অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. এক চলক সম্বন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণ ও তার সমাধান।

জার্মান গণিতবিদ কার্ল ফ্রেড্রিক গাউস (*Karl Friedrich Gauss*, 1777-1855) কে কখনো কখনো গণিতের রাজপুত্র বলা হয়। সংখ্যা তত্ত্বে তাঁর অবদান রয়েছে। তিনি 16 বছর বয়সে কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে সুষম 17-ভুজ অঙ্কন করেন।

১টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৫৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৩টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৬টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সূত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর:

১. $2x^2 + 9x + 9 = 0$

সমাধান: $2x^2 + 9x + 9 = 0$ কে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
$a = 2, b = 9$ এবং $c = 9$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4.2.9}}{2.2}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{4}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{4}$

$= \frac{-9 \pm 3}{4}$

$= \frac{-9 + 3}{4}, \frac{-9 - 3}{4}$

$= \frac{-6}{4}, \frac{-12}{4}$

$= -\frac{3}{2}, -3$

অর্থাৎ, $x_1 = -\frac{3}{2}$ এবং $x_2 = -3$

Ans. $-\frac{3}{2}, -3$

২. $3 - 4x - 2x^2 = 0$

সমাধান: $3 - 4x - 2x^2 = 0$ বা, $-2x^2 - 4x + 3 = 0$
সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -2, b = -4$ এবং $c = 3$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.(-2).3}}{2.(-2)}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{-4} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{-4}$

$= \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{-4} = \frac{2(2 \pm \sqrt{10})}{-4}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{10}}{-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$

$= -1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

অর্থাৎ, $-1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ এবং $-1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

Ans. $-1 + \frac{\sqrt{10}}{2}, -1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

৩. $4x - 1 - x^2 = 0$

সমাধান: $4x - 1 - x^2 = 0$ বা, $-x^2 + 4x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -1, b = 4$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.(-1).(-1)}}{2.(-1)}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4}}{-2}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2}$

$= \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2}$

$= \frac{2(-2 \pm \sqrt{3})}{-2}$

$= -(-2 \pm \sqrt{3})$

$= 2 \pm \sqrt{3}$

অর্থাৎ, $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ এবং $x_2 = 2 - \sqrt{3}$

Ans. $2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$

www.bdniyog.com

৪. $2x^2 - 5x - 1 = 0$

সমাধান: $2x^2 - 5x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = -5$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.(-1)}}{2.2}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 8}}{4}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{4}$ এবং $x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$

Ans. $\frac{5 + \sqrt{33}}{4}, \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$

৫. $3x^2 + 7x + 1 = 0$

সমাধান: $3x^2 + 7x + 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 3, b = 7$ এবং $c = 1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.3.1}}{2.3}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 12}}{6}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{37}}{6}$ এবং $x_2 = \frac{-7 - \sqrt{37}}{6}$

Ans. $\frac{-7 + \sqrt{37}}{6}, \frac{-7 - \sqrt{37}}{6}$

৬. $2 - 3x^2 + 9x = 0$

সমাধান: $2 - 3x^2 + 9x = 0$ বা, $-3x^2 + 9x + 2 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -3, b = 9$ এবং $c = 2$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4.(-3).2}}{2.(-3)}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 24}}{-6}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{105}}{-6}$

$= \frac{9 \pm \sqrt{105}}{6}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{9 + \sqrt{105}}{6}$ এবং $x_2 = \frac{9 - \sqrt{105}}{6}$

Ans. $\frac{9 + \sqrt{105}}{6}, \frac{9 - \sqrt{105}}{6}$

৭. $x^2 - 8x + 16 = 0$

সমাধান: $x^2 - 8x + 16 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = -8$ এবং $c = 16$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.16}}{2.1}$

$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$

$= \frac{8}{2} = 4$

অর্থাৎ, $x_1 = x_2 = 4$

Ans. 4, 4

৮. $2x^2 + 7x - 1 = 0$

সমাধান: $2x^2 + 7x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = 7$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.2.(-1)}}{2.2}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 8}}{4}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{4}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{57}}{4}$ এবং $x_2 = \frac{-7 - \sqrt{57}}{4}$

Ans. $\frac{-7 + \sqrt{57}}{4}, \frac{-7 - \sqrt{57}}{4}$

৯. $7x - 2 - 3x^2 = 0$

সমাধান: $7x - 2 - 3x^2 = 0$ বা, $-3x^2 + 7x - 2 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -3, b = 7$ এবং $c = -2$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.(-3).(-2)}}{2.(-3)}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{-6}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{-6}$

$= \frac{-7 \pm 5}{-6}$

$= \frac{-7 + 5}{-6}, \frac{-7 - 5}{-6}$

$= \frac{-2}{-6}, \frac{-12}{-6}$

$= \frac{1}{3}, 2$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{1}{3}$ এবং $x_2 = 2$

Ans. $\frac{1}{3}, 2$

www.bdniyog.com

★★★ ৫.১ এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণ ও তার সমাধান | Text পৃষ্ঠা-৯২

- এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ:
  $ax^2 + bx + c = 0$ এখানে $a \neq 0$ এবং $a, b, c \in \mathbb{R}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধানে x এর দুইটি মান হচ্ছে
  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
- নিশ্চায়কের অবস্থাভেদে দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি:
  ১. $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।
  ২. $b^2 - 4ac > 0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ না হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ।
  ৩. $b^2 - 4ac = 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান।
  ৪. $b^2 - 4ac < 0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে মূলদ্বয় অবাস্তব।

১. নিচের কোনটি একচলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ? (সহজ)
ক $ax^2 + bx + c = 0$ খ $ax + bx = 0$
গ $ax^2 + by^2 + c = 0$ ঘ $ax + bx + c = 0$ — **ক**

২. নিচের কোন শর্ত পালন করলে $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে? [a, b, c বাস্তব সংখ্যা] (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; কুমিল্লা জিল্লা স্কুল, কুমিল্লা; ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ]
ক $a = 0$ খ $b = 0$ গ $a \neq 0$ ঘ $c \neq 0$ — **গ**

৩. $y^2 + 7y + 12 = 0$ সমীকরণে y-এর সর্বোচ্চ ঘাত কত? (সহজ) [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 4 — **গ**

৪. x কে চলক ধরে $b^3x^2 + c = 0$ সমীকরণটি সর্বোচ্চ ঘাত নিচের কোনটি? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — **গ**

৫. $x = \frac{1}{x}$ সমীকরণটিকে এক চলকবিশিষ্ট আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ রূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $x^2 - 1 = 0$ খ $x^2 = 1$
গ $ax^2 - c = 0$ ঘ $ax^2 + bx - c = 0$ — **ক**

ব্যাখ্যা: $ax^2 + bx + c = 0$ (আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ)।

৬. একটি সমীকরণের সর্বোচ্চ ঘাত n হলে সমীকরণের মূল কয়টি থাকবে? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ n ঘ অসংখ্য — **গ**

৭. $a \neq 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক নিচের কোনটি? (সহজ) [নরসিংদী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ; যশোর জিলা স্কুল, যশোর]
ক $b^2 - 4ac$ খ $b^2 + 4ac$
গ $4ac$ ঘ $4ac - b^2$ — **ক**

৮. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ]
ক $b^2 - 4ac = 0$ খ $b^2 - 4ac > 0$
গ $b^2 - 4ac < 0$ ঘ $-b^2 - 4ac$ — **ক**

৯. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক < 0 হলে মূলদ্বয় কীরূপ হবে? (সহজ) [বাগেরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বাগেরহাট; বাগেরহাট সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; কুমিল্লা জিল্লা স্কুল, কুমিল্লা; বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]
ক বাস্তব খ অবাস্তব
গ বাস্তব ও সমান ঘ বাস্তব ও অসমান — **খ**

১০. $x^2 - 5x + 6 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কীরূপ হবে? (মধ্যম)
ক জটিল খ সমান
গ বাস্তব ও পরস্পর অসমান ঘ বাস্তব ও পরস্পর সমান — **গ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-5)^2 - 4.6 = 25 - 24 = 1 > 0$.

১১. $x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নিচের কোনটি? (কঠিন) [সাবেরা মোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]
ক বাস্তব ও অসমান খ বাস্তব ও সমান
গ অমূলদ ও সমান ঘ অসমান ও মূলদ — **খ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-4)^2 - 4.1.4 = 16 - 16 = 0$

১২. $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কীরূপ হবে? (মধ্যম) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]
ক সমান খ অসমান গ অবাস্তব ঘ কাল্পনিক — **ক**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-6)^2 - 4.9$
$= 36 - 36 = 0$

১৩. $7x - 2 - 3x^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নিচের কোনটি? (কঠিন) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, পাটোর]
ক সমান খ জটিল গ অমূলদ ঘ মূলদ — **ঘ**

১৪. $x^2 - 2x - 2 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান কত? (সহজ) [এস বি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক 4 খ 8 গ 12 ঘ 16 — **গ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-2)^2 - 4.(-2) = 12$.

১৫. $ax^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক শূন্য হলে a এর মান কত? (মধ্যম)
ক 1 খ 2 গ 9 ঘ 36 — **ক**

ব্যাখ্যা: $(-6)^2 - 4.a.9 = 0$ বা, $36 - 36a = 0$ বা, $a = 1$

১৬. $ax^2 + 7x - 1 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান 57 হলে, a এর মান কত? (মধ্যম)
ক 2 খ 4 গ 12 ঘ 24 — **ক**

ব্যাখ্যা: $7^2 - 4a(-1) = 57$ বা, $49 + 4a = 57$
বা, $4a = 8$ বা, $a = 2$.

১৭. $x^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $x = \frac{3 \pm \sqrt{-31}}{2}$ হলে নিশ্চায়ক কত? (কঠিন)
ক 9 খ $\frac{-31}{2}$ গ -31 ঘ $\sqrt{-31}$ — **গ**

১৮. $2x^2 - 3x - 2 = 0$ সমীকরণের $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করলে a এর মান কত? (সহজ)
ক -3 খ -2 গ 0 ঘ 2 — **ঘ**

১৯. $3 - 4x - 2x^2 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করলে b এর মান কত? (সহজ) [ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী]
ক -4 খ -2 গ 3 ঘ 5 — **ক**

২০. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $2 - 3x^2 = 0$ সমীকরণে b এর মান কোনটি? (মধ্যম) [আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — **ক**

২১. $x^2 + 7x + c = 0$ সমীকরণে ধ্রুবক পদ x-এর সহগের সমান হলে, $c =$ কত? (সহজ)
ক -7 খ 7 গ 14 ঘ 21 — **খ**

২২. $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের মূল কোনগুলো? (মধ্যম)
ক 3, 3 খ 3, -3 গ -3, 3 ঘ -3, -3 — **ক**

২৩. $2 - 3x - 2x^2 = 0$ এর মূলদ্বয় নিচের কোনটি? (মধ্যম) [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক 2, 0 খ $-2, \frac{1}{2}$ গ 3, 0 ঘ $3, \frac{1}{2}$ — **খ**

২৪. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $b = c = 0$ হলে, মূলদ্বয় কত? (সহজ)

www.bdniyog.com

ক 0 খ 0, 0 গ 1 ঘ 1, 1 **ঘ**

২৫. $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের $c=0$ হলে,নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $x=\pm\frac{b}{a}$ খ $x=0,\frac{-b}{a}$ গ $x=\frac{b}{a}$ ঘ $x=\frac{-b}{a}$ **খ**

২৬. $ax^2+bx-c=0$ সমীকরণে $b=0$ হলে, $x=$ কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{c}{a}$ খ $\frac{c}{a}$ গ $\pm\sqrt{\frac{c}{a}}$ ঘ ac **গ**

২৭. a, b, c বাস্তব এবং $c=0$ হলে, নিচের কোনটি অবশ্যই $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের একটি মূল হবে? $[a\neq 0]$ (মধ্যম)

ক c, b খ $0,\frac{-b}{a}$ গ a, c ঘ a+b **খ**

২৮. $x^2-2x-1=0$ সমীকরণটির একটি মূল নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $1+\sqrt{2}$ খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ 3 **ক**

ব্যাখ্যা: $x=\frac{2\pm\sqrt{4+4}}{2}=\frac{2\pm 2\sqrt{2}}{2}=1\pm\sqrt{2}$.

২৯. $3x^2+bx+1=0$ সমীকরণের একটি মূল 1 হলে b এর মান কত? (মধ্যম)

ক -4 খ -2 গ 4 ঘ 8 **ক**

ব্যাখ্যা: $3(1)^2+b.1+1=0$ বা, $b+4=0$ বা, $b=-4$.

৩০. নিচের কোনটি $4x-1-x^2=0$ এর মূল? (কঠিন) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক $-2-\sqrt{3}$ খ $-2+\sqrt{3}$ গ $2\pm\sqrt{3}$ ঘ $2+2\sqrt{3}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{-4\pm\sqrt{(4)^2-4.(-1).(-1)}}{2.(-1)}$

$=\frac{-4\pm\sqrt{12}}{-2}=\frac{-4\pm 2\sqrt{3}}{-2}$

$=2\pm\sqrt{3}$

৩১. $x^2-8x+16=0$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ের গুণফল কত? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 4 ঘ 16 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $(x-4)^2=0$ বা, $x=4,4$

$\therefore 4\times 4=16$

৩২. $x^2-2x-1=0$ সমীকরণে $x=(1\pm\sqrt{3})$ হলে, মূলদ্বয়ের গুণফল কত? (মধ্যম)

ক $-2\sqrt{3}$ খ -2 গ 2 ঘ $2\sqrt{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $(1+\sqrt{3})\ (1-\sqrt{3})=1-(\sqrt{3})^2=1-3=-2$

৩৩. $3-4x-x^2=0$ সমীকরণে $x=\frac{4\pm 2\sqrt{7}}{-2}$ হলে, মূলদ্বয়ের যোগফল কত? (মধ্যম)

ক $-2\sqrt{7}$ খ -4 গ 4 ঘ $2\sqrt{7}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $x=-(2\pm\sqrt{7})$

$\therefore$ যোগফল $=-2+\sqrt{7}-2-\sqrt{7}=-4$

৩৪. $7x-2-3x^2=0$ সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{3}$ এবং মূলদ্বয়ের যোগফল $\frac{7}{3}$ হলে, অপর মূলটি কত? (সহজ) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক -2 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ 2 **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{7}{3}-\frac{1}{3}=\frac{7-1}{3}=\frac{6}{3}=2$.

৩৫. $ax^2+bx+c=0$ দ্বিঘাত সমীকরণ হলে— [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা; সামসুল হক খান স্কুল উচ্চ বিদ্যালয়]

i. $a\neq 0$।

ii. নিশ্চায়ক $=b^2-4ac$।

iii. সমীকরণটির দুইটি মূল থাকবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৬. $ax^2+bx+c=0$, দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে— [আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা; সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

i. $b^2-4ac>0$।

ii. $b^2-4ac=0$।

iii. $b^2-4ac<0$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৭. $4x^2+4x+1=0$, দ্বিঘাত সমীকরণের মূলগুলো— [প্রাচী গার্লস স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

i. বাস্তব।

ii. সমান।

iii. অমূলদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৮. $x^2+1=0$ সমীকরণে—

i. মূলদ্বয় বাস্তব।

ii. মূলদ্বয় অবাস্তব।

iii. মূলদ্বয় অসমান।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $=0-4.1.1=-4<0$

৩৯. $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণে $b=c=0$ হলে—

i. মূলদ্বয় সমান হবে।

ii. একটি মূল 0।

iii. মূলদ্বয় মূলদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: মূলদ্বয় $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=0$.

৪০. $2-3x^2+9x=0$ সমীকরণে—

i. $a=2, b=-3, c=9$, যেখানে আদর্শ সমীকরণ $ax^2+bx+c=0$।

ii. নিশ্চায়ক $=105$।

iii. মূলদ্বয় বাস্তব।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: (ii) সঠিক, কারণ; নিশ্চায়ক, $b^2-4ac=9^2-4.(-3).2=105$; (iii) $b^2-4ac>0$

৪১. $2x^2-11x+9=0$ সমীকরণের— [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

i. একটি মূল 1।

ii. নিশ্চায়ক 49।

iii. মূলগুলো মূলদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা:

(i) সঠিক; মূল 1 অর্থাৎ $x=1$ দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

(ii) সঠিক; $b^2-4ac=(-11)^2-4.(2).9=49$।

(iii) সঠিক; $b^2-4ac=49=7^2=$ পূর্ণবর্গ।

৪২. $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণে $c=0$ এবং a, b মূলদ হলে— (কঠিন)

www.bdniyog.com

i. একটি মূল 0।
ii. একটি মূল $\frac{-b}{a}$.
iii. মূলগুলো মূলদ।
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2}}{2a}=\frac{-b\pm b}{2a}$ বা, $x=0,\frac{-b}{a}$.

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৩-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$ax^2+bx+c=0$ যেখানে, a, b, c বাস্তব এবং $a\neq 0$

৪৩. প্রদত্ত সমীকরণের মূলদ্বয় সমান ও বাস্তব হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $b^2>4ac$ খ $b^2=4ac$
গ $b^2=-4ac$ ঘ $b^2<4ac$ **খ**

৪৪. $a=-1, b=-4, c=3$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের নিশ্চায়কের বর্গমূল নিচের কোনটি?(মধ্যম)
ক $2\sqrt{7}$ খ $3\sqrt{7}$ গ $\sqrt{56}$ ঘ 16 **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৫-৪৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$3x^2+7x+1=0$ একটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

৪৫. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক 36 খ 37 গ 40 ঘ 49 **খ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $=b^2-4ac=7^2-4.3.1=49-12=37$

৪৬. সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি? (সহজ)
ক 3, 2 খ $\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$
গ $\frac{7\pm\sqrt{37}}{6}$ ঘ 3,3 **গ**

ব্যাখ্যা: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{2.3}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$

৪৭. সমীকরণের মূলগুলোর প্রকৃতি কীরূপ? (সহজ)
ক বাস্তব ও মূলদ খ অবাস্তব ও মূলদ
গ বাস্তব ও অমূলদ ঘ অবাস্তব ও সমান **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৮-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\frac{1}{2}x^2-bx+c=0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ এবং b, c মূলদ।

৪৮. সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $-b\pm\sqrt{b^2-2c}$ খ $b\pm\sqrt{b^2-2c}$
গ $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-2c}}{2}$ ঘ $\frac{b\pm\sqrt{b^2-2c}}{2}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $x=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4.\frac{1}{2}.c}}{2.\frac{1}{2}}=b\pm\sqrt{b^2-2c}$.

৪৯. মূলদ্বয় বাস্তব হওয়ার জন্য শর্ত কী? (সহজ)
ক $b^2\geq 2c$ খ $b^2-2c<0$ গ $b\neq 0$ ঘ $c\neq 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $=b^2-4.\frac{1}{2}c\geq 0$ বা, $b^2\geq 2c$.

৫০. সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল কত? (সহজ)
ক $2b+2\sqrt{b^2-2c}$ খ $2\sqrt{b^2-2c}$
গ 0 ঘ 2b **গ**

ব্যাখ্যা: $b+\sqrt{b^2-2c}+b-\sqrt{b^2-2c}=2b$

৫১. প্রদত্ত সমীকরণের মূলদ্বয় মূলদ হবে নিচের কোন শর্তে? (কঠিন)
ক $c=0$ খ $b=0$
গ $b^2-2c>0$ ঘ $b^2-2c<0$ **ক**

ব্যাখ্যা: $c=0$ হলে, মূলদ্বয় $b\pm\sqrt{b^2-0}=b\pm b=2b, 0$ যা মূলদ।

নিচের তথ্যের আলোকে (৫২-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$-2-\sqrt{7}$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bx+c=0$ এর মূল।

৫২. অপর মূলটি কী হবে? (সহজ)
ক $-2-\sqrt{7}$ খ $-2+\sqrt{7}$
গ $2-\sqrt{7}$ ঘ $2+\sqrt{7}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $ax^2+bx+c=0$ এরূপ সমীকরণের একটি মূল $-2-\sqrt{7}$ হলে অপরটি $-2+\sqrt{7}$.

৫৩. প্রকৃত দ্বিঘাত সমীকরণটি কী? (কঠিন)
ক $x^2+4x-3=0$ খ $x^2-\sqrt{7}x-2=0$
গ $x^2+(2+\sqrt{7})x=0$ ঘ অনির্ণেয় **ক**

ব্যাখ্যা: দ্বিঘাত সমীকরণটি $(x+2+\sqrt{7})(x+2-\sqrt{7})=0$
বা, $(x+2)^2-(\sqrt{7})^2=0$ বা, $x^2+4x+4-7=0$
বা, $x^2+4x-3=0$.

৫৪. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? (মধ্যম)
ক $\sqrt{28}$ খ 11 গ 14 ঘ 28 **গ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $=4^2-4.1.(-3)=16+12=28$.

৫৫. সমীকরণটির মূলগুলো কোন প্রকৃতির? (সহজ)
ক অবাস্তব, অসমান খ অমূলদ, অসমান
গ মূলদ, সমান ঘ মূলদ, অসমান **খ**

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $ax^2+bx+c=0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যেখানে a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a\neq 0$. [ক্যান্টনমেন্ট হাই স্কুল, যশোর ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৪৪]
ক. $c=0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বের কর এবং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ২
খ. সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪
গ. $a=1, b=c=2p$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ $ax^2+bx+c=0$
$c=0$ হলে, $ax^2+bx=0$
বা, $x(ax+b)=0$
$\therefore x=0$ অথবা $ax+b=0$
$\therefore x=0$ অথবা $x=-\frac{b}{a}$
সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2+bx+c=0$
বা, $a^2x^2+abx+ac=0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]
বা, $(ax)^2+2.ax.\frac{b}{2}+\left(\frac{b}{2}\right)^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2+ac=0$
বা, $\left(ax+\frac{b}{2}\right)^2-\left(\frac{b^2}{4}-ac\right)=0$
বা, $\left(ax+\frac{b}{2}\right)^2=\frac{b^2}{4}-ac$
বা, $\left(ax+\frac{b}{2}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4}$
বা, $ax+\frac{b}{2}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4}}$
বা, $ax=-\frac{b}{2}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2}$

www.bdniyog.com

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x-এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে–

$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (Ans.)

গ এখন $a = 1, b = c = 2p$ হলে,

$$x = \frac{-2p \pm \sqrt{(2p)^2 - 4.1.2p}}{2.1}$$

$$= \frac{-2p \pm \sqrt{4p^2 - 8p}}{2}$$

$$= \frac{-2p \pm \sqrt{4(p^2 - 2p)}}{2}$$

$$= \frac{-2p \pm 2\sqrt{p^2 - 2p}}{2}$$

$$= -p \pm \sqrt{p^2 - 2p}$$

$x = -p + \sqrt{p^2 - 2p}$ এবং $-p - \sqrt{p^2 - 2p}$ (Ans.)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ $(2x + 1)^2 - 2(x - 2) - 5 = 0$ ও $x^2 - 10x + 21 = 0$ দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. ১ম সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ আকৃতিতে প্রকাশ কর এবং a, b, c নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ দুইটির নিশ্চায়ক বের কর এবং দেখাও যে, ২য় সমীকরণের নিশ্চায়ক ১ম সমীকরণের নিশ্চায়কের 16 গুণ। ৪

গ. সমীকরণের নিশ্চায়ক থেকে মূলের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর এবং মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$(2x + 1)^2 - 2(x - 2) - 5 = 0$

বা, $4x^2 + 4x + 1 - 2x + 4 - 5 = 0$

বা, $4x^2 + 2x = 0$

বা, $2x^2 + x = 0$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore 2x^2 + 1.x + 0 = 0$

যা, $ax^2 + bx + c = 0$ আকারের

যেখানে, $a = 2, b = 1, c = 0$ (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই, $2x^2 + x = 0$

$\therefore$ ১ম সমীকরণের নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (1)^2 - 4.2.0$

$= 1 - 0$

$= 1$

এবং ২য় সমীকরণ, $x^2 - 10x + 21 = 0$

সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = -10, c = 21$

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4.1.21$

$= 100 - 84$

$= 16$

$\therefore$ ২য় সমীকরণের নিশ্চায়ক $= 16$

$= 16 \times 1$

$= 16 \times$ ১ম সমীকরণের নিশ্চায়ক

অর্থাৎ ২য় সমীকরণের নিশ্চায়ক ১ম সমীকরণের নিশ্চায়কের 16 গুণ। (দেখানো হলো)

গ যেহেতু $(2x + 1)^2 - 2(x - 2) - 5 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক $1 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

তাই মূলগুলো বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

$\therefore$ মূলগুলো, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4.2.0}}{2.2}$ ['ক' হতে a, b ও c এর মান বসিয়ে]

$= \frac{-1 \pm 1}{4}$

$\therefore x_1 = \frac{-1 + 1}{4} = \frac{0}{4} = 0$

$\therefore x_2 = \frac{-1 - 1}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

আবার, $x^2 - 10x + 21 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক $16 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

$\therefore$ ২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

$\therefore$ মূলগুলো, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4.1.21}}{2.1}$

$= \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{10 \pm 4}{2}$

$\therefore x_1 = \frac{10 + 4}{2} = \frac{14}{2} = 7$

এবং $x_2 = \frac{10 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$\therefore (2x + 1)^2 - 2(x - 2) - 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $0, -\frac{1}{2}$ এবং $x^2 - 10x + 21 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়, 3, 7 (Ans.)

প্রশ্ন ▶৩ $x^2 - px + 9 = 0$ এবং $(p + 1)x^2 + (p + 3)x + 3 = 0$ দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. p এর মান কত হলে ১ম সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হবে? ২

খ. প্রাপ্ত মান ২য় সমীকরণে বসালে যে দ্বিঘাত সমীকরণ পাওয়া যায় তার মূলের প্রকৃতি কিরূপ হবে? ৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x^2 - px + 9 = 0$

সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হবে যদি সমীকরণটির মূল দুইটি সমান হয়।

মূল দুইটি তখনই সমান হবে, যখন নিশ্চায়ক শূন্য হয়।

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = 0$

বা, $(-p)^2 - 4.1.9 = 0$

বা, $p^2 - 36 = 0$

বা, $p^2 = 36$

বা, $p = \pm\sqrt{36}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore p = \pm 6$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $p = 6$ অথবা, -6 (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই,

$p = 6, -6$

দেওয়া আছে,

$(p + 1)x^2 + (p + 3)x + 3 = 0$

$p = 6$ হলে সমীকরণটি, $(6 + 1)x^2 + (6 + 3)x + 3 = 0$

www.bdniyog.com

$\therefore\ 7x^2 + 9x + 3 = 0$

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (9)^2 - 4.7.3$
$= 81 - 84$
$= -3$

যেহেতু নিশ্চায়ক < 0, তাই মূলদ্বয় অবাস্তব হবে।
এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হবে।
আবার, $p = -6$ হলে, সমীকরণটি,
$(-6 + 1)x^2 + (-6 + 3)x + 3 = 0$
বা, $-5x^2 - 3x + 3 = 0$
$\therefore\ 5x^2 + 3x - 3 = 0$
$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (3)^2 - 4.5(-3)$
$= 9 + 60$
$= 69$, যা পূর্ণবর্গ নয়।
যেহেতু নিশ্চায়ক > 0, তাই মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

গ 'খ' হতে পাই,
$7x^2 + 9x + 3 = 0$
$5x^2 + 3x - 3 = 0$
$7x^2 + 9x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়,

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4.7.3}}{2.7}$$
$$= \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 84}}{14}$$
$$= \frac{-9 \pm \sqrt{-3}}{14}$$

$\therefore\ x_1 = \frac{-9 + \sqrt{-3}}{14}, x_2 = \frac{-9 - \sqrt{-3}}{14}$, যা অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা।
আবার, $5x^2 + 3x - 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4.5(-3)}}{2.5}$$
$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 60}}{10}$$
$$= \frac{-3 \pm \sqrt{69}}{10}$$

$\therefore\ x_1 = \frac{-3 + \sqrt{69}}{10}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{69}}{10}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪ $x(x - 6) + k(2x + 1) - 1 = 0$ এবং $x^2 - 2k(x-1) + 4x - 10 = 0$ দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণ দুইটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. k-এর মান কত হলে প্রথম সমীকরণের মূল দুটি সমান হবে? ৪
গ. 'খ' তে প্রাপ্ত k-এর মান ২য় সমীকরণে বসিয়ে মূলের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x(x - 6) + k(2x + 1) - 1 = 0$
বা, $x^2 - 6x + 2kx + k - 1 = 0$
$\therefore\ x^2 + (2k - 6)x + (k-1) = 0$
আবার, $x^2 - 2k(x - 1) + 4x - 10 = 0$
বা, $x^2 - 2kx + 2k + 4x - 10 = 0$
$\therefore\ x^2 + (4 - 2k)x + (2k - 10) = 0$
এটিই নির্ণেয় আকার।

খ 'ক' হতে পাই, প্রথম সমীকরণটি হলো:
$x^2 + (2k - 6)x + (k-1) = 0$
মূল দুইটি তখনই সমান হবে যখন সমীকরণটির নিশ্চায়ক শূন্য হয়।
$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = 0$
বা, $(2k - 6)^2 - 4.1.(k-1) = 0$
বা, $4k^2 - 2.2k.6 + 36 - 4k + 4 = 0$
বা, $4k^2 - 24k - 4k + 40 = 0$
বা, $4k^2 - 28k + 40 = 0$
বা, $k^2 - 7k + 10 = 0$
বা, $k^2 - 5k - 2k + 10 = 0$
বা, $k(k-5) - 2(k-5) = 0$
বা, $(k-5)(k-2) = 0$
হয়, $k - 5 = 0$ অথবা, $k - 2 = 0$
$\therefore\ k = 5$ $\therefore\ k = 2$
$\therefore$ নির্ণেয় মান, $k = 2$ অথবা, 5

গ 'খ' হতে পাই, $k = 2, 5$
এবং 'ক' হতে পাই,
২য় সমীকরণ, $x^2 + (4 - 2k)x + (2k - 10) = 0$
$k = 2$ হলে সমীকরণটি,
$x^2 + (4 - 2.2)x + 2.2 - 10 = 0$
$\therefore\ x^2 - 0.x - 6 = 0$
$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac$
$= (0)^2 - 4.1(-6)$
$= 24$, যা পূর্ণবর্গ নয়।
যেহেতু, নিশ্চায়ক > 0, তাই মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।
আবার, $k = 5$ হলে সমীকরণটি,
$x^2 - 2(5-2)x + 2.5 - 10 = 0$
বা, $x^2 - 2.3x + 10 - 10 = 0$
$\therefore\ x^2 - 6x + 0 = 0$
$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac$
$= (-6)^2 - 4.1.0$
$= 36 - 0$
$= 36$, যা পূর্ণবর্গ সংখ্যা।
যেহেতু নিশ্চায়ক > 0 এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা,
সেহেতু মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৫ $\frac{2x^2 - 9}{p} + \frac{4x + 9}{q} = 0$ একটি সমীকরণ যেখানে $p, q \neq 0$ এবং $x \in \mathbb{R}$

ক. সমীকরণটিকে x-চলক বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. দেখাও যে, সমীকরণটির মূল দুইটি বাস্তব এবং সমান হবে যদি $p = 3q$ অথবা $p = \frac{3q}{2}$ হয়। ৪
গ. মূল দুটি বাস্তব এবং সমান হওয়ার শর্তে x চলক বিশিষ্ট কয়টি সমীকরণ পাওয়া সম্ভব? সমীকরণগুলো নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{2x^2 - 9}{p} + \frac{4x + 9}{q} = 0$
বা, $\frac{2qx^2 - 9q + 4px + 9p}{pq} = 0$
বা, $2qx^2 - 9q + 4px + 9p = 0$
বা, $2qx^2 + 4px + 9(p - q) = 0$
ইহাই নির্ণেয় x চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ আকারে প্রকাশ।

খ 'ক' হতে আমরা পাই,
$2qx^2 + 4px + 9(p - q) = 0$
$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে এক্ষেত্রে পাওয়া যায় $a = 2q$, $b = 4p$ এবং $c = 9(p - q)$।
এক্ষেত্রে, সমীকরণটির নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac = (4p)^2 - 4.2q.9(p - q)$
এখন, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব এবং সমান হবে যদি নিশ্চায়কের মান শূন্য হয়

www.bdniyog.com

$(4p)^2 - 4.2q.9(p-q) = 0$
বা, $16p^2 - 72q(p-q) = 0$
বা, $16p^2 - 72pq + 72q^2 = 0$
বা, $2p^2 - 9pq + 9q^2 = 0$ [উভয়পক্ষকে 8 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $2p^2 - 6pq - 3pq + 9q^2 = 0$
বা, $2p(p-3q) - 3q(p-3q) = 0$
বা, $(p-3q)(2p-3q) = 0$
হয়, $p - 3q = 0$ অথবা, $2p - 3q = 0$
বা, $p = 3q$ বা, $2p = 3q$
বা, $p = \frac{3q}{2}$

∴ $p = 3q$ অথবা $p = \frac{3q}{2}$ **(দেখানো হলো)**

গ এখানে, সমীকরণের মূল দুইটি বাস্তব এবং সমান হওয়ার শর্ত $p = 3q$ ও $p = \frac{3q}{2}$ এর জন্য
দুইটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ পাওয়া সম্ভব।
$p = 3q$ হলে, $2qx^2 + 4.3qx + 9(3q - q) = 0$
বা, $2qx^2 + 12qx + 9.2q = 0$
বা, $2qx^2 + 12qx + 18q = 0$
বা, $q(2x^2 + 12x + 18) = 0$
বা, $2q(x^2 + 6x + 9) = 0$
∴ $x^2 + 6x + 9 = 0$
আবার, $p = \frac{3q}{2}$ হলে,

$$2qx^2 + 4.\frac{3q}{2}.x + 9\left(\frac{3q}{2} - q\right) = 0$$

বা, $2qx^2 + 6qx + 9\left(\frac{3q-2q}{2}\right) = 0$

বা, $2qx^2 + 6qx + \frac{9}{2}q = 0$

বা, $2q\left(2x^2 + 6x + \frac{9}{2}\right) = 0$

বা, $4x^2 + 12x + 9 = 0$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 + 6x + 9 = 0$
$4x^2 + 12x + 9 = 0$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ $x^2 + px + q = 0$ **একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**

ক. সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। ২
খ. কোন শর্তে একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হবে? ৪
গ. সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি ও ধরণ নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 + px + q = 0$
বা, $1.x^2 + p.x + q = 0$

$$\text{বা, } x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4.1.q}}{2.1}$$

$$= \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4.q}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত মূলদ্বয় $\frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$
প্রশ্নমতে, একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হবে।

$$\therefore \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = 2 \times \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

বা, $p - \sqrt{p^2 - 4q} = -2p - 2\sqrt{p^2 - 4q}$
বা, $\sqrt{p^2 - 4q} + 2\sqrt{p^2 - 4q} = -2p + p$
বা, $3\sqrt{p^2 - 4q} = -p$
বা, $9(p^2 - 4q) = p^2$
বা, $9p^2 - 36q - p^2 = 0$
বা, $8p^2 - 36q = 0$
বা, $2p^2 = 9q$
∴ $2p^2 = 9q$ হলে একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হবে।

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণের মূলদ্বয় $x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$
$p^2 - 4q$ প্রদত্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক যা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি নির্ণয় করে।
নিশ্চায়কের অবস্থা ভেদে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি
(i) $p^2 - 4q = 0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হবে। এক্ষেত্রে, $x = -\frac{p}{2}, -\frac{p}{2}$
(ii) $p^2 - 4q > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব মূলদ ও অসমান হবে।
(iii) $p^2 - 4q > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।
(iv) $p^2 - 4q < 0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে। এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুইটি অনুবন্ধী জটিল বা কাল্পনিক সংখ্যা হয়।

প্রশ্ন ▶ ৭ $px^2 + qx + r = 0$ **একটি একচলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।**

ক. $q = r = 0$ হলে মূলদ্বয় কত? ২
খ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সমাধান কর। ৪
গ. $p = 1, q = r = 2a$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
$px^2 + qx + r = 0$
বা, $px^2 + 0.x + 0 = 0$
বা, $px^2 = 0$
বা, $x^2 = \frac{0}{p}$
বা, $x^2 = 0$
∴ $x_1 = 0, x_2 = 0$
∴ নির্ণেয় মূলদ্বয়: $x_1 = 0$ ও $x_2 = 0$

খ $px^2 + qx + r = 0$
বা, $p^2x^2 + pqx + pr = 0$ [উভয় পক্ষকে দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } (px)^2 + 2.px.\frac{q}{2} + \left(\frac{q}{2}\right)^2 - \frac{q^2}{4} + pr = 0$$

$$\text{বা, } \left(px + \frac{q}{2}\right)^2 = \frac{q^2}{4} - pr$$

$$\text{বা, } \left(px + \frac{q}{2}\right)^2 = \frac{q^2 - 4pr}{4}$$

$$\text{বা, } px + \frac{q}{2} = \pm\sqrt{\frac{q^2 - 4pr}{4}}$$

$$\text{বা, } px = -\frac{q}{2} \pm \frac{\sqrt{q^2 - 4pr}}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

$$x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

∴ নির্ণেয় মূলদ্বয় যথাক্রমে,

$$x_1 = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \text{ ও } x_2 = \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

www.bdniyog.com

গ $p = 1, q = r = 2a$ হলে উদ্দীপকের সমীকরণটি হবে,
$1.x^2 + 2a.x + 2a = 0$
বা, $x^2 + 2ax + 2a = 0$

$$x = \frac{-2a \pm \sqrt{(2a)^2 - 4.1.2a}}{2.1} = \frac{-2a \pm \sqrt{4a^2 - 8a}}{2}$$
$$= \frac{-2a \pm \sqrt{4(a^2 - 2a)}}{2} = \frac{-2a \pm 2\sqrt{a^2 - 2a}}{2}$$
$$= -a \pm \sqrt{a^2 - 2a}$$

অর্থাৎ, $x_1 = -a + \sqrt{a^2 - 2a}$, $x_2 = -a - \sqrt{a^2 - 2a}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ $(p^2 - q^2)x^2 + 2px + 1 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. q এর মান কত হলে সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হবে? ২

খ. সমীকরণটি সমাধান করে মূল নির্ণয় কর। ৪

গ. $p = 2, q = 1$ হলে সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর এবং মূলের প্রকৃতি ও ধরণ বিশ্লেষণ কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণটি হলো, $(p^2 - q^2)x^2 + 2px + 1 = 0$
$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে,
$a = p^2 - q^2$, $b = 2p$, $c = 1$
সমীকরণটির নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (2p)^2 - 4.(p^2 - q^2).1$
$= 4p^2 - 4(p^2 - q^2)$
$= 4p^2 - 4p^2 + 4q^2$
$= 4q^2$

সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হলে নিশ্চায়ক শূন্য হবে।
$\therefore 4q^2 = 0$
$\therefore q = 0$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত সমীকরণ, $(p^2 - q^2)x^2 + 2px + 1 = 0$

$$\therefore \text{সমীকরণটির মূল, } x = \frac{-2p \pm \sqrt{(2p)^2 - 4.(p^2 - q^2).1}}{2(p^2 - q^2)}$$
$$= \frac{-2p \pm \sqrt{4q^2}}{2(p^2 - q^2)} \quad [\text{'ক' হতে}]$$
$$= \frac{-2p \pm 2q}{2(p^2 - q^2)}$$
$$= \frac{-p \pm q}{p^2 - q^2} = \frac{-p \pm q}{(p + q)(p - q)}$$
$$= \frac{-p + q}{(p + q)(p - q)} \text{ বা } \frac{-p - q}{(p + q)(p - q)}$$
$$= \frac{-(p - q)}{(p + q)(p - q)} \text{ বা } \frac{-(p + q)}{(p + q)(p - q)}$$
$$= \frac{-1}{p + q} \text{ বা } \frac{-1}{p - q}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-1}{p + q}, x_2 = \frac{-1}{p - q} \textbf{ (Ans.)}$$

গ $p = 2$, $q = 1$ প্রদত্ত সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$(2^2 - 1^2)x^2 + 2.2x + 1 = 0$
বা, $3x^2 + 4x + 1 = 0$
$\therefore 3x^2 + 4x + 1 = 0$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.3.1}}{2.3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6}$$
$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6}$$
$$= \frac{-4 + 2}{6} \text{ বা, } \frac{-4 - 2}{6}$$
$$= \frac{-2}{6} \text{ বা, } \frac{-6}{6}$$
$$= -\frac{1}{3} \text{ বা, } -1$$

$\therefore$ নির্ণেয় মূলদ্বয় $-\frac{1}{3}$ বা, -1

$\therefore$ নিশ্চায়ক $= 4^2 - 4.3.1$
$= 16 - 12 = 4$

$\therefore$ নিশ্চায়ক $= 4 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৯ x টাকা দরে x সংখ্যক কলমের মূল্যের a গুণ, b সংখ্যক কলমের মূল্য অপেক্ষা c টাকা বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যকে একটি দ্বিঘাত সমীকরণের আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে x এর মানগুলো নির্ণয় কর। ৪

গ. $b = 1$ এবং x এর মানগুলো সমান হলে কলমের মূল্য c এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $ax^2 - bx + c = 0$; **খ.** $\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; **গ.** $2c$

প্রশ্ন ▶ ১০ $(2x + 3)^2 - 5x - 6 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. উদ্দীপকের সমীকরণকে আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণরূপে প্রকাশ কর। ২

খ. উদ্দীপকের সমীকরণের নিশ্চায়কের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণের নিশ্চায়কের মান থেকে মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর এবং মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $4x^2 + 7x + 3 = 0$; **খ.** 1; **গ.** বাস্তব, মূলদ ও অসমান; $-1, -\frac{3}{4}$

প্রশ্ন ▶ ১১ $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 6x + 9 = 0$, $x^2 - 2x - 2 = 0$ তিনটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে a, b, c নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, প্রথম দু'টি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪

গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তর: ক. ১ম সমীকরণে, $a = 1, b = -5, c = 6$
২য় সমীকরণে, $a = 1, b = -6, c = 9$
৩য় সমীকরণে, $a = 1, b = -2, c = -2$

গ. $x = 1 \pm \sqrt{3}$; ১ম সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।
২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তবও পরস্পর সমান।
$\therefore$ ৩য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

প্রশ্ন ▶ ১২ $x^2 - 5x + 6 = 0$, $7x - 2 - 3x^2 = 0$, $4x - 1 - x^2 = 0$ তিনটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে a, b, c নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, প্রথম দুইটি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪

গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তর: ক. ১ম সমীকরণে $a = 1, b = -5, c = 6$
২য় সমীকরণে $a = -3, b = 7, c = -2$
২য় সমীকরণে $a = -1, b = 4, c = -1$

www.bdniyog.com

খ. প্রথম ও দ্বিতীয় সমীকরণের সাধারণ মূল একটি এবং তা হলো 2

গ. ৩য় সমীকরণের সমাধান $x = 2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}$.

১ম সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, মূলদ।

২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, মূলদ।

৩য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, অমূলদ।

প্রশ্ন ▶ ১৩ $ax^2 + bx + c = 0$ **সমীকরণটি একচলক সম্বলিত সমীকরণ।** [ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. সমীকরণটির সর্বোচ্চ ঘাত কত? ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. $a = 1, b = -8$ এবং $c = 16$ ধরে সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 2; খ. $x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; গ. 4, 4

প্রশ্ন ▶ ১৪ **এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণের একটি আদর্শ রূপ** $ax^2 + bx + c = 0$. [বিএন কলেজ, ঢাকা]

ক. $b^2 - 4ac$ কে সমীকরণটির কী বলে এবং $b^2 > 4ac$ হলে মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি কীরূপ হবে? ২

খ. উদ্দীপক থেকে সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে $x^2 - x - \frac{1}{2} = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

ক. নিশ্চায়ক; বাস্তব, অসমান ও মূলদ বা অমূলদ;

খ. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$;

গ. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ:
  $ax^2 + bx + c = 0$ এখানে $a \neq 0$ এবং $a, b, c \in \mathbb{R}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধানে x এর দুইটি মান হচ্ছে
  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
  অর্থাৎ $x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ এবং $x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক: $b^2 - 4ac$
- $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ সমীকরণে,
  $b^2 - 4ac = 0$ হলে $x = \frac{-b \pm 0}{2a}$ বা, $x = \frac{-b+0}{2a}$ এবং $\frac{-b-0}{2a}$
  $\therefore x = \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a}$

  সুতরাং $b^2 - 4ac = 0$ হলে সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান।
- $b^2 - 4ac > 0$ হলে,
  $b^2 - 4ac = 9$ (ধরি) অর্থাৎ নিশ্চায়ক ধনাত্মক পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলে
  $x = \frac{-b \pm \sqrt{9}}{2a} = \frac{-b+3}{2a}, \frac{-b-3}{2a}$
  সুতরাং $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে
  যদি $b^2 - 4ac < 0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে। এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুইটি অনুবন্ধী জটিল বা কাল্পনিক সংখ্যা হয়।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোন অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৫, ৭, ৮, ৯, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৬, ১৯, ২০, ২৩, ২৬, ৩০, ৩২, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৪১, ৪৫, ৪৬, ৪৭
★★	১০, ১৫, ১৭, ২২, ২৫, ২৮, ২৯, ৩৮, ৪০, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৪, ৫, ৮
★★	৩, ৬, ৭

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. বর্গমূলবিশিষ্ট সমীকরণ চিহ্নিত
২. বর্গমূলবিশিষ্ট সমীকরণ সমাধান

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
৩৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ২২টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১২টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৩টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর অনুশীলনীর প্রশ্ন

সমাধান কর:

১. $\sqrt{x-4}+2=\sqrt{x+12}$

সমাধান: $\sqrt{x-4}+2=\sqrt{x+12}$

বা, $\left(\sqrt{x-4}+2\right)^2=\left(\sqrt{x+12}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x-4+4+2\sqrt{x-4}.2=x+12$

বা, $x+4\sqrt{x-4}=x+12$

বা, $4\sqrt{x-4}=x+12-x$

বা, $4\sqrt{x-4}=12$

বা, $\sqrt{x-4}=3$

বা, $\left(\sqrt{x-4}\right)^2=3^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x-4=9$

$\therefore\ x=13$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=13$ হলে, বামপক্ষ $=\sqrt{13-4}+2$

$=\sqrt{9}+2=3+2=5$

ডানপক্ষ $=\sqrt{13+12}=\sqrt{25}=5$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore\ x=13$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x=13$

২. $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1}$

সমাধান: $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1}$

বা, $\left(\sqrt{11x-6}\right)^2=\left(\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1}\right)^2$

[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $11x-6=4x+5+x-1-2\sqrt{4x+5}\cdot\sqrt{x-1}$

বা, $11x-6-5x-4=-2\sqrt{(4x+5)(x-1)}$

বা, $6x-10=-2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $2(3x-5)=-2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $3x-5=-\sqrt{4x^2+x-5}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(3x-5)^2=\left(-\sqrt{4x^2+x-5}\right)^2$

[পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9x^2-30x+25=4x^2+x-5$

বা, $9x^2-30x+25-4x^2-x+5=0$

বা, $5x^2-31x+30=0$

বা, $5x^2-6x-25x+30=0$

বা, $x(5x-6)-5(5x-6)=0$

বা, $(5x-6)(x-5)=0$

হয় $5x-6=0$ অথবা, $x-5=0$

$\therefore\ x=\frac{6}{5}$ বা, $x=5$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=\frac{6}{5}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{11\times\frac{6}{5}-6}=\sqrt{\frac{66-30}{5}}$

$=\sqrt{\frac{36}{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $=\sqrt{4\cdot\frac{6}{5}+5}-\sqrt{\frac{6}{5}-1}$

$=\sqrt{\frac{24+25}{5}}-\sqrt{\frac{6-5}{5}}$

$=\sqrt{\frac{49}{5}}-\sqrt{\frac{1}{5}}$

$=\frac{7}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore\ x=\frac{6}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x=5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{11\cdot5-6}=\sqrt{55-6}=\sqrt{49}=7$

ডানপক্ষ $=\sqrt{4\cdot5+5}-\sqrt{5-1}=\sqrt{25}-\sqrt{4}=5-2=3$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x=5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান: $x=\frac{6}{5}$

www.bdniyog.com

৩. $\sqrt{2x+7}+\sqrt{3x-18}=\sqrt{7x+1}$

সমাধান: $\sqrt{2x+7}+\sqrt{3x-18}=\sqrt{7x+1}$

বা, $\left(\sqrt{2x+7}+\sqrt{3x-18}\right)^2=\left(\sqrt{7x+1}\right)^2$

[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $2x+7+3x-18+2\sqrt{2x+7}\cdot\sqrt{3x-18}=7x+1$

বা, $2\sqrt{2x+7}\cdot\sqrt{3x-18}=7x+1-5x+11$

বা, $2\sqrt{6x^2-15x-126}=2x+12$

বা, $2\sqrt{6x^2-15x-126}=2(x+6)$

বা, $\sqrt{6x^2-15x-126}=x+6$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(\sqrt{6x^2-15x-126}\right)^2=(x+6)^2$

[পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $6x^2-15x-126=x^2+12x+36$

বা, $6x^2-15x-126-x^2-12x-36=0$

বা, $5x^2-27x-162=0$

বা, $5x^2-45x+18x-162=0$

বা, $5x(x-9)+18(x-9)=0$

বা, $(x-9)(5x+18)=0$

হয় $(x-9)=0$ অথবা, $5x+18=0$

$x=9$ $\therefore x=-\frac{18}{5}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=9$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\cdot9+7}+\sqrt{3\cdot9-18}$

$=\sqrt{18+7}+\sqrt{27-18}$

$=\sqrt{25}+\sqrt{9}$

$=5+3$

$=8$

ডানপক্ষ $=\sqrt{7\cdot9+1}$

$=\sqrt{63+1}$

$=\sqrt{64}=8$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=9$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x=-\frac{18}{5}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\left(-\frac{18}{5}\right)+7}+\sqrt{3\left(-\frac{18}{5}\right)-18}$

$=\sqrt{7-\frac{36}{5}}+\sqrt{-\frac{54}{5}-18}$

$=\sqrt{\frac{35-36}{5}}+\sqrt{\frac{-54-90}{5}}$

$=\sqrt{\frac{-1}{5}}+\sqrt{-\frac{144}{5}}$, যা অবাস্তব।

বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$x=-\frac{18}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান: $x=9$

৪. $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+11}=\sqrt{8x+9}$

সমাধান: $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+11}=\sqrt{8x+9}$

বা, $\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{x+11}\right)^2=\left(\sqrt{8x+9}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x+4+2\sqrt{(x+4)(x+11)}+x+11=8x+9$

বা, $x+4+x+11-8x-9=-2\sqrt{(x+4)(x+11)}$

বা, $-6x+6=-2\sqrt{x^2+15x+44}$

বা, $-2(3x-3)=-2\sqrt{x^2+15x+44}$

বা, $3x-3=\sqrt{x^2+15x+44}$

বা, $(3x-3)^2=\left(\sqrt{x^2+15x+44}\right)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $9x^2-18x+9=x^2+15x+44$

বা, $9x^2-x^2-18x-15x+9-44=0$

বা, $8x^2-33x-35=0$

বা, $8x^2-40x+7x-35=0$

বা, $8x(x-5)+7(x-5)=0$

বা, $(x-5)(8x+7)=0$

হয়, $x-5=0$ অথবা, $8x+7=0$

$\therefore$ $x=5$ $\therefore x=\frac{-7}{8}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

এখন $x=5$ হলে,

প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষ $=\sqrt{5+4}+\sqrt{5+11}$

$=3+4=7$

এবং ডানপক্ষ $=\sqrt{8\times5+9}=\sqrt{49}=7$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=5$ প্রদত্ত সমীকরণের একটি বীজ।

আবার, $x=\frac{-7}{8}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{\frac{-7}{8}+4}+\sqrt{\frac{-7}{8}+11}$

$=\sqrt{\frac{-7+32}{8}}+\sqrt{\frac{-7+88}{8}}$

$=\sqrt{\frac{25}{8}}+\sqrt{\frac{81}{8}}$

$=\frac{5}{\sqrt{8}}+\frac{9}{\sqrt{8}}=\frac{14}{\sqrt{8}}=\frac{14}{2\sqrt{2}}=\frac{7}{\sqrt{2}}$

এবং ডানপক্ষ $=\sqrt{8\left(\frac{-7}{8}\right)+9}=\sqrt{-7+9}=\sqrt{2}$

বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$x=\frac{-7}{8}$, প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়

নির্ণেয় সমাধান: $x=5$

৫. $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}+\sqrt{x-1}$

সমাধান: $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}+\sqrt{x-1}$

বা, $\left(\sqrt{11x-6}\right)^2=\left(\sqrt{4x+5}+\sqrt{x-1}\right)^2$

[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $11x-6=4x+5+x-1+2\sqrt{4x+5}\cdot\sqrt{x-1}$

বা, $11x-6-5x-4=2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $6x-10=2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $2(3x-5)=2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $3x-5=\sqrt{4x^2+x-5}$

www.bdniyog.com

বা, $(3x-5)^2 = \left(\sqrt{4x^2+x-5}\right)^2$

[পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9x^2-30x+25 = 4x^2+x-5$

বা, $9x^2-30x+25-4x^2-x+5 = 0$

বা, $5x^2-31x+30 = 0$

বা, $5x^2-6x-25x+30 = 0$

বা, $x(5x-6)-5(5x-6) = 0$

বা, $(5x-6)(x-5) = 0$

হয়, $5x-6=0$ অথবা, $x-5=0$

$\therefore x = \frac{6}{5}$ $\therefore x = 5$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x = \frac{6}{5}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11\times\frac{6}{5}-6} = \sqrt{\frac{66}{5}-6}$

$= \sqrt{\frac{66-30}{5}}$

$= \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4\times\frac{6}{5}+5}+\sqrt{\frac{6}{5}-1}$

$= \sqrt{\frac{24}{5}+5}+\sqrt{\frac{6-5}{5}}$

$= \sqrt{\frac{24+25}{5}}+\sqrt{\frac{1}{5}}$

$= \sqrt{\frac{49}{5}}+\sqrt{\frac{1}{5}}$

$= \frac{7}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{6}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

আবার, $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11\times5-6}$

$= \sqrt{55-6}$

$= \sqrt{49}$

$= 7$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4\times5+5}+\sqrt{5-1}$

$= \sqrt{20+5}+\sqrt{4}$

$= \sqrt{25}+\sqrt{4}$

$= 5+2$

$= 7$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x = 5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

৬. $\sqrt{x^2+4x-4}+\sqrt{x^2+4x-10} = 6$

সমাধান: $\sqrt{x^2+4x-4}+\sqrt{x^2+4x-10} = 6$

বা, $\sqrt{y-4}+\sqrt{y-10} = 6$ [$x^2+4x = y$ ধরে]

বা, $\sqrt{y-4} = 6-\sqrt{y-10}$

বা, $\left(\sqrt{y-4}\right)^2 = \left(6-\sqrt{y-10}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y-4 = 36-2\cdot6\sqrt{y-10}+y-10$

বা, $y-4-36-y+10 = -12\sqrt{y-10}$

বা, $-30 = -12\sqrt{y-10}$

বা, $12\sqrt{y-10} = 30$

বা, $2\sqrt{y-10} = 5$ [উভয় পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(2\sqrt{y-10}\right)^2 = (5)^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $4(y-10) = 25$

বা, $4y-40-25 = 0$

বা, $4y = 65$

বা, $4(x^2+4x) = 65$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $4x^2+16x-65 = 0$

বা, $4x^2+26x-10x-65 = 0$

বা, $2x(2x+13)-5(2x+13) = 0$

বা, $(2x+13)(2x-5) = 0$

হয় $(2x+13) = 0$ অথবা, $2x-5 = 0$

$\therefore x = -\frac{13}{2}$ $\therefore x = \frac{5}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x = -\frac{13}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\left(-\frac{13}{2}\right)^2+4\left(-\frac{13}{2}\right)-4}+\sqrt{\left(-\frac{13}{2}\right)^2+4\left(-\frac{13}{2}\right)-10}$

$= \sqrt{\frac{169}{4}-26-4}+\sqrt{\frac{169}{4}-26-10}$

$= \sqrt{\frac{169}{4}-30}+\sqrt{\frac{169}{4}-36}$

$= \sqrt{\frac{169-120}{4}}+\sqrt{\frac{169-144}{4}}$

$= \sqrt{\frac{49}{4}}+\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{7}{2}+\frac{5}{2}$

$= 6$ = ডানপক্ষ

আবার, $x = \frac{5}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+4\left(\frac{5}{2}\right)-4}+\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+4\left(\frac{5}{2}\right)-10}$

$= \sqrt{\frac{25}{4}+6}+\sqrt{\frac{25}{4}}$

$= \sqrt{\frac{49}{4}}+\sqrt{\frac{25}{4}}$

$= \frac{7}{2}+\frac{5}{2}$

$= 6$ = ডানপক্ষ

নির্ণেয় সমাধান: $x = -\frac{13}{2}, \frac{5}{2}$

www.bdniyog.com

৭. $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

সমাধান: $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

বা, $\sqrt{y+9}-\sqrt{y+6}=1$ [$x^2-6x=y$ ধরে]

বা, $\sqrt{y+9}=1+\sqrt{y+6}$

বা, $\left(\sqrt{y+9}\right)^2=\left(1+\sqrt{y+6}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+9=1+2\cdot1\cdot\sqrt{y+6}+y+6$

বা, $y+9-1-y-6=2\sqrt{y+6}$

বা, $2=2\sqrt{y+6}$

বা, $2\sqrt{y+6}=2$

বা, $\sqrt{y+6}=1$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(\sqrt{y+6})^2=(1)^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+6=1$

বা, $y+6-1=0$

বা, $y+5=0$

বা, $x^2-6x+5=0$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $x^2-5x-x+5=0$

বা, $x(x-5)-1(x-5)=0$

বা, $(x-1)(x-5)=0$

হয়, $x-1=0$ অথবা, $x-5=0$

$\therefore x=1$ $\therefore x=5$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

- আবার, $x=5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{5^2-6\cdot5+9}-\sqrt{5^2-6\cdot5+6}$

$=\sqrt{25-30+9}-\sqrt{25-30+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=5$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

আবার, $x=1$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{1^2-6\cdot1+9}-\sqrt{1^2-6\cdot1+6}$

$=\sqrt{1-6+9}-\sqrt{1-6+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=1$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

নির্ণেয় সমাধান: $x=5, 1$

৮. $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$

সমাধান: $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$

বা, $\sqrt{y-2}-\sqrt{y-9}=1$ [$2x^2+5x=y$ ধরে]

বা, $\sqrt{y-2}=1+\sqrt{y-9}$

বা, $(\sqrt{y-2})^2=(1+\sqrt{y-9})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y-2=1+y-9+2\sqrt{y-9}$

বা, $y-2-1-y+9=2\sqrt{y-9}$

বা, $6=2\sqrt{y-9}$

বা, $3=\sqrt{y-9}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(3)^2=(\sqrt{y-9})^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9=y-9$

বা, $y-9-9=0$

বা, $y-18=0$

বা, $2x^2+5x=18$

বা, $2x^2+5x-18=0$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $2x^2+9x-4x-18=0$

বা, $x(2x+9)-2(2x+9)=0$

বা, $(x-2)(2x+9)=0$

হয় $x-2=0$ অথবা, $2x+9=0$

$x=2$ $x=-\frac{9}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=2$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\cdot2^2+5\cdot2-2}-\sqrt{2\cdot2^2+5\cdot2-9}$

$=\sqrt{8+10-2}-\sqrt{8+10-9}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{9}$

$=4-3$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=2$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

আবার, $x=-\frac{9}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\left(-\frac{9}{2}\right)^2+5\left(-\frac{9}{2}\right)-2}-\sqrt{2\left(-\frac{9}{2}\right)^2+5\left(-\frac{9}{2}\right)-9}$

$=\sqrt{\frac{81}{2}-\frac{45}{2}-2}-\sqrt{\frac{81}{2}-\frac{45}{2}-9}$

$=\sqrt{\frac{81-45-4}{2}}-\sqrt{\frac{81-45-18}{2}}$

$=\sqrt{\frac{32}{2}}-\sqrt{\frac{18}{2}}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{9}$

$=4-3$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=-\frac{9}{2}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x=2, -\frac{9}{2}$

৯. $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$

সমাধান: $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$

$\frac{2x}{x-1}=a^2$ ধরা হলে প্রদত্ত সমীকরণ দাঁড়ায়

$6\sqrt{a^2}+5\sqrt{\frac{1}{a^2}}=13$ [$\because \frac{2x}{x-1}=a^2$ হলে $\frac{x-1}{2x}=\frac{1}{a^2}$]

www.bdniyog.com

বা, $6a + \frac{5}{a} = 13$

বা, $6a^2 + 5 = 13a$

বা, $6a^2 - 13a + 5 = 0$

বা, $6a^2 - 10a - 3a + 5 = 0$

বা, $2a(3a - 5) - 1(3a - 5) = 0$

বা, $(3a - 5)(2a - 1) = 0$

হয় $3a - 5 = 0$ অথবা, $2a - 1 = 0$

বা, $3a = 5$ বা, $2a = 1$

$\therefore a = \frac{5}{3}$ $\therefore a = \frac{1}{2}$

$a = \frac{5}{3}$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = \frac{5}{3}$$

বা, $\frac{2x}{x-1} = \frac{25}{9}$

বা, $25x - 25 = 18x$

বা, $25x - 18x = 25$

বা, $7x = 25$

$\therefore x = \frac{25}{7}$

আবার, $a = \frac{1}{2}$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = \frac{1}{2}$$

বা, $\frac{2x}{x-1} = \frac{1}{4}$

বা, $8x = x - 1$

বা, $7x = -1$

$\therefore x = -\frac{1}{7}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x = \frac{25}{7}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

$$\text{বামপক্ষ} = 6\sqrt{\frac{2\cdot\frac{25}{7}}{\frac{25}{7}-1}} + 5\sqrt{\frac{\frac{25}{7}-1}{2\cdot\frac{25}{7}}}$$

$$= 6\sqrt{\frac{50}{18}} + 5\sqrt{\frac{18}{50}}$$

$$= 6\sqrt{\frac{25}{9}} + 5\sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$= \frac{6\cdot5}{3} + \frac{5\cdot3}{5}$$

$= 10 + 3$

$= 13$

= ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{25}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

$x = -\frac{1}{7}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

$$\text{বামপক্ষ} = 6\sqrt{\frac{2\left(-\frac{1}{7}\right)}{-\frac{1}{7}-1}} + 5\sqrt{\frac{-\frac{1}{7}-1}{2\left(-\frac{1}{7}\right)}}$$

$$= 6\sqrt{\frac{-\frac{2}{7}}{\frac{-8}{7}}} + 5\sqrt{\frac{\frac{-8}{7}}{\frac{-2}{7}}}$$

$$= 6\sqrt{\frac{1}{4}} + 5\sqrt{4}$$

$= 6.\frac{1}{2} + 5.2$

$= 3 + 10$

$= 13$ = ডানপক্ষ

$\therefore x = -\frac{1}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$

১০. $\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$.

সমাধান: $\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$

$\frac{x-1}{3x+2} = a^2$ ধরা হলে প্রদত্ত সমীকরণ দাঁড়ায়

$$\sqrt{a^2} + 2\sqrt{\frac{1}{a^2}} = 3 \left[\because \frac{x-1}{3x+2} = a^2 \text{ হলে } \frac{3x+2}{x-1} = \frac{1}{a^2}\right]$$

বা, $a + \frac{2}{a} = 3$

বা, $a^2 + 2 = 3a$

বা, $a^2 - 3a + 2 = 0$

বা, $a^2 - 2a - a + 2 = 0$

বা, $a(a - 2) - 1(a - 2) = 0$

বা, $(a - 1)(a - 2) = 0$

হয়, $a - 1 = 0$ অথবা, $a - 2 = 0$

$\therefore a = 1$ $\therefore a = 2$

$a = 2$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}} = 2$$

বা, $\frac{x-1}{3x+2} = 4$ [বর্গ করে]

বা, $x - 1 = 12x + 8$

বা, $11x = -9$

$\therefore x = -\frac{9}{11}$

আবার, $a = 1$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}} = 1$$

বা, $\frac{x-1}{3x+2} = 1^2$ বা, $3x + 2 = x - 1$

বা, $3x - x = -1 - 2$ $\therefore x = -\frac{3}{2}$

www.bdniyog.com

শুদ্ধি পরীক্ষা: $x = -\frac{9}{11}$

$$\text{বামপক্ষ} = \sqrt{\frac{-\frac{9}{11}-1}{3\left(-\frac{9}{11}\right)+2}} + 2\sqrt{\frac{3\left(-\frac{9}{11}\right)+2}{-\frac{9}{11}-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{-9-11}{11}}{\frac{-27+22}{11}}} + 2\sqrt{\frac{\frac{-27+22}{11}}{\frac{-9-11}{11}}}$$

$$= \sqrt{\frac{-20}{11}\times\frac{11}{-5}} + 2\sqrt{\frac{-5}{11}\times\frac{11}{-20}}$$

$$= \sqrt{4} + 2\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= 2 + 2.\frac{1}{2}$$

$$= 2 + 1$$

$$= 3$$

= ডানপক্ষ

আবার, $x = -\frac{3}{2}$ হলে,

$$\text{বামপক্ষ} = \sqrt{\frac{-\frac{3}{2}-1}{3\left(\frac{-3}{2}\right)+2}} + 2\sqrt{\frac{3\left(\frac{-3}{2}\right)+2}{-\frac{3}{2}-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{-3-2}{2}}{\frac{-9+4}{2}}} + 2\sqrt{\frac{\frac{-9+4}{2}}{\frac{-3-2}{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{-5}{2}\times\frac{2}{-5}} + 2\sqrt{\frac{-5}{2}\times\frac{2}{-5}}$$

$$= \sqrt{1} + 2\sqrt{1}$$

$$= 3$$

= ডানপক্ষ

নির্ণেয় সমাধান: $x = -\frac{9}{11}, -\frac{3}{2}$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

***** ৫.২ মূল চিহ্ন সম্বলিত সমীকরণ:** Text পৃষ্ঠা-৯৪

- মূলচিহ্ন সম্বলিত সমীকরণ সমাধান প্রক্রিয়ায় প্রাপ্ত বীজগুলোর শুদ্ধি পরীক্ষা করতে হবে।
- চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হয় ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের বীজ।
- সমীকরণের সমাধানে প্রাপ্ত যে সব বীজ সমীকরণকে সিদ্ধ করে না সেগুলো অবান্তর বীজ।

১. $\sqrt{4x^2 + 18x - 90} = 2x$ সমীকরণের মূল কয়টি? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ অসংখ্য — **খ**

ব্যাখ্যা: $4x^2 + 18x - 90 = 4x^2$ বা, $18x = 90$ [যা একঘাত সমীকরণ]

২. $\sqrt{x - 10} = 4$ সমীকরণের মূল কোনটি? (সহজ) [বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা]

ক −16 খ 16 গ 26 ঘ 36 — **গ**

৩. $\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 0$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (সহজ)

ক −1 খ 0 গ 1 ঘ 2 — **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{x-1}{2x} = 0$ বা, $x - 1 = 0$ বা, $x = 1$.

৪. $\sqrt{8y + 16} = \sqrt{10y}$ সমীকরণের মূল কোনটি? (মধ্যম)

ক 8 খ 4 গ −4 ঘ −8 — **ক**

ব্যাখ্যা: $8y + 16 = 10y$ বা, $2y = 16$ বা, $y = 8$.

৫. $\sqrt{2x + 1} = 3$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (মধ্যম) [ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ; বি. এন কলেজ, ঢাকা]

ক −4 খ −2 গ 2 ঘ 4 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $2x + 1 = 9$ বা, $x = 4$.

৬. নিচের কোনটি $\sqrt{x - 4} + 2 = \sqrt{x + 12}$ সমীকরণের একটি মূল? (মধ্যম) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক 3 খ 4 গ 12 ঘ 13 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $x = 13$ হলে, বামপক্ষ $= \sqrt{13 - 4} + 2 = \sqrt{9} + 2 = 3 + 2 = 5$; ডানপক্ষ $= \sqrt{13 + 12} = 5$

৭. নিচের কোনটি $\sqrt{8x + 9} - \sqrt{2x + 15} = \sqrt{2x - 6}$ সমীকরণের একটি মূল? (কঠিন) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক −5 খ 0 গ 5 ঘ 6 — **গ**

৮. $\sqrt{11x - 6} = 0$ সমীকরণটির সমাধান কত? (সহজ)

ক 11 খ 6 গ $\frac{6}{11}$ ঘ $-\frac{6}{11}$ — **গ**

ব্যাখ্যা: $11x = 6$ বা, $x = \frac{6}{11}$.

৯. $\sqrt{x^2 - 2} = 3$ সমীকরণের সমাধান কী? (মধ্যম)

ক $-\sqrt{11}$ খ $\sqrt{11}$ গ $\pm\sqrt{11}$ ঘ 11 — **গ**

১০. $\sqrt{x + 5} - 1 = 0$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক $x = -6$ খ $x = -5$ গ $x = -4$ ঘ $x = 0$ — **গ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{x + 5} = 1$ বা, $x + 5 = 1$ [বর্গ করে] $\therefore x = -4$

১১. $\sqrt{\frac{x}{x+16}} = 0$ সমীকরণটির সমাধান কত? (সহজ)

ক −16 খ 0 গ 16 ঘ 17 — **খ**

১২. $\sqrt{11x - 6} = \sqrt{x - 1}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 2 ঘ 10 — **খ**

ব্যাখ্যা: $11x - 6 = x - 1$ বা, $10x = 5$ বা, $x = \frac{1}{2}$.

১৩. $\sqrt{11x - 6} = -\sqrt{x - 1}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক 10 খ 5 গ 2 ঘ $\frac{1}{2}$ — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $11x - 6 = x - 1$ বা, $10x = 5$ বা, $x = \frac{1}{2}$.

১৪. $\sqrt{x + 4} = \sqrt{8x + 9}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{-5}{7}$ খ $\frac{5}{7}$ গ 5 ঘ 7 — **ক**

ব্যাখ্যা: $x + 4 = 8x + 9$ বা, $7x + 5 = 0$ বা, $x = \frac{-5}{7}$.

www.bdniyog.com

১৫. $\sqrt{x^2+1}=\sqrt{2x}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (সহজ)

ক -1 খ 1 গ 1, 1 ঘ 2, 2

ব্যাখ্যা: $x^2+1=2x$ বা, $x^2-2x+1=0$

১৬. $4\sqrt{x+5}=x+8$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক -4 খ 4 গ ±4 ঘ 16

ব্যাখ্যা: $16(x+5)=x^2+16x+64$ বা, $x^2+64=80$
বা, $x^2=16$ বা, $x=\pm4$.

১৭. $(1-x)^{\frac{1}{2}}=4$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ক -15 খ 15 গ 16 ঘ 25 ক

ব্যাখ্যা: $1-x=16$ বা, $x=-15$

১৮. $-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{-5+\sqrt{-105}}{4}$ খ $\frac{-5-\sqrt{-105}}{4}$

গ $\frac{-5\pm\sqrt{105}}{4}$ ঘ $\frac{5\pm\sqrt{105}}{4}$ গ

ব্যাখ্যা: $2x^2+5x-9=1$ বা, $2x^2+5x-10=0$

$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{25+80}}{2.2}=\frac{-5\pm\sqrt{105}}{4}$.

১৯. $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-7x+6}=0$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম) [বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]

ক -3 খ 0 গ 3 ঘ 6 ক

ব্যাখ্যা: $x^2-6x+9=x^2-7x+6$ বা, $x+3=0$ বা, $x=-3$

২০. $(1+x)^{\frac{1}{3}}=2$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম) [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা; সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; কান্দিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 7 ঘ

ব্যাখ্যা: $(1+x)^{\frac{1}{3}}=2$ বা, $1+x=2^3$, বা, $x=8-1=7$

২১. $\sqrt[3]{\frac{x-1}{3x+2}}=2$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক 23 খ 17 গ $\frac{17}{23}$ ঘ $\frac{-17}{23}$ ঘ

ব্যাখ্যা: $\frac{x-1}{3x+2}=8$ বা, $24x+16=x-1$ বা, $23x=-17$
বা, $x=\frac{-17}{23}$

২২. $(1+x)^{\frac{1}{3}}(1-x)^{\frac{1}{3}}=0$ সমীকরণটির সমাধান নিচের কোনটি? (সহজ) [এ.কে স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 0 খ ±1 গ 2 ঘ $\frac{1}{3}$ ক

২৩. $\sqrt{2x^2-9}=x$ সমীকরণের—

i. মূল 3, -3.
ii. বর্গকৃত সমীকরণের মূল 3, -3.
iii. অবান্তর মূল আছে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

ব্যাখ্যা: $x=-3$ হলে, বামপক্ষ $=\sqrt{2(-3)^2-9}=\sqrt{9}=3$
ও ডানপক্ষ $=-3$
$\therefore -3$ সমীকরণের অবান্তর মূল।

২৪. $\sqrt{x^2+4}=2\sqrt{x}$ হলে— [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

i. $x=-2$
ii. $x=2$
iii. $(x-2)^2=0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

ব্যাখ্যা: বর্গ করে, $x^2+4=4x$ বা, $x^2-4x+4=0$
বা, $(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$

২৫. $\sqrt{x+9}-\sqrt{x+6}=1$ হলে— [রাজশাহী গভ: ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

i. $(x+7)=\sqrt{(x+9)(x+6)}$
ii. $x\neq5$.
iii. $x=-6$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা: (i) বর্গ করে, $x+9-2\sqrt{x+9}\sqrt{x+6}+x+6=1$
বা, $2x+14=2\sqrt{(x+9)(x+6)}$
বা, $x+7=\sqrt{(x+9)(x+6)}$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৬-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\sqrt{2x^2+x-36}=x+2$ একটি সমীকরণ।

২৬. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত রূপ কোনটি? (মধ্যম)

ক $x^2-3x-40=0$ খ $3x^2-3x-40=0$
গ $2x^2+x-36=0$ ঘ $2x^2+x-36=0$ ক

ব্যাখ্যা: $\left(\sqrt{2x^2+x-36}\right)^2=(x+2)^2$
বা, $2x^2+x-36=x^2+4x+4$
বা, $x^2-3x-40=0$

২৭. বর্গকৃত সমীকরণের মূলগুলো কি? (মধ্যম)

ক 8, 5 খ 8, -5 গ -8, 5 ঘ -8, -5 খ

২৮. প্রদত্ত সমীকরণে $x=-5$ বসালে বামপক্ষ ও ডানপক্ষ যথাক্রমে কত? (সহজ)

ক 3, -3 খ 3, 3 গ -3, -3 ঘ 0, -3 ক

নিচের তথ্যের আলোকে (২৯-৩২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\sqrt{2x^2-3x-5}=x-1$ একটি সমীকরণ।

২৯. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত সমীকরণ? (সহজ)

ক $x^2-x-6=0$ খ $3x^2-4x+6=0$
গ $2x^2-3x-5=0$ ঘ $x^2-2x+1=0$ ক

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{2x^2-3x-5})^2=(x-1)^2$
বা, $2x^2-3x-5=x^2-2x+1$
বা, $x^2-x-6=0$

৩০. বর্গকৃত সমীকরণের মূলগুলো কোনটি? (সহজ)

ক $-2, -3$ খ $-2, 3$ গ 3, 2 ঘ 2, -3 খ

৩১. প্রদত্ত সমীকরণ কত দ্বারা সিদ্ধ হয়? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ -2 ঘ -3 ক

৩২. প্রদত্ত সমীকরণের অবান্তর মূল কোনটি? (সহজ)

ক -3 খ -2 গ 2 ঘ 3 খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৩-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\sqrt{2x+8}-2\sqrt{x+5}=-2$

৩৩. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত রূপ কোনটি? (কঠিন) [আই.ই.টি.সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক $4\sqrt{2x+8}=2x+4$ খ $4\sqrt{2x+8}=x+4$
গ $2\sqrt{2x+8}=x+4$ ঘ $2\sqrt{2x+8}=x-4$ গ

ব্যাখ্যা: $\sqrt{2x+8}-2\sqrt{x+5}=-2$
বা, $\sqrt{2x+8}+2=2\sqrt{x+5}$
বা, $2x+8+2.2\sqrt{2x+8}+2^2=4(x+5)$ [বর্গ করে]
বা, $4\sqrt{2x+8}=4x+20-2x-8-4=2x+8=2(x+4)$
বা, $4\sqrt{2x+8}=2(x+4)$
বা, $2\sqrt{2x+8}=x+4$

www.bdniyog.com

৩৪. নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের একটি মূল? (মধ্যম)
[আই.ই.টি.সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 4 **গ**

ব্যাখ্যা: $x = 4$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{2.4 + 8} - 2\sqrt{4 + 5}$
$= \sqrt{8 + 8} - 2\sqrt{9}$
$= \sqrt{16} - 2.3$
$= 4 - 6$
$= -2$
= ডানপক্ষ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৫-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$ এবং $P = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ দুইটি সমীকরণ।

৩৫. ১ম সমীকরণকে P এর সাহায্যে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম)

ক $12P^2 - 25P + 12 = 0$ খ $16P^2 - 12P + 25 = 0$
গ $25P^2 - 12P + 25 = 0$ ঘ $25P^2 - 16P + 12 = 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: $P + \frac{1}{P} = \frac{25}{12}$ $\left[\because \frac{1}{P} = \sqrt{\frac{x+16}{x}}\right]$

বা, $\frac{P^2 + 1}{P} = \frac{25}{12}$ বা, $12P^2 - 25P + 12 = 0$

৩৬. ১ম সমীকরণে x এর কয়টি মূল পাওয়া যাবে? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

৩৭. $P = 2$ হলে $x =$ কত? (সহজ)

ক 2 খ 0 গ -1 ঘ $-\frac{64}{3}$ **ঘ**

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$ একটি সমীকরণ।

◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৩৫

ক. $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে দেখাও যে, $12p^2 - 25p + 12 = 0$ ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণকে সমাধান করে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সমীকরণের সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ..... (i)

এখন, $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$

বা, $p + \frac{1}{p} = \frac{25}{12}$ ..... (ii)

$\left[\because \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \left(\sqrt{\frac{x}{x+16}}\right)^{-1} = p^{-1} = \frac{1}{p}\right]$

বা, $\frac{p^2 + 1}{p} = \frac{25}{12}$

বা, $12p^2 + 12 = 25p$

বা, $12p^2 - 25p + 12 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' থেকে পাই, $12p^2 - 25P + 12 = 0$

বা, $p = \frac{25 \pm \sqrt{(25)^2 - 4.12.12}}{2.12}$

বা, $p = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{24}$

বা, $p = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{24}$

বা, $p = \frac{25 + 7}{24}, \frac{25 - 7}{24}$

বা, $p = \frac{32}{24}, \frac{18}{24}$

বা, $p = \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$

'ক' এ প্রাপ্ত (i) নং সমীকরণে $p = \frac{4}{3}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{4}{3} = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$

বা, $\frac{16}{9} = \frac{x}{x+16}$ [বর্গ করে]

বা, $9x = 16x + 256$

বা, $9x - 16x = 256$

বা, $-7x = 256$

$x = -\frac{256}{7}$

আবার (i) নং সমীকরণে $p = \frac{3}{4}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{3}{4} = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$

বা, $\frac{9}{16} = \frac{x}{x+16}$

বা, $16x = 9x + 144$

বা, $16x - 9x = 144$

বা, $7x = 144$

$x = \frac{144}{7}$

$\therefore x = -\frac{256}{7}$ অথবা $\frac{144}{7}$ **(Ans.)**

গ শুদ্ধি পরীক্ষা: $x = \frac{-256}{7}$ হলে

$$\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{-\frac{256}{7} + 16}} = \sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{\frac{-256 + 112}{7}}}$$
$$= \sqrt{\frac{-256}{7} \times \frac{7}{-144}} = \sqrt{\frac{256}{144}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{x+16}}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}}$
$= \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{16 + 9}{12} = \frac{25}{12}$ = ডানপক্ষ

আবার, $x = \frac{144}{7}$ হলে,

$$\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{144}{7} + 16}} = \sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{256}{7}}} = \sqrt{\frac{144}{256}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{x+16}}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{9 + 16}{12} = \frac{25}{12}$
= ডানপক্ষ

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1}$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

ক. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $\sqrt{4x^2+x-5}=5-3x$ ২

খ. সমীকরণটির সম্ভাব্য মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষার মাধ্যমে সঠিক উত্তর নিশ্চিত কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1}$

বা, $(\sqrt{11x-6})^2=(\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1})^2$ [বর্গ করে]

বা, $11x-6=4x+5+x-1-2\sqrt{(4x+5)(x-1)}$

বা, $11x-6-5x-4=-2\sqrt{(4x+5)(x-1)}$

বা, $6x-10=-2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $-3x+5=\sqrt{4x^2+x-5}$ [উভয়পক্ষকে (–2) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore \sqrt{4x^2+x-5}=5-3x$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

$\sqrt{4x^2+x-5}=5-3x$

বা, $(\sqrt{4x^2+x-5})^2=(5-3x)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4x^2+x-5=25-30x+9x^2$

বা, $9x^2-4x^2-30x-x+25+5=0$

বা, $5x^2-31x+30=0$

বা, $5x^2-6x-25x+30=0$

বা, $x(5x-6)-5(5x-6)=0$

বা, $(5x-6)(x-5)=0$

হয়, $5x-6=0$ অথবা, $x-5=0$

$x=\frac{6}{5}$ $\therefore x=5$

$\therefore$ সমীকরণটির সম্ভাব্য মূলগুলো হলো: $\frac{6}{5}$, 5 **(Ans.)**

গ এখন, $x=\frac{6}{5}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{11\times\frac{6}{5}-6}$

$=\sqrt{\frac{66}{5}-6}$

$=\sqrt{\frac{66-30}{5}}$

$=\sqrt{\frac{36}{5}}$

$=\frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $=\sqrt{4.\frac{6}{5}+5}-\sqrt{\frac{6}{5}-1}$

$=\sqrt{\frac{24+25}{5}}-\sqrt{\frac{6-5}{5}}$

$=\sqrt{\frac{49}{5}}-\sqrt{\frac{1}{5}}$

$=\frac{7}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$=\frac{7-1}{\sqrt{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

আবার, $x=5$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{11.5-6}$

$=\sqrt{55-6}$

$=\sqrt{49}$

$=7$

ডানপক্ষ $=\sqrt{4.5+5}-\sqrt{5-1}$

$=\sqrt{25}-\sqrt{4}$

$=5-2$

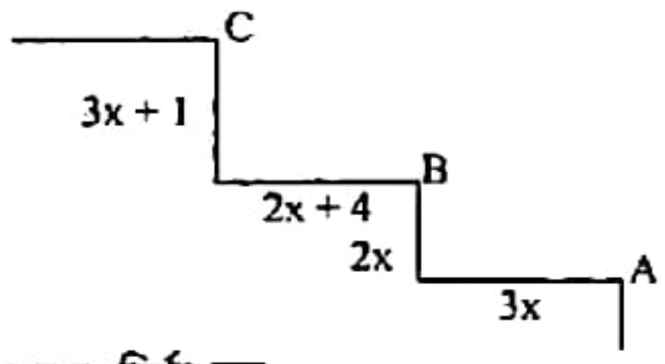
$=3$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore x=5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x=\frac{6}{5}$

প্রশ্ন ▶৩ ছবিতে একটি সিড়ি দেখানো হলো,



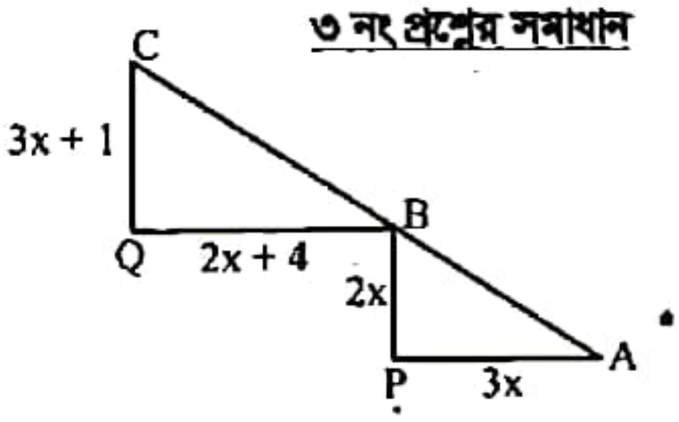
ক. AB ও BC- নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও BC-এর অনুপাত 1 : 2 হলে, x এর মান বের কর। ৪

গ. AB ও BC একই সরলরেখায় অবস্থিত এবং AC-এর দৈর্ঘ্য $\sqrt{117}$ একক হলে x নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, AP = 3x, BP = 2x

ΔABP ত্রিভুজে, $AB^2=AP^2+BP^2$

$\therefore AB=\sqrt{(3x)^2+(2x)^2}=\sqrt{9x^2+4x^2}=\sqrt{13x^2}=\sqrt{13}\,x$

আবার, BQ = 2x + 4. CQ = 3x + 1

ΔBCQ ত্রিভুজে $BC^2=BQ^2+CQ^2$

$\therefore BC=\sqrt{(2x+4)^2+(3x+1)^2}$

$=\sqrt{4x^2+16x+16+9x^2+6x+1}$

$=\sqrt{13x^2+22x+17}$

খ 'ক' হতে আমরা পাই,

$AB=\sqrt{13}x$

$BC=\sqrt{13x^2+22x+17}$

প্রশ্নমতে, AB : BC = 1 : 2

বা, $\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$

বা, $\frac{\sqrt{13}x}{\sqrt{13x^2+22x+17}}=\frac{1}{2}$

বা, $\frac{13x^2}{13x^2+22x+17}=\frac{1}{4}$ [উভয়পাশে বর্গ করে]

বা, $52x^2=13x^2+22x+17$

www.bdniyog.com

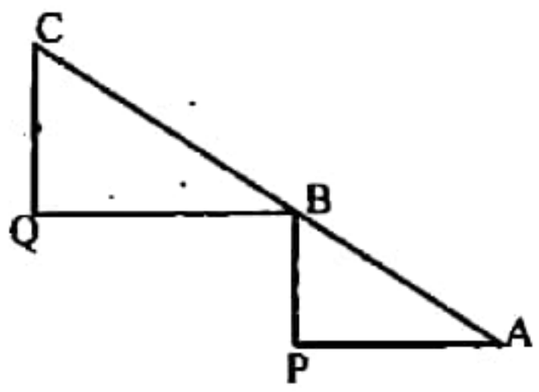
বা, $52x^2 - 13x^2 - 22x - 17 = 0$
বা, $39x^2 - 22x - 17 = 0$
বা, $39x^2 - 39x + 17x - 17 = 0$
বা, $39x(x-1) + 17(x-1) = 0$
বা, $(x-1)(39x+17) = 0$
হয়, $x - 1 = 0$ অথবা $39x + 17 = 0$
$\therefore x = 1$ $\therefore x = -\frac{17}{39}$

কিন্তু দৈর্ঘ্য কখনও ঋণাত্মক হতে পারে না

$\therefore x \neq -\frac{17}{39}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 1$

গ



$\therefore AC = AB + BC$
প্রশ্নমতে, $AC = \sqrt{117}$
বা, $AB + BC = \sqrt{117}$
বা, $\sqrt{13}x + \sqrt{13x^2 + 22x + 17} = \sqrt{117}$

$\left[\because AB = \sqrt{13}x,\ BC = \sqrt{13x^2 + 22x + 17}\right]$

বা, $\sqrt{13x^2 + 22x + 17} = (\sqrt{117} - \sqrt{13}x)$
বা, $13x^2 + 22x + 17 = 117 - 2\sqrt{117}.\sqrt{13}x + (\sqrt{13}x)^2$
[উভয়পক্ষকে বর্গ করো]
বা, $13x^2 + 22x + 17 = 117 - 2x\sqrt{1521} + 13x^2$
বা, $13x^2 + 22x + 17 - 13x^2 = 117 - 2x.39$
বা, $22x + 17 = 117 - 78x$
বা, $22x + 78x = 117 - 17$
বা, $100x = 100$
$\therefore x = 1$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 1$

প্রশ্ন ▶৪ $x^2 + 4x = p$

ক. $p = -4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $\sqrt{p-4} + \sqrt{p-10} = 6$ হলে $x =$ কত? ৪
গ. 'খ' এর সমীকরণটির জন্য প্রাপ্ত বীজের শুদ্ধি পরীক্ষা দেখাও। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x^2 + 4x = p$
বা, $x^2 + 4x = -4$
বা, $x^2 + 4x + 4 = 0$
বা, $(x+2)^2 = 0$
$\therefore x = -2, -2$
$\therefore$ নির্ণেয় মান: $-2, -2$

খ দেওয়া আছে, $\sqrt{p-4} + \sqrt{p-10} = 6$
বা, $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$ $[\because x^2 + 4x = p]$
বা, $\sqrt{x^2 + 4x - 4} = 6 - \sqrt{x^2 + 4x - 10}$
বা, $\left(\sqrt{x^2 + 4x - 4}\right)^2 = \left(6 - \sqrt{x^2 + 4x - 10}\right)^2$ [বর্গ করে]
বা, $x^2 + 4x - 4 = 36 - 12\sqrt{x^2 + 4x - 10} + x^2 + 4x - 10$
বা, $12\sqrt{x^2 + 4x - 10} = 36 + x^2 + 4x - 10 - x^2 - 4x + 4$
বা, $12\sqrt{x^2 + 4x - 10} = 30$
বা, $2\sqrt{x^2 + 4x - 10} = 5$
বা, $\left(2\sqrt{x^2 + 4x - 10}\right)^2 = (5)^2$ [বর্গ করে]
বা, $4(x^2 + 4x - 10) = 25$
বা, $4x^2 + 16x - 40 - 25 = 0$
বা, $4x^2 + 16x - 65 = 0$
বা, $4x^2 + 26x - 10x - 65 = 0$
বা, $2x(2x + 13) - 5(2x + 13) = 0$
বা, $(2x + 13)(2x - 5) = 0$
হয়, $2x + 13 = 0$ অথবা, $2x - 5 = 0$
বা, $2x = -13$ বা, $2x = 5$
$\therefore x = \frac{-13}{2}$ $\therefore x = \frac{5}{2}$
$\therefore x = \frac{-13}{2}, \frac{5}{2}$ (Ans.)

গ 'খ' হতে, $\sqrt{p-4} + \sqrt{p-10} = 6$
বা, $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$
এখন, $x = -\frac{13}{2}$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-13}{2}\right) - 4} + \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-13}{2}\right) - 10}$
$= \sqrt{\frac{169}{4} - 26 - 4} + \sqrt{\frac{169}{4} - 26 - 10}$
$= \sqrt{\frac{169}{4} - 30} + \sqrt{\frac{169}{4} - 36}$
$= \sqrt{\frac{169 - 120}{4}} + \sqrt{\frac{169 - 144}{4}}$
$= \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4}}$
$= \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2}$
$= 6$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ
$\therefore x = \frac{-13}{2}$ প্রদত্ত সমীকরণের একটি বীজ।

$x = \frac{5}{2}$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4.\left(\frac{5}{2}\right) - 4} + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4.\frac{5}{2} - 10}$
$= \sqrt{\frac{25}{4} + 10 - 4} + \sqrt{\frac{25}{4} + 10 - 10}$
$= \sqrt{\frac{25}{4} + 6} + \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{25 + 24}{4}} + \frac{5}{2}$
$= \sqrt{\frac{49}{4}} + \frac{5}{2} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ
$\therefore x = \frac{5}{2}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৫ $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

ক. $x^2-6x=y$ ধরে দেখাও যে, $\sqrt{y+6}=1$ ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটিকে উৎপাদকের গুণফল $=0$ আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. সমীকরণটি সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

বা, $\sqrt{y+9}-\sqrt{y+6}=1$ $[\because x^2-6x=y]$

বা, $\sqrt{y+9}=1+\sqrt{y+6}$

বা, $(\sqrt{y+9})^2=(1+\sqrt{y+6})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+9=1+2\cdot1\cdot\sqrt{y+6}+y+6$

বা, $2\sqrt{y+6}=2$

$\sqrt{y+6}=1$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$\sqrt{y+6}=1$

বা, $(\sqrt{y+6})^2=(1)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+6=1$

বা, $y=-5$

বা, $x^2-6x=-5$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $x^2-6x+5=0$

বা, $x^2-5x-x+5=0$

বা, $x(x-5)-1(x-5)=0$

$\therefore (x-1)(x-5)=0$

এটিই নির্ণেয় আকার।

গ 'খ' হতে পাই, $(x-1)(x-5)=0$

হয় $x-1=0$ অথবা, $x-5=0$

$\therefore x=1$ $\therefore x=5$

এখন, $x=5$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{5^2-6.5+9}-\sqrt{5^2-6.5+6}$

$=\sqrt{25-30+9}-\sqrt{25-30+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1$

$=1$

$=$ ডানপক্ষ

আবার, $x=1$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{1^2-6.1+9}-\sqrt{1^2-6.1+6}$

$=\sqrt{1-6+9}-\sqrt{1-6+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1$

$=1$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x=5, 1$

প্রশ্ন ▶ ৬ $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

ক. $\frac{2x}{x-1}=a^2$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটি লিখ। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$ ..... (i)

যেহেতু, $\frac{2x}{x-1}=a^2$

$\frac{x-1}{2x}=\frac{1}{a^2}$ [বিপরীতকরণ করে]

(i) নং হতে পাই,

$6\sqrt{a^2}+5\sqrt{\frac{1}{a^2}}=13$

$\therefore 6a+\frac{5}{a}=13$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ 'ক' হতে পাই,

$6a+\frac{5}{a}=13a$

বা, $6a^2+5=13a$

বা, $6a^2-13a+5=0$

বা, $6a^2-10a-3a+5=0$

বা, $2a(3a-5)-1(3a-5)=0$

বা, $(3a-5)(2a-1)=0$

হয়, $3a-5=0$ অথবা, $2a-1=0$

বা, $a=\frac{5}{3}$ বা, $a=\frac{1}{2}$

বা, $a^2=\frac{25}{9}$ বা, $a^2=\frac{1}{4}$

বা, $\frac{2x}{x-1}=\frac{25}{9}$ বা, $\frac{2x}{x-1}=\frac{1}{4}$

বা, $25x-25=18x$ বা, $8x=x-1$

বা, $25x-18x=25$ বা, $8x-x=-1$

বা, $7x=25$ বা, $7x=-1$

$x=\frac{25}{7}$ $x=-\frac{1}{7}$

সুতরাং, $x=\frac{25}{7}$ অথবা $-\frac{1}{7}$

গ 'খ' হতে পাই,

$x=\frac{25}{7}$ অথবা, $-\frac{1}{7}$

শুদ্ধি পরীক্ষা: $x=\frac{25}{7}$ হলে, $\frac{2x}{x-1}=\frac{2\times\frac{25}{7}}{\frac{27}{7}-1}=\frac{\frac{50}{7}}{\frac{25-7}{7}}$

$=\frac{50}{7}\times\frac{7}{18}=\frac{25}{9}$

$\because \frac{x-1}{2x}=\frac{9}{25}$

এখন, প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষ

$=6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}$

$=6\times\sqrt{\frac{25}{9}}+5\sqrt{\frac{9}{25}}$

$=6\times\frac{5}{3}+5\times\frac{3}{5}$

$=10+3=13=$ ডানপক্ষ

www.bdniyog.com

আবার, $x = -\frac{1}{7}$ হলে

$$\frac{2x}{x-1} = \frac{2\times\left(-\frac{1}{7}\right)}{-\frac{1}{7}-1}$$

$$= \frac{-\frac{2}{7}}{-\frac{8}{7}}$$

$$= -\frac{2}{7}\times\frac{7}{-8}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$\therefore \frac{x-1}{2x} = \frac{-\frac{1}{7}-1}{2\left(-\frac{1}{7}\right)} = \frac{-\frac{8}{7}}{\frac{2}{-7}} = \frac{8}{2} = 4$

এখন, প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষ

$$= 6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)} + 6\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}$$

$$= 6\sqrt{\frac{1}{4}} + 5\sqrt{4} = \frac{6}{2} + 5.2$$

$= 3 + 10 = 13 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৭ $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+11} = \sqrt{8x+9}$

ক. দেখাও যে, $\sqrt{x^2+15x+44} = 3(x-1)$ ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির সম্ভাব্য মূল নির্ণয় কর। ৪

গ. সঠিক মূল নিশ্চিত কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{-7}{8}$, 5 গ. 5

প্রশ্ন ▶ ৮ $\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}} + 2\sqrt{\frac{3x+2}{x-1}} = 3$

ক. $\frac{x-1}{3x+2} = a^2$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটিকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর:

ক. $a + \frac{2}{a} = 3$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ. $x = -\frac{3}{2}$ অথবা, $x = -\frac{9}{11}$

প্রশ্ন ▶ ৯ $\sqrt{x^2+4x-4} + \sqrt{x^2+4x-10} = 6$

ক. $x^2 + 4x = y$ হলে দেখাও যে, $2\sqrt{y-10} = 5$ ২

খ. দেখাও যে, $(2x+13)(2x-5) = 0$ ৪

গ. সমীকরণটি সমাধান করে শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

উত্তর: গ. $x = -\frac{13}{2}, \frac{5}{2}$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সিদ্ধ হয় ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের বীজ।
- সমীকরণের সমাধানে প্রাপ্ত যে সব বীজ সমীকরণকে সিদ্ধ করে না সেগুলো অবান্তর বীজ।
- শুদ্ধি পরীক্ষায় যে সব বীজ দ্বারা সমীকরণ সিদ্ধ হয় সেগুলো সমীকরণের সমাধান বা বীজ।
- বর্গমূলের ($\sqrt{}$) ভেতরে ঋণাত্মক সংখ্যা থাকলে তা অবাস্তব।
- সমীকরণটি সমাধান করলে একাধিক সমাধান আসতে পারে কিন্তু শুদ্ধি পরীক্ষার মাধ্যমে সঠিক সমাধান বের করতে হবে।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৬, ৭, ১০, ১৩, ১৬, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৪, ২৫, ২৯, ৩০, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪
★★	৩, ৪, ১২, ১৫, ১৭, ৩৫, ৩৬, ৩৭

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫
★★	২, ৪

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সূচকীয় সমীকরণ ব্যাখ্যা
২. সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

PRACTICE

১২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৪৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩০টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১০টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $3^{x+2} = 81$

সমাধান: $3^{x+2} = 81$

বা, $3^{x+2} = 3^4$

বা, $x + 2 = 4$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x = 4 - 2$

∴ $x = 2$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$

২. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

সমাধান: $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা, $\frac{5^{3x}}{5^7} = \frac{3^{3x}}{3^7}$ $\left[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}\right]$

বা, $\frac{5^{3x}}{3^{3x}} = \frac{5^7}{3^7}$

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{5}{3}\right)^7$ $\left[\because \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n\right]$

বা, $3x = 7$

∴ $x = \frac{7}{3}$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{7}{3}$

৩. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$, $(a > 0, a \neq 2)$

সমাধান: $2^{x-4} = 4a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-4}}{4} = a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6}$

বা, $2^{x-4-2} = a^{x-6}$ $\left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$

বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1$

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1$ $\left[\because \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m\right]$

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0$ [$\because p^0 = 1$]

বা, $x - 6 = 0$

∴ $x = 6$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x = 6$

৪. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$

সমাধান: $\left(\sqrt{3}\right)^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$

বা, $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+5} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x+5}$

বা, $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$

বা, $2(2x + 5) = 3(x + 5)$

বা, $4x + 10 = 3x + 15$

বা, $4x - 3x = 15 - 10$

∴ $x = 5$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

৫. $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$

সমাধান: $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$

বা, $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{4^3}\right)^{2x+7}$

বা, $\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left(4^{\frac{3}{11}}\right)^{2x+7}$ $\left[\because \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\right]$

বা, $4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $\frac{1}{5}(4x + 7) = \frac{3}{11}(2x + 7)$

বা, $11(4x + 7) = 5 \times 3(2x + 7)$

বা, $44x + 77 = 30x + 105$

www.bdniyog.com

বা, $44x - 30x = 105 - 77$

বা, $14x = 28$

বা, $x = \frac{28}{14}$

$\therefore \quad x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$

৬. $\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5} \quad (a > 0)$

সমাধান: $\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$

বা, $3^{3x-4-x-1} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$

বা, $3^{2x-5} = 1$

বা, $3^{2x-5} = 3^0 \qquad [\because a^0 = 1]$

বা, $2x - 5 = 0$

$\therefore \quad x = \frac{5}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{5}{2}$

৭. $\frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6} (a > 0, b > 0, 5b \neq a)$

সমাধান: $\frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6}$

বা, $5^{3x-5-x-1}.b^{2x-6} = a^{2x-6} \quad \left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$

বা, $\frac{5^{2x-6}.b^{2x-6}}{a^{2x-6}} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = 1 \quad \left[\because \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m\right]$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5b}{a}\right)^0$

বা, $2x - 6 = 0$

বা, $2x = 6$

বা, $x = \frac{6}{2}$

$\therefore \quad x = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 3$

৮. $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

সমাধান: $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

বা, $4^2.4^x = 2^{2x}.2 + 14$

বা, $16.4^x = (2^2)^x.2 + 14$

বা, $16.4^x = 4^x \cdot 2 + 14$

বা, $16 \cdot 4^x - 4^x \cdot 2 = 14$

বা, $4^x(16 - 2) = 14$

বা, $4^x \cdot 14 = 14$

বা, $4^x = 1$ [উভয় পক্ষকে 14 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $4^x = 4^0 \qquad [\because a^0 = 1]$

$\therefore \quad x = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 0$

৯. $5^x + 5^{2-x} = 26$

সমাধান: $5^x + 5^{2-x} = 26$

বা, $5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26 \quad \left[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}\right]$

বা, $5^x.5^x + 5^2 = 26.5^x$

বা, $(5^x)^2 + 25 = 26.5^x$

বা, $(5^x)^2 - 26.5^x + 25 = 0$

বা, $a^2 - 26a + 25 = 0 \qquad [5^x = a \text{ ধরে}]$

বা, $a^2 - 25a - a + 25 = 0$

বা, $a(a - 25) - 1(a - 25) = 0$

বা, $(a - 1)(a - 25) = 0$

হয় $a - 1 = 0$ অথবা, $a - 25 = 0$

$\therefore \quad a = 1$ $\therefore \quad a = 25$

$a = 1$ হলে, আবার, $a = 25$ হলে,

$5^x = 1$ $5^x = 25$

বা, $5^x = 5^0$ বা, $5^x = 5^2$

$\therefore \quad x = 0$ $\therefore \quad x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, 2$

১০. $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

সমাধান: $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

বা, $3.9^x - 4.3.3^{x-1} + 1 = 0$

বা, $3.(3^2)^x - 4.3^{x-1+1} + 1 = 0 \quad [\because a^m.a^n = a^{m+n}]$

বা, $3(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0 \quad [(a^m)^n = a^{mn} = a^{nm} = (a^n)^m]$

বা, $3a^2 - 4a + 1 = 0 \qquad [3^x = a \text{ ধরে}]$

বা, $3a^2 - 3a - a + 1 = 0$

বা, $3a(a - 1) - 1(a - 1) = 0$

বা, $(3a - 1)(a - 1) = 0$

হয়, $3a - 1 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

$\therefore \quad a = \frac{1}{3}$ $\therefore \quad a = 1$

$a = \frac{1}{3}$ হলে, আবার, $a = 1$ হলে,

$3^x = \frac{1}{3}$ $3^x = 1$

বা, $3^x = 3^{-1}$ বা, $3^x = 3^0$

$\therefore \quad x = -1$ $\therefore \quad x = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, -1$

১১. $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

সমাধান: $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

বা, $4.4^x + \frac{4}{4^x} = 10 \quad \left[\because a^{m+n} = a^m.a^n, a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}\right]$

বা, $4.4^x.4^x + 4 = 10.4^x$

বা, $4(4^x)^2 - 10.4^x + 4 = 0$

বা, $4a^2 - 10a + 4 = 0 \qquad [4^x = a \text{ ধরে}]$

বা, $4a^2 - 8a - 2a + 4 = 0$

বা, $4a(a - 2) - 2(a - 2) = 0$

বা, $(a - 2)(4a - 2) = 0$

হয় $a - 2 = 0$ অথবা, $4a - 2 = 0$

$\therefore \quad a = 2$ বা, $4a = 2$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

$a = 2$ হলে, $4^x = 2$

বা, $(4)^x = 4^{\frac{1}{2}} \quad [\because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2]$

$\therefore \quad x = \frac{1}{2}$

www.bdniyog.com

আবার, $a=\frac{1}{2}$ হলে, $4^x=\frac{1}{2}$

বা, $4^x=4^{\frac{1}{2}}$

বা, $4^x=4^{\frac{1}{2}}$

$\therefore \quad x=-\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x=\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$

১২. $2^{2x}-3.2^{x+2}=-32$

সমাধান: $2^{2x}-3.2^{x+2}=-32$

বা, $(2^x)^2-3.2^2.2^x=-32$ [$\because a^{mn}=(a^m)^n, a^{m+n}=a^m.a^n$]

বা, $(2^x)^2-12.2^x+32=0$

বা, $a^2-12a+32=0$ [$2^x=a$ ধরে]

বা, $a^2-8a-4a+32=0$

বা, $a(a-8)-4(a-8)=0$

বা, $(a-4)(a-8)=0$

হয় $a-4=0$ অথবা, $a-8=0$

$\therefore \quad a=4$ $\therefore \quad a=8$

$a=4$ হলে, আবার, $a=8$ হলে,

$2^x=4$ $2^x=8$

বা, $2^x=2^2$ বা, $2^x=2^3$

$\therefore \quad x=2$ $\therefore \quad x=3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x=2,3$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৫.৩ সূচক সমীকরণ | Text পৃষ্ঠা-১৭৭

- যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে সূচক সমীকরণ বলে। যেমন: $2^x=8$; x অজ্ঞাত চলক।
- $a\neq 1$ হলে $a^x=a^m$ হবে যদিও কেবল যদি $x=m$ হয়।
- সূচকীয় সমীকরণে উভয়পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়।
- সূচকের নিয়মে ভিত্তির মান শূন্য হতে পারে না।

১. যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে কী সমীকরণ বলে? (সহজ)

ক সূচক খ দ্বিঘাত গ একঘাত ঘ ত্রিঘাত — ক

২. নিচের কোনটি সূচক সমীকরণ? (সহজ)

ক $2^x=8$ খ $x^2=4$ গ $x^3=8$ ঘ $x^4=16$ — ক

৩. $a\neq 1$, $a^x=a^m$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

ক $x=m$ খ $x\neq m$ গ $x>m$ ঘ $x<m$ — ক

৪. 4096 কে $\frac{1}{2}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে, এর ঘাত কত হবে? (মধ্যম)

ক -12 খ -11 গ 11 ঘ 12 — ক

৫. $q\neq 1$ হলে, $q^x=q$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ)

ক $x=0$ খ $x=1$ গ $x=2$ ঘ $x=3$ — খ

৬. $(ab)^x=(ab)^{-2}$ সূত্রে সমীকরণটির ($a>0, b>0$ এবং $ab\neq 1$) সমাধান কত? (সহজ)

ক -2 খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 2 — ক

৭. $3^x=81$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (সহজ)

ক -4 খ 4 গ 5 ঘ 6 — খ

৮. $3^{x+4}=81$ সমীকরণে x এর মান কোনটি? (সহজ) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]; [পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 0 — ঘ

৯. $2^{x+7}=2^{2x+4}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক -3 খ 3 গ 4 ঘ 6 — খ

ব্যাখ্যা: $2x+4=x+7$ বা, $x=3$.

১০. $2^{2x}-2^{x+2}=0$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ -2 গ -4 ঘ -8 — ক

ব্যাখ্যা: $2^{2x}=2^{x+2}$ বা, $2x=x+2$ বা, $x=2$.

১১. $a^{2x-3}=1$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ)

ক 3 খ 2 গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{-3}{2}$ — গ

১২. $(2a)^{2x-3}=1$ ($a>0$ এবং $a\neq\frac{1}{2}$) হলে, x = কত? (মধ্যম)

ক $\frac{3}{2}$ খ 3 গ 6 ঘ $\frac{9}{2}$ — ক

১৩. $4^{x+2}=2^{3x+1}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

ক -3 খ 3 গ 6 ঘ 12 — খ

ব্যাখ্যা: $2^{2x+4}=2^{3x+1}$ বা, $3x+1=2x+4$ বা, $x=3$.

১৪. $2^{x+7}=4^{x+2}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $x=0$ খ $x=2$ গ $x=3$ ঘ $x=9$ — গ

ব্যাখ্যা: $2^{x+7}=4^{x+2}=(2^2)^{x+2}=2^{2x+4}$

বা, $x+7=2x+4$ বা, $7-4=2x-x$ $\therefore x=3$

১৫. $2^{x+7}=a^{2x+4}$ সমীকরণের সমাধান (যেখানে x চলক) 3 হলে, a এর মান কত? (কঠিন) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — খ

ব্যাখ্যা: $2^{1+7}=a^{2.3+4}$ বা, $2^{10}=a^{10}$ বা, $a=2$.

১৬. $3^{mx-2}=a^{ax-2}$ হলে, x.= কত? (মধ্যম) [পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

ক $-2m$ খ $2m$ গ $2m^2$ ঘ $\frac{2}{m}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2}=\left(\frac{3}{a}\right)^0$ বা, $mx-2=0$ বা, $x=\frac{2}{m}$.

১৭. $(\sqrt{3})^{x+5}=\left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক 5 খ $\frac{1}{5}$ গ -5 ঘ -10 — ক

ব্যাখ্যা: $\frac{x+5}{2}=\frac{2x+5}{3}$ বা, $4x+10=3x+15$ বা, $x=5$.

১৮. $\left(\sqrt[3]{4}\right)^y=4096$ হলে y এর মান কত? (মধ্যম)

ক 18 খ 12 গ 8 ঘ 4 — ক

ব্যাখ্যা: $\left(\sqrt[3]{4}\right)^y=\left(\sqrt[3]{4}\right)^{18}$ বা, $y=18$.

১৯. $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{64}{729}$ হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক -12 খ -6 গ 6 ঘ 12 — খ

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{64}{729}=\left(\frac{2}{3}\right)^6=\left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$ বা, $x=-6$

২০. $\left(\sqrt[3]{8}\right)^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক 4 খ 8 গ 16 ঘ 32 — গ

ব্যাখ্যা: $\left(\sqrt[3]{8}\right)^4=\{(2^3)^{\frac{1}{3}}\}^4=2^4=16$

www.bdniyog.com

২১. $\frac{16}{81} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ **হলে, x = কত?** (কঠিন) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক 6 খ 4 গ 0 ঘ -4 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{16}{81} = \frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \therefore \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \therefore x = -4$

২২. $(\sqrt{5})^{x+1} = 125$ **সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?** (মধ্যম) [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]

ক 2 খ 3 গ 5 ঘ 10 **গ**

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{5})^{x+1} = 125 = 5^3 = (\sqrt{5})^6$

$\therefore x + 1 = 6$ বা, $x = 5$

২৩. $\sqrt[11]{64} = 2^x$ **হলে, x = কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{11}{6}$ খ $\frac{6}{11}$ গ $\frac{-11}{6}$ ঘ $-\frac{6}{11}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $2^{\frac{6}{11}} = 2^x$ বা, $\frac{6}{11} = x$.

২৪. $3.3^x = 27$ **সমীকরণকে** $a^x = a^m$ **আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি?** (সহজ)

ক $3^x = 3^3$ খ $3^{x+1} = 3^2$ গ $3^{x+1} = 3^3$ ঘ $3^{x-1} = 3^3$ **গ**

ব্যাখ্যা: $3.3^x = 27$

বা, $3^{x+1} = 3^3$

২৫. $2^x . 3^x = 216$ **হলে, x = কত?** (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **গ**

ব্যাখ্যা: $2^x.3^x = 216$

বা, $(2.3)^x = 216$

বা, $6^x = 6^3$

$\therefore x = 3$

২৬. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ **সমীকরণের সমাধান কত?** (কঠিন) [প্রতিভিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক $-a$ খ a গ -6 ঘ 6 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{2^{x-4}}{2^x} = a^{x-6}$ বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$.

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1$ বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0$

বা, $x = 6$.

২৭. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ **সমীকরণের সমাধান কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{7}{3}$ খ $\frac{3}{7}$ গ $\frac{-3}{7}$ ঘ $\frac{-7}{3}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = 1$ বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$ বা, $x = \frac{7}{3}$.

২৮. $5^x + 5^{2-x} = a$ **(যেখানে x = 0) হলে, a এর মান কত?** (মধ্যম)

ক 0 খ 25 গ 26 ঘ 27 **গ**

ব্যাখ্যা: $5^0 + 5^2 = a$ বা, $1 + 25 = a$ বা, $a = 26$.

২৯. $5^{x-1} = 5.2^{x-2}$ **সমীকরণের সমাধান কোনটি?** (কঠিন)

ক $x = 0$ খ $x = 1$ গ $x = 2$ ঘ $x = 3$ **গ**

ব্যাখ্যা: $5^{x-1} = 5.2^{x-2}$ বা, $\frac{5^{x-1}}{5} = 2^{x-2}$

বা, $5^{x-1-1} = 2^{x-2}$

বা, $5^{x-2} = 2^{x-2}$

বা, $\left(\frac{5}{2}\right)^{x-2} = 1 = \left(\frac{5}{2}\right)^0$

বা, $x - 2 = 0$

$\therefore x = 2$

৩০. $3^{2x-2} - 5.3^{ax-2} - 66 = 0$ **(যেখানে x = 3) হলে, a এর মান কত?** (কঠিন)

ক -2 খ -1 গ 0 ঘ 1 **গ**

ব্যাখ্যা: $3^{6-2} - 5.3^{3a-2} = 66$ বা, $81 - 5.3^{3a-2} = 66$

বা, $5.3^{3a-2} = 15$ বা, $3^{3a-2} = 3$ বা, $3a - 2 = 1$ বা, $a = 1$.

৩১. নিচের কোনগুলো সূচকের নিয়ম অনুযায়ী সঠিক যখন

a, b ≠ 0—

i. $a^x = a^m$ হলে, $x = m$.

ii. $a^x = b^m$ হলে, $a = b$.

iii. $a^x = 1$ হলে, $x = 0$.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩২. $a^x = a^m$ **হলে—** [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল]

i. $x = 1$ এর জন্য $m = 2$ হবে।

ii. $x = m$ হবে।

iii. $a^{x-m} = 1$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৩. $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = a^2b^2$ **হলে—** [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

i. $a > 1$

ii. $b > 1$

iii. $ab = 1$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $a^{-x} . a^x + (ab)^{-x} = a^2b^2$

বা, $1 + \frac{1}{(ab)^x} = a^2b^2$ বা, $(ab)^x = \frac{1}{a^2b^2 - 1}$

৩৪. $2^{2x-3} = a$ **সমীকরণে—** [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

i. $a = 1$ হলে, $x = \frac{3}{2}$।

ii. $a = 2$ হলে, $x = 2$।

iii. $x = 0$ হলে, $a = 8$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৫. 729 **সংখ্যাটির —**

i. 3 এর সূচক 3^6 ।

ii. $\sqrt{9}$ এর সূচক $(\sqrt{9})^6$।

iii. 27 এর সূচক 27^2।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: $729 = 27 \times 27 = 9 \times 3 \times 9 \times 3 = 9 \times 9 \times 9$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৬-৩৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3^{2x+1} - 4.3^{x+1} + 9 = 0$ একটি সূচক সমীকরণ।

৩৬. $3^x = a$ **ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটি a এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কীরূপ হবে?** (কঠিন)

ক $3a^2 - 12a + 9 = 0$ খ $a^2 - 4a + 9 = 0$

গ $3a^2 - 4a + 9 = 0$ ঘ $a^3 - 4a + 9 = 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: $3^{2x+1} - 4.3^{x+1} + 9 = 0$

বা, $3.3^{2x} - 4.3.3^x + 9 = 0$ বা, $3a^2 - 12a + 9 = 0$

www.bdniyog.com

৩৭. $3^x = a$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটিতে a এর মান কত? (সহজ)

ক $-3, -9$ খ $1, 3$ গ $-\frac{1}{3}, 9$ ঘ $3, \frac{1}{9}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $3a^2 - 12a + 9 = 0$ বা, $(a-3)(3a-3) = 0$, $a = 1, 3$

৩৮. সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক $0, 1$ খ $0, -1$ গ $1, 2$ ঘ $\frac{1}{2}, 1$ **খ**

ব্যাখ্যা: $a = 1$ হলে, $3^x = 3^0$ বা, $x = 0$

$a = 3$ হলে, $3^x = 3^1$ বা, $x = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৯-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$

৩৯. সমীকরণটির $a^x = a^m$ আকারে প্রকাশিত সঠিক রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $3^{2(x+5)} = 3^{3(2x+5)}$ খ $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$

গ $3^{\frac{2x+5}{2}} = 3^{3(2x+5)}$ ঘ $3^{2(2x+5)} = 3^{\frac{x+5}{3}}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$ $\therefore 3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$

৪০. $x = 2$ হলে সমীকরণের ডানপক্ষের মান কত হবে? (মধ্যম)

ক 3 খ 9 গ 27 ঘ 81 **গ**

ব্যাখ্যা: ডানপক্ষ $= 3^{\frac{2x+5}{3}} = 3^{\frac{2.2+5}{3}} = 3^{\frac{4+5}{3}}$

$= 3^3 = 27$ [$\because x = 2$]

৪১. নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান? (সহজ)

ক $x = 0$ খ $x = 2$ গ $x = \frac{5}{2}$ ঘ $x = 5$ **গ**

ব্যাখ্যা: ৪৭ এর ব্যাখ্যা থেকে পাই,

$3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$ বা, $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$ বা, $4x + 10 = 3x + 15$

বা, $x = 15 - 10$ $\therefore x = 5$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3^{P-1} = 3a^{P-2}$ এবং $P = 3^{x+4} - 25.3^{x+1}$.

৪২. a এর কোন মানের জন্য ১ম সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হবে? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 **গ**

৪৩. $a > 0$ এবং $a \neq 3$ হলে P এর কোন মানের জন্য ১ম সমীকরণটি সিদ্ধ হবে? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ -2 ঘ -3 **খ**

ব্যাখ্যা: $3^{P-2} = a^{P-2}$ বা, $\left(\frac{a}{3}\right)^{P-2} = 1 = \left(\frac{a}{3}\right)^0$

বা, $P - 2 = 0$ বা, $P = 2$.

৪৪. x এর মান কত? (কঠিন)

ক 2 খ 1 গ -1 ঘ -2 **গ**

ব্যাখ্যা: $P = 3^{x+4} - 25.3^{x+1}$ বা, $2 = 3^x(3^4 - 25.3)$

বা, $3^x.(81 - 75) = 2$ বা, $3^x.6 = 2$ বা, $3^x = \frac{2}{6} = 3^{-1}$

$\therefore x = -1$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ 4096 ও 729 দুইটি সংখ্যা। ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৯৮

ক. ১ম সংখ্যাটিকে 2, 8 ও ২য় সংখ্যাটিকে 3 ও 9 এর সূচকে প্রকাশ কর। ২

খ. ১ম সংখ্যাকে $\frac{1}{2}, 4, 2\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$ এর সূচকে এবং ২য় সংখ্যাকে 27, $\sqrt[5]{9}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ৪

গ. $\frac{64}{729}$ কে $\frac{3}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ কর এবং $\frac{729}{4096}$ কে $\frac{4}{3}$ $\sqrt[5]{\frac{4}{3}}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সংখ্যা দুইটি 4096 এবং 729.

$\therefore 4096 = 64 \times 64 = 2^6 \times 2^6 = 2^{6+6} = 2^{12}$

$4096 = 64 \times 64 = 8^2 \times 8^2 = 8^2 \times 8^2 = 8^{2+2} = 8^4$

এবং $729 = 27 \times 27 = 3^3 \times 3^3 = 3^{3+3} = 3^6$

$729 = 81 \times 9 = 9 \times 9 \times 9 = 9^{1+1+1} = 9^3$

খ $4096 = 2^{12}$ ['ক' থেকে পাই]

$= (2^{-1})^{-12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$

$4096 = 8^4$ ['ক' থেকে পাই]

$= (2 \times 4)^4 = 2^4 \times 4^4 = 16 \times 4^4 = 4^2 \times 4^4 = 4^{2+4} = 4^6$

$4096 = 2^{12} = 2^{4\times3} = (2^4)^3 = 16^3$

$4096 = 8^4 = \left\{(2\sqrt{2})^2\right\}^4 = (2\sqrt{2})^8$

$4096 = 2^{12} = 2^{2\times6} = (2^2)^6 = 4^6 = \left\{\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^3\right\}^6 = \left(\sqrt[3]{4}\right)^{18}$

$729 = 3^6$ ['ক' থেকে পাই] $= (3^3)^2 = 27^2$

এবং $729 = 9^3$ ['ক' থেকে পাই]

$= \left\{\left(9^{\frac{1}{5}}\right)^5\right\}^3 = \left(9^{\frac{1}{5}}\right)^{15} = \left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}$

গ $\frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6}$ ['ক' থেকে পাই]

$= \frac{(2^{-1})^{-6}}{(3^{-1})^{-6}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}} = \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{1}\right)^{-6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$

আবার, $\frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$

$= \left[\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^3\right]^{-6} = \left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^{-18}$

$= \left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^{-18}$

এবং $\frac{729}{4096} = \frac{3^6}{4^6}$ ['খ' থেকে পাই]

$= \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(\frac{3^{-1}}{4^{-1}}\right)^{-6} = \left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{1}\right)^{-6} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$

আবার, $\frac{729}{4096} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$

$= \left[\left\{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}\right\}^5\right]^{-6} = \left\{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}\right\}^{-30} = \left(\sqrt[5]{\frac{4}{3}}\right)^{-30}$

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

ক. $4^x = a$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটিকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

বা, $4a + \frac{4}{a} = 10$ $[\because 4^n = a]$

বা, $\frac{4a^2 + 4}{a} = 10$

বা, $4a^2 + 4 = 10a$

বা, $4a^2 - 10a + 4 = 0$

বা, $2a^2 - 5a + 2 = 0$

$\therefore 2a^2 - 5a + 2 = 0$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ 'ক' হতে পাই, $2a^2 - 5a + 2 = 0$

বা, $2a^2 - 4a - a + 2 = 0$

বা, $2a(a-2) - 1(a-2) = 0$

বা, $(a-2)(2a-1) = 0$

হয়, $a - 2 = 0$

বা, $a = 2$

বা, $4^x = 4^{\frac{1}{2}}$ $[\because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2]$ [a এর মান বসিয়ে]

$\therefore x = \frac{1}{2}$

অথবা $2a - 1 = 0$

বা, $2a = 1$

বা, $a = \frac{1}{2}$ [উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $4^x = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}}$ [a এর মান বসিয়ে]

বা, $4^x = 4^{-\frac{1}{2}}$

$x = -\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

গ 'খ' হতে পাই,

$x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা :

যখন, $x = \frac{1}{2}$, তখন প্রদত্ত সমীকরণটির

বামপক্ষ $= 4^{1+\frac{1}{2}} + 4^{1-\frac{1}{2}}$

$= 4^{\frac{2+1}{2}} + 4^{\frac{1}{2}}$

$= 4^{\frac{3}{2}} + 4^{\frac{1}{2}}$

$= (\sqrt{4})^3 + \sqrt{4}$

$= 2^3 + 2$

$= 8 + 2$

$= 10$

= ডানপক্ষ

আবার, যখন $x = -\frac{1}{2}$, তখন প্রদত্ত সমীকরণটির

বামপক্ষ $= 4^{1-\frac{1}{2}} + 4^{1+\frac{1}{2}}$

$= 4^{-\frac{2-1}{2}} + 4^{\frac{2+1}{2}}$

$= 4^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{3}{2}}$

$= \sqrt{4} + (\sqrt{4})^3$

$= 2 + 2^3$

$= 2 + 8$

$= 10$

= ডানপক্ষ

সুতরাং, $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ এর জন্য প্রদত্ত সমীকরণের সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ▶৩ $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$ এবং $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$ $(a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1)$ দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।

ক. প্রথম সমীকরণকে $a^m = a^n$ আকারে লিখ। ২

খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মূল সমান। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

বা, $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{4^3})^{2x+7}$

বা, $\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left(4^{\frac{3}{11}}\right)^{2x+7}$

$\therefore 4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$

এটিই নির্ণেয় আকার।

খ 'ক' থেকে পাই, $4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$

$\therefore \frac{1}{5}(4x+7) = \frac{3}{11}(2x+7)$ $[\because a^m = a^n$ হলে, $m = n]$

বা, $\frac{4x+7}{5} = \frac{3(2x+7)}{11}$

বা, $11(4x+7) = 15(2x+7)$

বা, $44x + 77 = 30x + 105$

বা, $44x - 30x = 105 - 77$.

বা, $14x = 28$

বা, $x = \frac{28}{14}$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

গ দেওয়া আছে, $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$

বা, $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = 1 + \frac{1}{a^2b^2}$

বা, $a^{-x}.a^x + a^{-x}.b^{-x} = 1 + \frac{1}{(ab)^2}$

বা, $1 + (ab)^{-x} = 1 + (ab)^{-2}$ $[\because a^{-x}.a^x = a^{-x+x} = a^0 = 1]$

বা, $(ab)^{-x} = (ab)^{-2}$

$\therefore -x = -2$ $[\because a^m = a^n$ হলে, $m = n]$

অর্থাৎ, $x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

'খ' হতে পাই,

প্রথম সমীকরণটির সমাধান, $x = 2$

অর্থাৎ সমীকরণ দুইটির মূল সমান।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৪ $5^x + 5^{2-x} = 26$ এবং $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$ দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।

ক. $5^x = a$ ধরে প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি লিখ। ২

খ. 'ক' এ প্রাপ্ত সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. প্রদত্ত দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মাঝে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $5^x + 5^{2-x} = 26$

বা, $5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26$

বা, $a + \frac{25}{a} = 26$ [$\because 5 = a$]

বা, $\frac{a^2 + 25}{a} = 26$

বা, $a^2 + 25 = 26a$

$\therefore a^2 - 26a + 25 = 0$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ 'ক' হতে পাই, $a^2 - 26a + 25 = 0$

বা, $a^2 - 25a - a + 25 = 0$

বা, $a(a-25) - 1(a-25) = 0$

বা, $(a - 25)(a-1) = 0$

হয় $a - 25 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

বা, $a = 25$ বা, $a = 1$

বা, $5^x = 5^2$ বা, $5^x = 5^0$

$\therefore x = 2$ $\therefore x = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 0, 2$

গ দেওয়া আছে, $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

বা, $3.9^x - 4.3.3^{x-1} + 1 = 0$

বা, $3(3^2)^x - 4.3^{x-1+1} + 1 = 0$ [$\because a^m.a^n = a^{m+n}$]

বা, $3(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0$

বা, $3b^2 - 4b + 1 = 0$ [$3^x = b$ ধরে]

বা, $3b^2 - 3b - b + 1 = 0$

বা, $3b(b - 1) - 1(b - 1) = 0$

বা, $(b - 1)(3b - 1) = 0$

হয়, $b - 1 = 0$ অথবা, $3b - 1 = 0$

বা, $b = 1$ বা, $b = \frac{1}{3}$

বা, $3^x = 3^0$ বা, $3^x = 3^{-1}$

$\therefore x = 0$ $\therefore x = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 0, -1$

সুতরাং সমীকরণ দুইটির মধ্যে একটি সাধারণ মূল 0।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৫ আদমশুমারী করার জন্য এক ব্যক্তি গেলেন এক গণিতবিদের বাসায়। বাসায় গণিতবিদ না থাকায় লোকটি গণিতবিদের স্ত্রীর কাছে পরিবারের সকলের বয়স জানতে চাইলে তিনি বললেন, আমার স্বামীর বয়স 3^{2x-2} বছর, আমার একমাত্র কন্যার বয়স 5.3^{x-2} বছর এবং তাদের বয়স বিয়োগ করলে আপনি আমার বয়স পাবেন। এইটুকু তথ্য নিয়ে লোকটি ফিরে গেলেন এবং ফেরার পথে গণিতবিদের দেখা পেলেন। গণিতবিদের কাছে তার স্ত্রীর বয়স জানতে চাইলে তিনি বললেন, আমার স্ত্রীর বয়স 66 বছর।

ক. সমস্যাটিকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণটি সমাধান করে গণিতবিদের বয়স নির্ণয় কর। ৪

গ. লোকটি x-এর মান নির্ণয় করতে গিয়ে ভুল করলেন এবং তার হিসেবে গণিতবিদের বয়স বের হল 729 বছর। তিনি কন্যার বয়স কত নির্ণয় করেছিলেন? ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, প্রশ্নমতে, গণিতবিদের বয়স = 3^{2x-2} বছর

কন্যার বয়স = 5.3^{x-2} বছর

স্ত্রীর বয়স = 66 বছর

আবার, স্ত্রীর বয়স = $3^{2x-2} - 5.3^{x-2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} = 66$

খ এখানে, গণিতবিদের বয়স = 3^{2x-2} বছর

প্রশ্নমতে, $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} = 66$

বা, $3^{2x} \cdot \frac{1}{3^2} - 5.3^x \cdot \frac{1}{3^2} = 66$

বা, $\frac{3^{2x}}{9} - \frac{5.3^x}{9} = 66$

বা, $3^{2x} - 5.3^x = 594$ [উভয়পক্ষে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $3^{2x} - 5.3^x - 594 = 0$

বা, $(3^x)^2 - 5.3^x - 594 = 0$

বা, $a^2 - 5a - 594 = 0$ [$3^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 27a + 22a - 594 = 0$

বা, $(a - 27)(a + 22) = 0$

এখন, $a + 22 \neq 0$

বা, $a \neq -22$ কেননা $a = 3^x > 0$

$\therefore a - 27 = 0$

বা, $a = 27$

বা, $3^x = 27$

বা, $3^x = 3^3$

বা, $x = 3$

$\therefore$ গণিতবিদের বয়স = $3^{2x-2} = 3^{2.3-2}$ [$x = 3$ বসিয়ে]

$= 3^{6-2} = 3^4$

$= 81$ বছর

$\therefore$ গণিতবিদের বয়স 81 বছর।

খ এখানে, গণিতবিদের বয়স = 3^{2x-2} বছর

বয়স বের করতে ভুল করায় গণিতবিদের বয়স পাওয়া গেল 729 বছর।

প্রশ্নমতে, $3^{2x-2} = 729$

বা, $3^{2(x-1)} = 729$

বা, $(3^{x-1})^2 = 729$

বা, $3^{x-1} = 27$ [উভয়পাশে বর্গমূল করে পাই]

বা, $3^{x-1} = (3)^3$

$\therefore x - 1 = 3$

বা, $x = 3 + 1$

বা, $x = 4$

$\therefore$ কন্যার বয়স = $5.3^{x-2} = 5.3^{4-2} = 5.3^2 = 5.9 = 45$ বছর

$\therefore$ লোকটি কন্যার বয়স 45 বছর নির্ণয় করেছিলেন।

প্রশ্ন ▶ ৬ $p = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

ক. $x = 3$ হলে $p =$ কত? ২

খ. $5^{x+1}.a^{2x-6} = p$ হলে, সমীকরণটি x এর জন্য সমাধান কর। ৪

গ. $5^{x-2}.a^{2x-7}.b = p$ হলে, সমীকরণটি x এর জন্য সমাধান কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

$= 5^{3.3-5}.b^{2.3-6}$ [$x = 3$ বসিয়ে]

$= 5^{9-4}.b^{6-6} = 5^5.b^0$

$= 625.1 = 625$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $5^{x+1}.a^{2x-6} = p = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

বা, $5^{x+1}.a^{2x-6} = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

বা, $\frac{5^{x+1}}{5^{3x-5}} = \frac{b^{2x-6}}{a^{2x-6}}$

বা, $\frac{5^{3x-5}}{5^{x+1}} = \frac{a^{2x-6}}{b^{2x-6}}$ [ব্যস্তকরণ করে]

www.bdniyog.com

বা, $5^{3x-5-x-1} = \frac{a^{2x-6}}{b^{2x-6}}$

বা, $\frac{5^{2x-6}.b^{2x-6}}{a^{2x-6}} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5b}{a}\right)^0$

$\therefore$ $2x - 6 = 0$

বা, $2x = 6$ $\therefore$ $x = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 3$

গ $5^{3x-5}.b^{2x-6} = p = 5^{x-2}.a^{2x-7}.b$

বা, $5^{3x-5}.b^{2x-6} = 5^{x-2}.a^{2x-7}.b$

বা, $\frac{5^{3x-5}}{5^{x-2}.a^{2x-7}} = \frac{b}{b^{2x-6}}$

বা, $\frac{5^{3x-5-x-2}}{a^{2x-7}} = b^{1-2x+6}$

বা, $\frac{5^{2x-7}}{a^{2x-7}} = b^{-(2x-7)}$

বা, $\left(\frac{5}{a}\right)^{2x-7} = \frac{1}{b^{2x-7}}$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-7} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-7} = \left(\frac{5b}{a}\right)^0$

$\therefore$ $2x - 7 = 0$

বা, $2x = 7$

$\therefore$ $x = \frac{7}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{7}{2}$

$\therefore$ নিশ্চায়ক $= 4 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৭ $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ এবং $a^{2x} - (a^3 + a)a^{x-1} + a^2 = 0$; $(a > 0, a \neq 1)$ দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।

ক. $2^{2x} = a$ ধরে প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি লিখ। ২

খ. প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪

উত্তর: ক. $16a = 2a + 14$; **খ.** $x = 0$; **গ.** $x = 0, 2$

সমীকরণ দুইটির মধ্যে একটি সাধারণ মূল 0।

প্রশ্ন ▶ ৮ $2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32$ এবং $3^{2x-2} - 5.3^{x-1} = 66$ দুইটি সূচক সমীকরণ।

ক. $2^x = a$ ধরে প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি লিখ। ২

খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণ দুইটির মধ্যে সাধারণ মূল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $a^2 - 12a + 32 = 0$; **খ.** $x = 2, 3$; **গ.** $x = 3$; সাধারণ মূল 3.

প্রশ্ন ▶ ৯ $2x - 5 = p$

ক. $a^p = 1$ হলে x এর মান কত? ২

খ. $\frac{3^p.a^{2x-5}}{3^{x+5}} = a^p$ $(a > 0)$ হলে x এর মান কত? ৪

গ. $\frac{3^{p+x}.b^{p-1}}{3^{x+1}} = a^{p-1}$ $(a > 0, b > 0, 5b \neq a)$ হলে সমাধান কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{5}{2}$; **খ.** 10; **গ.** 3

প্রশ্ন ▶ ১০ (i) $a^{2x} - (a^3 + a)a^{x-1} + a^2 = 0$ $[a > 0, a \neq 1]$

(ii) $5^x + 5^{2-x} = 26$

ক. $a^x = p$ হলে (i) নং সমীকরণটি গঠন কর। ২

খ. (i) নং সমীকরণকে x এর মাধ্যমে সমাধান কর। ৪

গ. (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে দেখাও যে, (i) নং সমীকরণের। ৪

উত্তর: ক. $p^2 - p(a^2 + 1) + a^2 = 0$; **খ.** $x = 0, 2$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদিও কেবল যদি $x = m$ হয়।
- সূচকের নিয়মে ভিত্তির মান শূন্য হতে পারে না।
- $\frac{a}{b}$ এর ক্ষেত্রে $b \neq 0$ হবে।
- সূচকীয় রাশিকে সুবিধামতো ধরে নিয়ে সরল রাশিতে পরিণত করলে খুব সহজে সমাধান বের করা সম্ভব।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোন অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৪, ৮, ৯, ১১, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৯, ২১, ২২, ২৫, ২৬, ২৭, ২৯, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৪২, ৪৩, ৪৪
★★	২, ৫, ৭, ১০, ১২, ১৮, ২০, ২৮, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫
★★	৩

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৪

অনুশীলনটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দুই চলকের এক ঘাত ও দ্বিঘাত সমীকরণ জোট সমাধান
২. দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট সমাধান

১২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৩০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৪টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক.
৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৩টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $(2x+3)(y-1)=14,\ (x-3)(y-2)=-1$

সমাধান: $(2x+3)(y-1)=14$ ..... (i)

$(x-3)(y-2)=-1$ ..... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$$y-1=\frac{14}{2x+3}$$

বা, $y=\frac{14}{2x+3}+1$ ..... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণে $y=\frac{14}{2x+3}+1$ বসিয়ে পাই,

$$(x-3)\left(\frac{14}{2x+3}+1-2\right)=-1$$

বা, $(x-3)\left(\frac{14}{2x+3}-1\right)=-1$

বা, $(x-3)\left(\frac{14-2x-3}{2x+3}\right)=-1$

বা, $\frac{(x-3)(11-2x)}{2x+3}=-1$

বা, $(x-3)(11-2x)=-(2x+3)$

বা, $11x-2x^2-33+6x=-2x-3$

বা, $-2x^2+17x-33+2x+3=0$

বা, $-2x^2+19x-30=0$

বা, $2x^2-19x+30=0$

বা, $2x^2-15x-4x+30=0$

বা, $x(2x-15)-2(2x-15)=0$

বা, $(2x-15)(x-2)=0$

হয়, $2x-15=0$ অথবা, $x-2=0$

$\therefore\ x=\frac{15}{2}$ $\therefore\ x=2$

এখন, (iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x=\frac{15}{2}$ তখন $y=\frac{14}{2\times\frac{15}{2}+3}+1=\frac{14}{18}+1$

$=\frac{14+18}{18}=\frac{32}{18}=\frac{16}{9}$

আবার, যখন $x=2$ তখন $y=\frac{14}{2\times2+3}+1=\frac{14}{7}+1=2+1=3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=\left(\frac{15}{2},\frac{16}{9}\right),(2,3)$

২. $(x-2)(y-1)=3,\ (x+2)(2y-5)=15$

সমাধান: $(x-2)(y-1)=3$ .....(i)

$(x+2)(2y-5)=15$ .....(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$x-2=\frac{3}{y-1}$$

বা, $x=\frac{3}{y-1}+2$ ..... (iii)

(ii) নং সমীকরণে $x=\frac{3}{y-1}+2$ বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{3}{y-1}+2+2\right)(2y-5)=15$$

বা, $\left(\frac{3}{y-1}+4\right)(2y-5)=15$

বা, $\left(\frac{3+4y-4}{y-1}\right)(2y-5)=15$

বা, $(4y-1)(2y-5)=15(y-1)$

বা, $8y^2-20y-2y+5=15y-15$

বা, $8y^2-20y-2y+5-15y+15=0$

বা, $8y^2-37y+20=0$

বা, $8y^2-5y-32y+20=0$

বা, $y(8y-5)-4(8y-5)=0$

বা, $(8y-5)(y-4)=0$

হয়, $8y-5=0$ অথবা, $y-4=0$

$\therefore\ y=\frac{5}{8}$ $\therefore\ y=4$

এখন, (iii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$y=\frac{5}{8}$ হলে, $x=\frac{3}{\frac{5}{8}-1}+2=\frac{3}{-\frac{3}{8}}+2=-8+2=-6$

আবার, $y=4$ হলে, $x=\frac{3}{4-1}+2=\frac{3}{3}+2=3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=(3,4),\left(-6,\frac{5}{8}\right)$

www.bdniyog.com

৩. $x^2 = 7x + 6y$, $y^2 = 7y + 6x$

সমাধান: $x^2 = 7x + 6y$.....(i)

$y^2 = 7y + 6x$.....(ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = x - y$

বা, $(x - y)(x + y) - (x - y) = 0$

বা, $(x - y)(x + y - 1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

$\therefore x = y$.....(iii) $\therefore x = 1 - y$.....(iv)

(i) নং সমীকরণে $x = y$ বসিয়ে পাই,

$y^2 = 7y + 6y$

বা, $y^2 = 13y$

বা, $y^2 - 13y = 0$

বা, $y(y - 13) = 0$

হয়, $y = 0$ অথবা, $y - 13 = 0$

$\therefore y = 0$ $\therefore y = 13$

(iii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $y = 0$ তখন $x = 0$

যখন $y = 13$ তখন $x = 13$

আবার (i) নং সমীকরণে $x = 1 - y$ বসিয়ে পাই,

$(1 - y)^2 = 7(1 - y) + 6y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 7 - 7y + 6y$

বা, $1 - 2y + y^2 - 7 + 7y - 6y = 0$

বা, $y^2 - y - 6 = 0$

বা, $y^2 - 3y + 2y - 6 = 0$

বা, $y(y - 3) + 2(y - 3) = 0$

বা, $(y - 3)(y + 2) = 0$

হয়, $y - 3 = 0$ অথবা, $y + 2 = 0$

$\therefore y = 3$ $\therefore y = -2$

(iv) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$y = 3$ হলে, $x = 1 - 3 = -2$

$y = -2$ হলে, $x = 1 + 2 = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (0, 0), (13, 13), (3, -2), (-2, 3)$

৪. $x^2 = 3x + 2y$, $y^2 = 3y + 2x$

সমাধান: $x^2 = 3x + 2y$ .....(i)

$y^2 = 3y + 2x$ .....(ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = x - y$

বা, $(x - y)(x + y) - 1(x - y) = 0$

বা, $(x - y)(x + y - 1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

$\therefore x = y$ ..... (iii) এবং $x = 1 - y$ ..... (iv)

(i) নং এ $x = y$ বসিয়ে পাই,

$y^2 = 3y + 2y$

বা, $y^2 - 5y = 0$

বা, $y(y - 5) = 0$

হয়, $y = 0$ অথবা, $y - 5 = 0$

$\therefore y = 0$ $\therefore y = 5$

(iii) নং থেকে পাই,

$y = 0$ হলে, $x = 0$

$y = 5$ হলে, $x = 5$

আবার, (i) নং এ $x = 1 - y$ বসিয়ে পাই,

$(1 - y)^2 = 3(1 - y) + 2y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 3 - 3y + 2y$

বা, $1 - 2y + y^2 - 3 + 3y - 2y = 0$

বা, $y^2 - y - 2 = 0$

বা, $y^2 - 2y + y - 2 = 0$

বা, $y(y - 2) + 1(y - 2) = 0$

বা, $(y - 2)(y + 1) = 0$

হয়, $y - 2 = 0$ অথবা, $y + 1 = 0$

$\therefore y = 2$ $\therefore y = -1$

(iv) নং থেকে $y = 2$ হলে, $x = 1 - 2 = -1$

$y = -1$ হলে, $x = 1 + 1 = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (0, 0), (5, 5), (-1, 2), (2, -1)$

৫. $x + \frac{4}{y} = 1$, $y + \frac{4}{x} = 25$

সমাধান: $x + \frac{4}{y} = 1$.....(i)

$y + \frac{4}{x} = 25$.....(ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই, $xy + 4 = y$.....(iii) [y দ্বারা গুণ করে]

(ii) নং থেকে পাই, $xy + 4 = 25x$.....(iv) [x দ্বারা গুণ করে]

(iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$0 = y - 25x$

$y = 25x$ .....(v)

(i) নং এ $y = 25x$ বসিয়ে পাই,

$$x + \frac{4}{25x} = 1$$

বা, $25x^2 + 4 = 25x$

বা, $25x^2 - 25x + 4 = 0$

বা, $25x^2 - 20x - 5x + 4 = 0$

বা, $5x(5x - 4) - 1(5x - 4) = 0$

বা, $(5x - 4)(5x - 1) = 0$

হয়, $5x - 4 = 0$ অথবা, $5x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{4}{5}$ $\therefore x = \frac{1}{5}$

x এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন $x = \frac{4}{5}$ তখন $y = 25 \cdot \frac{4}{5} = 20$

যখন $x = \frac{1}{5}$ তখন $y = 25 \cdot \frac{1}{5} = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{4}{5}, 20\right), \left(\frac{1}{5}, 5\right)$

বিকল্প সমাধান:

$x + \frac{4}{y} = 1$.....(i)

$y + \frac{4}{x} = 25$.....(ii)

(i) নং থেকে পাই, $x = 1 - \frac{4}{y}$ .....(iii)

(ii) নং এ $x = 1 - \frac{4}{y}$ বসিয়ে পাই,

$$y + \frac{4}{1 - \frac{4}{y}} = 25$$

বা, $y + \frac{4y}{y - 4} = 25$

www.bdniyog.com

বা, $\frac{y(y-4)+4y}{y-4}=25$

বা, $y(y-4)+4y=25(y-4)$

বা, $y^2-4y+4y-25y+100=0$

বা, $y^2-25y+100=0$

বা, $y^2-20y-5y+100=0$

বা, $y(y-20)-5(y-20)=0$

বা, $(y-20)(y-5)=0$

হয়, $y-20=0$ অথবা, $y-5=0$

$\therefore\ y=20$ $\therefore\ y=5$

y-এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন $y=20$ তখন $x=1-\frac{4}{20}=\frac{4}{5}$

যখন $y=5$ তখন $x=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=\left(\frac{4}{5},20\right),\left(\frac{1}{5},5\right)$

৬. $y+3=\frac{4}{x},\ x-4=\frac{5}{3y}$

সমাধান: $y+3=\frac{4}{x}$ .....(i)

$x-4=\frac{5}{3y}$ .....(ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই,

$y=\frac{4}{x}-3$.....(iii)

(ii) নং এ $y=\frac{4}{x}-3$ বসিয়ে পাই,

$x-4=\frac{5}{3\left(\frac{4}{x}-3\right)}$

বা, $x-4=\frac{5}{3\left(\frac{4-3x}{x}\right)}$

বা, $x-4=\frac{5x}{12-9x}$

বা, $(x-4)(12-9x)=5x$

বা, $12x-9x^2-48+36x=5x$

বা, $-9x^2+48x-48-5x=0$

বা, $9x^2-43x+48=0$

বা, $9x^2-27x-16x+48=0$

বা, $9x(x-3)-16(x-3)=0$

বা, $(9x-16)(x-3)=0$

হয়, $9x-16=0$ অথবা, $x-3=0$

$\therefore\ x=\frac{16}{9}$ $\therefore\ x=3$

আবার, (iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x=\frac{16}{9}$ তখন $y=\frac{4}{\frac{16}{9}}-3=\frac{4\times9}{16}-3=\frac{9}{4}-3=-\frac{3}{4}$

যখন $x=3$ তখন $y=\frac{4}{3}-3=-\frac{5}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=\left(\frac{16}{9},-\frac{3}{4}\right),\left(3,-\frac{5}{3}\right)$

৭. $xy-x^2=1,\ y^2-xy=2$

সমাধান: $xy-x^2=1$ ..... (i)

$y^2-xy=2$ ..... (ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই, $x(y-x)=1$ .....(iii)

(ii) নং থেকে পাই, $y(y-x)=2$ ..... (iv)

(iii) নং কে (iv) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{x(y-x)}{y(y-x)}=\frac{1}{2}$

বা, $2x(y-x)=y(y-x)$

বা, $2x(y-x)-y(y-x)=0$

বা, $(2x-y)(y-x)=0$

হয়, $2x-y=0$ অথবা, $y-x=0$

$\therefore\ y=2x$ ..... (v) $\therefore\ y=x$ ..... (vi)

(i) নং এ $y=2x$ বসিয়ে পাই,

$x\cdot2x-x^2=1$

বা, $2x^2-x^2=1$

বা, $x^2=1$

$\therefore\ x=\pm1$

$x=\pm1$ হলে, $y=2(\pm1)=\pm2$

আবার, (vi) থেকে y এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$x\cdot x-x^2=1$

বা, $x^2-x^2=1$

বা, $0=1$ যা অসম্ভব।

$\therefore$ এক্ষেত্রে কোনো সমাধান নাই।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=(1,2),(-1,-2)$

৮. $x^2-xy=14,\ y^2+xy=60$

সমাধান: $x^2-xy=14$.....(i)

$y^2+xy=60$ .....(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$xy=x^2-14$

বা, $y=\frac{x^2-14}{x}$

বা, $y=x-\frac{14}{x}$ .....(iii)

(ii) নং সমীকরণে $y=x-\frac{14}{x}$ বসিয়ে পাই,

$\left(x-\frac{14}{x}\right)^2+x\left(x-\frac{14}{x}\right)=60$

বা, $x^2-2\cdot x\cdot\frac{14}{x}+\left(\frac{14}{x}\right)^2+x^2-14=60$

বা, $2x^2-28+\frac{196}{x^2}-14=60$

বা, $2x^2-28+\frac{196}{x^2}-14-60=0$

বা, $2x^2-102+\frac{196}{x^2}=0$

বা, $\frac{2x^4-102x^2+196}{x^2}=0$

বা, $2x^4-102x^2+196=0$

বা, $x^4-51x^2+98=0$

বা, $x^4-49x^2-2x^2+98=0$

বা, $x^2(x^2-49)-2(x^2-49)=0$

বা, $(x^2-49)(x^2-2)=0$

www.bdniyog.com

হয়, $x^2-49=0$ অথবা, $x^2-2=0$
বা, $x^2=49$ বা, $x^2=2$
$\therefore x=\pm 7$ $\therefore x=\pm\sqrt{2}$

আবার, (iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x=7$ তখন $y=7-\frac{14}{7}=7-2=5$

যখন $x=-7$ তখন $y=-7+\frac{14}{7}=-7+2=-5$

যখন $x=\sqrt{2}$ তখন $y=\sqrt{2}-\frac{14}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{2}-\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\frac{14\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}-7\sqrt{2}=-6\sqrt{2}$

যখন $x=-\sqrt{2}$ তখন $y=-\sqrt{2}-\frac{14}{-\sqrt{2}}$

$=-\sqrt{2}+\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=-\sqrt{2}+\frac{14\sqrt{2}}{2}$

$=-\sqrt{2}+7\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান:

$(x, y)=(7,5),(-7,-5),(\sqrt{2},-6\sqrt{2})\ (\sqrt{2},6\sqrt{2})$

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

৯. $x^2+y^2=25,\ xy=12$

সমাধান: $x^2+y^2=25$ ..... (i)
$xy=12$ ..... (ii)

এখন, (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং এর সাথে যোগ করে পাই,

$x^2+y^2=25$
$2xy=24$
$x^2+y^2+2xy=49$

বা, $(x+y)^2=49$

$\therefore x+y=\pm 7$ .....(iii)

আবার, (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$x^2+y^2=25$
$2xy=24$
$-\quad -$
$x^2+y^2-2xy=1$

বা, $(x-y)^2=1$

$\therefore x-y=\pm 1$ .....(iv)

(iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$x+y=7$
$x-y=1$ } .....(v)

$x+y=7$
$x-y=-1$ } .....(vi)

$x+y=-7$
$x-y=1$ } .....(vii)

$x+y=-7$
$x-y=-1$ } .....(viii)

উপরের সমীকরণ জোটগুলো যোগ ও বিয়োগ করে পাই,

(v) নং থেকে $x=4, y=3$
(vi) নং থেকে $x=3, y=4$
(vii) নং থেকে $x=-3, y=-4$
(viii) নং থেকে $x=-4, y=-3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান:
$(x, y)=(4,3),(3,4),(-3,-4),(-4,-3)$

বিকল্প সমাধান:

$x^2+y^2=25$ .....(i)
$xy=12$ .....(ii)

এখন, (ii) নং থেকে পাই, $y=\frac{12}{x}$ .....(iii)

(i) নং হতে, $x^2+\left(\frac{12}{x}\right)^2=25$

বা, $x^2+\frac{144}{x^2}=25$

বা, $\frac{x^4+144}{x^2}=25$

বা, $x^4+144=25x^2$
বা, $x^4-25x^2+144=0$
বা, $x^4-16x^2-9x^2+144=0$
বা, $x^2(x^2-16)-9(x^2-16)=0$
বা, $(x^2-16)(x^2-9)=0$

হয়, $x^2-16=0$ অথবা, $x^2-9=0$
বা, $x^2=16$ বা, $x^2=9$
$\therefore x=\pm 4$ $\therefore x=\pm 3$

যখন $x=4$ তখন $y=\frac{12}{4}=3$ [(iii) থেকে]

যখন $x=-4$ তখন $y=\frac{12}{-4}=-3$

যখন $x=3$ তখন $y=\frac{12}{3}=4$

যখন $x=-3$ তখন $y=\frac{12}{-3}=-4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y)=(4,3),(-4,-3),(3,4),(-3,-4)$

১০. $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=\frac{10}{3},\ x^2-y^2=3$

সমাধান: $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=\frac{10}{3}$ ..... (i)
$x^2-y^2=3$ ..... (ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই,

$\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2}=\frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2+y^2)}{3}=\frac{10}{3}$ [(ii) নং থেকে $x^2-y^2=3$ বসিয়ে]

বা, $x^2+y^2=\frac{3\times 10}{3\times 2}$

$\therefore x^2+y^2=5$ .....(iii)

(ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$2x^2=8$
বা, $x^2=4$
$\therefore x=\pm 2$

আবার (iii) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2y^2=2$
বা, $y^2=1$
$\therefore y=\pm 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y)=(2,1),(2,-1),(-2,1),(-2,-1)$

১১. $x^2+xy+y^2=3,\ x^2-xy+y^2=7$

সমাধান: $x^2+xy+y^2=3$ ..... (i)
$x^2-xy+y^2=7$ ..... (ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

www.bdniyog.com

$2xy = -4$

বা, $xy = -2$

$y = -\frac{2}{x}$ .....(iii)

(i) নং এ $y = -\frac{2}{x}$ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + x\left(-\frac{2}{x}\right) + \left(-\frac{2}{x}\right)^2 = 3$$

বা, $x^2 - 2 + \frac{4}{x^2} = 3$

বা, $x^2 - 5 + \frac{4}{x^2} = 0$

বা, $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2} = 0$

বা, $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

বা, $x^4 - 4x^2 - x^2 + 4 = 0$

বা, $x^2(x^2 - 4) - 1(x^2 - 4) = 0$

বা, $(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$

হয়, $x^2 - 4 = 0$ অথবা, $x^2 - 10$

বা, $x^2 = 4$ বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 2$ $\therefore x = \pm 1$

আবার, (iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $y = -\frac{2}{2} = -1$

যখন $x = -2$ তখন $y = -\frac{2}{-2} = 1$

যখন $x = 1$ তখন $y = -\frac{2}{1} = -2$

যখন $x = -1$ তখন $y = -\frac{2}{-1} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, -1), (-2, 1), (1, -2), (-1, 2)$

১২. $2x^2 + 3xy + y^2 = 20$, $5x^2 + 4y^2 = 41$

সমাধান: $2x^2 + 3xy + y^2 = 20$.....(i)

$5x^2 + 4y^2 = 41$.....(ii)

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$$

বা, $82x^2 + 123xy + 41y^2 = 100x^2 + 80y^2$

বা, $82x^2 + 123xy + 41y^2 - 100x^2 - 80y^2 = 0$

বা, $-18x^2 + 123xy - 39y^2 = 0$

বা, $18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 39xy - 2xy + 13y^2 = 0$

বা, $3x(2x - 13y) - y(2x - 13y) = 0$

বা, $(2x - 13y)(3x - y) = 0$

হয়, $2x - 13y = 0$ অথবা, $3x - y = 0$

$\therefore y = \frac{2x}{13}$ .....(iii) $\therefore y = 3x$ .....(iv)

(i) নং এ $y = \frac{2x}{13}$ বসিয়ে পাই,

$$2x^2 + 3x \cdot \frac{2x}{13} + \left(\frac{2x}{13}\right)^2 = 20$$

বা, $2x^2 + \frac{6x^2}{13} + \frac{4x^2}{169} = 20$

বা, $\frac{338x^2 + 78x^2 + 4x^2}{169} = 169 \times 20$

বা, $338x^2 + 78x^2 + 4x^2 = 169 \times 20$

বা, $420x^2 = 169 \times 20$

বা, $x^2 = \frac{169 \times 20}{420}$

বা, $x^2 = \frac{169}{21}$

$\therefore x = \pm\sqrt{\frac{169}{21}} = \pm\frac{13}{\sqrt{21}} = \pm\frac{13\sqrt{21}}{21} = \pm\frac{13}{\sqrt{21}}$

(iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = \frac{13}{\sqrt{21}}$ তখন $y = \frac{2}{13} \cdot \frac{13}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$

যখন $x = -\frac{13}{\sqrt{21}}$ তখন $y = \frac{2}{13} \cdot \frac{-13}{\sqrt{21}} = -\frac{2}{\sqrt{21}}$

আবার (i) নং এ $y = 3x$ বসিয়ে পাই,

$2x^2 + 3x \cdot 3x + (3x)^2 = 20$

বা, $2x^2 + 9x^2 + 9x^2 = 20$

বা, $20x^2 = 20$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$

(iv) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 1$ তখন $y = 3.1 = 3$

যখন $x = -1$ তখন $y = 3(-1) = -3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান:

$(x, y) = \left(\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}}\right), \left(\frac{-13}{\sqrt{21}}, \frac{-2}{\sqrt{21}}\right), (1, 3), (-1, -3)$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫.৪ দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট [Text পৃষ্ঠা-১৮১]

- দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি একঘাত বা দ্বিঘাত সমীকরণ জোট অপনয়ন, প্রতিস্থাপন বা আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করা যায়।
- দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে অজ্ঞাত রাশিসমূহের (x ও y) 2 জোড়া মান থাকে।

১. নিচের কোনটি দুই চলকবিশিষ্ট একঘাত সমীকরণ জোট? (সহজ)

ক $x^2 + y^2 = 25, xy = 12$ খ $x + y = 12, 3x + 2y = 4$

গ $\frac{x^2 - xy + y^2}{x + y} = 7$ ঘ $xy - x^2 = 1, y^2 - xy = 2$

উত্তর: খ

২. নিচের কোনটি দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট? (সহজ)

নরসিংদী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নরসিংদী; ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর

ক $x^2 + y^2 = 61, xy = -30$

খ $x + y = 2, 2x + 3y = 4$

গ $ax + by + c = 0, a_1x + b_1y + c_1 = 0$

ঘ $2x + 3y = 4x - 6y$

উত্তর: ক

৩. $x + \frac{4}{y} = 1, y + \frac{4}{x} = 25$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

ক $x = 25y$ খ $y = 25x$

গ $x = y$ ঘ $x = 2y$

উত্তর: খ

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: ১ম সমীকরণ হতে পাই, $xy + 4 = y$ ..... (i)
২য় সমীকরণ হতে পাই, $xy + 4 = 25x$ ..... (ii)
(i) ও (ii) হতে পাই, $y = 25x$

৪. $xy - x^2 = 0, y^2 - xy = 2$ হলে, $y^2 - x^2$ এর মান কত? (সহজ)
ক -2 খ 2 গ 3 ঘ 6 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $xy = x^2 \therefore y^2 - x^2 = 2$

৫. নিচের কোনটি $x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}, y + \frac{1}{x} = 3$ সমীকরণ জোটের একটি সমাধান হবে? (সহজ)
ক (0, 0) খ (1, 2) গ (2, 1) ঘ (2, 3)

৬. $x^2 - 2xy + y^2 = 49, x + y = 3$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)
ক (−2, −5) খ (2, 5) গ (5, −2) ঘ (5, 2) **গ**

৭. $x^2 + y^2 = 25, x - 2y = 0$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)
ক $(\pm 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$ খ $(2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$
গ $(\pm\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$ ঘ $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$ **ক**

ব্যাখ্যা: $x = 2y \therefore 4y^2 + y^2 = 25$ বা, $5y^2 = 25$
$\therefore x = \pm 2\sqrt{5}$ বা, $y = \pm\sqrt{5}$

৮. নিচের কোনটি $xy = -30, x^2 + y^2 = 61$ সমীকরণ জোটের একটি সমাধান? (মধ্যম)
ক (−6, −5) খ (−6, 5)
গ (3, 10) ঘ (5, 6) **খ**

ব্যাখ্যা: $x = -6, y = 5 \therefore xy = -30 =$ ডানপক্ষ
এখন, $x^2 + y^2 = (-6)^2 + (5)^2 = 36 + 25 = 61$

৯. $x^2 = 7x + 6y, y^2 = 7y + 6x$ হলে $(x + y)$ এর মান কত? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 **খ**

ব্যাখ্যা: $x^2 - y^2 = 7x + 6y - 7y - 6x = (x - y)$
বা, $(x - y)(x + y) = (x - y) \Rightarrow x + y = 1$

১০. $x^2 + y^2 = 61, xy = -30$ সমীকরণের সমাধান করলে x এর মান পাওয়া যায় 6, −6, 5, −5। y এর মান কত? (মধ্যম)
ক 6, −6, 5, −5 খ 12, −12, 10, −10
গ −5, 5, −6, 6 ঘ 18, −18, 20, −20 **গ**

১১. $\left.\begin{aligned} x + \frac{4}{y} &= 1 \\ y + \frac{4}{x} &= 25 \end{aligned}\right\}$ সমীকরণ জোটের y এর সমাধান 5, 20 হলে, x এর সমাধান কত? (মধ্যম)
ক $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$ খ 4 গ 5 ঘ 4, 5 **ক**

ব্যাখ্যা: $y = 5$ হলে, $x = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$
$y = 20$ হলে, $\frac{4}{x} = 5$ বা, $x = \frac{4}{5}$

১২. $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 5, x + y = 10$ সমীকরণ জোটের y-এর সমাধান 2, 8 হলে, x এর সমাধান কত? (মধ্যম)
ক 8, 2 খ 4, 2 গ 2, 2 ঘ 1, 1 **ক**

১৩. $\left.\begin{aligned} 3x + 9y &= 18 \\ 3x - y &= 8 \end{aligned}\right\}$ সমীকরণ জোটের সমাধান কত? (মধ্যম)
ক (1, 3) খ (3, 1) গ (9, 1) ঘ (10, 1) **খ**

ব্যাখ্যা: $10y = 10$ বা, $y = 1 \therefore 3x = 9$ বা, $x = 3$.

১৪. $\left.\begin{aligned} 3x - 4y &= 0 \\ 2x - 4y &= -1 \end{aligned}\right\}$ সমীকরণ জোটের সমাধান কত? (মধ্যম) [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]; [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]
ক (3, 4) খ (4, 3) গ $(1, \frac{3}{4})$ ঘ (1, 3) **গ**

ব্যাখ্যা: $x = 1 \therefore 3 - 4y = 0$ বা, $y = \frac{3}{4}$.

১৫. $\left.\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} &= 8 \\ \frac{5x}{4} - \frac{y}{3} &= -1 \end{aligned}\right\}$ সমীকরণ জোটের সমাধান কত? (সহজ)
ক (1, 1) খ (4, 1) গ (4, 8) ঘ (4, 18) **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{x}{2} + \frac{5x}{4} = 7$ বা, $\frac{2x + 5x}{4} = 7$ বা, $7x = 28$
বা, $x = 4 \therefore \frac{y}{3} = 6$ বা, $y = 18$.

১৬. দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোটের ক্ষেত্রে—
i. দুই সমীকরণ থাকলে সমাধান পাওয়া যাবে।
ii. একাধিক সমাধান পাওয়া যাবে।
iii. অন্তত একটি সমীকরণ দ্বিঘাত হবে।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৭. $x^2 + y^2 = 25$ এবং $xy = 12$ একটি সমীকরণ জোট হলে—
i. $x + y = \pm 7$
ii. $x - y = \pm 1$
iii. $(x, y) = (4, 3)$ একটি সমাধান
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৮. $x^2 + y^2 = 18$ ও $xy = 9$ একটি সমীকরণ জোট হলে—
i. $x^2 - y^2 = 0$.
ii. $x + y = \pm 6$.
iii. $x - y = 0$.
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৯. $x^2 + xy + y^2 = 3$ এবং $x^2 - xy + y^2 = 7$ একটি সমীকরণ জোট হলে —
i. $xy = -2$।
ii. $x^2 + y^2 = 5$।
iii. $(x, y) = (0, 0)$ একটি সমাধান।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$xy - x^2 = 1, y^2 - xy = 2$ একটি সমীকরণ জোট।

২০. প্রদত্ত সমীকরণ জোট অনুসারে নিচের কোনটি $x^2 - y^2$ এর মান? (সহজ) [এস, ভি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক −3 খ 3 গ 4 ঘ 6 **ক**

ব্যাখ্যা: ১ম সমীকরণ থেকে পাই, $x^2 = xy - 1$
২য় সমীকরণ থেকে পাই, $y^2 = xy + 2$
(−) (−) (−)
$x^2 - y^2 = -3$

২১. $(x - y)^2$ এর মান কোনটি? (মধ্যম) [এস, ভি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক −1 খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ 3 **খ**

ব্যাখ্যা: ২য় সমীকরণ থেকে ১ম সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,
$y^2 - xy - xy + x^2 = 2 - 1$
বা, $y^2 - 2xy + x^2 = 1$
$\therefore (x - y)^2 = 1$

২২. ২য় সমীকরণে $x = 0$ হলে, $y^2 + (-y)^2$ এর মান কত? (মধ্যম) [এস, ভি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক −2 খ 0 গ 2 ঘ 4 **গ**

ব্যাখ্যা: দ্বিতীয় সমীকরণ $y^2 - xy = 2$
$\therefore y^2 - 0.y = 2$ [$\because x = 0$]
বা, $y^2 = 2$
এখন, $y^2 + (-y)^2 = y^2 + y^2 = 2 + 2 = 4$

www.bdniyog.com

নিচের তথ্যের আলোকে (২৩-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 - y^2 = 8$, $xy = -3$ একটি সমীকরণ জোট।

২৩. সমীকরণটি x-এর বহুপদী রূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $x^4 - 10x^2 - 9 = 0$ খ $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

গ $x^2 - 3x - 8 = 0$ ঘ $x^2 + 3x - 8 = 0$ **খ**

ব্যাখ্যা: $y = \frac{-3}{x}$ বা, $y^2 = \frac{9}{x^2}$

$\therefore x^2 - \frac{9}{x^2} = 8$ বা, $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

২৪. x এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক ± 1 খ ± 2 গ ± 3 ঘ ± 9 **গ**

ব্যাখ্যা: $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

বা, $(x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0$

বা, $x^2 = 9$

বা, $x = \pm 3$

২৫. y এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক ± 1 খ ± 2 গ ± 3 ঘ ± 9 **ক**

ব্যাখ্যা: $y = \frac{-3}{x}$ $\therefore x = 3$ হলে $y = -1$

এবং $x = -3$ হলে $y = 1$

২৬. $x^2 + y^2$ এর মান কত? (সহজ)

ক 4 খ 8 গ 9 ঘ 10 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $x^2 = 3$, $y^2 = 1$

$\therefore x^2 + y^2 = 9 + 1 = 10$.

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2}$ এবং $x^2 + y^2 = 90$

২৭. $x^2 - y^2$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 72 খ 112.5 গ 27 ঘ 90 **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{5}{2}$ বা, $\frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2} = \frac{5}{2}$

বা, $x^2 - y^2 = \frac{4}{5} \times (x^2 + y^2) = \frac{4}{5} \times 90 = 72$

২৮. x এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক ± 3 খ ± 9 গ ± 27 ঘ ± 81 **খ**

ব্যাখ্যা: $2x^2 = 162 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm 9$

২৯. y এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক ± 3 খ ± 9 গ ± 27 ঘ ± 81 **ক**

ব্যাখ্যা: $2y^2 = 18$ বা, $y^2 = 9$ বা, $y = \pm 3$.

৩০. $\frac{x+y}{x-y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 2 খ 1 গ -1 ঘ -2 **ক**

ব্যাখ্যা: $P = \frac{x+y}{x-y}$ হলে $P + \frac{1}{P} = \frac{5}{2}$ বা, $(P^2 + 1)2 = 5P$

বা, $2P^2 - 5P + 2 = 0$ বা, $2P^2 - 4P - P + 2 = 0$

বা, $2P(P-2) - 1(P-2) = 0$ বা, $(P-2)(2P-1) = 0$

বা, $P = 2, \frac{1}{2}$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ $x^2 + y^2 = 61$ এবং $xy = -30$ একটি সমীকরণ যুগল। ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১০৩

ক. $(x-y)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণযুগলের সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণযুগলকে 'খ' এর বিকল্প পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$x^2 + y^2 = 61$ ..... (i)

এবং $xy = -30$ ..... (ii)

(ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) থেকে বিয়োগ করি।

$x^2 + y^2 - 2xy = 61 + 60$

$\therefore (x-y)^2 = 121$ **(উত্তর)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$(x-y)^2 = 121$

বা, $x - y = \pm\sqrt{121} = \pm 11$

$\therefore x - y = \pm 11$ ..... (iii)

আবার সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$x^2 + y^2 + 2xy = 61 - 60$

বা, $(x+y)^2 = 1$

বা, $x + y = \pm\sqrt{1}$

$\therefore x + y = \pm 1$ ..... (iv)

(iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$\left.\begin{matrix} x+y=1 \\ x-y=11 \end{matrix}\right\}$ ..... (v) $\left.\begin{matrix} x+y=1 \\ x-y=-11 \end{matrix}\right\}$ ..... (vi)

$\left.\begin{matrix} x+y=-1 \\ x-y=11 \end{matrix}\right\}$ ..... (vii) $\left.\begin{matrix} x+y=-1 \\ x-y=-11 \end{matrix}\right\}$ ..... (viii)

(v) এর সমাধান করে পাই, $x = 6$ এবং $y = -5$

(vi) এর সমাধান করে পাই, $x = -5$, $y = 6$

(vii) এর সমাধান করে পাই, $x = 5$, $y = -6$

(viii) এর সমাধান করে পাই, $x = -6$, $y = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (6, -5), (-5, 6), (5, -6), (-6, 5)$

গ $x^2 + y^2 = 61$ ..... (i)

$xy = -30$ ..... (ii)

(ii) নং হতে পাই, $x = \frac{-30}{y}$ ..... (iii)

(iii) নং এ প্রাপ্ত x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{-30}{y}\right)^2 + y^2 = 61$

বা, $\frac{900}{y^2} + y^2 = 61$

বা, $y^4 + 900 = 61y^2$

বা, $y^4 - 61y^2 + 900 = 0$

বা, $(y^2)^2 - 25y^2 - 36y^2 + 900 = 0$

বা, $y^2(y^2 - 25) - 36(y^2 - 25) = 0$

বা, $(y^2 - 25)(y^2 - 36) = 0$

হয়, $y^2 - 25 = 0$ অথবা, $y^2 - 36 = 0$

$\therefore y = \pm 5$ $\therefore y = \pm 6$

এখন y এর প্রাপ্ত স্থানগুলো (iii) নং এ বসিয়ে,

$y = 5$ হলে, $x = -6$

$y = -5$ হলে, $x = 6$

$y = 6$ হলে, $x = -5$

$y = -6$ হলে, $x = 5$

নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (5, -6), (-5, 6), (-6, 5), (6, -5)$

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ $x^2 = 7x + 6y$ এবং $y^2 = 7y + 6x$ একটি দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. দেখাও যে, $x = y$ অথবা, $x = 1 - y$ ২

খ. প্রাপ্ত $x = 1 - y$, প্রথম সমীকরণে বসিয়ে y নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$x^2 = 7x + 6y$ ..... (i)

$y^2 = 7y + 6x$ ..... (ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = x - y$

বা, $(x + y)(x - y) - (x - y) = 0$

বা, $(x - y)(x + y - 1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

$\therefore x = y$ $\therefore x = 1 - y$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

$x = y$ ..... (iii)

$x = 1 - y$ ..... (iv)

(iv) নং থেকে x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(1 - y)^2 = 7(1 - y) + 6y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 7 - 7y + 6y$

বা, $y^2 - 2y + 1 - 7 + y = 0$

বা, $y^2 - y + 6 = 0$

বা, $y^2 - 3y + 2y - 6 = 0$

বা, $y(y - 3) + 2(y - 3) = 0$

বা, $(y - 3)(y + 2) = 0$

হয়, $y - 3 = 0$ অথবা, $y + 2 = 0$

$\therefore y = 3$ $\therefore y = -2$

$\therefore y = -2$ অথবা, 3 **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত y এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $y = 3$, তখন $x = 1 - 3 = -2$

যখন, $y = -2$, তখন, $x = 1 - (-2)$

$= 1 + 2 = 3$

আবার, (iii) নং সমীকরণ থেকে x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y^2 = 7y + 6y$

বা, $y^2 = 13y$

বা, $y^2 - 13y = 0$

বা, $y(y - 13) = 0$

হয়, $y = 0$ অথবা, $y - 13 = 0$

$\therefore y = 13$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $y = 0$ তখন $x = 0$

যখন $y = 13$ তখন $x = 13$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (0, 0), (13, 13), (3, -2), (-2, 3)$

প্রশ্ন ▶৩ $xy - x^2 = 1$ এবং $y^2 - xy = 2$ একটি সমীকরণ জোট।

ক. সমীকরণ জোটের সমতুল্য সমীকরণ জোট নির্ণয় কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণ জোট থেকে দেখাও যে, $y = 2x$ অথবা, $y = x$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$xy - x^2 = 1$ ..... (i)

$y^2 - xy = 2$ ..... (ii)

(i) নং থেকে পাই, $x(y - x) = 1$

(ii) নং থেকে পাই, $y(y - x) = 2$

এটিই প্রদত্ত সমীকরণ জোটের সমতুল সমীকরণ জোট।

খ 'ক' হতে পাই,

$x(y - x) = 1$ ..... (iii)

$y(y - x) = 2$ ..... (iv)

(iii) নং কে (iv) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{x(y-x)}{y(y-x)} = \frac{1}{2}$

বা, $2x(y - x) = y(y - x)$

বা, $2x(y - x) - y(y - x) = 0$

বা, $(y - x)(2x - y) = 0$

হয়, $y - x = 0$ অথবা, $2x - y = 0$

$\therefore y = x$ $\therefore y = 2x$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$y = x$ ..... (v)

$y = 2x$ ..... (vi)

$y = x$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x.x - x^2 = 1$

বা, $x^2 - x^2 = 1$

বা, $0 = 1$, যা, অসম্ভব।

$\therefore$ এক্ষেত্রে কোনো সমাধান নেই।

আবার, $y = 2x$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x.2x - x^2 = 1$

বা, $2x^2 - x^2 = 1$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$

x-এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন $x = 1$, তখন $y = 2.1 = 2$

যখন $x = -1$, তখন $y = 2(-1) = -2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (1, 2), (-1, -2)$

প্রশ্ন ▶৪ দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 25 এবং গুণফল 12.

ক. তথ্যের আলোকে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. সমীকরণ জোট থেকে প্রমাণ কর যে, সংখ্যা দুইটির যোগফল ও বিয়োগফল যথাক্রমে ± 7 ও ± 1. ৪

গ. সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সংখ্যা দুইটি x ও y,

শর্তমতে, $x^2 + y^2 = 25$

$xy = 12$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$x^2 + y^2 = 25$ ..... (i)

$xy = 12$ ..... (ii)

(ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং এর সাথে যোগ করে পাই,

$x^2 + y^2 = 25$

$2xy = 24$

$x^2 + y^2 + 2xy = 49$

বা, $(x + y)^2 = 49$

$\therefore x + y = \pm 7$ ..... (iii)

www.bdniyog.com

আবার (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং থেকে বিয়োগ করে পাই

$$\begin{array}{r} x^2+y^2=25 \\ \underline{-2xy=-24} \\ x^2+y^2-2xy=1 \end{array}$$

বা, $(x-y)^2=1$

$\therefore \quad x-y=\pm 1$ ..... (iv)

$\therefore$ সংখ্যা দুইটির যোগফল ও বিয়োগফল যথাক্রমে ± 7 ও ± 1. **(প্রমাণিত)**

গ খ' হতে প্রাপ্ত (iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$$\left.\begin{array}{l} x+y=7 \\ x-y=1 \end{array}\right\} \text{.....(v)}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=7 \\ x-y=-1 \end{array}\right\} \text{.....(vi)}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=-7 \\ x-y=1 \end{array}\right\} \text{.....(vii)}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=-7 \\ x-y=-1 \end{array}\right\} \text{.....(viii)}$$

ওপরের সমীকরণ জোটগুলো সমাধান করে পাই,

(v) নং থেকে $x=4, y=3$

(vi) নং থেকে $x=3, y=4$

(vii) নং থেকে $x=-3, y=-4$

(viii) নং থেকে $x=-4, y=-3$

$\therefore \quad (x, y)=(4, 3), (3, 4), (-3, -4), (-4, -3)$

$\therefore$ সংখ্যা দুইটি হল: 4, 3, অথবা –3, –4 **(Ans.)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৫ $x+\frac{4}{y}=1$ এবং $y+\frac{4}{x}=25$ দুই চলক বিশিষ্ট একটি সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. অন্য একটি পদ্ধতি ব্যবহার করে সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় করে 'খ' প্রাপ্ত সমাধানের সাথে তুলনা কর। ৪

উত্তর: ক. $y=\frac{4}{1-x}$, **খ.** $(x, y)=\left(\frac{4}{5}, 20\right), \left(\frac{1}{5}, 5\right)$

গ. প্রাপ্ত সমাধান দুইটি একই।

প্রশ্ন ▶৫ $(x-2)(y-1)=3$ এবং $(x+2)(2y-5)=15$ একটি দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে x এর মানকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত x কে দ্বিতীয় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $8y^2-37y+20=0$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x=\frac{3}{y-1}+2$ **গ.** $(x, y)=(3, 4), \left(-6, \frac{5}{8}\right)$

প্রশ্ন ▶৭ $x^2-xy=14$ এবং $y^2+xy=60$

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত y কে অপর সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $y=x-\frac{14}{x}$; **খ.** $x=\pm 7$ অথবা $\pm\sqrt{2}$

গ. $(x, y)=(7, 5), (-7, -5), \left(\sqrt{2}, -6\sqrt{2}\right), \left(-\sqrt{2}, 6\sqrt{2}\right)$

প্রশ্ন ▶৫ দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট,

$(2x+3)(y-1)=14$ ... ... (i)

$(x-3)(y-2)=-1$ ... ... (ii)

ক. (i) নং হতে x কে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' থেকে x এর প্রাপ্ত মান (ii) নং এ বসিয়ে দেখাও যে, $9y^2-43y+48=0$. ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোটটি সমাধান কর। ৪

উত্তর : ক. $x=\frac{17-3y}{2y-2}$ ... ... (iii) **গ.** $(x, y)=(2, 3), \left(\frac{15}{2}, \frac{16}{9}\right)$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $\sqrt{x}$ বলতে x যেকোন মানের বর্গমূলের ধনাত্মক মানকে বুঝায়। যেমন, $x=9$ হলে $\sqrt{x}=\sqrt{9}=3$. কিন্তু $x^2=9$ হলে, $x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$
- চলক দুইটি (x, y) হলে $(x, y)=(a, b)$ এরূপ আকারে জোটের একটি সমাধান যদি সমীকরণ দুইটিতে x এর স্থলে a এবং y এর স্থলে b বসালে তাদের উভয়পক্ষ সমান হয়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৮, ১২, ১৪, ১৭, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০
★★	৫, ৬, ১০, ১১, ১৮, ২৩, ২৪, ২৫, ২৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৪
★★	২, ৩

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৫

অনুশীলনটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. বাস্তবভিত্তিক সমস্যাকে দুই চলকের একঘাত ও দ্বিঘাত সমীকরণে প্রকাশ করে সমাধান কর।

PRACTICE

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৩৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১০টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৩টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গমিটার। ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 240 বর্গমিটার হলে, বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ কত ?

সমাধান : ধরি, বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = x মিটার
এবং ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = y মিটার
$\therefore x > y$
সুতরাং, প্রথম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মিটার
দ্বিতীয় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = y^2 বর্গ মিটার
বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= xy বর্গ মিটার
প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 481$ ... ... (i)
এবং $xy = 240$ ... ... (ii)
আমরা জানি,
$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
বা, $(x+y)^2 = 481 + 2 \times 240$ [(i) ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]
বা, $(x + y)^2 = 481 + 480$
বা, $(x + y)^2 = 961$
বা, $(x + y)^2 = (31)^2$
$\therefore x + y = 31$ ... ... (iii) [দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হয় না]
আবার, আমরা জানি,
$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
বা, $(x - y)^2 = 481 - 2 \times 240$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]
বা, $(x - y)^2 = 481 - 480$
বা, $(x - y)^2 = 1$
বা, $(x - y)^2 = (1)^2$
$\therefore x - y = 1$ ... ... (iv) [$\because x > y$]
সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,
$x + y + x - y = 31 + 1$
বা, $2x = 32$
বা, $x = \frac{32}{2}$
$\therefore x = 16$
সমীকরণ (iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,
বা, $x + y - (x - y) = 31 - 1$
বা, $x + y - x + y = 30$
বা, $2y = 30$
বা, $y = \frac{30}{2}$
$\therefore y = 15$
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় যথাক্রমে 16 মিটার এবং 15 মিটার।
Ans. 16 মিটার এবং 15 মিটার।

২. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250। সংখ্যা দুইটির গুণফল 117 ; সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বড় সংখ্যাটি = x
এবং ছোট সংখ্যাটি = y
$\therefore x > y$
প্রশ্নমতে,
$x^2 + y^2 = 250$ ... ... (i)
এবং $xy = 117$ ... ... (ii)
আমরা জানি,
$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
বা, $(x + y)^2 = 250 + 2 \times 117$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]
বা, $(x + y)^2 = 250 + 234$
বা, $(x + y)^2 = 484$
বা, $(x + y)^2 = (22)^2$
$\therefore x + y = 22$ ... ... (iii)
[দুইটি ধণাত্মক সংখ্যার যোগফল ঋণাত্মক হয় না]
আবার,
$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
বা, $(x - y)^2 = 250 - 2 \times 117$
বা, $(x - y)^2 = 250 - 234$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]
বা, $(x - y)^2 = 16$
বা, $(x - y)^2 = (4)^2$
$\therefore x - y = 4$ ... ... (iv) [$\because x > y$]
সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,
$x + y + x - y = 22 + 4$
বা, $2x = 26$
বা, $x = \frac{26}{2}$
$\therefore x = 13$

www.bdniyog.com

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$(x+y)-(x-y)=22-4$

বা, $x+y-x+y=18$

বা, $2y=18$

বা, $y=\frac{18}{2}$

$\therefore \quad y=9$

$\therefore$ সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে 13 ও 9

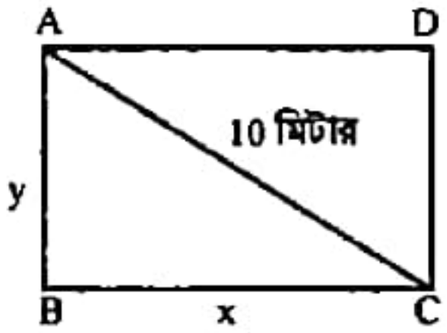
Ans. 13 ও 9

৩. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিটার। ইহার বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 28 বর্গমিটার হলে, প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি,

১ম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

এবং ,, ,, প্রস্থ $= y$ মিটার



এখন, আয়তক্ষেত্রটির বাহুদ্বয়ের যোগফল $= (x+y)$ মিটার

,, ,, বিয়োগফল $= (x-y)$ মিটার

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2+y^2}$ মিটার

১ম শর্তমতে, $\sqrt{x^2+y^2}=10$

বা, $x^2+y^2=100$ ..... (i) [বর্গ করে]

২য় শর্তমতে, $(x+y)(x-y)=28$

বা, $x^2-y^2=28$ ..... (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$x^2+y^2=100$

$\underline{x^2-y^2=28}$

$2x^2=128$

বা, $x^2=\frac{128}{2}$

বা, $x^2=64$

বা, $\sqrt{x^2}=\pm\sqrt{64}$ [উভয় পক্ষে বর্গমূল করে]

বা, $x=\pm 8$

$\therefore x=8$ [$\because$ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না]

এখন, x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x^2+y^2=100$

বা, $(8)^2+y^2=100$

বা, $64+y^2=100$

বা, $y^2=100-64$

বা, $y^2=36$

বা, $\sqrt{y^2}=\pm\sqrt{36}$ [উভয় পক্ষে বর্গমূল করে]

বা, $y=\pm 6$

$\therefore \quad y=6$ [$\because$ প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 8 মিটার এবং প্রস্থ 6 মিটার।

Ans. 8 মিটার ও 6 মিটার।

৪. দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 181 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 90. সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বড় সংখ্যাটি x এবং ছোট সংখ্যাটি y

$\therefore x>y$ তবে সংখ্যা দুইটি ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে।

প্রশ্নমতে, $x^2+y^2=181$ ... ... (i)

এবং $xy=90$ ... ... (ii)

আমরা জানি,

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

বা, $(x+y)^2=(x^2+y^2)+2(xy)$

বা, $(x+y)^2=181+2\times 90$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x+y)^2=181+180$

বা, $(x+y)^2=361$

বা, $(x+y)=\pm\sqrt{361}$

বা, $(x+y)=\pm\sqrt{(19)^2}$

$\therefore \quad x+y=\pm 19$ ... ... (iii)

আবার, আমরা জানি,

$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

বা, $(x-y)^2=(x^2+y^2)-2(xy)$

বা, $(x-y)^2=181-2\times 90$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x-y)^2=181-180$

বা, $(x-y)^2=1$

বা, $(x-y)^2=(1)^2$

$\therefore \quad x-y=1$ ... ... (iv) [$\because x>y$, অর্থাৎ, $x-y>0$]

এখন, সমীকরণ (iii) নং ও সমীকরণ (iv) নং কে গুণ করে পাই,

$(x+y)(x-y)=(\pm 19)\times 1$

বা, $x^2-y^2=\pm 19$

কিন্তু, $x>y$ বলে অন্তর ঋণাত্মক গ্রহণযোগ্য নয়।

অতএব, সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর $= 19$

Ans. 19

৫. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার। অপর একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অপেক্ষা যথাক্রমে 4 মিটার এবং 1 মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল 50 বর্গমিটার। প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

এবং প্রস্থ $= y$ মিটার

$\therefore$ দ্বিতীয় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= (x+4)$ মিটার

এবং প্রস্থ $= (y+1)$ মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

প্রশ্নমতে, $xy=24$ ... ... (i)

এবং $(x+4)(y+1)=50$ ... ... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$y=\frac{24}{x}$ ... ... (iii)

(ii) নং সমীকরণে $y=\frac{24}{x}$ বসিয়ে পাই,

$(x+4)\left(\frac{24}{x}+1\right)=50$

বা, $24+x+\frac{96}{x}+4=50$

www.bdniyog.com

বা, $\frac{24x + x^2 + 96 + 4x}{x} = 50$

বা, $x^2 + 28x + 96 = 50x$

বা, $x^2 + 28x - 50x + 96 = 0$

বা, $x^2 - 22x + 96 = 0$

বা, $x^2 - 16x - 6x + 96 = 0$

বা, $x(x - 16) - 6(x - 16) = 0$

∴ $(x - 6)(x - 16) = 0$

হয়, $x - 6 = 0$ অথবা, $x - 16 = 0$

∴ $x = 6$ ∴ $x = 16$

এখন, (iii) নং সমীকরণ $y = \frac{24}{x}$ হতে পাই,

$x = 6$ হলে, $y = \frac{24}{6} = 4$

$x = 16$ হলে, $y = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Ans. দৈর্ঘ্য 6 মি. এবং প্রস্থ 4 মি. অথবা, দৈর্ঘ্য 16 মি. এবং প্রস্থ $1\frac{1}{2}$ মি.

৬. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

প্রস্থ = y মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= xy বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 600$ ... ... (i)

এবং $2y = x + 23$ ... ... (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$y = \frac{x + 23}{2}$ ... ... (iii)

এখন, (i) নং সমীকরণে $y = \frac{x + 23}{2}$ বসিয়ে পাই,

$x \times \left(\frac{x + 23}{2}\right) = 600$

বা, $\frac{x^2 + 23x}{2} = 600$

বা, $x^2 + 23x = 1200$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2 + 23x - 1200 = 0$

বা, $x^2 + 48x - 25x - 1200 = 0$

বা, $x(x + 48) - 25(x + 48) = 0$

বা, $(x + 48)(x - 25) = 0$

হয়, $x + 48 = 0$ অথবা, $x - 25 = 0$

∴ $x = -48$ ∴ $x = 25$

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ $x = 25$

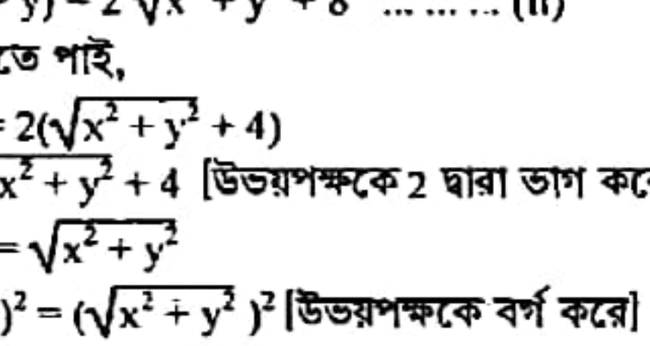
x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{25 + 23}{2} = \frac{48}{2} = 24$

Ans. দৈর্ঘ্য 25 মিটার এবং প্রস্থ 24 মিটার।

৭. একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 8 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :



ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার

∴ $x > y$

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের

(কর্ণের দৈর্ঘ্য)^2 = (দৈর্ঘ্য)^2 + (প্রস্থ)^2 = $x^2 + y^2$

∴ কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

∵ আয়তক্ষেত্রের উভয় কর্ণের দৈর্ঘ্য সমান।

∴ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = $2\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

পরিসীমা = (x + x + y + y) মি. = (2x + 2y) মি. = 2(x + y) মি.

ক্ষেত্রফল = xy ব.মি.

প্রশ্নমতে, $xy = 48$ ... ... (i)

এবং $2(x + y) = 2\sqrt{x^2 + y^2} + 8$ ... ... (ii)

এখন, (ii) নং হতে পাই,

$2(x + y) = 2(\sqrt{x^2 + y^2} + 4)$

বা, $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x + y - 4 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 4)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy + 2y(-4) + 2(-4)x = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + y^2 + 16 + 2xy - 8y - 8x - x^2 - y^2 = 0$

বা, $16 + 2xy - 8x - 8y = 0$

বা, $16 + 2 \times 48 - 8x - 8y = 0$ [∵ $xy = 48$]

বা, $16 + 96 - 8x - 8y = 0$

বা, $112 - 8x - 8y = 0$

বা, $8(x + y) = 112$

বা, $x + y = \frac{112}{8}$ [উভয়পক্ষকে (8) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x + y = 14$

∴ $x = 14 - y$ ... ... (iii)

(i) নং সমীকরণে $x = 14 - y$ বসিয়ে পাই,

$(14 - y)y = 48$

বা, $14y - y^2 - 48 = 0$

বা, $-(y^2 - 14y + 48) = 0$

বা, $y^2 - 14y + 48 = 0$ [উভয়পক্ষকে (−1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $y^2 - 8y - 6y + 48 = 0$

বা, $y(y - 8) - 6(y - 8) = 0$

∴ $(y - 8)(y - 6) = 0$

হয়, $y - 8 = 0$ অথবা, $y - 6 = 0$

∴ $y = 8$ ∴ $y = 6$

(iii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$y = 8$ হলে, $x = 14 - 8 = 6$

$y = 6$ হলে, $x = 14 - 6 = 8$

∵ x দৈর্ঘ্য এবং y প্রস্থ এবং দৈর্ঘ্য > প্রস্থ।

∴ $y = 8$ এবং $x = 6$ গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং, $x = 8, y = 6$

Ans. দৈর্ঘ্য 8 মিটার ও প্রস্থ 6 মিটার।

www.bdniyog.com

৮. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 2 হয় সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক = x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক = y

∴ সংখ্যাটি = 10y + x

অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময়ে সৃষ্ট সংখ্যা = 10x + y

প্রশ্নমতে, $\frac{10y+x}{xy}=2$ ... ... (i)

এবং $(10y + x) + 27 = 10x + y$ ... ... (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$10y + x + 27 - 10x - y = 0$

বা, $9y - 9x + 27 = 0$

বা, $9(y - x + 3) = 0$

বা, $y - x + 3 = 0$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $y = x - 3$ ... ... (iii)

(i) নং সমীকরণে $y = x - 3$ বসিয়ে পাই, $\frac{10(x-3)=x}{x(x-3)}=2$

বা, $10x - 30 + x = 2(x^2 - 3x)$ [আড়গুণন করে]

বা, $11x - 30 = 2x^2 - 6x$

বা, $2x^2 - 6x - 11x + 30 = 0$

বা, $2x^2 - 17x + 30 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x^2 - 12x - 5x + 30 = 0$

বা, $2x(x - 6) - 5(x - 6) = 0$

∴ $(2x - 5)(x - 6) = 0$

হয়, $2x - 5 = 0$ অথবা, $x - 6 = 0$

বা, $2x = 5$ ∴ $x = 6$

∴ $x = \frac{5}{2}$

সংখ্যার স্থানীয় অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না।

∴ $x = 6$

(iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$y = x - 3 = 6 - 3 = 3$

∴ সংখ্যাটি = $10y + x = 10 \times 3 + 6 = 30 + 6 = 36$

Ans. 36

৯. একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং কর্ণ 20 মিটার। ঐ বাগানের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত ?

সমাধান : ধরি, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

বাগানের পরিসীমা = 2(x + y) মিটার।

প্রশ্নমতে, 2(x + y) = 56

বা, $x + y = \frac{56}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $x + y = 28$ ... ... (i)

আমরা জানি, আয়তাকার বাগানের,

(কর্ণের দৈর্ঘ্য)^2 = (দৈর্ঘ্য)^2 + (প্রস্থ)^2

বা, $(20)^2 = x^2 + y^2$

বা, $400 = x^2 + y^2$

∴ $x^2 + y^2 = 400$ ... ... (ii)

আবার, আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

বা, $(28)^2 = 400 + 2xy$

বা, $784 = 400 + 2xy$

বা, $2xy = 784 - 400$

বা, $2xy = 384$

বা, $xy = \frac{384}{2}$

∴ $xy = 192$ ... ... (iii)

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

ধরি, বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার।

প্রশ্নমতে, $x^2 = 192$

বা, $(x)^2 = (8\sqrt{3})^2$

∴ $x = 8\sqrt{3}$

অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ মিটার।

Ans. $8\sqrt{3}$ মিটার।

১০. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

∴ $x > y$

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধ পরিসীমা = $\frac{2x+2y}{2}$ মিটার = (x + y) মিটার

আবার, আয়তক্ষেত্রের

∴ কর্ণ = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

= $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 300$ ... ... (i)

এবং $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ ... ... (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2xy + y^2 + 100 - 20x - 20y = x^2 + y^2$

বা, $2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$

বা, $2 \times 300 - 20x - 20y = -100$ [∵ (i) হতে $xy = 300$]

বা, $600 - 20x - 20y = -100$

বা, $-20x - 20y = -100 - 600$

বা, $-20(x + y) = -700$

বা, $x + y = 35$ [উভয়পক্ষকে (−20) দ্বারা ভাগ করে]

∴ $x + y = 35$ ... ... (iii)

এখন, আমরা জানি,

$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= 35^2 - 4 \times 300$

$= 1225 - 1200$

$= 25$

$= (5)^2$

∴ $x - y = 5$ ... ... (iv) [∵ $x > y$, অর্থাৎ $x - y > 0$]

www.bdniyog.com

সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 35 + 5$

বা, $2x = 40$

বা, $x = \frac{40}{2}$

$\therefore x = 20$

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$x + y - (x - y) = 35 - 5$

বা, $x + y - x + y = 35 - 5$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \frac{30}{2}$

$\therefore y = 15$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার।

Ans. দৈর্ঘ্য 20 মিটার, প্রস্থ 15 মিটার।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

২.৫ দ্বিঘাত সমীকরণের ব্যবহার | Text পৃষ্ঠা-১০৪

- দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে সাধারণত দুটি অজ্ঞাত রাশি থাকে। যেমন,
  $3x - 4y = 0$
  $2x - 3y = -1$
- অজ্ঞাত রাশি বা চলকের মাধ্যমে সমস্যার শর্তগুলো থেকে পরস্পর অনির্ভর ও সঙ্গতিপূর্ণ সমীকরণ গঠন করতে হবে।
- দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ক্ষেত্রফল, পরিসীমা ও কোনো বস্তুর সংখ্যা ইত্যাদির ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

১. একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্ক x এর দ্বিগুণ হলে সংখ্যাটি কত? (মধ্যম)

ক 12x খ 14x গ 41x ঘ 21x — **ক**

ব্যাখ্যা: দশক স্থানীয় অঙ্ক = x, একক স্থানীয় অঙ্ক = 2x

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + 2x = 12x$

২. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 6 মিটার এবং প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ২ মিটার কম হলে, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (মধ্যম)

ক 12 খ 24 গ 48 ঘ 9 — **খ**

৩. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার। দৈর্ঘ্য 6 মি. হলে, প্রস্থ কত মিটার? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 12 — **গ**

৪. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম। প্রস্থ x মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ)

ক $2x - 10$ খ $2x + 10$ গ $x - 10$ ঘ $x + 10$ — **ক**

৫. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 23 মিটার বেশি। প্রস্থ x মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ)

ক $2x - 23$ খ $2x + 23$ গ $x + 23$ ঘ $x - 23$ — **খ**

৬. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মি. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x ও y মি. হলে, $x^2 + y^2$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 10 খ 20 গ 100 ঘ 200 — **গ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{x^2 + y^2} = 10$ বা, $x^2 + y^2 = 100$.

৭. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ y হলে, বর্গাকার জমির দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক xy খ $\sqrt{x^2 + y^2}$ গ $\sqrt{xy}$ ঘ $x^2 + y^2$ — **গ**

ব্যাখ্যা: আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল = xy = বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফল

বা, $xy = (\text{দৈর্ঘ্য})^2$ $\therefore$ দৈর্ঘ্য = $\sqrt{xy}$

৮. দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 181 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 90 হলে সংখ্যা দুইটির সমষ্টির বর্গ কত? (মধ্যম)

ক 271 খ 361 গ 400 ঘ 625 — **খ**

ব্যাখ্যা: $x^2 + y^2 = 181$ এবং $xy = 90$ বা, $2xy = 180$

$\therefore (x + y)^2 = 361$.

৯. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গ মিটার হলে, বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ কত? (মধ্যম)

ক 15, 16 খ 12, 13 গ 8, 9 ঘ 10, 11 — **ক**

১০. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য x হলে, কর্ণ ও বাহুর দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত? (মধ্যম)

ক $(1 - \sqrt{2})x$ খ $(\sqrt{2} - 1)x$ গ x ঘ $\sqrt{2}x$ — **খ**

ব্যাখ্যা: বর্গক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{2}x$

বর্গক্ষেত্রের বাহু = x

$\therefore$ পার্থক্য = $\sqrt{2}x - x = (\sqrt{2} - 1)x$

১১. একটি বর্গাকার বাগানের দৈর্ঘ্য একটি আয়তাকার বাগানের কর্ণের সমান। আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y হলে, বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল কত? (কঠিন)

ক xy খ $2(x + y)$

গ $x^2 + y^2$ ঘ $\sqrt{x^2 + y^2}$ — **গ**

ব্যাখ্যা: বর্গের বাহু = আয়তের কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$= \sqrt{x^2 + y^2}$

$\therefore$ বর্গের ক্ষেত্রফল = $\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 = x^2 + y^2$

১২. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250। সংখ্যা দুইটির গুণফল 117 হলে, সংখ্যাদ্বয় নিচের কোনটি? (মধ্যম) [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

ক 9, 13 খ 25, 10 গ 15, 5 ঘ 3, 39 — **ক**

ব্যাখ্যা: $9^2 + 13^2 = 81 + 169 = 250$

$9 \times 13 = 117$

১৩. দুইটি ক্রমিক ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13. সংখ্যা দুইটির গুণফল 6 হলে, সংখ্যা দুইটি কত? (মধ্যম)

ক 1, 6 খ 3, 4 গ 4, 5 ঘ 2, 3 — **ঘ**

১৪. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা x ও y এর বর্গের সমষ্টি 181 এবং গুণফল 90 হলে—

i. $xy = 90$।

ii. $x = 6, y = 15$।

iii. $x^2 + y^2 = 181$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **খ**

১৫. p এবং q দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা এবং $p^2 - q^2 = 12$ এবং $p + q = 2$ হলে—

i. $p = 2q$।

ii. $p = 4, q = 2$।

iii. $p^2 + q^2 = 20$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ঘ**

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: (i) $p \div q = 2$ বা, $\frac{p}{q} = 2$ $\therefore p = 2q$

(ii) $p^2 - q^2 = 12$ বা, $4q^2 - q^2 = 12$

বা, $3q^2 = 12$ বা, $q = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

$\therefore p = \pm 4$

(iii) $p^2 + q^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

১৬. আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ 4 একক এবং ক্ষেত্রফল 24 বর্গ একক হলে—

i. দৈর্ঘ্য 6 একক।

ii. কর্ণ $2\sqrt{13}$ একক।

iii. পরিসীমা 20 একক।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ $\Rightarrow$ দৈর্ঘ্য $= \frac{24}{4} = 6$.

কর্ণ $= \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 2(6 + 4) = 20

১৭. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 25 বর্গ মি. হলে—

i. বর্গক্ষেত্রের বাহুদ্বয় 3 মি. ও 4 মি.।

ii. বৃহত্তম বর্গের ক্ষেত্রফল 16 বর্গ মি.।

iii. ক্ষুদ্রতম বর্গের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ মি.।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৮. বর্গের কর্ণ $4\sqrt{2}$ মি. হলে—

i. ক্ষেত্রফল 16 বর্গ মি.।

ii. পরিসীমা 16 মি.।

iii. ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার মান সমান।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৯. দুইটি বর্গক্ষেত্রের x ও y একক দৈর্ঘ্যের বাহুদ্বয় দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 44 বর্গ একক এবং বর্গ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 81 বর্গ একক হলে—

i. $xy = 44$।

ii. $x^2 + y^2 = 81$।

iii. $x + y = 13$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 81 + 2.44 = 169$

$\therefore x + y = 13$

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একক স্থানীয় অঙ্ক y এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক x। সংখ্যাটিকে অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 3.

২০. শর্তানুসারে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $10x + y = 3xy$ খ $10x + y = \frac{2}{xy}$

গ $10y + x = 3xy$ ঘ $10y + x = \frac{3}{xy}$ **ক**

ব্যাখ্যা: সংখ্যাটি $= 10x + y$

$\therefore$ শর্তানুসারে, $\frac{10x + y}{xy} = 3$ বা, $10x + y = 3xy$.

২১. সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে যোগফল অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যার সমান হলে সমীকরণটি নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x = y + 2$ খ $x + y + 2 = 0$

গ $y = x + 2$ ঘ $x = y$ **গ**

ব্যাখ্যা: $10x + y + 18 = 10y + x \Rightarrow 9y - 9x = 18 \Rightarrow y = x + 2$

২২. দশক স্থানীয় অঙ্কটি কত? (কঠিন)

ক 10 খ 9 গ 3 ঘ 2 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $10x + y = 3xy$ বা, $10x + x + 2 = 3(x + 2)x$

বা, $11x + 2 = 3x^2 + 6x$ বা, $3x^2 - 5x - 2 = 0$

বা, $(x - 2)(3x + 1) = 0$ বা, $x = 2, -\frac{1}{3}$ $\therefore x = 2$

২৩. সংখ্যাটি নিচের কোনটি? (সহজ)

ক 72 খ 42 গ 27 ঘ 24 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $y = 2 + 2 = 4$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10x + y = 10 \times 2 + 4 = 20 + 4 = 24$.

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং দৈর্ঘ্য 8 মিটার।

২৪. আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ কত মিটার? (সহজ)

ক 6 খ 7 গ 8 ঘ 10 **ক**

ব্যাখ্যা: আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ মিটার।

২৫. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কত মিটার? (মধ্যম)

ক 20 খ 24 গ 28 ঘ 32 **গ**

২৬. বাহু দুইটি দ্বারা গঠিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি কত বর্গ মিটার? (কঠিন)

ক 50 খ 100 গ 200 ঘ 500 **খ**

২৭. বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? (কঠিন)

ক 20 খ 24 গ 26 ঘ 28 **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (২৮-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার। দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 4 মিটার বেশি।

২৮. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি কত মিটার? (সহজ)

ক 20 খ 24 গ 28 ঘ 40 **গ**

২৯. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)

ক 16 খ 12 গ 10 ঘ 09 **ক**

৩০. আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (কঠিন)

ক 182 খ 192 গ 212 ঘ 312 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩১-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণ $\sqrt{13}$ মিটার, পরিসীমা 12 মিটার এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x, y মিটার।

৩১. $x + y =$ কত মিটার? (সহজ)

ক 13 খ 12 গ 6 ঘ $\sqrt{13}$ **গ**

৩২. আয়তক্ষেত্রের কর্ণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{x + 3}{2}$ খ $\frac{x^2 + y^2}{2}$ গ $\sqrt{x^2 + y^2}$ ঘ $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$ **গ**

৩৩. শর্তানুসারে x এর দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $x^2 - 6x + 5 = 0$ খ $x^2 - 5x + 6 = 0$

গ $2x^2 - 12x + 23 = 0$ ঘ $2x^2 - 11x + 10 = 0$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{13}$ বা, $x^2 + y^2 = 13$ এবং $x + y = 6$

$\therefore x^2 + (6 - x)^2 = 13$ বা, $2x^2 - 12x + 23 = 0$

৩৪. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (কঠিন)

ক 2 খ 3 গ 6 ঘ 12 **খ**

ব্যাখ্যা: দৈর্ঘ্য = x এবং $x^2 - 5x + 6 = 0$ বা, $x, 3 = 2, 3$

যেহেতু দৈর্ঘ্য > প্রস্থ $\therefore$ দৈর্ঘ্য = 3 মিটার।

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ ট্রেনের একটি রুটে যাত্রীদের সুযোগ-সুবিধা এবং অন্যান্য কাজের জন্য মোট খরচ এমন ভাবে নির্ধারণ করা হয় যেন তা প্রতি বগিতে যাত্রীর জন্য সিটের সংখ্যা এবং বগির সংখ্যার বর্গের সমষ্টির সমান হয়। মোট 600 জন যাত্রীর ক্ষমতাসম্পন্ন একটি ট্রেনে যাত্রীদের সুযোগ-সুবিধা এবং অন্যান্য কাজের জন্য মোট খরচ নির্ধারণ করা হল 3700 টাকা।

ক. সমস্যাটিকে একটি দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণ জোট সমাধান করে প্রতি বগিতে বিদ্যমান সিটের সংখ্যা এবং বগির সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. বগির সংখ্যা ঠিক রেখে যাত্রীদের সুযোগ-সুবিধা এবং অন্যান্য কাজের জন্য মোট খরচ বৃদ্ধি করে 4325 টাকা করা হলে, প্রতি বগিতে আরও z জন যাত্রী বেশি ভ্রমণ করতে পারে। z চলক বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। প্রতি বগিতে মোট কত জন যাত্রী ভ্রমণ করতে পারবে? ৪

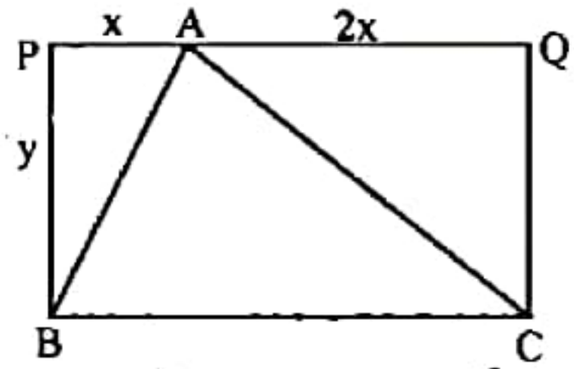
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি,
যাত্রীর জন্য সিট সংখ্যা = x
যাত্রীর জন্য বগির সংখ্যা = y
প্রশ্নমতে, $xy = 600$
এবং মোট খরচ = $x^2 + y^2$
$x^2 + y^2 = 3700$
নির্ণেয় সমীকরণ জোট $xy = 600$
$x^2 + y^2 = 3700$

খ 'ক' হতে আমরা পাই,
$x^2 + y^2 = 3700$ ..... (i)
$xy = 600$ ..... (ii)
সমীকরণ (ii) হতে, $xy = 600$
বা, $2xy = 1200$ ..... (iii) [উভয় পক্ষে 2 গুণ করে]
সমীকরণ (i) + (iii) হতে, $x^2 + y^2 + 2xy = 3700 + 1200$
বা, $(x + y)^2 = 4900$
বা, $x + y = \pm 70$ [বর্গমূল করে]
আবার, সমীকরণ (i) – (iii) হতে,
$x^2 + y^2 - 2xy = 3700 - 1200$
$(x - y)^2 = 2500$
$x - y = \pm 50$
এখন, $x + y = 70$
কিন্তু $x + y \neq -70$ [সিট ও বগির সংখ্যার সমষ্টি ঋনাত্মক হতে পারে না]
আবার, $x - y = 50$
কিন্তু $x - y \neq -50$ [সিট ও বগির সংখ্যার বিয়োগফল ঋণাত্মক হতে পারে না]
$x + y = 70$
$x - y = 50$
$2x = 120$ [যোগ করে]
বা, $x = \frac{120}{2}$
বা, $x = 60$
আবার, $x + y = 70$
$x - y = 50$
$2y = 20$ [বিয়োগ করে]
বা, $y = \frac{20}{2}$
বা, $y = 10$
∴ নির্ণেয় সিটের সংখ্যা 60টি
এবং বগির সংখ্যা 10টি।

গ অতিরিক্ত যাত্রী ভ্রমণ করতে পারে z জন
∴ মোট যাত্রী হবে = (60 + z) জন
বগির সংখ্যা = 10টি
বৃদ্ধি পাওয়ার পর খরচ = 4325 টাকা
∴ প্রশ্নমতে, $(60 + z)^2 + (10)^2 = 4325$
বা, $(60)^2 + 2.60.z + (z)^2 + 100 = 4325$
বা, $3600 + 120z + z^2 + 100 = 4325$
বা, $z^2 + 120z + 3700 = 4325$
বা, $z^2 + 120z = 4325 - 3700$
বা, $z^2 + 120z = 625$
বা, $z^2 + 120z - 625 = 0$
বা, $z^2 + 125z - 5z - 625 = 0$
বা, $z(z + 125) - 5(z + 125) = 0$
বা, $(z + 125)(z - 5) = 0$
হয়, $z + 125 = 0$ অথবা, $z - 5 = 0$
বা, $z = -125$ বা, $z = 5$
কিন্তু যাত্রী সংখ্যা কখনও ঋণাত্মক হয় না।
সুতরাং $z \neq -125$
∴ $z = 5$
∴ প্রতি বগিতে ভ্রমণ করতে পারবে = 60 + 5 জন = 65 জন

প্রশ্ন ▶২



ছবিতে আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 180 বর্গ একক।

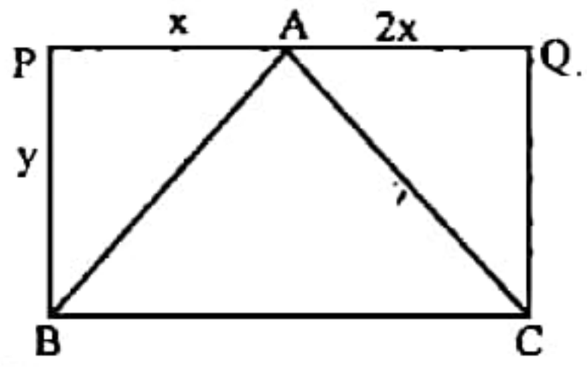
ক. সমস্যাটিকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ΔABC- ত্রিভুজের পরিসীমা x ও y- এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. AB রেখার দৈর্ঘ্য 13 একক হলে ΔABC- ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, PQ = PA + AQ
= x + 2x
= 3x
PB = y
∴ PBCQ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
= PQ × PB
= 3x × y
= 3xy
∴ নির্ণেয় সমীকরণ $3xy = 180$

www.bdniyog.com

খ ΔABC ত্রিভুজের পরিসীমা = AB + BC + CA

এখন, ΔABP সমকোণী ত্রিভুজ হতে, $AB^2 = AP^2 + PB^2$

$\therefore AB = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$

আবার, যেহেতু PBCQ আয়তক্ষেত্রের PQ = BC

$\therefore$ BC এর দৈর্ঘ্য = 3x

আবার, ΔACQ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$CA^2 = AQ^2 + CQ^2$

$CA = \sqrt{(2x)^2 + y^2}$ [$\because PB = CQ$]

$= \sqrt{4x^2 + y^2}$

$\therefore$ CA এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{4x^2 + y^2}$

$\therefore$ নির্ণেয় ΔABC ত্রিভুজের পরিসীমা

= AB + BC + CA

$= \sqrt{x^2 + y^2} + 3x + \sqrt{4x^2 + y^2}$ একক।

গ এখানে, AB = 13

ΔABP সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $13 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $\sqrt{x^2 + y^2} = 13$

বা, $x^2 + y^2 = 169$ ... ... (i) [বর্গ করে]

আবার, আমরা পাই, $3xy = 180$

বা, $xy = \frac{180}{3}$

বা, $xy = 60$

বা, $2xy = 60 \times 2$ [উভয়পাশে 2 গুণ করে]

বা, $2xy = 120$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে,

$x^2 + y^2 + 2xy = 169 + 120$

বা, $(x + y)^2 = 289$

বা, $x + y = \pm 17$ [বর্গমূল করে]

$\therefore$ $x + y = 17$ বা $x + y = -17$ [ইহা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি কখনও ঋণাত্মক হয় না]

আবার, (i) নং সমীকরণ থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে,

$x^2 + y^2 - 2xy = 169 - 120$

বা, $(x - y)^2 = 49$

বা, $x - y = \pm 7$

$\therefore$ $x - y = 7$

অথবা, $x - y = -7$ [ইহা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অন্তর কখনও ঋণাত্মক হয় না]

এখন,

$x + y = 17$

$x - y = 7$

$2x = 24$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{24}{2}$

বা, $x = 12$

আবার,

$x + y = 17$

$x - y = 7$

$2y = 10$ [বিয়োগ করে]

বা, $y = \frac{10}{2}$

$\therefore$ $y = 5$

$\therefore$ ΔABC ত্রিভুজের পরিসীমা

$= \sqrt{x^2 + y^2} + 3x + \sqrt{4x^2 + y^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2} + 3.12 + \sqrt{4(12)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{144 + 25} + 36 + \sqrt{4 \times 144 + 25}$

$= \sqrt{169} + 36 + \sqrt{576 + 25}$

$= 13 + 36 + \sqrt{601}$

$= 49 + 24.515$

$= 73.515$

= 73.52 একক (Ans.)

প্রশ্ন ▶৩ আরিফের গণিত শিক্ষক তাকে এমন একটি সংখ্যা বলতে বললেন, যেন সংখ্যাটিকে অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 3 এবং সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে।

ক. দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y হলে সংখ্যাটি কত এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত? ২

খ. প্রদত্ত শর্ত থেকে দুটি বীজগাণিতিক সমীকরণ গঠন কর এবং দেখাও যে, $x - y + 2 = 0$. ৪

গ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, দশক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y

$\therefore$ সংখ্যাটি = 10x + y

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় = 10y + x

খ প্রথম শর্তানুসারে,

$\frac{10x + y}{xy} = 3$

$\therefore$ $10x + y = 3xy$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$10x + y + 18 = 10y + x$

বা, $10x + y + 18 - 10y - x = 0$

বা, $9x - 9y + 18 = 0$

$\therefore$ $x - y + 2 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$10x + y = 3xy$ ..... (i)

এবং $x - y + 2 = 0$

$\therefore$ $x = y - 2$ ..... (ii)

$x = y - 2$, (i) নং-এ বসিয়ে পাই,

$10(y - 2) + y = 3(y - 2)y$

বা, $10y - 20 + y = 3y^2 - 6y$

বা, $3y^2 - 6y - 10y + 20 - y = 0$

বা, $3y^2 - 17y + 20 = 0$

বা, $3y^2 - 5y - 12y + 20 = 0$

বা, $y(3y - 5) - 4(3y - 5) = 0$

বা, $(3y - 5)(y - 4) = 0$

হয়, $3y - 5 = 0$ অথবা, $y - 4 = 0$

$\therefore$ $y = \frac{5}{3}$ $\therefore$ $y = 4$

কিন্তু, কোন সংখ্যার অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না,

সুতরাং, $y = 4$

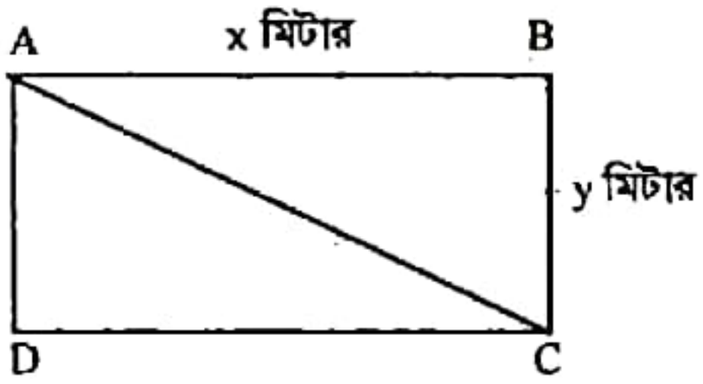
y-এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $x = 4 - 2 = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি = 10.2 + 4

= 20 + 4 = 24 **(Ans.)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৪



চিত্রে, ABCD আয়তক্ষেত্রের অর্ধ পরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল = 300 ব.মি.।

ক. আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হলে ক্ষেত্রটির অর্ধ পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য কত ? ২

খ. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর এবং প্রমাণ কর যে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি 35 মিটার। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

$\therefore$ অর্ধ পরিসীমা $= \frac{\text{পরিসীমা}}{2}$

$= \frac{2(x+y)}{2}$ মিটার

$= (x+y)$ মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রের, $(\text{কর্ণ})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2$

$\therefore$ কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

Ans. অর্ধপরিসীমা = $x + y$ মিটার এবং কর্ণ = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার।

খ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = xy বর্গমিটার

এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি = $(x + y)$ মিটার।

প্রশ্নমতে, $xy = 300$ ..... (i)

$x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ ..... (ii)

(ii) নং থেকে পাই, $x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $(x + y)^2 - 2(x + y) \times 10 + 10^2 = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + 2xy + y^2 - 20x - 20y + 100 = x^2 + y^2$

বা, $2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$

বা, $2 \times 300 - 20x - 20y = -100$ [(i) নং থেকে]

বা, $600 - 20x - 20y = -100$

বা, $-20x - 20y = -100 - 600$

বা, $-20(x + y) = -700$

বা, $x + y = 35$ [উভয়পক্ষকে (-20) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore$ $x + y = 35$ **(প্রমাণিত)**

খ 'খ' হতে পাই, $x + y = 35$ ..... (iii)

এখন, আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= (35)^2 - 4 \times 300$ [(i) ও (iii)নং হতে]

$= 1225 - 1200 = 25$

$\therefore$ $x - y = \sqrt{(\pm 5)^2}$

বা, $x - y = \pm 5$

$\because$ x দৈর্ঘ্য এবং y প্রস্থ নির্দেশ করে,

$\therefore$ $x > y$, অর্থাৎ $x - y > 0$

$\therefore$ $x - y = 5$ ..... (iv)

সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 35 + 5$

বা, $2x = 40$

বা, $x = \frac{40}{2}$

বা, $x = 20$

$\therefore$ $x = 20$

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$x + y - (x - y) = 35 - 5$

বা, $x + y - x + y = 35 - 5$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \frac{30}{2}$

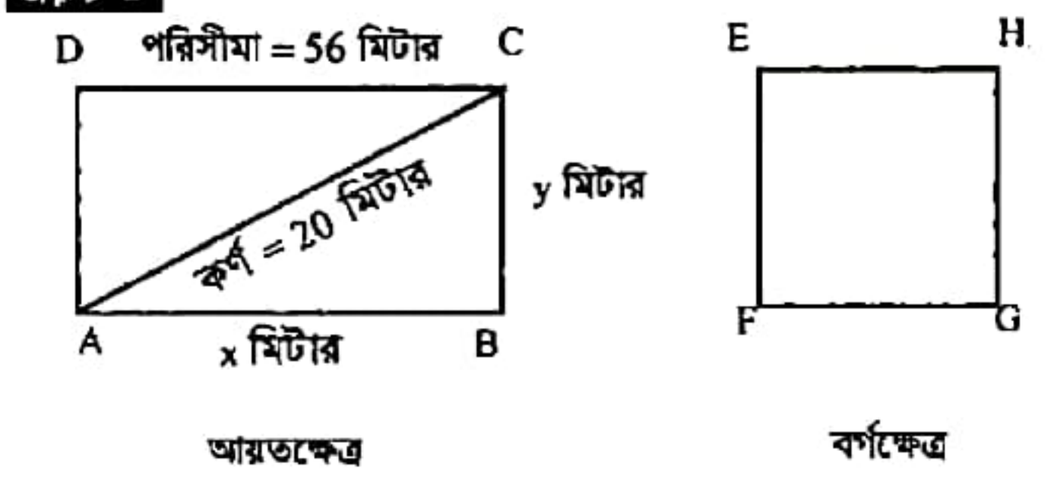
বা, $y = 15$

$\therefore$ $y = 15$

$\therefore$ প্রদত্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার।

Ans. 20 মিটার এবং 15 মিটার।

প্রশ্ন ▶ ৪



আয়তক্ষেত্র বর্গক্ষেত্র

চিত্রে, ABCD একটি আয়তাকার বাগান এবং EFGH একটি বর্গাকার বাগান।

ক. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হলে, পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য কত ? ২

খ. চিত্র থেকে দুটি সমীকরণ লেখ এবং দেখাও যে আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। ৪

গ. যদি EFGH বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ABCD আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফলের সমান হয় তবে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা = $2(x + y)$ মিটার

আমরা জানি, আয়তাকার বাগানের,

$(\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2$

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার। **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে, $2(x + y) = 56$

বা, $x + y = \frac{56}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x + y = 28$

$\therefore$ $x + y = 28$ ..... (i)

আমরা জানি, আয়তাকার বাগানের,

$(\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2$

এবং $20^2 = x^2 + y^2$

বা, $400 = x^2 + y^2$

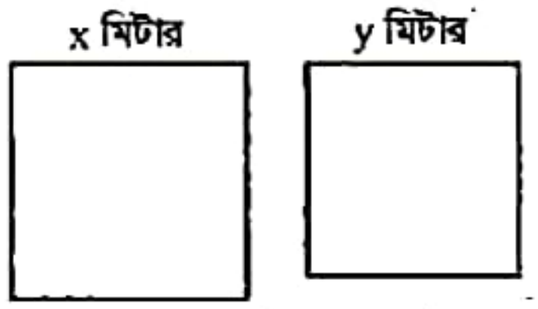
$\therefore$ $x^2 + y^2 = 400$ ..... (ii)

www.bdniyog.com

আবার, আমরা জানি,
$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
বা, $(28)^2 = 400 + 2xy$
বা, $784 = 400 + 2xy$
বা, $2xy = 784 - 400$
বা, $2xy = 384$
বা, $xy = \frac{384}{2}$
বা, $xy = 192$
∴ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার।
(দেখানো হলো)

গ 'খ' থেকে পাই,
আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার
∴ বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার
বা, (বর্গের দৈর্ঘ্য)^2 = 192 বর্গ মিটার
বা, বর্গের দৈর্ঘ্য $= \pm\sqrt{192}$
$= \pm\sqrt{3.8.8}$ মিটার
$= \pm 8\sqrt{3}$ মিটার
কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।
∴ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $8\sqrt{3}$ মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬



চিত্রে, বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার এবং ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য y মিটার। বর্গক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গমিটার এবং ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 240 বর্গমিটার।

ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $x + y = 31$ এবং $x - y = 1$ ৪
গ. বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাপ কত? ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = x মিটার
এবং ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = y মিটার
∴ $x > y$
সুতরাং, বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গমিটার
ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = y^2 বর্গমিটার
বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার
প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 481$
$xy = 240$

খ 'ক' হতে পাই,
$x^2 + y^2 = 481$ .....(i)
$xy = 240$ ..... (ii)
আমরা জানি,
$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
বা, $(x+y)^2 = 481 + 2 \times 240$ [(i) ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]
বা, $(x+y)^2 = 481 + 480$
বা, $(x+y)^2 = 961$
বা, $x + y = \sqrt{(\pm 31)^2}$
∴ $x + y = \pm 31$
∵ x এবং y উভয় রাশিই দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে, অতএব উভয়েই ধনাত্মক।
অর্থাৎ, $x + y > 0$
∴ $x + y = 31$ ..... (iii) **(প্রমাণিত)**
আবার, আমরা জানি,
$(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
বা, $(x-y)^2 = 481 - 2 \times 240$ [(i) ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]
বা, $(x-y)^2 = 481 - 480$
বা, $(x-y)^2 = 1$
বা, $x - y = \sqrt{(\pm 1)^2}$
∴ $x - y = \pm 1$
∵ $x > y$ অর্থাৎ $x - y > 0$
∴ $x - y = 1$ ..... (iv) **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' এর সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,
$x + y + x - y = 31 + 1$
বা, $2x = 32$
বা, $x = \frac{32}{2}$
বা, $x = 16$
∴ $x = 16$
সমীকরণ (iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,
বা, $x + y - (x-y) = 31 - 1$
বা, $x + y - x + y = 30$
বা, $2y = 30$
বা, $y = \frac{30}{2}$
বা, $y = 15$
∴ $y = 15$
∴ বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় যথাক্রমে 16 মিটার এবং 15 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 2। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y

ক. সংখ্যাটি কত এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত? ২
খ. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন করে দেখাও যে, $y = x - 3$ ৪
গ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
সংখ্যাটির একক স্থানের অঙ্ক = x
দশক স্থানের অঙ্ক = y
∴ সংখ্যাটি = $10y + x$
অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময়ে প্রাপ্ত সংখ্যা = $10x + y$ **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে, $\frac{10y + x}{xy} = 2$ .....(i)
$(10y + x) + 27 = 10x + y$ ..... (ii)
(ii) নং হতে পাই,
$10y + x + 27 - 10x - y = 0$
বা, $9y - 9x + 27 = 0$
বা, $9(y - x + 3) = 0$
বা, $y - x + 3 = 0$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা ভাগ করে]
∴ $y = x - 3$ ..... (iii) **(দেখানো হলো)**

গ (i) নং সমীকরণে y এর পরিবর্তে $x - 3$ বসিয়ে পাই,

www.bdniyog.com

$\frac{10(x-3)+x}{x(x-3)} = 2$

বা, $10x - 30 + x = 2(x^2 - 3x)$ [আড়গুণন করে]

বা, $11x - 30 = 2x^2 - 6x$

বা, $2x^2 - 17x + 30 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x^2 - 12x - 5x + 30 = 0$

বা, $2x(x-6) - 5(x-6) = 0$

বা, $(2x-5)(x-6) = 0$

হয়, $2x - 5 = 0$ অথবা, $x - 6 = 0$

বা, $2x = 5$ $\therefore x = 6$

$\therefore x = \frac{5}{2}$

সংখ্যার অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না,

অর্থাৎ $x \neq \frac{5}{2}$

$\therefore x = 6$

(iii) নং সমীকরণে x-এর মান বসিয়ে পাই,

$y = x - 3 = 6 - 3 = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

$= 10 \times 3 + 6$

$= 30 + 6$

$= 36$ (Ans.)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৮ **একটি আয়তাকার বাগানের কর্ণের দৈর্ঘ্য 11 মিটার। ইহার বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 41 বর্গমিটার।**

ক. উপরের তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রথম আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. দ্বিতীয় আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার অর্ধেকের সমান বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\sqrt{x^2 + y^2} = 11$, $(x + y)(x - y) = 41$; **খ.** 9 মিটার, $2\sqrt{10}$ মিটার; **গ.** $18\sqrt{2}$ মিটার।

প্রশ্ন ▶ ৮ **দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা x ও y যেখানে $x > y$. তাদের বর্গ অন্তর 64।**

ক. সংখ্যা দুইটির অন্তর 2 হলে, সমষ্টি কত? ২

খ. সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হয় তবে ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 32; **খ.** 17; 15

গ. ক্ষেত্রফল = 255 বর্গ মি., কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{514}$ মিটার এবং পরিসীমা = 64 মিটার।

প্রশ্ন ▶ ১০ **একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ তার প্রস্থের তিনগুণের সমান। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার।** [ক্যান্টনমেন্ট হাই স্কুল, যশোর]

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল তার অর্ধপরিসীমার 12 গুণ। ৪

উত্তর: ক. $2x = 3y$, $xy = 600$; **খ.** 30 মিটার, 20 মিটার

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে সাধারণত দুটি অজ্ঞাত রাশি থাকে।
- অজ্ঞাত রাশি বা চলকের মাধ্যমে সমস্যার শর্তগুলো থেকে পরস্পর অনির্ভর ও সজাতিপূর্ণ সমীকরণ গঠন করতে হবে।
- দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ক্ষেত্রফল, পরিসীমা ও কোনো বস্তুর সংখ্যা ইত্যাদির ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৪, ৬, ৮, ৯, ১২, ১৪, ১৭, ২০, ২১, ২২, ২৩, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪
★★	২, ৩, ৭, ১০, ১৬, ১৯, ২৮, ২৯, ৩০

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৬
★★	৩, ৫, ৭

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৬

অনুশীলনটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দুই চলকবিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোটের সমাধান।

PRACTICE P

১টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৩২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $2^x + 3^y = 31$

$2^x - 3^y = -23$

সমাধান: $2^x + 3^y = 31$ ..... (i)

$2^x - 3^y = -23$ ..... (ii)

এখন, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2 \cdot 2^x = 8$

বা, $2^x = 4$

বা, $2^x = 2^2$

$\therefore x = 2$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2.3^y = 54$

বা, $3^y = 27$

বা, $3^y = 3^3$

$\therefore y = 3$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$

২. $3^x = 9^y$

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

সমাধান: $3^x = 9^y$ ..... (i)

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$ ..... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $3^x = 9^y$

বা, $3^x = (3^2)^y$

বা, $3^x = 3^{2y}$

$\therefore x = 2y$ ..... (iii) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = (5^2)^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = 5^{2xy}$

বা, $x + y + 1 = 2xy$ ..... (iv) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

(iv) নং সমীকরণে $x = 2y$ বসিয়ে পাই,

$2y + y + 1 = 2.2y.y$

বা, $2y + y + 1 = 4y^2$

বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$

বা, $4y^2 - 4y + y - 1 = 0$

বা, $4y(y - 1) + 1(y - 1) = 0$

বা, $(y - 1)(4y + 1) = 0$

হয়, $y - 1 = 0$ অথবা, $4y + 1 = 0$

$\therefore y = 1$ $\therefore y = -\frac{1}{4}$

(iii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $y = 1$, তখন $x = 2.1 = 2$

যখন $y = -\frac{1}{4}$, তখন $x = 2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

৩. $3^x \cdot 9^y = 81$

$2x - y = 8$

সমাধান : $3^x \cdot 9^y = 81$ .....(i)

$2x - y = 8$ ..... (ii)

এখন, (i) নং হতে,

$3^x \cdot 9^y = 81$

বা, $3^x \cdot (3^2)^y = 3^4$

বা, $3^x \cdot 3^{2y} = 3^4$

বা, $3^{x+2y} = 3^4$ [$\because a^m . a^n = a^{m+n}$]

$\therefore x + 2y = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x + 2y - 4 = 0$ ..... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $2x - y = 8$

বা, $2x - y - 8 = 0$ ..... (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোট থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{-16-4} = \frac{y}{-8+8} = \frac{1}{-1+4}$$

বা, $\frac{x}{20} = \frac{y}{0} = \frac{1}{5}$

$\therefore x = 4, y = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 0)$

৪. $2^x \cdot 3^y = 18$

$2^{2x} \cdot 3^y = 36$

সমাধান : $2^x \cdot 3^y = 18$ ..... (i)

$2^{2x} \cdot 3^y = 36$ ..... (ii)

www.bdniyog.com

এখন, (ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2^{2x}\cdot 3^{y}}{2^{x}\cdot 3^{y}}=\frac{36}{18}$$

বা, $2^x = 2$

বা, $2^x = 2^1$

$\therefore \quad x = 1 \qquad [\because a^m = a^n$ হলে, $m = n]$

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$2^1.3^y = 18$

বা, $3^y = 9$

বা, $3^y = 3^2$

$\therefore \quad y = 2 \quad [\because a^m = a^n$ হলে, $m = n]$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (1, 2)$

৫. $a^x . a^{y+1} = a^7$

$a^{2y} . a^{3x+5} = a^{20}$

সমাধান : $a^x . a^{y+1} = a^7$ ..... (i)

$a^{2y} . a^{3x+5} = a^{20}$ ..... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$a^{x+y+1} = a^7$

বা, $x + y + 1 = 7 \quad [\because a^m = a^n$ হলে, $m = n]$

$\therefore \quad x + y - 6 = 0$ ..... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$a^{2y+3x+5} = a^{20}$

বা, $2y + 3x + 5 = 20 \qquad [\because a^m = a^n$ হলে, $m = n]$

$\therefore \quad 3x + 2y - 15 = 0$ ..... (iv)

এখন, (iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোট থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\therefore \quad \frac{x}{-15+12}=\frac{y}{-18+15}=\frac{1}{2-3}$$

বা, $\frac{x}{-3}=\frac{y}{-3}=\frac{1}{-1}$

বা, $\frac{x}{3}=\frac{y}{3}=1$

$\therefore \quad x = 3$

আবার, $y = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 3)$

৬. $\left.\begin{matrix} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{matrix}\right\}\ y \neq 1$

সমাধান : $y^x = x^2$ ..... (i)

$x^{2x} = y^4$ ..... (ii)

এখন, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x^{2x} = y^4$

বা, $(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) নং সমীকরণ থেকে x^2 এর মান বসিয়ে]

বা, $y^{x^2} = y^4 \quad [\because (a^m)^n = a^{mn}]$

বা, $x^2 = 4 \qquad [\because a^m = a^n$ হলে $m = n]$

$\therefore x = \pm 2$

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$, তখন $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore \quad y = \pm 2$

যখন $x = -2$, তখন $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

৭. $y^x = 4$

$y^2 = 2^x$

সমাধান: $y^x = 4$ ..... (i)

$y^2 = 2^x$ ..... (ii)

এখন (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y^2 = 2^x$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x-এ উন্নীত করে]

বা, $y^{2x} = 2^{x^2} \quad [\because (a^m)^n = a^{mn}]$

বা, $(y^x)^2 = 2^{x^2}$

বা, $(4)^2 = 2^{x^2} \quad [\because$ (i) থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $(2^2)^2 = 2^{x^2}$

বা, $2^4 = 2^{x^2}$

বা, $x^2 = 4 \qquad [\because a^m = a^n$ হলে $m = n]$

$\therefore x = \pm 2$

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$, তখন $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

যখন $x = -2$, তখন $y^{-2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

৮. $4^x = 2^y$

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

সমাধান : $4^x = 2^y$ ..... (i)

$27^{xy} = 9^{y+1}$ ..... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y \quad [\because (a^m)^n = a^{mn}]$

বা, $2x = y$ ..... (iii) $[\because a^m = a^n$ হলে $m = n]$

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

বা, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2(y+1)} \quad [\because (a^m)^n = a^{mn}]$

বা, $3xy = 2(y + 1)$ ..... (iv) $[\because a^m = a^n$ হলে $m = n]$

(iv) নং সমীকরণে $y = 2x$ বসিয়ে পাই,

$3x.2x = 2(2x + 1)$

বা, $6x^2 = 2(2x + 1)$

বা, $3x^2 = 2x + 1$

বা, $3x^2 - 2x - 1 = 0$

www.bdniyog.com

বা, $3x^2 - 3x + x - 1 = 0$

বা, $3x(x-1) + 1(x-1) = 0$

বা, $(x-1)(3x+1) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $3x + 1 = 0$

$\therefore x = 1$ $\therefore x = -\frac{1}{3}$

(iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 1$ তখন $y = 2.1 = 2$

যখন $x = -\frac{1}{3}$ তখন $y = 2.\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

৮. $8y^x - y^{2x} = 16$

$2^x = y^2$

সমাধান : $8y^x - y^{2x} = 16$ ..... (i)

$2^x = y^2$ ..... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + 4^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

$\therefore y^x = 4$ ..... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$2^x = y^2$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x-এ উন্নীত করে।]

বা, $2^{x.x} = y^{2x}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2^{x^2} = (y^x)^2$ [$\because a^{mn} = (a^m)^n$]

বা, $2^{x^2} = 4^2$ [(iii) নং থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $2^{x^2} = 16$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$

এখন, (ii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

যখন $x = -2$ তখন $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৫.৬ দুই চলক বিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোট | Text পৃষ্ঠা-১৮৬

- সূচকীয় সমীকরণে উভয় পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়। অর্থাৎ $a^m = a^n$ হলে $m = n$ হবে।
- সমীকরণ জোট যেকোনো পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।

১. $a^{2x}.a^{y+1} = a^9$ হলে, $y =$ কত? (সহজ)

ক $-8 - 2x$ খ $8 - 2x$ গ $8 + 2x$ ঘ $4 + x$ **খ**

ব্যাখ্যা: $a^{2x+y+1} = a^9$ বা, $2x + y = 8$ বা, $y = 8 - 2x$.

২. $a^{x+2}.a^{2y+1} = 1$ হলে, $x =$ কত? (মধ্যম)

ক $-2y - 3$ খ $2y - 3$ গ $2y + 3$ ঘ $2y + 4$ **ক**

ব্যাখ্যা: $a^{x+2+2y+1} = 1$ বা, $a^{x+2y+3} = a^0$ বা, $x = -2y - 3$

৩. $a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}$, $(a \neq 1)$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)

[সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক $2x + y = 7$ খ $x + 2y = 7$

গ $x - 2y = 7$ ঘ $x = 2y - 7$ **খ**

ব্যাখ্যা: $a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}$ বা, $a^{x+2y+3} = a^{10}$

বা, $x + 2y + 3 = 10$ $\therefore x + 2y = 7$

৪. $3^{3y-1} = 9^{x+y}$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)

[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $3y - 1 = 2(x + y)$ খ $3y - 1 = x + y$

গ $(3y + 1) = 2(x + y)$ ঘ $3y - 1 = x - y$ **ক**

ব্যাখ্যা: $3^{3y-1} = 9^{x+y} = (3^2)^{x+y} = 3^{2x+2y}$

$\therefore 3y - 1 = 2x + 2y = 2(x + y)$

৫. $3^{3y-1} = 9^{x+y}$ হলে, $y =$ কত? (মধ্যম)

[আই.ই.টি.স. উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক $x + 1$ খ $2x - 1$ গ $2x + 1$ ঘ $4x + 1$ **গ**

ব্যাখ্যা: $3^{3y-1} = (3^2)^{x+y}$ বা, $3^{3y-1} = 3^{2x+2y}$

বা, $3y - 1 = 2x + 2y$ বা, $y = 2x + 1$

৬. $a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}$ এবং $x = 3$ হলে, $y =$ কত? (মধ্যম)

ক -2 খ 2 গ 3 ঘ 6 **খ**

ব্যাখ্যা: $a^{x+2+2y+1} = a^{10}$ বা, $x + 2y = 7$

বা, $2y = 4$ $\therefore y = 2$

৭. $4^x = 2^y$ এবং $x = 2$ হলে y এর মান কত? (সহজ)

[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক -2 খ -4 গ 2 ঘ 4 **গ**

ব্যাখ্যা: $2^y = 4^2 = 2^4$: $\therefore y = 4$

৮. $4^{x+3y} = 16^{2x+3}$ এবং $x = 4$ হলে, $y =$ কত? (মধ্যম)

ক -3 খ -1 গ 1 ঘ 6 **গ**

ব্যাখ্যা: $4^{x+3y} = 4^{4x+6}$ বা, $4x + 6 = x + 3y$

বা, $3x + 6 = 3y$ বা, $3y = 18$ বা, $y = 6$

৯. $x^y = y^x$, $x = 2y$ হলে, $y =$ কত? (মধ্যম)

ক x খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

ব্যাখ্যা: $(2y)^y = y^{2y}$ বা, $\frac{y^{2y}}{y^y} = 2^y$ বা, $y^y = 2^y$ $\therefore y = 2$

১০. $x^y = y^x$, $x = 2y$ সমীকরণ জোটের সমাধান কত? (সহজ)

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

ক $(1, 3)$ খ $(2, 3)$

গ $(4, 2)$ ঘ $(4, 3)$ **গ**

১১. $y^x = 4$ এবং $y^2 = 2^x$ হলে $x = ?$ (কঠিন)

[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ]

ক ± 2 খ ± 4 গ ± 1 ঘ ± 3 **ক**

ব্যাখ্যা: $y^x = 4 \Rightarrow (y^x)^2 = 4^2 \Rightarrow y^{2x} = 2^4$

আবার, $y^2 = 2^x$ বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ বা, $2^{x^2} = y^{2x} = 2^4$

$\therefore x^2 = 4$ বা, $x = \pm 2$

www.bdniyog.com

১২. $3^x = y^2$ এবং $x = 2$ হলে, $y =$ কত? (সহজ)

ক ±3 খ ±2 গ ±3 ঘ ±9 — গ

১৩. $8.2^{xy} = 4^y$ এবং $y = 1$ হলে, $x =$ কত? (মধ্যম)

ক −1 খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ $\frac{3}{2}$ — ক

ব্যাখ্যা: $2^{xy+3} = 2^{2y}$ বা, $xy + 3 = 2y$ বা, $x = -1$

১৪. $x^y = y^2$, $y^{2y} = x^4$ (যেখানে $x \neq 1$) হলে, $y^2 =$ কত? (মধ্যম)

ক −4 খ 4 গ 8 ঘ 16 — খ

ব্যাখ্যা: $x^{y^2} = y^{2y}$ বা, $x^{y^2} = x^4$ ∴ $y^2 = 4$.

১৫. $18y^x - y^{2x} = 81$, $3x = y^2$ হলে, $y^x =$ কত? (মধ্যম)

ক −9 খ 3 গ 9 ঘ 27 — গ

ব্যাখ্যা: $y^{2x} - 18y^x + 81 = 0$ বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.9 + 9^2 = 0$
বা, $(y^x - 9)^2 = 0$ বা, $y^x = 9$.

১৬. $(2y)^y = y^x$ এবং $x = 2y$ হলে, $(x, y) =$ কত? (কঠিন)

ক (2, 4) খ (3, 4) গ (4, 2) ঘ (8, 4) — গ

ব্যাখ্যা: $(2y)^y = y^{2y}$ বা, $2^y = \frac{y^{2y}}{y^y}$ বা, $y = 2$

∴ $x = 4$

১৭. $9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$ হলে, $2x + xy =$ কত? (মধ্যম)

ক −9 খ −3 গ 3 ঘ 6 — খ

ব্যাখ্যা: $3^{2x+xy} = 3^{-3}$ বা, $2x + xy = -3$.

১৮. $2^x + 3^y = 31$ এবং $2^x - 3^y = -23$ হলে, $(x, y) =$ কত? (কঠিন)

ক (−2, 3) খ (2, 3) গ (−2, −3) ঘ (2, −3) — খ

ব্যাখ্যা:

$2^x + 3^y = 31$	$2^2 + 3^y = 31$
$2^x - 3^y = -23$	$3^y = 31 - 4$
$2.2^x = 8$	$3^y = 27 = 3^3$
$2^{x+1} = 2^3$	∴ $y = 3$
বা, $x + 1 = 3$	
∴ $x = 2$	∴ $(x, y) = (2, 3)$

১৯. $3^x = 9^y$ সমীকরণে পাই —

i. $x = 2y$।

ii. $y = \frac{x}{2}$।

iii. $x = 2$ হলে $y = 1$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

২০. $8y^x - y^{2x} = 16$ সমীকরণকে —

i. $y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$ আকারে লেখা যায়।

ii. $(y^x - 4)^2$ আকারে লেখা যায়।

iii. $y^x = 2$ আকারে লেখা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

২১. $18y^x - y^{2x} = 81$ সমীকরণকে লেখা যায় —

i. $y^{2x} - 18y^x + 81 = 0$ আকারে।

ii. $y^{2x} - 18y^x - 81 = 0$ আকারে।

iii. $(y^x - 9)^2 = 0$ আকারে।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

২২. $3^x.9^y = 81$, $2x - y = 8$ হলে —

i. $x + 2y = 4$।

ii. $y = 2x - 8$।

iii. $(x, y) = (4, 0)$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

ব্যাখ্যা: $3^x3^{2y} = 3^4$ বা, $3^{x+2y} = 3^4$ ∴ $x + 2y = 4$
$2x - y = 8$ বা, $y = 2x - 8$
∴ $x + 2(2x - 8) = 4$ বা, $5x = 16 + 4$ বা, $x = 4$

২৩. $x^y = y^2$ এবং $y^{2y} = x^4$ $(x \neq 1)$ হলে —

i. $x^{y^2} = y^{2y}$।

ii. $y = \pm 2$।

iii. x এর 4 টি মান বা মূল পাওয়া যাবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

ব্যাখ্যা: $x^y = y^2$ বা, $(x^y)^y = (y^2)^y$ বা, $x^{y^2} = y^{2y}$
∴ $x^{y^2} = x^4$ বা, $y^2 = 4$ বা, $y = \pm 2$
সমীকরণদ্বয়ে x এর সর্বোচ্চ ঘাত 4.

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left.\begin{matrix} 2^x + 3^y = 31 \\ 2^x - 3^y = -23 \end{matrix}\right\}$ একটি সূচক সমীকরণ জোট।

২৪. সমীকরণ জোটে x এর মান কত? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6 — ক

২৫. y এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — গ

২৬. সমীকরণ জোটের যুগপৎ সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

ক (3, 2) খ (1, 2)
গ (2, 1) ঘ (2, 3) — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left.\begin{matrix} 2^x.3^y = 18 \\ 2^{2x}.3^y = 36 \end{matrix}\right\}$ একটি সূচক সমীকরণ জোট।

২৭. জোটের ২য় সমীকরণে $x = 1$ হলে, $y =$ কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6 — ক

ব্যাখ্যা: $2^{2x}.3^y = 36$
বা, $2^{2.1}.3^y = 36$ [∵ $x = 1$]
বা, $3^y = \frac{36}{4} = 9 = 3^2$ ∴ $y = 2$

২৮. সমীকরণ জোট থেকে x এর কোন মান পাওয়া যায়? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 4 — খ

ব্যাখ্যা: $\frac{2^{2x}.3^y}{2^x.3^y} = \frac{36}{18} = 2$
বা, $2^{2x-x} = 2$
বা, $2^x = 2^1$ ∴ $x = 1$

২৯. সমীকরণ জোটের সমাধান $(x, y) =$ কত? (সহজ) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক (2, 0) খ (2, 1) গ (1, 2) ঘ (2, 2) — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩০-৩২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$18y^x - y^{2x} = 81$ এবং $3^x = y^2$

৩০. প্রথম সমীকরণ থেকে y^x এর মান কোনটি? (মধ্যম)

ক 9 খ 2 গ 3 ঘ 6 — ক

ব্যাখ্যা: $18y^x - y^{2x} = 81$ বা, $(y^x)^2 - 18y^x + 9^2 = 0$
বা, $(y^x - 9)^2 = 0$ বা, $y^x = 9$

www.bdniyog.com

৩১. x এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক ±4 খ ±2 গ ±1 ঘ ±16 **গ**

ব্যাখ্যা: $y^x = 9$ বা, $y^{2x} = 9^2$;

$(3^x)^x = (y^2)^x = y^{2x} = 9^2 = 3^4$ বা, $3^{x^2} = 3^4$

বা, $x^2 = 4$ বা, $x = \pm 2$

৩২. $x > 0, y > 0$ হলে $(x, y) = ?$ (সহজ)

ক (2, 3) খ $(\sqrt{3}, 2)$ গ (9, 2) ঘ (6, 2) **ক**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $4^x = 2^y, (27)^{xy} = 9^{y+1}$

ক. জোটের প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $2x = y$ ২

খ. দেখাও যে, $3x^2 - 2x - 1 = 0$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$4^x = 2^y$ ..... (i)

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$ ..... (ii)

(i) নং থেকে পাই, $4^x = 2^y$

বা, $(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

$\therefore 2x = y$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$] **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

$2x = y$ ..... (iii)

(ii) নং হতে পাই,

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

বা, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2(y+1)}$

$\therefore 3xy = 2(y + 1)$ .....(iv) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

(iii) নং থেকে y এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$3x.2x = 2(2x + 1)$

বা, $6x^2 = 2(2x + 1)$

বা, $3x^2 = 2x + 1$

$\therefore 3x^2 - 2x - 1 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

বা, $3x^2 - 3x + x - 1 = 0$

বা, $3x(x - 1) + (x - 1) = 0$

বা, $(x - 1)(3x + 1) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $3x + 1 = 0$

$\therefore x = 1$ $\therefore x = -\frac{1}{3}$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 1$, তখন, $y = 2.1 = 2$

যখন, $x = -\frac{1}{3}$, তখন, $y = 2\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ $\left.\begin{matrix} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{matrix}\right\}$ এবং $\left.\begin{matrix} y^x = 4 \\ y^2 = 2^x \end{matrix}\right\}$ দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর। ২

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, প্রথম সমীকরণ জোট,

$y^x = x^2$ ..... (i)

$x^{2x} = y^4$ ..... (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$x^{2x} = y^4$

বা, $(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) নং হতে x^2 এর মান বসিয়ে]

বা, $y^{x^2} = y^4$

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$ (Ans.)

খ 'ক' হতে x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$

তখন $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

আবার যখন, $x = -2$

তখন, $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$ [$\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}$]

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2), (2 - 2), \left(-2, \frac{1}{2}\right)\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোট,

$y^x = 4$.....(iii)

$y^2 = 2^x$ .....(iv)

(iv) নং হতে পাই,

$y^2 = 2^x$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ [উভয়পক্ষের ঘাত x এ উন্নীত করে]

বা, $y^{2x} = 2^{x^2}$

বা, $(y^x)^2 = 2^{x^2}$

বা, $(4)^2 = 2^{x^2}$ [(iii) নং হতে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $16 = 2^{x^2}$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$

(iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$, তখন $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

www.bdniyog.com

আবার যখন, $x = -2$ তখন

$y^{-2} = 4$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right)\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

সুতরাং, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $8.2^{xy} = 4^y$; $9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে xy নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $x = -y$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$8.2^{xy} = 4^y$ ..... (i)

$9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$ ..... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$8.2^{xy} = 4^y$

বা, $2^3.2^{xy} = (2^2)^y$

বা, $2^{3+xy} = 2^{2y}$

বা, $3 + xy = 2y$ $[a^m = a^n$ হলে $m = n]$

$\therefore \quad xy = 2y - 3$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$xy = 2y - 3$ .....(iii)

(ii) নং হতে পাই,

$9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$

বা, $(3^2)^x.3^{xy} = \frac{1}{3^3}$

বা, $3^{2x}.3^{xy} = 3^{-3}$

বা, $3^{2x+xy} = 3^{-3}$

$\therefore \quad 2x + xy = -3$ .....(iv)

(iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$xy - 2x - xy = 2y - 3 + 3$

বা, $-2x = 2y$

বা, $-x = y$

$\therefore \quad x = -y$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$x = -y$ .....(v)

আবার, (iii) নং হতে পাই,

$xy = 2y - 3$

বা, $(-y)y = 2y - 3$ $[x = -y$ বসিয়ে]

বা, $-y^2 = 2y - 3$

বা, $y^2 + 2y - 3 = 0$

বা, $y^2 + 3y - y - 3 = 0$

বা, $y(y + 3) - 1(y + 3) = 0$

বা, $(y + 3)(y - 1) = 0$

হয়, $y + 3 = 0$ অথবা, $y - 1 = 0$

$\therefore \quad y = -3 \qquad \therefore \quad y = 1$

y এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন, $y = -3$, তখন $x = -(-3) = 3$

যখন, $y = 1$, তখন, $x = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, -3), (-1, 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ $8y^x - y^{2x} = 16$

$2^x = y^2$

একটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $y^x = 4$.

খ. সমীকরণ জোট থেকে x এর মান নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর।

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$8y^x - y^{2x} = 16$ ..... (i)

$2^x = y^2$ ..... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + 4^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

বা, $y^x = 4$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' এর (ii) নং থেকে পাই,

$2^x = y^2$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x-এ উন্নীত করে]

বা, $2^{x^2} = (y^x)^2$ $[\because a^{mn} = (a^m)^n]$

বা, $2^{x^2} = 4^2$ ['ক' থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $2^{x^2} = 16$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ $[a^m = a^n$ হলে $m = n]$

$\therefore \quad x = \pm 2$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore \quad y = \pm 2$

যখন $x = -2$ তখন $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{2^2}$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন ▶ ৪ $3^x = 9^y$, $5^{x+y+1} = 25^{xy}$

ক. জোটের প্রথম সমীকরণ হতে দেখাও যে, $x = 2y$ ২

খ. দেখাও যে, $(y - 1)(4y + 1) = 0$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

www.bdniyog.com

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$3^x = 9^y$ .....(i)

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$ .....(ii)

(i) নং হতে পাই,

$3^x = 9^y$

বা, $3^x = (3^2)^y$

বা, $3^x = 3^{2y}$

$\therefore x = 2y$ $[a^m = a^n$ হলে $m = n]$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

$x = 2y$ .....(iii)

এখন, (ii) নং হতে পাই,

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = (5^2)^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = 5^{2xy}$

$\therefore x + y + 1 = 2xy$ $[a^m = a^n$ হলে, $m = n]$

বা, $2y + y + 1 = 2.2y.y$ [(iii) নং এর সাহায্যে]

বা, $3y + 1 = 4y^2$

বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$

বা, $4y^2 - 4y + y - 1 = 0$

বা, $4y(y - 1) + 1(y - 1) = 0$

$\therefore (y - 1)(4y + 1) = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$(y - 1)(4y + 1) = 0$

হয়, $y - 1 = 0$ অথবা, $4y + 1 = 0$

$\therefore y = 1$ বা, $4y = -1$

$\therefore y = -\frac{1}{4}$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $y = 1$ তখন, $x = 2 \times 1 = 2$

আবার, যখন, $y = -\frac{1}{4}$ তখন, $x = 2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬ **জ্যোতি এবং জয়া দুই বোন। স্কুল যাওয়ার সময় তাদের মা প্রতিদিন জয়াকে যে পরিমাণ টাকা দেন জ্যোতিকে তার চেয়ে 16 টাকা বেশি দেন। স্কুলে গিয়ে অন্য কেউ যেন বুঝতে না পারে সেজন্য জ্যোতি বলল, আজ আম্মু আমাকে $8y^x$ টাকা দিয়েছে এবং জয়া বলল আজ আম্মু আমাকে y^{2x} টাকা দিয়েছে। অন্য কেউ না বুঝলেও জ্যোতি এবং জয়া দুজনেই বুঝতে পারল, কার কাছে কত টাকা আছে।**

ক. সমস্যাটিকে একটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. $p = y^x$ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. জ্যোতি এবং জয়া আগে থেকেই x ও y এর মধ্যে একটি সম্পর্ক ঠিক করে রেখেছিল এবং সেটি হলো $2^x = y^2$। x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক জ্যোতিকে দেওয়া টাকার পরিমাণ $= 8y^x$

জয়াকে দেওয়া টাকার পরিমাণ $= y^{2x}$

প্রশ্নমতে, $8y^x - y^{2x} = 16$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $8y^x - y^{2x} = 16$

খ এখানে, $p = y^x$

'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণটি $8y^x - y^{2x} = 16$

$\therefore$ y^x এর স্থলে p বসিয়ে,

$8p - p^2 = 16$

বা, $-p^2 + 8p - 16 = 0$

বা, $-(p^2 - 8p + 16) = 0$

বা, $p^2 - 8p + 16 = 0$

বা, $p^2 - 2.4p + (4)^2 = 0$

বা, $(p - 4)^2 = 0$

বা, $p - 4 = 0$ [উভয়পাশে বর্গমূল করে]

$\therefore p = 4$

$\therefore$ p এর মান $= 4$

গ 'খ' থেকে আমরা পাই,

$y^x = 4$ ..... (i)

এবং $2^x = y^2$ ..... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই, $2^x = y^2$

বা, $y^2 = 2^x$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$

বা, $(y^x)^2 = (2)^{x^2}$

বা, $(4)^2 = (2)^{x^2}$ [(i) নং হতে $y^2 = 4$ বসিয়ে]

বা, $(2^2)^2 = (2)^{x^2}$

বা, $(2)^4 = (2)^{x^2}$

বা, $(2)^{x^2} = (2)^4$

বা, $x^2 = 4$

বা, $x = \pm 2$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 2$ হলে, $y^2 = 4$ বা, $y = \pm 2$

আবার, $x = -2$ হলে, $y^{-2} = 4$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

বা, $y = \pm\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন ▶ ৬ (i) $3^{3y+1} = 9^{x+y}$

(ii) $4^{x+3y} = 16^{2x+9}$

ক. (i) নং সমীকরণকে সরল সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. (ii) নং সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $x = y - 6$. ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3^{3y+1} = 9^{x+y}$

বা, $3^{3y+1} = 3^{2(x+y)}$

বা, $3^{3y+1} = 3^{2x+2y}$

বা, $3y + 1 = 2x + 2y$ $[a^m = a^n$ হলে $m = n]$

বা, $3y + 1 - 2x - 2y = 0$

বা, $-2x + y + 1 = 0$

বা, $2x - y - 1 = 0$

$\therefore 2x - y = 1$ ..... (iii)

www.bdniyog.com

খ (ii) নং থেকে পাই, $4^{x+3y} = 16^{2x+9}$

বা, $4^{x+3y} = (4^2)^{2x+9}$

বা, $4^{x+3y} = 4^{4x+18}$

$\therefore\ x + 3y = 4x + 18$

বা, $x - 4x + 3y = 18$

বা, $-3x + 3y = 18$

বা, $x - y = -6$

$\therefore\ x = y - 6$ ..... (iv) **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' থেকে পাই,

$2x - y = 1$ ... ...(iii)

$x = y - 6$ ... ... (iv)

$x = y - 6$, (iii) নং এ বসিয়ে পাই, $2(y - 6) - y = 1$

বা, $2y - 12 - y = 1$

বা, $y = 1 + 12$

$\therefore\ y = 13.$

y এর মান (iv)নং এ বসিয়ে পাই, $x = 13 - 6$

বা, $x = 7$

$\therefore\ x = 7$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (7, 13)$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৮

A	B
$3^x.9^y = 81$ $2x - y = 8$	$18y^x - y^{2x} = 81$ $3^x = y^2$

ক. A বক্সের প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $x + 2y = 4$

খ. A বক্সের (x, y) = কত?

গ. B বক্সের (x, y) এর মান নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, A ও B বক্সের কোনো সাধারণ সমাধান নেই।

উত্তর: খ. $(4, 0)$; **গ.** $(2, 3), (2, -3), \left(-2, \frac{1}{3}\right), \left(-2, -\frac{1}{3}\right)$

প্রশ্ন ▶ ৯ $\left.\begin{matrix} a^x.a^{y+1} = a^7 \\ a^{2y}.a^{3x+5} = a^{20} \end{matrix}\right\}$ এবং $\left.\begin{matrix} a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10} \\ a^{2x}.a^{y+1} = a^9 \end{matrix}\right\}$ দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণজোট।

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ গঠন কর।

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।

গ. দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $x + y - 6 = 0$ এবং $3x + 2y - 15 = 0$; **খ.** $(x, y) = (3, 3)$

গ. $(x, y) = (3, 2)$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- সূচকীয় সমীকরণে উভয় পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়।
- সমীকরণ জোট যেকোনো পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।
- কোনো সমীকরণের উভয় পক্ষের ঘাত উন্নীত করলে বা কমালে সমীকরণের কোনো পরিবর্তন হয় না।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী; বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৫, ৭, ১০, ১১, ১৩, ১৭, ২০, ২২, ২৭, ২৮, ২৯
★★	১, ৬, ৯, ১৪, ১৬, ২১, ২৩, ৩০, ৩১, ৩২

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৫, ৬
★★	১, ৪, ৭

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৭

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন।

২. লেখচিত্রের মাধ্যমে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।

PRACTICE P

১৮টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
২৮টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২১টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণে b এর মান কোনটি?

ক. 0 খ. 1
গ. −1 ঘ. 3

গ

ব্যাখ্যা: $x^2 - x - 12 = 0$ বা $x^2 + (-1)x - 12 = 0$

২. $16^x = 4^{x+1}$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

ক. 2 খ. 0
গ. 4 ঘ. 1

ঘ

ব্যাখ্যা: $16^x = 4^{x+1}$ বা, $(4^2)^x = 4^{x+1}$ বা, $4^{2x} = 4^{x+1}$
বা, $2x = x + 1$ ∴ $x = 1$

৩. $x^2 - x + 13 = 0$ হলে সমীকরণটির একটি মূল কোনটি?

ক. $\frac{-1+\sqrt{-51}}{2}$ খ. $\frac{-1-\sqrt{51}}{2}$
গ. $\frac{1+\sqrt{-51}}{2}$ ঘ. $\frac{1+\sqrt{51}}{2}$

গ

ব্যাখ্যা: $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.13}}{2.1} = \frac{1 \pm \sqrt{-51}}{2}$

সমীকরণের দুইটি মূলের মধ্যে একটি মূল $= \frac{1+\sqrt{-51}}{2}$

এবং অপর মূল $= \frac{1-\sqrt{-51}}{2}$

৪. $y^x = 9, y^2 = 3^x$ হলে সঠিক সমাধান কোনটি?

ক. $(2, 3), (-2, \frac{1}{9})$ খ. $(2, 3), (2, -3)$
গ. $(2, \frac{1}{9}), (-2, 3)$ ঘ. $(-2, -\frac{1}{9}), (2, 3)$

ঘ

ব্যাখ্যা: $y^x = 9$ ..... (i) এবং $y^2 = 3^x$ .....(ii)

(i) হতে পাই, $(y^x)^2 = 9^2$
বা, $(y^2)^x = 9^2$
বা, $(3^x)^x = (3^2)^2$
বা, $3^{x^2} = 3^4$
বা, $x^2 = 4$
∴ $x = \pm 2$

যখন $x = 2, y = \pm 3$
যখন $x = -2, y = \pm \frac{1}{3}$
সমাধান: $(x, y) = (2, 3), (2, -3), \left(2, \frac{1}{3}\right), \left(-2, -\frac{1}{3}\right)$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
দুইটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের অন্তর 11 এবং গুণফল 30।

৫. সংখ্যা দুইটি কী কী?

ক. 1 এবং 30 খ. 2 এবং 15
গ. 5 এবং 6 ঘ. 5 এবং −6

গ

ব্যাখ্যা: কারণ $x^2 - y^2 = 11$..... (i)
এবং $xy = 30$ ..... (ii) সমীকরণদ্বয় কেবল (গ)-এ উল্লিখিত মান দ্বারা সিদ্ধ হয়।

৬. সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?

ক. 1 খ. 5
গ. 61 ঘ. $\sqrt{41}$

গ

ব্যাখ্যা: $6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

৭. একটি সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 6। সম্ভাব্য সমীকরণটি গঠন করলে হয়—

i. $x + \frac{1}{x} = 6$
ii. $x^2 + 1 = 6x$
iii. $x^2 - 6x - 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

ঘ

ব্যাখ্যা: iii সঠিক নয় কারণ, সংখ্যাটি x হলে, এর গুণাত্মক বিপরীত $\frac{1}{x}$

∴ $x + \frac{1}{x} = 6$
বা, $x^2 + 1 = 6x$
∴ $x^2 - 6x + 1 = 0$

৮. $2^{px-1} = 2q^{px-2}$ এর সমাধান কোনটি?

ক. $\frac{p}{2}$ খ. p
গ. $-\frac{p}{2}$ ঘ. $\frac{2}{p}$

ঘ

ব্যাখ্যা: $2^{px-1} = 2q^{px-2}$
বা, $\frac{2^{px-1}}{2} = q^{px-2}$
বা, $2^{px-1-1} = q^{px-2}$
বা, $2^{px-2} = q^{px-2}$
বা, $\left(\frac{2}{q}\right)^{px-2} = 1$
বা, $\left(\frac{2}{q}\right)^{px-2} = \left(\frac{2}{q}\right)^0$
বা, $px - 2 = 0$
∴ $x = \frac{2}{p}$

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

লেখচিত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর:

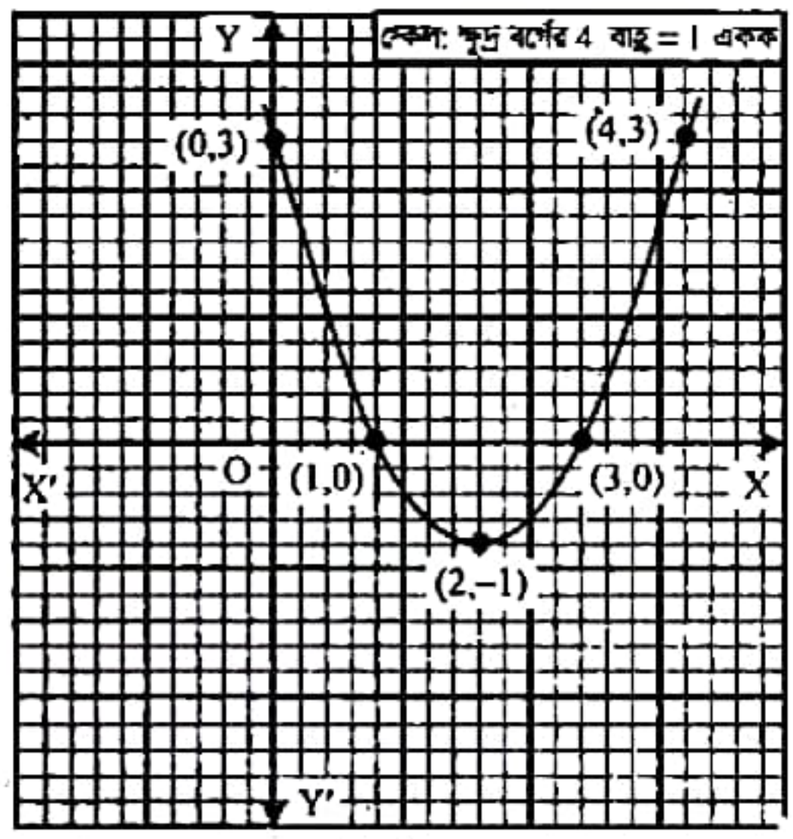
৯. $x^2 - 4x + 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 - 4x + 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	4
y	3	0	−1	0	3

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



চিত্র হতে দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (3, ., বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = 1, 3$

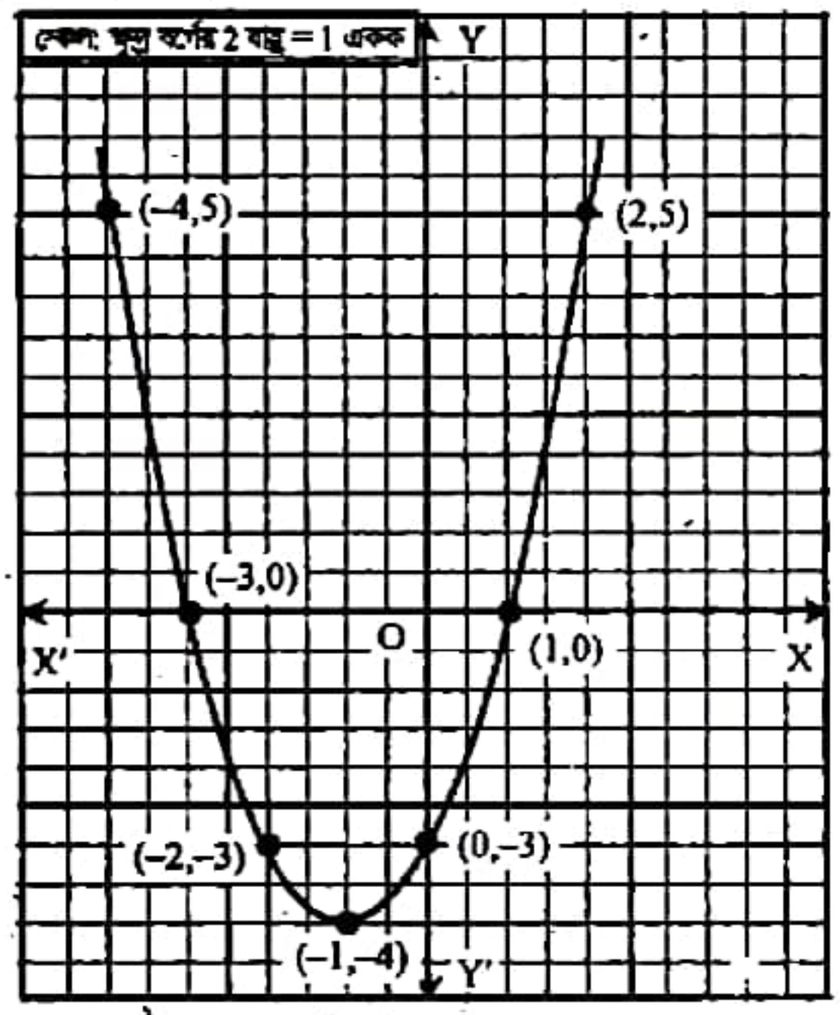
১০. $x^2 + 2x - 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 2x - 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	−1	−2	−3	−4
y	−3	0	5	−4	−3	0	5

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



চিত্র হতে দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (−3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = 1, -3$

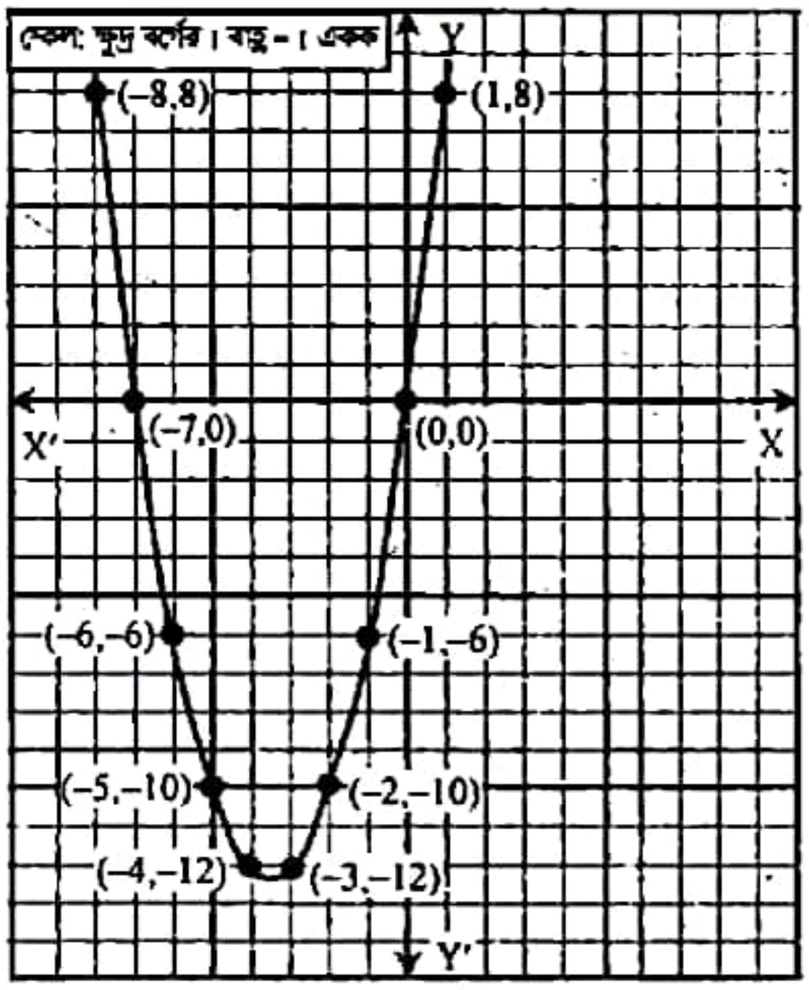
১১. $x^2 + 7x = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 7x$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	−1	−2	−3	−4	−5	−6	7	−8
y	0	8	−6	−10	−12	−12	−10	−6	0	8

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (0, 0) ও (−7, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = 0, -7$

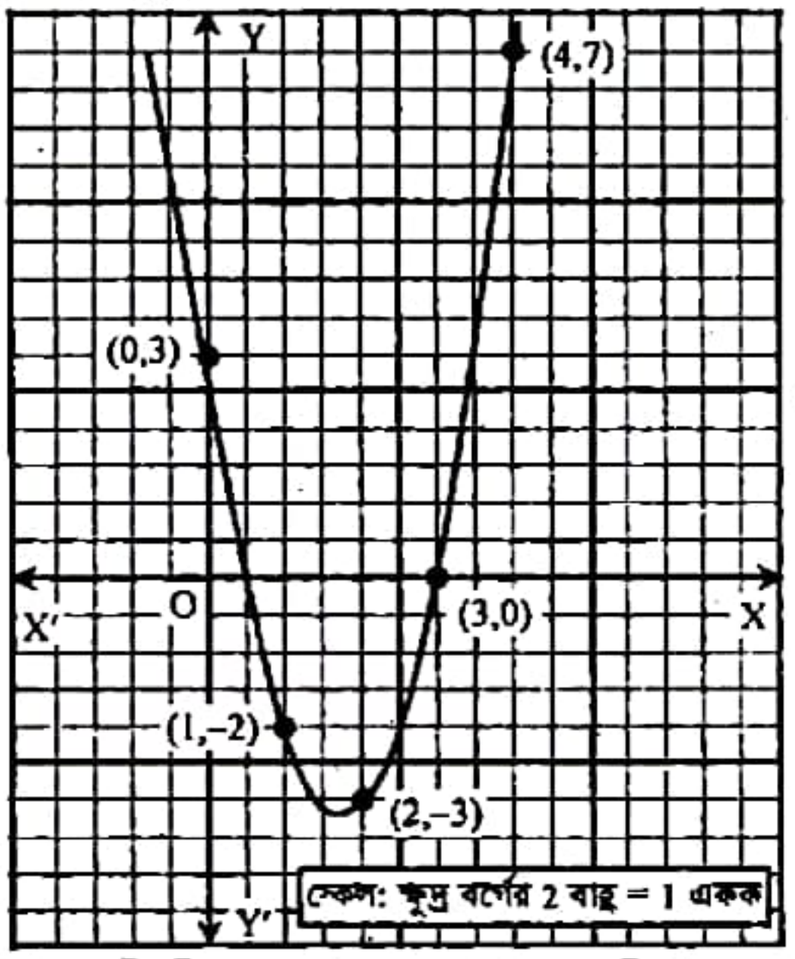
১২. $2x^2 - 7x + 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 7x + 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	4
y	3	−2	−3	0	7

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (0.5, 0) ও (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান: $x = 0.5, 3$

www.bdniyog.com

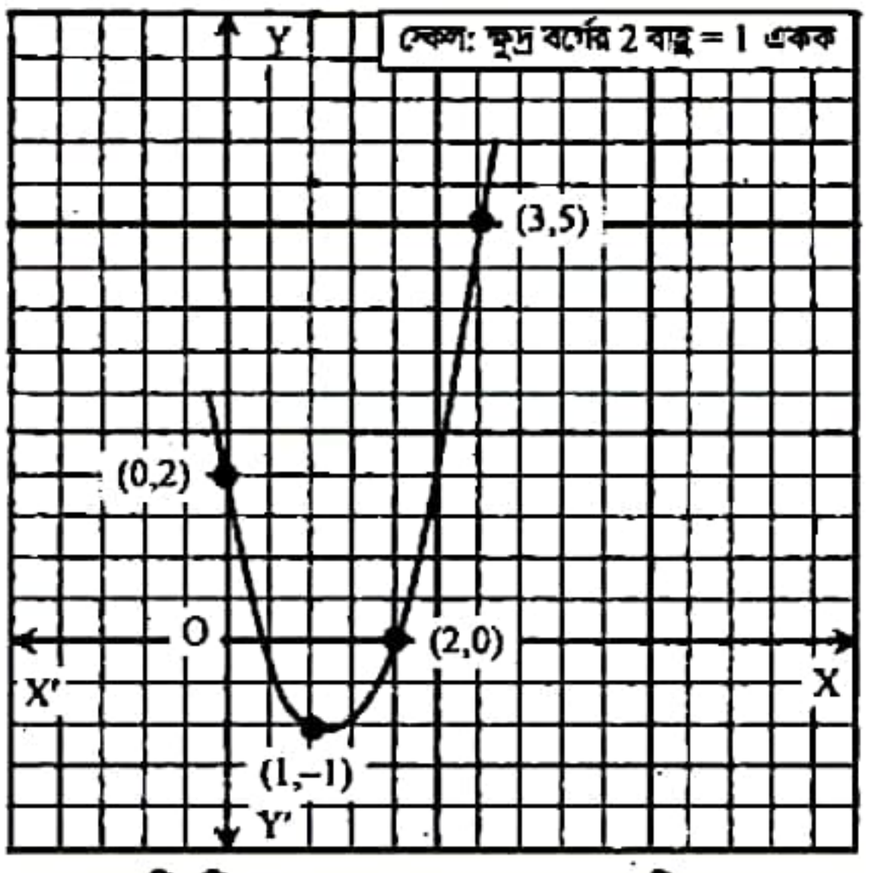
১৩. $2x^2 - 5x + 2 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 5x + 2$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3
y	2	−1	0	5

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (0.5, 0) ও (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = 0.5, 2$

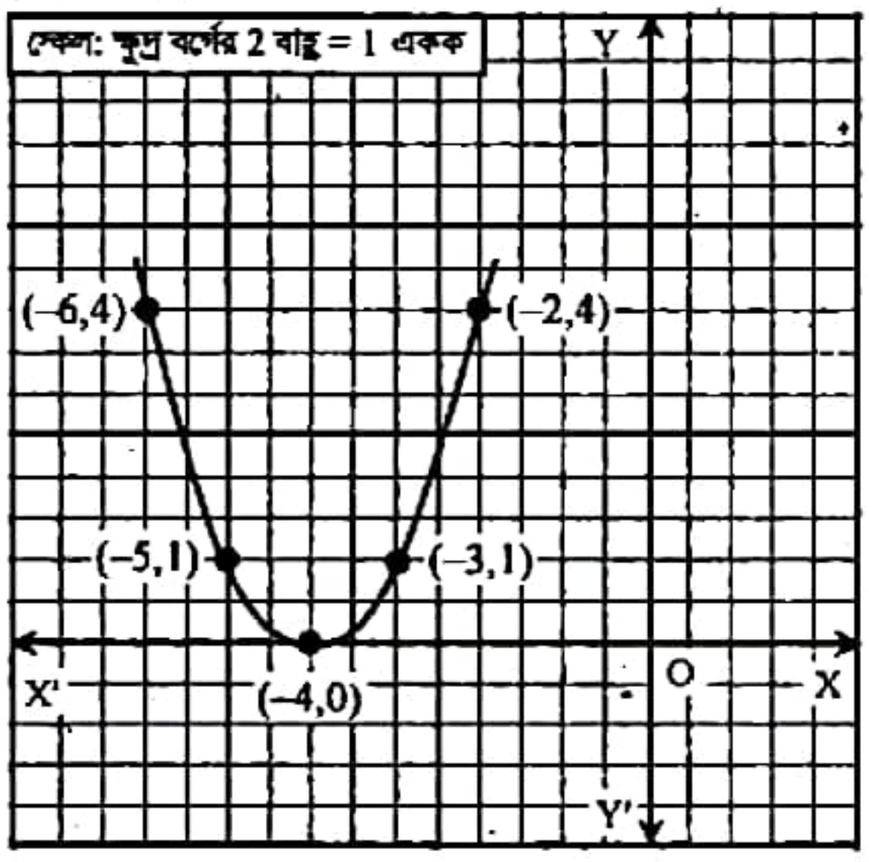
১৪. $x^2 + 8x + 16 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 8x + 16$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	−2	−3	−4	−5	−6
y	4	1	0	1	4

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি (−4, 0) বিন্দুতে x-অক্ষকে স্পর্শ করেছে।
সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = -4$

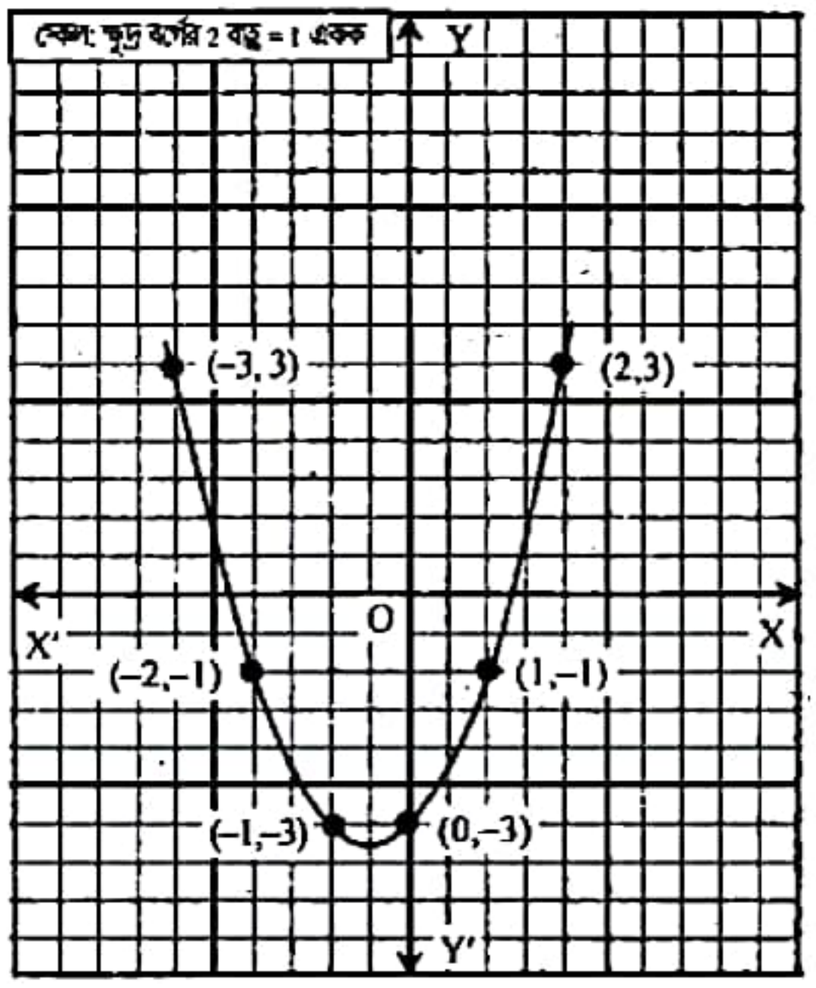
১৫. $x^2 + x - 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + x - 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	−1	−2	−3
y	−3	−1	3	−3	−1	3	

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (−2.3, 0) ও (1.3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = -2.3$ (প্রায়), 1.3 (প্রায়)

১৬. $x^2 = 8$

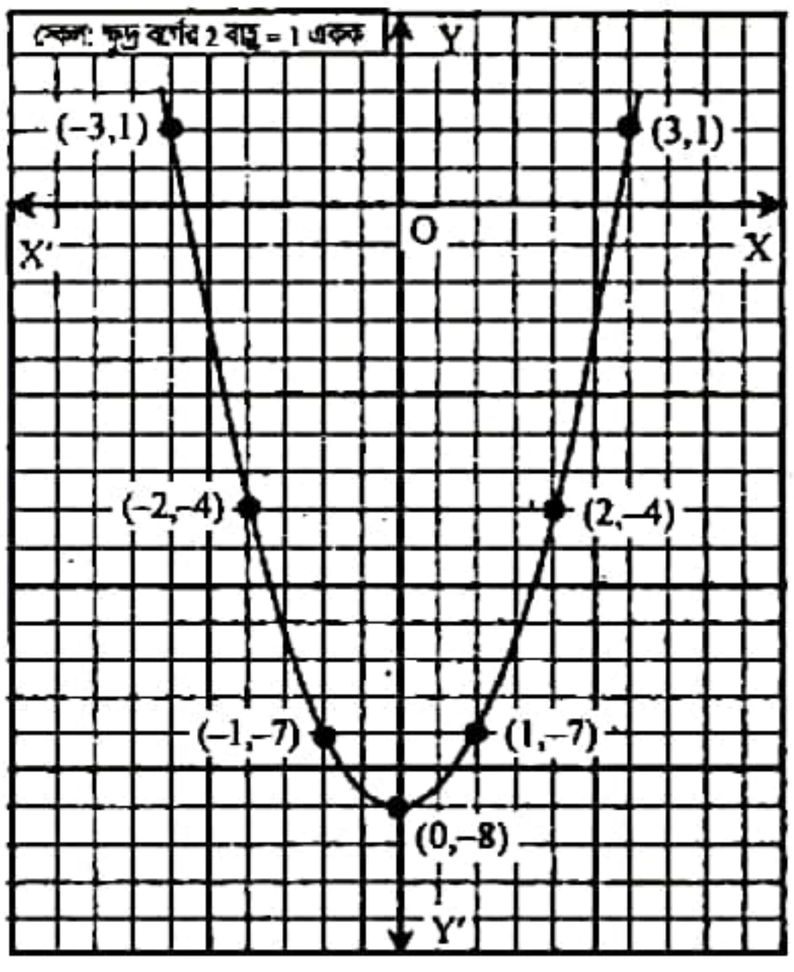
সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $x^2 = 8$ বা, $x^2 - 8 = 0$

মনে করি, $y = x^2 - 8$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	−1	−2	−3
y	−8	−7	−4	1	−7	−4	1

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



চিত্র হতে দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (−2.83, 0) ও (2.83, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = -2.83$ (প্রায়), 2.83 (প্রায়)

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৭. একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যাটির বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর।

খ. সূত্র প্রয়োগ করে ১ম সমীকরণটি সমাধান কর।

গ. ২য় সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x

তাহলে, $2x^2 = 5x - 3$ ..... (i) এবং $3x^2 = 5x + 3$ ..... (ii)

খ 'ক' থেকে পাই, ১ম সমীকরণটি $2x^2 = 5x - 3$ বা $2x^2 - 5x + 3 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx \div c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2$, $b = -5$ এবং $c = 3$

সুতরাং, সমীকরণটির মূলদ্বয়,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.3}}{2.2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{5+1}{4}, \frac{5-1}{4} = \frac{6}{4}, \frac{4}{4} = \frac{3}{2}, 1$$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{3}{2}, 1$

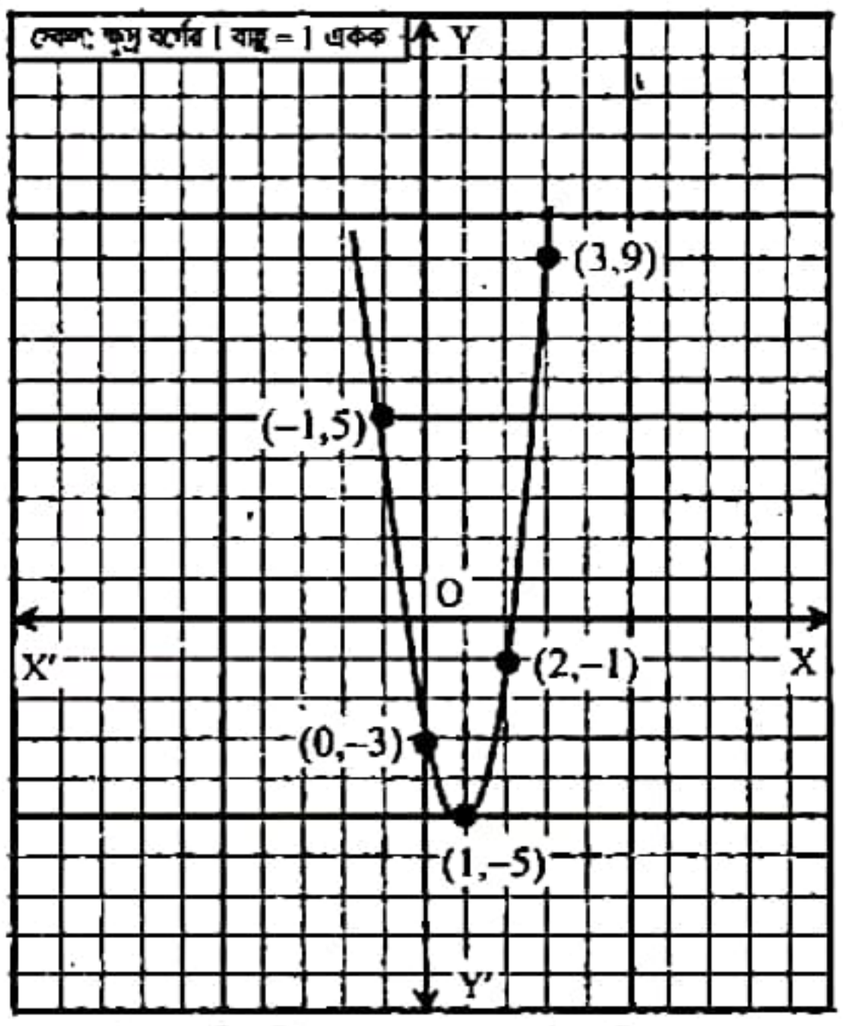
গ 'ক' হতে পাই, ২য় সমীকরণ $3x^2 = 5x + 3$ বা, $3x^2 - 5x - 3 = 0$

মনে করি, $y = 3x^2 - 5x - 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	1	2	3	−1
y	−3	−5	−1	9	5

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (2.13, 0) ও (−0.47, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = 2.13$ অথবা $x = -0.47$

১৮. জনাব আশফাক আলীর জমির ক্ষেত্রফল 0.12 হেক্টর। জমিটির অর্ধপরিসীমা এর একটি কর্ণ অপেক্ষা 20 মিটার বেশি। তিনি তাঁর জমি থেকে শ্যামবাবুর নিকট এক তৃতীয়াংশ বিক্রি করেন। শ্যাম বাবুর জমির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 5 মিটার বেশি।

ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর।

খ. আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ. শ্যামবাবুর জমিটির কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর।

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি,

আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার।

তাহলে, $xy = 0.12 \times 10000$ [∵ 1 হেক্টর = 10000 বর্গ মি.]

বা, $xy = 1200$ ..... (i)

এবং $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 20$ ..... (ii)

খ (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$(x + y) - 20 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y)^2 - 2(x + y).20 + (20)^2 = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + 2xy + y^2 - 40(x + y) + 400 = x^2 + y^2$

বা, $2 \times 1200 - 40(x + y) + 400 = 0$ [∵ $xy = 1200$]

বা, $2800 - 40(x + y) = 0$

বা, $40(x + y) = 2800$

∴ $x + y = 70$ ..... (iii)

আবার, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= (70)^2 - 4(1200)$

$= 4900 - 4800$

$= 100$

∴ $x - y = 10$ ..... (iv) [∵ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের পার্থক্য ধনাত্মক]

(iii) ও (iv) যোগ করে পাই

$2x = 80$

∴ $x = 40$

আবার, (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$2y = 60$

∴ $y = 30$

অতএব আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য 40 মিটার ও প্রস্থ 30 মিটার। **(Ans.)**

গ শ্যামবাবুর জমির ক্ষেত্রফল = আশফাক আলীর জমির ক্ষেত্রফলের এর তৃতীয়াংশ = 0.12 হেক্টর এর $\frac{1}{3}$ অংশ

$= \left(1200 \times \frac{1}{3}\right)$ বর্গ মিটার

= 400 বর্গ মিটার

প্রশ্নানুসারে,

শ্যামবাবুর জমির প্রস্থ a মিটার হলে, দৈর্ঘ্য = (a + 5) মিটার

∴ শ্যামবাবুর জমির ক্ষেত্রফল = a(a + 5) বর্গ মিটার।

অতএব, $a(a + 5) = 400$

বা, $a^2 + 5a - 400 = 0$

$$a = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.(-400)}}{2.1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1600}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{1625}}{2} = \frac{-5 \pm 40.31}{2} = \frac{-5 + 40.31}{2}$$

= 17.66.

[জমির পরিমাণ ঋণাত্মক হতে পারবে না তাই ধনাত্মক মান নেওয়া হয়েছে।]

অতএব, শ্যামবাবুর জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + (a + 5)^2}$

$= \sqrt{(17.66)^2 + (17.66 + 5)^2}$

$= \sqrt{311.88 + 513.48}$

$= \sqrt{825.36}$

= 28.73 মিটার

পরিসীমা = 2(a + a + 5)

= 2(17.63 + 17.63 + 5)

= 2 x 40.32

= 80.64 মিটার।

Ans. কর্ণের দৈর্ঘ্য 28.73 মিটার (প্রায়) পরিসীমা 80.64 মিটার।

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★ ৫.৭ লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধান | Text পৃষ্ঠা-১০৮

- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা বক্ররেখা হবে।
- সমীকরণের লেখচিত্রের সমাধান শুধু x-অক্ষের ছেদ বিন্দুতে পাওয়া যায়।
- দ্বিঘাত সমীকরণে সর্বদাই দুইটি মূল থাকে। তাই এর লেখচিত্র x-অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x-অক্ষকে একটি বিন্দুতে স্পর্শ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান এবং দুইটি বিন্দুতে ছেদ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।
- $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac < 0$ হলে লেখচিত্র কখনই x অক্ষকে ছেদ করে না ফলে সমাধান অবাস্তব।

১. লেখচিত্রে কয়টি অক্ষ থাকে? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — গ

২. $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে স্পর্শ করলে এর মূলগুলো কীরূপ? (মধ্যম)
ক অবাস্তব খ সমান
গ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট ঘ 0 — খ

৩. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বাধিক কত বার ছেদ করতে পারে? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ অসংখ্য — খ

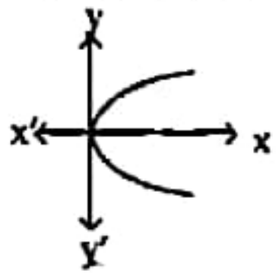
ব্যাখ্যা: দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে অর্থাৎ এর লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বাধিক 2 বার ছেদ করতে পারে।

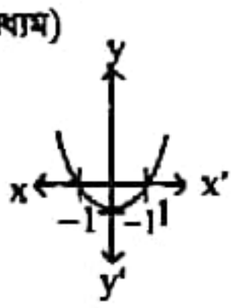
৪. $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটি x-অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ না করলে এর মূল কীরূপ? (কঠিন)
ক অমূলদ খ বাস্তব গ অবাস্তব ঘ নেই — গ

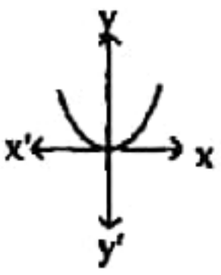
৫. $x^2 - 4x - 5 = 0$ সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে? (সহজ)
ক (1, 0), (5, 0) খ (−1, 0), (−5, 0)
গ (1, 0), (−5, 0) ঘ (− 1, 0), (5, 0) — ঘ

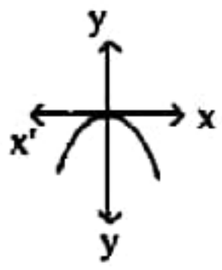
ব্যাখ্যা: $x^2 - 4x - 5 = 0$ বা, $(x - 5)(x + 1) = 0$ $\therefore x = -1, 5$

৬. $y = x^2$ সমীকরণের লেখচিত্র কোনটি? (মধ্যম)

ক 

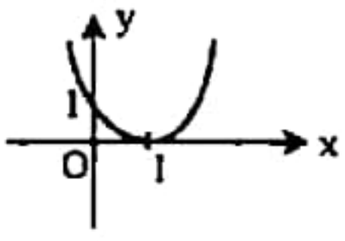
খ 

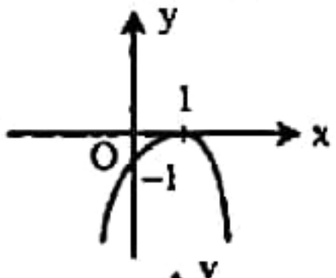
গ 

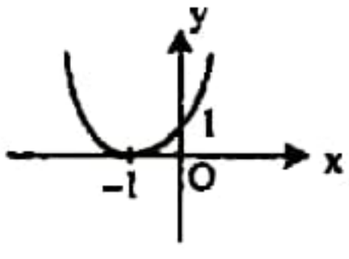
ঘ 

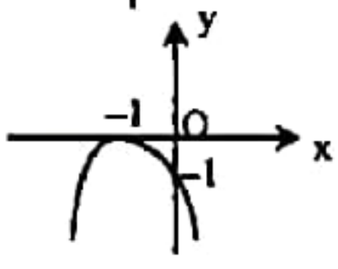
— গ

৭. $y = (x - 1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক 

খ 

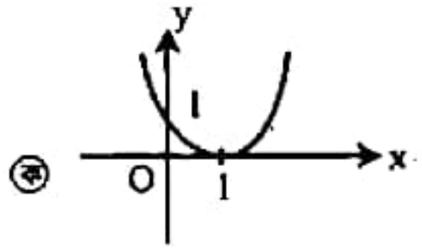
গ 

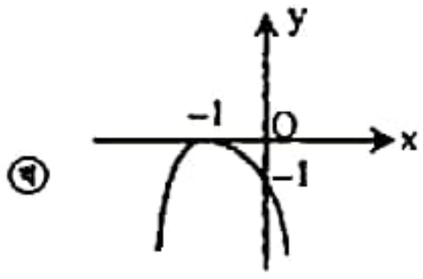
ঘ 

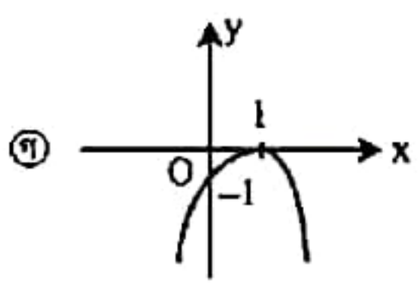
— ক

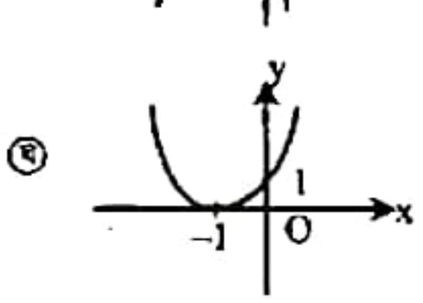
ব্যাখ্যা: $x = 1, y = (1 - 1)^2 = 0$
$x = 0, y = (0 - 1)^2 = 1$

৮. $y = -(x - 1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক 

খ 

গ 

ঘ 

— গ

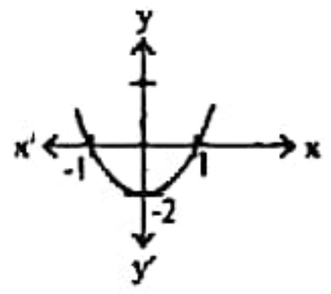
ব্যাখ্যা: $x = 1, y = -(1 - 1)^2 = 0$
$x = 0, y = -(0 - 1)^2 = -1$

৯. $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্রে—
i. x-অক্ষের ছেদ বিন্দু সমীকরণটির সমাধান।
ii. x-অক্ষকে সর্বাধিক 2 বার ছেদ করবে।
iii. মূলদ্বয় সমান হলে x-অক্ষকে ছেদ না করে স্পর্শ করবে।
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

১০. $y = x^2 - x - 12$ সমীকরণটির লেখচিত্র—
i. দুইটি বিন্দুতে x-অক্ষকে ছেদ করবে।
ii. y-অক্ষকে (0, −12) বিন্দুতে ছেদ করবে।
iii. $x = -12$ সমীকরণটির একটি সমাধান।

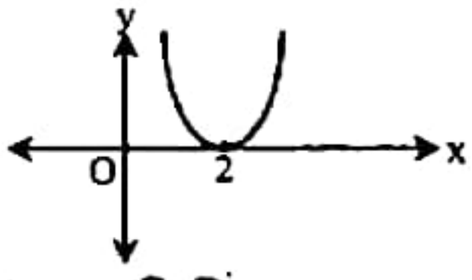
ব্যাখ্যা: $x = 0$ বসালে y-অক্ষের ছেদবিন্দু পাওয়া যায়।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

১১. 

উপরের লেখচিত্রটি—
i. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের।
ii. দুইটি মূল রয়েছে।
iii. $y = -2$ এর জন্য $y = 0$ হয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

ব্যাখ্যা: $y = -2$ এর জন্য $x = 0$ হয় এবং $x = \pm 1$ এর জন্য $y = 0$ হয়।

১২. 

উপরের লেখচিত্রটি—
i. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের।
ii. (0, 2) বিন্দুতে x-অক্ষকে স্পর্শ করেছে।
iii. y অক্ষের ধনাত্মক অংশে বিস্তৃত।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

www.bdniyog.com

১৩. $x^2 - 5x + 4 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় 1 এবং 4 হলে–

i. সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে (1,0) এবং (4,0) বিন্দুতে ছেদ করে।

ii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান 9।

iii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান ± 3

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (১৪-১৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি সংখ্যা এবং তার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 2।

১৪. দ্বিঘাত সমীকরণটি নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x^2 + 2x + 1 = 0$ খ $x^2 + 2x - 1 = 0$

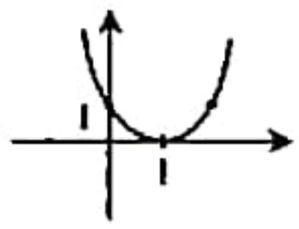
গ $x^2 - 2x + 1 = 0$ ঘ $x^2 - 2x - 1 = 0$ **গ**

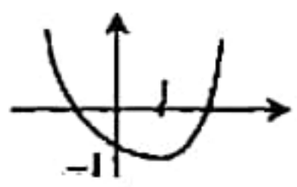
ব্যাখ্যা: $x + \frac{1}{x} = 2$ বা, $x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

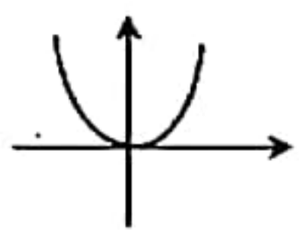
১৫. সমীকরণটির মূল কয়টি? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

১৬. সমীকরণ দ্বারা অঙ্কিত লেখচিত্রটির নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 

খ 

গ 

ঘ

ক

ব্যাখ্যা: $y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

$x = 0$ হলে $y = 1$

$x = 1$ হলে $y = 0$

$x = 2$ হলে $y = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (১৭-২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = (2x - 1)^2$ একটি x এর ফাংশন।

১৭. $y = 0$ হলে x এর মান কত? (সহজ)

ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 2 **খ**

১৮. ফাংশনটি লেখচিত্রে x-অক্ষকে কোন বিন্দুতে স্পর্শ করে? (মধ্যম)

ক (0, 0) খ $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

গ (1, 0) ঘ (2, 0) **খ**

ব্যাখ্যা: স্পর্শ বিন্দুতে $y = 0 \therefore (2x - 1)^2 = 0$

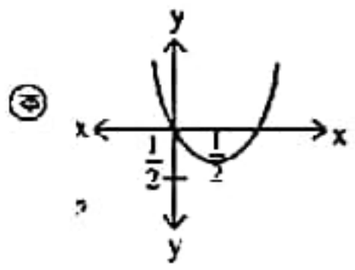
বা, $2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$

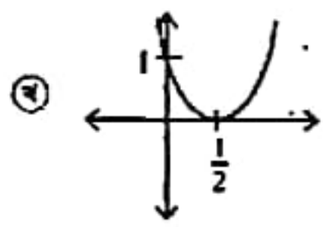
১৯. ফাংশনটি কোন বিন্দুতে y-অক্ষকে ছেদ করে? (সহজ)

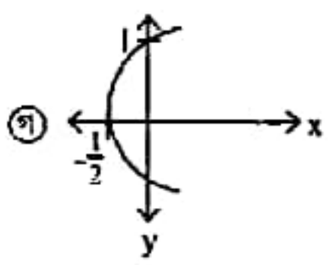
ক (0, 0) খ $\frac{1}{2}$ গ (0, 1) ঘ (0, 2) **গ**

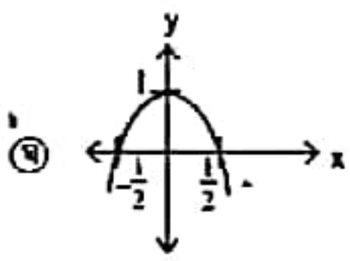
ব্যাখ্যা: y অক্ষের ছেদ বিন্দুতে $x = 0 \therefore y = (0 - 1)^2 = 1$

২০. ফাংশনটির লেখচিত্র কোনটি? (কঠিন)

ক 

খ 

গ 

ঘ 

খ

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ **একটি কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা দুপুর দুইটা থেকে চারটা পর্যন্ত সময়ের ফাংশন রূপে প্রকাশ করা যায়। সময়কে x দ্বারা চিহ্নিত করা হলে কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা $y = 10x^2 - 40x + 40$। ঐ কারখানায় মোট শ্রমিকের সংখ্যা 40 জন।**

ক. দুপুর একটার সময় কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. ঐ কারখানায় কতটার সময় শ্রমিকের সংখ্যা সর্বোচ্চ বা 40 জন হয়? ৪

গ. সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজে স্থাপন করে সমাধান কর এবং দেখাও যে দুপুর দুইটার সময় কারখানায় কোনো শ্রমিক থাকে না। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা $y = 10x^2 - 40x + 40$ সময়কে x দ্বারা চিহ্নিত করায়, $x = 1$

$\therefore$ দুপুর 1টায় কারখানায় উপস্থিত শ্রমিক সংখ্যা

$y = 10x^2 - 40x + 40$

$= 10.(1)^2 - 40.1 + 40$

$= 10 - 40 + 40$

$= 10$ জন।

খ এখানে, কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা $y = 10x^2 - 40x + 40$ শ্রমিকের সংখ্যা সর্বোচ্চ বা 40 জন হবে, অর্থাৎ $y = 40$ হবে।

প্রশ্নমতে, $40 = 10x^2 - 40x + 40$

বা, $10x^2 - 40x + 40 = 40$

বা, $10x^2 - 40x = 40 - 40$

বা, $10x(x - 4) = 0$

বা, $x(x - 4) = 0$

হয়, $x = 0$ অথবা, $x - 4 = 0$

বা, $x = 4$

যেহেতু $x \neq 0 \therefore x = 4$

অর্থাৎ চারটার সময় শ্রমিকের সংখ্যা সর্বোচ্চ হয়।

গ কারখানায় কোন শ্রমিক না থাকায় $y = 0$ হয়,

$10x^2 - 40x + 40 = 0$

$10(x^2 - 4x + 4) = 0$

বা, $x^2 - 4x + 4 = 0$ ..... (i)

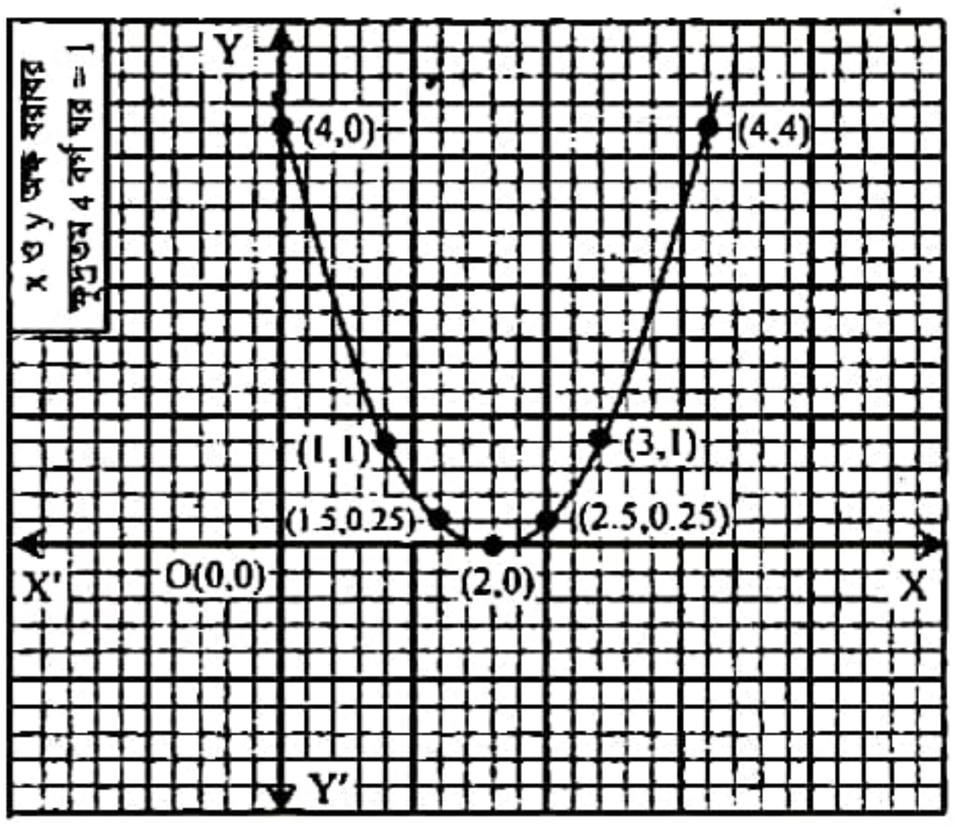
মনে করি, $y = x^2 - 4x + 4$.

x-এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	0	1	1.5	2	2.5	3	4
y	4	1	0.25	0	0.25	1	4

উপরের সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

www.bdniyog.com



লেখচিত্রে দেখা যায় যে ইহা x-অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে, সেহেতু সমীকরণটির সমাধান হবে $x = 2, x = 2$.

দুপুর দুইটায় কারখানায় কোনো শ্রমিক থাকবে না। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶২ $x^2 = 6x - 8$

ক. সমীকরণটি সমাধান কর। ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করে, লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 = 6x - 8$

বা, $x^2 - 6x + 8 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 2x + 8 = 0$

বা, $x(x-4) - 2(x-4) = 0$

বা, $(x-4)(x-2) = 0$

$\therefore (x-4)(x-2) = 0$

হয়, $x - 4 = 0$ অথবা, $x - 2 = 0$

বা, $x = 4$ বা, $x = 2$

$\therefore x = 4$ $\therefore x = 2$

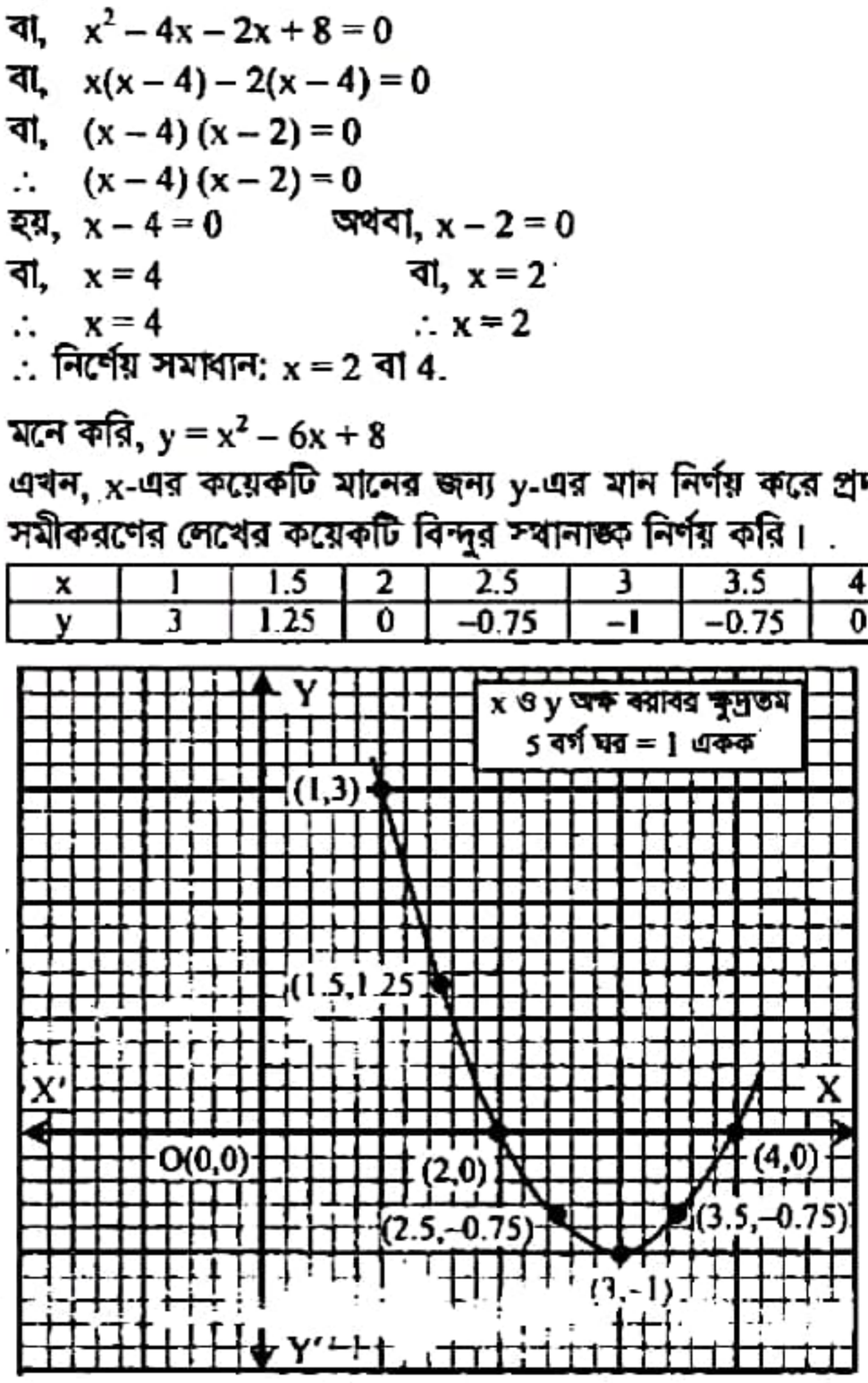
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$ বা 4.

খ মনে করি, $y = x^2 - 6x + 8$

এখন, x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	3	1.25	0	−0.75	−1	−0.75	0

গ



ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (2, 0) ও (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$ বা 4.

প্রশ্ন ▶৩ একটি সংখ্যার বর্গ সংখ্যাটির দ্বিগুণ অপেক্ষা ১ বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যের সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর। ৪

গ. সংখ্যাটি লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x

$\therefore$ সংখ্যাটির বর্গ x^2

এবং সংখ্যাটির দ্বিগুণ $2x$

শর্তমতে, $x^2 = 2x + 1$

বা, $x^2 - 2x - 1 = 0$

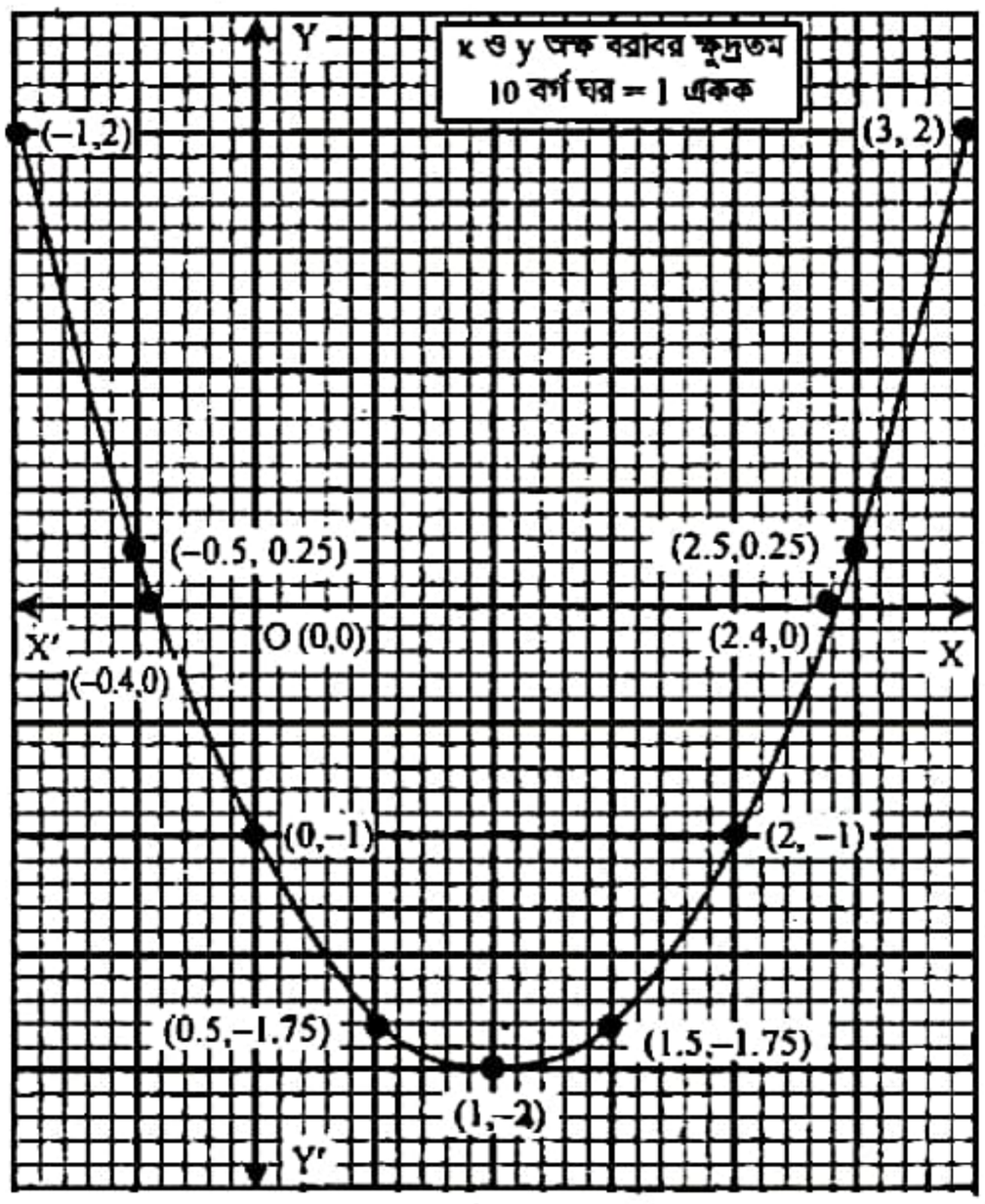
খ 'ক' হতে পাই, $x^2 - 2x - 1 = 0$ মনে করি, $y = x^2 - 2x - 1$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের প্রতিসঙ্গী y এর মান নির্ণয় করি এবং লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	2	0.25	−1	−1.75	−2	−1.75	−1	0.25	2

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্দুগুলো স্থানাঙ্ক : (−1, 2), (−0.5, 0.25), (0; −1), (0.5, −1.75), (1, −2), (1.5, −1.75), (2, −1), (2.5,0.25), (3, 2)

গ ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে মোটামুটিভাবে (−0.4, 0) ও (2.4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = -0.4$ (আসন্ন) বা $x = 2.4$ (আসন্ন)

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৪ দ্বিঘাত সমীকরণটি লক্ষ্য কর : $ax^2 + bx + c = 0$

ক. প্রদত্ত সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর কোন সকল মান সমীকরণটির সমাধান নির্দেশ করবে? ২

খ. $a = -1$, $b = 3$ এবং $c = -2$ হলে সমীকরণটি কিরূপ দাঁড়ায়? প্রাপ্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

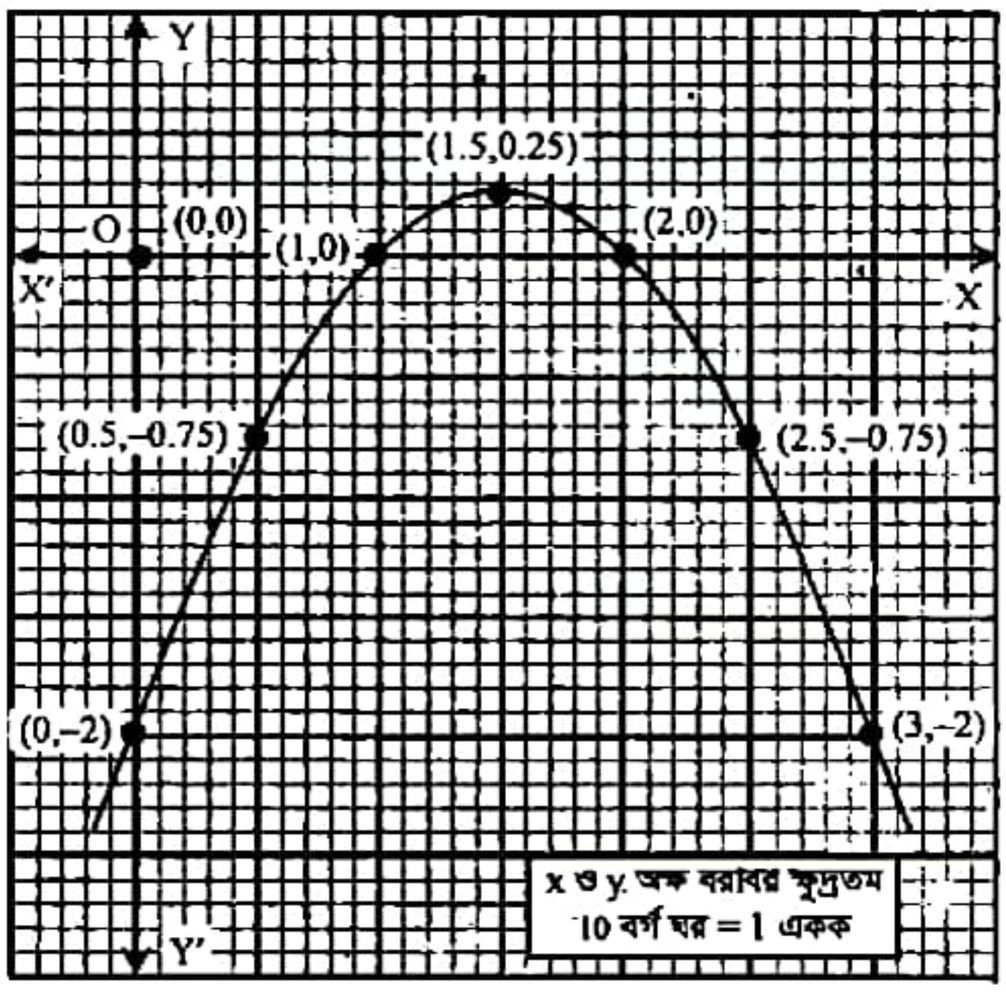
৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর যে সকল মানের জন্য লেখচিত্রটি x-অক্ষকে ছেদ করবে x এর ঐ সকল মানই $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির সমাধান।

খ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $a = -1$, $b = 3$ এবং $c = -2$ বসিয়ে পাই,
$-x^2 + 3x - 2 = 0$
মনে করি, $y = -x^2 + 3x - 2$
এখন, x এর কয়েকটি মানেব জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	–2	–0.75	0	0.25	0	–0.75	–2

গ ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = 1$ বা $x = 2$

প্রশ্ন ▶ ৫ নিম্নে দুটি দ্বিঘাত সমীকরণ দেওয়া হল :
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$x^2 + 2x - 3 = 0$

ক. দেখাও যে, উভয় সমীকরণের একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ২

খ. ১ম সমীকরণ এবং ২য় সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. উভয় সমীকরণের লেখচিত্র যুগপৎ অঙ্কন করে সমীকরণদ্বয়ের সাধারণ মূল নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম সমীকরণ : $x^2 - 4x + 3 = 0$
বা, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$
বা, $(x - 3)(x - 1) = 0$
হয় $x = 3$ বা, $x = 1$

আবার,
২য় সমীকরণ: $x^2 + 2x - 3 = 0$
বা, $x^2 + 3x - x - 3 = 0$
বা, $(x + 3)(x - 1) = 0$
হয়, $x = -3$ অথবা, $x = 1$
উভয় সমীকরণের সাধারণ মূল $x = 1$.

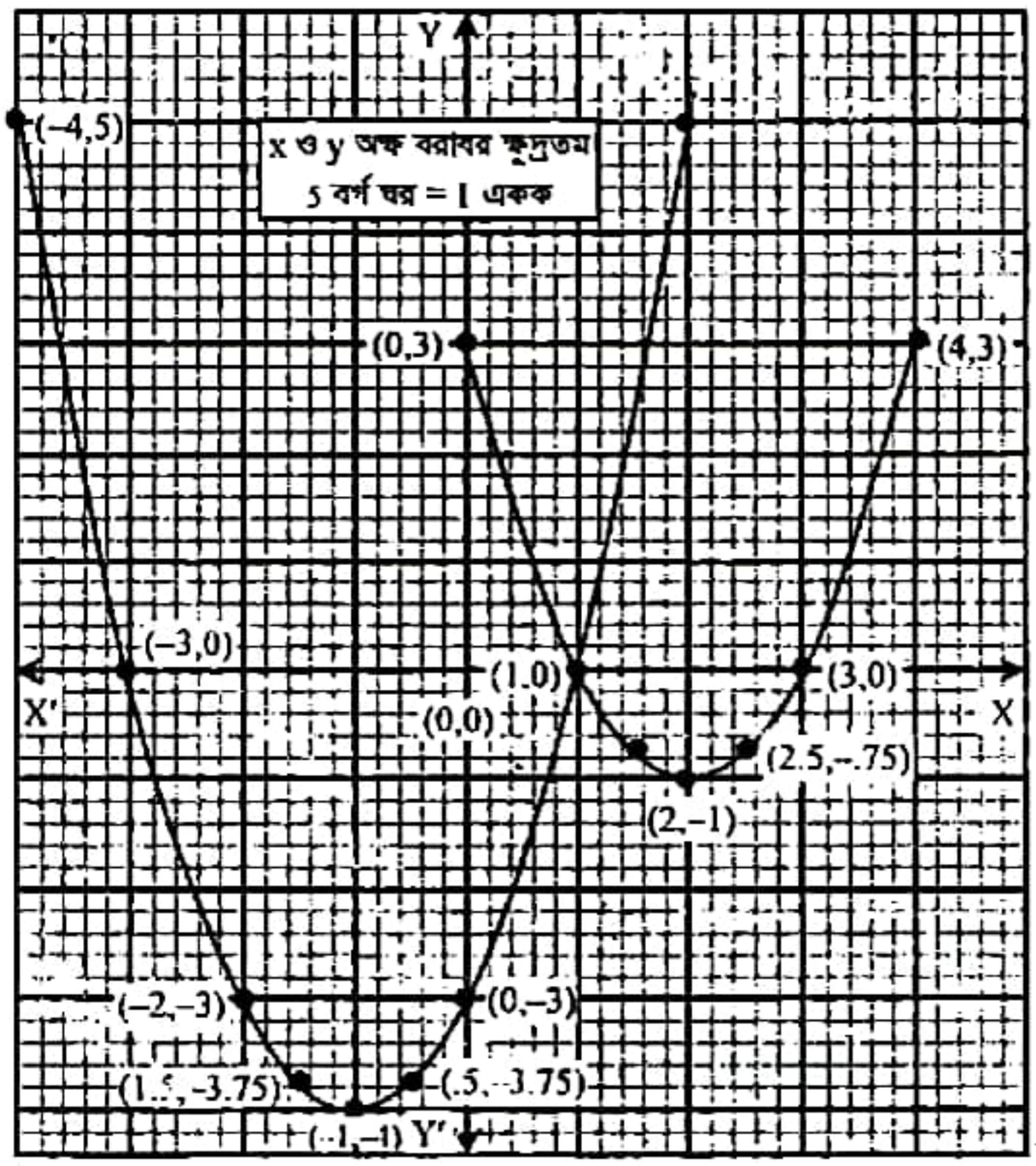
খ মনে করি, $y_1 = x^2 - 4x + 3$
এখন x এর কয়েকটি মানের জন্য y_1 এর মান নির্ণয় করে সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	1.5	2	2.5	3	4
y_1	3	0	–0.75	–1	–0.75	0	3

আবার, মনে করি, $y_2 = x^2 + 2x - 3$
একইভাবে ২য় সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করি :

x	–4	–3	–2	–1.5	–1	–0.5	0	0.5	1	2
y_2	5	0	–3	–3.75	–4	–3.75	–3	1.75	0	5

গ 'খ' হতে উভয় সমীকরণের প্রাপ্ত বিন্দগুলো ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে স্থাপন করি এবং সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, ১ম সমীকরণ x অক্ষকে (1, 0) এবং (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং ১ম সমীকরণের মূল $x = 1$ বা $x = 3$ আবার ২য় সমীকরণ x-অক্ষকে (–3, 0) ও (1, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং ২য় সমীকরণের মূল $x = -3$ বা $x = 1$
লেখচিত্র থেকে লক্ষ করি, উভয় সমীকরণ x অক্ষকে যুগপৎভাবে (1, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং সমীকরণদ্বয়ের সাধারণ মূল $x = 1$

প্রশ্ন ▶ ৬ একটি সংখ্যার বর্গ ৪ এর সমান।

ক. উদ্দীপকের তথ্যের সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের সাথে প্রাপ্ত সমীকরণের তুলনা কর এবং a, b, c এর মান নির্ণয় কর। প্রাপ্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্র অঙ্কন করে সমীকরণের সমাধান নির্দেশ কর। ৪

www.bdniyog.com

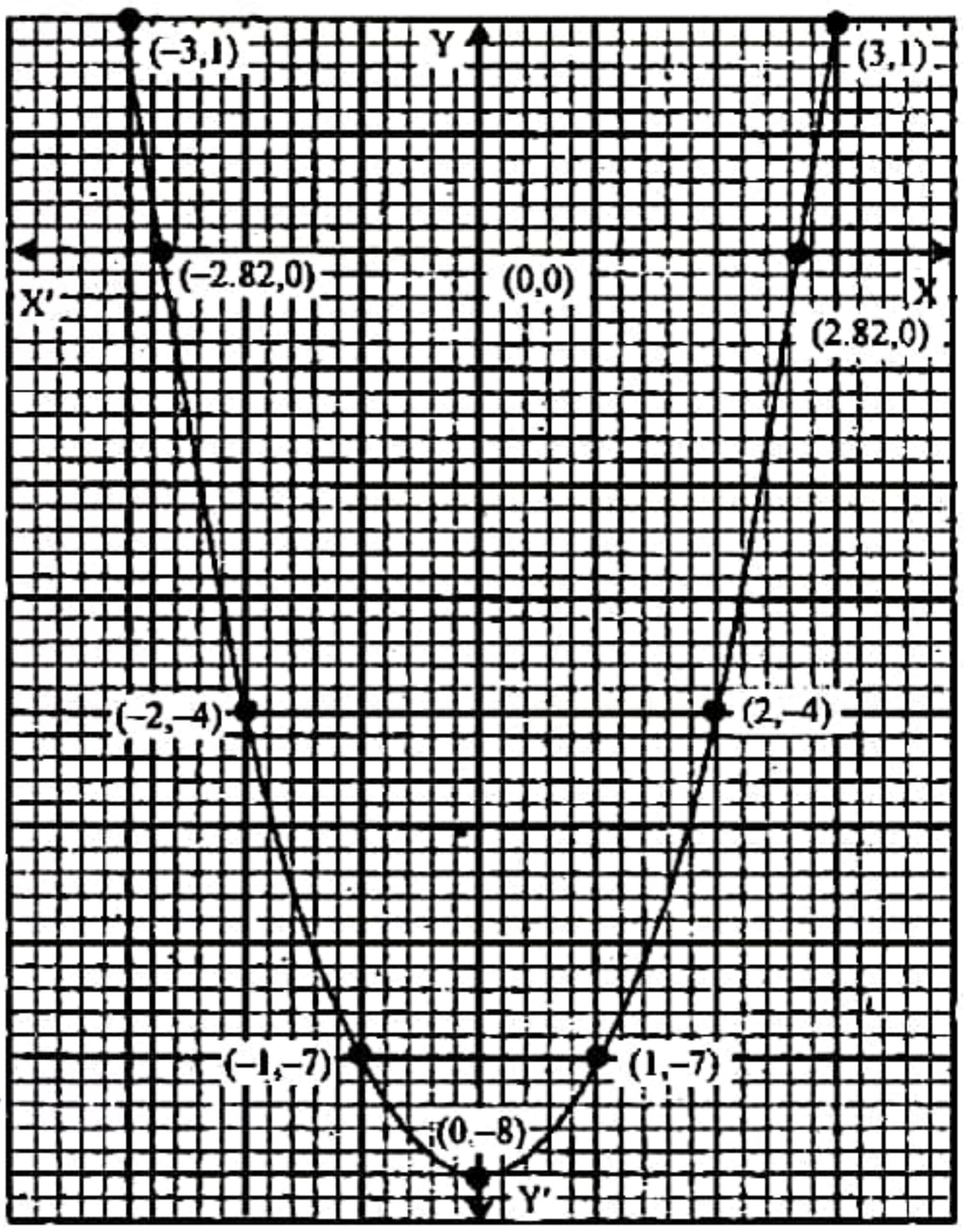
৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x
$\therefore$ সংখ্যাটির বর্গ $= x^2$
শর্তমতে, $x^2 = 8$
বা, $x^2 - 8 = 0$

খ প্রাপ্ত সমীকরণ, $x^2 - 8 = 0$
বা, $1.x^2 + 0.x + (-8) = 0$ ..... (i)
(i) নং সমীকরণের সাথে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের তুলনা করে পাই,
$a = 1, b = 0$ এবং $c = -8$
এখন, মনে করি, $y = x^2 - 8$
এখন x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্যে কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	1	–4	–7	–8	–7	–4	1

গ ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে 'খ' এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকে স্থাপন করি এবং পরপর সংযোগ করে লেখচিত্রটি অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে $(-2.82, 0)$ ও $(2.82, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = -2.82$ (আসন্ন) বা, $x = 2.82$ (আসন্ন) যা লেখচিত্রে নির্দেশ করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ৭ রাশিদ্বয় লক্ষ কর : $(x - 1)$ এবং $(x - 4)$

ক. রাশিদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ২
খ. প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে সমীকরণ গঠন কর এবং প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে x এর কয়েকটি মানের জন্য সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রাপ্ত মানসমূহের ব্যবহার করে লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

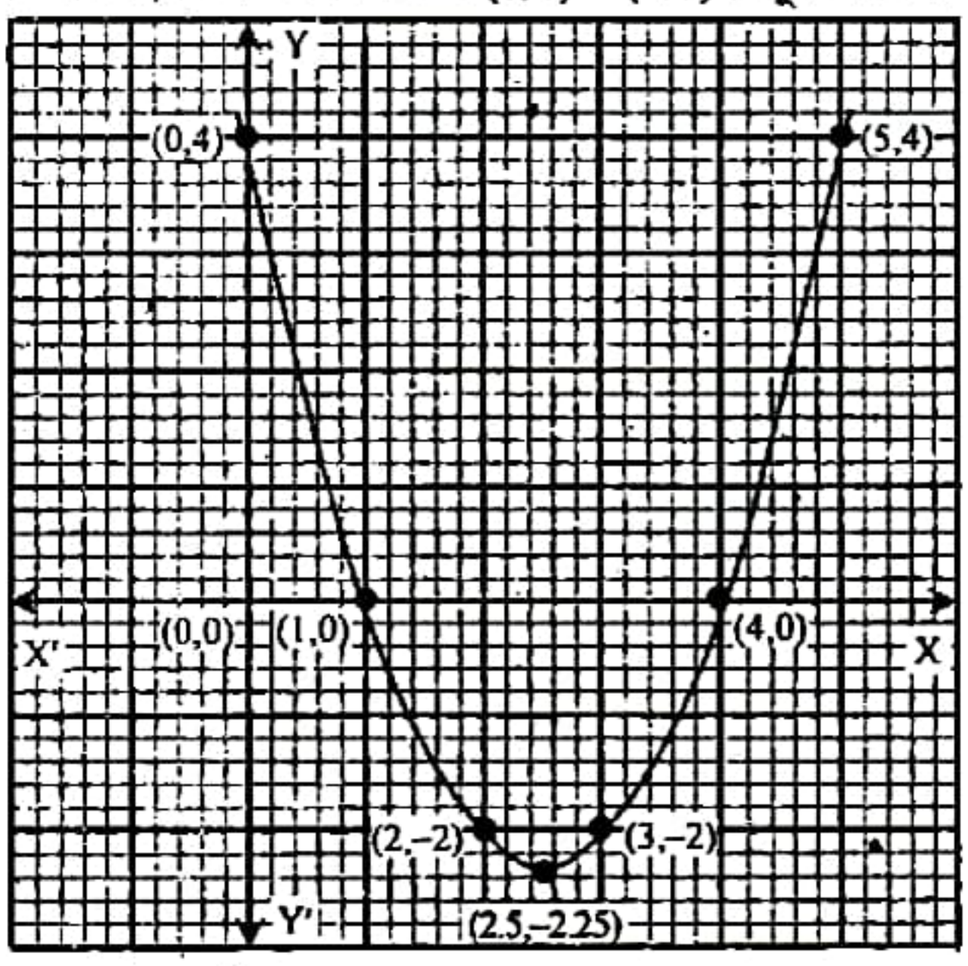
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক রাশিদ্বয়ের গুণফল $= (x - 1)(x - 4)$
$= x^2 - 4x - x + 4$
$= x^2 - 5x + 4$

খ প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে প্রাপ্ত সমীকরণ, $x^2 - 5x + 4 = 0$
মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$
x এর ভিন্ন ভিন্ন কয়েকটি মানের জন্যে y এর মান নির্ণয় করি :

x	0	1	2	2.5	3	4	5
y	4	0	–2	–2.25	–2	0	4

গ ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 'খ' এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে $(1, 0)$ ও $(4, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = 1$ বা $x = 4$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৭ দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 117।

ক. বড় সংখ্যাটি x এবং ছোট সংখ্যাটি y হলে, উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি বীজগাণিতিক সমীকরণ লিখ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $x + y = 22$ এবং $x - y = 4$ ৪
গ. সংখ্যা দুইটির যোগফল ও বিয়োগফলের অনুপাত ও বিপরীত অনুপাতের যোগফল $\frac{125}{22}$ এবং বর্গের অন্তর 88 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সংখ্যা দুইটি ধনাত্মক
তাদের বর্গের সমষ্টি = 250 এবং গুণফল = 117
মনে করি, বড় সংখ্যাটি = x
এবং ছোট সংখ্যাটি = y
প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 250$
$xy = 117$

খ 'ক' হতে পাই,
$x^2 + y^2 = 250$ ..... (i)
$xy = 117$ ..... (ii)
এখন, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
বা, $(x + y)^2 = 250 + 2 \times 117$
বা, $(x + y)^2 = 250 + 234$
বা, $(x + y)^2 = 484$
বা, $x + y = \pm 22$

www.bdniyog.com

যেহেতু উভয় সংখ্যা ধনাত্মক অর্থাৎ $x + y > 0$
সুতরাং $x + y \neq -22$
$\therefore x + y = 22$
আবার, $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
বা, $(x-y)^2 = 250 - 2 \times 117$
বা, $(x-y)^2 = 250 - 234$
বা, $(x-y)^2 = 16$
বা, $x - y = \pm 4$
যেহেতু $x > y$ অর্থাৎ $x - y \neq -4$
$\therefore x - y = 4$
অর্থা, $x + y = 22$
এবং $x - y = 4$ **(প্রমাণিত)**

গ প্রশ্নমতে, $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{125}{22}$ .....(iii)
এবং $x^2 - y^2 = 88$ .....(iv)
(iii) নং হতে পাই,
$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{2(x^2 + y^2)}{88} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{x^2 + y^2}{44} = \frac{125}{22}$ $[x^2 - y^2 = 44]$
$\therefore x^2 + y^2 = 250$ .....(v)
(iv) ও (v) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,
$x^2 + y^2 + x^2 - y^2 = 250 + 88$
বা, $2x^2 = 338$
বা, $x^2 = 169$ [2 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $x = \pm 13$
$\therefore x = 13$; যেহেতু x ধনাত্মক সংখ্যা
(v) নং হতে (iv) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,
$x^2 + y^2 = 250$
বা, $x^2 - y^2 = 88$
বা, $2y^2 = 162$
বা, $y^2 = 81$
বা, $y = \pm 9$
$\therefore y = 9$; যেহেতু y ধনাত্মক সংখ্যা।
$\therefore$ সংখ্যা দুইটি 9 ও 13

প্রশ্ন ▶ ৯ **একটি সংখ্যার বর্গের থেকে সংখ্যাটির চার গুণ বিয়োগ করে 3 যোগ করলে সংখ্যাটির মান শূন্য হয়।**
ক. উদ্দীপকের আলোকে x চলক ধরে সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. সমীকরণটি সমাধান কর (সূত্র প্রয়োগ করে)। ৪
গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করে সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

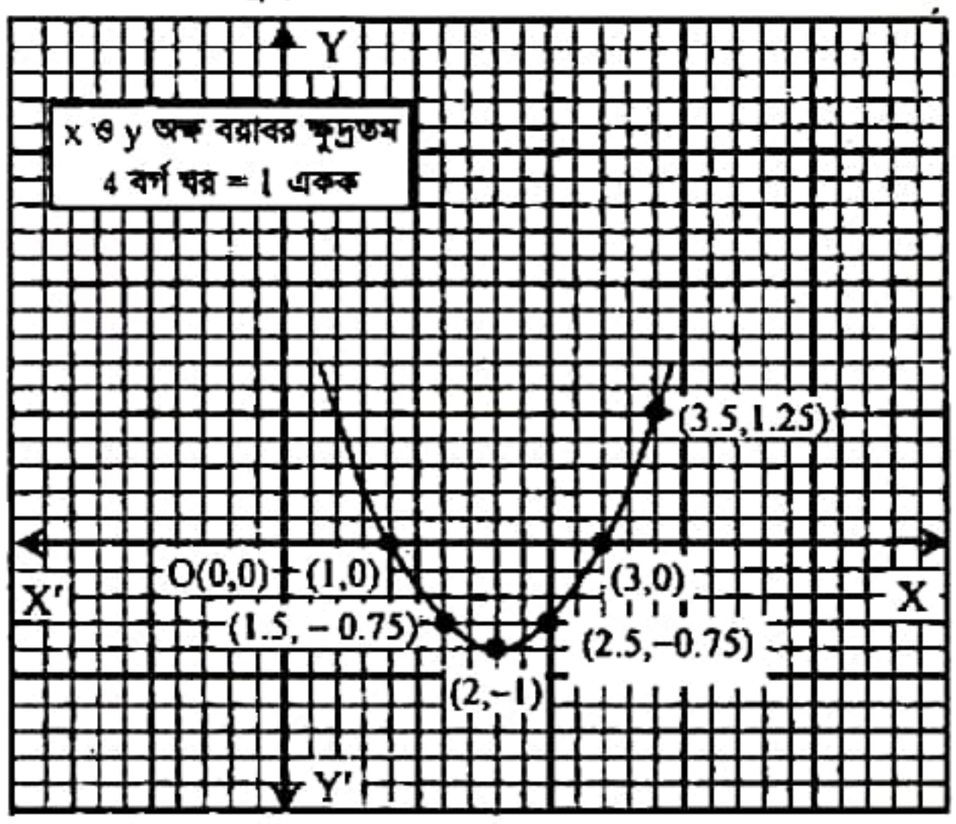
ক ধরি, সংখ্যাটি x
প্রশ্নমতে, $x^2 - 4x + 3 = 0$

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণটি,
$x^2 - 4x + 3 = 0$
বা, $1.x^2 + (-4)x + 3 = 0$
এখানে, $a = 1, b = -4$ ও $c = 3$.
আমরা জানি,
$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.3}}{2.1} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2}$
$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \frac{4+2}{2}$ বা, $\frac{4-2}{2}$
$= \frac{6}{2}$ বা $\frac{2}{2}$
$= 3$ বা 1.
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 1$ বা 3.

গ ধরি, $y = x^2 - 4x + 3$
এখন x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	0	–0.75	–1	–0.75	0	1.25

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, x-অক্ষকে (1, 0) ও (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের 2টি সমাধান থাকে,
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 1$ বা, 3.
'খ' থেকে প্রাপ্ত বীজ ও 'গ' এর লেখচিত্র থেকে প্রাপ্ত বীজ সমান।
অতএব, সমীকরণটির সমাধানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ১০ **একটি তেলের খনি থেকে মোট 20 লিটার তেল তোলা হল যাতে ডিজেল ও পেট্রোল মিশ্রিত অবস্থায় রয়েছে। এতে আরও 12 লিটার ডিজেল এবং 2 লিটার পেট্রোল মিশানো হলে ডিজেল ও পেট্রোলের পরিমাণের বর্গমূলের পার্থক্য হয় 2।**
ক. সমস্যাটিকে দুই চলক বিশিষ্ট এবং মূল চিহ্ন যুক্ত সমীকরণে প্রকাশ কর। ২
খ. ডিজেলের পরিমাণকে চলক ধরে এক চলক বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
গ. সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজে অঙ্কন করে ডিজেল ও পেট্রোলের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি,
ডিজেলের পরিমাণ = x লিটার
পেট্রোলের পরিমাণ = y লিটার
প্রশ্নমতে, মোট তেলের পরিমাণ $x + y = 20$ লিটার
আবার, 12 লিটার ডিজেল ও 2 লিটারসহ মোট তেলের পরিমাণ $(x + 12)$ ও $(y + 2)$ লিটার।
প্রশ্নমতে, $\sqrt{x+12} - \sqrt{y+2} = 2$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $\sqrt{x+12} - \sqrt{y+2} = 2$

www.bdniyog.com

খ আমরা পাই,

$x + y = 20$

বা, $y = 20 - x$

আবার, $\sqrt{x+12} - \sqrt{y+2} = 2$ .... (i)

(i) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে,

$\sqrt{x+12} - \sqrt{20-x+2} = 2$

বা, $\sqrt{x+12} - \sqrt{22-x} = 2$

বা, $\sqrt{x+12} = 2 + \sqrt{22-x}$

বা, $(\sqrt{x+12})^2 = (2+\sqrt{22-x})^2$

বা, $x + 12 = 4 + 2.2\sqrt{22-x} + 22 - x$

বা, $x + 12 = 26 - x + 4\sqrt{22-x}$

বা, $x + 12 - 26 + x = 4\sqrt{22-x}$

বা, $2x - 14 = 4\sqrt{22-x}$

বা, $2(x-7) = 4\sqrt{22-x}$

বা, $x - 7 = 2\sqrt{22-x}$

বা, $x^2 - 2.x.7 + 7^2 = 4(22-x)$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 - 14x + 49 = 88 - 4x$

বা, $x^2 - 14x + 49 - 88 + 4x = 0$

বা, $x^2 - 10x - 39 = 0$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 - 10x - 39 = 0$.

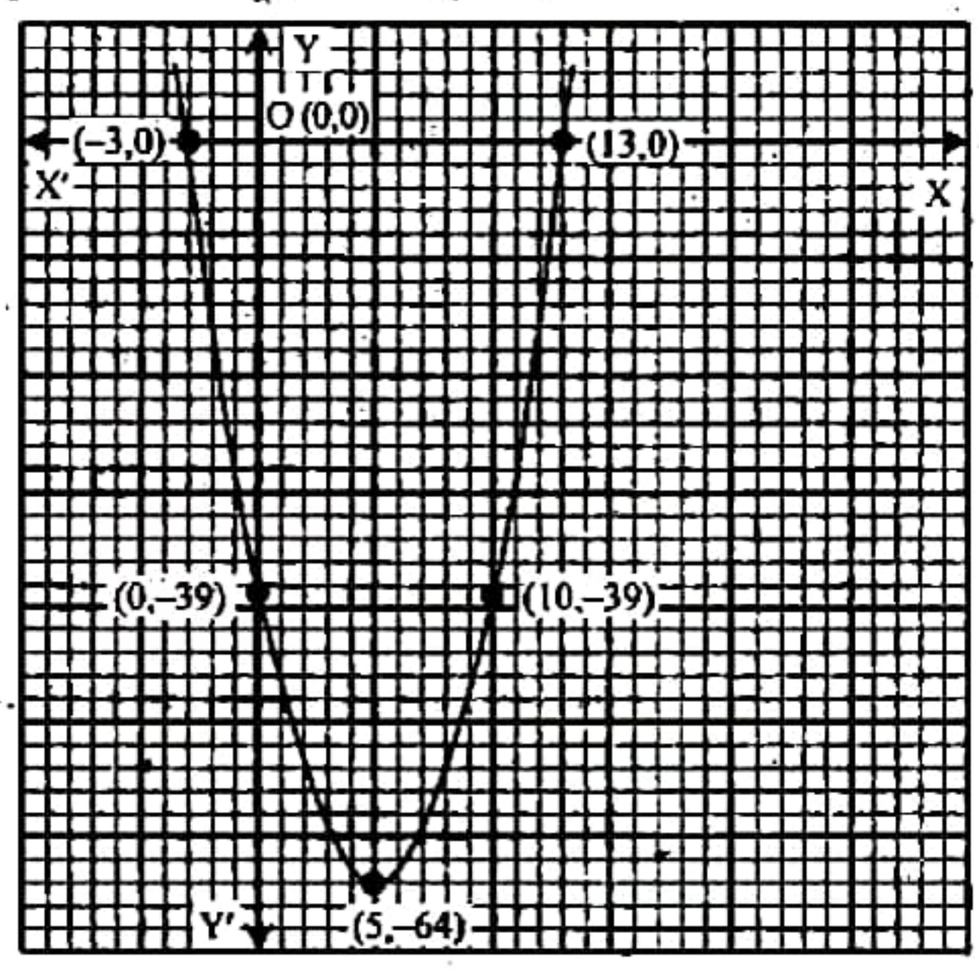
গ মনে করি, $y = x^2 - 10x - 39$

x-এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	–3	0	5	10	13
y	0	–39	–64	–39	0

উপরের সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখানে, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম ১ বাহু সমান ১ একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম ১ বাহু সমান 2 একক।



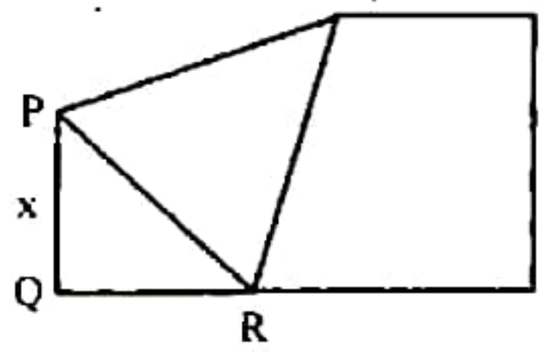
লেখচিত্রে দেখা যায় যে, ইহা x-অক্ষকে (–3, 0) ও (13, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি সমাধান থাকে সেহেতু সমীকরণটির সমাধান হবে, $x = -3, x = 13$

এখানে, $x = -3$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ, তেলের পরিমাণ ঋণাত্মক হয় না।

∴ ডিজেলের পরিমাণ = 13 লিটার

∴ পেট্রোলের পরিমাণ = 20 – 13 = 7 লিটার

প্রশ্ন ▶ ১১ পাশের চিত্রে A4 সাইজের (21.0 cm x 29.7cm) কাগজের পাতাকে শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর দিকে এমনভাবে ভাঁজ করা হলো যেন A(x) ক্ষেত্রফলের PQR ত্রিভুজ তৈরি করে।



ক. QR ও x এর গাণিতিক সম্পর্ক নির্ণয় কর। ২

খ. A(x) বহুপদীটি নির্ণয় কর। ৪

গ. PQR ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সর্বোচ্চ মান লেখচিত্রের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, PQ = x

আবার, PQ + PR = 21.0

বা, PR = 21.0 – x

সমকোণী ΔPQR থেকে পাই, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

বা, $QR^2 = PR^2 - PQ^2$

বা, $QR^2 = (21 - x)^2 - x^2$ (Ans.)

খ $A(x) = \frac{1}{2}.QR.PR$ [যেখানে A(x), ΔPQR এর ক্ষেত্রফল]

$= \frac{1}{2}.[(21-x)^2 - x^2]x$

$= \frac{1}{2}[21^2 - 2.21.x + x^2 - x^2]x$

$= \frac{1}{2}[21^2 - 42x]x$

$= \frac{1}{2}(441x - 42x^2)$

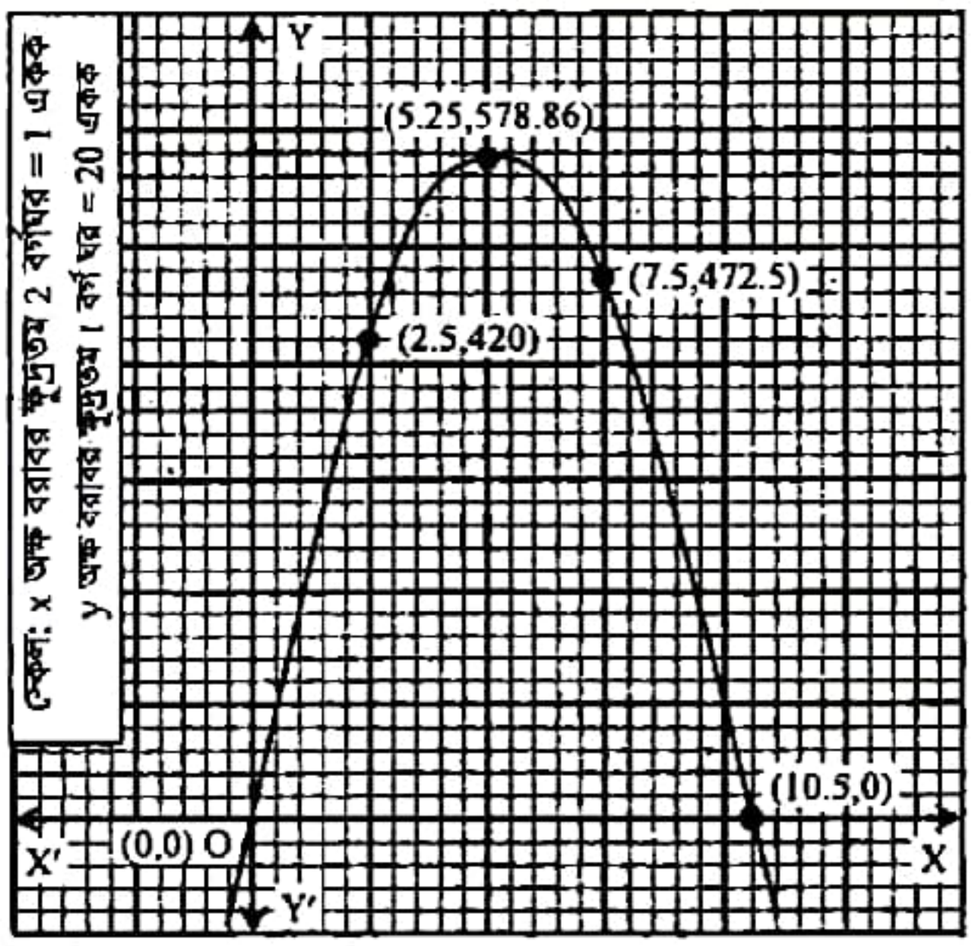
∴ $A(x) = \frac{1}{2}(441x - 42x^2)$ যা নির্ণেয় বহুপদী। (Ans.)

গ PQR ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(441x - 42x^2) = \frac{441}{2}x - 21x^2$

ধরি, $y = \frac{441}{2}x - 21x^2$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	2.5	5.25	7.5	10.5
y	0	420	578.86	472.5	0



www.bdniyog.com

লেখচিত্রে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ ঘর = 1 একক y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘর = 20 একক ধরে প্রদত্ত ফাংশনের লেখ আঁকি।
লেখ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, $x = 5.25$ বিন্দুতে $y = 578.86$
যা ফাংশনের সর্বোচ্চ মান।
সুতরাং PQR ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সর্বোচ্চ মান $578.86\ cm^2$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ $(x-2)$ ও $(y-1)$ এর গুণফল 3 এর সমান এবং $(x+2)$ ও $(2y-5)$ এর গুণফল 15 এর সমান।

ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে একটি দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট গঠন কর এবং ১ম সমীকরণ থেকে x এর মানকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত x এর মান 'ক' এ প্রাপ্ত ২য় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $8y^2 - 37y + 20 = 0$ ৪

গ. 'খ' প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে নিশ্চায়ক নির্ণয় করে মূলের প্রকৃতি বের কর এবং মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রশ্নমতে,
$(x-2)(y-1) = 3$ ..... (i)
$(x+2)(2y-5) = 15$ ..... (ii)
(i) নং হতে পাই,

$$x - 2 = \frac{3}{y-1}$$

$$\therefore x = \frac{3}{y-1} + 2$$

খ 'ক' হতে পাই,

$$x = \frac{3}{y-1} + 2$$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{3}{y-1} + 2 + 2\right)(2y-5) = 15$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3}{y-1} + 4\right)(2y-5) = 15$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3+4y-4}{y-1}\right)(2y-5) = 15$$

$$\text{বা, } (4y-1)(2y-5) = 15(y-1)$$

$$\text{বা, } 8y^2 - 20y - 2y + 5 = 15y - 15$$

$$\text{বা, } 8y^2 - 22y + 5 - 15y + 15 = 0$$

$\therefore 8y^2 - 37y + 20 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,
$8y^2 - 37y + 20 = 0$
সমীকরণটিকে $ay^2 + by + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
$a = 8, b = -37, c = 20$
সমীকরণটির নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac$
$= (-37)^2 - 4.8.20$
$= 1369 - 640$
$= 729$, যা পূর্ণবর্গ।
সেহেতু নিশ্চায়ক > 0 এবং পূর্ণবর্গ।
যেহেতু মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

$$\therefore \text{মূলগুলো, } y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-37) \pm \sqrt{(-37)^2 - 4.8.20}}{2.8}$$

$$= \frac{37 \pm \sqrt{729}}{16}$$

$$= \frac{37 \pm 27}{16}$$

$$\therefore y_1 = \frac{37+27}{16} = \frac{64}{16} = 4$$

$$\text{এবং } y_2 = \frac{37-27}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

$\therefore 8y^2 - 37y + 20 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $4, \frac{5}{8}$

প্রশ্ন ▶ ১৩ $(2x+3)(y-1) = 14$
এবং $(x-3)(y-2) = -1$ একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত y কে দ্বিতীয় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $2x^2 - 19x + 30 = 0$ ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে 'খ' এ প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
$(2x+3)(y-1) = 14$.....(i)
$(x-3)(y-2) = -1$..... (ii)
(i) নং হতে পাই,
$(2x+3)(y-1) = 14$

$$\text{বা, } y - 1 = \frac{14}{2x+3}$$

$$\therefore y = \frac{14}{2x+3} + 1$$

খ 'ক' হতে পাই,

$$y = \frac{14}{2x+3} + 1 \text{ .....(iii)}$$

(iii) নং থেকে প্রাপ্ত y এর মান (ii) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(x-3)\left(\frac{14}{2x+3} + 1 - 2\right) = -1$$

$$\text{বা, } (x-3)\left(\frac{14}{2x+3} - 1\right) = -1$$

$$\text{বা, } (x-3)\left(\frac{14-2x-3}{2x+3}\right) = -1$$

$$\text{বা, } \frac{(x-3)(11-2x)}{(2x+3)} = -1$$

$$\text{বা, } (x-3)(11-2x) = -(2x+3)$$

$$\text{বা, } 11x - 2x^2 - 33 + 6x = -2x - 3$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 17x - 33 + 2x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 19x - 30 = 0$$

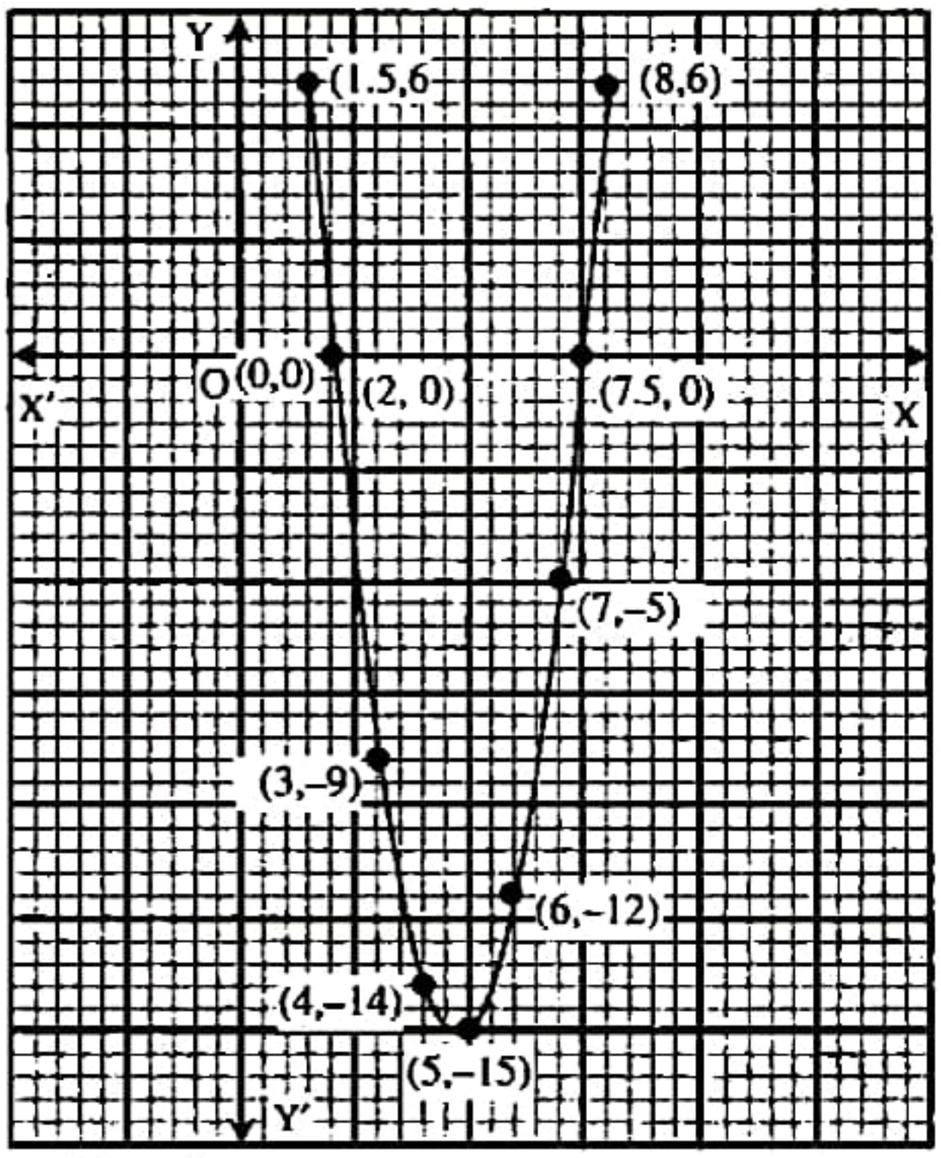
$\therefore 2x^2 - 19x + 30 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,
$2x^2 - 19x + 30 = 0$
মনে করি, $y = 2x^2 - 19x + 30$
তখন x-এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1.5	2	3	4	5	6	7	7.5	8
y	6	0	−9	−14	−15	−12	−5	0	6

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 ঘর সমান। একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (2, 0) ও (7.5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

www.bdniyog.com



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, $x = 2$ বা $x = 7.5$

প্রশ্ন ▶ ১৪ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম।

ক. সংখ্যাটি x হলে, উদ্দীপকের তথ্যের সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির সমাধান কর এবং এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $2x^2 = 5x - 3$

খ 'ক' হতে পাই, $2x^2 = 5x - 3$

$\therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$

সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = -5, c = 3$

সমীকরণের মূলদ্বয় $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.3}}{2.2}$

$= \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$

$= \dfrac{5 \pm 1}{4}$

$\therefore x_1 = \dfrac{5+1}{4} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

এবং $x_2 = \dfrac{5-1}{4} = \dfrac{4}{4} = 1$

$\therefore$ মূলদ্বয় $\dfrac{3}{2}, 1$

গ 'খ' হতে পাই,

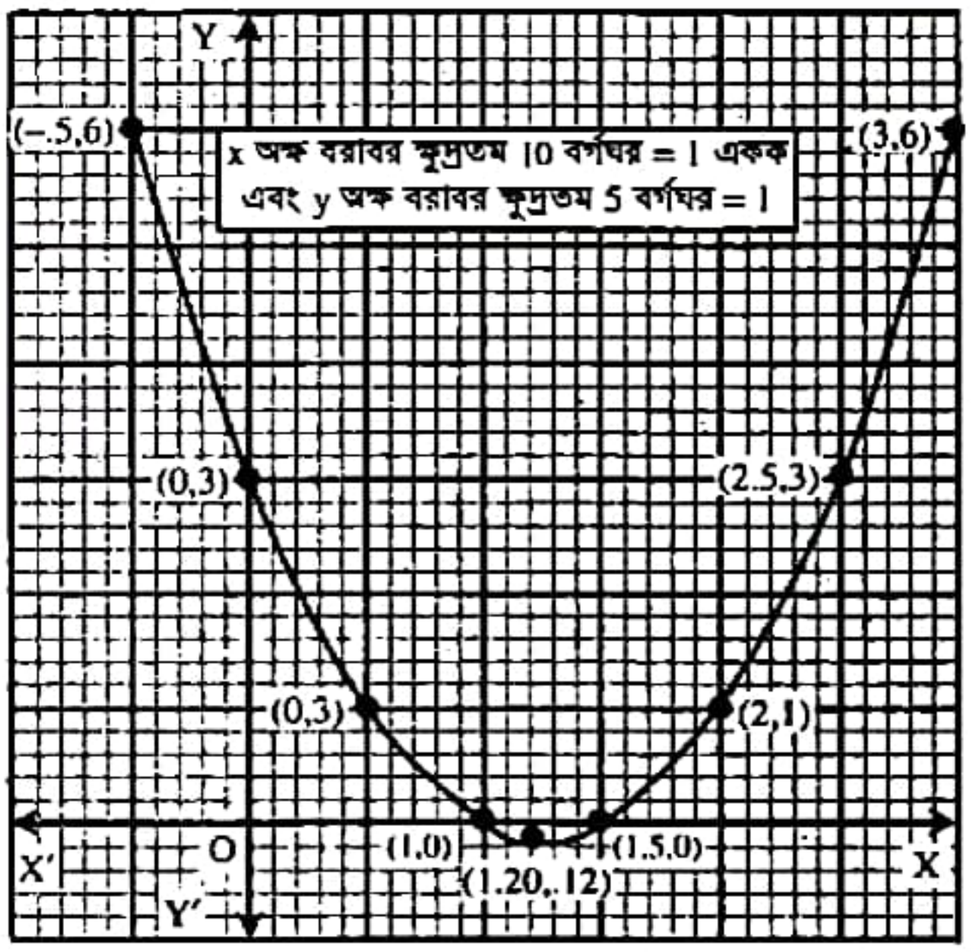
$2x^2 - 5x + 3 = 0$

মনে করি, $y = 2x^2 - 5x + 3$

এখন x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	–0.5	0	0.5	1	1.20	1.5	2	2.5	3
y	6	3	1	0	–0.12	0	1	3	6

ছক কাগজে X অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (1, 0) ও (1.5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।



সুতরাং, সমীকরণটির সমাধান, $x = 1$ বা; $x = 1.5$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি বাসে পুরুষ ও মহিলা মিলিয়ে মোট 56 জন যাত্রী ছিল। একটি স্টপেজে 1 জন মহিলা নেমে গেলেন এবং নতুন যাত্রী হিসেবে 6 জন পুরুষ ও 1 জন মহিলা উঠলেন। বর্তমানে বাসে পুরুষ ও মহিলার সংখ্যার বর্গমূলের অন্তর 1।

ক. সমস্যাটিকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. পুরুষের সংখ্যাকে চলক ধরে এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজের সাহায্যে সমাধান করে বর্তমানে পুরুষ ও মহিলা যাত্রীর সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x + y = 56, \sqrt{x+6} - \sqrt{y} = 1$;

খ. $x^2 - 49x + 570 = 0$;

গ. 25 ও 36 অথবা 36 ও 25।

প্রশ্ন ▶ ১৬ $3 - 4x - x^2 = 0$

উপরের সমীকরণটি লক্ষ কর ও নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও:

ক. সমীকরণটির প্রকৃতি ও ধরণ নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

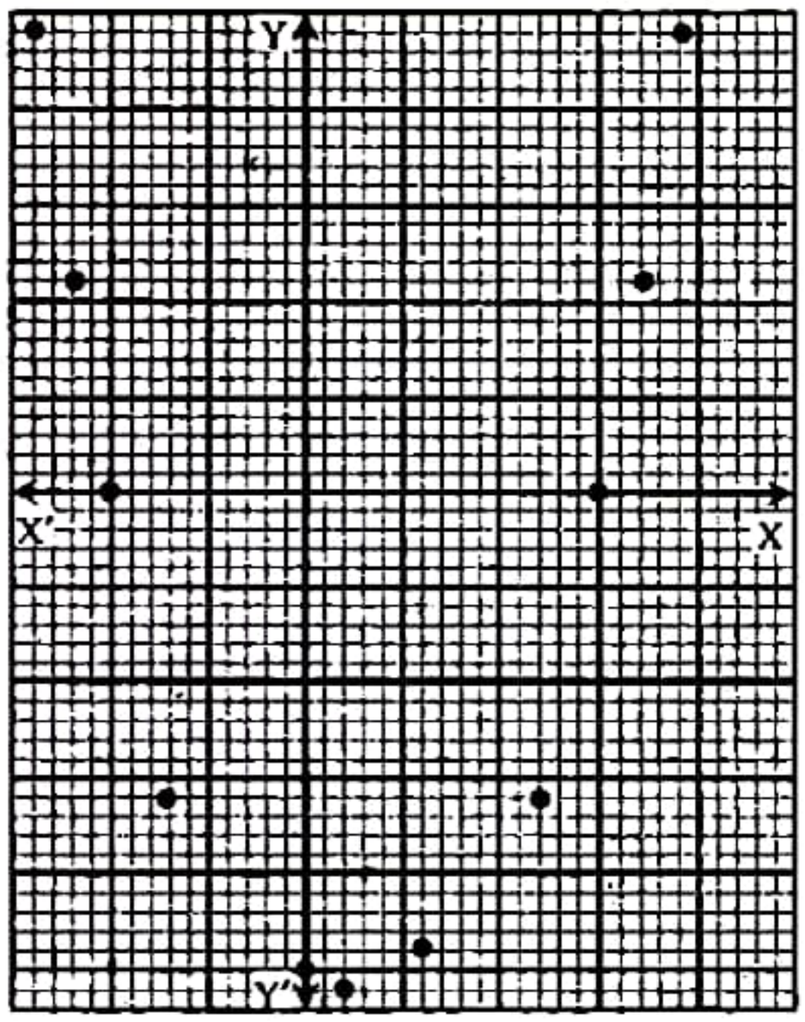
গ. সমীকরণটির লেখ চিত্র অঙ্কন কর ও সমাধান বিন্দু চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: খ. $-(2+\sqrt{7}), -(2-\sqrt{7})$

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶১৭ নিম্নের লেখচিত্রে $ax^2 + bx - 6 = 0$ আকারের একটি দ্বিঘাত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক চিহ্নিত করা হলো : (ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে)



ক. বিন্দুগুলো সংযোগ করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রাপ্ত লেখচিত্র থেকে সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. a এবং b এর মান নির্ণয় করে দ্বিঘাত সমীকরণটি লেখ। ৪

উত্তর: খ. –2 বা 3; **গ.** $x^2 - x - 6 = 0$

প্রশ্ন ▶১৮ একজন ক্রেতা মিনিকেট ও পাইজাম চাল মোট 54 কেজি ক্রয় করলেন। এতে আরো 6 কেজি মিনিকেট ও 1 কেজি পাইজাম যোগ করা হলে মিনিকেট ও পাইজাম চালের পরিমাণের বর্গমূলের অন্তর হয় 1 কেজি। ধরে নাও মিনিকেট চালের পরিমাণ পাইজাম চাল অপেক্ষা বেশি ছিল।

ক. সমস্যাটিকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. মিনিকেট চালের পরিমাণকে চলক ধরে এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজের সাহায্যে সমাধান করে মিনিকেট ও পাইজাম চালের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x + y = 54, \sqrt{x+6} - \sqrt{y+1} = 1$; **খ.** $x^2 - 49x + 570 = 0$; **গ.** 30 কেজি, 24 কেজি

প্রশ্ন ▶১৯ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যাটির বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

[সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সূত্র প্রয়োগ করে প্রথম সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি লেখের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

উত্তর: ক. $5x - 2x^2 = 3, 3x^2 - 5x = 3$; **খ.** $\frac{3}{2}, 1$; **গ.** 2.13, –47

internet-linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm05bs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র সাধারণত বক্ররেখা হবে, যা পরাবৃত্তাকার।
- সমীকরণের লেখচিত্রের সমাধান শুধু x-অক্ষের ছেদ বিন্দুতে পাওয়া যায়।
- দ্বিঘাত সমীকরণে সর্বদাই দুইটি মূল থাকে। তাই এর লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x-অক্ষকে একটি বিন্দুতে স্পর্শ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান এবং দুইটি বিন্দুতে ছেদ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান। লেখচিত্রটি x-অক্ষের কোনো বিন্দুতে ছেদ বা স্পর্শ না করলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে।
- $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac < 0$ হলে লেখচিত্র কখনই x-অক্ষকে ছেদ করে না ফলে সমাধান অবাস্তব।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৫, ৬, ৭, ১০, ১২, ১৩, ১৭, ১৮, ১৯, ২০
★★	৪, ৮, ৯, ১১, ১৪, ১৫, ১৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৫, ৮, ১০, ১১, ১৩
★★	২, ৬, ৭, ১২