{4} = \tan\theta$

বা, $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

$\therefore \theta = 36.87°$

খ চিত্র হতে পাই, শিকার ধরার জন্য সিংহটি AB পথে দৌড় দিয়েছিল এবং BO পথে গুহায় ফেরত এসেছিল।

এখন, গুহাটিকে মূলবিন্দু বিবেচনা করলে A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,9).

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{3}{4}$.

$\frac{3}{4}$ ঢাল বিশিষ্ট (0, 9) বিন্দুগামী সরলরেখা সমীকরণ,

$(y - y_1) = m_1(x - x_1)$

$(y - 9) = \frac{3}{4}(x - 0)$

$4y - 36 = 3x$

$3x - 4y + 36 = 0$ ..... (1)

আবার, OB রেখার ঢাল, $m_2 = 3$

$\therefore$ 3 ঢাল বিশিষ্ট (0, 0) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$y = m_2x$

বা, $y = 3x$

$\therefore$ $3x - y = 0$ ..... (2)

তাহলে (1) ও (2)নং নির্ণেয় সমীকরণ।

গ এখন (1) ও (2)নং সমীকরণ সমাধান করলে B বিন্দুর স্থানাঙ্ক পাওয়া যাবে।

(1)নং সমীকরণে $y = 3x$ বসিয়ে পাই, $3x - 4(3x) + 36 = 0$

বা, $3x - 12x + 36 = 0$

বা, $-9x + 36 = 0$

বা, $9x = 36$

$\therefore$ $x = 4$

আবার, $y = 3.4 = 12$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 12).

সিংহটি যে বিন্দুতে শিকার ধরেছিল তা থেকে গুহার দূরত্ব,

OB রেখার দৈর্ঘ্য = O(0, 0) এবং B(4, 12) বিন্দুর দূরত্ব

$= \sqrt{(4-0)^2 + (12-0)^2}$

$= \sqrt{16 + 144}$

$= \sqrt{160}$

= 12.65 মিটার

প্রশ্ন ▶ ৬ এক ব্যক্তির ত্রিভুজ আকৃতির একখণ্ড জমি রয়েছে। তিনি ঐ জমি যেকোন একটি শীর্ষ বিন্দুতে উত্তর দিকে মুখ করে দাড়িয়ে দেখলেন যে, ঐ শীর্ষ সংলগ্ন বাহুদুটি পূর্ব দিকের সাথে যথাক্রমে 63° 44° এবং 153.42° কোণ উৎপন্ন করে।

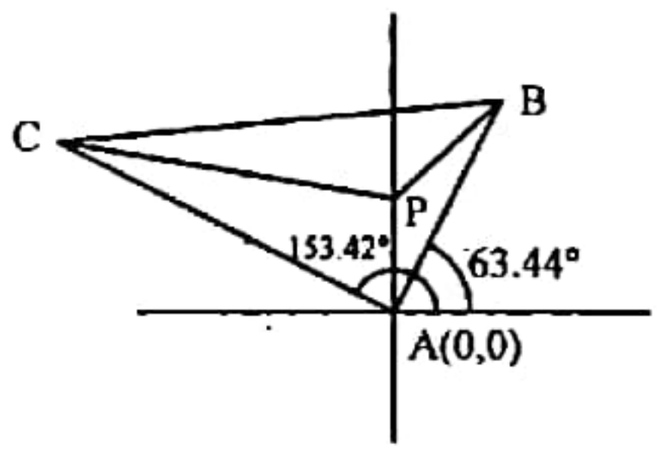
ক. প্রথম শীর্ষ বিন্দুটিকে মূল বিন্দু পূর্বপশ্চিম দিক বরাবর x-অক্ষ বিবেচনা করে রেখাদুটির সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. এবার উত্তর দিক বরাবর 5মি. গিয়ে এমন একটি বিন্দু পেলেন যেখান থেকে অপর শীর্ষবিন্দুটিও 5 মি. দূরে অবস্থিত। শীর্ষদুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর সমীকরণ এবং এটি x- অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি ত্রিভুজের প্রথম শীর্ষটি মূল বিন্দু A তে অবস্থিত এবং অপর শীর্ষদুটি যথাক্রমে B ও C.

এখন x-অক্ষের ধনাত্বক দিকের সাথে AB এর উৎপন্ন কোণ = 63.44°

$\therefore$ AB রেখার ঢাল = $m = \tan 63.44° = 2$

$\therefore$ AB রেখার সমীকরণ $y = 2x$ ..... (1)

অনুরূপভাবে, x অক্ষের ধনাত্বক দিকের সাথে AC এর উৎপন্ন কোণ = 153.42°

$\therefore$ AC রেখার ঢাল = $m = \tan 153.42° = -0.5 = -\frac{1}{2}$.

$\therefore$ AC রেখার সমীকরণ $y = -\frac{1}{2}x$.

$x + 2y = 0$ ..... (2)

তাহলে (1) ও (2) নির্ণেয় সমীকরণ।

খ মনে করি, উত্তর দিকে 5 মি. যাওয়ার পর একটি বিন্দু P পেলেন।

$\therefore$ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (0, 5)

তাহলে PB = PC = 5.

আবার, ধরি, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (α, β)

তাহলে AB রেখার সমীকরণ থেকে পাই, $\beta = 2\alpha$ ..... (3)

আবার, $PB = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\beta - 5)^2}$

$\therefore$ $\sqrt{\alpha^2 + (\beta - 5)^2} = 5$

বা, $\alpha^2 + \beta^2 - 10\beta + 25 = 25$

বা, $\alpha^2 + \beta^2 - 10\beta = 0$

বা, $\alpha^2 + (2\alpha)^2 - 10 \times 2\alpha = 0$ [(3)নং হতে β এর মান বসিয়ে]

বা, $\alpha^2 + 4\alpha^2 - 20\alpha = 0$

বা, $5\alpha^2 - 20\alpha = 0$

বা, $5\alpha(\alpha - 4) = 0$

হয়, $\alpha \neq 0$ বা $\alpha = 4$ [$\alpha = 0$ হলে সেটি A বিন্দু নির্দেশ করে]

$\therefore$ $\beta = 2.4 = 8$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 8)

অনুরূপ ভাবে, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (α, β)

AC রেখার সমীকরণ থেকে পাই,

$\beta = -\frac{1}{2}\alpha$ ..... (4)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

আবার, $PC = \sqrt{(\alpha-0)^2+(\beta-5)^2}$.

$\therefore \alpha^2+\beta^2-10\beta+25=25$

বা, $\alpha^2+\left(-\frac{1}{2}\alpha\right)^2-10\times\left(\frac{-1}{2}\alpha\right)=0.$

বা, $\alpha^2+\frac{\alpha^2}{4}+5\alpha=0$

বা, $\frac{5\alpha^2}{4}+5\alpha=0$

বা, $5\alpha\left(\frac{\alpha}{4}+1\right)=0$

হয় $\alpha \neq 0$ বা $\alpha=-4$ [$\alpha=0$ হলে সেটি A বিন্দু নির্দেশ করে]

$\therefore \beta=-4\times-\frac{1}{2}=2$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–4, 2).

এখন, BC রেখার ঢাল, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$=\frac{8-2}{4+4}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

$\therefore$ (4, 8) বিন্দুগামী রেখাটির সমীকরণ, $(y-8)=m(x-4)$

এখানে, $m=\frac{3}{4}$

$\therefore y-8=\frac{3}{4}(x-4)$

$4y-32=3x-12$

$3x-4y=20$

আবার, x- অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ θ হলে

ঢাল, $m=\tan\theta\left[\because m=\frac{3}{4}\right]$

বা, $\frac{3}{4}=\tan\theta$

বা, $\theta=\tan^{-1}\frac{3}{4}$

$\therefore \theta=36.87°$

$\therefore$ BC রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 36.87 কোণ উৎপন্ন করে।

প্রশ্ন ▶ ৭ $y=x+3, y=x-3, y=-x+3$ এবং $y=-x-3$ একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে।

ক. ১ম বাহুটি x-অক্ষ ও y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর। ২

খ. ছক কাগজে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর এবং শীর্ষ বিন্দুগুলো নির্দেশ কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটি কোন ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দাও। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম বাহুর সমীকরণ, $y=x+3$ ..... (i)

$y=0$ বসিয়ে পাই, $x=-3$

সুতরাং বাহুটি x-অক্ষকে (–3, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

এবং $x=0$ বসিয়ে পাই, $y=3$

সুতরাং বাহুটি y-অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

খ ২য় বাহু, $y=x-3$ ..... (ii)

$y=0$ এবং $x=0$ বসিয়ে যথাক্রমে পাই, $x=3$ এবং $y=-3$

$\therefore$ (ii) নং রেখাটি (3, 0) এবং (0, – 3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।

৩য় বাহু, $y=-x+3$ ..... (iii)

$y=0$ এবং $x=0$ বসিয়ে যথাক্রমে পাই $x=3$ এবং $y=3$।

$\therefore$ (iii) নং রেখাটি (3, 0) এবং (0, 3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।

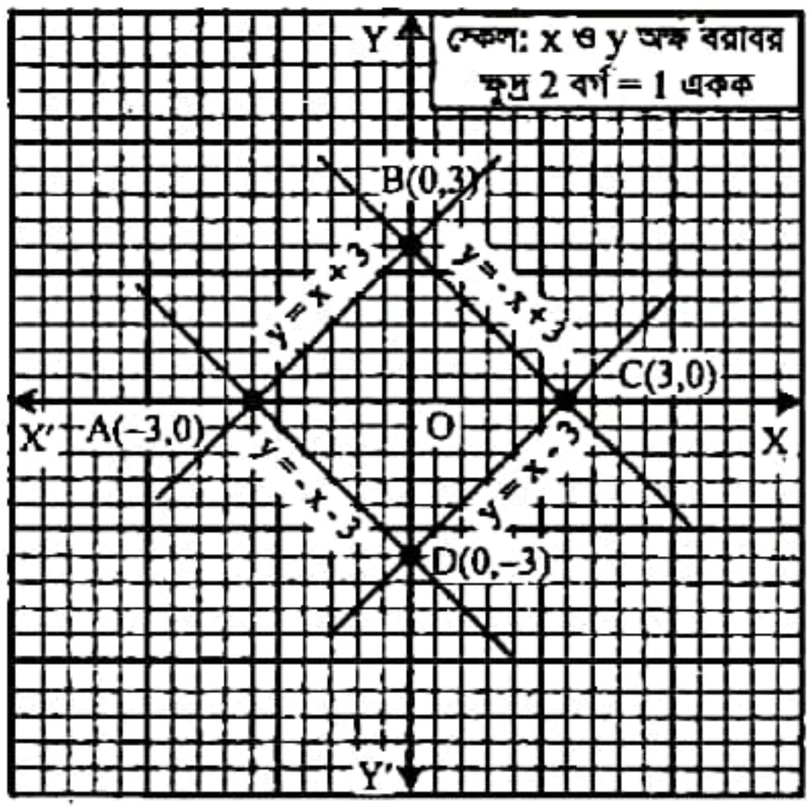
৪র্থ বাহু, $y=-x-3$ ..... (iv)

$y=0$ এবং $x=0$ বসিয়ে যথাক্রমে পাই, $x=-3$ এবং $y=-3$।

$\therefore$ (iv) নং রেখাটি (–3, 0) এবং (0, –3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।

'ক' হতে প্রাপ্ত (–3, 0) এবং (0, 3) বিন্দু দিয়ে গমনকারী (i) নং রেখা অঙ্কন করা হলো।

(i). (ii), (iii) এবং (iv) নং রেখা দ্বারা ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কিত হলো।



চিত্র হতে পাই, শীর্ষবিন্দুগুলো হলো:

A(–3, 0), B(0, 3), C(3, 0) এবং D(0, –3)

গ দূরত্ব, $AB=\sqrt{(-3-0)^2+(0-3)^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$

দূরত্ব, $BC=\sqrt{(0-3)^2+(3-0)^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$

দূরত্ব, $CD=\sqrt{(3-0)^2+(0+3)^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$

এবং দূরত্ব, $AD=\sqrt{(-3-0)+(0+3)^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$

$\therefore$ আমরা পাই, $AB=BC=CD=AD=\sqrt{18}$

অতএব, চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র।

$\therefore$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল $=(\sqrt{18})^2=18$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ **A(–1, 3), B(2, –1) ও C(k, 2k – 5) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু।**

ক. AB সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. C বিন্দুটি AB সরলরেখার উপর অবস্থিত হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{-1}{3}$ ঢালবিশিষ্ট এবং C বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। রেখাটি y-অক্ষ হতে কত একক দৈর্ঘ্য ছিন্ন করে? ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A(–1, 3), B(2, –1)

ঢাল, $m_1=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{3-(-1)}{-1-2}=\frac{3+1}{-3}=\frac{-4}{3}$ **(Ans.)**

গ AB রেখার সমীকরণ,

$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

বা, $\frac{y-(3)}{x-(-1)}=\frac{3-(-1)}{-1-2}$

বা, $\frac{y-3}{x+1}=\frac{3+1}{-3}=\frac{4}{-3}$

বা, $4x+4=-3y+9$

বা, $4x+3y-5=0$

$C(k, 2k-5)$ বিন্দুটি AB রেখার উপর অবস্থিত,

$\therefore 4k+3(2k-5)-5=0$

বা, $4k+6k-15-5=0$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $10k - 20 = 0$
বা, $10k = 20$
$\therefore \quad k = 2$ (Ans.)

গ 'খ' হতে পাই, $k = 2$
$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 2 \times 2 - 5)$ বা, $(2, -1)$
দেওয়া আছে, ঢাল, $m = \frac{-1}{3}$
এখন, m ঢালবিশিষ্ট ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,
$y - y_1 = m(x - x_1)$
বা, $y - (-1) = \frac{-1}{3}(x - 2)$ [$\because x_1 = 2$ ও $y_1 = -1$ ও ঢাল $= \frac{-1}{3}$]
বা, $y + 1 = \frac{-1}{3}(x - 2)$
বা, $3y + 3 = -x + 2$
বা, $x + 3y + 3 - 2 = 0$
$\therefore \quad x + 3y + 1 = 0$ ..... (i)
এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।
(i) নং হতে পাই,
$x + 3y + 1 = 0$
বা, $3y = -x - 1$
বা, $y = \frac{-1}{3}x - \frac{1}{3}$
$y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $c = \frac{-1}{3}$
সরলরেখাটি y-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে $\frac{1}{3}$ একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে।

প্রশ্ন ▶ ৯ xy সমতলে অবস্থিত একটি সরলরেখার সমীকরণ : $4x - 19y + 3 = 0$
ক. রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২
খ. $A(a^2; a - 1)$ বিন্দুটি প্রদত্ত রেখায় অবস্থিত হলে a এর মানগুলো নির্ণয় কর। ৪
গ. 'খ' তে প্রাপ্ত a এর মানদ্বয়ের জন্য দেখাও যে, P, Q বিন্দু ধরে PQ সরলরেখার সমীকরণ ও PQ রেখার ঢাল প্রদত্ত সমীকরণ ও এর ঢালের সমান। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সরলরেখা,
$4x - 19y + 3 = 0$ ..... (1)
বা, $4x + 3 = 19y$
বা, $19y = 4x + 3$
বা, $y = \frac{4}{19}x + \frac{3}{19}$
$y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,
ঢাল, $m = \frac{4}{19}$ (Ans.)

খ $A(a^2, a - 1)$ বিন্দুটি (1) নং রেখায় অবস্থিত
$4a^2 - 19(a - 1) + 3 = 0$
বা, $4a^2 - 19a + 19 + 3 = 0$
বা, $4a^2 - 19a + 22 = 0$
বা, $4a^2 - 8a - 11a + 22 = 0$
বা, $4a(a - 2) - 11(a - 2) = 0$
বা, $(a - 2)(4a - 11) = 0$
$\therefore a = 2$ বা, $a = \frac{11}{4}$

গ $a = 2$ হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2^2, 2 - 1)$ বা, $(4, 1)$
$a = \frac{11}{4}$ হলে, Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\left(\frac{11}{4}\right)^2, \frac{11}{4} - 1\right)$
বা, $\left(\frac{121}{16}, \frac{7}{4}\right)$
PQ রেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{1 - \frac{7}{4}}{4 - \frac{121}{16}}$
বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{4 - 7}{4} \times \frac{16}{64 - 121}$
বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{-3 \times 4}{-57}$
বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{4}{19}$
বা, $19y - 19 = 4x - 16$
বা, $4x - 19y + 19 - 16 = 0$
বা, $4x - 19y + 3 = 0$ ..... (i)
এটিই প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ।
(i) নং হতে পাই, $19y = 4x + 3$
বা, $y = \frac{4}{19}x + \frac{3}{19}$
$y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, ঢাল, $m = \frac{4}{19}$
যা প্রদত্ত সমীকরণের ঢালের সমান।

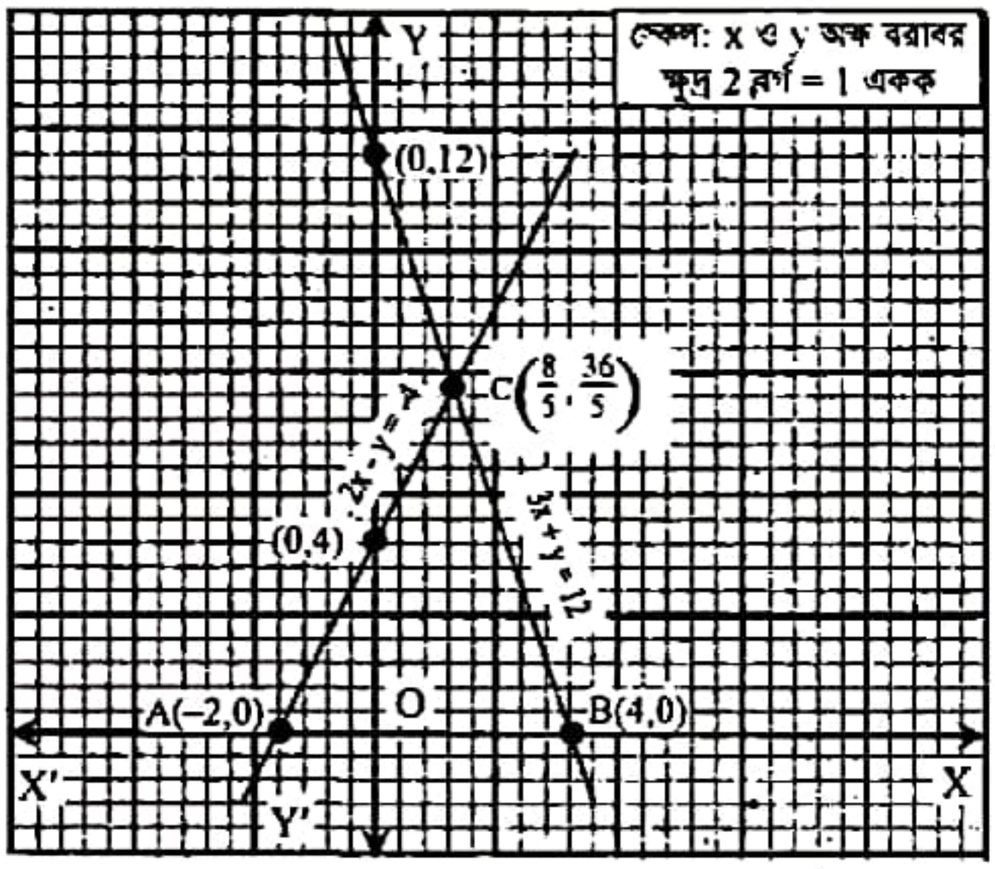
প্রশ্ন ▶ ১০ $y = 2x + 4$ এবং $3x + y = 12$ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ।
ক. রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২
খ. ছক কাগজে রেখাদ্বয়ের চিত্র আঁক এবং ছেদ বিন্দু নির্দেশ কর। ৪
গ. রেখা দুইটি এবং x-অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সরলরেখার সমীকরণ দুইটি হচ্ছে,
$y = 2x + 4$ ..... (i)
এবং $3x + y = 12$ ..... (ii)
$y = 2x + 4$, (ii) নং সমীকরণে বসাই
$3x + 2x + 4 = 12$
বা, $5x + 4 = 12$
বা, $5x = 12 - 4$
বা, $5x = 8$
বা, $x = \frac{8}{5}$
$y = 2.\frac{8}{5} + 4 = \frac{16 + 20}{5}$
$y = \frac{36}{5}$
ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ (Ans.)

গ (i) নং হতে পাই,
$y = 2x + 4$
$y = 0$ বসিয়ে পাই, $x = -2$ এবং $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 4$
সুতরাং (i) নং রেখাটি $(-2, 0)$ এবং $(0, 4)$ বিন্দুগুলো দিয়ে যায়। এই হিসেবে (i) নং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।
(ii) নং হতে, $3x + y = 12$
$y = 0$ বসিয়ে পাই, $x = 4$ এবং $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 12$
সুতরাং (ii) নং রেখাটি $(4, 0)$ এবং $(0, 12)$ বিন্দুগুলো দিয়ে যায়। এই হিসেবে (ii) নং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো। রেখা দুইটি $C\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com



গ 'ক' হতে পাই,

রেখা দুইটির ছেদ বিন্দু $\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$

ধরি, $y = 2x + 4$ এবং $3x + y = 12$ রেখাদ্বয় x-অক্ষকে যথাক্রমে A(–2, 0) এবং B(4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয় পরস্পর $C\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন, দূরত্ব, $AC = \sqrt{\left(\frac{8}{5}+2\right)^2 + \left(\frac{36}{5}-0\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 + \left(\frac{36}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{324+1296}{25}} = \sqrt{\frac{1620}{25}} = \sqrt{64.8}$

= 8.05 একক (প্রায়)

দূরত্ব, $BC = \sqrt{\left(\frac{8}{5}-4\right)^2 + \left(\frac{36}{5}-0\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{-12}{5}\right)^2 + \left(\frac{36}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{144+1296}{25}}$

$= \sqrt{\frac{1440}{25}}$

$= \sqrt{57.6}$

= 7.59 একক (প্রায়)

দূরত্ব, $AB = \sqrt{(-2-4)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{36+0} = 6$ একক

∴ ΔABC-এর পরিসীমা, $2s = 8.05 + 7.59 + 6 = 21.64$

∴ $s = \frac{21.64}{2} = 10.82$ একক

ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{10.82(10.82-8.05)(10.82-7.59)(10.82-6)}$

$= \sqrt{10.82 \times 2.77 \times 3.23 \times 4.82}$

$= \sqrt{466.61}$

= 21.6 বর্গ একক (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১১ P(1, 4k) এবং $Q(5, k^2-1)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল = –1

ক. দেখাও যে, k এর দুইটি মান রয়েছে। ২

খ. দেখাও যে, k-এর দুইটি ভিন্ন মানের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায় তারা একটি সামান্তরিকের শীর্ষ বিন্দু। ৪

গ. ছক কাগজে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। ছক কাগজ থেকে এর উচ্চতা নির্ণয় করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক PQ সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{k^2-1-4k}{5-1} = \frac{k^2-4k-1}{4}$

দেওয়া আছে, m = –1

$\frac{k^2-4k-1}{4} = -1$

বা, $k^2 - 4k - 1 = -4$

বা, $k^2 - 4k + 3 = 0$

বা, $k^2 - 3k - k + 3 = 0$

বা, $k(k-3) - 1(k-3) = 0$

বা, $(k-3)(k-1) = 0$

∴ k = 3, 1

খ ধরি, k এর দুইটি ভিন্ন মানের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায় তারা A, B, C ও D।

যখন, k = 3 তখন A(1, 12), D(5, 8)

,, k = 1 ,, B(1, 4), C(5, 0)

∴ AB রেখার ঢাল $= \frac{12-4}{1-1} = \infty$

DC রেখার ঢাল $= \frac{0-0}{5-5} = \infty$

∴ AB ∥ DC

আবার, AD রেখার ঢাল $= \frac{12-8}{1-5} = \frac{4}{4} = 1$

BC রেখার ঢাল $= \frac{1-5}{4-0} = \frac{-4}{4} = -1$

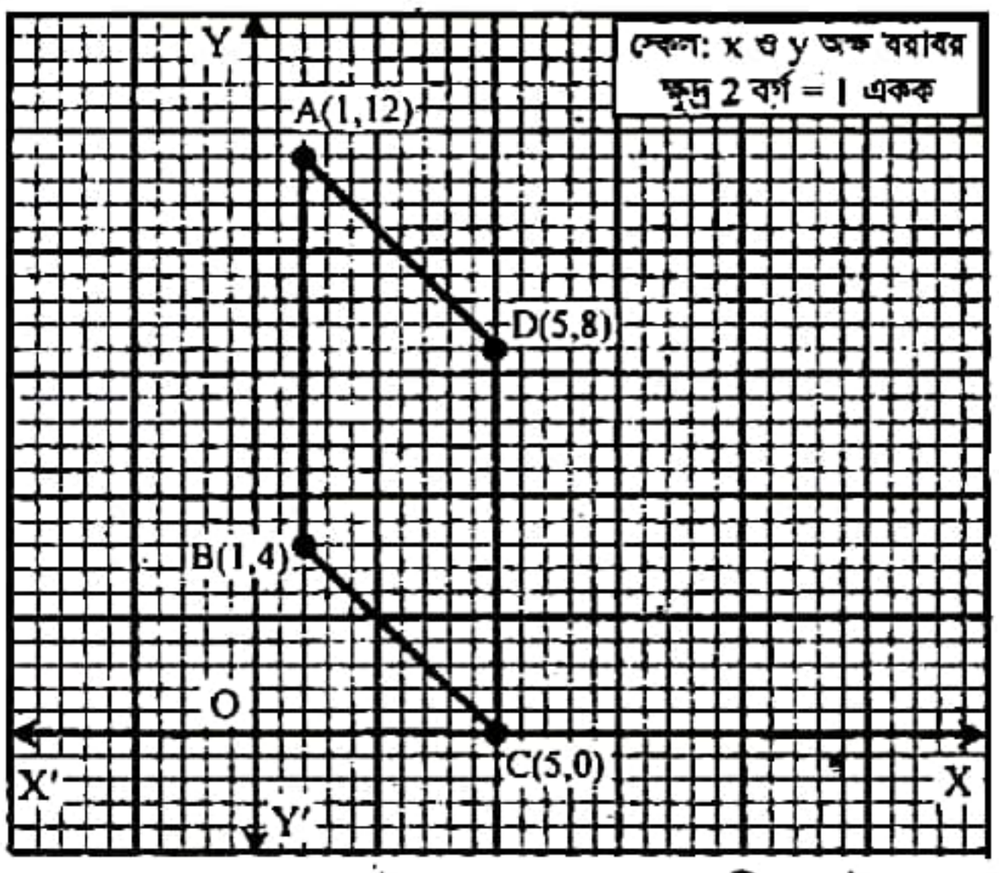
∴ AD ∥ BC

∴ ABCD একটি সামান্তরিক।

∴ A, B, C, D একটি সামান্তরিকের চারটি শীর্ষ বিন্দু।

(দেখানো হলো)

গ ছক কাগজে A(1, 12), B(1, 4), C(5, 0) এবং D(5, 8) বিন্দু চারটি স্থাপন করে ABCD সামান্তরিক অঙ্কন করা হলো।



ছক কাগজ থেকে স্পষ্ট যে, ABCD সামান্তরিকের উচ্চতা = 4 একক এবং ভূমি CD = 8 একক।

∴ ABCD সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

$= (8 \times 4)$ বর্গ একক

= 32 বর্গ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১২ xy সমতলে তিনটি বিন্দু যথাক্রমে A(1, – 2), B(– 3, 0), C(5, 6)

ক. AB ও BC রেখাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একটি ত্রিভুজ গঠন করে এবং তা সমকোণী। ΔABC এর ক্ষেত্রফল সাধারণ সূত্রের সাহায্যে বের কর। ৪

গ. ABDC আয়তক্ষেত্রের অপরশীর্ষ D(a, 8) হলে, (এখানে a < 8] a এর মান নির্ণয় কর। xy সমতলে চতুর্ভুজটি আঁক। AD কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A (1, –2) B (–3, 0), C (5, 6)

$AB = \sqrt{\{1-(-3)\}^2 + (-2-0)^2}$

$= \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16+4}$

$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক

$BC = \sqrt{(-3-5)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-6)}$

$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ একক

খ 'ক' হতে পাই, $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 10$

এবং $CA = \sqrt{(5-1)^2 + \{6-(-2)\}^2} = \sqrt{4^2 + 8^2}$

$= \sqrt{16+64}$

$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

এখানে, $2\sqrt{5} + 10 > 4\sqrt{5}$ এবং $10 + 4\sqrt{5} > 2\sqrt{5}$

এবং $4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} > 10$

অর্থাৎ, ত্রিভুজটির যে কোনো দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

∴ A, B, C বিন্দু তিনটি একটি ত্রিভুজ গঠন করে।

আবার, $AB^2 + CA^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$

$= 20 + 80 = 100 = (10)^2$

$= BC^2$

অর্থাৎ $AB^2 + CA^2 = BC^2$

∴ ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(0 - 18 - 10 - 6 - 0 - 6)$

$= \frac{1}{2} \times (-40) = -20$

$= 20$ বর্গএকক [ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জন করে]

গ দেওয়া আছে, ABCD আয়তক্ষেত্রে, D (a, 8)

∴ $CD = \sqrt{(5-a)^2 + (6-8)^2}$

$= \sqrt{25 - 10a + a^2 + 4}$

$= \sqrt{a^2 - 10a + 29}$ একক

আমরা জানি আয়ত ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান

∴ CD = AB

বা, $\sqrt{a^2 - 10a + 29} = 2\sqrt{5}$

বা, $a^2 - 10a + 29 = 20$

বা, $a^2 - 10a + 9 = 0$

বা, $a^2 - 9a - a + 9 = 0$

বা, $a(a-9) - 1(a-9) = 0$

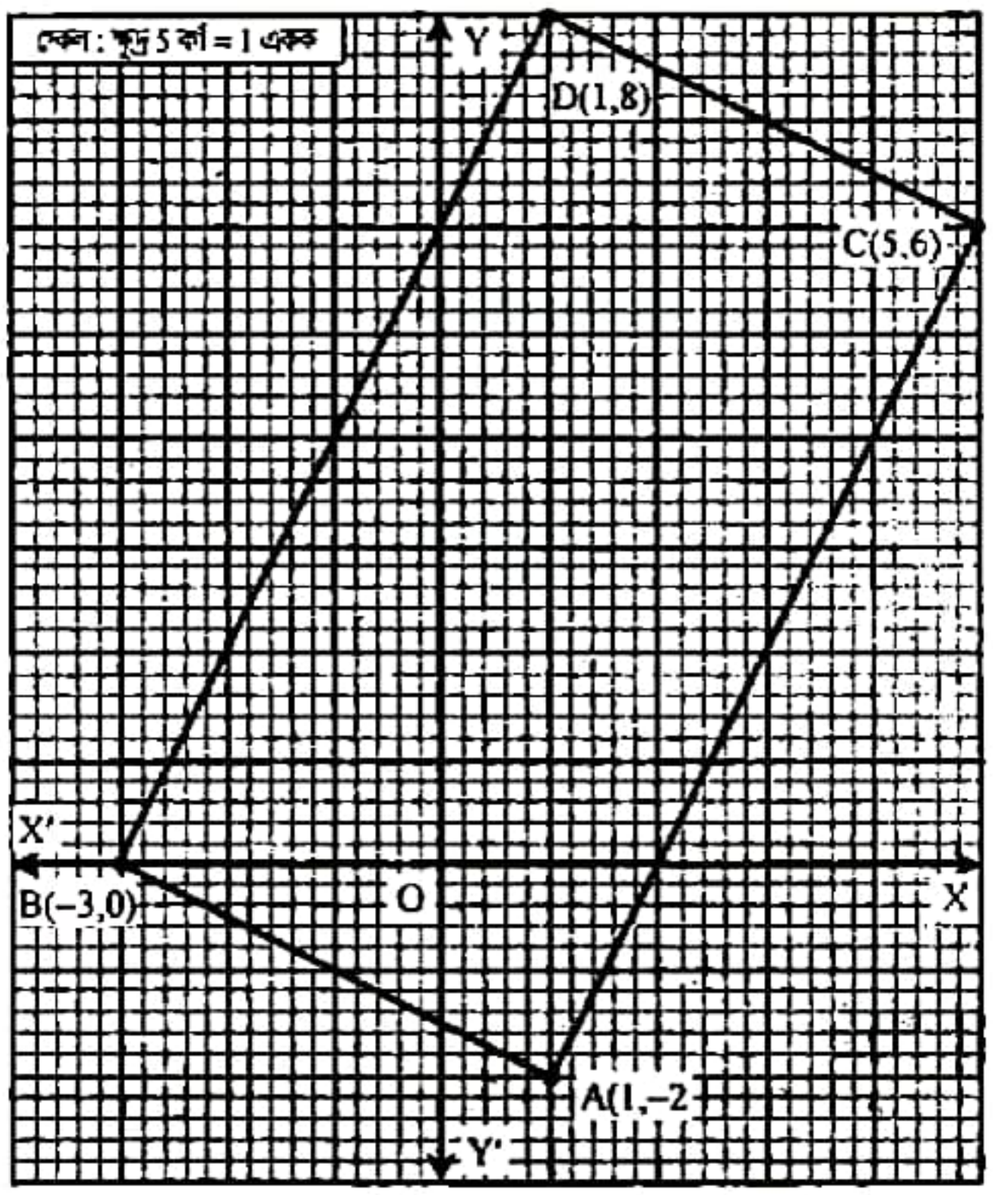
∴ বা, $(a-9)(a-1) = 0$

বা, $a = 9$ বা, $a = 1$

∴ $a = 1$ [∵ $a < 8$]

∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 8)

xy সমতলে ABCD আয়তক্ষেত্রটি আঁকা হলো



এখানে, A(1, –2) এবং D (1, 8)

∴ AD কর্ণের সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

বা, $\frac{y-(-2)}{x-1} = \frac{-2-8}{1-1}$ বা, $\frac{y+2}{x-1} = \frac{-10}{0}$

বা, $x - 1 = 0$

∴ $x = 1$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

প্রশ্ন ▶ ১৩ A (h, k) ও B (k, h) বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে $6x - y = 1$ ও $2x - 5y = 5$ রেখাদ্বয়ের অবস্থিত।

ক. h ও k এর মধ্যে সম্পর্ক দুটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. h ও k এর মান কত? AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য ও AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ৪

গ. AB সরল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। মূলবিন্দু O(0, 0) হলে ΔOAB এর ক্ষেত্রফল (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক A (h, k) বিন্দুটি $6x - y = 1$ রেখার উপর অবস্থিত

∴ $6h - k = 1$ .....(i)

B(k, h) বিন্দুটি $2x - 5y = 5$ রেখার উপর অবস্থিত

∴ $2k - 5h = 5$ .....(ii)

গ 'ক' হতে পাই,

(i) ⇒ $6h - k = 1$ বা, $k = 6h - 1$

(ii) ⇒ $2k - 5h = 5$

বা, $2(6h - 1) - 5h = 5$

বা, $12h - 2 - 5h = 5$

বা, $7h = 5 + 2 = 7$

∴ $h = 1$ ∴ $k = 6 \times 1 - 1 = 5$

∴ A (1, 5) এবং B (5, 1)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$\therefore AB = \sqrt{(1-5)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (4)^2}$
$= \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$ একক

AB রেখার ঢাল $= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{5-1}{1-5} = \frac{4}{-4} = -1$ (Ans.)

গ AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

বা, $\frac{y-5}{x-1} = \frac{5-1}{1-5} = \frac{4}{-4} = -1$

বা, $y-5 = -(x-1)$

বা, $y-5+x-1=0$

$\therefore x+y-6=0$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

ΔOAB-এ O(0,0), A (1, 5), B (5, 1)

$OA = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} = 5.099$ একক

$OB = \sqrt{5^2+1^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26} = 5.099$ একক

$AB = 4\sqrt{2} = 5.657$ একক; ['খ' হতে]

$\therefore s = \frac{5.099+5.099+5.657}{2} = \frac{15.855}{2} = 7.928$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{7.928\,(7.928-5.099)\,(7.928-5.099)\,(7.928-5.657)}$

$= \sqrt{7.928 \times 2.829 \times 2.829 \times 2.271}$

$= \sqrt{144.094}$ বর্গ একক [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত]

$= 12.004$ বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ১৪ $y = x+5$ ... ... (i) $y = -x+5$ ..... (ii) এবং $y = 2$ .....(iii) সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে।

ক. (i) ও (ii) নং এর ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. xy সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটি কী ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ $y = x+5$ ... ... (i)

এবং $y = -x+5$ ... ... (ii)

$y = mx + c$ সমীকরণ সাথে তুলনা করে পাই,

(i) নং এর ঢাল, $m_1 = 1$

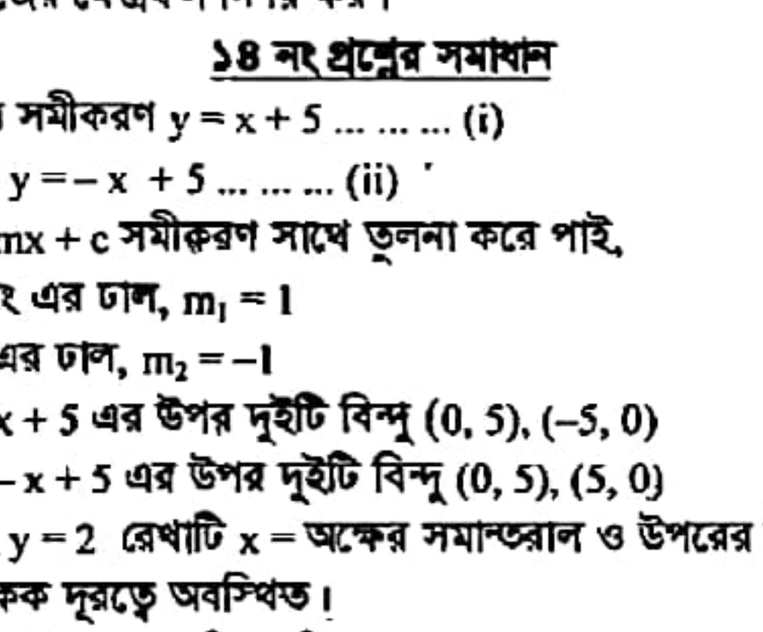
(ii) এর ঢাল, $m_2 = -1$

গ $y = x+5$ এর উপর দুইটি বিন্দু (0, 5), (–5, 0)

$y = -x+5$ এর উপর দুইটি বিন্দু (0, 5), (5, 0)

এবং $y = 2$ রেখাটি x = অক্ষের সমান্তরাল ও উপরের দিকে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত।

নিচে xy সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



(i) ও (ii) নং এর ছেদ বিন্দু A (0, 5)

(ii) ও (iii) নং এর ছেদ বিন্দু B (–3, 2)

(iii) ও (iii) নং এর ছেদ বিন্দু C (3, 2)

এখানে, $AB = \sqrt{(0-(-3))^2 + (5-2)^2}$
$= \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

$BC = \sqrt{(-3-3)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$ একক

$AC = \sqrt{(0-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

গ 'খ' হতে পাই,

$AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 6$ এবং $AC = 3\sqrt{2}$ একক

$\therefore AB = AC$

আবার, $AB^2 + AC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 18+18$
$= 36 = 6^2$

$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$

অর্থাৎ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ

$\therefore \Delta ABC$ সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{0-6+15-(-15)-6-0\}$

$= \frac{1}{2}\{-6+15+15-6\} = \frac{1}{2} \times 18$

$= 9$ বর্গ একক (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৫ xy সমতলে তিনটি বিন্দু A (8, 8), B (9, –5), C (–4, –6)

ক. AB ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB এর সমান ঢাল বিশিষ্ট এবং C(–4, –6) বিন্দুগামী CD সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. CD রেখার উপস্থ বিন্দু D(– 5, k) হলে k এর মান নির্ণয় কর। চতুর্ভুজটি কোন ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত বিন্দু তিনটি A (8, 8), B (9, –5), C (–4, –6)

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{8-(-5)}{8-9} = \frac{8+5}{-1} = -13$

BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{-5-(-6)}{9-(-4)} = \frac{-5+6}{9+4} = \frac{1}{13}$ (Ans.)

খ AB রেখার ঢাল, $m_1 = -13$

$\therefore$ CD রেখার ঢাল $= -13$ এবং রেখাটি C(–4, –6) বিন্দুগামী

CD রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা $y-(-6) = -13\{x-(-4)\}$

বা, $y+6 = -13(x+4)$

বা, $y+6+13x+52=0$

$\therefore y+13x+58=0$ ... ... (i) এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 9 & -4 & 8 \\ 8 & -5 & -6 & 8 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{-40-54-32-72-20-(-48)\}$

$= \frac{1}{2} \times (-170) = -85$

$= 85$ বর্গ একক [ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জন করে]

গ CD রেখার সমীকরণ, $y+13x+58=0$

D(–5,k) বিন্দুটি CD রেখার উপর অবস্থিত

$\therefore k+13(-5)+58=0$

বা, $k-65+58=0$

বা, $k=7$

$\therefore$ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–5, 7)

ABCD চতুর্ভুজের বিন্দু চারটি A(8, 8), B(9, –5), C(–4,–6), D(–5, 7)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

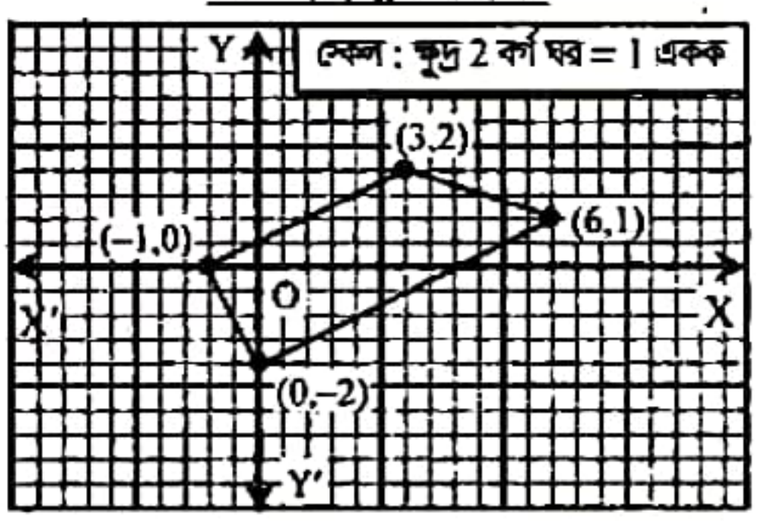
$AB = \sqrt{(8-9)^2 + \{8-(-5)\}^2} = \sqrt{(-1)^2 + (13)^2} = \sqrt{170}$ একক
$BC = \sqrt{\{9-(-4)\}^2 + \{-5-(-6)\}^2} = \sqrt{13^2 + 1^2} = \sqrt{170}$ একক
$CD = \sqrt{\{9-(4)\}^2 + \{-5-(-6)\}^2} = \sqrt{1^2 + (-13)^2} = \sqrt{170}$ একক
$AD = \sqrt{\{8-(-5)\}^2 + (8-7)^2} = \sqrt{13^2 + (-1)^2} = \sqrt{170}$ একক
এবং $AC = \sqrt{\{8-(-4)\}^2 + \{8-(-6)\}^2}$
$= \sqrt{12^2 + 14^2} = \sqrt{340}$ একক
এখানে, $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{170})^2 + (\sqrt{170})^2$
$= 170 + 170 = 340 = (\sqrt{340})^2$
$AB^2 + BC^2 = AC^2$
$\therefore \angle B =$ এক সমকোণ
অর্থাৎ, ABCD চতুর্ভুজে AB = BC = CD = AD
এবং $\angle B =$ এক সমকোণ
$\therefore$ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র।

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি দ্বিমাত্রিক তলে চারটি বিন্দু (0, –2), (6, 1), (3, 2), (–1, 0) রয়েছে।

ক. বিন্দু চারটি একটি ছক কাগজে স্থাপন কর এবং সরল রেখা দ্বারা যুক্ত করে একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন কর। ২
খ. বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
গ. চতুর্ভুজের বাহুগুলোর ঢাল নির্ণয় করে দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



গ A(0, –2), B(6, 1), C(3, 2), D(–1, 0) বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে চতর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 6 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 12 + 0 + 2 + 12 - 3 + 2 + 0) = \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{2}$

গ AB রেখার ঢাল $= \frac{1+2}{6-0} = \frac{1}{2}$; BC রেখার ঢাল $= \frac{2-1}{3-6} = -\frac{1}{3}$

CD রেখার ঢাল $= \frac{0-2}{-1-3} = \frac{1}{2}$; DA রেখার ঢাল $= \frac{0+2}{-1-0} = -2$

আমরা জানি, দুটি সরলরেখার ঢাল সমান হলে তারা পরস্পর সমান্তরাল।
সুতরাং, AB ও CD বাহুদ্বয় সমান্তরাল এবং পরস্পর বিপরীত বাহু।
$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম।

প্রশ্ন ▶ ১৭ $(0, -2t^2)$, $(2, 3t)$ বিন্দুগামী সরল রেখার ঢাল 1.

ক. t এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. t এর মান দুটি (4, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্দেশ করলে তাদের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(0, -2t^2)$, $(2, 3t)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{3t + 2t^2}{2-0} = \frac{2t^2 + 3t}{2}$

শর্তমতে, $\frac{2t^2 + 3t}{2} = 1$
বা, $2t^2 + 3t = 2$
বা, $2t^2 + 3t - 2 = 0$
বা, $2t^2 + 4t - t - 2 = 0$
বা, $2t(t + 2) - (t + 2) = 0$
বা, $(t + 2)(2t - 1) = 0$
$\therefore t = -2$ অথবা $t = \frac{1}{2}$

খ আমরা জানি, সরলরেখার সমীকরণ হলো $y - y_1 = m(x - x_1)$
এখানে উভয় রেখাই (4, 3) বিন্দুগামী
$\therefore (y - 3) = m(x - 4)$
$m = -2$ হলে,
বা, $y - 3 = -2(x - 4)$
বা, $y - 3 = -2x + 8$
বা, $2x + y = 11$
$m = \frac{1}{2}$ হলে, $(y - 3) = \frac{1}{2}(x - 4)$
বা, $2y - 6 = x - 4$ $\therefore x - 2y + 2 = 0$

গ প্রথম সরল রেখার ঢাল, $m = -2$
x – অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ θ হলে, $m = \tan\theta$
বা, $-2 = \tan\theta$
$\therefore \theta = -63.6°$ বা $116.6°$

অনুরূপভাবে, দ্বিতীয় সরল রেখার ঢাল $= \frac{1}{2}$
$m = \tan\theta$
$\therefore \frac{1}{2} = \tan\theta$
বা, $\theta = \tan^{-1}\frac{1}{2}$
$\therefore \theta = 26.6°$

সুতরাং, রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $(116.6° - 26.6°) = 90°$
$\therefore$ সরল রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৮ মূলবিন্দুর (0, 0) এবং অপর দুটি বিন্দু P(4, 0) ও R (0, 4) xy-সমতলে অবস্থিত।

ক. বিন্দুগুলো xy-সমতলে স্থাপন কর। ২
খ. বিন্দু তিনটি দ্বারা একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪
গ. অপর একটি বিন্দু Q(4, 4) একই সমতলে অবস্থিত। বিন্দুটি স্থাপন করে একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি বর্গ। বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: গ. $4\sqrt{2}$

প্রশ্ন ▶ ১৯ A(p, q) এবং B(q, p) বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে $12x - y = 1$, $2x - 10y = 5$ রেখাদ্বয়ের উপর অবস্থিত।

ক. p ও q-এর সম্পর্ক দুটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. p ও q-এর মান নির্ণয় কর। AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য ঢাল এবং সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
গ. মূলবিন্দু O (0, 0) হলে ΔOAB-এর ক্ষেত্রফল পরিসীমার সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $12p - q = 1$ এবং $2q - 10p = 5$
খ. $p = 3$, $q = 17.5$, AB = 20.5 একক, ঢাল $= -1$
$2x + 2y = 29$
গ. 297.25

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ২০ xy-তলের উপর A(2, 2), B(5, 2) এবং C(2, 7) বিন্দু তিনটি অবস্থিত।

ক. বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. AB ও AC রেখার ঢাল ও সমীকরণ নির্ণয় কর (সম্ভব হলে)। ৪

গ. বিন্দু তিনটি যদি একটি আয়তক্ষেত্রের তিনটি শীর্ষবিন্দু হয় তবে আয়তক্ষেত্রটির চতুর্থ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. AB বাহুর ঢাল 0 এবং AC বাহুর ঢাল ∞ এবং AB বাহুর সমীকরণ $y-2=0$, AC বাহুর সমীকরণ $5x+3y=31$।
গ. চতুর্থ বিন্দু (5, 7)

প্রশ্ন ▶ ২১ $(0, -2t^2)$ ও $(2, 3t)$ বিন্দুগামী সররেখার ঢাল 1.

ক. t এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. t এর মান দুটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্দেশ করলে তাদের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সরলরেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $-2, \frac{1}{2}$; খ. $2x+y=0$; $x-2y=0$ গ. 90°

প্রশ্ন ▶ ২২ ছক কাগজে চারটি বিন্দু A(–1, –1), B(–2, –4), C(t, 5) এবং D(2t, 8) কে স্থাপন করা হল।

ক. AB সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও CD সমান্তরাল হলে t এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AB ও CD সরল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এরা একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

উত্তর: ক. 3; খ. $t=1$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ২৩ এক ব্যক্তির ত্রিভুজাকৃতির একখণ্ড জমি রয়েছে। তিনি ঐ জমির একটি শীর্ষবিন্দুতে উত্তর দিকে মুখ করে দাড়িয়ে দেখলেন যে ঐ শীর্ষবিন্দু সংলগ্ন বাহু দুইটি পূর্বদিকের সাথে যথাক্রমে 63.44° এবং 153.42° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. পূর্ব-পশ্চিম বরাবর X অক্ষ এবং প্রথম শীর্ষ বিন্দুটিকে মূল বিন্দু ধরে ঐ বিন্দু সংলগ্ন বাহুদুটির সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. লোকটি সোজা উত্তর দিক বরাবর 5 মিটার গিয়ে এমন একটি বিন্দু পেলেন যেখান থেকে অপর শীর্ষ দুটি 5 মিটার দূরে অবস্থিত। যে কোন একটি শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে সূত্রের সাহায্যে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x+2y=0$; খ. (4, 8); গ. 20.25 বর্গমিটার।

প্রশ্ন ▶ ২৪ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(6, 0), B(0, 6), C(–6, 0) এবং D(0, –6). [কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক. XY সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে এর অবস্থান দেখাও এবং AC কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি বর্গ ক্ষেত্র। ৪

গ. উপরের তথ্য থেকে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 6 একক; গ. 36 বর্গ একক।

internet-linked
প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন
ssc.panjeree.com/hmt/hm11qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- যদি দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ কোনো সরলরেখার উপর অবস্থিত হয়, তাহলে, ঢাল, $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
  এবং উক্ত সরলরেখার কার্তেসীয় সমীকরণ হবে—
  $y-y_1=m(x-x_1)$ এবং $y-y_2=m(x-x_2)$
- একটি সরলরেখা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ দিয়ে অতিক্রম করলে কার্তেসীয় সমীকরণ হবে, $\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$
  উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y=mx+c$
  এখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y অক্ষের ছেদকাংশ।
  আবার y অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ, x অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $x=a$।
  একইভাবে x অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ, y অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $y=b$।
  x অক্ষের সমীকরণ $y=0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ $x=0$

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৬, ৮, ১১, ১২, ১৩, ১৫, ১৬, ১৯, ২১, ২৩, ২৪, ২৮, ২৯, ৩১, ৩২, ৩৫, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪৪, ৪৫, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩
★★	৭, ৯, ১৪, ১৭, ১৮, ২৫, ২৭, ৩০, ৩৪, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৪৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৬, ৭, ৮, ১১, ১২, ১৫
★★	৩, ৪, ৯, ১৩, ১৬

www.bdniyog.com
www.pathagar.com