অধ্যায়-৩

জ্যামিতি

অনুশীলনী-৩.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. লম্ব অভিক্ষেপের ধারণার ব্যাখ্যা
২. পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান ও প্রয়োগ।
৩. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যের উপর ভিত্তি করে প্রদত্ত উপপাদ্যগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।
৪. ত্রিভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।

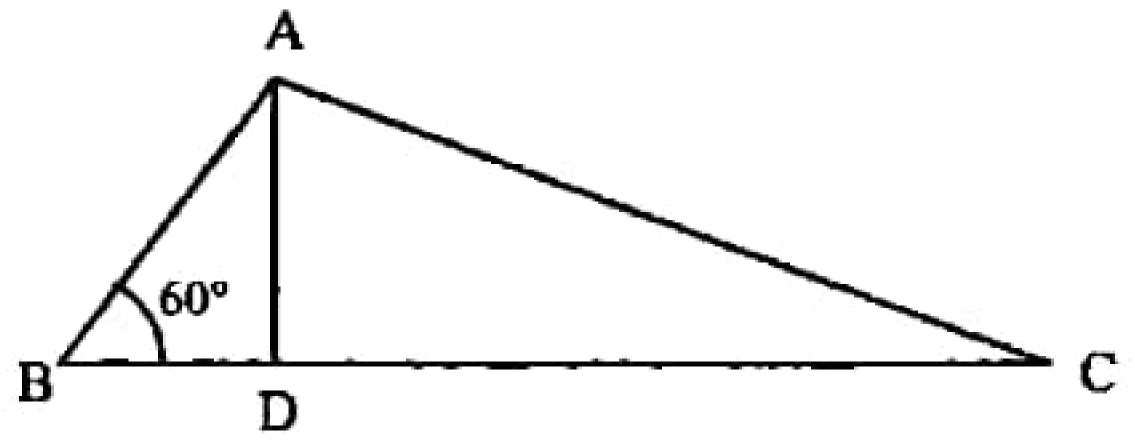
গ্রীক দার্শনিক, বিজ্ঞানী ও ধর্মীয় পন্ডিত পিথাগোরাস *(Pythagoras, 569 BC–495 BC)* কে বিশুদ্ধ গণিতবিদ হিসাবে বিবেচনা করা হয়। পিথাগোরাস বিশ্বাস করতেন যে, "সকল বস্তুই সংখ্যা, গণিত হলো সবকিছুর ভিত্তি এবং জ্যামিতি গণিত চর্চার সর্বোৎকৃষ্ট পন্থা।

৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৭৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৫০টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৯টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৭টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. ΔABC এর $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: ΔABC এর $\angle B = 60°$ হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$.

অঙ্কন: $AD \perp BC$ টানি।

প্রমাণ: আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যেকোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।

$\therefore$ ΔABC এর $\angle B = 60°$, অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ এবং তাহলে BD, BC এর ওপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ।

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$ .... (i)

সমকোণী ΔABD-এ লম্ব AD,
ভূমি BD এবং অতিভুজ AB.

$\cos\angle ABD = \frac{BD}{AB}$ $\left[\because \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}\right]$

বা, $\cos 60° = \frac{BD}{AB}$ $[\because \angle ABD = 60°]$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BD}{AB}$

$\therefore$ $BD = \frac{1}{2}.AB$

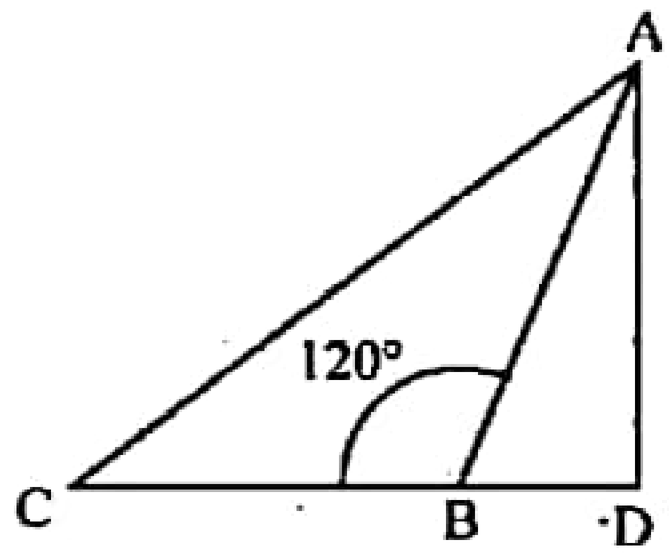
এখন, (i) নং-এ BD-এর মান বসিয়ে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.\frac{1}{2}AB.$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$ **(প্রমাণিত)**

২. ΔABC-এর $\angle B = 120°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর $\angle B = 120°$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$.

অঙ্কন: CB এর বর্ধিতাংশের ওপর AD লম্ব টানি।

প্রমাণ: আমরা জানি, স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ঐ কোণের সন্নিহিত দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি এবং ঐ দুই বাহুর যে কোনো একটি ও তার ওপর অপর বাহুর লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণের সমষ্টির সমান।

এখন, ΔABC-এ $\angle ABC = 120°$ অর্থাৎ একটি কোণ স্থূলকোণ

$\therefore$ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.BD$ .... (i)

CD সরলরেখার ওপর $\angle ABC$ ও $\angle ABD$ দুইটি সন্নিহিত কোণ।

$\therefore$ $\angle ABC + \angle ABD = 180°$

বা, $120° + \angle ABD = 180°$

বা, $\angle ABD = 180° - 120°$

$\therefore$ $\angle ABD = 60°$

এখন, সমকোণী ΔABD এর ভূমি = BD এবং অতিভুজ = AB.

$\therefore$ $\cos\angle ABD = \frac{BD}{AB}$ $[\because \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}]$

বা, $\cos 60° = \frac{BD}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BD}{AB}$

$BD = \frac{1}{2} AB.$

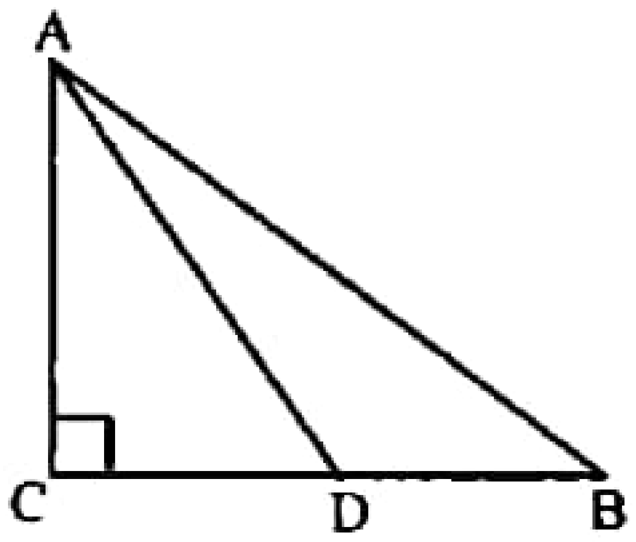
(i) নং-এ BD এর মান বসিয়ে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.\frac{1}{2}AB$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$ **(প্রমাণিত)**

৩. ΔABC এর ∠C = 90° এবং BC-এর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর ∠C = 90° এবং D, BC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$.

প্রমাণ: ΔABC এর ∠C = 90°

অর্থাৎ সমকোণী ΔABC এর অতিভুজ = AB

∴ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= AC^2 + (BD + CD)^2$ [∵ BC = BD + CD]

$= AC^2 + BD^2 + 2BD.CD + CD^2$

$= (AC^2 + CD^2) + BD^2 + 2BD.BD$

[∵ D, BC-এর মধ্যবিন্দু হওয়ায় BD = CD]

$= (AC^2 + CD^2) + BD^2 + 2BD^2$

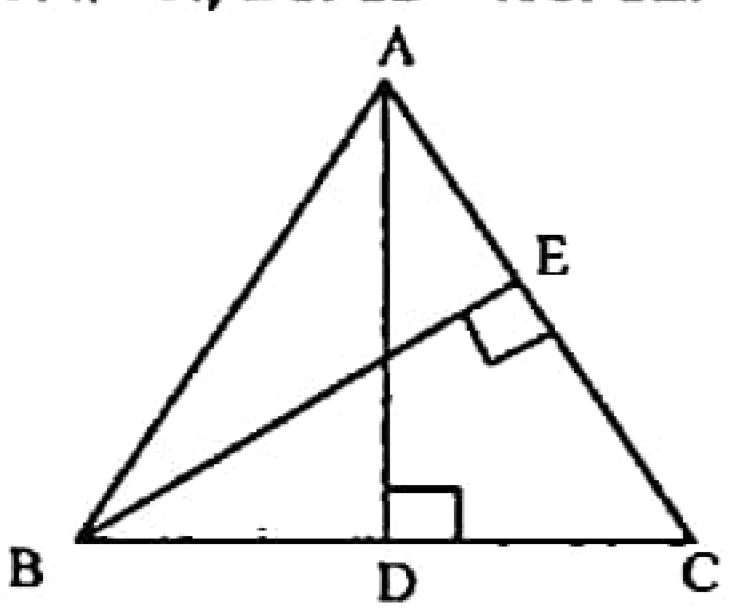
$= AD^2 + 3BD^2$ [∵ ΔACD-এর ∠C সমকোণ হওয়ায় পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 + CD^2 = AD^2$]

∴ $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ **(প্রমাণিত)**

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ে প্রশ্নে ∠B এর স্থলে ∠C হবে।]

৪. ΔABC এর AD, BC এর উপর লম্ব এবং BE, AC এর উপর লম্ব হলে দেখাও যে, BC. CD = AC. CE.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর AD, BC এর ওপর এবং BE, AC-এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, BC. CD = AC. CE.

প্রমাণ: আমরা জানি, যে কোনো ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যে কোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।

এখন, AD⊥BC হওয়ায়, ΔABC- এর ∠ACB সূক্ষ্মকোণ।

[∵∠ACB < সমকোণ ∠ADC]

এবং CD, BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ...... (i)

আবার, CE, AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ।

∴ উপরিউক্ত উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$ .... (ii)

(i) নং এবং (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$AC^2 + BC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$

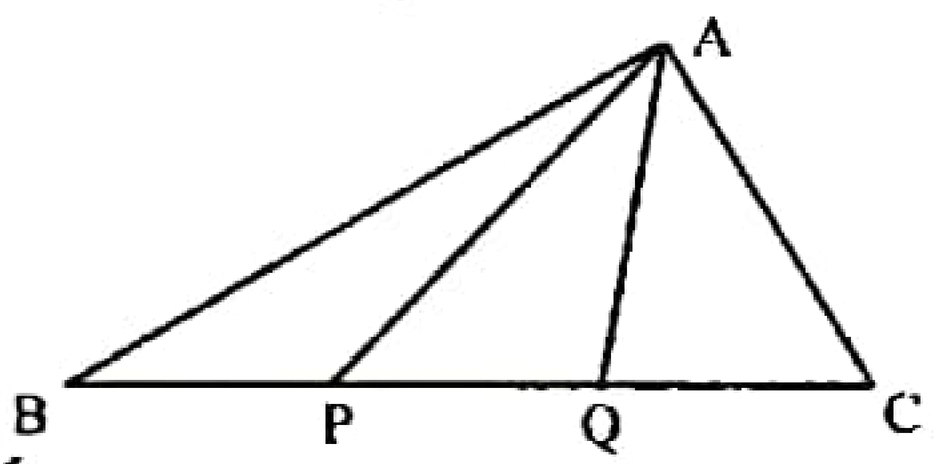
[উভয়পক্ষ হতে $AC^2 + BC^2$ বিয়োগ করে]

বা, BC.CD = AC.CE. [উভয় পক্ষকে (–2) দ্বারা ভাগ করে]

∴ BC.CD = AC.CE **(প্রমাণিত)**

৫. ABC ত্রিভুজের BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে অর্থাৎ BP = PQ = QC। A, P এবং A, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$.

প্রমাণ: ΔABQ-এর মধ্যমা AP [∵ BP = PQ]

∴ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 + AQ^2 = 2(AP^2 + PQ^2)$ .... (i)

আবার, ΔAPC এর মধ্যমা AQ [∵ PQ = QC]

∴ $AP^2 + AC^2 = 2(AQ^2 + PQ^2)$ .... (ii)

এখন, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$AB^2 + AQ^2 + AP^2 + AC^2 = 2AP^2 + 2PQ^2 + 2AQ^2 + 2PQ^2$

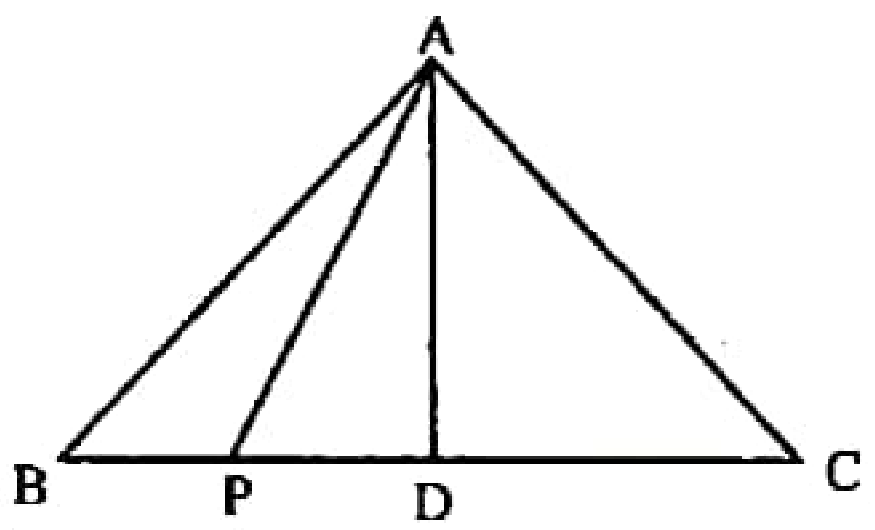
বা, $AB^2 + AC^2 = 2AP^2 + 2AQ^2 + 4PQ^2 - AP^2 - AQ^2$

বা, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$

∴ $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$ **(প্রমাণিত)**

৬. ΔABC এর AB = AC। ভূমি BC এর উপর P যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ AB = AC। ভূমি BC-এর উপর P যেকোনো একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$.

অঙ্কন: AD ⊥ BC টানি।

প্রমাণ: ΔABD এর ∠ADB = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ

[∵ AD ⊥ BC]

∴ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ .... (i)

www.bdniyog.com

আবার, ΔAPD এর $\angle ADP$ = এক সমকোণ এবং AP অতিভুজ [$\because AD \perp BC$]

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AP^2 = AD^2 + PD^2$ .... (ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$AB^2 - AP^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - PD^2$

বা, $AB^2 - AP^2 = BD^2 - PD^2$

বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD)(BD - PD)$

বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD).BP$

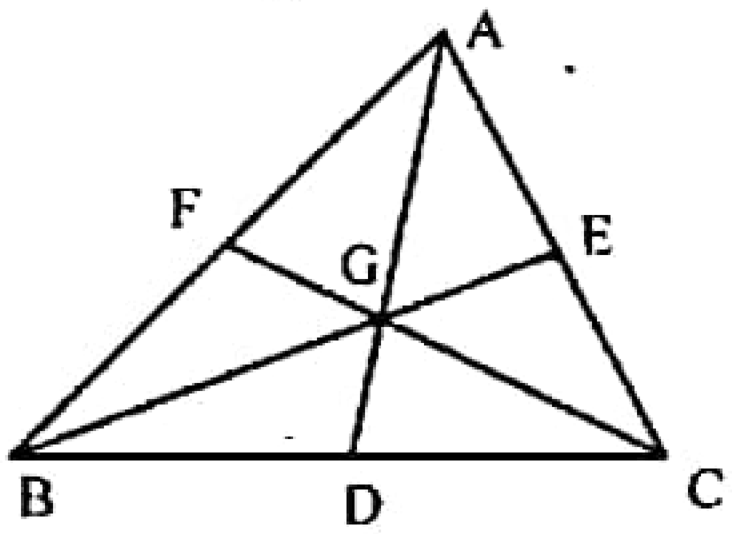
বা, $AB^2 - AP^2 = (CD + PD).BP$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ থেকে ভূমির ওপর লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে অর্থাৎ BD = CD]

বা, $AB^2 - AP^2 = PC.BP$

$AB^2 - AP^2 = BP.PC$ **(প্রমাণিত)**

৭. ΔABC এর মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC এর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে AD, BE ও CF পরস্পর G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$

প্রমাণ: ΔABC এর AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা।

$\therefore$ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে

$AB^2 + CA^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ....(i)

$AB^2 + BC^2 = 2(BE^2 + CE^2)$ ....(ii)

এবং $BC^2 + CA^2 = 2(CF^2 + BF^2)$ ....(iii)

এখন, সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$2AB^2 + 2BC^2 + 2CA^2 = 2AD^2 + 2BD^2 + 2BE^2 + 2CE^2 + 2CF^2 + 2BF^2$

বা, $2(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 2(AD^2 + BE^2 + CF^2) + 2(BD^2 + CE^2 + BF^2)$

বা, $4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) + 4(BD^2 + CE^2 + BF^2)$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) + (2BD)^2 + (2CE)^2 + (2BF)^2$

বা, $4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) + BC^2 + CA^2 + AB^2$

[D, E, F যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুর মধ্য বিন্দু বলে, 2BD = BC, 2CE = CA, 2BF = AB]

বা, $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$ ... ... (iv)

$\therefore 3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4AD^2 + 4BE^2 + 4CF$ [পক্ষান্তর করে]

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো সমপাত বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{GD}{AG} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{GD + AG}{AG} = \frac{1+2}{2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AD}{AG} = \frac{3}{2}$

বা, $2AD = 3AG$

বা, $4AD^2 = 9AG^2$ [বর্গ করে]

অনুরূপে, $4BE^2 = 9BG^2$ এবং $4CF^2 = 9CG^2$

সুতরাং (iv) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9AG^2 + 9BG^2 + 9CG^2$

বা, $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9(GA^2 + GB^2 + GC^2)$

$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

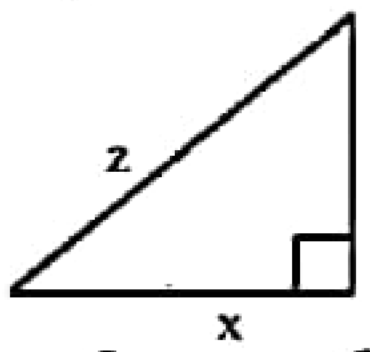
★★★ পীথাগোরাস সম্পর্কিত আলোচনা | Text পৃষ্ঠা-৬৮

- সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের উপপাদ্য হল, $(\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2 = (\text{অতিভুজ})^2$।
- ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গ অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টির সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী হবে।

১. **পীথাগোরাসের সূত্র কীরূপ ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য?** (সহজ)

ক সূক্ষ্মকোণী খ সমকোণী গ স্থূলকোণী ঘ সমবাহু — খ

২.



উপরের চিত্রের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের প্রয়োগ কোনটি? (সহজ)

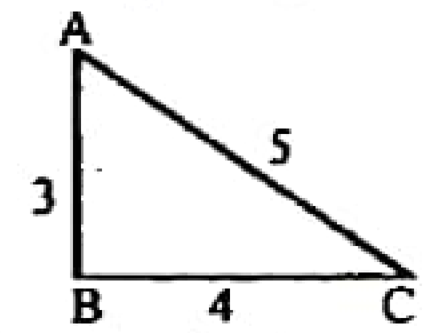
ক $x^2 = y^2 + z^2$ খ $y^2 = x^2 + z^2$ গ $z^2 = x^2 + y^2$ ঘ $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ — গ

৩. **একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ৪ একক ও 6 একক হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত একক?** (সহজ)

[শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 10 খ 36 গ 64 ঘ 100 — ক

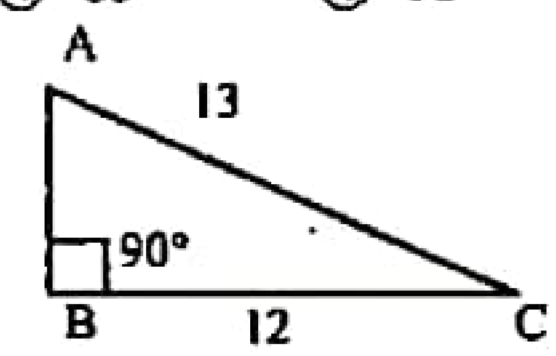
৪. **পাশের চিত্রে,**



$\angle ABC$ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম) [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক 45 খ 60 গ 90 ঘ 120 — গ

৫. **পাশের চিত্রে**



AB এর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম) [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা; সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক 5 খ 25 গ 64 ঘ 100 — ক

ব্যাখ্যা : $AB^2 = 13^2 - 12^2 = 25$ $\therefore AB = 5$ একক

৬. **একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমকোণের বিপরীত বাহুর পরিমাণ $\sqrt{41}$ দেওয়া থাকলে, এর লম্বের পরিমাণ কত?** (মধ্যম)

ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 6 — খ

ব্যাখ্যা: $\sqrt{(\sqrt{41})^2 - 5^2} = \sqrt{41 - 25} = \sqrt{16} = 4$.

৭. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 6 : 8 : 10 হলে এর বৃহত্তর কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

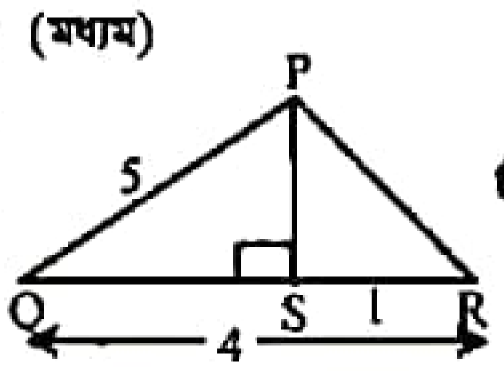
(ক) 60 (খ) 90 (গ) 120 (ঘ) 180 — খ

ব্যাখ্যা: যেহেতু $6^2 + 8^2 = 10^2$ তাই ত্রিভুজটি সমকোণী এবং সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের মান 90°।

৮. একটি ত্রিভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 ও 6 একক, তৃতীয় বাহুটির দৈর্ঘ্য কত একক হলে ত্রিভুজটি সমকোণী হবে? (সহজ)

(ক) 4 (খ) 7 (গ) 8 (ঘ) 9 — গ

৯. পাশের চিত্রে ΔPQR-এ PR এর মান কত? (মধ্যম)

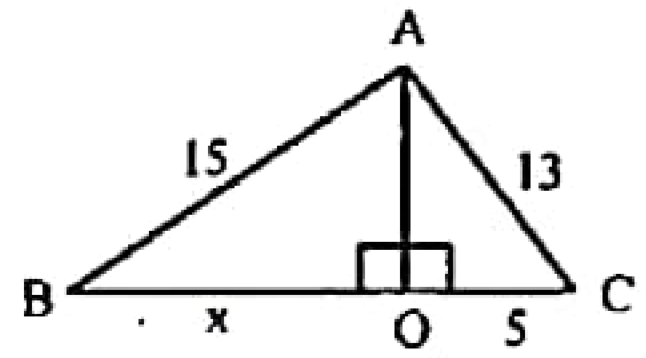


(ক) $\sqrt{17}$ (খ) 4 (গ) $\sqrt{22}$ (ঘ) 3 — ক

ব্যাখ্যা: $PS = \sqrt{25-9} = 4$ [$\because QS = 3$]

$\therefore PR = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

১০.



উপরের চিত্রে x এর মান কত?(মধ্যম)

(ক) $\sqrt{18}$ (খ) $4\sqrt{2}$ (গ) $2\sqrt{81}$ (ঘ) 9 — ঘ

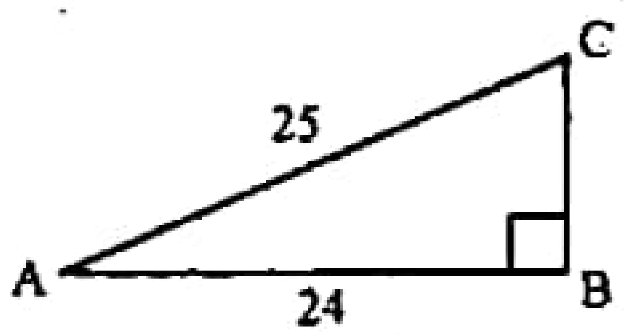
ব্যাখ্যা: $AO^2 = 13^2 - 5^2 = 12^2 \therefore AO = 12$

$x^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \therefore x = 9$

১১. কোনো বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 6 একক হলে, বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

(ক) $6\sqrt{2}$ (খ) $2\sqrt{6}$ (গ) $6\sqrt{3}$ (ঘ) $4\sqrt{3}$ — ক

১২.



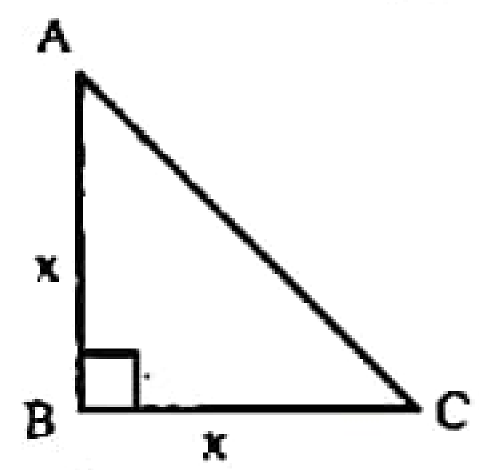
উপরের চিত্রে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(ক) 48 (খ) 84 (গ) 150 (ঘ) 300 — খ

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 7 \times 24 = 84$.

১৩.



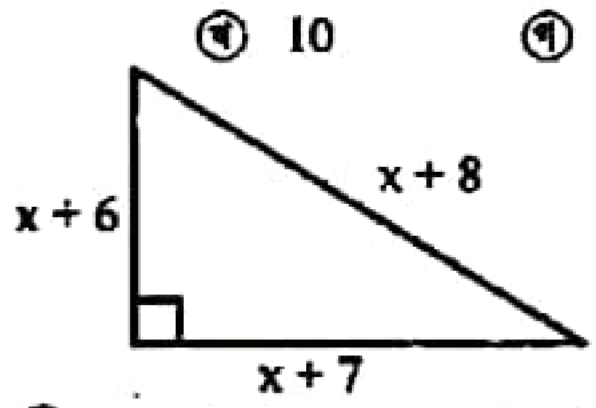
উপরের চিত্রে, AC = কত? (সহজ) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

(ক) 2x (খ) $\sqrt{2}x$ (গ) $x\sqrt{3}$ (ঘ) $\sqrt{3}x$ — খ

১৪. 17 মিটার লম্বা একটি মই 15 মিটার উঁচু দেওয়ালের সঙ্গে হেলানো অবস্থায় আছে। মইয়ের গোড়া থেকে দেওয়ালের দূরত্ব কত মিটার? (মধ্যম) [সরকারী অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

(ক) 8 (খ) 10 (গ) 18 (ঘ) 20 — ক

১৫.

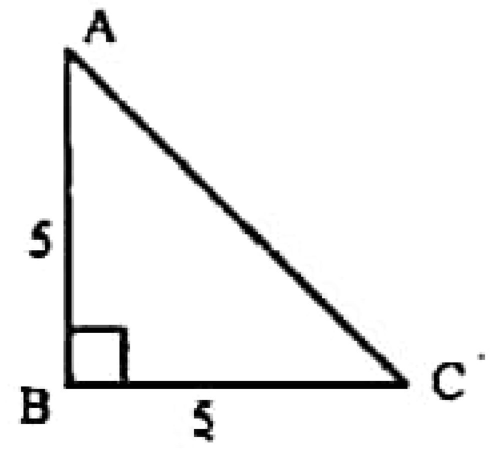


উপরের চিত্রে, x এর মান কত হতে পারে? (মধ্যম)

(ক) −7 (খ) −4 (গ) −3 (ঘ) −2 — গ

ব্যাখ্যা: x = −7 অসম্ভব কারণ, সেক্ষেত্রে ভূমির মান শূন্য হয়ে যায়।

১৬.



ΔABC-এর —

i. একটি কোণ সমকোণ এবং দুই বাহু সমান।

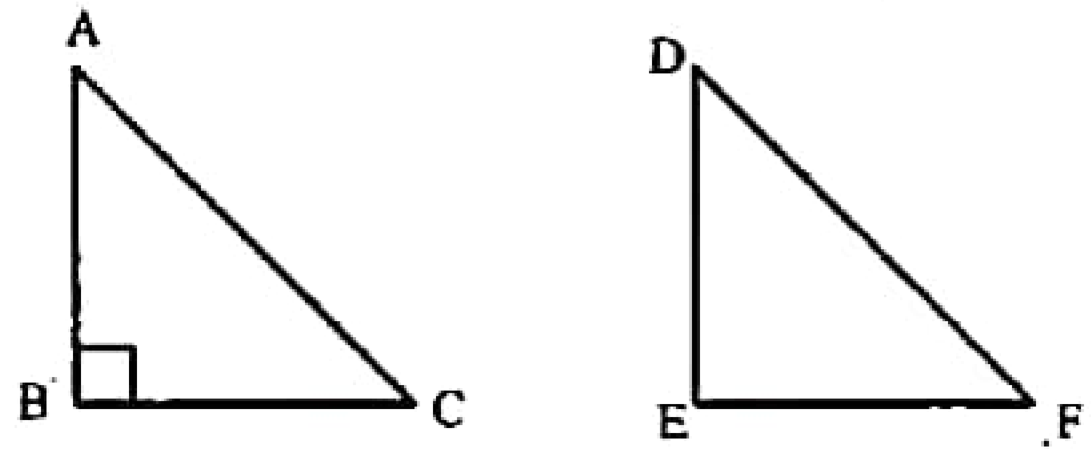
ii. অপর দুইটি কোণের প্রত্যেকটির পরিমাপ 45°।

iii. অতিভুজ এর মান $5\sqrt{2}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

১৭.



ΔABC ও ΔDEF-এ AB = DE, BC = EF হলে—

i. ΔABC-এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

ii. AC = DF হবে।

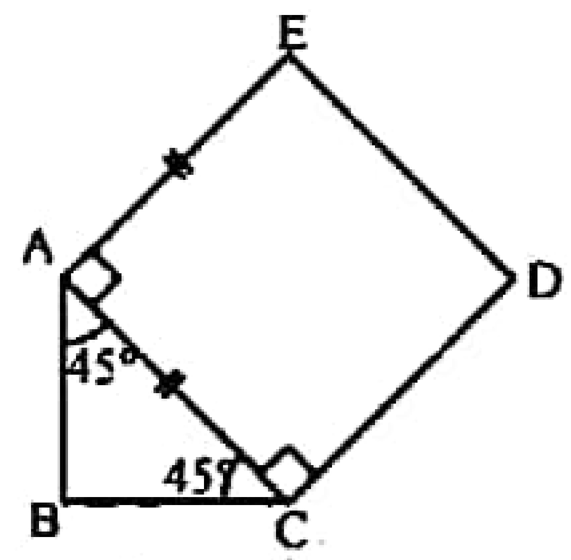
iii. ∠E = এক সমকোণ হবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (১৮-২১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পাশের ΔABC-এ AB = 8 সে.মি. এবং ∠BAC = ∠ACB = 45°।



১৮. ∠ABC = কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) 45 (খ) 60 (গ) 90 (ঘ) 120 — গ

১৯. BC = কত সে.মি.? (সহজ) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

(ক) 4 (খ) 8 (গ) $8\sqrt{2}$ (ঘ) 16 — খ

২০. AC = কত সে.মি.? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

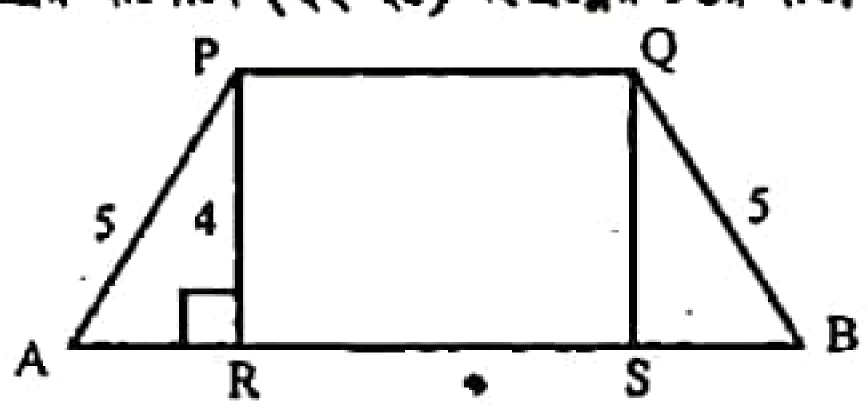
(ক) 8 (খ) $8\sqrt{2}$ (গ) 64 (ঘ) 128 — খ

ব্যাখ্যা : $AC = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}$

২১. ACDE চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

(ক) 64 (খ) 96 (গ) 112 (ঘ) 128 — ঘ

নিচের চিত্রের আলোকে (২২-২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



APQB একটি ট্রাপিজিয়াম যেখানে AB = 12 এবং PR ∥ QS.

২২. ∠QSB = কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) 45 (খ) 90 (গ) 100 (ঘ) 180 — খ

২৩. AR = কত? (সহজ)
ⓚ 2 ⓑ 3 ⓖ 4 ⓘ 5 **খ**

২৪. BS এর মান কত? (সহজ)
ⓚ 2 ⓑ 3 ⓖ 4 ⓘ 5 **খ**

২৫. PQRS এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)
ⓚ 12 ⓑ 20 ⓖ 24 ⓘ 42 **গ**

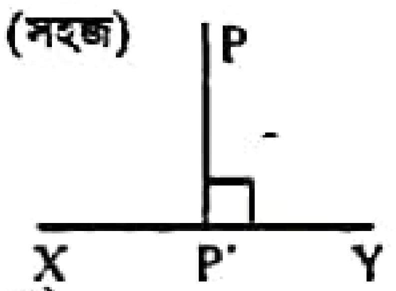
ব্যাখ্যা: $RS = AB - (3 + 3) = 6$
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= PR \times RS = 6 \times 4 = 24$.

★★★ লম্ব অভিক্ষেপ | Text পৃষ্ঠা-৬৫

- কোনো রেখার উপর যেকোনো রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ রেখাংশের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় থেকে ঐ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের সমান।
- কোনো রেখার উপর কোন বিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুই ঐ বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ।
- কোন রেখার উপর লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপ একটি বিন্দু। ফলে লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য শূন্য।
- কোন নির্দিষ্ট রেখার সমান্তরাল রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ ঐ রেখাংশের সমান হবে।
- সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে সমকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয় পরস্পর লম্ব বিধায় তাদের পরস্পরের উপর লম্ব অভিক্ষেপ শূন্য।

২৬. কোনো নির্দিষ্ট রেখার উপর কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুকে ঐ বিন্দুর কী বলে? (সহজ)
ⓚ লম্ব ⓑ অভিক্ষেপ ⓖ লম্ব অভিক্ষেপ ⓘ মধ্যমা **গ**

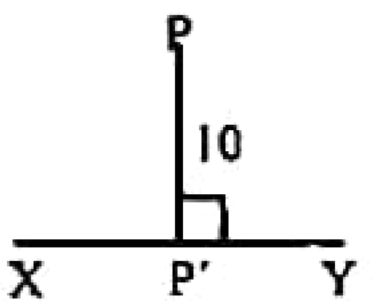
২৭. পাশের চিত্রে, P বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (সহজ)



ⓚ P' ⓑ P
ⓖ PP' ⓘ XY **ক**

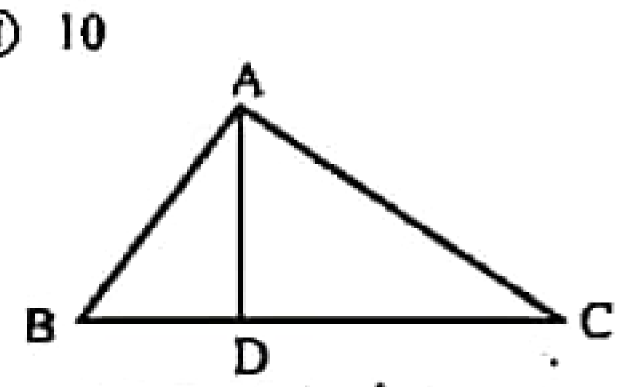
২৮. লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য কীরূপ হয়? (সহজ)
ⓚ একক ⓑ দ্বিগুণ ⓖ শূন্য ⓘ অসীম **গ**

২৯. পাশের চিত্রে $PP' \perp XY$, PP' লম্বের লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)



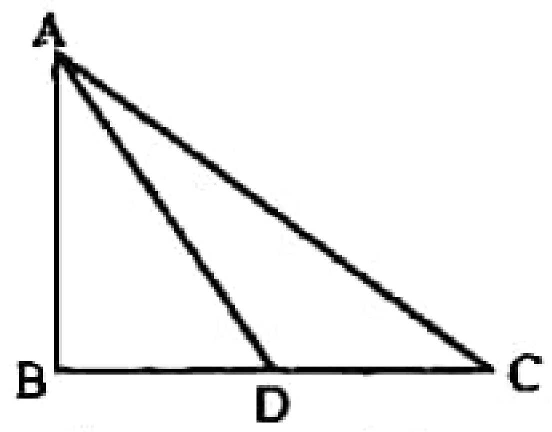
ⓚ −10 ⓑ 0
ⓖ 10 ⓘ 100 **খ**

৩০.



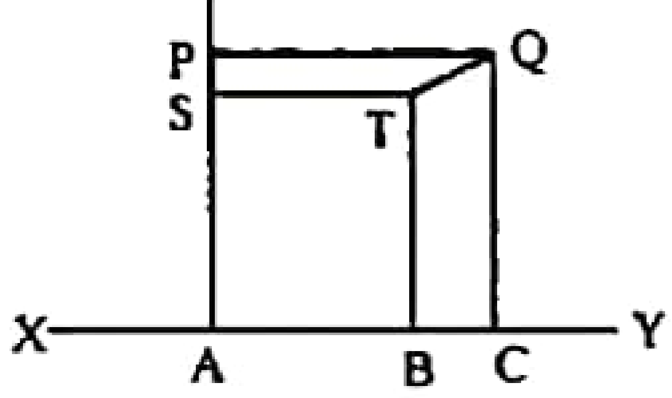
ΔABC এর BC বাহুর উপর AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (সহজ)
ⓚ BD ⓑ AD ⓖ CD ⓘ AB **গ**

৩১.



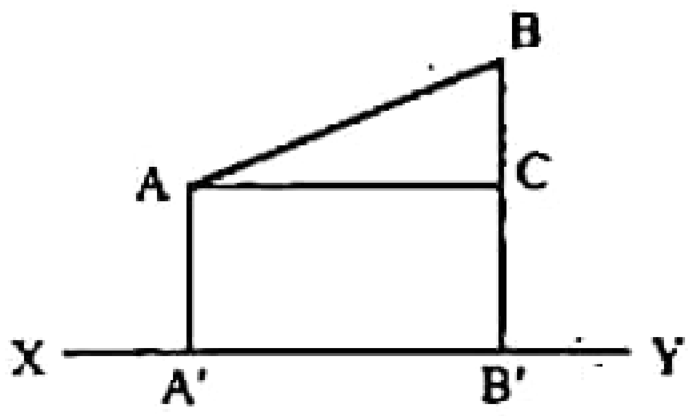
নিচের কোনটি BC রেখার উপর AD রেখার লম্ব অভিক্ষেপ? (সহজ)
ⓚ AB ⓑ AC ⓖ BD ⓘ CD **গ**

৩২.



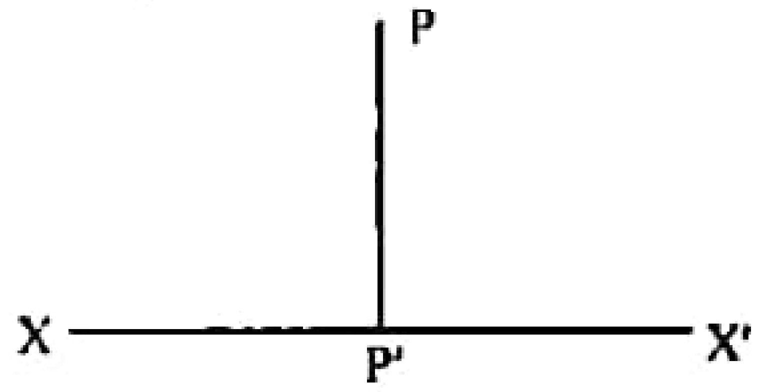
চিত্রে XY রেখার উপর TQ রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ XY ⓑ AB ⓖ ST ⓘ BC **ঘ**

৩৩.



চিত্রে কী শর্তে AB = A'B' হবে? (মধ্যম)
ⓚ AB = XY ⓑ AB ∥ XY
ⓖ $AB = \frac{1}{2}XY$ ⓘ $AB \perp XY$ **খ**

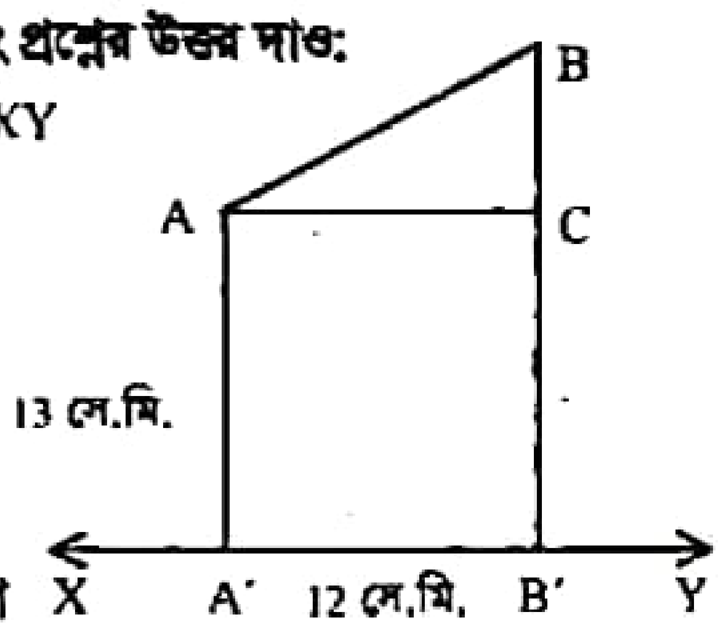
৩৪.



XX' সরলরেখার উপর P যেকোনো বিন্দু হলে —
i. ঐ বিন্দু থেকে XX' রেখার উপর লম্ব PP'.
ii. লম্বের পাদবিন্দু P'.
iii. P বিন্দু থেকে XX' এর উপর লম্ব অভিক্ষেপ হবে শূন্য।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ⓚ i ও ii ⓑ i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৫-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

AB রেখাংশের B বিন্দু থেকে $BB' \perp XY$
এবং BB' = 18 সে.মি।
AC ∥ A'B'
A'B' = 12 সে.মি. ও
AA' = 13 সে.মি.



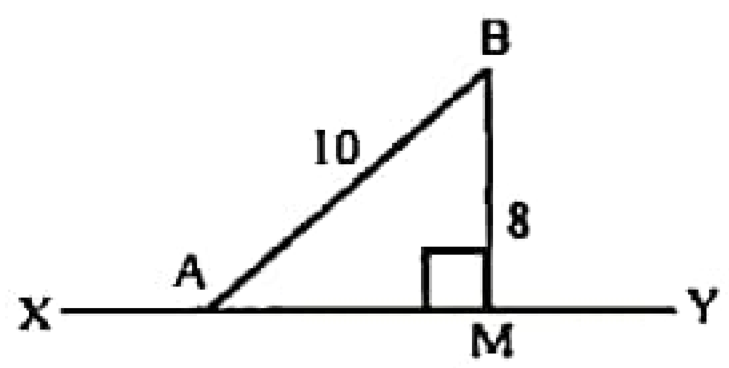
৩৫. AB রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ কত সে.মি.? (সহজ)
ⓚ 5 ⓑ 12
ⓖ 13 ⓘ 18 **খ**

৩৬. BC = কত সে.মি.? (সহজ)
ⓚ 5 ⓑ 12 ⓖ 13 ⓘ 23 **ক**

৩৭. AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)
ⓚ 13 ⓑ 25 ⓖ 144 ⓘ 169 **ক**

ব্যাখ্যা: $AB^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \therefore AB = 13$

নিচের চিত্রের আলোকে (৩৮-৪০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৩৮. XY সরলরেখার উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (সহজ)
[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় উচ্চ বিদ্যালয়; সামসুল হক খান বিদ্যালয়; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ⓚ XY ⓑ BM ⓖ AM ⓘ AX **গ**

৩৯. AM এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)
ⓚ 6 ⓑ 8 ⓖ 10 ⓘ 12 **ক**

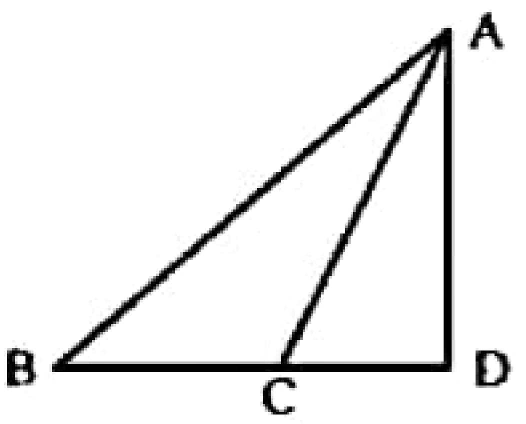
৪০. ΔABM-এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)
ⓚ 12 ⓑ 24 ⓖ 32 ⓘ 48 **খ**

www.bdniyog.com

কতিপয় গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য। Text পৃষ্ঠা-৬৮

- দুইটি ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত:
  দুইটি অনুরূপ বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ; তিনটি অনুরূপ বাহু; দুইটি কোণ ও একটি বাহু; একটি কোণ সমকোণ, অতিভুজ এবং একটি বাহু
- দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হবে।
- ত্রিভুজের বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতের সমান।
- ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ।
- নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।
- ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলা হয়। ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
- ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্বত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বা লম্ববিন্দু বলা হয়। লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুত্রয় সংযোজন করে উৎপন্ন ত্রিভুজকে মূলত্রিভুজের পাদত্রিভুজ (Pedal triangle) বলা হয়।

৪১.



চিত্র অনুসারে AB এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

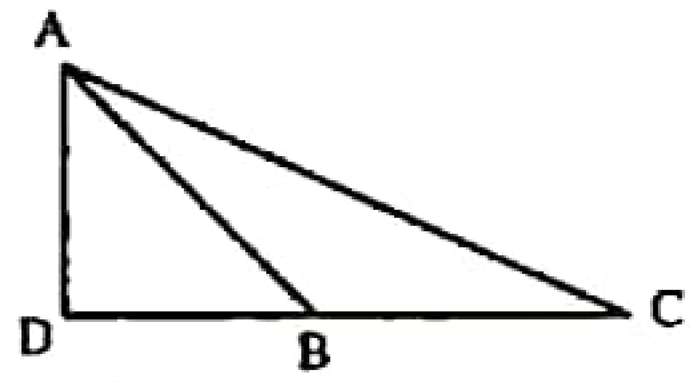
(ক) $AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ (খ) $AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$
(গ) $\sqrt{AC^2 + BC^2 + 2BC.CD}$ (ঘ) $\sqrt{AC^2 + BC^2 - 2BC.CD}$ (গ)

৪২. ΔABC এর $\angle ACB$ = স্থূলকোণ। AC = 9 সে.মি., BC = 8 সে.মি. এবং AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ 6 সে.মি. হলে, AB = কত সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 15.52 (খ) 14.52 (গ) 16.52 (ঘ) 17.52 (ক)

ব্যাখ্যা : $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.
$AB = \sqrt{9^2 + 8^2 + 2.\ 8.\ 6.71} = 15.52$

৪৩.



উপরের চিত্র অনুসারে কোনটি AB^2 এর সমান? (সহজ)

(ক) $AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ (খ) $AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$
(গ) $\sqrt{AC^2 + BC^2 - 2BC.CD}$ (ঘ) $\sqrt{AC^2 + BC^2 + 2BC.CD}$ (খ)

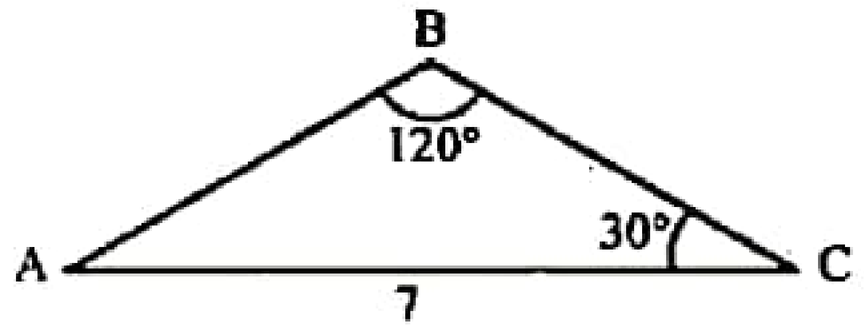
৪৪. ΔABC-এর $\angle C$ স্থূলকোণ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল, ঢাকা; ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; ঝিনাইদহ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ; লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ; বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]

(ক) $AB^2 = AC^2 + BC^2$ (খ) $AB^2 < AC^2 + BC^2$
(গ) $AB^2 > AC^2 + BC^2$ (ঘ) $AB^2 > 2(AC^2 + BC^2)$ (গ)

৪৫. ΔABC-এর $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$ হলে $\angle B$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) 30 (খ) 60 (গ) 90 (ঘ) 120 (ঘ)

৪৬.



চিত্রে AB এর মান কত? (মধ্যম)

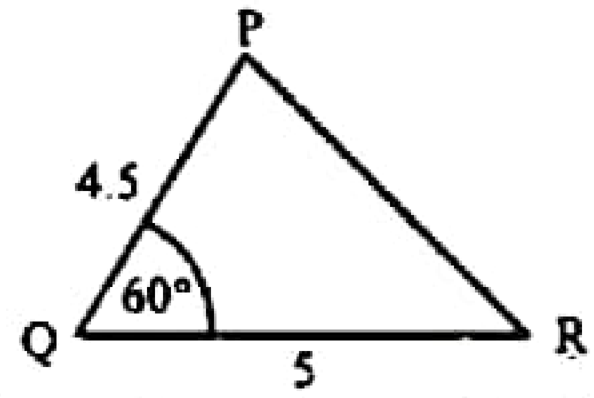
(ক) 3 (খ) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ (গ) 5 (ঘ) $\frac{49}{3}$ (ঘ)

ব্যাখ্যা: ΔABC-এ AB = BC
$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$
বা, $AC^2 = 3AB^2$
$\therefore AB = \sqrt{\frac{AC^2}{3}}$

৪৭. ΔABC-এ $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $AB^2 = AC^2 + BC^2$ (খ) $AC^2 < AB^2 + BC^2$
(গ) $AB^2 > AC^2 + BC^2$ (ঘ) $AB^2 < AC^2 + BC^2$ (ঘ)

৪৮.



উক্ত ত্রিভুজের PR এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) 4.50 (খ) 4.77 (গ) 4.85 (ঘ) 5 (খ)

ব্যাখ্যা: $\angle Q = 60°$ তাই $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - PQ.QR$
$= (4.5)^2 + 5^2 - 4.5 \times 5 = 20.25 + 25 - 22.5$
$= 45.25 - 22.5 = 22.75$
$\therefore PR = \sqrt{22.75} = 4.77$

৪৯. ΔABC-এর AD মধ্যমা BC বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে নিচের কোনটি এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা; সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ; দি বাডস রেসিডেনসিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মৌলভীবাজার; নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

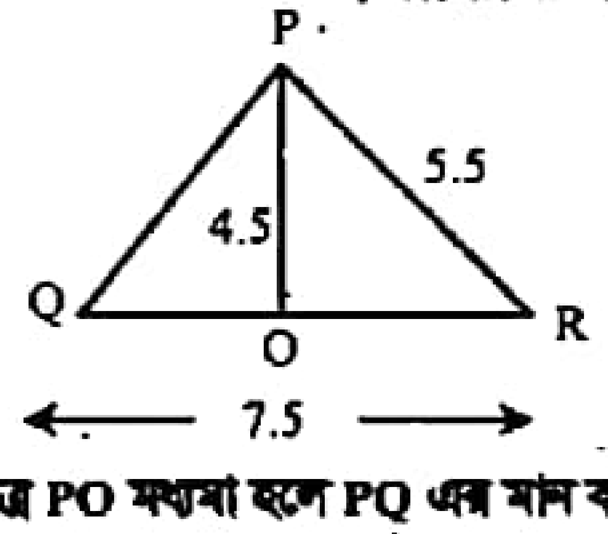
(ক) $AB^2 + AC^2 = 2AD^2$
(খ) $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
(গ) $2(AB^2 + AC^2) = AD^2 + BD^2$
(ঘ) $AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2$ (খ)

৫০. ABC ত্রিভুজের মধ্যমা AD = 5 সে.মি. এবং BC = 6 সে.মি. হলে, $AB^2 + AC^2$ কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 34 (খ) 68 (গ) 78 (ঘ) 122 (খ)

ব্যাখ্যা : $2\left\{5^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2\right\} = 2(25 + 9) = 68$
[এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে]

৫১.



উপরের চিত্রে PO মধ্যমা হলে PQ এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) 5.5 (খ) 6.0 (গ) 6.1 (ঘ) 6.2 (ঘ)

ব্যাখ্যা: QO = OR = 3.75
$\therefore PQ = \sqrt{2(4.5^2 + 3.75^2) - 5.5^2} = 6.2$

৫২. ΔABC-এ AB = 5 সে.মি., AC = 6 সে.মি. এবং BC = 8 সে.মি. হলে, BC বাহুর মধ্যমা AD কত সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 3.81 (খ) 4 (গ) 4.5 (ঘ) 25 (ক)

ব্যাখ্যা : $2\left\{AD^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2\right\} = 5^2 + 6^2$ বা, $AD^2 + 16 = 30.5$
$\therefore AD = 3.81$

www.bdniyog.com

৫৩. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির উপর মধ্যমা 2.5 সে.মি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. হলে, সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (কঠিন)

ⓚ 2.06 ⓖ 2.91 ⓖ 2.25 ⓖ 3.06 — খ

ব্যাখ্যা : $2(\text{বাহু})^2 = 2\left\{(2.5)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}$

বা, $(\text{বাহু})^2 = 8.5$ ∴ বাহু $= 2.91$

৫৪. ΔABC এর বাহুত্রয় যথাক্রমে 3, 3.5 ও 4 সে.মি. হলে, মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 6.98 খ 27.94 গ 83.81 ঘ 111.76 — খ

ব্যাখ্যা : $(d^2 + e^2 + f^2) = \frac{3}{4}(3^2 + 3.5^2 + 4^2) = 27.94$

৫৫. সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে 6, 7 ও 8 একক হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম) [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল]

ক 9 খ 9.97 গ 14.2 ঘ 14.95 — খ

ব্যাখ্যা : $C^2 = \frac{2}{3}(6^2 + 7^2 + 8^2) = 99.33$ ∴ $C = 9.97$

৫৬. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি 27.94 হলে, ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

ক 20.955 খ 27.94 গ 37.25 ঘ 780.64 — গ

ব্যাখ্যা : $(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{4}{3} \times 27.94$

৫৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 41 একক হলে, মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ একক? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল]

ক 2521.5 খ 3362 গ 5043 ঘ 10086 — ক

ব্যাখ্যা : $(d^2 + e^2 + f^2) = \frac{3}{2}(41)^2 = 2521.5$

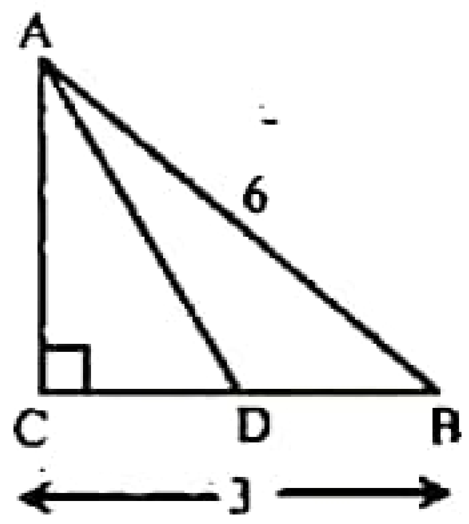
৫৮. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির দ্বিগুণ, উহার অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কতগুণের সমান? (সহজ) [ঝিনাইদহ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ $\frac{1}{2}$ — খ

৫৯. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় যদি p, q ও r হয় এবং অতিভুজ d হয়, তবে কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ) [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা; বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক $d^2 = p^2 + q^2 + r^2$
খ $p^2 + q^2 + r^2 = 2d^2$
গ $4(p^2 + q^2 + r^2) = 5d^2$
ঘ $2(p^2 + q^2 + r^2) = 3d^2$ — ঘ

৬০.

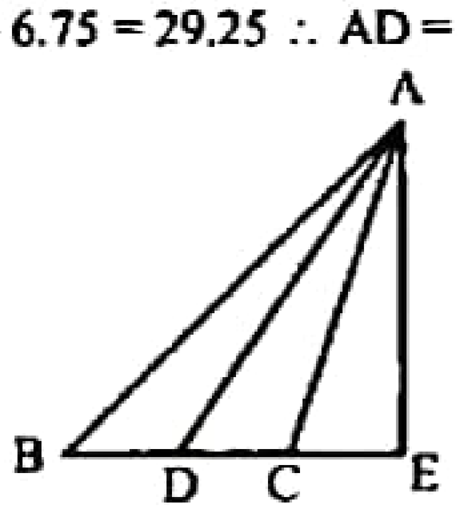


চিত্রে, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক AD এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক 5 খ 5.41 গ 5.50 ঘ 6.1 — খ

ব্যাখ্যা: $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - 3BD^2$
$= 36 - 6.75 = 29.25$ ∴ $AD = 5.41$

৬১.



ΔABC-এর BC বাহুর বর্ধিতাংশের উপর AE লম্ব অঙ্কন করা হলে —

i. BE বাহুর উপর AD রেখার লম্ব অভিক্ষেপ DE

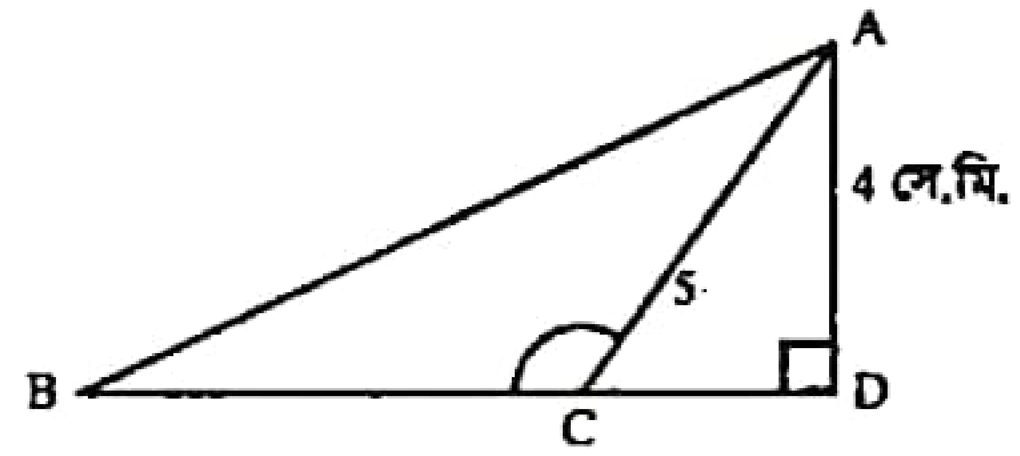
ii. সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে, $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2CD.DE$.

iii. $AD^2 = AE^2 + DC^2$.

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৬২.



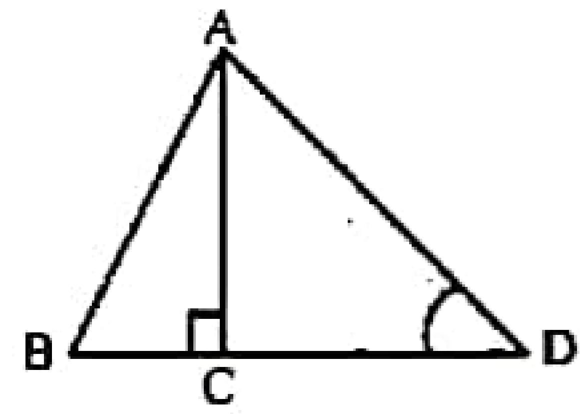
ΔABC এর ক্ষেত্রে ∠C স্থূলকোণ এবং AC এর লম্ব অভিক্ষেপ CD হলে–

i. $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD$
ii. $AB^2 > AC^2 + BC^2$
iii. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৬৩.



ΔABC-এ ∠ADB সূক্ষ্মকোণ হলে—

i. $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC.CD$.
ii. $AC^2 = AD^2 - CD^2$
iii. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

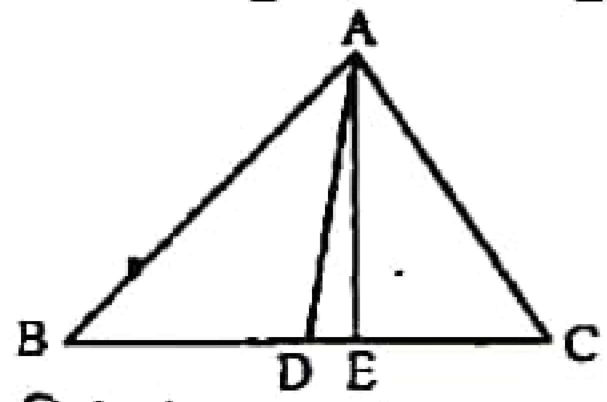
৬৪. ΔPQR-এ—

i. ∠R স্থূলকোণ হলে, $PQ^2 > QR^2 + PR^2$.
ii. ∠R সমকোণ হলে, $PQ^2 = QR^2 + PR^2$.
iii. ∠R সূক্ষ্মকোণ হলে, $PQ^2 < QR^2 + PR^2$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

৬৫.



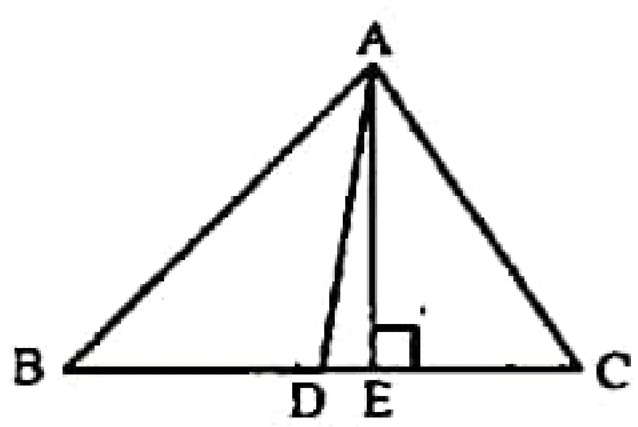
প্রদত্ত চিত্রানুসারে —

i. $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.
ii. $AB^2 + AC^2 = 2CD^2 + 2AD^2$.
iii. $AB^2 + AC^2 = 2AE^2 + 2DE^2$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৬৬.



ΔABC-এ AD মধ্যমা হলে — [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা; সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; হাজীগঞ্জ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর; পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

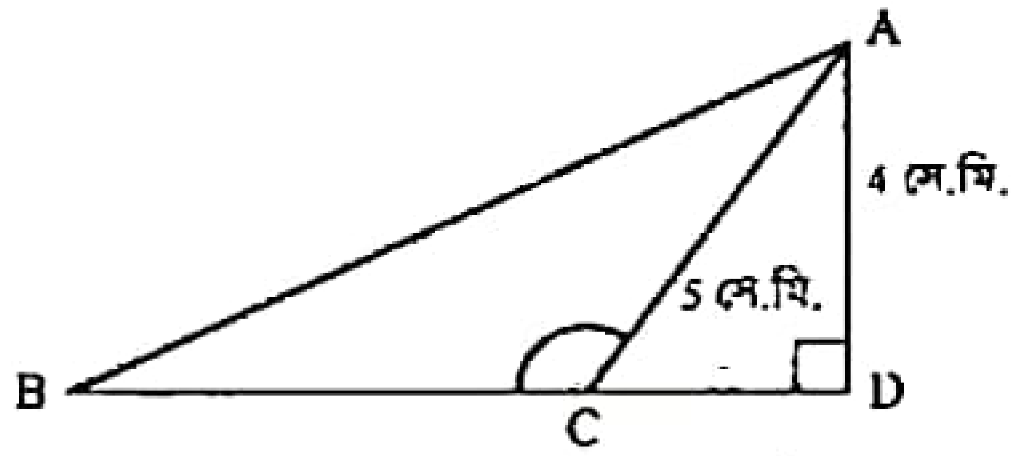
i. $AB^2 = AE^2 + (BD + DE)^2$.
ii. $AB^2 + AC^2 = BE^2 + CE^2$.
iii. $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

www.bdniyog.com

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৭-৬৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, AC = 5 সে.মি. এবং BD = 10 সে.মি.

৬৭. AC এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা; মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ⓚ BC ⓚ CD ⓖ AD ⓘ AB ● খ

৬৮. ∠ACB স্থূলকোণ হলে, AB^2 = কত? (সহজ) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা;]

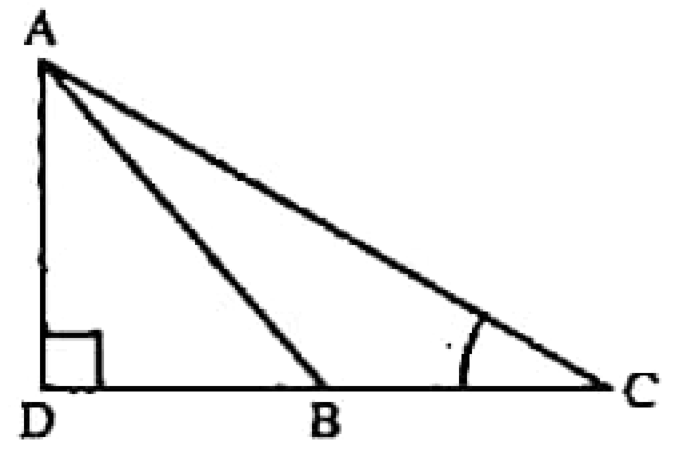
ক $AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ খ $AC^2 - BC^2 + 2BC.CD$
গ $AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ঘ $AC^2 + BC^2 - 2(BC + CD)$ ● ক

৬৯. AB = কত সে.মি.? (কঠিন)
[ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা]

ক $\sqrt{74}$ খ $\sqrt{116}$ গ 74 ঘ 110 ● খ

ব্যাখ্যা: $AB^2 = (5)^2 + (10-3)^2 + 2.(10-3).3 = 25 + 49 + 42$
$\therefore AB = \sqrt{116}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৭০-৭১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



পাশের চিত্রে B, CD এর মধ্যবিন্দু এবং AC = 6.5 সে.মি., BC = 2.5 সে.মি.।

৭০. AC এর লম্ব অভিক্ষেপ নিচের কোনটি? (সহজ) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

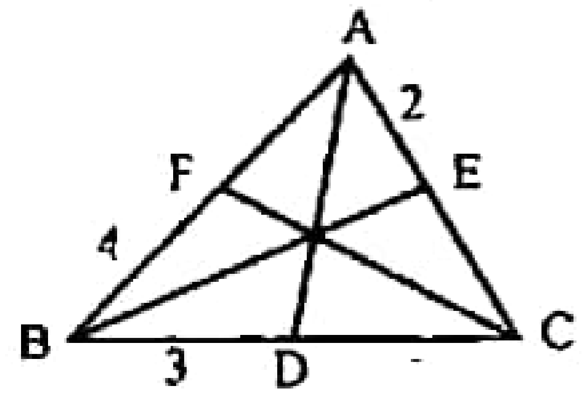
ক BC খ BD গ AD ঘ CD ● ঘ

৭১. $AD^2 + AC^2$ = কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক 17.25 খ 42.25 গ 59.5 ঘ 84.5 ● ক

ব্যাখ্যা: $AD^2 = (6.5)^2 - (5)^2 = 17.25$

নিচের চিত্রের আলোকে (৭২-৭৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



উপরের চিত্রে ΔABC-এ AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয়।

৭২. BC এর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক 3 খ 4 গ 6 ঘ 8 ● গ

৭৩. AD এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

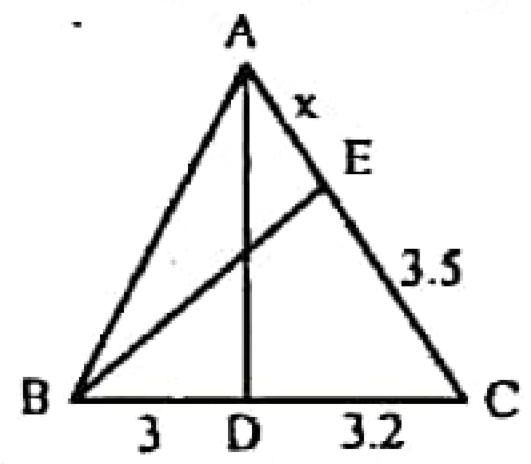
ক 4.2 খ 4.5 গ 5.0 ঘ 5.5 ● ঘ

ব্যাখ্যা: $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$.

৭৪. বৃহত্তম বাহু কোনটি? (সহজ)

ক AB খ BC গ AC ঘ AD ● ক

নিচের চিত্রের আলোকে (৭৫-৭৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৭৫. ΔABC-এ AD ⊥ BC এবং BE ⊥ AC হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক BC + CD = AC + CE খ BC − CD = AC − CE
গ BC.CE = AC.CD ঘ BC.CD = AC.CE ● ঘ

৭৬. x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 2.17 গ 2.5 ঘ 3 ● খ

ব্যাখ্যা: AC.CE = BC.CD বা, $(3.5 + x)3.5 = 6.2 \times 3.2$ বা, $x = 2.17$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের উপর ভিত্তি করে এ্যাপোলোনিয়াস একটি গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য বর্ণনা করেন যা এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য নামে পরিচিত। [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম; [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

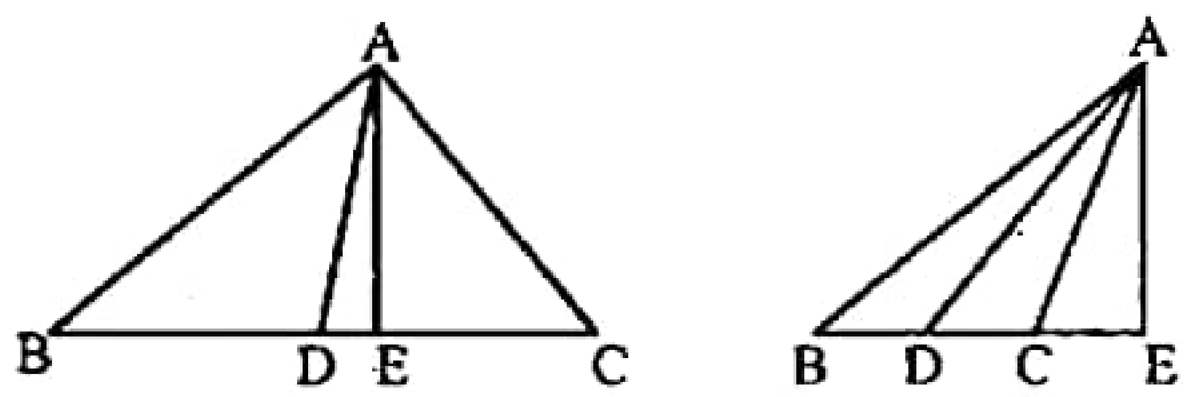
ক. চিত্রসহ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যের বর্ণনা দাও এবং বর্ণনাটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. উপপাদ্যটির প্রমাণ দাও। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের তিন বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রত্রয়ের সমষ্টির তিনগুণ, মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রত্রয়ের সমষ্টির চারগুণের সমান। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

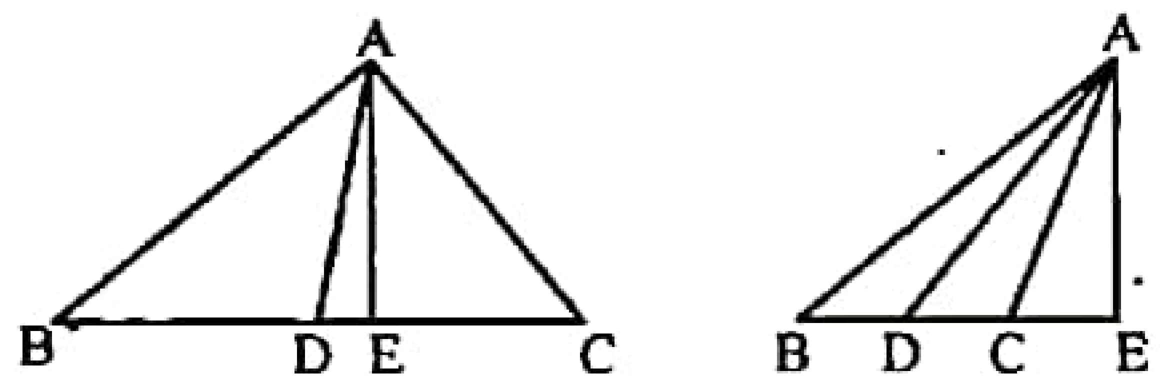
ক



বর্ণনা: ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি, তৃতীয় বাহুর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ঐ বাহুর সমদ্বিখণ্ডক মধ্যমার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ।

ΔABC-এর মধ্যমা AD হলে,
$AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এর মধ্যমা AD.
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন: A থেকে BC অথবা BC-এর বর্ধিতাংশের উপর AE লম্ব আঁকি।

www.bdniyog.com

প্রমাণ : মনে করি, $\angle ADB$ স্থূলকোণ,

অতএব, $AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$..... (১)

$\angle ADC$ সূক্ষ্মকোণ হলে,

$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2CD.DE$

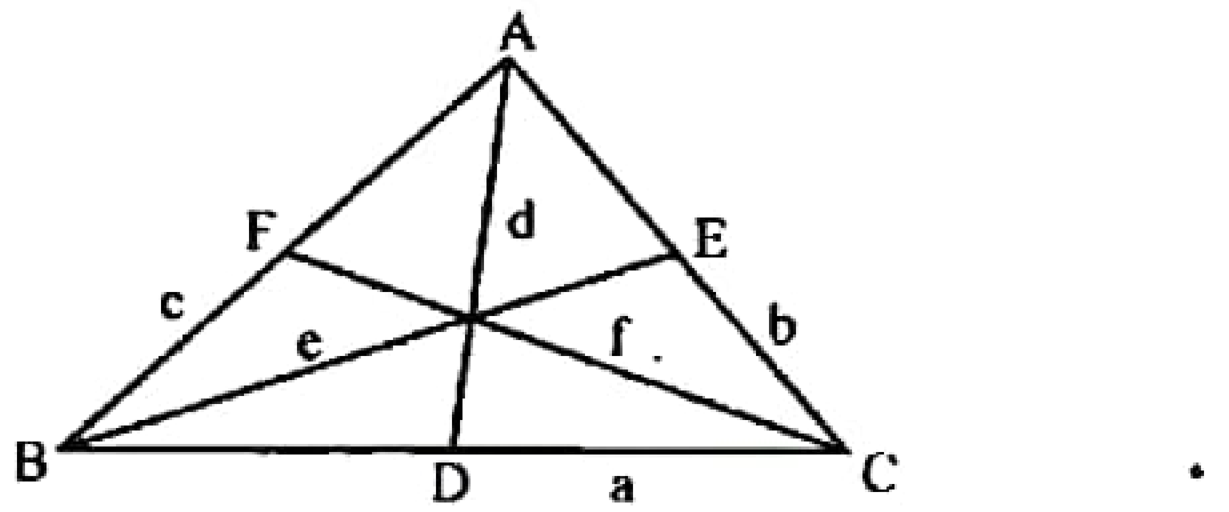
বা, $AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ [$\because BD = CD$] ..... (২)

সমীকরণ (১) ও (২) যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE + AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$

$\therefore AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এর BC, CA ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c। BC, CA ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f, হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$

প্রমাণ: এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

বা, $c^2 + b^2 = 2\left\{d^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right\}$ [$\because BD = \frac{1}{2}a$]

বা, $b^2 + c^2 = 2\left(d^2 + \frac{1}{4}a^2\right)$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + 2.\frac{1}{4}a^2$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + \frac{1}{2}a^2$

বা, $2d^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}a^2$

বা, $2d^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{2}$

বা, $\therefore d^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$

অনুরূপভাবে পাই,

$e^2 = \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4}$

এবং $f^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

আবার, $d^2 + e^2 + f^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} + \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4}$

$+ \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

$= \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2 + 2c^2 + 2a^2 - b^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}$

$= \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

$\therefore 3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + c^2 + f^2)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২ পীথাগোরাস একজন গ্রীক পণ্ডিত ছিলেন। তিনি ত্রিভুজ সংক্রান্ত একটি উপপাদ্য প্রতিপাদন করেন।

[মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

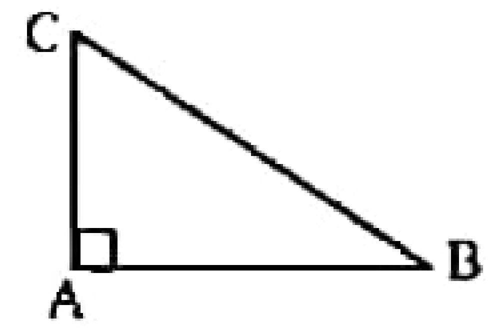
ক. উপপাদ্যটির সাধারণ নির্বচন লিখ এবং চিত্রসহ তথ্যটি সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. উপপাদ্যটির বিপরীত প্রতিজ্ঞা লিখ এবং প্রমাণ কর। ৪

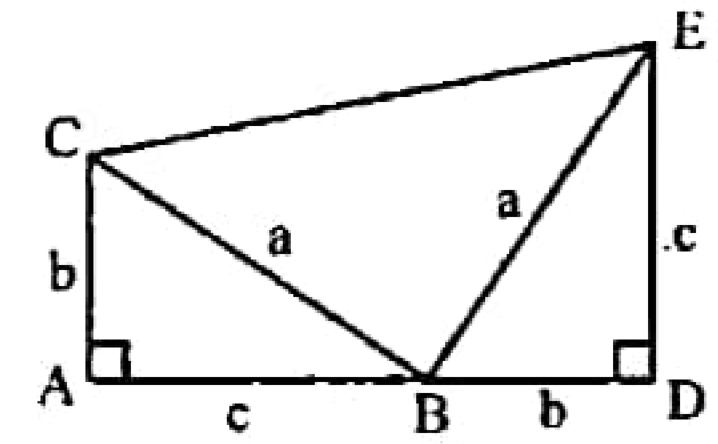
২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সাধারণ নির্বচন:** সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের সমষ্টির সমান।



ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ। তাহলে $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ। $BC = a$, $AC = b$ এবং $AB = c$ হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = AC^2 + AB^2$ অর্থাৎ $a^2 = b^2 + c^2$.

অঙ্কন: AB কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $BD = AC = b$ হয়। D বিন্দুতে AD রেখাংশের উপর DE লম্ব আঁকি যেন $DE = AB = c$ হয়। C, E এবং B, E যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABC ও ΔDBE এ $AB = DE = c$, $AC = BD = b$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BDE$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ।]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta BDE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore BC = BE = a$ এবং $\angle BCA = \angle EBD$

যেহেতু $CA \perp AD$ এবং $ED \perp AD$ সেহেতু $CA \parallel ED$

$\therefore$ CADE একটি ট্রাপিজিয়াম।

আবার, $\angle ABC + \angle ACB$ = এক সমকোণ।

$\therefore \angle ABC + \angle EBD$ = এক সমকোণ।

কিন্তু $\angle ABC + \angle CBE + \angle EBD = 2$ সমকোণ।

$\therefore \angle CBE$ = এক সমকোণ।

এখন, CADE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = Δক্ষেত্র CAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র CBE-এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র EBD এর ক্ষেত্রফল।

$\therefore \frac{1}{2}AD(AC + DE) = \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}bc$

বা, $\frac{1}{2}(c + b).(b + c) = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}(b + c)^2 = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}(b^2 + 2bc + c^2) = bc + \frac{1}{2}a^2$

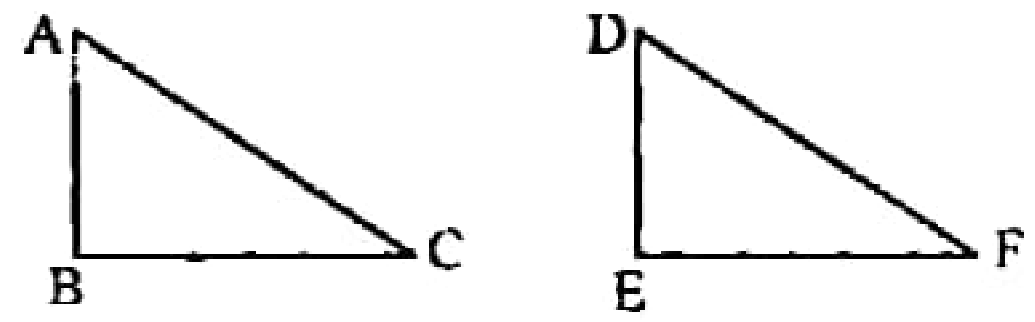
বা, $\frac{1}{2}b^2 + bc + \frac{1}{2}c^2 = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}(b^2 + c^2) = \frac{1}{2}a^2$

$\therefore b^2 + c^2 = a^2$ অর্থাৎ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ **(প্রমাণিত)**

গ **পীথাগোরাসের প্রতিজ্ঞার বিপরীত প্রতিজ্ঞা:** যদি কোন ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুইটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হয় তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

www.bdniyog.com

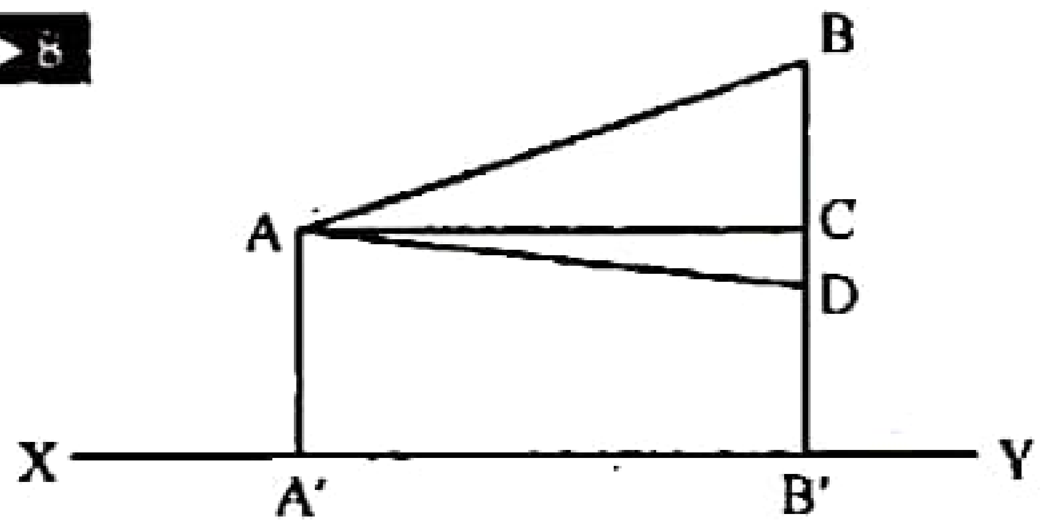


বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC -এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B$ = এক সমকোণ।
অঙ্কন: এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি যার $\angle E$-এক সমকোণ, $DE = AB$ এবং $EF = BC$ হয়।
প্রমাণ: ΔDEF এর $\angle E$ = এক সমকোণ।

$\therefore DF^2 = DE^2 + EF^2$
$= AB^2 + BC^2$
$= AC^2$

$\therefore DF = AC$
এখন, ΔABC ও ΔDEF এ, $AB = DE$, $BC = EF$ এবং $AC = DF$
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$।
$\therefore \angle B = \angle E$, কিন্তু $\angle E$ = এক সমকোণ।
$\therefore \angle B$ = এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৩



চিত্রে $\angle ABD$ সূক্ষ্মকোণ এবং $AA' \perp XY$, $BB' \perp XY$ ও $AC \parallel A'B'$. AD বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলকে A_1 দ্বারা প্রকাশ করা হলে—

ক. XY সরলরেখার উপর A ও B বিন্দু এবং বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ নির্দেশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $A_1 = AB^2 + BD^2 - 2.BD.BC$ ৪
গ. A' বিন্দুটি B' বিন্দুতে সমাপতিত হওয়ার ফলে AB রেখাংশ XY সরলরেখার উপর লম্ব হলে প্রমাণ কর যে,
$A_1 - A'B'^2 = AB^2 + BD^2$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক XY সরলরেখার উপর A বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ A'.
XY সরলরেখার উপর B বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ B'.
এবং XY সরলরেখার উপর A ও B বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখা AB এর লম্ব অভিক্ষেপ A'B'. **(Ans.)**

খ AD বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল হল AD^2.
$\therefore$ A_1, AD^2 কে নির্দেশ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,
$A_1 = AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2BD.BC$
এখন, $\therefore AA' \perp XY$, $BB' \perp XY$ এবং $AC \parallel A'B'$
$\therefore AC \perp BD$ হবে।
ΔACD-এ $AD^2 = AC^2 + CD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
চিত্রানুসারে, $CD = BD - CB$ .... (i)

$\therefore CD^2 = (BD - CB)^2$
$= BD^2 + CB^2 - 2BD.CB$

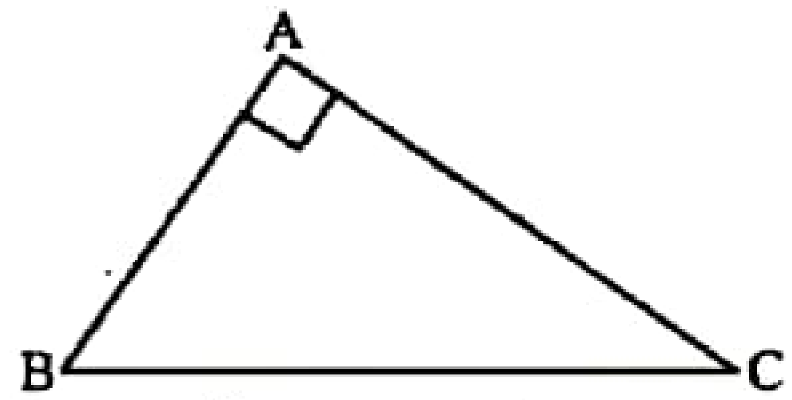
এখন, CD^2 এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$AD^2 = AC^2 + BD^2 + CB^2 - 2BD.CB$ .... (ii)
এখন ΔACB সমকোণী ত্রিভুজ $\angle C$ সমকোণ
$\therefore AB^2 = AC^2 + CB^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
$\therefore$ (ii) নং সমীকরণে $AC^2 + CB^2$ এর মান বসিয়ে পাই-
$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2BD.CB$
বা, $A_1 = AB^2 + BD^2 - 2BD.BC$ **(প্রমাণিত)**

গ AB রেখাংশ BD সরলরেখার উপর লম্ব হলে BD বরাবর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ থাকবে না। কারণ তখন BB' রেখাংশ BA রেখাংশদ্বয়ের সাথে মিলে যাবে।
অর্থাৎ BD বরাবর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ $BC = 0$ হবে
সুতরাং, 'খ' থেকে আমরা পাই,

$A_1 = AB^2 + BD^2 - 2BD.BC$
$= AB^2 + BD^2 - 2BD.0$
$= AB^2 + BD^2$ .... (iii)

আবার, AB রেখাংশ XY সরলরেখার উপর লম্ব হলে, XY সরলরেখার উপর A ও B বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ (যথাক্রমে A' ও B') একই বিন্দু হবে।
অর্থাৎ A'B' এর মান 0 হবে।
সুতরাং (iii) নং থেকে পাই,
$A_1 = A_1 - A'B'^2 = AB^2 + BD^2$ [$\because A'B'^2 = 0$] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪



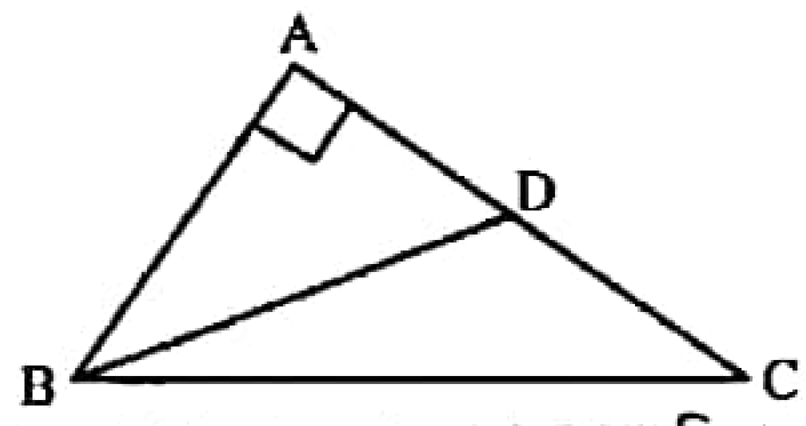
ΔABC-এ $\angle A = 1$ সমকোণ হলে—

ক. অতিভুজটি নির্দেশ কর এবং অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয় উল্লেখ কর। ২
খ. AC এর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ কর যে, $BC^2 = BD^2 + 3AD^2$. ৪
গ. BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC-এ $\angle A = 1$ সমকোণ।
আমরা জানি, সমকোণের বিপরীত বাহু হল অতিভুজ।
$\therefore$ BC বাহু হবে অতিভুজ **(Ans.)**
$\therefore$ BC অতিভুজ সুতরাং অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয় হবে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ **(Ans.)**

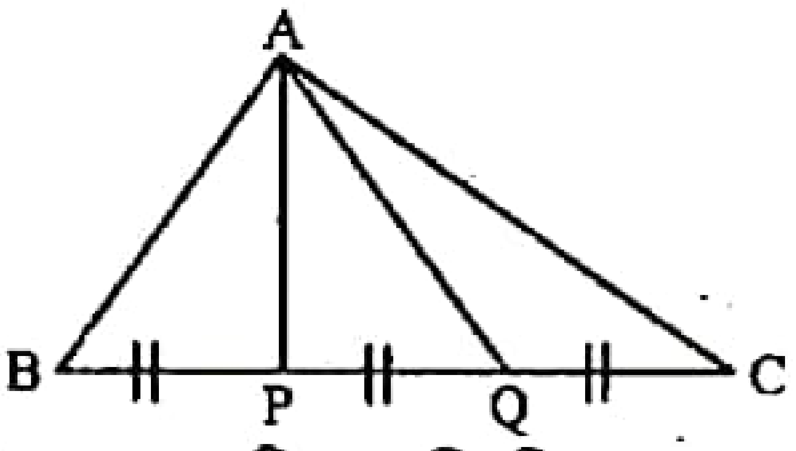
খ



ΔABC-এ $\angle A = 90°$. AC বাহুর মধ্যবিন্দু D.
B, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = BD^2 + 3AD^2$
প্রমাণ: ΔABC-এ $\angle A = 90°$। সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী।
$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= AB^2 + (2AD)^2$ [$\because$ D, AC এর মধ্যবিন্দু]
$= AB^2 + 4AD^2$
$= AB^2 + AD^2 + 3AD^2$ .... (i)

এখন, ΔABD-এ $\angle A = 90°$ সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী।
$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
এখন, $AB^2 + AD^2$ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$BC^2 = BD^2 + 3AD^2$
$\therefore BC^2 = BD^2 + 3AD^2$ **(প্রমাণিত)**

গ 

BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে। অর্থাৎ BP = PQ = QC। A, P; A, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$

প্রমাণ: ΔABQ-এর P, BQ এর মধ্যবিন্দু [∵ BP = PQ]

∴ AP মধ্যমা।

সুতরাং $AB^2 + AQ^2 = 2(BP^2 + AP^2)$ [এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য]

$= 2BP^2 + 2AP^2$ .... (i)

আবার, ΔAPC-এ Q, PC এর মধ্যবিন্দু [∵ PQ = QC]

∴ AQ মধ্যমা।

সুতরাং $AP^2 + AC^2 = 2.(PQ^2 + AQ^2)$ [এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য]

$= 2PQ^2 + 2AQ^2$

$= 2BP^2 + 2AQ^2$ .... (ii) [∵ PQ = BP]

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$AB^2 + AQ^2 + AP^2 + AC^2 = 2BP^2 + 2AP^2 + 2BP^2 + 2AQ^2$

বা, $AB^2 + AQ^2 + AP^2 + AC^2 = 4BP^2 + 2AP^2 + 2AQ^2$

বা, $AB^2 + AC^2 = 4BP^2 + AP^2 + AQ^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$

∴ $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$ **(প্রমাণিত)**

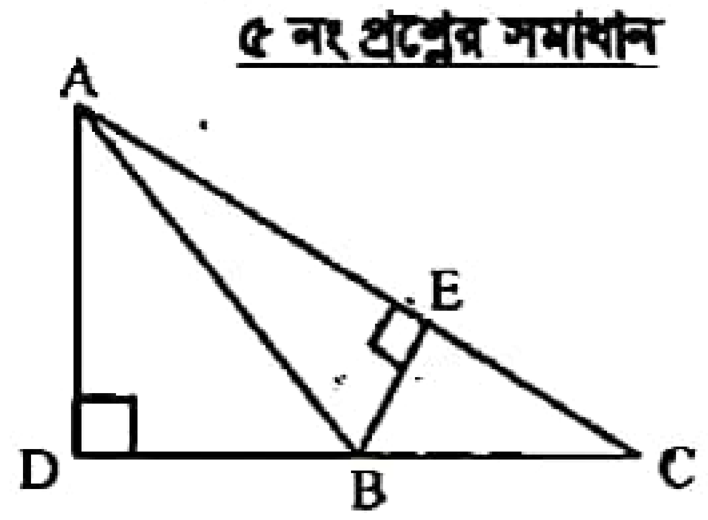
প্রশ্ন ▶ ৫ **ΔABC-এ ∠B স্থূলকোণ ও ∠C সূক্ষ্মকোণ। AD ও BE যথাক্রমে BC ও AC বাহুর উপর বা তাদের বর্ধিতাংশের উপর লম্ব হলে—**

ক. AD ও BE নির্দেশ করে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, BC.CD = AC.CE ৪

গ. B, DC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AD^2 + 4AC.CE$. ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 

খ ΔABC-এ AD, BC এর উপর লম্ব এবং BE, AC-এর উপর অঙ্কিত লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, BC.CD = AC.CE

প্রমাণ: ABC ত্রিভুজের ∠C সূক্ষ্মকোণ

AD ⊥ BC ∴ BC বাহুর উপর AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD.

আবার BE ⊥ AC ∴ AC বাহুর উপর BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CE.

আবার, $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$ .... (ii)

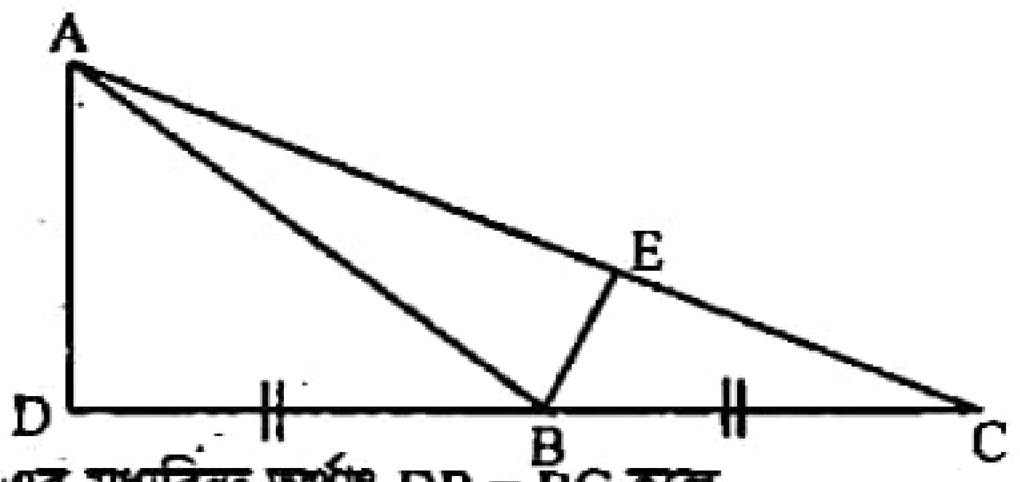
∴ $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.CD$ .... (i)

সুতরাং (i) ও (ii) নং থেকে পাই,

$BC^2 + AC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$

∴ BC.CD = AC.CE **(প্রমাণিত)**

গ 

B, DC-এর মধ্যবিন্দু অর্থাৎ DB = BC হলে,
প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AD^2 + 4AC.CE$

প্রমাণ: ΔABC-এ ∠ABC = স্থূলকোণ [প্রশ্নমতে]

∴ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.CD$

[∵ BC বাহুর উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ CD]

বা, $AC^2 = AB^2 + BD^2 + 2BC.CD$ [∵ B, DC এর মধ্যবিন্দু]

বা, $2AC^2 = 2(AB^2 + BD^2) + 4BC.CD$ [2 দ্বারা গুণ করে] ....(i)

আবার, ΔADC-এ B, DC এর মধ্যবিন্দু বলে AB মধ্যমা হবে।

∴ $AD^2 + AC^2 = 2(AB^2 + BD^2)$ [এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য]

বা, $2(AB^2 + BD^2) = AD^2 + AC^2$

$2(AB^2 + BD^2)$ এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই-

$2AC^2 = AD^2 + AC^2 + 4BC.CD$

বা, $AC^2 = AD^2 + 4BC.CD$

$= AD^2 + 4AC.CE$ [(খ)-এ প্রাপ্ত BC.CD = AC.CE]

∴ $AC^2 = AD^2 + 4AC.CE$ **(প্রমাণিত)**

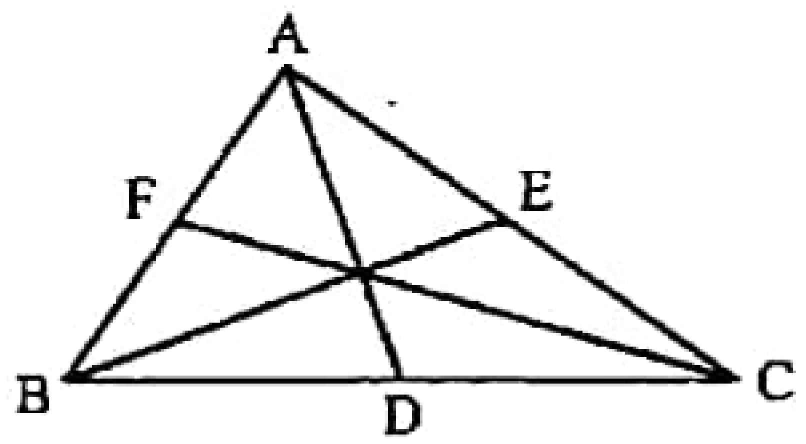
প্রশ্ন ▶ ৬ **ABC ত্রিভুজে A, B ও C বিন্দু হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f। BC, CA ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c.**

ক. মধ্যমাত্রয় সহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র সমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তিনগুণ উক্ত ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির চার গুণের সমান। ৪

গ. ∠A = 1 সমকোণ হলে এবং d, e ও f এর সাংখ্যিক মান যথাক্রমে 2, 2 ও 4 একক হলে BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 

খ দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC, CA ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c এবং BC, CA ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f.

প্রমাণ করতে হবে যে, $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$

প্রমাণ: এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

বা, $c^2 + b^2 = 2\left(d^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right)$ $\left[\because BD = \frac{1}{2}a\right]$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + 2.\frac{1}{4}a^2$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + \frac{a^2}{2}$

বা, $d^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ .... (i)

অনুরূপভাবে পাওয়া যায়, $e^2 = \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4}$ .... (ii)

এবং $f^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$ .... (iii)

(i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$d^2 + e^2 + f^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} + \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4} + \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

$= \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

∴ $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ **(প্রমাণিত)**

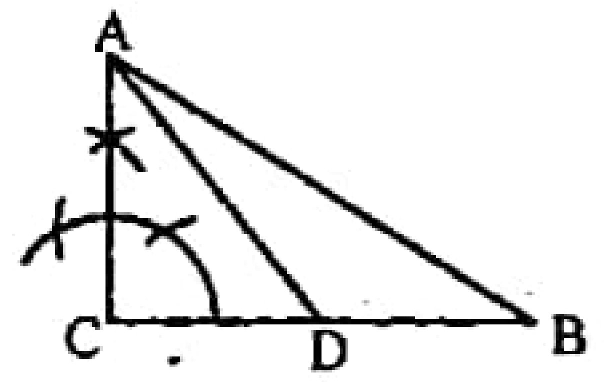
গ এখন, $\angle A = 1$ সমকোণ হলে BC অতিভুজ হবে।
$\therefore \ BC^2 = AB^2 + AC^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $a^2 = c^2 + b^2$
আমরা জানি, $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$
বা, $3(a^2 + a^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ [$\therefore a^2 = c^2 + b^2$]
বা, $6a^2 = 4(d^2 + e^2 + f^2)$
$= 4(2^2 + 2^2 + 4^2)$
[$\therefore$ দেওয়া আছে, $d = 2, e = 2$ ও $f = 4$ একক]
$= 4 \times 24$
বা, $a^2 = \frac{4 \times 24}{6} = 16$
$\therefore \ a = 4$ একক [ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]
প্রশ্নানুসারে, a, BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে
$\therefore$ BC বাহুর দৈর্ঘ্য 4 একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ **ΔABC-এর $\angle C = 90°$ এবং BC বাহুর মধ্য বিন্দু D। A ও D যোগ করা হলো।**

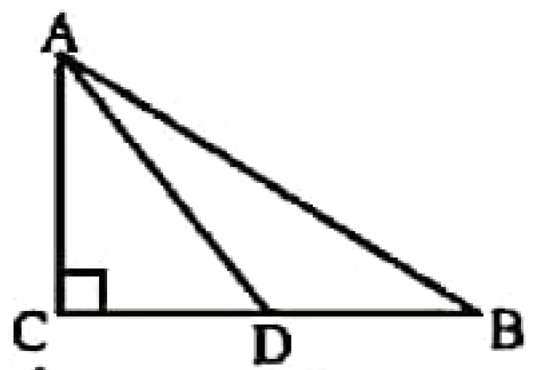
ক. BC বাহুর C বিন্দুতে 90° কোণ অঙ্কন কর এবং প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্রটি আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ ৪
গ. $\angle C = 60°$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

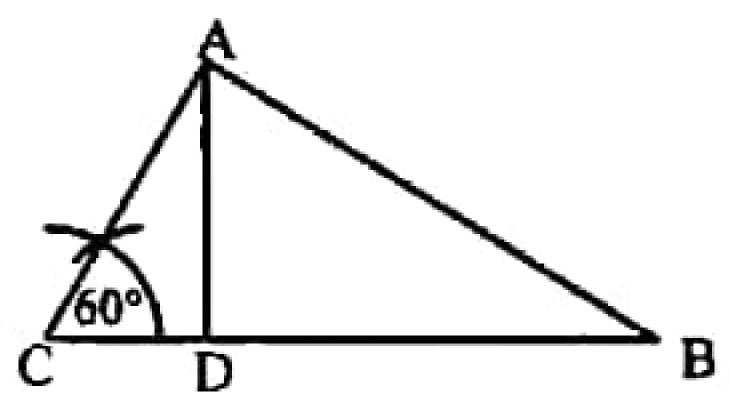


খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এ $\angle C = 90°$, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D.
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$
প্রমাণ: ΔACD-এ $\angle C = 90°$
$\therefore AD^2 = AC^2 + CD^2$
আবার, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C = 90°$
$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2$
$= AC^2 + (2CD)^2$ [$\because$ D, BC-এর মধ্য বিন্দু]
বা, $AB^2 = AC^2 + CD^2 + 3CD^2$
[$\because AD^2 = AC^2 + CD^2$ এবং $BD = CD$]
$\therefore AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এর $\angle C = 60°$।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$
অঙ্কন: A থেকে BC-এর উপর AD লম্ব আঁকি।
প্রমাণ: ΔABC-এ $\angle C = 60°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ।
$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$
বা, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2CD.BC$
$= AC^2 + BC^2 - AC.BC$
[$\because \frac{CD}{AC} = \cos 60°$ বা, $\frac{CD}{AC} = \frac{1}{2}$: $2CD = AC$]
$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$ **(প্রমাণিত)**

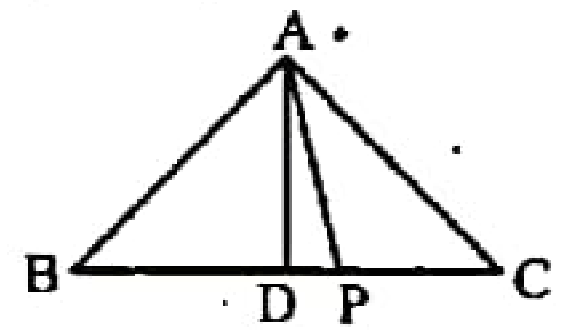
প্রশ্ন ▶ ৮ **ABC ত্রিভুজে AB = AC।**

ক. ΔABC কি ধরনের ত্রিভুজ? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে সংজ্ঞা দাও। ২
খ. ভূমি BC এর উপর যে কোন বিন্দু P নিয়ে প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$. ৪
গ. BC বাহুর উপর AD এবং AC বাহুর উপর BE লম্ব অঙ্কন করে প্রমাণ কর যে, $BC.CD = AC.CE$। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

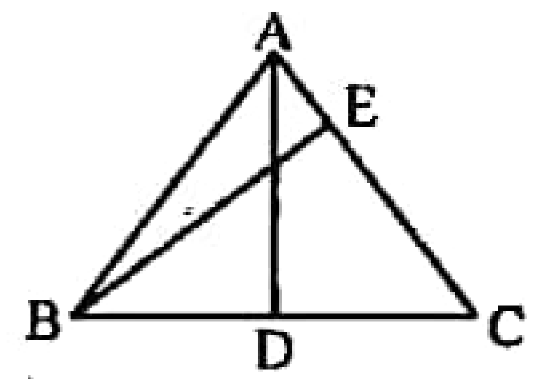
ক ΔABC-এ AB = AC সুতরাং ΔABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। কারণ ত্রিভুজটির দুইটি বাহু সমান।

খ



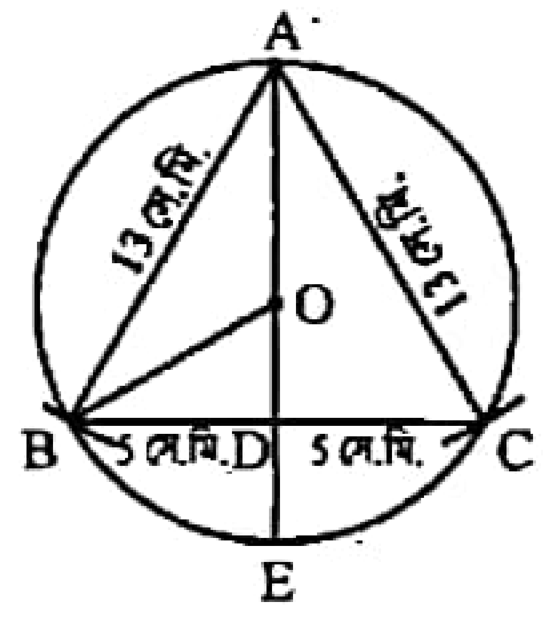
মনে করি, ΔABC-এ AB = AC। BC এর উপর যেকোনো বিন্দু P নিই এবং A, P যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$
অঙ্কন: A হতে BC-এর উপর AD লম্ব আঁকি।
প্রমাণ: জানা আছে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ হতে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
ΔABC-এ AB = AC এবং $AD \perp BC$
$\therefore BD = CD$.
ABD সমকোণী ত্রিভুজে,
$AB^2 = AD^2 + BD^2$
আবার, APD সমকোণী ত্রিভুজে,
$AP^2 = AD^2 + PD^2$
$\therefore AB^2 - AP^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - PD^2$
বা, $AB^2 - AP^2 = BD^2 - PD^2$
বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD)(BD - PD)$
বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD)(CD - PD)$
বা, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এ AD, BC-এর উপর এবং BE, AC- এর উপর অঙ্কিত লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC.CD = AC.CE$.
প্রমাণ: $AD \perp BC$ $\therefore$ BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD.
আবার, $BE \perp AC$ $\therefore$ AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CE
মনে করি, ABC ত্রিভুজের $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ।
$\therefore AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.CD$
[$\therefore$ BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD]
আবার, $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$
$\therefore BC^2 + AC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$
বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$
$\therefore BC.CD = AC.CE$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৯



উপরের চিত্রে ABC ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য দেখানো হল।

ক. পরিবৃত্ত, পরিকেন্দ্র এবং পরিব্যাসার্ধ কাকে বলে? ২

খ. চিত্রে প্রদত্ত তথ্য থেকে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. কোন সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যে বৃত্ত ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু দিয়ে যায় তাকে ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্ত বলা হয়। পরিবৃত্তের কেন্দ্রকে পরিকেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধকে পরিব্যাসার্ধ বলে।

খ দেওয়া আছে ΔABC-এর AB = AC = 13 সে.মি., BD = CD = 5 সে.মি., BC = BD + DC = 5 সে.মি. + 5 সে.মি. = 10 সে.মি.
ABC পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।
AD কে বর্ধিত করি যেন বৃত্তের সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।
যেহেতু O বৃত্তের পরিকেন্দ্র যা AE এর উপর অবস্থিত সেহেতু $AD \perp BC$।
∴ AE = বৃত্তের ব্যাস।
ABD সমকোণী ত্রিভুজে

$AD^2 = AB^2 - BD^2$
$= 13^2 - 5^2$
$= 169 - 25$
$= 144$

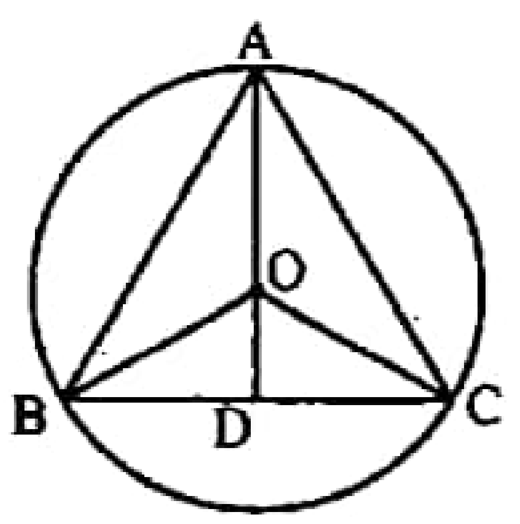
$AD = \sqrt{144} = 12$

এখন, ব্রহ্মা গুপ্তের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,
AB. AC = AE. AD
বা, 13 × 13 = AE × 12
বা, $AE = \frac{13 \times 13}{12}$
$= 14.083$ (প্রায়)

এখন, ব্যাসার্ধ, $AO = \frac{AE}{2} = \frac{14.083}{2} = 7.042$ (প্রায়)

∴ ব্যাসার্ধ = 7.042 সে.মি. (প্রায়)

গ



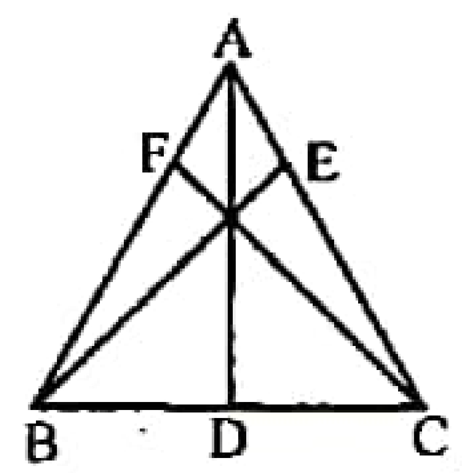
ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং $AD \perp BC$ বিধায় AD মধ্যমা এবং O মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু হবে।

$\therefore AO = \frac{2}{3}AD$
বা, 2AD = 3AO
বা, $AD = \frac{3}{2}AO$
বা, $AD = \frac{3}{2} \times 3$ [∵ AO = 3]
$\therefore AD = \frac{9}{2}$ সে.মি.

জানা আছে, কোন ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাস এবং ঐ বাহুদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমান।

∴ AB. AC = 2R. AD [বৃত্তের ব্যাসার্ধ = R]
বা, AB.AB = 2R . AD [R = 3, AB = AC]
বা, $AB^2 = 2 \times 3 \times \frac{9}{2}$
বা, $AB^2 = 27$
বা, $AB = \sqrt{27}$
বা, AB = 5.196
∴ AB = AC = BC = 5.196 সে.মি.
∴ নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য = 5.196 সে.মি.

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচের চিত্রে ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের লম্ব বিন্দু O। DEF তার পাদ ত্রিভুজ।



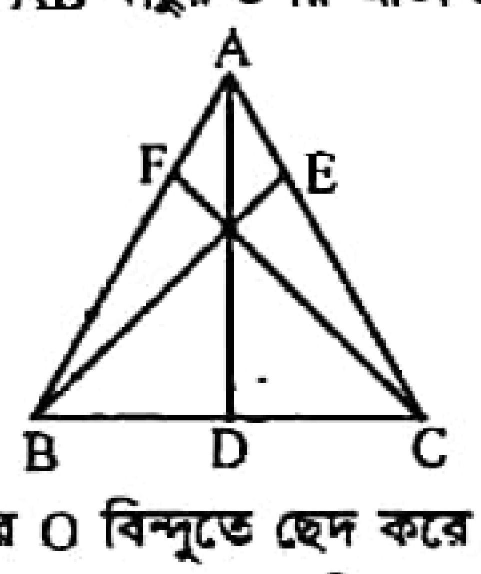
ক. প্রমাণ কর যে, O বিন্দু DEF ত্রিভুজের অন্তকেন্দ্র। ২

খ. ΔDEF এর ED ও FD বাহু BC বাহুতে D বিন্দুতে মিলিত হয়ে ∠EDC ও ∠FDB উৎপন্ন করে।
প্রমাণ কর যে, ∠EDC = ∠FDB.
ΔABC এর BC = a, CA = b এবং AB = c হলে দেখাও যে, b . AE = c.AF. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ΔAEF, ΔBDF, ΔCDE ও ΔABC পরস্পর সদৃশ। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ΔABC-এ AD, BE ও CF যথাক্রমে BC, CA এবং AB বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব।



লম্বত্রয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব O লম্ববিন্দু। D, E; E, F এবং F, D যোগ করি ফলে EDF পাদ ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, O, ΔDEF এর অন্ত:কেন্দ্র।
প্রমাণ: AD, ∠EDF কে, BE, ∠DEF কে এবং CF, ∠EFD কে সমদ্বিখন্ডিত করে। অতএব, O, ΔDEF এর অন্তঃকেন্দ্র।

খ **বিশেষ নির্বচন:** [(ক) চিত্র অনুসারে] পাদ ত্রিভুজ DEF এর ED ও FD বাহু মূল ত্রিভুজ ABC-এর BC বাহু D বিন্দুতে মিলিত ∠EDC ও ∠FDB উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠EDC = ∠FDB

প্রমাণ: AD, ∠EDF এর সমদ্বিখণ্ডক

∴ ∠ADE = ∠ADF

∠ADE + ∠EDC = 90° আবার ∠ADF + ∠FDB = 90°

∴ ∠ADE + ∠EDC = ∠ADF + ∠FDB

যেহেতু ∠ADE = ∠ADF

∴ ∠EDC = ∠FDB

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, ∠BFD = ∠AFE এবং ∠AEF = ∠CED.

আবার, ΔAEB ও ΔAFC,

∠AEB = ∠AFC = 90°

∠BAE = ∠CAF [সাধারণ কোণ]

∴ অবশিষ্ট ∠ABE = ∠ACF

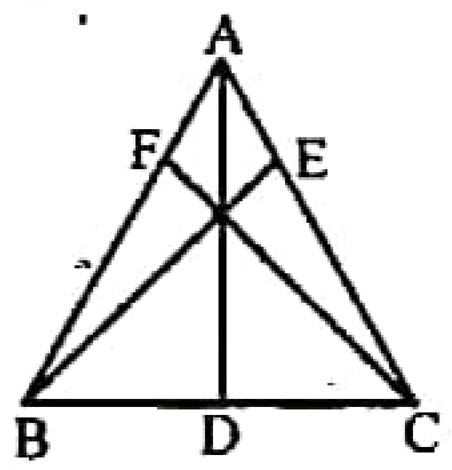
∴ ΔAEB ও ΔAFC সদৃশ।

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF}$

বা, $\frac{c}{b} = \frac{AE}{AF}$

∴ b. AE = c. AF **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজে AD, BE ও CF যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুতে অঙ্কিত লম্ব। লম্বত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং O লম্ববিন্দু DEF ত্রিভুজ ABC ত্রিভুজের পাদ ত্রিভুজ।

প্রমাণ করতে হবে যে, ΔAEF, ΔBDF, ΔCDE ও ΔABC সদৃশ।

প্রমাণ : ∠ODC + ∠OEC = 90° + 90° = 180°

∴ ODCE চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ।

∴ O, D, C, E সমবৃত্ত।

∴ ∠ODE = ∠OCE [একই চাপস্থিত কোণ]

∴ ∠EDC = 90° − ∠ODE
= 90° − ∠OCE
= 90° − ∠FCA
= ∠BAC [∵ ∠BAC + ∠FCA = 90°]

∴ ∠EDC = ∠BAC

অনুরূপভাবে, ∠DEC = ∠ABC

এখন ΔABC ও ΔCDE -এ

∠EDC = ∠BAC, ∠DEC = ∠ABC

∴ ΔABC ও ΔCDE সদৃশ।

অনুরূপভাবে, ΔBDF ও AEF ত্রিভুজদ্বয় ΔABC এর সদৃশ।

∴ ΔAEF, ΔBDF, ΔCDE ও ΔABC পরস্পর সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১১ **কোন বৃত্তের AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।**

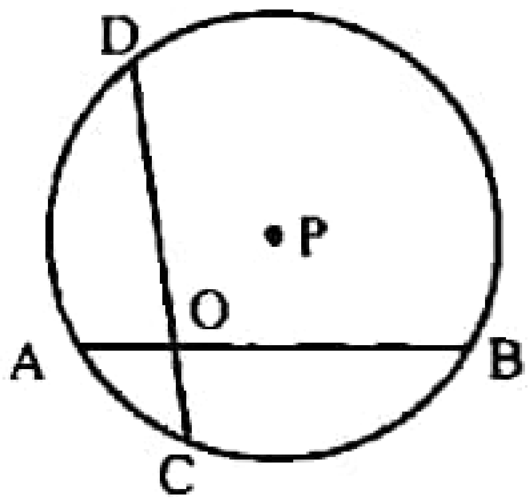
ক. প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর।

খ. দেখাও যে, ΔAOD ও ΔBOC সদৃশ।

গ. প্রমাণ কর যে, AO.OB = CO.OD.

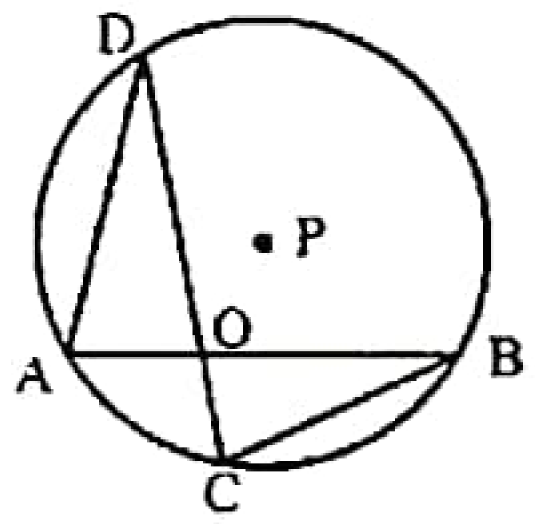
১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে P কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

খ



বিশেষ নির্বচন: P কেন্দ্র বিশিষ্ট ACBD বৃত্তে AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, D এবং B, C যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, ΔAOD ও ΔBOC সদৃশ।

প্রমাণ : ΔAOD ও ΔBOC-এ,

∠AOD = বিপ্রতীপ ∠BOC,

∠ADO = ∠CBO [একই চাপ AC এর উপর অবস্থিত]

∠OAD = ∠OCB [একই চাপ BD এর উপর অবস্থিত]

∴ ΔAOD ও ΔBOC সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

গ (গ) 'খ' থেকে পাই,

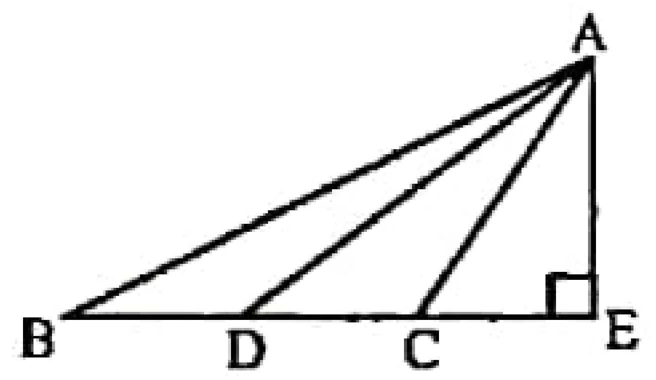
ΔAOD ও BOC সদৃশ।

$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{AO}{CO}$

∴ AO.OB = CO.OD **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১



ক. উপরের জ্যামিতিক চিত্রটি থেকে AD কে একটি বাহু ধরে সম্ভাব্য ত্রিভুজগুলোর নাম লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 + 2BC.CD}$ ৪

গ. BD = CD হলে, দেখাও যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ৪

উত্তর: খ. উপপাদ্য ৩.৩ এর অনুরূপ। **গ.** উপপাদ্য ৩.৫ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১১ ΔABC এ ∠C স্থূলকোণ। AD, BC এর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব।

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. উপরে প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে, প্রমাণ কর যে,
$AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC\ CD.$ ৪

গ. ∠C সূক্ষ্মকোণ হলে দেখাও যে,
$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.\ CD$ ৪

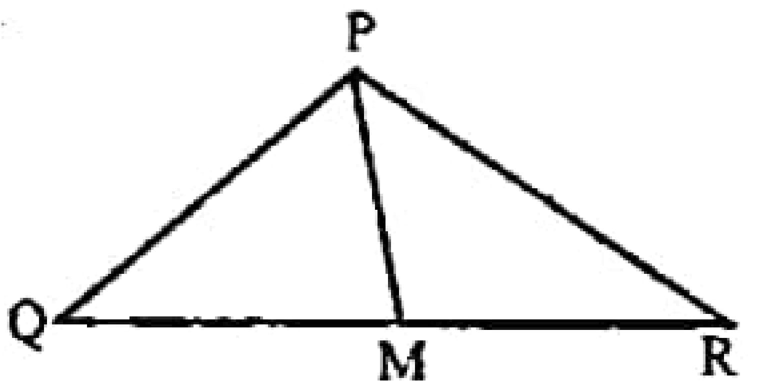
উত্তর:

খ. উপপাদ্য ৩.৩ এর অনুরূপ।

গ. উপপাদ্য ৩.৪ এর অনুরূপ।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৪



[অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

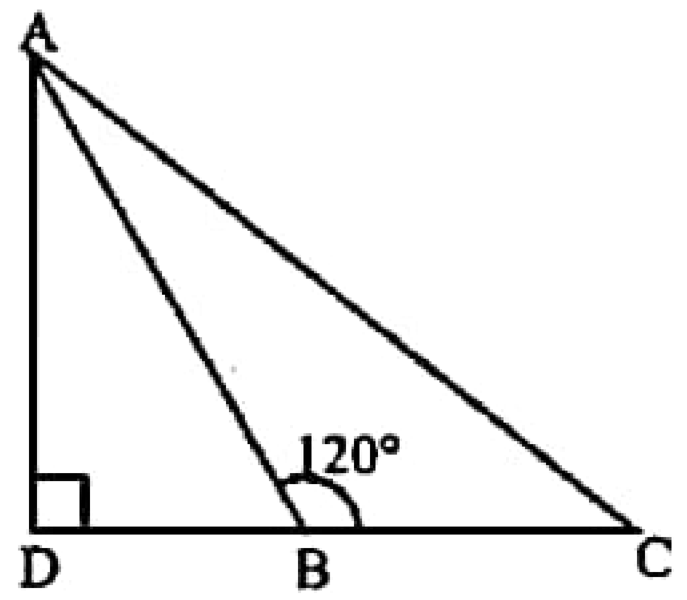
ক. $\Delta PQR : \Delta PQM$ = কত? ২

খ. ΔPQR এ PM মধ্যমা হলে প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ ৪

গ. ত্রিভুজটির বাহু ও মধ্যমার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। ৪

উত্তর: ক. 2

প্রশ্ন ▶ ১৫ নিচের চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



চিত্রে ABC একটি স্থূলকোণ এবং ADC একটি সমকোণ।

[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক. $\angle BAD$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\angle ABC$ এর $\angle B = 120°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2.AB.BC$ ৪

গ. ΔABC এর $\angle D = 90°$ এবং DC এর মধ্যবিন্দু B হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + 3BC^2$. ৪

উত্তর: ক. 30°; খ. উপপাদ্য ৩.৩ এর অনুরূপ; গ. অনুশীলনী-৩.১ এর প্রশ্ন-৪ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১৬ ΔPRS এর PO, RS এর উপর একটি মধ্যমা এবং RO = OS. [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক. চিত্র অঙ্কন করে RS এবং এর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 + PS^2 = 2(PO^2 + RO^2)$ ৪

গ. ΔPRS এর বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যকে a, b, c এবং মধ্যমাত্রয়কে যথাক্রমে d, e, f ধরে দেখাও যে, $4(d^2 + e^2 + f^2) = 3(a^2 + b^2 + c^2)$ ৪

উত্তর:

খ. উপপাদ্য ৩.৫ এর অনুরূপ।

গ. পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা-৭১ এর সিদ্ধান্ত দ্রষ্টব্য।

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$; এটি পীথাগোরাসের উপপাদ্য।
- ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গ অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টির সমান হলে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ অবশ্যই সমকোণ হবে।
- কোনো রেখার উপর কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুই ঐ বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ।
- কোনো রেখার উপর লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপ একটি বিন্দু। ফলে লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য শূন্য।
- একই রেখার উপর কোনো নির্দিষ্ট রেখার সমান্তরাল এবং সমান দৈর্ঘ্যের রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ প্রথমোক্ত রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপের সমান হবে।
- সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে সমকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয় পরস্পর লম্ব বিধায় তাদের প্রত্যেকটির লম্ব অভিক্ষেপ একে অন্যের উপর শূন্য।
- সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তিনগুণের সমান।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৫, ৯, ১৩, ১৪, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ৩০, ৩১, ৩৩, ৩৪, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪৩, ৪৪, ৪৭, ৪৯, ৫২, ৫৪, ৫৫, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৩, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭০, ৭১
★★	৬, ৭, ১২, ১৫, ১৭, ২৬, ২৭, ২৯, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৫৩, ৬০, ৬১, ৬৫, ৭২, ৭৩, ৭৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৪, ৭, ৯
★★	৩, ৬, ৮, ১০

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৩

জ্যামিতি

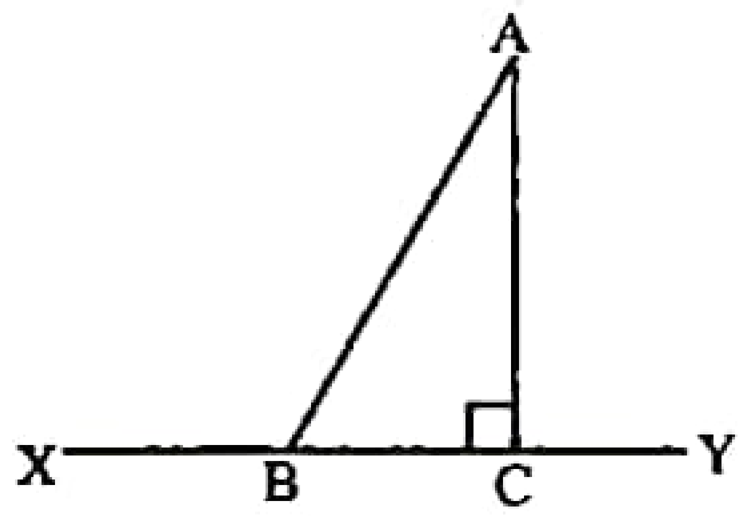
অনুশীলনী-৩.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—
১. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।
২. ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্যের প্রমাণ ও প্রয়োগ।
৩. টলেমির উপপাদ্যের প্রমাণ ও প্রয়োগ।

১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৭৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১০টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩০টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১০টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৬টি প্রশ্নব্যাংক

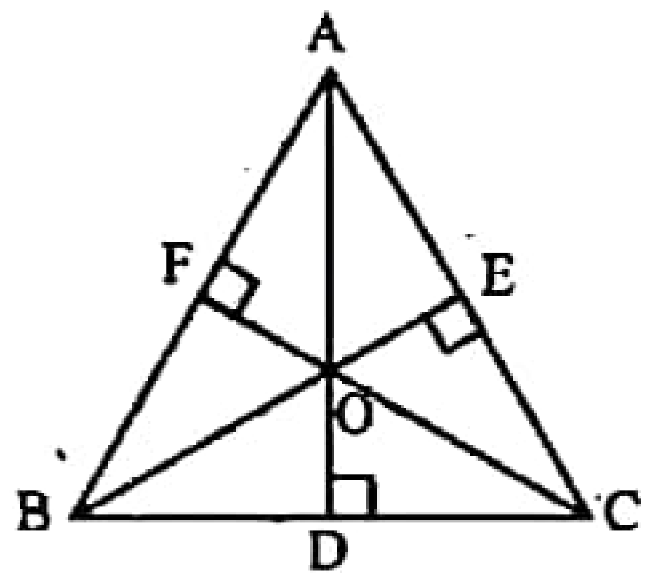
অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১.



XY রেখাংশে AB এর লম্ব অভিক্ষেপ নিচের কোনটি?
ক. AB খ. BC
গ. AC ঘ. XY (খ)

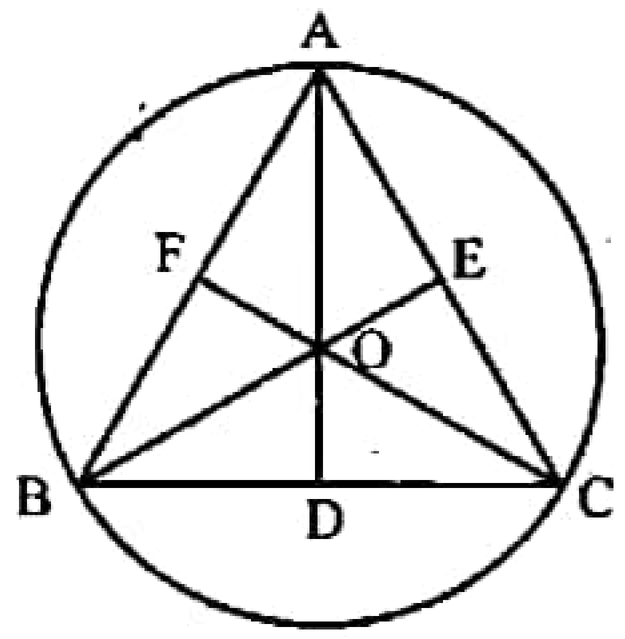
২.



ওপরের চিত্রে কোনটি লম্ব বিন্দু?
ক. D খ. E
গ. F ঘ. O (ঘ)

৩. i. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দুকে ভরকেন্দ্র বলে।
ii. ভরকেন্দ্র যেকোনো মধ্যমাকে 3 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।
iii. সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. i ও ii খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii (গ)

ব্যাখ্যা: (ii) সঠিক নয়, কারণ ভরকেন্দ্র যেকোনো মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।



D, E, F যথাক্রমে BC, AC ও AB এর মধ্যবিন্দু হলে ওপরের চিত্রের আলোকে (৪-৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৪. **G বিন্দুর নাম কী?**
ক. লম্ব বিন্দু খ. অন্ত:কেন্দ্র
গ. ভরকেন্দ্র ঘ. পরিকেন্দ্র (গ)

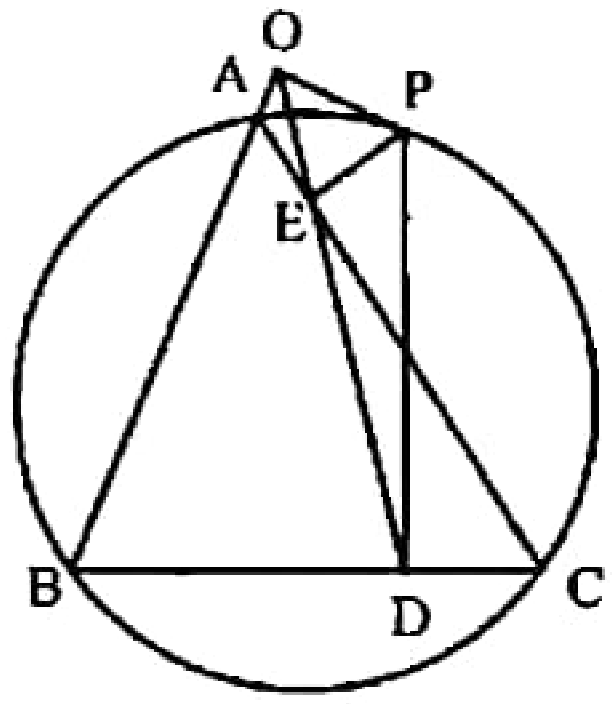
৫. **ΔABC এর শীর্ষ বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তের নাম কী?**
ক. পরিবৃত্ত খ. অন্ত:বৃত্ত
গ. বহি:বৃত্ত ঘ. নববিন্দু বৃত্ত (ক)

৬. **ΔABC এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যকে সমর্থন করে?**
ক. $AB^2 + AC^2 = BC^2$
খ. $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
গ. $AB^2 + AC^2 = 2(AG^2 + GD^2)$
ঘ. $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + CD^2)$ (খ)

৬.৩ অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৭. ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তস্থ যেকোনো P বিন্দু থেকে BC ও CA এর উপর PD ও PE লম্ব অঙ্কন করা হয়েছে। যদি ED রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ কর যে, PO রেখা AB এর উপর লম্ব। অর্থাৎ PO ⊥ AB.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, P, ΔABC এর পরিবৃত্তস্থ যেকোনো একটি বিন্দু। PD ⊥ BC ও PE ⊥ CA। ED রেখাংশ AB এর বর্ধিতাংশকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PO ⊥ AB।

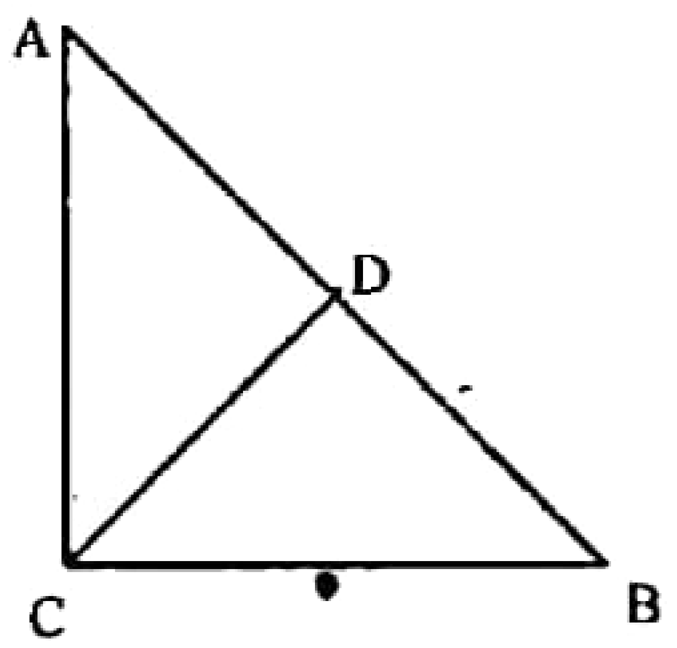
প্রমাণ: আমরা জানি, পরিবৃত্তস্থ কোনো বিন্দু হতে কোনো ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের ওপর অঙ্কিত লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুগুলো সমরেখ।

এখানে, PD ⊥ BC, PE ⊥ AC এবং ED রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করায় D, E, O সমরেখ। সুতরাং O বিন্দু অবশ্যই P হতে AB এর ওপর লম্বের পাদবিন্দু হবে।

∴ PO ⊥ AB **(প্রমাণিত)**

৮. ΔABC এর ∠C সমকোণ। C থেকে অতিভুজের ওপর অঙ্কিত লম্ব CD হলে, প্রমাণ কর যে, CD^2 = AD. BD.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর ∠C = 90°। CD, AB এর ওপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, CD^2 = AD. BD

প্রমাণ: ΔABC-এ ∠C = 90°

∴∠ACD + ∠BCD = 90° .... (i)

আবার, Δ ADC-এ ∠ADC = 90° [∵ CD ⊥ AB]

∴∠CAD + ∠ACD = 90°.............. (ii)

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

∠ACD + ∠BCD = ∠CAD + ∠ACD

∴∠BCD = ∠CAD

এখন, ΔADC ও ΔBDC-এ

∠ADC = ∠BDC = 90°

এবং ∠CAD = ∠BCD

সুতরাং ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

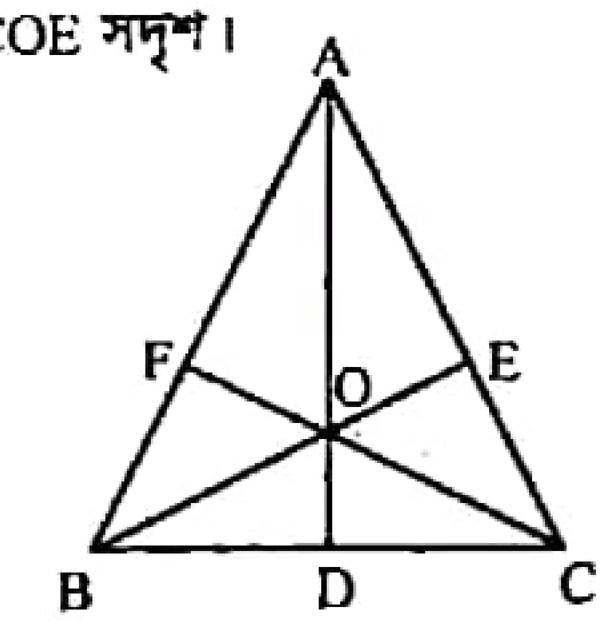
$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$

অর্থাৎ, CD^2 = AD.BD (প্রমাণিত)

৯. ΔABC এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর ওপর লম্ব AD, BE ও CF রেখাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AO. OD = BO.OE = CO. OF.

[সংকেত: ΔBOF এবং ΔCOE সদৃশ। ∴ BO : CO = OF : OE]

সমাধান: ΔCOE সদৃশ।



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, Δ ABC-এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুত্রয়ের ওপর লম্ব AD, BE ও CF পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO. OD = BO.OE = CO.OF.

প্রমাণ: ΔBOF ও ΔCOE-এ

∠OFB = ∠OEC = 90° [∵ CF ⊥ AB, BE ⊥ AC]

এবং ∠BOF = ∠COE [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{BO}{CO} = \frac{OF}{OE}$

∴ BO. OE = CO. OF. .... (i)

আবার, Δ BOD ও Δ AOE-এ

∠ODB = ∠OEA = 90° [∵ AD ⊥ BC, BE ⊥ AC]

এবং ∠BOD = ∠AOE. [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{BO}{AO} = \frac{OD}{OE}$

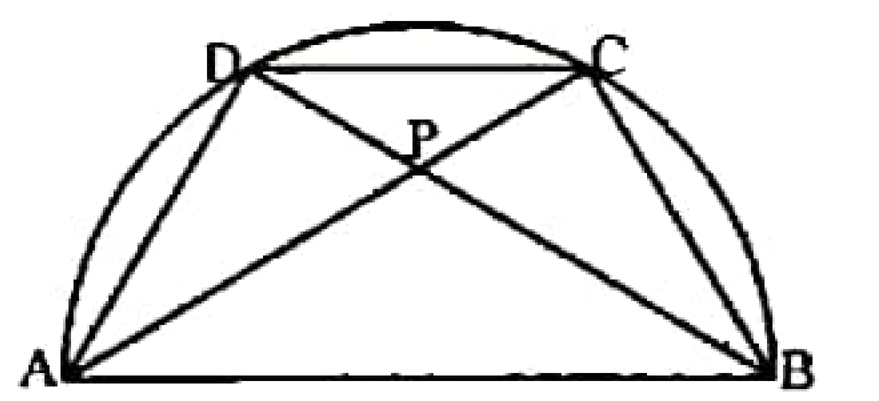
∴ AO.OD = BO. OE ... ... (ii)

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

∴ AO.OD = BO.OE = CO. OF **(প্রমাণিত)**

১০. AB ব্যাসের ওপর অঙ্কিত অর্ধবৃত্তের দুইটি জ্যা AC ও BD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AB^2 = AC. AP + BD. BP

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, AB ব্যাসের ওপর ABCD একটি অর্ধবৃত্ত। AC ও BD জ্যাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB^2 = AC. AP + BD. BP।

অঙ্কন: A, D; B, C ও C, D যোগ করি।

প্রমাণ: ΔCPD ও ΔAPB-এ

∠PDC = ∠PAB [একই চাপ BC-এর ওপর অবস্থিত]

এবং ∠DPC = ∠APB [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী।

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

www.bdniyog.com

$\frac{AP}{DP} = \frac{BP}{CP}$

বা, $AP.CP = BP.DP.$

বা, $AP.CP + AP^2 = BP.DP + AP^2$

[উভয়পক্ষে AP^2 যোগ করে]

বা, $AP(CP + AP) = BP.DP + DP^2 + AD^2$

[AB ব্যাস বলে $\angle ADP = \angle ADB = 90°$; $\therefore AP^2 = AD^2 + DP^2$]

বা, $AP.AC = DP(BP + DP) + AD^2$

বা, $AP.AC = DP.BD + AB^2 - BD^2$

[$\angle ADB = 90°$ বলে ΔABD-এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ বা $AD^2 = AB^2 - BD^2$]

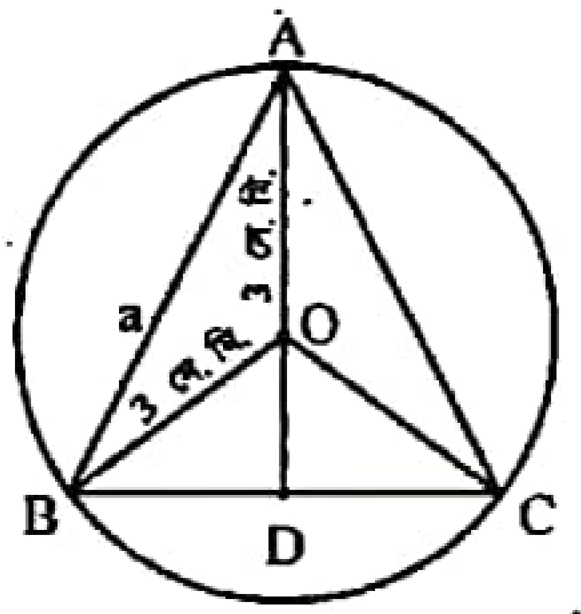
বা, $AP.AC = AB^2 - BD(BD - DP)$

বা, $AP.AC = AB^2 - BD.BP$

$\therefore AB^2 = AP.AC + BD.BP$ **(প্রমাণিত)**

১১. কোনো সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.0 সে. মি. হলে, ঐ ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O, ABC সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র। তাহলে এর ব্যাসার্ধ, OA = OB = OC = 3.0 সে. মি. (দেওয়া আছে)। বাহুর দৈর্ঘ্য AB = BC = CA = a (ধরি) নির্ণয় করতে হবে।

বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়: $AD \perp BC$ আঁকি যা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। $AD \perp BC$ হওয়ায় ΔABD ও ΔACD উভয়ে সমকোণী ত্রিভুজ।

ABD ও ACD সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]

এবং AD সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

$\therefore BD = CD$ অর্থাৎ AD একটি মধ্যমা।

এখন, যেহেতু D, BC এর মধ্যবিন্দু এবং $AD \perp BC$.

সেহেতু AD অবশ্যই কেন্দ্র O দিয়ে যাবে।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, B ও C শীর্ষ হতে অঙ্কিত মধ্যমা দুইটিও O বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং O, ΔABC এর ভরকেন্দ্র।

$\therefore AO : OD = 2 : 1$

$\frac{AO}{OD} = \frac{2}{1}$

বা, $OD = \frac{1}{2} AO$ বা, $OD = \frac{1}{2} \times 3.0$ সে.মি. [$\because AO = 3.0$ সে.মি.]

$OD = \frac{3}{2}$ সে.মি.

এবং $BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} a$ সে.মি.

আবার, OBD সমকোণী ত্রিভুজে,

$OB^2 = OD^2 + BD^2$

বা, $(3.0)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

বা, $9 = \frac{9}{4} + \frac{a^2}{4}$

বা, $\frac{a^2 + 9}{4} = 9$

বা, $a^2 + 9 = 36$

বা, $a^2 = 27$

বা, $a = \sqrt{27}$

$\therefore a = 3\sqrt{3}$ সে.মি.

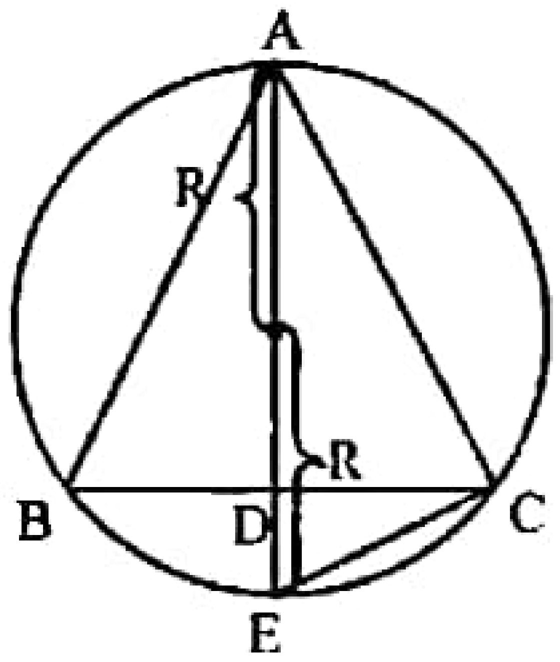
$\therefore AB = BC = CA = 3\sqrt{3}$ সে.মি.

অর্থাৎ, প্রদত্ত ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ সে.মি.।

Ans. $3\sqrt{3}$ সে.মি.।

১২. ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A হতে ভূমি BC এর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R.AD$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু ΔABC-এ AB = AC। A থেকে BC-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = 2R.AD$.

অঙ্কন: AD-কে বর্ধিত করি, যেন তা পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ: ΔADC ও ΔACE-এ,

$\angle ADC = \angle ACE$

[$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ $\angle ACE = 90°$ এবং AD, BC এর ওপর লম্ব বলে $\angle ADC = 90°$]

$\angle EAC$ সাধারণ কোণ।

এবং অবশিষ্ট $\angle ACD$ = অবশিষ্ট $\angle AEC$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AE}$

[$\because$ সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

বা, $AC^2 = AE.AD$

$\therefore AB^2 = AE.AD$ [$\because AB = AC$] ....(i)

সমকোণী ত্রিভুজ ΔABD ও ΔACD এর মধ্যে

অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [দেওয়া আছে]

এবং AD সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

$\therefore BD = CD$

অর্থাৎ $AD \perp BC$ এবং AD, BC এর সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore$ AD, বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

[কেন্দ্র থেকে জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore$ AE, ΔABC-এর পরিব্যাস

$AE = 2R$ [$\because$ R, ΔABC-এর পরিব্যাসার্ধ]

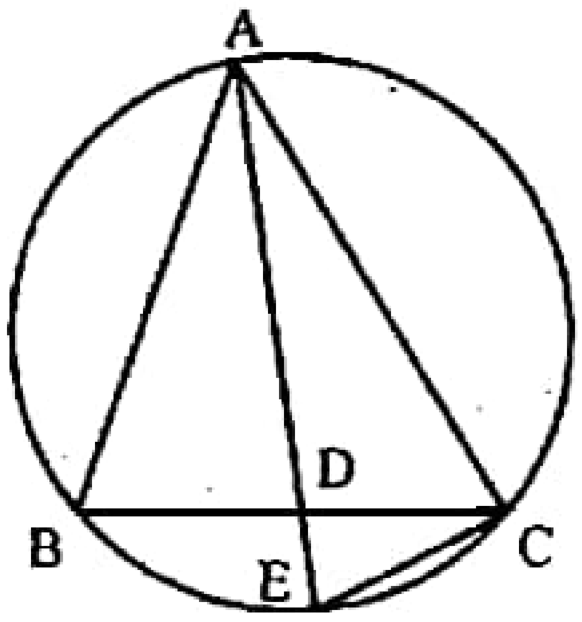
তাহলে (i) হতে পাই,

অর্থাৎ, $AB^2 = 2R.AD$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

১৩. ABC ত্রিভুজের $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে এবং ΔABC পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক রেখাংশ BC কে D বিন্দুতে এবং ABC পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$.

অঙ্কন: C, E যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABD ও ΔACE- এ

$\angle BAD = \angle CAE$ [$\because$ AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle ABD = \angle AEC$ [$\because$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle ADB$ = অবশিষ্ট $\angle ACE$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE}$

[$\because$ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

অর্থাৎ, $AB.AC = AD.AE$ .... (i)

আবার, ΔABD ও ΔCDE- এ

$\angle ABD = \angle CED$ [$\because$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

এবং $\angle ADB = \angle CDE$ [$\because$ বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle BAD$ = অবশিষ্ট $\angle DCE$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\frac{BD}{DE} = \frac{AD}{DC}$

[$\because$ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

অর্থাৎ, $AD.DE = BD.DC$ .... (ii)

এখন, সমীকরণ (i) হতে পাই,

$AB.AC = AD.AE$

$= AD(AD + DE)$ [$\because AE = AD + DE$]

$= AD.AD + AD.DE$

$= AD^2 + AD.DE$

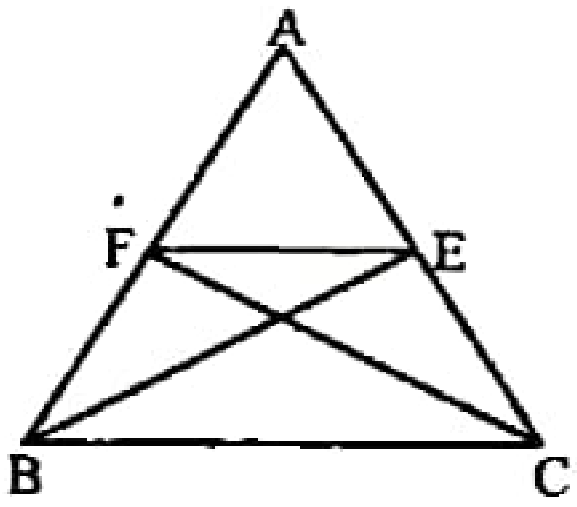
বা, $AD^2 = AB.AC - AD.DE$

$\therefore AD^2 = AB.AC - BD.DC$ [সমীকরণ (ii) হতে মান বসিয়ে]

অর্থাৎ, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$ **(দেখানো হলো)**

১৪. ABC ত্রিভুজের AC ও AB বাহুর ওপর যথাক্রমে BE ও CF লম্ব। দেখাও যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. E, F যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

প্রমাণ: $\angle BEC = 90° = \angle BFC$ [$\because BE \perp AC, CF \perp AB$]

$\therefore$ BC কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তটি E ও F বিন্দু দিয়ে যাবে।

কারণ, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

$\therefore$ BCEF একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

CE বাহুকে বর্ধিত করায় উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ $\angle AEF$.

$\therefore \angle AEF = \angle ABC$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।]

অনুরূপে, $\angle AFE = \angle ACB$ [একই কারণে]

ΔABC ও ΔAEF এর মধ্যে

$\angle ABC = \angle AEF$, $\angle ACB = \angle AFE$.

এবং $\angle A$ সাধারণ।

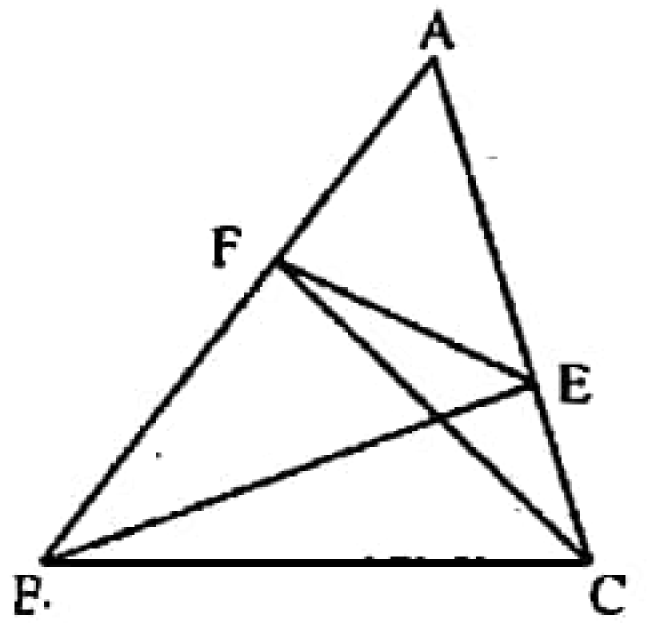
$\therefore$ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী তথা এরা সদৃশ।

অধিকন্তু AB ও AE তাদের অনুরূপ বাহু।

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta AEF} = \frac{AB^2}{AE^2}$

অর্থাৎ $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$. **(দেখানো হলো)**

বিকল্প পদ্ধতি:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. E, F যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

প্রমাণ: $\angle BEC = \angle BFC$ = 1 সমকোণ [$\because BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$]

যেহেতু কোণ দুইটি BC এর একই পাশে অবস্থিত।

$\therefore$ B, C, E, F বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

$\therefore$ BCEF চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ।

$\therefore \angle AFE = \angle BCE$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থকোণ বিপরীত অন্তঃস্থকোণের সমান]

অর্থাৎ $\angle AFE = \angle ACB$

অনুরূপভাবে, $\angle AEF = \angle ABC$

এখন, ΔABC ও ΔAEF -এ

$\angle ABC = \angle AEF$. $\angle ACB = \angle AFE$ এবং $\angle A$ সাধারণ।

$\therefore \Delta ABC$ ও ΔAEF সদৃশ।

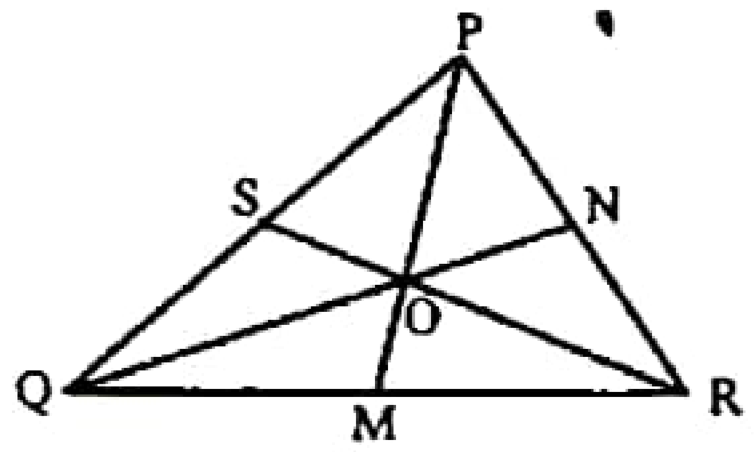
$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta AEF} = \frac{AB^2}{AE^2}$ [দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত, যেকোনো দুইটি অনুরূপ বাহুর বর্গের অনুপাতের সমান।]

অর্থাৎ $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৫. ΔPQR-এ PM, QN ও RS মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



ক. O বিন্দুটির নাম কী? O বিন্দু PM কে কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

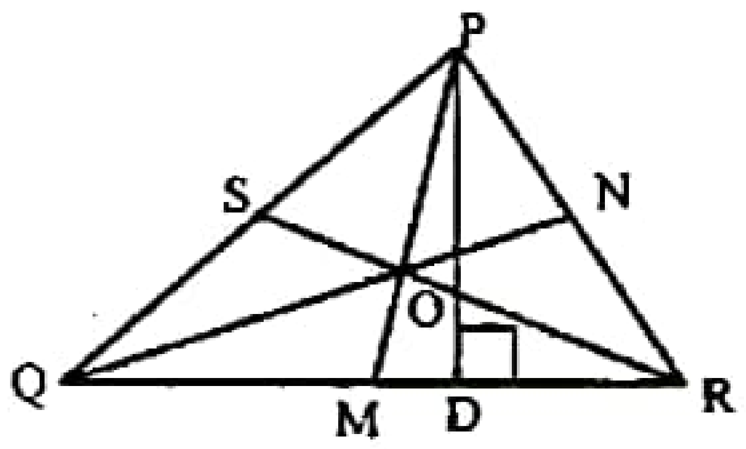
খ. ΔPQR হতে $PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত কর।

গ. দেখাও যে, ΔPQR-এর বাহু তিনটির বর্গের সমষ্টি O বিন্দু হতে শীর্ষবিন্দু তিনটির দূরত্বের বর্গের সমষ্টির তিনগুণ।

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক O বিন্দুর নাম ভরকেন্দ্র।
O বিন্দু PM কে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

খ ΔPQR-এ PM, QN ও RS মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। QR বাহুর উপর PD লম্ব আঁকি।



এখন ΔPQM-এ ∠PMQ স্থূলকোণ

$\therefore PQ^2 = PM^2 + QM^2 + 2QM.DM$ .... (i)

[স্থূলকোণের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি হতে]

আবার, ΔPRM-এ ∠PMR সূক্ষ্মকোণ

$\therefore PR^2 = PM^2 + RM^2 - 2RM.DM$ .... (ii)

[সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি হতে]

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$PQ^2 + PR^2 = PM^2 + QM^2 + 2QM.DM + PM^2 + RM^2 - 2RM.DM$

$= 2PM^2 + 2QM^2 + 2QM.DM - 2.QM.DM$ [মধ্যমা বলে RM = QM]

$= 2(PM^2 + QM^2)$

সুতরাং $PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত হলো।

গ 'খ' হতে পাই,

$PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ .... (i)

অনুরূপভাবে, $PQ^2 + QR^2 = 2(QN^2 + RN^2)$ .... (ii)

এবং $QR^2 + PR^2 = 2(RS^2 + QS^2)$ .... (iii)

এখন সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$2PQ^2 + 2QR^2 + 2PR^2 = 2PM^2 + 2QM^2 + 2QN^2 + 2RN^2 + 2RS^2 + 2QS^2$

বা, $2(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 2(PM^2 + QN^2 + RS^2) + 2(QM^2 + RN^2 + QS^2)$

বা, $4(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2) + 4(QM^2 + RN^2 + QS^2)$

[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

$4(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2) + (2QM)^2 + (2RN)^2 + (2QS)^2$

বা, $4(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2) + QR^2 + PR^2 + PQ^2$

[∵ M, N, S যথাক্রমে QR, RP এবং PQ এর মধ্যবিন্দু বলে, 2QM = QR, 2RN = PR এবং 2QS = PQ]

বা, $3(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2)$ ...... (iv)

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো সম্পাত বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\therefore \frac{PO}{OM} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{OM}{PO} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{OM + PO}{PO} = \frac{1+2}{2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{PM}{PO} = \frac{3}{2}$

বা, $2PM = 3PO$

বা, $4PM^2 = 9PO^2$ [বর্গ করে]

অনুরূপভাবে $4QN^2 = 9QO^2$

এবং $4RS^2 = 9RO^2$

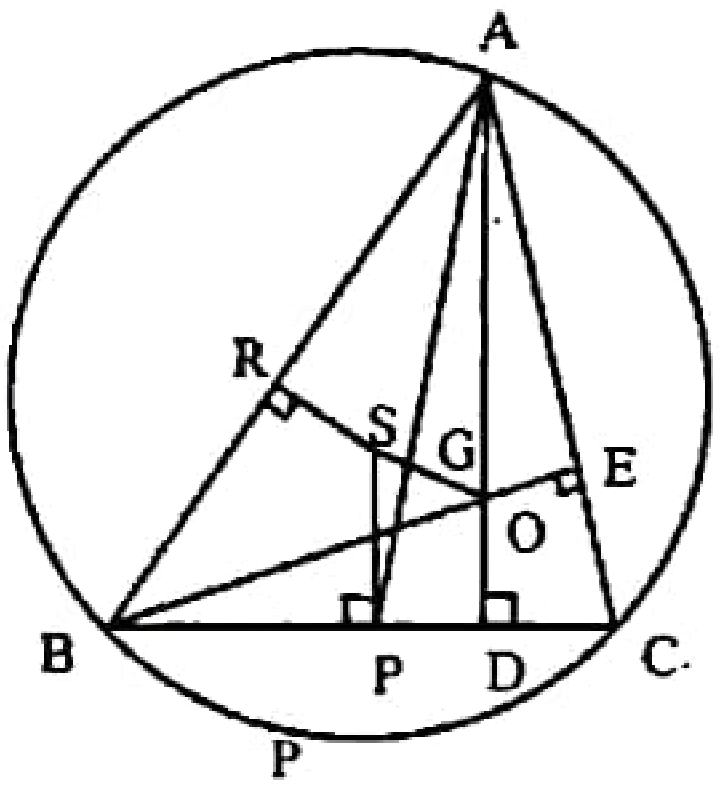
সুতরাং (iv) নং সমীকরণ থেকে পাই

$3(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 9PO^2 + 9QO^2 + 9RO^2$

$\therefore PQ^2 + QR^2 + PR^2 = 3(PO^2 + QO^2 + RO^2)$ [3 দ্বারা ভাগ করে]

(দেখানো হলো)

১৬.



উপরের চিত্রে S, O যথাক্রমে পরিকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু। AP মধ্যমা, BC = a, AC = b এবং AB = c [সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]

ক. OA এবং SP এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, S, G, O একই সরলরেখায় অবস্থিত।

গ. ∠C সূক্ষ্মকোণ হলে a.CD = b.CE সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত কর।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের লম্ব বিন্দু থেকে শীর্ষের দূরত্ব ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র থেকে ঐ শীর্ষের বিপরীত বাহুর দূরত্বের দ্বিগুণ। ΔABC এর লম্ব বিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP.

$\therefore OA = 2SP$ ...... (i)

ইহাই OA এবং SP এর মধ্যে সম্পর্ক।

খ চিত্রানুসারে, ABC ত্রিভুজের লম্ববিন্দু O, পরিকেন্দ্র S। A, P যোগ করি, তাহলে AP, ΔABC এর একটি মধ্যমা। S, O যোগ করি। মনে করি, SO রেখাংশ AP মধ্যমাকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে G বিন্দুটি ΔABC এর ভরকেন্দ্র প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে।

'ক' থেকে প্রাপ্ত (i) নং সমীকরণ থেকে OA = 2SP.

এখন যেহেতু AD ও SP উভয়ই BC এর ওপর লম্ব সেহেতু AD ∥ SP। এখন AD ∥ SP এবং AP এদের ছেদক।

∴ ∠PAD = ∠APS [একান্তর কোণ]

অর্থাৎ ∠OAG = ∠SPG.

এখন, ΔAGO এবং ΔPGS এর মধ্যে

∠AGO = ∠PGS [বিপ্রতীপ কোণ]

∠OAG = ∠SPG [একান্তর কোণ]

∴ অবশিষ্ট ∠AOG = অবশিষ্ট ∠PSG.

∴ ΔAGO এবং ΔPGS সদৃশকোণী।

সুতরাং $\frac{AG}{GP} = \frac{OA}{SP}$

বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2SP}{SP}$ [(i) নং দ্বারা]

বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2}{1}$

∴ AG : GP = 2 : 1

অর্থাৎ G বিন্দু AP মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করেছে।

∴ G বিন্দু ΔABC এর ভরকেন্দ্র।

অর্থাৎ S, G, O একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(দেখানো হলো)**

গ আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অংকিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অংকিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যেকোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।

এখন AD ⊥ BC হওয়ায় ΔABC এর ∠ACB সূক্ষ্মকোণ।

[∴ ∠ACB < সমকোণ ∠ADC]

এবং CD, BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে।

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.\ CD$ .... (i)

আবার, CE, AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ।

$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

(i) নং এবং (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$AC^2 + BC^2 - 2BC.\ CD = BC^2 + AC^2 - 2AC\ .\ CE$

বা, $-2BC.\ CD = -2AC.\ CE$

[উভয় পক্ষ হতে $AC^2 + BC^2$ বিয়োগ করে]

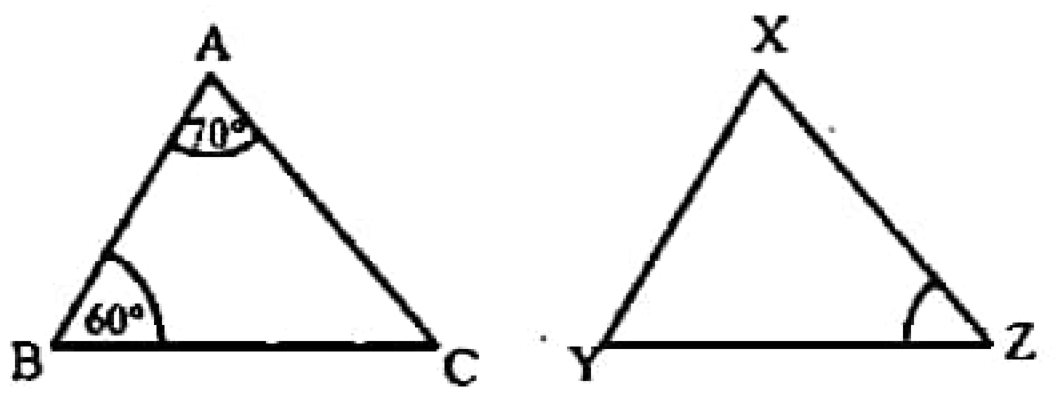
বা, BC. CD = AC . CE [উভয় পক্ষকে (– 2) দ্বারা ভাগ করে]

∴ a. CD = b. CE. সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত হলো।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

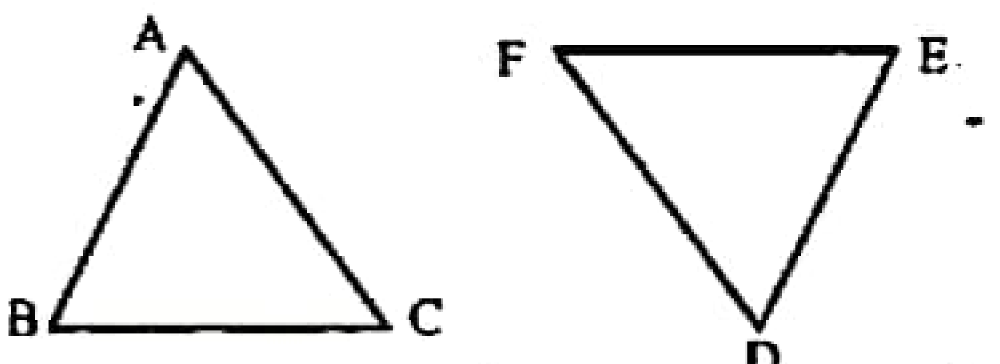
★★★ ত্রিভুজ ও বৃত্ত বিষয়ক উপপাদ্য | Text পৃষ্ঠা-৭২

- ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ।
- নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।
- ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলা হয়। ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
- ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্বত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বা লম্ববিন্দু বলা হয়। লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুত্রয় সংযোজন করে উৎপন্ন ত্রিভুজকে মূল ত্রিভুজের পাদত্রিভুজ (Pedal triangle) বলা হয়।

১. 

∠A = 70°, ∠B = 60° এবং ΔABC ও ΔXYZ পরস্পর সদৃশ হলে, ∠Z = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

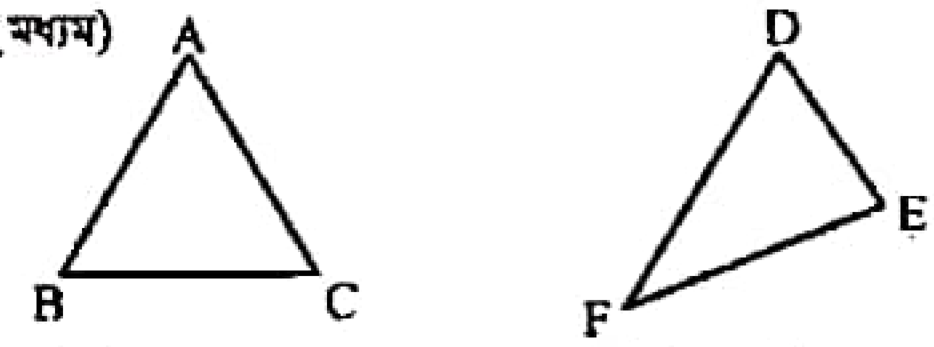
ক 50 খ 60 গ 70 ঘ 80 — ক

২. 

ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

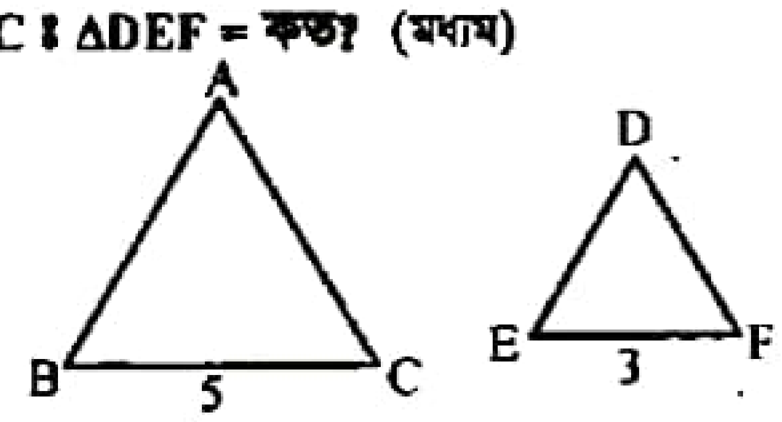
ক AB = DE
খ $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$
গ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$
ঘ $\frac{BC}{AC} = \frac{DF}{EF}$ — গ

৩. **নিচের চিত্রে ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী ত্রিভুজ। নিচের কোনটি সঠিক** (মধ্যম)

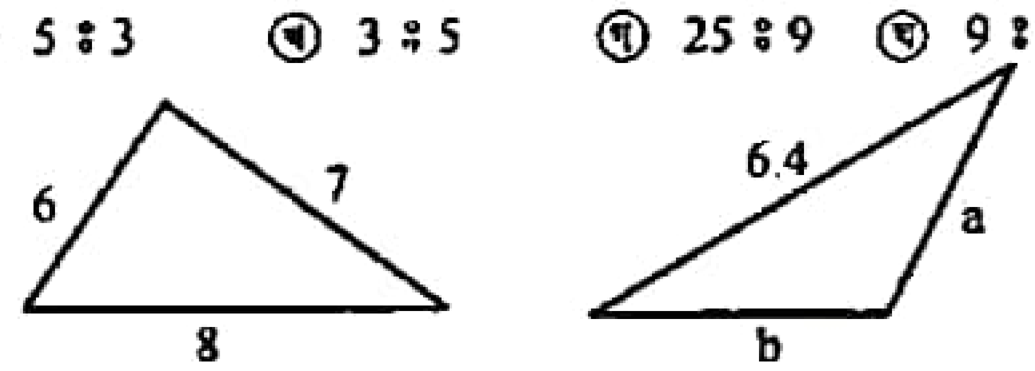


ক $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{DF}$
খ $\frac{AC}{AB} = \frac{EF}{DE}$
গ $\frac{BC}{AC} = \frac{DF}{EF}$
ঘ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ — ঘ

৪. **নিচের চিত্রে ΔABC ও Δ DEF সদৃশ হলে, ΔABC ঃ ΔDEF = কত?** (মধ্যম)



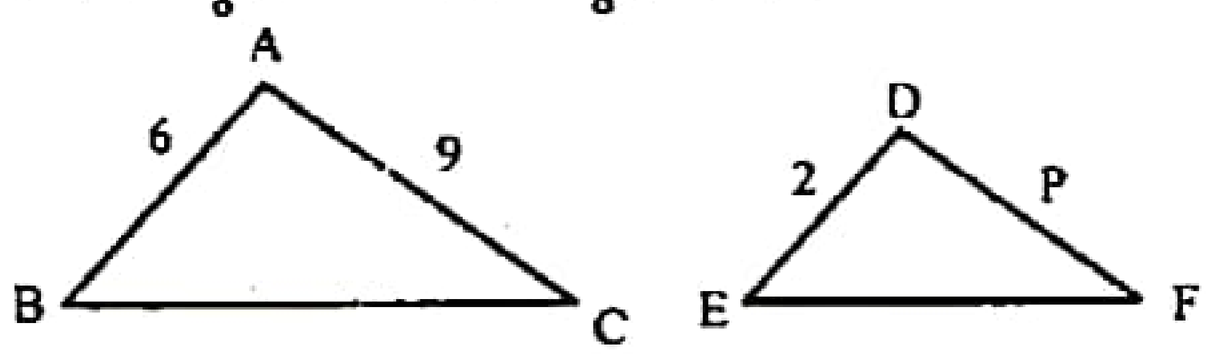
ক 5 ঃ 3 খ 3 ঃ 5 গ 25 ঃ 9 ঘ 9 ঃ 25 — গ

৫. 

উপরের ত্রিভুজ দুটি সদৃশ হলে a ও b এর মান কত? (মধ্যম)

ক 5.0, 4.5
খ 5.6, 4.8
গ 5.8, 4.6
ঘ 5.5, 4.4 — খ

ব্যাখ্যা: $a = \frac{6.4}{8} \times 7 = 5.6,\ b = \frac{6.4}{8} \times 6 = 4.8$

৬. 

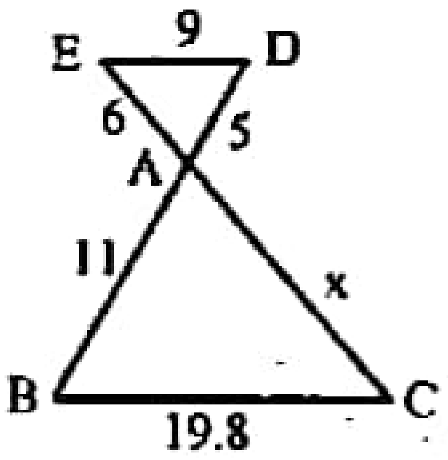
উপরের চিত্রে, ΔABC ও ΔDEF সদৃশ হলে P এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 — খ

ব্যাখ্যা: $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$

বা, $\frac{6}{2}=\frac{9}{p}$

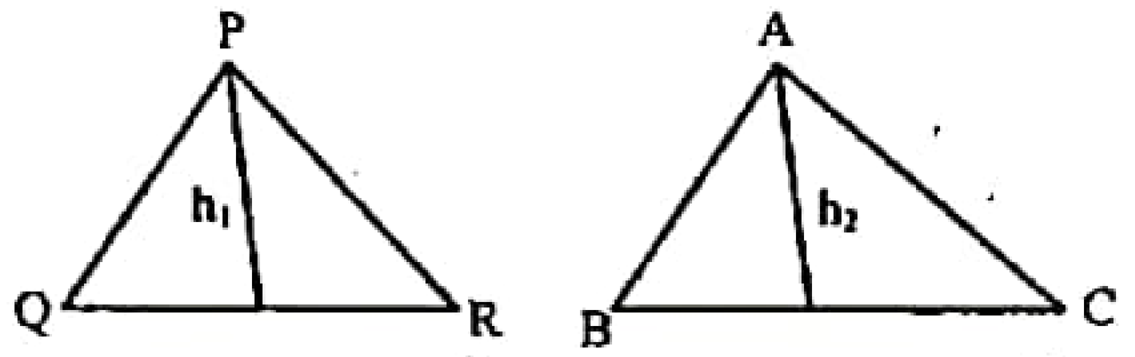
বা, $p=\frac{9\times 2}{6}=3.$

৭.


ΔABC ও ΔADE সদৃশ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 9 খ 9.16 গ 9.50 ঘ 10 (খ)

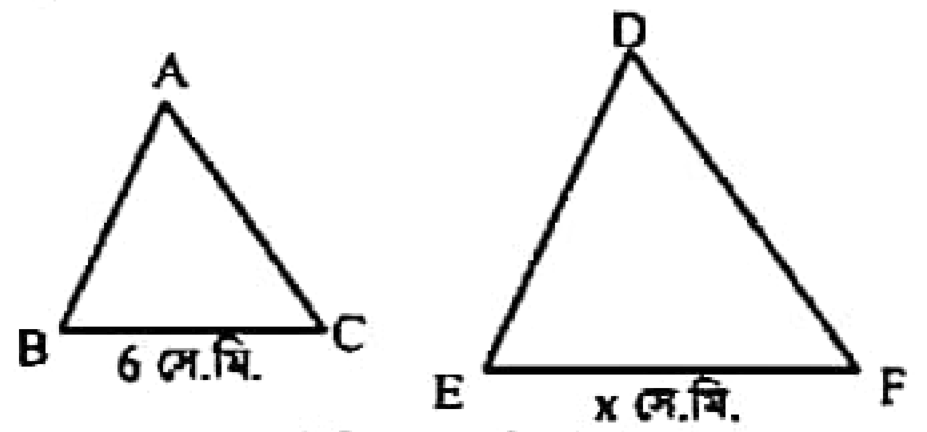
ব্যাখ্যা: $\frac{6}{11}=\frac{5}{x}$ বা, $x=\frac{11\times 5}{6}=9.16$

৮.


ΔPQR ও ΔABC সদৃশ ত্রিভুজদ্বয় এ QR = BC হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $h_1=h_2BC$ খ $\frac{h_1}{h_2}=$ ধ্রুবক

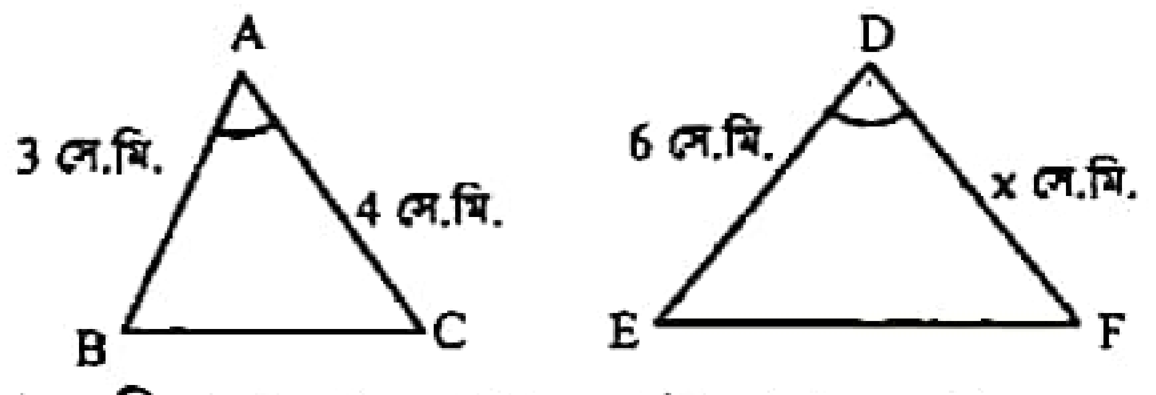
গ $\frac{h_1}{h_2}=1$ ঘ $h_1+h_2=0$ (গ)

৯.


ΔABC ও ΔDEF দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ। ΔABC এর ক্ষেত্রফল 18 বর্গ সে.মি. এবং ΔDEF এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি. হলে x এর মান কত হবে? (কঠিন)

ক 5 খ 6 গ 7 ঘ 8 (ঘ)

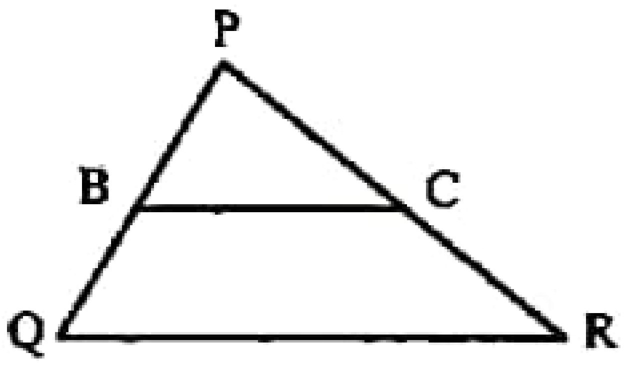
ব্যাখ্যা : $\frac{18}{32}=\frac{6^2}{x^2}$ বা, $x^2=64\therefore x=8$

১০.


উপরের চিত্রে ΔABC ও ΔDEF সদৃশ এবং $\angle A=\angle D$ হলে, x = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 10 (গ)

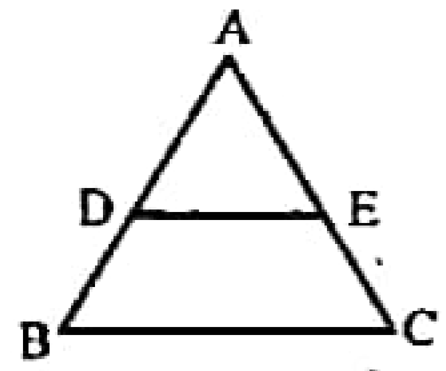
ব্যাখ্যা : $\frac{6}{3}=\frac{x}{4}\;\therefore x=8$

১১.


ΔPQR-এ BC ∥ QR হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক PB : QB = PC : RC খ PQ : PB = PC : PR

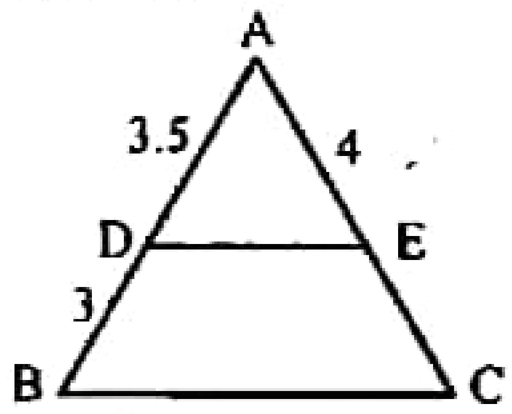
গ PQ : QR = QR : BC ঘ QR : BC = PQ : PC (ক)

১২.


ΔABC-এ D, AB এর মধ্যবিন্দু এবং DE ∥ BC হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক AE : CE = 1 :2 খ AC : AE = 1 : 2

গ AE : CE = 1 ঘ AE : CE = 2 : 1 (গ)

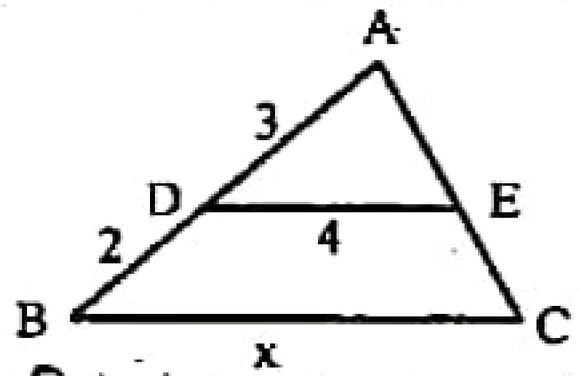
১৩.


উপরের চিত্রে, BC ∥ DE হলে AC এর মান কত? (মধ্যম)

ক 3.42 খ 6.47 গ 7.43 ঘ 8.5 (গ)

ব্যাখ্যা: $CE=\frac{AE}{AD}\times BD=3.43$

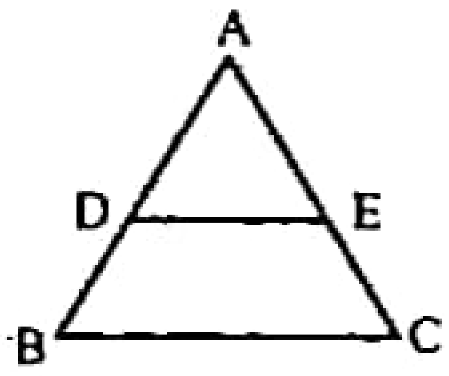
$\therefore AC=AE+CE=4+3.43=7.43.$

১৪.


উপরের চিত্রানুসারে, BC ∥ DE হলে, x এর সঠিক মান কত? (মধ্যম)

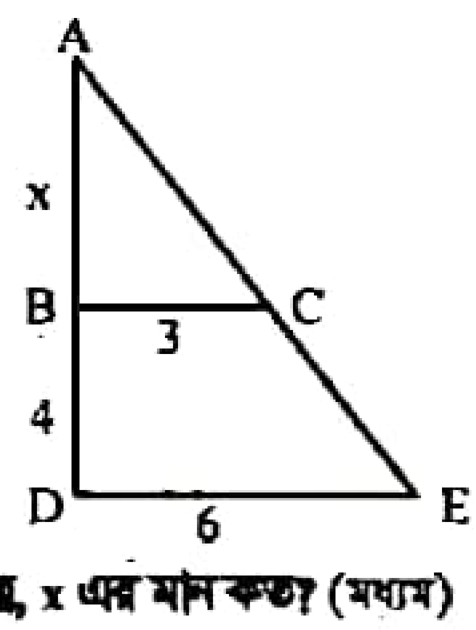
ক 4 খ $5\frac{2}{3}$ গ $6\frac{2}{3}$ ঘ $7\frac{1}{2}$ (গ)

ব্যাখ্যা: $BC=\frac{AB}{AD}\times DE=\frac{5}{3}\times 4=6\frac{2}{3}.$

১৫.


$\Delta ADE=\frac{1}{4}\Delta ABC$ এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ একক হলে ΔADE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

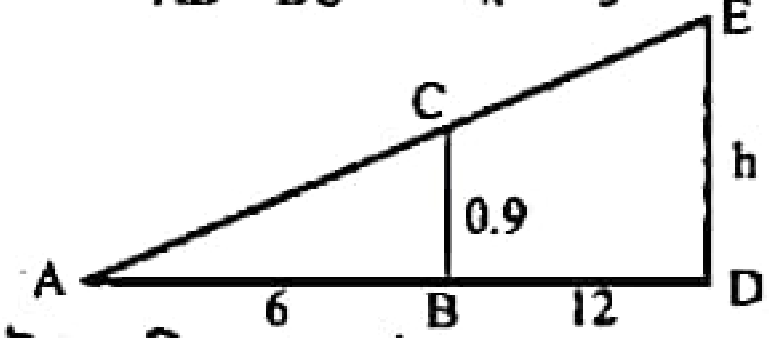
ক 8 খ 16 গ 32 ঘ 64 (ক)

১৬.


উপরের চিত্রে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6 (গ)

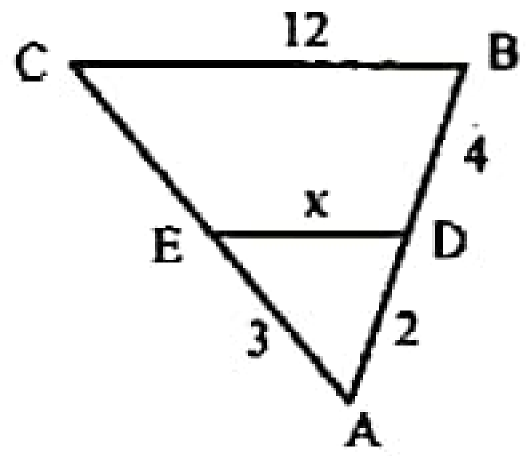
ব্যাখ্যা: $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$ বা, $\frac{x+4}{x}=\frac{6}{3}\;\therefore x=4.$

১৭.


উপরের চিত্রে, h এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1.5 খ 2.7 গ 3.2 ঘ 4.5 (খ)

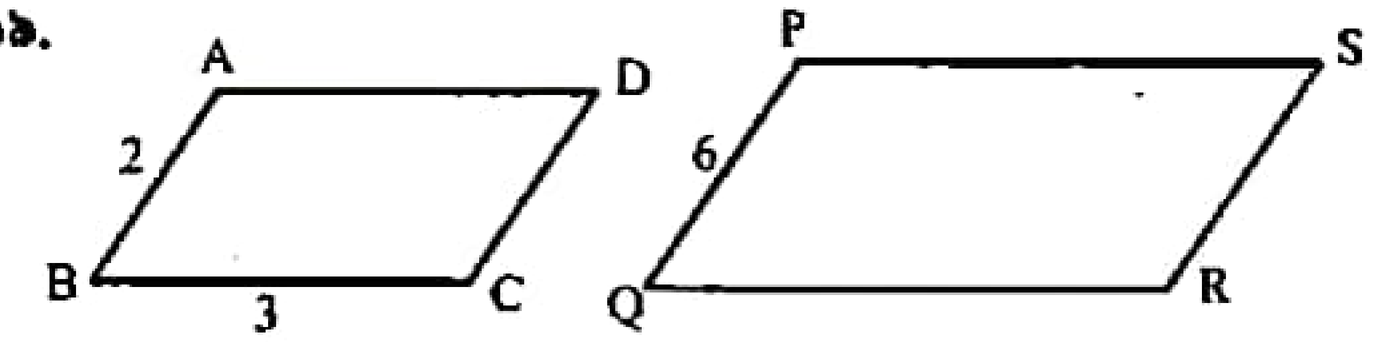
ব্যাখ্যা: $\frac{h}{0.9}=\frac{18}{6}\;\therefore h=2.7.$

১৮.


উপরের চিত্রে, x এর মান কত? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 8 — গ

ব্যাখ্যা: যেহেতু ΔABE ও ΔADE সদৃশ তাই-
$\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}$ বা, $\frac{6}{2}=\frac{12}{x}$ বা, $x=\frac{12}{3}=4.$

১৯.


উপরের চিত্রানুসারে, QR এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

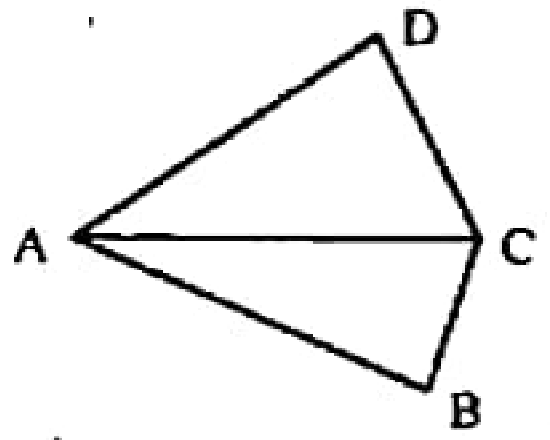
ক 2 খ 3 গ 6 ঘ 9 — ঘ

ব্যাখ্যা: $QR=\frac{3}{2}\times 6=9$

২০. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ হলে $\angle C=3x-40$ এবং $\angle F=2x-10$ হলে, x এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

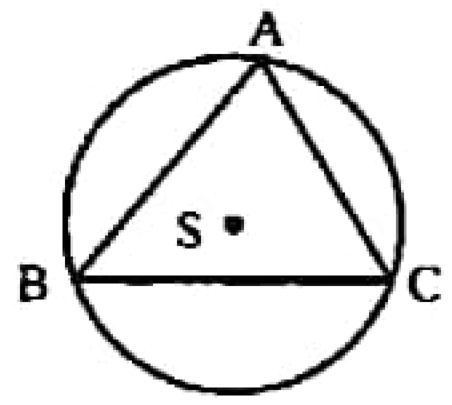
ক 15 খ 25 গ 30 ঘ 50 — গ

ব্যাখ্যা: $\angle C=\angle F \therefore 2x-10=3x-40 \therefore x=30.$

২১.


AC বাহু, $\angle BAD$ ও $\angle BCD$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করলে $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ হয় কোন শর্তে? (সহজ)

ক বাহু-কোণ-বাহু
খ কোণ-বাহু-কোণ
গ কোণ-কোণ-বাহু
ঘ বাহু-বাহু-কোণ — ঘ

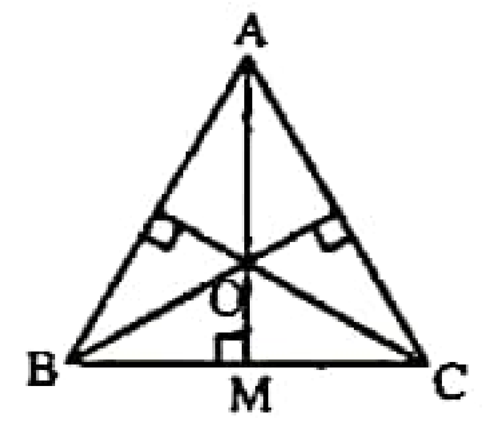
২২.


ΔABC, বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে S কে কী বলা হয়? (সহজ)

ক অন্ত:কেন্দ্র
খ পরিকেন্দ্র
গ বহিঃকেন্দ্র
ঘ ভরকেন্দ্র — খ

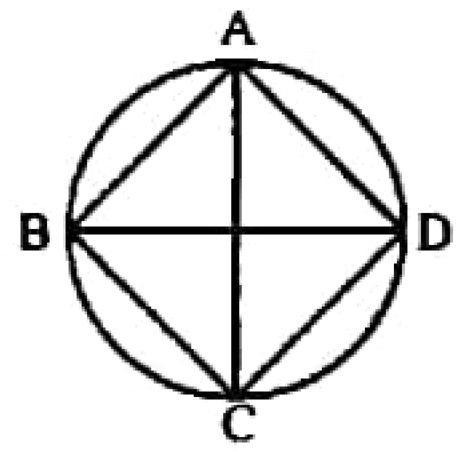
২৩. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পাদত্রিভুজের অন্ত:কেন্দ্রকে কী বলা হয়? (সহজ)

ক সমবিন্দু
খ অন্ত:কেন্দ্র
গ পরিকেন্দ্র
ঘ লম্ববিন্দু — ঘ

২৪.


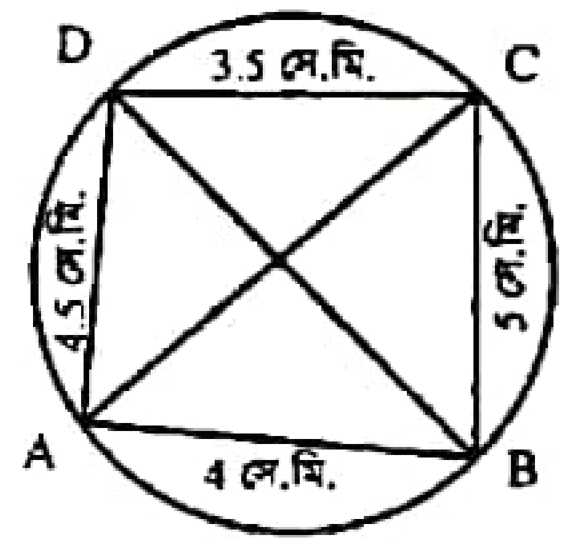
O বিন্দুটিকে ΔABC-এর কী বলে? (সহজ)

ক বহিঃকেন্দ্র
খ অন্তঃকেন্দ্র
গ লম্ববিন্দু
ঘ পরিকেন্দ্র — গ

২৫.


ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ হলে, AC.BD = কত? (সহজ)

ক AB.CD + BC.AD
খ AB.BC + CD.AD
গ AB.CD − BC.AD
ঘ AB.AD + BC.CD — ক

২৬.


ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি., CD = 3.5 সে.মি. এবং AD = 4.5 সে.মি. হলে তার কর্ণদ্বয়ের গুণফল কত? (মধ্যম)

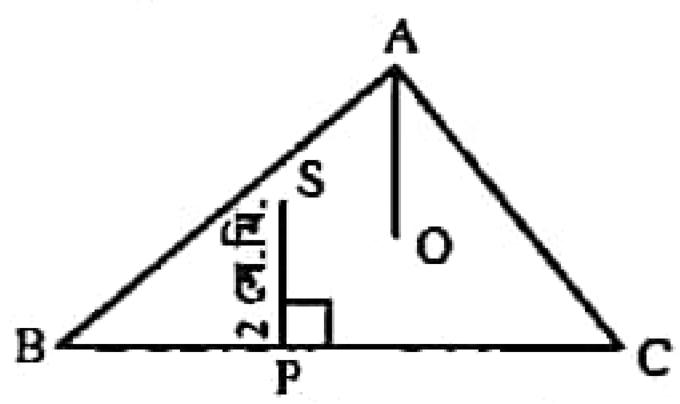
ক 36.5 খ 22.5 গ 14 ঘ 9.5 — ক

ব্যাখ্যা : $4.5\times 5+3.5\times 4=36.5$

২৭. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ব বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ; সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক 0 খ 1 গ 10 ঘ অনির্ণেয় — ক

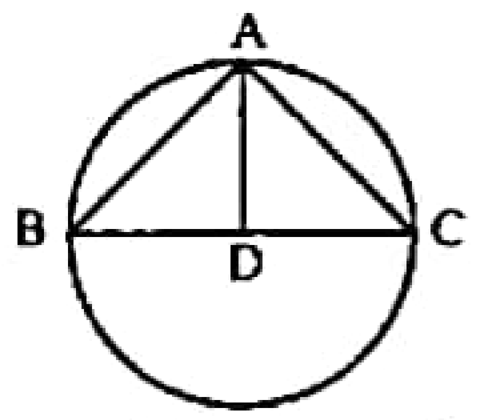
ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ব বিন্দু সমরেখ।

২৮.


ΔABC এর O লম্ব বিন্দু এবং পরিকেন্দ্র S। SP = 2 সে.মি. হলে, AO = কত সে.মি.? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 4 ঘ 6 — গ

ব্যাখ্যা: $AO=2SP=4$

২৯.


ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

ক $AB.AC=\frac{1}{2}R.AD$
খ $AB.AC=2R.AD$
গ $AB.AC=3R.AD$
ঘ $AB.AC=4R.AD$ — খ

৩০. একটি ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ 9 সে.মি. ঐ ত্রিভুজের নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (সহজ)

ক 4.5 খ 9 গ 18 ঘ 81 — ক

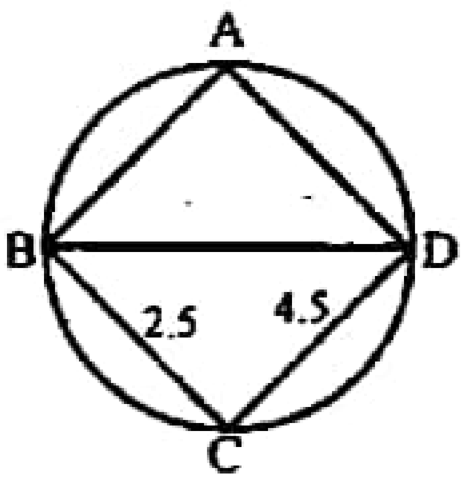
ব্যাখ্যা: নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।

৩১. একটি ত্রিভুজের নববিন্দুবৃত্তের ক্ষেত্রফল 25π, ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? (কঠিন)

ⓚ 25π ⓛ 50π ⓜ 100π ⓝ 625π **(গ)**

ব্যাখ্যা : পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 10।

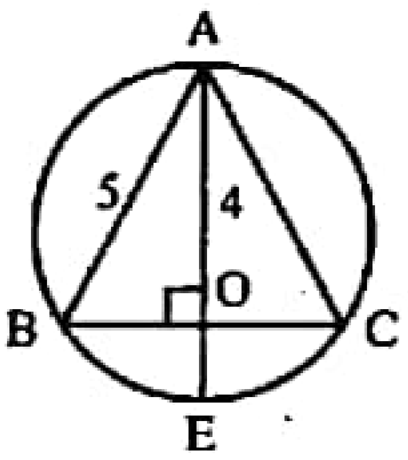
৩২.



BD কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ 5 ⓛ 5.1 ⓜ 5.5 ⓝ 6 **(ঘ)**

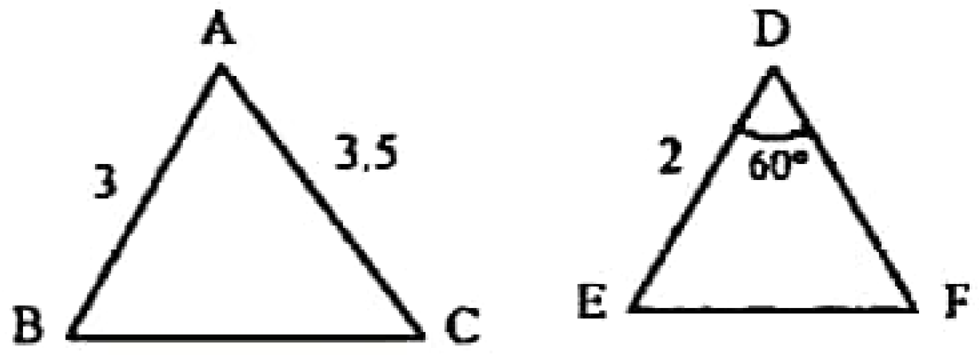
৩৩.



ΔABC সমবাহু হলে OE এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ 2 ⓛ 2.25 ⓜ 2.50 ⓝ 3 **(খ)**

৩৪.



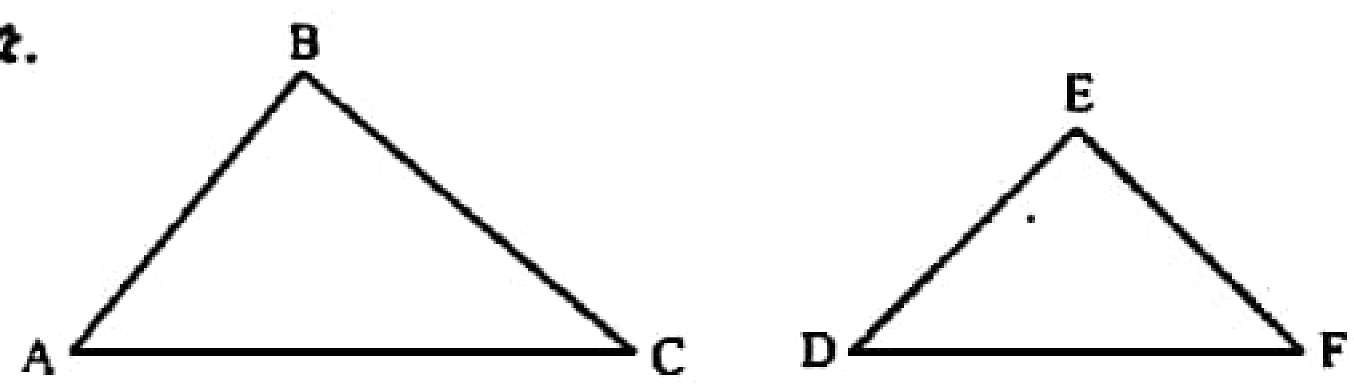
পাশের ΔABC ও ΔDEF সদৃশ হলে—

i. ∠A = 60°
ii. DF = 2.33
iii. ΔABC = ΔDEF

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **(ক)**

৩৫.



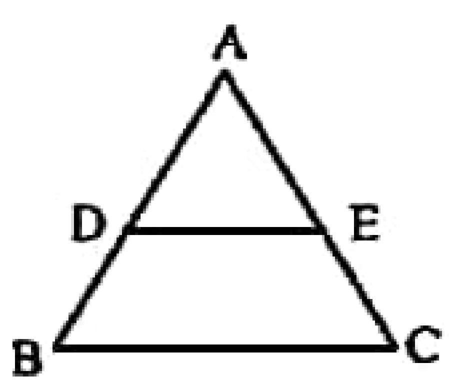
ΔABC ও ΔDEF সদৃশ হলে—

i. ΔABC : ΔDEF = $AB^2 : DE^2$.
ii. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ = ধ্রুবক।
iii. ΔABC ও ΔDEF এর ক্ষেত্রফল সমান।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **(ক)**

৩৬.



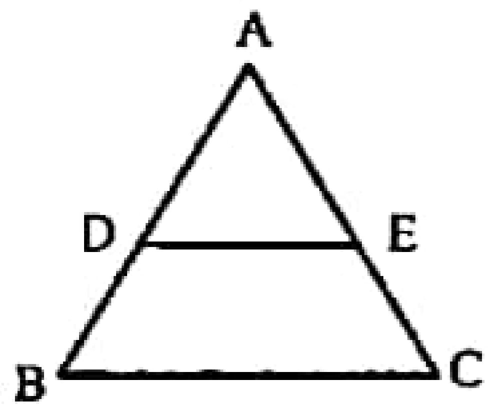
ΔABC-এ BC || DE হলে—

i. AB : AD = AC : AE.
ii. AB : BD = AC : CE.
iii. AD : BD = AE : CE.

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩৭.



চিত্রে DE || BC এবং D, AB এর মধ্যবিন্দু হলে—

i. AD : BD = 1.
ii. ∠ADE = ∠ABC.
iii. DE = 2BC.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

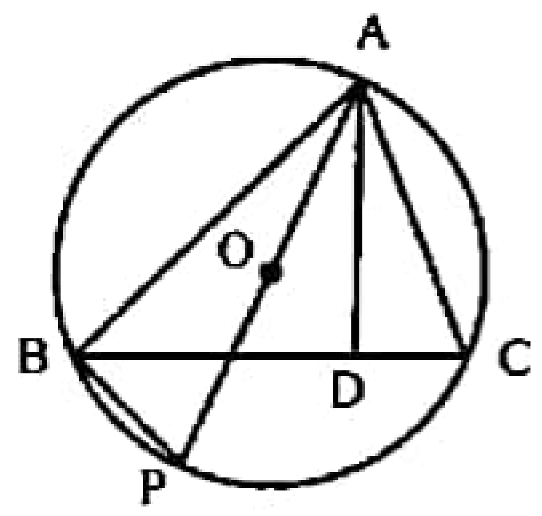
৩৮. ABCD ও EFGH যথাক্রমে বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র হলে—

i. এরা পরস্পর সদৃশকোণী।
ii. এরা বিসদৃশ এবং সর্বসম।
iii. এরা সদৃশ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩৯.



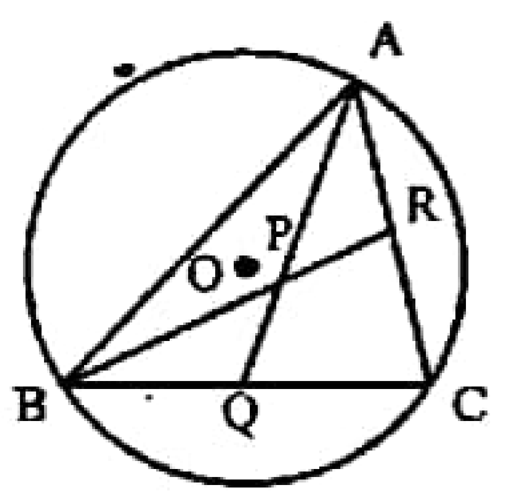
ΔABC, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে—

i. ∠ABP = 90°.
ii. AB.AC = AP.AD.
iii. ∠APB ও ∠ACD একই চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৪০.



চিত্রে, ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O ও ভরকেন্দ্র P হলে—

i. BP : PR = 2 : 3.
ii. AP = $\frac{2}{3}$AQ.
iii. O এবং P সমরেখ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৪১. নববিন্দু বৃত্তে—

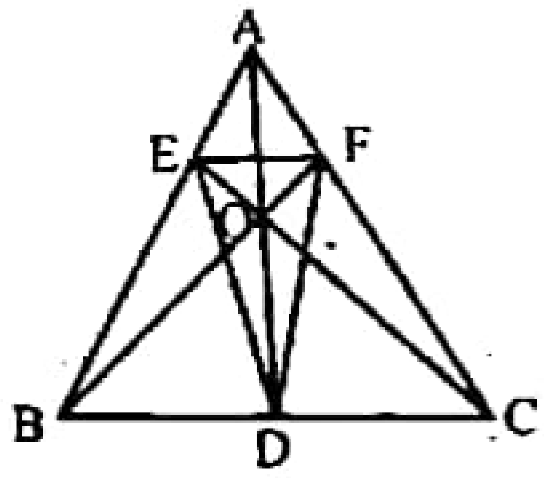
i. নয়টি বিন্দু একই বৃত্তের উপর অবস্থান করে।
ii. ব্যাসার্ধ, ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।
iii. ব্যাসার্ধ, ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

www.bdniyog.com

৪২.



উপরের চিত্রানুসারে, AD, BF ও CE ত্রিভুজটির মধ্যমাত্রয় হলে—

i. O ভরকেন্দ্র।

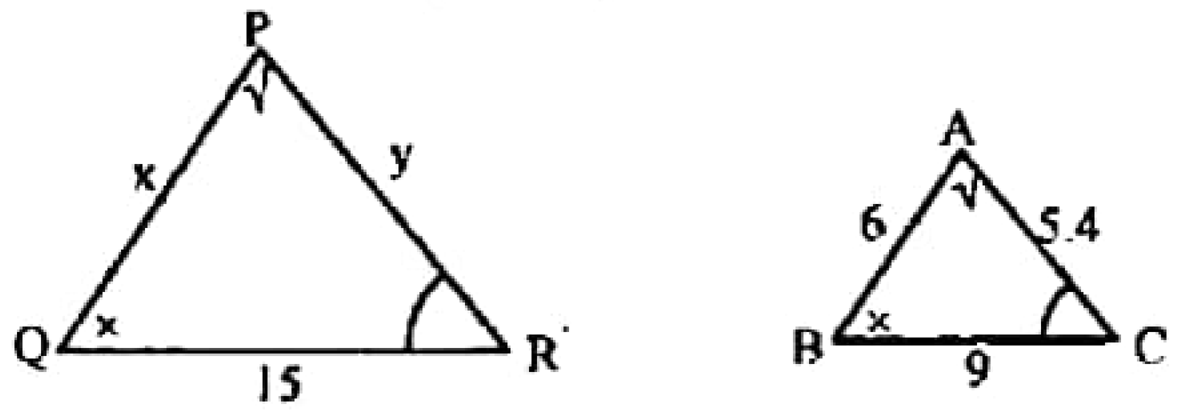
ii. O, AD কে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

iii. $\angle ADB = 90°$.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৩-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



ΔABC ও ΔPQR সদৃশ।

৪৩. x এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 9 ⓛ 10 ⓜ 15 ⓝ 24 **খ**

ব্যাখ্যা : $\frac{x}{6} = \frac{15}{9}$ $\therefore x = 10$

৪৪. y এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 10 ⓛ 9 ⓜ 8 ⓝ 6 **খ**

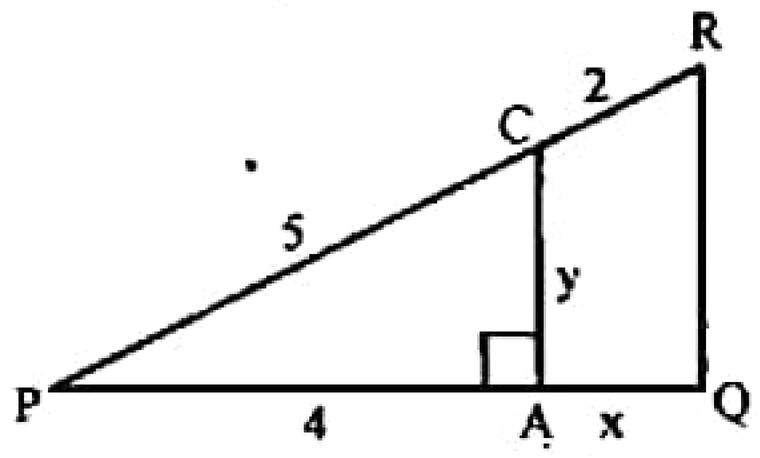
ব্যাখ্যা : $\frac{y}{5.4} = \frac{15}{9}$ বা, $y = 9$

৪৫. ΔABC ও Δ PQR এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত = কত? (মধ্যম)

ⓚ 25 : 9 ⓛ 16 : 9 ⓜ 15 : 9 ⓝ 10 : 9 **ক**

ব্যাখ্যা : $\frac{\Delta ABC}{\Delta PQR} = \frac{15^2}{9^2}$ $\therefore \Delta ABC : \Delta PQR = 25 : 9$

নিচের চিত্রের আলোকে (৪৬-৪৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৪৬. চিত্রানুসারে, y এর মান কত? *(সহজ)*

ⓚ 2 ⓛ 3 ⓜ 4 ⓝ 5 **খ**

৪৭. x এর মান কত? *(মধ্যম)*

ⓚ 1 ⓛ 1.5 ⓜ 1.60 ⓝ 2.50 **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{PC}{PR} = \frac{AP}{PQ}$ বা, $\frac{5}{7} = \frac{4}{4+x}$ $\therefore x = 1.60$

৪৮. RQ এর দৈর্ঘ্য কত? *(মধ্যম)*

ⓚ 3 ⓛ 3.50 ⓜ 3.75 ⓝ 4.2 **ঘ**

নিচের চিত্রের আলোকে (৪৯-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

রনি 5 ফুট লম্বা হলে তার ছায়ার দৈর্ঘ্য 8 ফুট, অপর দিকে একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য 32 ফুট।

৪৯. গাছটির উচ্চতা কত ফুট? (মধ্যম)

ⓚ 10 ⓛ 15 ⓜ 18 ⓝ 20 **ঘ**

ব্যাখ্যা: গাছটির উচ্চতা = $\frac{32}{8} \times 5 = 20.$

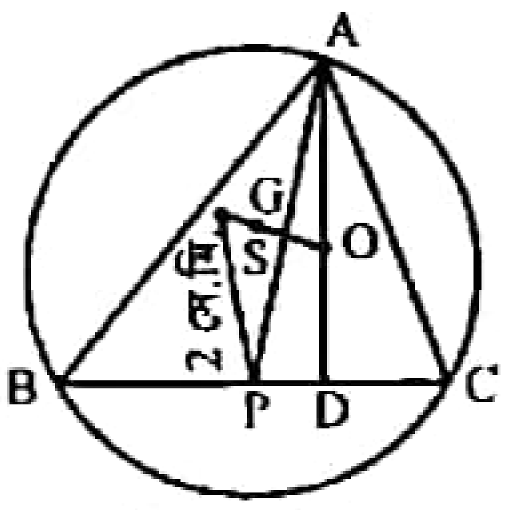
৫০. গাছটি ভূমির উপর লম্বভাবে অবস্থিত হলে, গাছ ও ভূমির মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ⓚ 0 ⓛ 45 ⓜ 90 ⓝ 180 **গ**

৫১. রনির উচ্চতা ও তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)

ⓚ 0.50 ⓛ 0.625 ⓜ 0.788 ⓝ 1 **খ**

নিচের চিত্রের আলোকে (৫২-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



ΔABC এর লম্ব বিন্দু O পরিকেন্দ্র S এবং AP একটি মধ্যমা।

$SG = \frac{1}{2}$ সে.মি. এবং $GO = 1$ সে.মি.

৫২. $\angle SGO =$ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ⓚ 0 ⓛ 90 ⓜ 120 ⓝ 180 **ঘ**

৫৩. AO = কত সে.মি.? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ 4 **ঘ**

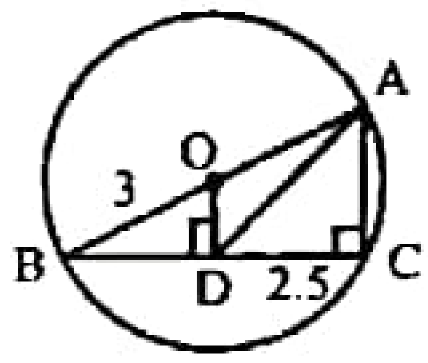
৫৪. SO = কত সে.মি.? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ $\frac{3}{2}$ ⓜ $\frac{5}{2}$ ⓝ $\frac{9}{2}$ **খ**

৫৫. G বিন্দুটিকে কী বলা হয়? (সহজ)

ⓚ পরিকেন্দ্র ⓛ ভরকেন্দ্র ⓜ মধ্যমা ⓝ লম্ববিন্দু **খ**

নিচের চিত্রের আলোকে (৫৬-৫৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি, ΔABC এর পরিবৃত্ত।

৫৬. পরিবৃত্তের ব্যাস কত? (সহজ)

ⓚ 3 ⓛ 6 ⓜ 9 ⓝ 12 **খ**

৫৭. BC = কত? (সহজ)

ⓚ 2.5 ⓛ 4.5 ⓜ 5 ⓝ 6.25 **গ**

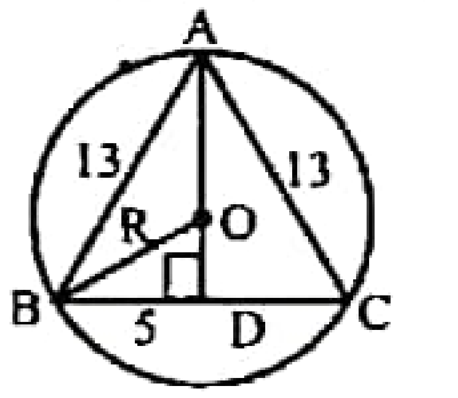
৫৮. AC এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ 11 ⓛ 7 ⓜ $\sqrt{11}$ ⓝ $\sqrt{15}$ **গ**

ব্যাখ্যা: AB = 6, BC = 5

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$

নিচের চিত্রের আলোকে (৫৯-৬১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫৯. AD = কত? (মধ্যম)

ⓚ 10 ⓛ 12 ⓜ 13 ⓝ 15 **খ**

www.bdniyog.com

৬০. DC = কত? (সহজ)

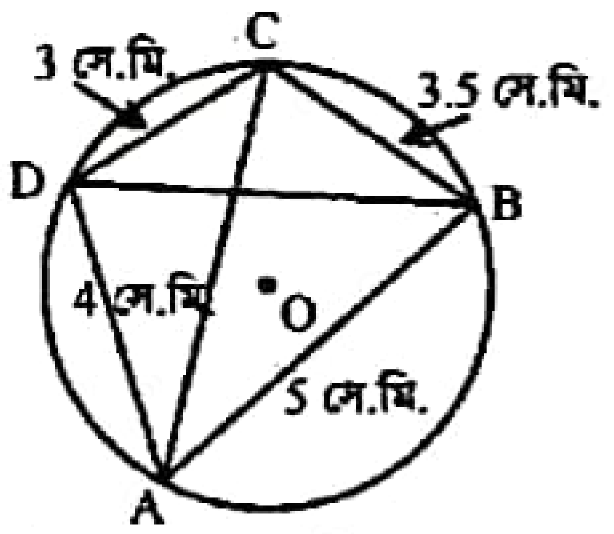
ক 5 খ 7 গ 8 ঘ 10 ক

৬১. বৃত্তের ব্যাসার্ধ, R = কত? (মধ্যম)

ক $7\frac{1}{48}$ খ $7\frac{1}{5}$ গ $7\frac{1}{18}$ ঘ $7\frac{1}{24}$ ঘ

ব্যাখ্যা: AB . AC = 2R.AD.

নিচের তথ্যের আলোকে (৬২-৬৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



পাশের চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

৬২. AB ও CD এর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

ক 10.5 খ 14 গ 15 ঘ 20 গ

ব্যাখ্যা : 3 × 5 = 15

৬৩. AB ও BC এর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

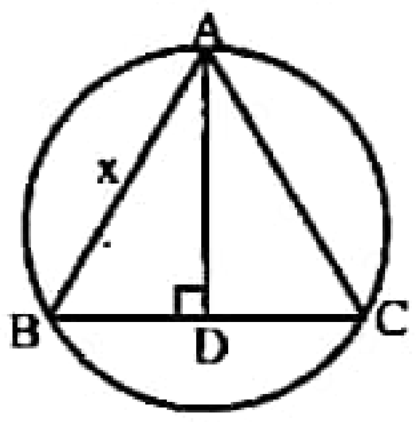
ক 12 খ 14 গ 15 ঘ 17.5 ঘ

৬৪. AC ও BD এর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 17.5 খ 20 গ 29 ঘ 210 গ

ব্যাখ্যা : AC.BD = 15 + 14 = 29

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৫-৬৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.।

৬৫. AD কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ খ $\frac{3}{4}x^2$ গ $\sqrt{3x^2}$ ঘ x^2 ক

ব্যাখ্যা : $AD = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}}$

৬৬. x = কত সে.মি.? (কঠিন) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক 1.5 খ 3 গ $3\sqrt{3}$ ঘ $3\sqrt{2}$ গ

ব্যাখ্যা : AB. AC = 2R. AD

বা, $x^2 = 6\frac{\sqrt{3}}{2}x$

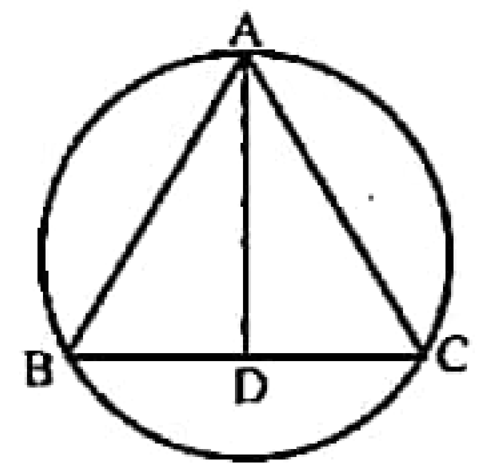
$\therefore x = 3\sqrt{3}$

৬৭. AD = কত সে.মি.? (সহজ)

ক $\sqrt{3}$ খ 3 গ 4.5 ঘ 6 গ

ব্যাখ্যা : $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}.3\sqrt{3} = 4.5$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৮-৬৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



পাশের চিত্রে ABC সমবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য = 3 সে.মি.। BC এর মধ্যমা AD।

৬৮. AD = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 2.6 খ 3 গ 6.75 ঘ 45.65 ক

ব্যাখ্যা : $AD = \sqrt{3^2 - (1.5)^2} = \sqrt{6.75} = 2.6$

৬৯. ΔABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (কঠিন)

ক 1.73 খ 3 গ 5.2 ঘ 6.75 ক

ব্যাখ্যা : 2R.AD = 3 × 3 বা, $R = \frac{9}{2AD}$ ∴ R = 1.73

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ **ΔABC এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর ওপর লম্ব AD, BE ও CF রেখাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।**

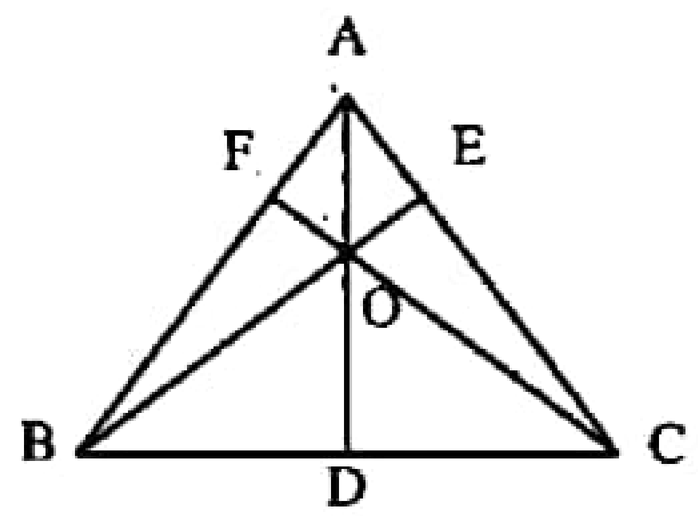
ক. উপরিউক্ত বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, BC. CD = AC. CE ৪

গ. প্রমাণ কর যে, AO.OD = BO. OE = CO.OF ৪

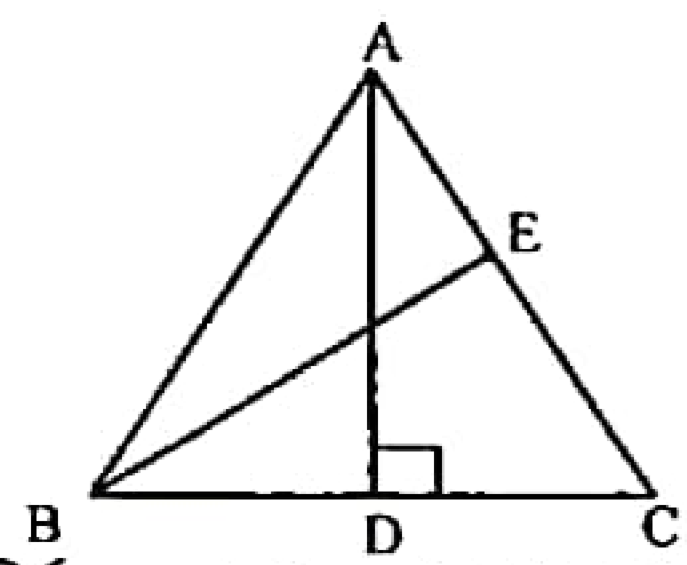
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর ওপর লম্ব AD, BE ও CF রেখাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর AD, BC এর ওপর এবং BE, AC-এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, BC. CD = AC. CE.

প্রমাণ: আমরা জানি, যে কোনো ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যে কোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।

এখন, AD⊥BC হওয়ায়, ΔABC- এর ∠ACB সূক্ষ্মকোণ।

[∵∠ACB < সমকোণ ∠ADC]

www.bdniyog.com

এবং CD, BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ...... (i)

আবার, CE, AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ।

∴ উপরিউক্ত উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$ .... (ii)

(i) নং এবং (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$AC^2 + BC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

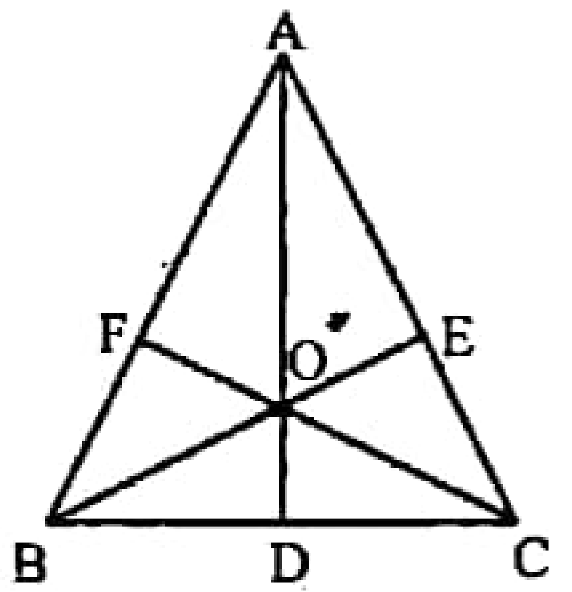
বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$

[উভয়পক্ষ হতে $AC^2 + BC^2$ বিয়োগ করে]

বা, $BC.CD = AC.CE$. [উভয় পক্ষকে (−2) দ্বারা ভাগ করে]

∴ $BC.CD = AC.CE$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: Δ ABC-এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুত্রয়ের ওপর লম্ব AD, BE ও CF পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AO.OD = BO.OE = CO.OF$.

প্রমাণ: ΔBOF ও ΔCOE-এ

$\angle OFB = \angle OEC = 90°$ [∵ $CF \perp AB$, $BE \perp AC$]

এবং $\angle BOF = \angle COE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{BO}{CO} = \frac{OF}{OE}$

বা, $BO.OE = CO.OF$. .... (i)

আবার, Δ BOD ও Δ AOE-এ

$\angle ODB = \angle OEA = 90°$ [∵ $AD \perp BC$, $BE \perp AC$]

এবং $\angle BOD = \angle AOE$. [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

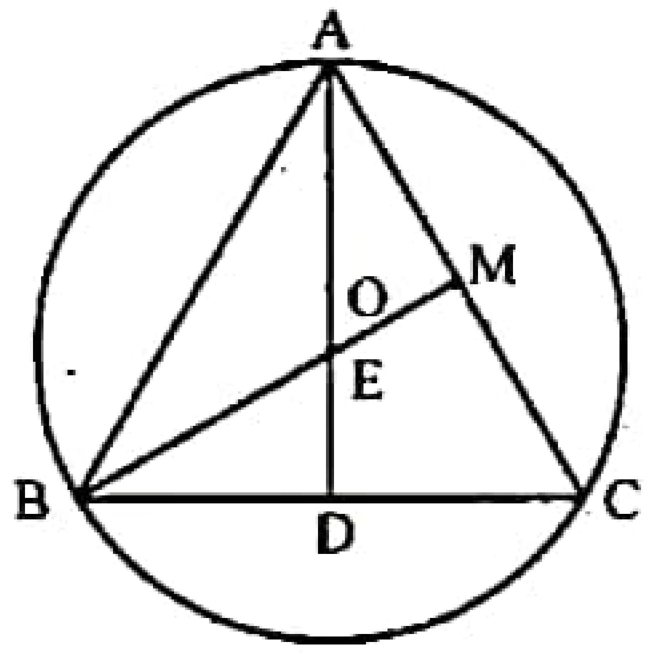
$\therefore \frac{BO}{AO} = \frac{OD}{OE}$

বা, $AO.OD = BO.OE$ ... ... (ii)

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

∴ $AO.OD = BO.OE = CO.OF$ **(প্রশ্নমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অন্তস্থ ত্রিভুজ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 একক এবং শীর্ষবিন্দু A ও B হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে AD ও BM. ত্রিভুজের ভারকেন্দ্র O হলে-.

ক. ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র, লম্ববিন্দু, পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ ও একটি মধ্যমা নির্দেশ কর। ২

খ. পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. শীর্ষবিন্দু A হতে E বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, পরিকেন্দ্র ও লম্ব বিন্দু একই হবে। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পরিকেন্দ্র : O

লম্ববিন্দু : E

মধ্যমা : $AD \perp BC$ এবং $OD \perp BC$ এবং O ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র।

সুতরাং $BD = CD$ অর্থাৎ D, BC এর মধ্যবিন্দু।

∴ AD মধ্যমা।

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ: OB বা OC বা OA

খ $OD \perp BC$ এবং O পরিকেন্দ্র সুতরাং D, BC এর মধ্যবিন্দু।

∵ সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 একক।

সুতরাং $BD = CD = \frac{1}{2}.BC = \frac{1}{2}.12 = 6$ একক

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ

সুতরাং $AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 12^2 - 6^2 = 108$

∴ $AD = 2\sqrt{27}$ একক।

এখন সমবাহু ত্রিভুজ ABC-এর পরিকেন্দ্র O মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু হবে।

আবার মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\therefore AO = \frac{2}{3}AD$

$= \frac{2}{3}.2\sqrt{27}$

$= 4\sqrt{3}$ একক।

সুতরাং পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ $4\sqrt{3}$ একক **(Ans.)**

গ আমরা জানি,

মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে

$\therefore OD = \frac{1}{3}AD$

$= \frac{1}{3}.2\sqrt{27} = 2\sqrt{3}$ একক।

আমরা জানি, কোন ত্রিভুজের লম্ববিন্দু থেকে শীর্ষের দূরত্ব ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র থেকে ঐ শীর্ষের বিপরীত বাহুর দূরত্বের দ্বিগুণ।

ΔABC-এ লম্ববিন্দু E, পরিকেন্দ্র O শীর্ষ A-এর বিপরীত বাহু BC

সুতরাং $AE = 2.OD$

$= 2.2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

∴ A হতে E বিন্দুর দূরত্ব $4\sqrt{3}$.

আমরা পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ $4\sqrt{3}$ নির্ণয় করেছি। সুতরাং A হতে E বিন্দুর দূরত্ব ও পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ সমান।

ফলে A বিন্দু হতে O ও E বিন্দুর দূরত্ব সমান।

∴ পরিকেন্দ্র (O) ও লম্ববিন্দু (E) একই হবে। **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৩ **ABC সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A, B ও C হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে AD, BE ও CF. ত্রিভুজের পরিব্যাস G হলে—**

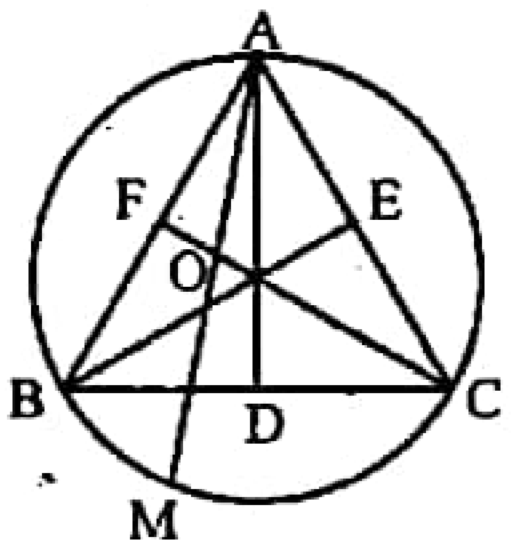
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্র অঙ্কন কর এবং পরিব্যাস নির্দেশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = G.AD$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য সমান হবে অর্থাৎ AD = BE = CF হবে ৪

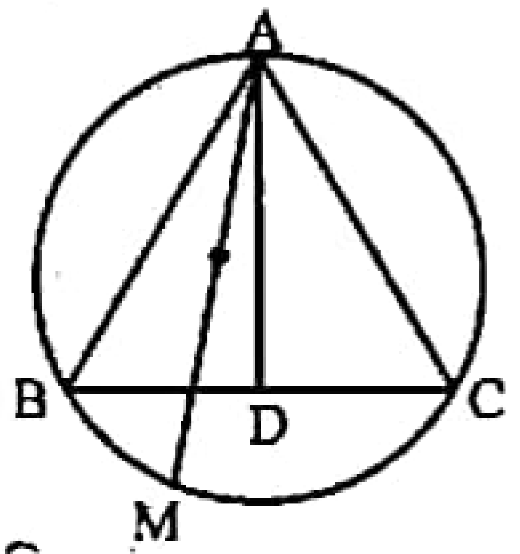
৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



পরিব্যাস, G = AM

খ



B, M যোগ করি।

একই চাপ AB এর ওপর ∠AMB ও ∠ACD বৃত্তস্থ কোণ। AM বৃত্তের ব্যাস বলে ∠ABM অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এবং BC বাহুর উপর AD লম্ব হওয়ায় ∠ADC সমকোণ।

এখন ΔAMB ও ΔADC এর মধ্যে ∠AMB = ∠ACD [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

∠ABM = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = এক সমকোণ = ∠ADC

∴ অবশিষ্ট ∠BAM = অবশিষ্ট ∠CAD

∴ ΔAMB ও ΔADC সদৃশকোণী

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AM}{AC}$

বা, $\frac{AB}{AD} = \frac{AM}{AB}$ [সমবাহু ত্রিভুজ ABC-এ AB = AC]

বা, $AB^2 = AM.AD$

$\therefore AB^2 = G.AD$ [AM = G] **(প্রমাণিত)**

গ প্রমাণ করতে হবে যে, প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য সমান হবে অর্থাৎ AD = BE = CF হবে।

আমরা জানি, $AB^2 = G.AD$

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে; $BC^2 = G.BE$ এবং $AC^2 = G.CF$

∴ ΔABC সমবাহু

সুতরাং AB = AC = BC

বা, $AB^2 = AC^2 = BC^2$

বা, G.AD = G.CF = G.BE

বা, AD = CF = BE

∴ AD = BE = CF

সুতরাং ত্রিভুজের প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য সমান হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪ **ABC ত্রিভুজের ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে এবং ABC পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে।**

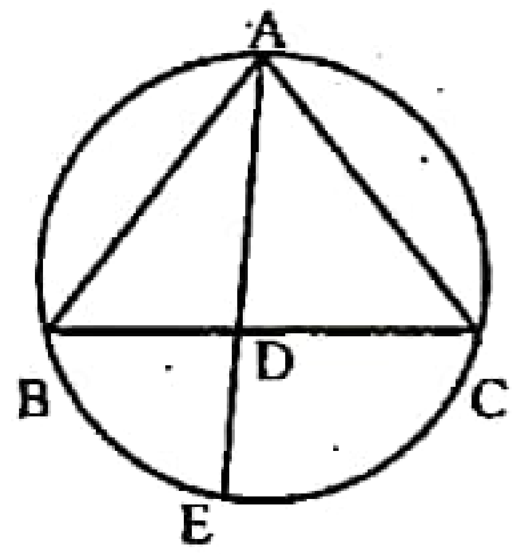
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$ ৪

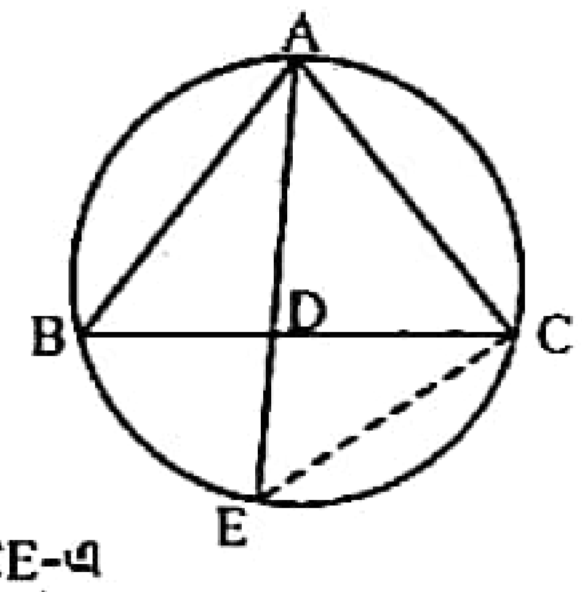
গ. AE ও BC কে কর্ণ ধরে প্রাপ্ত চতুর্ভুজটি নির্দেশ কর। দেখাও যে, AB.CE = AE.BC – AC.BE ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ ΔABC এর ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক রেখাংশ BC কে D বিন্দুতে এবং ABC বৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$.



C, E যোগ করি

ΔABD ও ΔACE-এ

∠BAD = ∠CAE [∵ AD, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক]

∠ABD = ∠AEC [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

অবশিষ্ট ∠ADB = অবশিষ্ট ∠ACE

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE}$

বা, AB.AC = AD.AE .... (i)

আবার, ΔABD ও ΔCDE-এ

∠ABD = ∠CED [∵ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

এবং ∠ADB = ∠CDE [∵ বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

অবশিষ্ট ∠BAD = অবশিষ্ট ∠DCE

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{BD}{DE} = \frac{AD}{DC}$

বা, AD.DE = BD.DC .... (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

AB.AC = AD.AE

= AD (AD + DE)

= AD.AD + AD.DE

= AD^2 + AD.DE

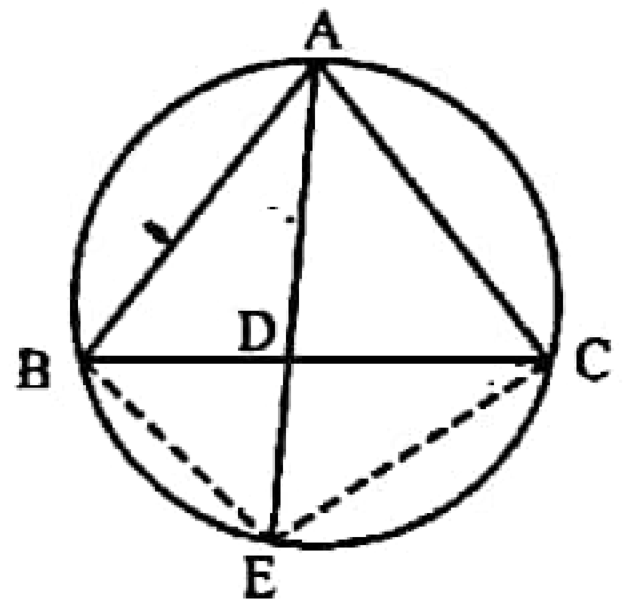
বা, $AD^2 = AB.AC - AD.DE$

= AB.AC – BD.DC [সমীকরণ (ii) হতে মান বসিয়ে]

$\therefore AD^2 = AB.AC - BD.DC$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

গ AE ও BC কে কর্ণ ধরে প্রাপ্ত চতুর্ভুজটি হল ABEC.



ΔABD ও ΔAEC-এ

$\angle BAD = \angle EAC$ [$\because$ AE, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\angle ABD = \angle AEC$ [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

সুতরাং অপর কোণটিও সমান হবে।

সুতরাং ΔABD ও ΔAEC সদৃশকোণী

$\therefore \frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AE}$

বা, $AE.BD = AB.CE$ .... (i)

আবার, ΔABE ও ΔADC-এ

$\angle BAE = \angle CAD$ [$\therefore$ AE, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\angle AEB = \angle ACD$ [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

$\therefore \angle ABE = \angle ADC$ হবে। [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

সুতরাং ΔABE ও ΔADC সদৃশকোণী।

$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{BE}{CD}$

বা, $AE.CD = AC.BE$ .... (ii)

(i) + (ii) করে পাই,

$AE.(BD + CD) = AB.CE + AC.BE$

বা, $AE.BC = AB.CE + AC.BE$

$\therefore AB.CE = AE.BC - AC.BE$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ AB ব্যাসের উপর অঙ্কিত অর্ধবৃত্তের দুইটি জ্যা AC ও BD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।

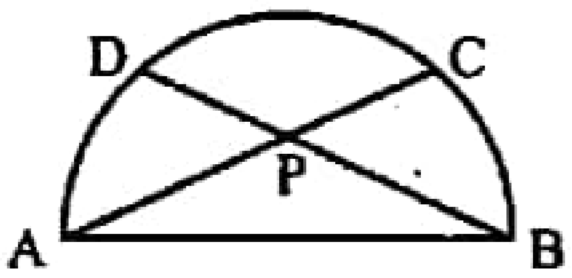
ক. প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC.AP + BD.BP$ ৪

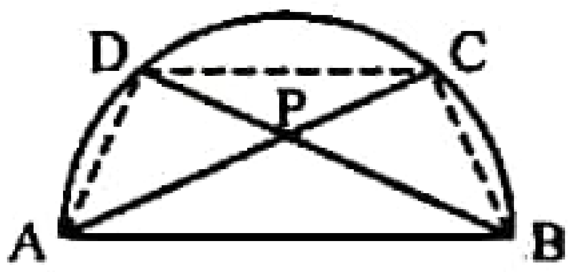
গ. A, D ও B, C যোগ করে প্রমাণ কর যে, $AD.BP = BC.AP$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ



AB ব্যাসের উপর ABCD একটি অর্ধবৃত্ত। AC, BD জ্যাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$AB^2 = AC.AP + BD.BP$.

A, D, B, C ও C, D যোগ করি।

ΔCPD ও ΔAPB-এ

$\angle PDC = \angle PAB$ [একই চাপ BC এর উপর অবস্থিত]

এবং $\angle DPC = \angle APB$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। [$\because$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ]

$\frac{AP}{DP} = \frac{BP}{CP}$

বা, $AP.CP = BP.DP$

বা, $AP.CP + AP^2 = BP.DP + AP^2$ [উভয়পক্ষে AP^2 যোগ করে]

বা, $AP(CP + AP) = BP.DP + AD^2 + DP^2$

[AB ব্যাস বলে $\angle ADP = \angle ADB = 90°$ $\therefore AP^2 = AD^2 + DP^2$]

বা, $AP.AC = DP(BP + DP) + AD^2$.

বা, $AP.AC = DP.BD + AB^2 - BD^2$ [$\angle ADB = 90°$ হলে ΔABD-এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$]

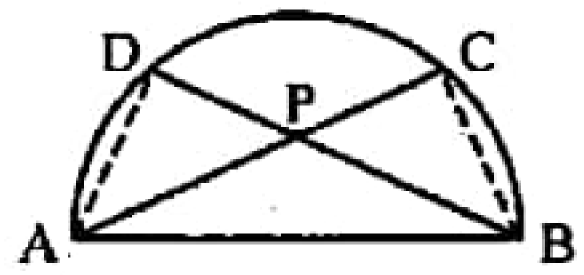
বা, $AP.AC = AB^2 - BD(BD - DP)$

$= AB^2 - BD.BP$

বা, $AB^2 = AP.AC + BD.BP$

$\therefore AB^2 = AC.AP + BD.BP$ **(প্রমাণিত)**

গ



A, D ও B, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,

$AD.BP = BC.AP$

ΔAPD ও ΔBPC-এ

$\angle ADB = \angle ACB = 1$ সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]

এবং $\angle APD =$ বিপ্রতীপ $\angle BPC$

$\therefore \angle PAD = \angle PBC$ হবে [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

সুতরাং ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{AP}{BP}$

$\therefore AD.BP = BC.AP$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬ ΔABC এর মধ্যমাত্রয় AD, BE ও CF, G বিন্দুতে মিলিত হলো।

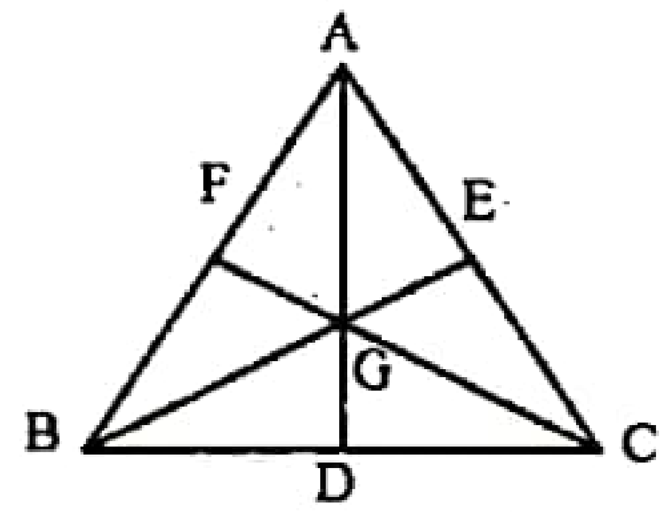
ক. বর্ণনানুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. $\angle C = 60°$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, মধ্যমাত্রয় মিলন বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

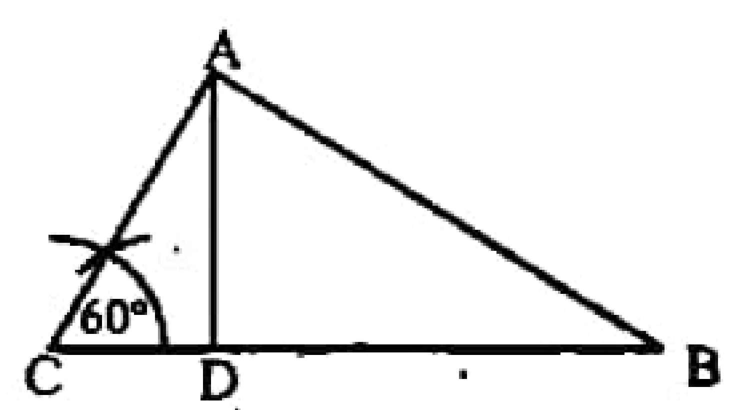
ক



ΔABC-এর AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ΔABC-এর $\angle C = 60°$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$



www.bdniyog.com

অঙ্কন: A থেকে BC-এর উপর AD লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: ΔABC-এ ∠C = 60° অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ।

∴ $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

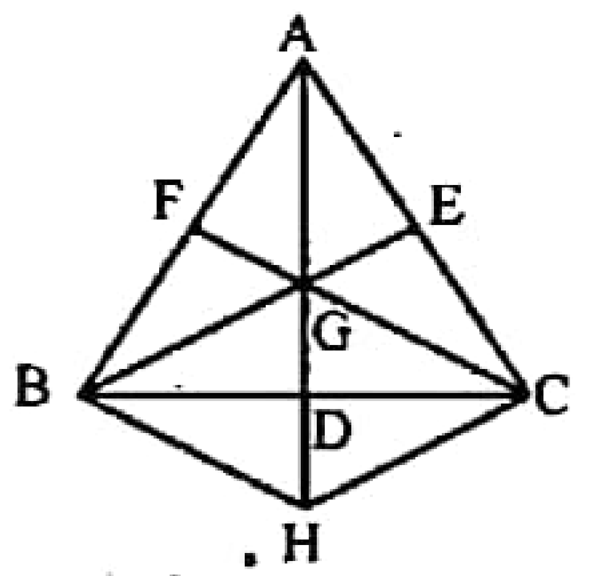
বা, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2CD.BC$

[∵ $\frac{CD}{AC} = \cos 60°$ বা, $\frac{CD}{AC} = \frac{1}{2}$ বা, 2CD = AC]

$= AC^2 + BC^2 - AC.BC$

∴ $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$ **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন:** ΔABC এর AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, মধ্যমাত্রয় মিলন বিন্দু G তে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।

অঙ্কন: AG কে H পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন GH = AG হয়। B, H এবং C, H যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABH এ, AB বাহুর মধ্য বিন্দু F এবং AH বাহুর মধ্যবিন্দু G

∴ FG ∥ BH অর্থাৎ CG ∥ BH

অনুরূপভাবে, BG ∥ CH

সুতরাং BGCH একটি সামান্তরিক।

BC ও GH কর্ণদ্বয় D বিন্দুতে ছেদ করে।

যেহেতু সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

∴ D, GH এর মধ্যবিন্দু।

∴ $GD = \frac{1}{2}GH = \frac{1}{2}AG$ [অঙ্কন অনুসারে AG = GH]

বা, AG = 2GD

∴ $\frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$

অর্থাৎ AG : GD = 2 : 1

অনুরূপভাবে, BG : GE = 2 : 1 এবং CG : GF = 2 : 1.

∴ ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় মিলন বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।

(প্রমাণিত)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৭ **ΔABC-এর ∠A = 1 সমকোণ এবং AB = AC.**

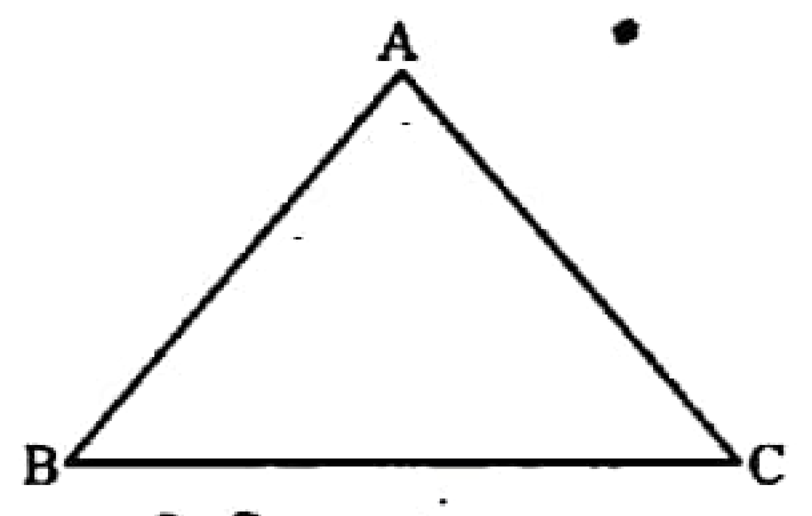
ক. ত্রিভুজটি আঁক। AB ও AC বাহুর বিপরীত কোণ নির্দেশ কর। ২

খ. BC এর উপর P যেকোন বিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$. ৪

গ. A হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব AD হলে, প্রমাণ কর যে, $AD^2 = BD.CD$. ৪

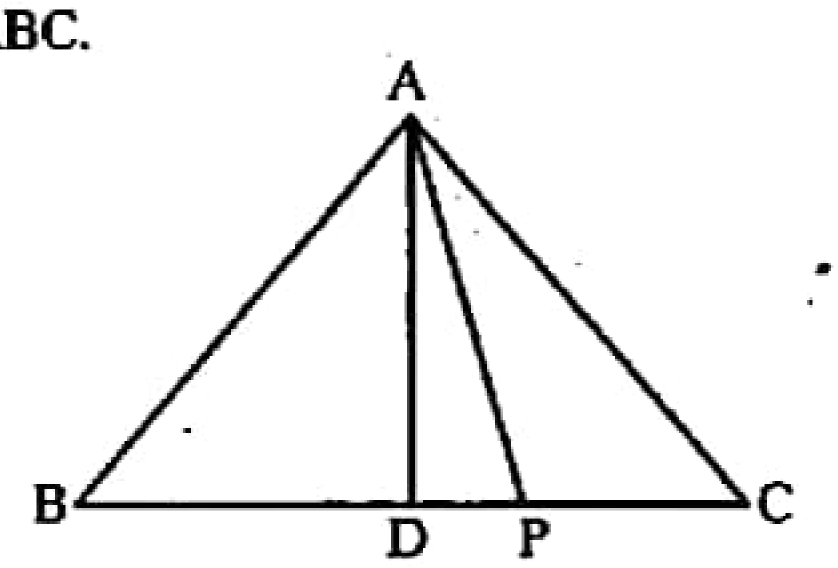
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



AB বাহুর বিপরীত কোণ ∠ACB ও AC বাহুর বিপরীত কোণ ∠ABC.

খ



মনে করি, ΔABC-এ AB = AC। BC এর উপর যেকোনো বিন্দু P নিই।

A হতে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর ছেদবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ΔABC-এ AB = AC এবং AD ⊥ BC

∴ BD = CD

ABD সমকোণী ত্রিভুজে

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

আবার, APD সমকোণী ত্রিভুজে

$AP^2 = AD^2 + PD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

∴ $AB^2 - AP^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - PD^2$

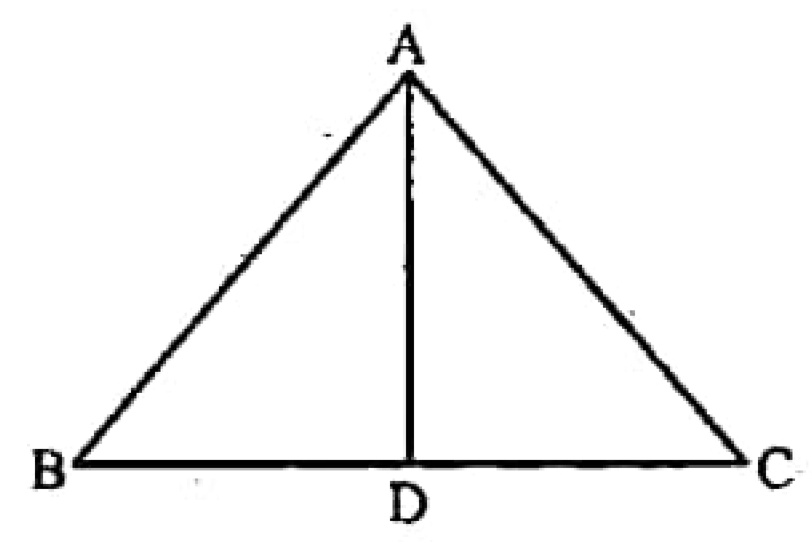
$= BD^2 - PD^2$

$= (BD + PD).(BD - PD)$

$= BP.PC$

∴ $AB^2 - AP^2 = BP.PC$ **(প্রমাণিত)**

গ



ΔABC-এর ∠A = 90°. AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD^2 = BD.CD$

প্রমাণ: ∠A = 90°

∴ ∠ABD + ∠ACD = 90° .... (i)

আবার, ΔADC-এ ∠ADC = 90° [∴ AD ⊥ BC]

∴ ∠CAD + ∠ACD = 90° .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই

∠ABD + ∠ACD = ∠CAD + ∠ACD

∴ ∠ABD = ∠CAD

এখন, ΔABD ও ΔACD-এ

∠ADB = ∠ADC = 90°

∠ABD = ∠CAD

∴ ∠BAD = ∠ACD হবে

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ

$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}$

$\Rightarrow AD^2 = BD.CD$

$\therefore AD^2 = BD.CD$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৮ ABC ত্রিভুজের AC ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত BE ও CF লম্বদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

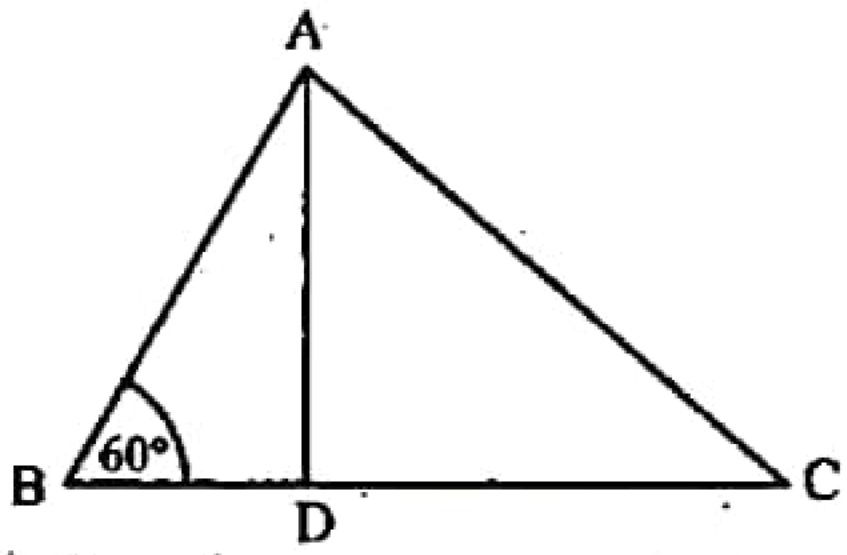
ক. $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BO.OE = CO.OF$. ৪

গ. দেখাও যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$. ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, ΔABC-এর $\angle B = 60°$. প্রমাণ করতে হবে যে,
$AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$.

A হতে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

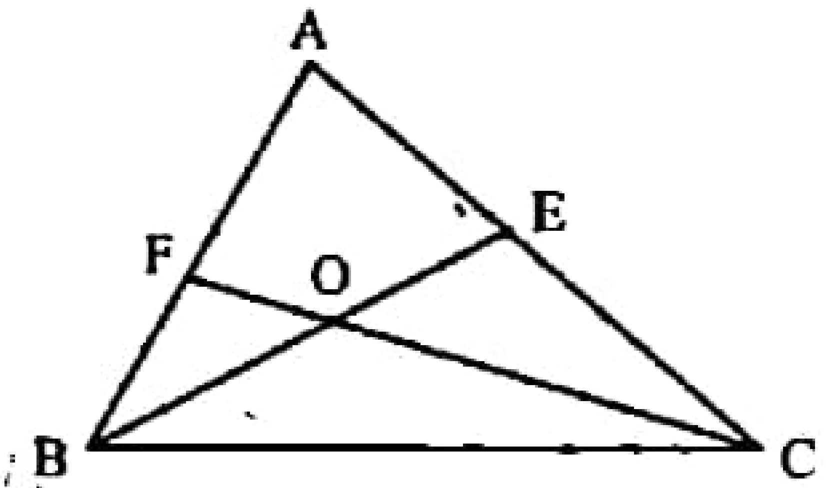
ΔABC-এ $\angle B = 60°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$

$= AB^2 + BC^2 - BC.AB \quad \left[\because \frac{BD}{AB} = \cos 60° = \frac{1}{2} \quad \therefore AB = 2BD\right]$

সুতরাং $AC^2 = AB^2 + BC^2 - BC.AB$ **(প্রমাণিত)**

খ



ΔABC-এ AC ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত BE ও CF লম্বদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,
$BO.OE = CO.OF$.

$\because BE \perp AC$

$\therefore \angle BEC = \angle OEC = 1$ সমকোণ

আবার, $CF \perp AB$

$\therefore \angle CFB = \angle OFB = 1$ সমকোণ

এখন, ΔBOF ও ΔCOE-এ

$\angle OFB = \angle OEC = 1$ সমকোণ

$\angle BOF = \angle COE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore \angle OBF = \angle OCE$ হবে [∴ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

সুতরাং ত্রিভুজটি দুইটি সদৃশ কোণী।

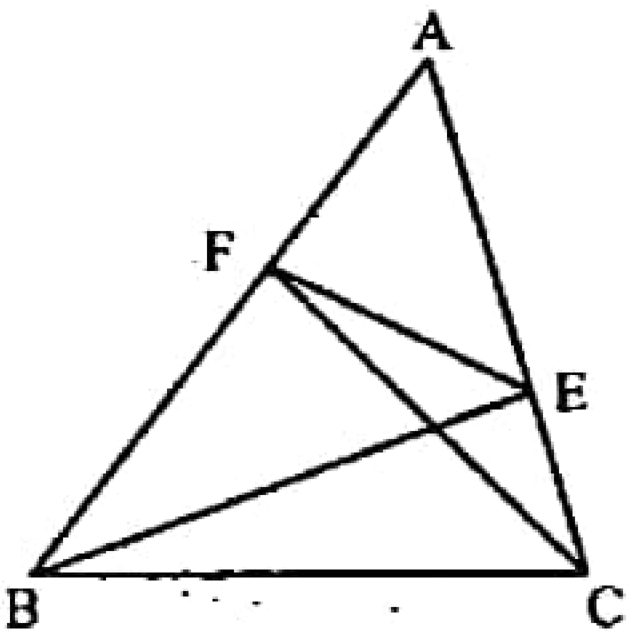
∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ

$\therefore \frac{BO}{CO} = \frac{OF}{OE}$

$\Rightarrow BO.OE = CO.OF$

$\therefore BO.OE = CO.OF$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বাচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. E, F যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

প্রমাণ: $\angle BEC = \angle BFC = 1$ সমকোণ

[$\because BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$]

যেহেতু কোণ দুইটি BC এর একই পাশে অবস্থিত।

∴ B, C, E, F বিন্দু চারটি সমবৃত্ত

∴ BCEF চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ।

$\therefore \angle AFE = \angle BCE$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান]

অর্থাৎ $\angle AFE = \angle ACB$

অনুরূপভাবে, $\angle AEF = \angle ABC$

এখন, ΔABC ও ΔAEF-এ

$\angle ABC = \angle AEF$, $\angle ACB = \angle AFE$ এবং $\angle A$ সাধারণ।

∴ ΔABC ও ΔAEF সদৃশ।

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta AEF} = \frac{AB^2}{AE^2}$ [দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত এদের যেকোনো দুইটি অনুরূপ বাহুর বর্গের অনুপাতের সমান]

অর্থাৎ $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৯ ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB = AC. শীর্ষবিন্দু A হতে ভূমি BC এর উপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R.

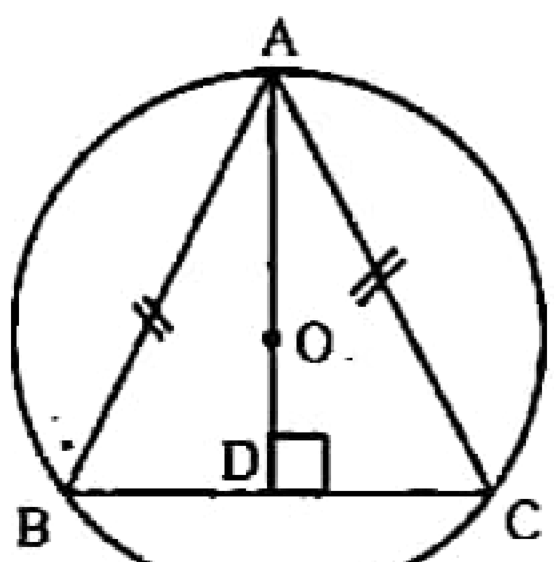
ক. চিত্রটি অঙ্কন কর এবং পরিব্যাসার্ধ নির্দেশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R.AD$. ৪

গ. $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটি সমবাহু হবে। ৪

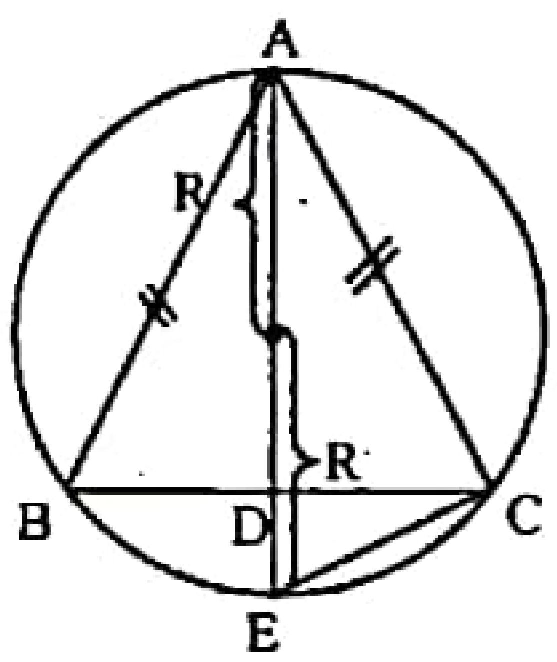
৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



পরিব্যাসার্ধ = AO

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু ΔABC-এ $AB = AC$। A থেকে BC-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = 2R.AD$.

অঙ্কন: AD-কে এমনভাবে বর্ধিত করি, যেন তা পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ: ΔADC ও ΔACE-এ,

$\angle ADC = \angle ACE$

[∵ অর্ধবৃত্তস্থ $\angle ACE = 90°$ এবং AD, BC এর ওপর লম্ব বলে $\angle ADC = 90°$]

$\angle EAC$ সাধারণ কোণ।

এবং অবশিষ্ট $\angle ACD$ = অবশিষ্ট $\angle AEC$

ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

∴ $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AE}$ [∵ সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

বা, $AC^2 = AE . AD$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু উপপাদ্য]

∴ $AB^2 = AE. AD$ [∵ AB = AC] .... (i)

সমকোণী ত্রিভুজ ΔABD ও ΔACD এর মধ্যে

অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [দেওয়া আছে]

এবং AD সাধারণ বাহু

$\Delta ABD \cong \Delta ACD$

BD = CD

অর্থাৎ $AD \perp BC$ এবং AD, BC এর সমদ্বিখণ্ডক।

AD, বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন কোন জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

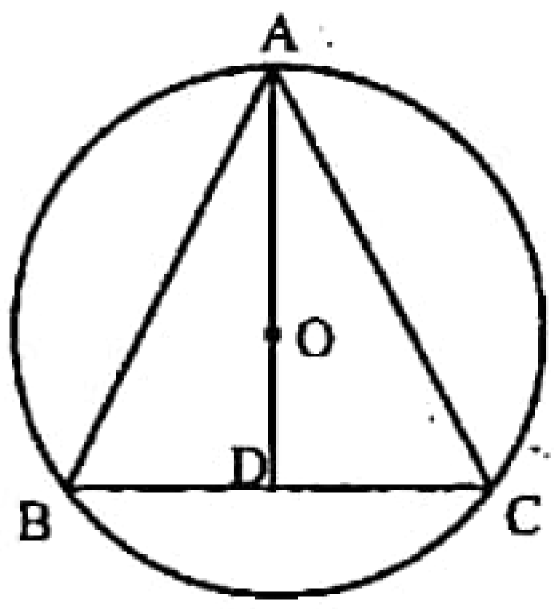
AE, ΔABC -এর পরিব্যাস

AE = 2R [∵ R, ΔABC-এর পরিব্যাসার্ধ]

তাহলে (i) হতে পাই,

অর্থাৎ, $AB^2 = 2R.AD$ **(প্রমাণিত)**

গ



প্রশ্নমতে, ΔABC-এ AB = AC এবং $AD \perp BC$; $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজটি সমবাহু হবে অর্থাৎ AB = AC = BC হবে।

প্রমাণ: ΔABC-এ $\angle B = 60°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ

∴ $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$ .... (i)

[$AD \perp BC$ বলে BC এর উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ BD]

এখন, ΔABD-এ

$\cos \angle ABD = \frac{BD}{AB}$

বা, $\cos 60° = \frac{BD}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BD}{AB}$

AB = 2BD

বা, 2.BD = AB

2.BD এর মান (i) নং সমীকরণ বসিয়ে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - BC.AB$ .... (ii)

প্রশ্নমতে, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে AB = AC.

সুতরাং (ii) নং হতে পাই,

$AC^2 = AC^2 + BC^2 - BC.AB$ [∴ AB = AC]

বা, $0 = BC^2 - BC.AB$

বা, $BC^2 = BC.AB$

∴ BC = AB

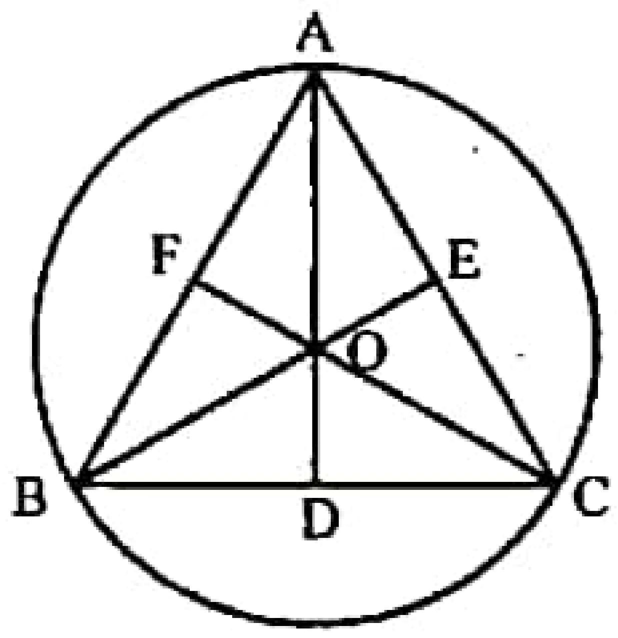
দেওয়া আছে, AB = AC ∴ BC = AB

সুতরাং BC = AC হবে।

অর্থাৎ AB = AC = BC

∴ ত্রিভুজটি সমবাহু হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১০



O পরিকেন্দ্রবিশিষ্ট ABC সমবাহু ত্রিভুজে A, B ও C হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে AD, BE ও CF.

ক. AD এর দৈর্ঘ্য, OD এর কত গুণ? ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজে লম্ববিন্দু ও ভরকেন্দ্র একই বিন্দু।

∴ O বিন্দুটি ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র।

সুতরাং O বিন্দুটি AD মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করবে।

অর্থাৎ $AO = \frac{2}{3}AD$

∴ $OD = AD - AO = \left(1 - \frac{2}{3}\right) AD$

বা, $OD = \frac{1}{3}AD$

অর্থাৎ OD এর দৈর্ঘ্য AD এর $\frac{1}{3}$ গুণ। **(Ans.)**

খ ABC সমবাহু ত্রিভুজে O ভরকেন্দ্র অর্থাৎ O মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু।

∴ $AO = \frac{2}{3}AD$

বা, 2AD = 3AO

বা, $AD = \frac{3}{2}AO$

$= \frac{3}{2} \times 4$ [∴ প্রশ্নমতে, পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ AO = 4 সে.মি.]

∴ AD = 6 সে.মি.

আমরা জানি, কোন ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাস এবং ঐ বাহুদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমান। [ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য]

$\therefore$ $AB.AC = 2R.AD$ [পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ = R]

বা, $AB.AB = 2R.AD$ [ΔABC সমবাহু বলে $AC = AB$]

বা, $AB^2 = 2 \times 4 \times 6$ $\left[\begin{array}{l}\therefore R = AO = 4 \text{ সে.মি.} \\ AD = 6 \text{ সে.মি.}\end{array}\right]$

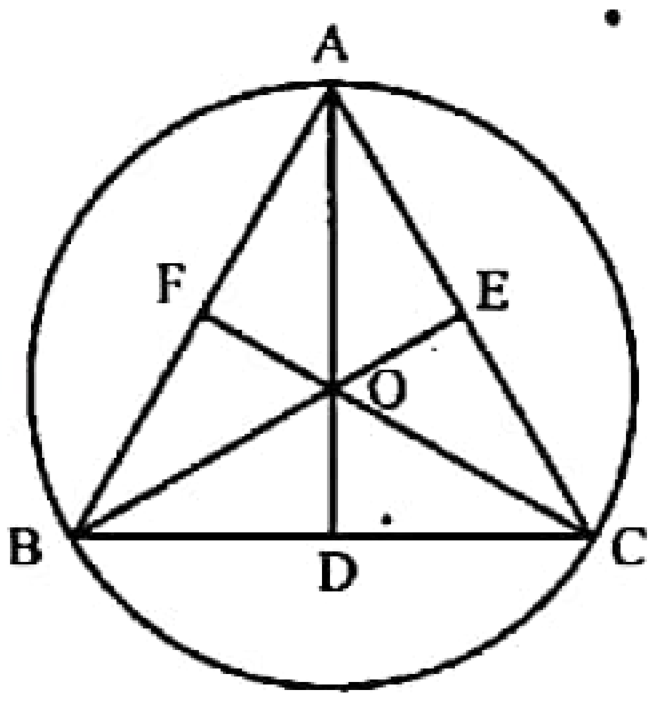
বা, $AB^2 = 48$

$\therefore$ $AB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ সে.মি.

$\therefore$ $AB = AC = BC = 4\sqrt{3}$ সে.মি.

সুতরাং নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ সে.মি. (Ans.)

গ



আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজে লম্ববিন্দু ও ভরকেন্দ্র একই বিন্দু। অর্থাৎ O বিন্দুটি ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র।

সুতরাং ΔABC-এর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে AD, BE ও CF পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$.

প্রমাণ: ΔABC এর AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা।

আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তিনগুণ উক্ত ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের সমষ্টির চারগুণের সমান।

$\therefore$ $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$ .... (i)

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো ভরকেন্দ্রে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

$\therefore$ $\frac{AO}{OD} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{OD}{AO} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{OD + AO}{AO} = \frac{1+2}{2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AD}{AO} = \frac{3}{2}$

বা, $2AD = 3AO$

বা, $4AD^2 = 9AO^2$

অনুরূপভাবে $4BE^2 = 9BO^2$ এবং $4CF^2 = 9CO^2$

সুতরাং (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9AO^2 + 9BO^2 + 9CO^2$

বা, $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9(AO^2 + BO^2 + CO^2)$

বা, $3(AB^2 + AB^2 + AB^2) = 9(AO^2 + BO^2 + CO^2)$

$\left[\begin{array}{l}\because \Delta ABC \text{ সমবাহু} \\ \therefore AB = BC = CA \text{ হবে}\end{array}\right]$

বা, $9AB^2 = 9(AO^2 + BO^2 + CO^2)$

বা, $AB^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2$

$\therefore$ $AB^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১ **ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।**

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন করে বর্ণনা কর। ২

খ. $\angle B = 90°$ এবং BC এর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AD^2 + 3BD^2$. ৪

গ. আবার $\angle C = 90°$ এবং C হতে অতিভুজের উপর অঙ্কিত লম্ব CD হলে, প্রমাণ কর যে, $CD^2 = AD.BD$ ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৩.১ এর ৩নং প্রশ্নের অনুরূপ; **গ.** অনুশীলনী-৩.২ এর ৮ নং দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১২ **ΔABC-এ AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে মিলিত হল।**

ক. G বিন্দুকে ΔABC এর কি বলা হয়? প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AG = 2GD$ ৪

গ. ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং ইহার পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.0 সে.মি. হলে ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. উপপাদ্য ৩.১০ এর অনুরূপ; **গ.** অনুশীলনী-৩.২ এর ১১ নং দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৩ **ΔABC-এর $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক রেখা BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং পরিব্যাসার্ধ R।**

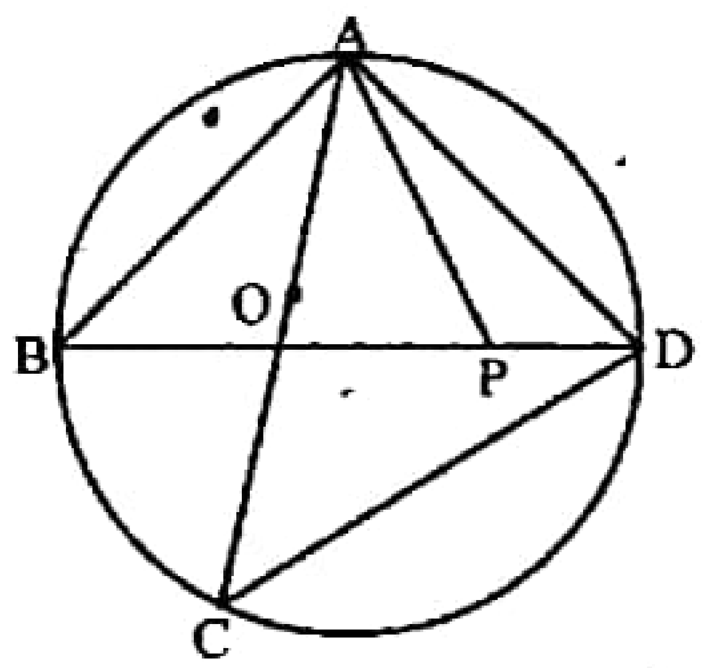
ক. প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R.AD$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$. ৪

উত্তর: খ. অনু-৩.২ এর ১২ নং দ্রষ্টব্য; **গ.** অনু-৩.২-এর ১৩ নং দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪



[পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

ক. টলেমির উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

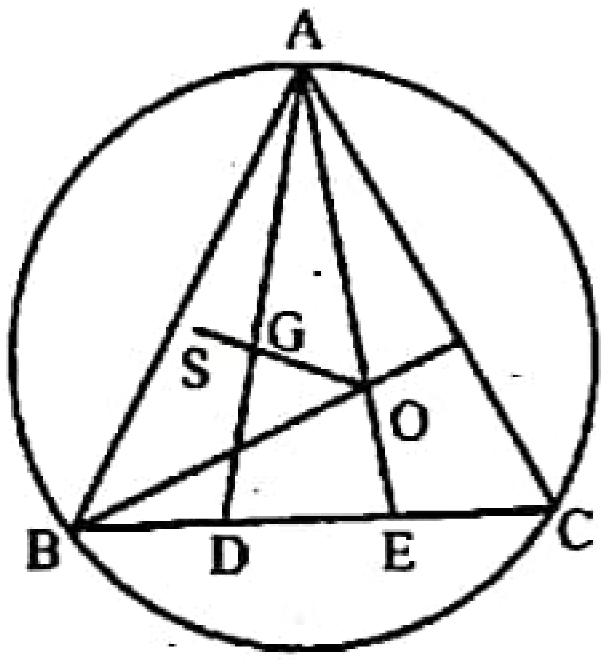
খ. চিত্র হতে প্রমাণ কর যে, $AB.AD = AC.AP$ ৪

গ. চিত্র হতে দেখাও যে, $AC.BD = AB.CD + BC.AD$ ৪

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১৫ ΔABC এর লম্ববিন্দু O, পরিকেন্দ্র S এবং BC এর মধ্যবিন্দু D. [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]



ক. ভরকেন্দ্র কাকে বলে? ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে কত অনুপাতে বিভক্ত করে? ২

খ. দেখাও যে, G বিন্দুটি ΔABC এর ভরকেন্দ্র। ৪

গ. যদি ΔABC-এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর উপর AD, BE ও CF লম্বত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করে তাহলে প্রমাণ কর যে, $AO.OD = BO.OE = CO.OF$ ৪

প্রশ্ন ▶ ১৫ ΔABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ এবং সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহু AB। অপর বাহুদ্বয় যথাক্রমে AC ও BC এবং BC বা BC এর বর্ধিতাংশের উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ CD। [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি অংকন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ৪

গ. ΔABC এর BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে। প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$. ৪

উত্তর: খ. উপপাদ্য ৩.৪ এর অনুরূপ; গ. অনুশীলনী ৩.১ এর ৫ নং দ্রষ্টব্য।

internet-linked

প্রশ্নব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm03qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দুইটি ত্রিভুজের মধ্যে নিম্নলিখিত উপাত্ত যথাক্রমে সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হবে।
  - (ক) দুইটি অনুরূপ বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ
  - (খ) তিনটি অনুরূপ বাহু
  - (গ) দুইটি কোণ ও একটি বাহু
  - (ঘ) একটি কোণ সমকোণ, অতিভুজ এবং একটি বাহু
- দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হবে।
- ত্রিভুজের বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতের সমান।
- ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ।
- ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলা হয়। ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
- ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্বত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বা লম্ববিন্দু বলা হয়। লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুত্রয় সংযোজন করে উৎপন্ন ত্রিভুজকে মূলত্রিভুজের পাদত্রিভুজ (Pedal triangle) বলা হয়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৭, ১১, ১৩, ১৬, ১৮, ২৪, ২৫, ২৭, ২৯, ৩০, ৩১, ৩৫, ৩৭, ৪০, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬৫, ৬৬, ৬৭
★★	৫, ৯, ১২, ১৫, ১৭, ২০, ২১, ২৬, ৩২, ৩৩, ৩৯, ৪১, ৪৯, ৫০, ৫১, ৬৮, ৬৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৪, ৬
★★	৩, ৫