অধ্যায়-৬

অসমতা

অনুশীলনী-৬.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. এক চলকের এক ঘাত বিশিষ্ট অসমতা ব্যাখ্যা।
২. এক চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণের সমাধান।
৩. এক ও দুই চলকের একঘাতবিশিষ্ট অসমতার ব্যাখ্যা।
৪. অসমতার সমাধান।

মুহাম্মদ ইবনে মুসা আল-খারিজমি *(Muhammad ibn Musa al-khwarizmi, 780–850)* ছিলেন পারস্যের গাণিতবিদ, জ্যোর্তিবিদ, জ্যোতিষবিদ ও ভূগোলবিদ। তাঁর লেখা বই 'আল-জ্বাবর ওয়া আল-মোকাবিলা' হতেই অ্যালজ্যাবরা *(Algebra)* শব্দের উৎপত্তি। এটিই বীজগণিতের প্রথম বই যেখানে রৈখিক *(Linear)* ও দ্বিঘাত *(Quadratic)* সমীকরণের প্রণালীবদ্ধ সমাধান রয়েছে।

৮টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
৫৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৭টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৬টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৩টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

অসমতাগুলো সমাধান কর এবং সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখাও:

১. $y-3<5$

সমাধান : দেওয়া আছে, $y-3<5$

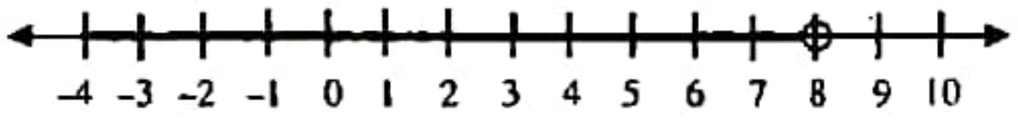
বা, $y-3+3<5+3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

$\therefore y<8$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $y<8$

এখানে, সমাধান সেট, $S=\{y\in\mathbb{R}: y<8\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট:



২. $3(x-2)<6$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$3(x-2)<6$

বা, $x-2<\frac{6}{3}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $x-2<2$

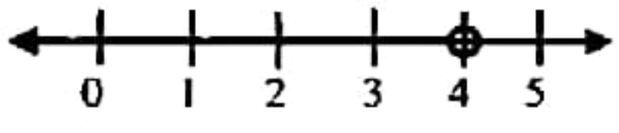
বা, $x-2+2<2+2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

$\therefore x<4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x<4$

এখানে, সমাধান সেট, $S=\{x\in\mathbb{R}: x<4\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৩. $3x-2>2x-1$

সমাধান: দেওয়া আছে, $3x-2>2x-1$

বা, $3x-2+2>2x-1+2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $3x>2x+1$

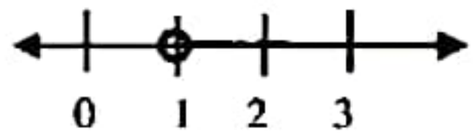
বা, $3x-2x>2x+1-2x$ [উভয়পক্ষে $(-2x)$ যোগ করে]

$\therefore x>1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x>1$

এখানে, সমাধান সেট, $S=\{x\in\mathbb{R}: x>1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট:



৪. $z\le\frac{1}{2}z+3$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$z\le\frac{1}{2}z+3$

বা, $z-\frac{1}{2}z\le\frac{1}{2}z+3-\frac{1}{2}z$ [উভয়পক্ষে $\left(-\frac{1}{2}z\right)$ যোগ করে]

বা, $\frac{1}{2}z\le3$

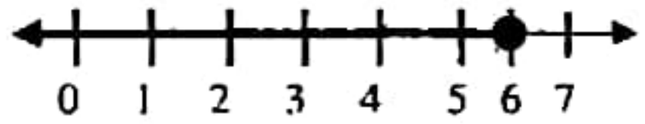
বা, $2.\frac{1}{2}z\le3.2$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore z\le6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $z\le6$

এখানে, সমাধান সেট, $S=\{z\in\mathbb{R}: z\le6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৫. $8\ge2-2x$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$8\ge2-2x$

বা, $8+2x\ge2-2x+2x$ [উভয়পক্ষে 2x যোগ করে]

বা, $8+2x-8\ge2-8$ [উভয়পক্ষে (–8) যোগ করে]

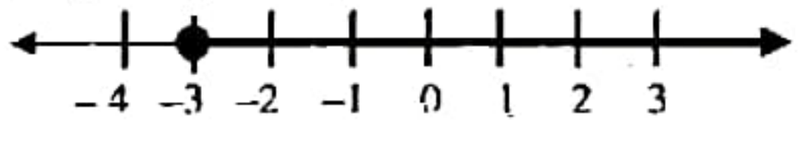
বা, $2x\ge-6$

$\therefore x\ge-3$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x\ge-3$.

এখানে, সমাধান সেট, $S=\{x\in\mathbb{R}: x\ge-3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



www.bdniyog.com

৬. $x \le \frac{x}{3} + 4$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x \le \frac{x}{3} + 4$

বা, $x - \frac{x}{3} \le \frac{x}{3} + 4 - \frac{x}{3}$ [উভয়পক্ষে $\left(-\frac{x}{3}\right)$ যোগ করে]

বা, $\frac{3x - x}{3} \le 4$

বা, $\frac{2x}{3} \le 4$

বা, $\frac{2x}{3} \times 3 \le 4 \times 3$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x \le 12$

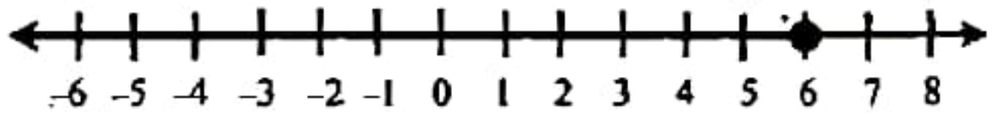
বা, $\frac{2x}{2} \le \frac{12}{2}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x \le 6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x \le 6$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R} : x \le 6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৭. $5(3 - 2t) \le 3(4 - 3t)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $5(3 - 2t) \le 3(4 - 3t)$

বা, $15 - 10t \le 12 - 9t$

বা, $15 - 10t + 9t \le 12 - 9t + 9t$ [উভয়পক্ষে $9t$ যোগ করে]

বা, $15 - t \le 12$

বা, $15 - t - 15 \le 12 - 15$ [উভয়পক্ষে (-15) যোগ করে]

বা, $-t \le -3$

বা, $-t(-1) \ge (-3)(-1)$

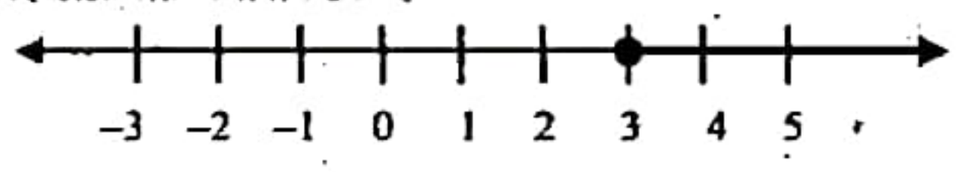
[উভয়পক্ষকে ঋণাত্মক সংখ্যা (-1) দ্বারা গুণ করায় এখানে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তিত হয়েছে।]

$\therefore t \ge 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $t \ge 3$.

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{t \in \mathbb{R} : t \ge 3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৮. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{20x + 15x + 12x}{60} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$

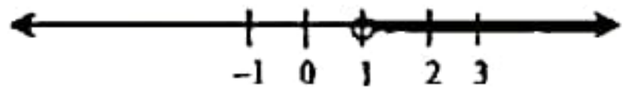
বা $47x > 47$ [উভয়পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x > 1$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{47}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x > 1$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbf{R} : x > 1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অসমতা | Text পৃষ্ঠা-১১৩

- অসমতার উভয় পাশে কোনো সংখ্যা দ্বারা যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগ করলে অসমতা চিহ্নের পরিবর্তন হয় না কিন্তু ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতাটির চিহ্ন পরিবর্তন হবে।
- অসমতার সংখ্যারেখায় '$<$' অথবা '$>$' চিহ্নের জন্য গোলাকার বৃত্ত (O) ফাঁকা হবে এবং '$\le$ অথবা '$\ge$' এর জন্য বৃত্তটি (●) ভরাট হবে।

১. যদি $a > b$ হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $a - b < 0$ খ $b - a < 0$ গ $\frac{a}{b} > 0$ ঘ $\frac{b}{a} < 0$ **খ**

২. যদি $a > b$ হয় তবে c-এর যেকোনো মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $a + c < b + c$ খ $a - c < b - c$

গ $a + c > b + c$ ঘ $a + c > b - c$ **গ**

৩. যদি $a < b$ হয় তবে c-এর ঋনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $ac < bc$ খ $ac > bc$ গ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ঘ $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ **খ**

৪. যদি $a < b$ হয় তবে c-এর ঋনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [চুয়াডাঙ্গা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ খ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ গ $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ ঘ $\frac{a}{c} > \frac{c}{b}$ **খ**

৫. যদি $a < b$ হয় তবে c-এর ধনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $ac < bc$ খ $ac > bc$ গ $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ ঘ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **ক**

৬. যদি $b < c$ হয় তবে a-এর ধনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক $\frac{b}{a} > \frac{c}{a}$ খ $\frac{b}{a} < \frac{c}{a}$ গ $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$ ঘ $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$ **খ**

৭. $a > b$ ও $c < 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) [ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী; যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক $ac > bc$ খ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ গ $ac < bc$ ঘ $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ **গ**

৮. $a > b$ ও $c > d$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $a + c > b + c$ খ $a + c > b + d$

গ $a + b > c + d$ ঘ $a - c < d - d$ **খ**

৯. যদি $a < b$ ও $c < d$ এবং $a, b, c, d > 0$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $ac > bd$ খ $ac < bd$ গ $\frac{a}{b} > 1$ ঘ $\frac{d}{c} < 1$ **খ**

১০. যদি $a < b$ ও $c > d$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $a + c < b + d$ খ $a + c > b + d$

গ $a + d < b + c$ ঘ $a + d > b + c$ **গ**

১১. যদি $a < b$ ও $c > 1$ হয় তবে নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $a - c < b - 1$ খ $a + 1 > b + c$

গ $a + b > c + 1$ ঘ $a - c > b - 1$ **ক**

১২. যদি $a > b$ ও $c < d$ এবং $a, b, c, d > 0$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ খ $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ গ $\frac{c}{a} > \frac{d}{b}$ ঘ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ **ক**

১৩. $b < a$ এবং $c > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $\frac{b}{c} \le \frac{b}{c}$ খ $\frac{b}{c} < \frac{a}{c}$ গ $\frac{b}{c} \ge \frac{a}{c}$ ঘ $\frac{b}{c} > \frac{a}{c}$ **খ**

১৪. $\frac{a}{b} < 1$ হলে নিচের কোনটি 1 এর চেয়ে বড় হবে? (মধ্যম)

ক a খ b গ $\frac{b}{a}$ ঘ $-\frac{b}{a}$ **গ**

১৫. $-5a < -3b$ এবং $a > b$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $5a > -3b$ খ $-5a < 3b$

গ $5a > 3b$ ঘ $5a < 3b$ **গ**

www.bdniyog.com

১৬. $4b > -7a$ এবং $b < a$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক $4b < 7a$ খ $-4b > 7a$
গ $-4b < -7a$ ঘ $4b > 7a$ **ক**

১৭. $a > b$ হলে কোন শর্তে $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ হবে? (সহজ)
ক $c < 0$ খ $c > 0$ গ $c = 0$ ঘ $c \le 0$ **খ**

১৮. $a > b$ হলে কোন শর্তে $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ হবে? (সহজ)
ক $c < 0$ খ $c > 0$ গ $c = 0$ ঘ $c \le 0$ **ক**

১৯. $a < b$ হলে কোন শর্তে $ac > bc$ হবে? (সহজ)
ক $c < 0$ খ $c > 0$ গ $c = 0$ ঘ $c \ge 0$ **ক**

২০. $a(x + b) < c$ এবং $a < 0$ হলে, অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন) [নরসিংদী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]; [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]
ক $x < \frac{c}{a} - b$ খ $x > \frac{c}{a} - b$ গ $x < \frac{c}{a} + b$ ঘ $x > \frac{c}{a} + b$ **খ**

২১. $c(x + a) < b$ এবং $c > 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) [ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; ফেনী]
ক $x < \frac{b}{c} + a$ খ $x > \frac{b}{c} + a$ গ $x < \frac{b}{c} - a$ ঘ $x > \frac{b}{c} - a$ **গ**

২২. $11 > 5$ অসমতার উভয় পার্শ্বে 6 যোগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $11 = 11$ খ $17 > 5$ গ $11 > 17$ ঘ $17 > 11$ **গ**

২৩. $9 > 5$ অসমতার উভয় পার্শ্বে (-6) যোগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $15 > 11$ খ $3 < 5$ গ $3 > -1$ ঘ $9 > -1$ **গ**

২৪. $-x > -6$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]
ক $x > 6$ খ $x < 6$ গ $x > -6$ ঘ $x < -6$ **খ**

২৫. $2x > 6$ অসমতাটিকে (-2) দ্বারা ভাগ করলে তার সমাধান কত হবে? (মধ্যম)
ক $x > 3$ খ $x < 3$ গ $x > -3$ ঘ $x < -3$ **ক**

২৬. $3x - 2 > 2x - 1$ অসমতার সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $x > 2$ খ $x > 1$ গ $x < 1$ ঘ $x < -1$ **খ**

২৭. $3x - 3 < \frac{3}{2}$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক $x < \frac{1}{2}$ খ $x < \frac{2}{3}$ গ $x < \frac{3}{2}$ ঘ $x < 2$ **গ**

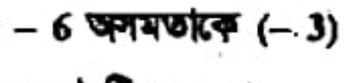
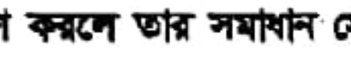
২৮. $x \le \frac{x}{3} + 4$ অসমতার সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $x \le 12$ খ $x \le 6$ গ $x \le 4$ ঘ $x \le 3$ **খ**

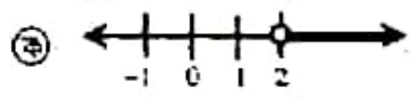
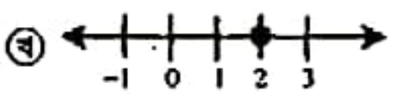
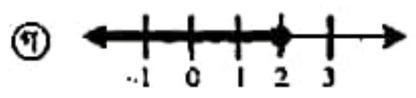
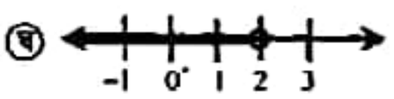
২৯. $\frac{x}{3} < -6$ অসমতাকে (-3) দ্বারা গুণ করলে তার সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 18\}$ খ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 18\}$
গ $S = \{x \in \mathbb{R} : x > -18\}$ ঘ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -18\}$ **ঘ**

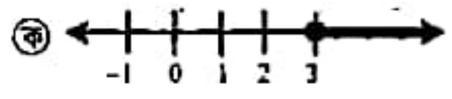
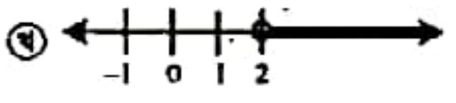
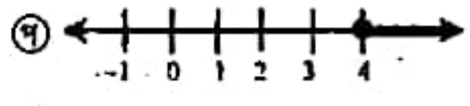
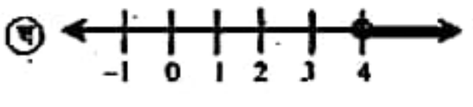
ব্যাখ্যা: $\frac{-3x}{3} > (-6)(-3)$ বা, $-x > 18 \therefore x < -18$

৩০. $2z \le z + 6$ অসমতার সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $\{z \in \mathbb{R} : z < 6\}$ খ $\{z \in \mathbb{R} : z \le 6\}$
গ $\{z \in \mathbb{R} : z \le 2\}$ ঘ $\{z \in \mathbb{R} : z < 22\}$ **খ**

৩১. $4x - 5 \ge 19$ অসমতাটির সমাধান সেট নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $S = \left\{x \in \mathbb{R} : x \ge \frac{24}{5}\right\}$ খ $S = \left\{x \in \mathbb{R} : x \ge \frac{23}{5}\right\}$
গ $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 6\}$ ঘ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \ge 6\}$ **ঘ**

৩২. $y + 3 \le 5$ অসমতার সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক
খ
গ 
ঘ  **গ**

৩৩. $5x - 2 < 8$ অসমতাটির সমাধান সংখ্যারেখায় নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক 
খ 
গ 
ঘ  **ঘ**

৩৪. $3x - 6 \ge 6$ অসমতাটির সমাধানের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক 
খ 
গ 
ঘ  **গ**

৩৫. যদি $a > b$ হয় তবে c-এর যেকোনো মানের জন্য —
i. $a + c > b + c$.
ii. $a - c > b - c$.
iii. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: iii. সঠিক নয়, কারণ শুধুমাত্র c-এর ধনাত্মক মানের জন্য $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ কিন্তু ঋণাত্মক মানের জন্য $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

৩৬. $a > b$ এবং $c > d$ এবং a, b, c ও $d > 0$ হলে —
i. $ac > bd$.
ii. $a + c > b + d$.
iii. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$.
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

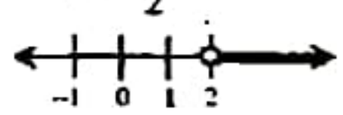
ব্যাখ্যা: (iii) সঠিক নয়, কারণ $ac > bd$ বা, $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$.

৩৭. $7x \le -14$ অসমতাটিকে—
i. (-2) দ্বারা গুণ করলে হয় $x \ge -2$
ii. সমাধান সেট আকারে লিখলে হবে $S = \{x \in \mathbb{R} : x \le -2\}$
iii. এর সমাধানের সাথে 2 যোগ করলে হয় $x + 2 \le 0$
নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: (i) সঠিক নয়; কারণ, $(-2)\,7x \ge (-14)(-2)$ বা, $-14x \ge 28$ বা, $x \le -2$.

৩৮. $3(x - 3) < 9$ অসমতার —
i. উভয় পক্ষে 9 যোগ করলে $3x < 18$ হয়।
ii. উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করলে $x - 3 < 9$ হয়।
iii. সমাধান: $x < 6$.
নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৩৯. $x < \frac{x}{3} + 4$ অসমতার —
i. উভয় পক্ষে $\left(-\frac{x}{3}\right)$ যোগ করলে $x - \frac{x}{3} < 4$ হয়।
ii. সমাধান: $x < 12$.
iii. সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 6\}$
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

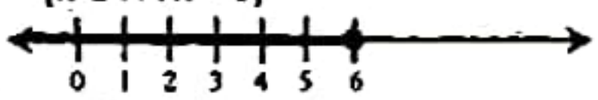
৪০. $4x + 2 > 4$ অসমতাটির—
i. উভয়পক্ষে 2 দ্বারা ভাগ করলে হয় $2x + 1 > 2$
ii. অসমতাটির সমাধান: $x > \frac{1}{2}$
iii. সংখ্যারেখা : 
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

www.bdniyog.com

৪১. $3x - 4 \le 14$ অসমতার —

i. সমাধান $x \le 6$.

ii. সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 6\}$

iii. সংখ্যারেখা: 

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$27 > 6$ একটি অসমতা।

৪২. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে 3 দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $27 > 18$ খ $81 > 6$ গ $81 > 18$ ঘ $81 < 18$ — গ

৪৩. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে (-3) দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $-27 > 18$ খ $-81 > 6$ গ $-81 > -18$ ঘ $-81 < -18$ — ঘ

৪৪. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে 3 দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $27 > 2$ খ $9 > 6$ গ $9 > 2$ ঘ $9 < 2$ — গ

৪৫. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে (-3) দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $27 > 2$ খ $9 > 6$ গ $9 > 2$ ঘ $9 < 2$ — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৬-৪৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$c(x + b) < a$, $[c \ne 0]$ একটি অসমতা।

৪৬. c ধনাত্মক হলে অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $x < \frac{a}{c} + b$ খ $x < \frac{a}{c} - b$ গ $x > \frac{a}{c} + b$ ঘ $x > \frac{a}{c} - b$ — খ

৪৭. c ঋণাত্মক হলে অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $x < \frac{a}{c} - b$ খ $x < \frac{a}{c} + b$ গ $x > \frac{a}{c} + b$ ঘ $x > \frac{a}{c} - b$ — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৮-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x < \frac{x}{3} + 4$ একটি অসমতা।

৪৮. অসমতাটির উভয় পক্ষে $\left(-\frac{x}{3}\right)$ যোগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $x - \frac{x}{3} > 4$ খ $x - \frac{x}{3} \ge 4$ গ $x - \frac{x}{3} < 4$ ঘ $x - \frac{x}{3} \le 4$ — গ

৪৯. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

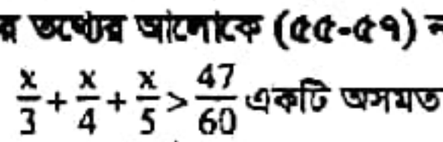
ক $x \le 12$ খ $x < 12$ গ $x \le 6$ ঘ $x < 6$ — ঘ

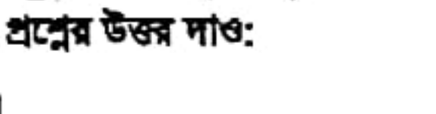
৫০. অসমতাটির সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)

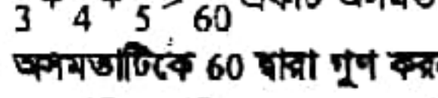
ক $S = \{x \in \mathbb{R} : x \le 6\}$ খ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 6\}$

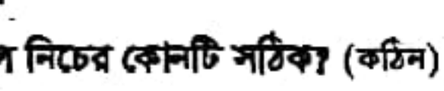
গ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \le 12\}$ ঘ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 12\}$ — খ

৫১. অসমতাটির সমাধানের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক 

খ 

গ 

ঘ 

— খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৫২-৫৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$8 \ge 2 - 2x$ একটি অসমতা।

৫২. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

[আই.ই.টি. সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক $x \le -3$ খ $x \ge -3$ গ $x < 3$ ঘ $x > -3$ — খ

৫৩. অসমতাটিকে (-1) দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

ক $2x - 2 \ge -8$ খ $2 - 2x \ge -8$

গ $-8 \ge 2x - 2$ ঘ $-8 \ge 2 - 2x$ — ক

৫৪. অসমতাটির উভয়পক্ষে (-4) যোগ করলে কত হবে? (সহজ)

ক $4 \ge 2(x + 1)$ খ $4 \le -2(x + 1)$

গ $4 \ge -2(x + 1)$ ঘ $4 \le -2(x - 1)$ — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৫-৫৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$ একটি অসমতা।

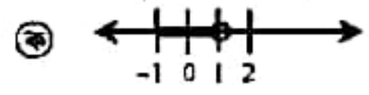
৫৫. অসমতাটিকে 60 দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

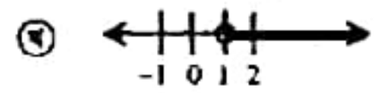
ক $\frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$ খ $47x > \frac{47}{60}$ গ $47x > 47$ ঘ $x > 47$ — গ

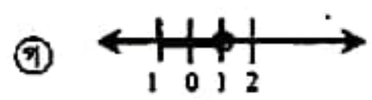
৫৬. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

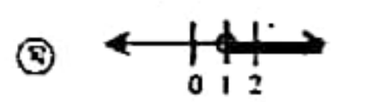
ক $x > 47$ খ $x > \frac{1}{47}$ গ $x > \frac{47}{60}$ ঘ $x > 1$ — ঘ

৫৭. অসমতাটির সমাধানের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক 

খ 

গ 

ঘ 

— ঘ

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ তোমাদের শ্রেণির কিছু ছাত্র-ছাত্রীর উচ্চতা 5 ফুটের বেশি এবং কিছু ছাত্র-ছাত্রীর উচ্চতা 5 ফুটের কম। ◀ কাজ: পৃষ্ঠা-১১৪

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 5 ফুটের বেশি উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা 240 ফুট ও কম উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা 420 ফুট এবং কম উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রী বেশি উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রী অপেক্ষা দ্বিগুণ হলে অসমতাটিকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. অসমতাটিকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x ও y এর অসমতার সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, x সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে বেশি এবং y সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে কম।

$\therefore$ x জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা $> 5x$

y জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা $< 5y$

খ এখানে, 5 ফুটের বেশি উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা = 240 ফুট ও 5 ফুটের কম উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা = 420 ফুট

$\therefore$ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা অনুসারে,

$240 > 5x$

বা, $48 > x$ .....(i)

ও $420 < 5y$

বা, $84 < y$ .....(ii)

আবার, $y = 2x$ হলে

(ii) নং থেকে পাই, $84 < 2x$

বা, $42 < x$ ..... (iii)

(i) ও (iii) থেকে পাই;

$42 < x < 48$ **(উত্তর)**

গ 'খ' থেকে পাই,

$48 > x$ বা, $96 > 2x$ ও $y = 2x$

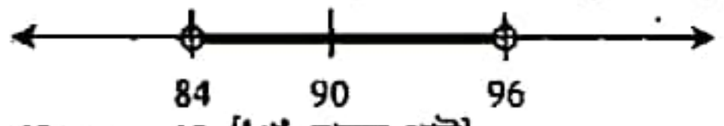
$\therefore$ $96 > 2x$

বা, $96 > y$

$\therefore$ $y < 96$ .....(iv)

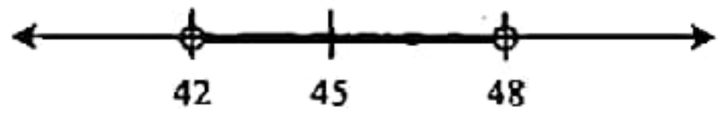
(ii) ও (iv) থেকে পাই,

$\therefore$ y এর অসমতার সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{N} : 84 < y < 96\}$

ও সংখ্যারেখা : 

x এর অসমতা : $42 < x < 48$ ['খ' থেকে পাই]

$\therefore$ x এর অসমতার সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{N} : 42 < x < 48\}$

ও সংখ্যারেখা : 

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ **x যেকোনো ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। 2 থেকে সংখ্যাটির দ্বিগুণ বিয়োগ করলে বিয়োগফল অনূর্ধ্ব 8 হয়।**

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতাটিকে সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

গ. 'x' এর সম্ভাব্য মানের সেট A নির্ণয় কর। বিয়োগফল যদি 4 অপেক্ষা বৃহত্তর বা সমান হয় তাহলে 'x' এর সম্ভাব্য মানের পরিবর্তিত নতুন সেট B নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সংখ্যাটি = x

∴ x এর দ্বিগুণ = 2x

প্রশ্নমতে, $2 - 2x \le 8$

খ 'ক' হতে পাই,

$2 - 2x \le 8$

বা, $2 - 2x - 2 \le 8 - 2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $-2x \le 6$

বা, $\frac{-2x}{-2} \ge \frac{6}{-2}$ [উভয়পক্ষকে (–2) দ্বারা ভাগ করে]

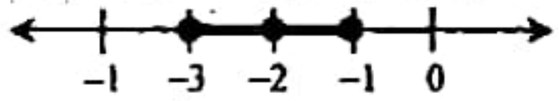
বা, $x \ge -3$

তদুপরি, $x \le -1$, কারণ x ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা

∴ নির্ণেয় সমাধান : $-3 \le x \le -1$

সমাধান সেট, $S = \{x : -3 \le x \le -1\}$

সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



গ 'খ' থেকে পাই, $-3 \le x \le 1$

∴ $A = \{-3, -2, -1\}$

প্রশ্নমতে, $2 - 2x \ge 4$

বা, $2 - 2x - 2 \ge 4 - 2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $-2x \ge 2$

বা, $\frac{-2x}{-2} \le \frac{2}{-2}$ [উভয়পক্ষকে (–2) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x \le -1$

আবার x যেকোনো ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা

∴ $x \le -1$ যেখানে $x \in \mathbb{Z}$

∴ x এর সম্ভাব্য মানের পরিবর্তিত সেট,

$B = \{\ldots\ldots\ldots\ldots -4, -3, -2, -1\}$ Ans.

প্রশ্ন ▶৩ **জনি ও রনি একদিন বিকেলে গল্প করছিল। তখন জনি রনিকে বললো, তোমাকে একটি সংখ্যা বলতে হবে যার এক তৃতীয়াংশ, এক চতুর্থাংশ এবং এক পঞ্চমাংশের সমষ্টি $\frac{47}{60}$ থেকে বড়।**

ক. রনি যদি উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ করতে চায়, কিভাবে করবে? ২

খ. প্রাপ্ত অসমতাটি সমাধান করে 'x' এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি সংখ্যাটি 10 অপেক্ষা ছোট হয় তবে 'x' এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x.

সংখ্যাটির এক তৃতীয়াংশ $= \frac{x}{3}$

সংখ্যাটির এক চতুর্থাংশ $= \frac{x}{4}$

সংখ্যাটির এক পঞ্চমাংশ $= \frac{x}{5}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

খ প্রাপ্ত অসমতা, $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{20x + 15x + 12x}{60} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$ [উভয়পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করে]

বা, $47x > 47$

বা, $x > 1$ [উভয়পক্ষকে 47 দ্বারা ভাগ করে]

∴ নির্ণেয় সম্ভাব্য মান : $x > 1$

গ দেওয়া আছে, সংখ্যাটি 10 অপেক্ষা ছোট

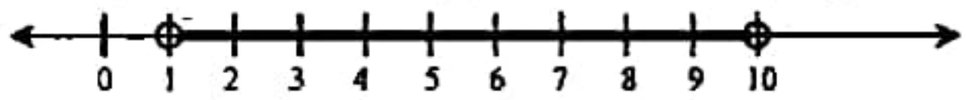
∴ $x < 10$

'খ' হতে পাই, $x > 1$

বা, $1 < x$

∴ 'x' এর সম্ভাব্য মান : $1 < x < 10$

নিচে 'x' এর সম্ভাব্য মান সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



প্রশ্ন ▶৪ **$a(x + b) < c$ অসমতাটি লক্ষ্য কর। এখানে a, b, c যেকোনো সংখ্যা এবং $a \neq 0$.**

ক. যদি $a = 0$ হয় তবে c এর মান কিরূপ হলে অসমতাটি সত্য হবে? ২

খ. $a \neq 0$ হলে অসমতাটি সমাধান কর। ৪

গ. a, b, c এর মান যথাক্রমে 1, 2, 3 এবং –1, 2, 3 হলে অসমতাটির সমাধান নির্ণয় কর। প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়কে সমন্বিত অসমতায় প্রকাশ করে সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত অসমতা, $a(x + b) < c$

$a = 0$ হলে, $0(x + b) < c$

বা, $0 < c$

বা, $c > 0$

অর্থাৎ, c এর মান ধনাত্মক হলে অসমতাটি সত্য হবে।

গ দেওয়া আছে, $a \neq 0$.

এখন, a ধনাত্মক হলে প্রদত্ত অসমতা, $a(x + b) < c$ এর উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{a(x + b)}{a} < \frac{c}{a}$

বা, $x + b < \frac{c}{a}$

বা, $x < \frac{c}{a} - b$ [উভয়পক্ষ থেকে b বিয়োগ করে]

আবার, a ঋণাত্মক হলে প্রদত্ত অসমতার উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{a(x + b)}{a} > \frac{c}{a}$

বা, $x + b > \frac{c}{a}$

বা, $x > \frac{c}{a} - b$ [উভয়পক্ষ থেকে b বিয়োগ করে]

∴ নির্ণেয় সমাধান :

(i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ হয়

(ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়

www.bdniyog.com

গ 'খ' থেকে পাই,

(i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ হয়

(ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়

দেওয়া আছে, $a = 1, b = 2, c = 3$

এখন, $a = 1 > 0$

সুতরাং (i) থেকে পাই,

$$x < \frac{3}{1} - 2 \quad [a, b, c \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

বা, $x < 3 - 2$

বা, $x < 1$

আবার দেওয়া আছে, $a = -1, b = 2, c = 3$ যেহেতু $a < 0$;

এখন, (ii) থেকে পাই,

$$x > \frac{3}{-1} - 2$$

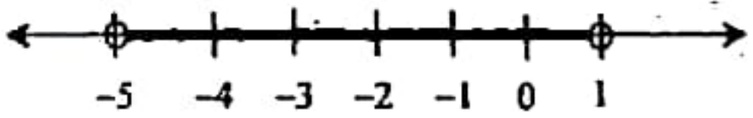
বা, $x > -3 - 2$

বা, $x > -5$

বা, $-5 < x$

সুতরাং সমন্বিত অসমতায় 'x' এর সম্ভাব্য মান, $-5 < x < 1$

$-5 < x < 1$ কে নিম্নে সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৫ $x \le \frac{1}{2}x + 30$ অসমতাটি লক্ষ্য কর যেখানে x তোমার শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা

ক. অসমতাটিকে তুমি কিভাবে বর্ণনা করবে? ২

খ. অসমতাটি থেকে নির্ণয় কর ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা অনুর্ধ্ব কতজন? ৪

গ. শ্রেণিতে 10 জন নতুন ছাত্র-ছাত্রী যোগ দিলে x কে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর: খ. $x \le 60$; গ. $x \le 50$

প্রশ্ন ▶৬ সাদিয়ার বাসায় x সংখ্যক চেয়ার আছে। মোট চেয়ার থেকে এক-তৃতীয়াংশ চেয়ারের বিয়োগফল অনুর্ধ্ব 4 হবে।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত অসমতাটিকে সমাধান করে চেয়ারের অনুর্ধ্ব সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. সাদিয়ার বাবা পুরাতন চেয়ারের অর্ধেক সংখ্যক চেয়ার ফেলে দিল এবং পুরাতন চেয়ারের $\frac{3}{2}$ গুণ চেয়ার কিনে আনলে মোট চেয়ার থেকে এক-তৃতীয়াংশ চেয়ারের বিয়োগফল অনুর্ধ্ব 24 হবে। প্রমাণ কর $\frac{x}{3} \le 6$। ৪

উত্তর: ক. $x - \frac{x}{3} \le 4$; খ. 6টি।

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $a < b$ হলে, c এর যেকোনো মানের জন্যে
  (i) $a + c < b + c$
  (ii) $a - c < b - c$
  c এর ধনাত্মক মানের জন্য,
  (i) $ac < bc$ (ii) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- $a < b$ হলে, c এর ঋণাত্মক মানের জন্য
  (i) $ac > bc$ (ii) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
- অসমতার উভয় পাশে কোনো সংখ্যা দ্বারা যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগ করলে অসমতা চিহ্নের পরিবর্তন হয় না কিন্তু ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতাটির বিপরীত চিহ্ন হবে।
- অসমতার সংখ্যারেখায় '<' অথবা '>' চিহ্নের জন্য গোলাকার বৃত্ত (O) ফাঁকা হবে এবং '≤' অথবা '≥' এর জন্য বৃত্তটি (O) ভরাট হবে।
- অসমতার সমাধান সেট বাস্তব সংখ্যার অসীম উপসেট।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫, ৬, ৭, ৯, ১০, ১৪, ১৫, ১৯, ২০, ২১, ২৭, ২৮, ৩০, ৩২, ৩৩, ৩৫, ৩৭, ৪০, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৪
★★	৮, ১১, ১২, ১৩, ১৮, ২৩, ৩১, ৩৯, ৪৬, ৪৭, ৫৫, ৫৬, ৫৭

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪
★★	৩

অসমতা

অনুশীলনী-৬.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. এক চলকের একঘাত বিশিষ্ট অসমতার ব্যাখ্যা।
২. অসমতার সমাধান নির্ণয়।
৩. বাস্তবভিত্তিক গাণিতিক সমস্যায় অসমতার ব্যবহার।

মুহাম্মদ ইবনে মুসা আল-খারিজমি *(Muhammad ibn Musa al-khwarizmi, 780-850)* ছিলেন পারস্যের গাণিতবিদ, জ্যোর্তিবিদ, জ্যোতিষবিদ ও ভূগোলবিদ। তাঁর লেখা বই 'আল-জাবর ওয়া আল-মোকাবিলা' হতেই অ্যালজ্যাববা (*Algebra*) শব্দের উৎপত্তি। এটিই বীজগণিতের প্রথম বই যেখানে রৈখিক (*Linear*) ও দ্বিঘাত (*Quadratic*) সমীকরণের প্রণালীবদ্ধ সমাধান রয়েছে।

PRACTICE

১১টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
২৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৯টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ১টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১-৫ পর্যন্ত সমস্যাগুলো অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

১. এক বালক ঘণ্টায় x কি. মি. বেগে 3 ঘণ্টা হাঁটল এবং ঘণ্টায় $(x+2)$ কি. মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা দৌড়াল এবং তার অতিক্রান্ত পথ 29 কি. মি. এর কম।

সমাধান: ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টায় যায় 3x কি.মি.

আবার, ঘণ্টায় $(x+2)$ কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় যায় $\frac{x+2}{2}$ কি.মি.

প্রশ্নমতে, $3x+\frac{x+2}{2}<29$

বা, $3x+\frac{x}{2}+\frac{2}{2}<29$

বা, $\frac{6x+x}{2}+1<29$

বা, $\frac{7x}{2}+1-1<29-1$ [উভয়পক্ষে (-1) যোগ করে]

বা, $\frac{7x}{2}<28$

বা, $7x<56$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x<8$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{7}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x<8$

আবার, $x>0$ [$\because$ বেগের মান কখনো ঋণাত্মক হবে না]

সুতরাং, অসমতা, $3x+\frac{x+2}{2}<29$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0<x<8$

Ans. $3x+\frac{x+2}{2}<29$ এবং $0<x<8$

২. একটি বোর্ডিং-এ প্রোজ 4x কেজি চাল এবং $(x-3)$ কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

সমাধান: প্রশ্নমতে, $4x+(x-3)\le 40$

বা, $4x+x-3\le 40$

বা, $5x-3\le 40$

বা, $5x-3+3\le 40+3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $5x\le 43$

বা, $\frac{5x}{5}\le\frac{43}{5}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x\le\frac{43}{5}$

আবার, ডালের পরিমাণ $=(x-3)$ কেজি

$\because$ ডালের পরিমাণ শূন্য (0) কেজির বেশি হবে।

$\therefore x-3>0$

বা, $x-3+3>3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

$\therefore x>3$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান, $x>3$ এবং $x\le\frac{43}{5}$

অর্থাৎ $3<x\le\frac{43}{5}$

সুতরাং, অসমতা, $4x+(x-3)\le 40$

এবং x এর সম্ভাব্য মান $3<x\le\frac{43}{5}$.

Ans. $4x+(x-3)\le 40$ এবং $3<x\le\frac{43}{5}$

৩. 70 টাকা কেজি দরে সোহরাব সাহেব x কেজি আম কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন।

সমাধান:

1 কেজি আমের মূল্য = 70 টাকা

$\therefore$ x ,, ,, ,, $= 70\times x$

$= 70x$ টাকা

আবার, বিক্রেতা সোহরাব সাহেবকে 20 টাকার x খানা নোট অর্থাৎ, 20x টাকা ফেরৎ দিলেন।

সুতরাং, আমের মূল্য ও ফেরৎ টাকা 500 টাকার চেয়ে কম বা সমান হতে পারে, তাই আমরা পাই,

www.bdniyog.com

$70x + 20x \le 500$

বা, $90x \le 500$

বা, $\frac{90x}{90} \le \frac{500}{90}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{90}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $x \le \frac{500}{90}$

বা, $x \le 5.56$

যেহেতু নোট সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারে না, সেহেতু x এর মান 6 হতে ছোট যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হতে পারে।

$\therefore x < 6$

এবং x পূর্ণ সংখ্যা।

এখানে আমের পরিমাণ (শূন্য) কেজির বেশি হবে।

$\therefore x > 0$

$\therefore$ অসমতা দাঁড়ায় $70x + 20x \le 500$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 6$

Ans. $70x + 20x \le 500$ এবং $0 < x < 6$

[বি:দ্র: পাঠ্য বইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

৪. একটি গাড়ি 4 ঘন্টায় যায় x কি.মি. এবং 5 ঘন্টায় যায় (x + 120) কি.মি.। গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘন্টায় 100 কি.মি. এর বেশি নয়।

সমাধান: মোট সময় = (4 + 5) ঘণ্টা = 9 ঘণ্টা

9 ঘণ্টায় মোট দূরত্ব = (x + x + 120) কি.মি.

$\therefore$ 1 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব $= \frac{x + x + 120}{9}$ কি.মি.

$\therefore$ গড় বেগ $= \frac{x + x + 120}{9}$ কি.মি. প্রতি ঘন্টায়

প্রশ্নমতে, $\frac{x + x + 120}{9} \le 100$

বা, $x + x + 120 \le 900$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x + 120 - 120 \le 900 - 120$

[উভয়পক্ষে (–120) যোগ করে]

বা, $2x \le 780$

বা, $x \le \frac{780}{2}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ ভাগ করে]

$\therefore x \le 390$

আবার $x > 0$ [$\because$ বেগের মান কখনো ঋনাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ নির্ণেয় অসমতা, $\frac{x + x + 120}{9} \le 100$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x \le 390$

Ans. $\frac{x + x + 120}{9} \le 100$ এবং $0 < x \le 390$

৫. এক টুকরা কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গ সে.মি.। তা থেকে x সে. মি. দীর্ঘ এবং 5 সে. মি. প্রস্থবিশিষ্ট আয়তাকার কাগজ কেটে নেওয়া হলো।

সমাধান: কেটে নেওয়া আয়তাকার কাগজের ক্ষেত্রফল

$= x \times 5 = 5x$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে,

$5x < 40$

বা, $x < \frac{40}{5}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x < 8$

$\therefore$ কাগজের টুকরাটির প্রস্থ 5 সে.মি., তাই x এর মান 5 সে.মি. থেকে বেশি।

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান, $5 < x < 8$

সুতরাং নির্ণেয় অসমতা, $5x < 40$ এবং

x এর সম্ভাব্য মান, $5 < x < 8$

Ans. $5x < 40$ এবং $5 < x < 8$

৬. পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, পিতার বয়স = x বছর

$\therefore$ মাতার বয়স = (x – 6) বছর

$\therefore$ পুত্রের বয়স $= \frac{1}{3}(x - 6)$ বছর

প্রশ্নমতে, $x + (x - 6) + \frac{1}{3}(x - 6) \le 90$

বা, $x + x - 6 + \frac{x - 6}{3} \le 90$

বা, $2x - 6 + \frac{x - 6}{3} \le 90$

বা, $\frac{6x - 18 + x - 6}{3} \le 90$

বা, $\frac{7x - 24}{3} \le 90$

বা, $7x - 24 \le 270$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x - 24 + 24 \le 270 + 24$ [উভয়পক্ষে 24 যোগ করে]

বা, $7x \le 294$

বা, $\frac{7x}{7} \le \frac{294}{7}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{7}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x \le 42$

Ans. পিতার বয়স $\le$ 42 বছর।

৭. জেনি 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল। 17 বছর বয়সে সে এস.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়স অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, জেনির বর্তমান বয়স x বছর। যেহেতু সে 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল তাই বর্তমানে বয়স 14 বছরের চেয়ে বেশি।

অর্থাৎ, $x > 14$

আবার সে 17 বছর বয়সে এস.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তাই বর্তমান বয়স 17 বছরের চেয়ে কম; অর্থাৎ $x < 17$

$\therefore$ জেনির বয়স অসমতায় প্রকাশ করলে পাই, $14 < x < 17$

Ans. $14 < x < 17$

৮. একখানি জেট প্লেনের গতি প্রতি সেকেন্ডে সর্বাধিক 300 মিটার। প্লেনটি 15 কি. মি. যাওয়ার প্রয়োজনীয় সময় অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান: সেকেন্ডে 300 মি. বেগে চললে 15 কি.মি. বা 15000 মিটার যেতে সময় লাগবে $= \frac{15000}{300}$ সেকেন্ড

$= 50$ সেকেন্ড

কাজেই নির্ণেয় ন্যূনতম সময় 50 সেকেন্ড।

সুতরাং, নির্ণেয় সময় t সেকেন্ড হলে, $t \ge 50$

Ans. $t \ge 50$

www.bdniyog.com

৯. ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথে দূরত্ব 5000 কি. মি.। জেট বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘণ্টায় 900 কি. মি.। কিন্তু ঢাকা থেকে জেদ্দা যাবার পথে প্রতিকূল দিকে ঘণ্টায় 100 কি. মি. বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হতে হয়। ঢাকা থেকে জেদ্দার বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি,

5000 কি.মি. উড্ডয়নের সময় = t ঘণ্টা,

বিমানের বেগ ≤ 900 কি.মি./ঘণ্টা

এবং বায়ুর বেগ = 100 কি.মি. /ঘণ্টা

∴ বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ ≤ (900 − 100) কি.মি./ঘণ্টা

এখন, বিমানটির বেগ $\frac{5000}{t}$ কি.মি./ ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t} \le (900 - 100)$

বা, $\frac{5000}{t} \le 800$

বা, $\frac{1}{t} \le \frac{800}{5000}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5000}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $t \ge \frac{5000}{800}$ [∵ অসমতার উভয়দিকের রাশিকে বিপরীতকরণ করলে অসমতার দিক পরিবর্তিত হয়]

$\therefore t \ge 6\frac{1}{4}$

∴ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা হলে নির্ণেয় অসমতা, $t \ge 6\frac{1}{4}$

Ans. $t \ge 6\frac{1}{4}$

[বি:দ্র: পাঠ্য বইয়ের উত্তরে '+' চিহ্নের স্থলে 't' হবে।]

১০. পূর্ববর্তী প্রশ্নের সূত্র ধরে, জেদ্দা থেকে ঢাকা ফেরার পথে উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা

বিমানটির বায়ুর অনুকূলে চলার বেগ ≤ (900 + 100) কি.মি./ঘণ্টা

বিমানটির বেগ $= \frac{5000}{t}$ কি.মি/ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t} \le (900 + 100)$

বা, $\frac{5000}{t} \le 1000$

বা, $\frac{1}{t} \le \frac{1000}{5000}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5000}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $t \ge \frac{5000}{1000}$ [বিপরীতকরণ করে]

$\therefore t \ge 5$

∴ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা হলে, $t \ge 5$

Ans. $t \ge 5$

[বি:দ্র: পাঠ্য বইয়ের উত্তরে '+' চিহ্নের স্থলে 't' হবে।]

১১. কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 5 গুণ, সংখ্যাটির দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট। সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $5x < 2x + 15$

বা, $5x - 2x < 2x + 15 - 2x$ [উভয়পক্ষে (−2x) যোগ করে]

বা, $3x < 15$

বা, $x < \frac{15}{3}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x < 5$ কিন্তু $x > 0$ [∵ x সংখ্যাটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা]

∴ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যাটি x হলে, $0 < x < 5$

Ans. $0 < x < 5$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অসমতার ব্যবহার [Text পৃষ্ঠা-১১৬

- গাণিতিক সমস্যার শর্তানুসারে অজানা চলক দ্বারা সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ করতে হবে।
- গাণিতিক অসমতায় কখনো সমান চিহ্ন ব্যবহার করা যাবে না।

১. তানভীর 13 বছরে জে.এস.সি পরীক্ষা দিয়েছিল এবং 16 বছরে এস.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়সের অসমতার রূপ নিচের কোনটি? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক $16 < x$ খ $x < 16$ গ $x > 13$ ঘ $13 < x < 16$ **ঘ**

২. তাহমিদ বাংলা ও ইংরেজিতে যথাক্রমে 4x ও 5x নম্বর পেয়েছে। সে সর্বমোট 90 এর বেশি নম্বর পায়নি। অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $x < 10$ খ $x \le 10$ গ $x > 10$ ঘ $x \ge 10$ **খ**

৩. কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার দ্বিগুণ, সংখ্যাটির সাথে 15 এর যোগফল অপেক্ষা বৃহত্তর। সমস্যাটি সঠিক অসমতা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $2x > x + 15$ খ $x > 2x + 15$

গ $x + 15 > 2x$ ঘ $x < 2x + 15$ **ক**

৪. একটি হোস্টেলে প্রতিদিন 5x কেজি চাল এবং (x − 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল-ডাল মিলে 50 কেজির বেশি লাগে না। একে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

ক $5x + x - 3 \ge 50$ খ $5x + x - 3 < 50$

গ $5x + x - 3 \le 50$ ঘ $5x + x - 3 > 50$ **গ**

৫. 40 বর্গ সে. মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কাগজ থেকে x সে.মি. দীর্ঘ এবং 5 সে.মি. প্রস্থ কেটে নেওয়া হলো। x এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $8 < x < 5$ খ $-5 < x < 8$

গ $5 < x < 8$ ঘ $5 < x < -8$ **গ**

ব্যাখ্যা: $5x < 40$ বা, $x < 8$; সুতরাং $5 < x < 8$.

৬. গণিত পরীক্ষায় অনূর্ধ্ব 180 নম্বরের মধ্যে ফারিয়া নাবিলার চেয়ে 6 নম্বর বেশি পেলে একে অসমতায় প্রকাশ করলে কী হবে (যখন সাকিবের নম্বর x)? (সহজ)

ক $2x + 6 \le 180$ খ $2x - 6 \le 180$

গ $2x + 6 \ge 180$ ঘ $2x - 6 \ge 180$ **খ**

ব্যাখ্যা: ফারিয়ার নম্বর x হলে নাবিলার নম্বর (x − 6)।

∴ অসমতাটি $x + x - 6 \le 180$ বা, $2x - 6 \le 180$

৭. ঈষানের বয়স তার ভাইয়ের বয়স অপেক্ষা বেশি কিন্তু বোনের বয়স অপেক্ষা কম। ভাইয়ের বয়স 5 বছর, বোনের বয়স 12 বছর এবং তার নিজের বয়স x হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $5 < x < 12$ খ $5 \le x \le 12$

গ $5 > x > 12$ ঘ $5 \ge x \ge 12$ **ক**

৮. একজন ছাত্র 3 টাকা দরে xটি কলম ও 2 টাকা দরে (x + 2)টি খাতা কিনেছে। মোট মূল্য 104 টাকার কম নয়। সে সর্বনিম্ন কতটি কলম কিনতে পারে? (কঠিন)

ক 20 খ 18 গ 12 ঘ 8 **ক**

www.bdniyog.com

৯. একখানা বিমান সেকেন্ডে সর্বাধিক 200 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। 10 কি.মি. যাওয়ার প্রয়োজনীয় সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $200t < 10000$ খ $200t \le 10000$
গ $200t > 10000$ ঘ $200t \ge 10000$ **ঘ**

১০. সাফায়েত, সজীব ও রাসেলের বয়স যথাক্রমে x, 2x ও 4x বছর এবং তাদের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 91 বছর হলে —

i. সমস্যাটির অসমতা $x + 2x + 4x \le 91$
ii. সাফাতের বয়স ≥ 13 বছর
iii. তাদের শেষের দুইজনের বয়সের সমষ্টি ≤ 78 বছর

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

ব্যাখ্যা: (ii) সঠিক নয়; সাফায়েতের বয়স ≤ 13 বছর।

১১. 80 টাকা কেজি দরে মতিন সাহেব x কেজি আম কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকী টাকা ফেরত দিলে—

i. x কেজি আমের ক্রয়মূল্য 80x টাকা।
ii. অসমতাটি $80x + 20x < 500$ হবে।
iii. সমস্যাটির সমাধান $x > 5$.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

১২. একটি জেট প্লেনের গতি প্রতিসেকেন্ডে সর্বনিম্ন 250 মিটার। প্লেনটি 45কি.মি. যেতে t সেকেন্ড সময় লাগলে —

i. $250t \ge 45$.
ii. $250t \le 45000$.
iii. $t \le 180$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং (১৩-১৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

10 থেকে ক্ষুদ্রতর কোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সাথে 6 যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যার 5 গুণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

১৩. সমস্যাটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

ক $5x + 6 > x^2$ খ $x^2 + 6 > 5x$
গ $6 + x^2 < 5x$ ঘ $5x + 6 < x^2$ **খ**

১৪. সংখ্যাগুলোর সম্ভাব্য সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক {4, 5, 6, 7, 8, 9} খ {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
গ {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9} ঘ {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১৫-১৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। পিতা ও মাতার বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স x বছর হলে —

১৫. পুত্রের বয়স কত বছর? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক $x - 6$ খ $\frac{x}{3} - 6$ গ $\frac{x-6}{3}$ ঘ $x - 2$ **গ**

১৬. পিতা ও মাতার বয়সের অসমতা নিচের কোনটি? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক $\frac{x+x+6}{2} \le 90$ খ $x + x + 6 \le 90$
গ $\frac{x+x-6}{2} \le 90$ ঘ $x + x - 6 \le 90$ **ঘ**

১৭. মাতার বয়স নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক $x - 6 \le 42$ খ $x - 6 \le 48$
গ $x - 6 \le 54$ ঘ $x - 6 \le 96$ **ক**

ব্যাখ্যা: $x + x - 6 \le 90$ বা, $2x \le 96$ বা, $x \le 48$ বা, $x - 6 \le 42$.

নিচের তথ্যের আলোকে (১৮-১৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি গাড়ি 2 ঘণ্টায় যায় x কি.মি. এবং 3 ঘণ্টায় যায় (x + 140) কি.মি.। গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 120 কি.মি. এর বেশি নয়।

১৮. সমস্যাটির অসমতা রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{x+2x+140}{4} \le 120$ খ $\frac{2x+x+140}{5} \le 120$
গ $\frac{x+x+140}{4} \le 120$ ঘ $\frac{x+x+140}{5} \le 120$ **ঘ**

১৯. সমস্যাটিতে x এর সম্ভাব্য মান কত? (মধ্যম)

ক $0 < x \le 210$ খ $0 < x \le 220$
গ $0 < x \le 230$ ঘ $0 < x \le 240$ **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি বালক ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টা হাটল এবং ঘণ্টায় x + 2 কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা দৌড়াল। তার অতিক্রান্ত পথ 29 কি.মি. এর কম নয়।

২০. বালকটি কত কি.মি. হাটল? (সহজ)

ক x খ 3x গ x + 2 ঘ 3(x + 2) **খ**

২১. সমস্যাটিকে একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $3x + \frac{x+2}{2} < 29$ খ $3x + \frac{x+2}{2} > 29$
গ $3x + \frac{x+2}{2} \ge 29$ ঘ $2x + \frac{x+2}{3} \ge 29$ **গ**

২২. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $x \ge 12$ খ $x \ge 10$ গ $x \ge 8$ ঘ $x \ge 6$ **গ**

২৩. x এর সম্ভাব্য মান নিচের কোন অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়? (মধ্যম)

ক $x > 0$ খ $x \ge 8$ গ $0 < x < 8$ ঘ $x > 8 > 0$ **খ**

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, x অবশ্যই শূন্য অপেক্ষা বড় হবে। কিন্তু যখন $x \ge 8$ তখন $x > 0$ বলার অপেক্ষা রাখে না।

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথে দূরত্ব 5000 কি.মি.। একটি বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ 900 কি.মি.। কিন্তু ঢাকা থেকে জেদ্দা যাবার পথে অনুকূল দিকে ঘণ্টায় 100কি.মি. বেগে বায়ু প্রবাহিত হয়।

২৪. বিমানের প্রকৃত গতিবেগ কত কি.মি.? (সহজ)

ক 800 খ 900 গ 1000 ঘ 1100 **গ**

২৫. বিমানটি t সময়ে কত কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে? (সহজ)

ক 1000t খ 900t গ 800t ঘ 1000 **ক**

২৬. সমস্যাটিকে একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $1000t > 5000$ খ $1000t \ge 5000$
গ $1000t < 5000$ ঘ $1000t \le 5000$ **খ**

২৭. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $t > 5$ খ $t \ge 5$ গ $t < 5$ ঘ $t \le 5$ **খ**

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ 140 টাকা কেজি দরে ডেভিড x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১১৬

ক. বিক্রেতা ডেভিডকে কত টাকা ফেরত দিবে? ২

খ. বিক্রেতা যদি 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দেয় তবে প্রদত্ত সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে সমাধান কর। ৪

গ. x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় করে একে সমাধান সেট আকারে প্রকাশ কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 140 টাকা কেজি দরে x কেজি আপেলের দাম = 140x টাকা

∴ বিক্রেতা ডেভিটকে ফেরত দিবে (1000 – 140 x) টাকা।

www.bdniyog.com

খ আবার, 50 টাকার x খানা নোটের মূল্য = 50x টাকা
যেহেতু বিক্রেতা 50 টাকায় x খানা নোটসহ বাকী টাকা ফেরৎ দিলেন, সুতরাং আপেলের মূল্য ও ফেরৎ 50x টাকা 1000 টাকার চেয়ে কম।
প্রশ্নানুসারে, $140x + 50x \le 1000$

বা, $190x \le 1000$

বা, $x \le \frac{1000}{190}$

বা, $x \le \frac{100}{19}$

$\therefore x \le 5.26$ (আসন্ন)

খ যেহেতু নোট সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারে না, সেহেতু x এর মান 5 বা 5 হতে ছোট যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হতে পারে।
অতএব, x এর সম্ভাব্য মান: $1 \le x \le 5$
অতঃপর নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbf{R} : 1 \le x \le 5\}$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ ঈদের ছুটিতে সজীব গাড়িতে তার দাদার বাড়ি রওনা হয়। গাড়িটি 4 ঘণ্টায় যায় x কিলোমিটার এবং 5 ঘণ্টায় যায় (x + 120) কিলোমিটার। গাড়ির গড় গতিবেগ 100 কিলোমিটার এর বেশি নয় কিন্তু 80 কিলোমিটারের বেশি। [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোকে অসমতার সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. গড় গতিবেগ 100 কিলোমিটারের বেশি না হলে 'x' এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ৪

গ. অসমতাদ্বয় থেকে প্রাপ্ত 'x' এর সম্ভাব্য মানের মধ্যে একটি সম্পর্ক স্থাপন কর এবং তা সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গাড়িটির গড় গতিবেগ $= \frac{x + (x + 120)}{4 + 5}$ কি.মি./ঘণ্টা

$= \frac{2x + 120}{9}$ কি.মি./ঘণ্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{2x + 120}{9} \le 100$

এবং $\frac{2x + 120}{9} > 80$

খ গড় গতিবেগ 100 কিলোমিটার এর বেশি না হলে 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা, $\frac{2x + 120}{9} \le 100$

বা, $9 \times \frac{2x + 120}{9} \le 9 \times 100$ [উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x + 120 \le 900$

বা, $2x + 120 - 120 \le 900 - 120$ [উভয় পক্ষ থেকে 120 বিয়োগ করে]

বা, $2x \le 780$

বা, $\frac{2x}{2} \le \frac{780}{2}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x \le 390$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান, $x \le 390$

$\therefore$ x এর সর্বোচ্চ মান = 390 **(Ans.)**

গ দ্বিতীয় অসমতা থেকে পাই,

$\frac{2x + 120}{9} > 80$

বা, $2x + 120 > 720$ [উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x > 600$ [উভয় পক্ষ থেকে 120 বিয়োগ করে]

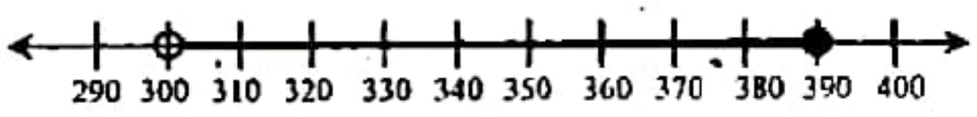
বা, $x > 300$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $300 < x$

'খ' থেকে পাই, $x \le 390$

সুতরাং, 'x' এর সম্ভাব্য মানের মধ্যে নির্ণেয় সম্পর্ক,

$300 < x \le 390$ সংখ্যারেখায় সম্পর্কটি দেখানো হলো:



প্রশ্ন ▶৩ এক ব্যক্তি একটি রোয়িং প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করে। সে শুরুর প্রান্ত থেকে স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রা শুরু করে শেষ প্রান্তে পৌঁছায় আবার শেষ প্রান্ত থেকে বিপরীত দিকে স্রোতের অনুকূলে যাত্রা শুরুর প্রান্তে ফিরে আসে। এ সময় সে 400 মি. দূরত্ব অতিক্রম করে। স্রোতের বেগ সেকেন্ডে 2 মিটার এবং ঐ ব্যক্তির সর্বোচ্চ গতিবেগ সেকেন্ডে 8 মিটার।

ক. ঐ ব্যক্তির স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রার সময় যদি t_1 হয় তবে সমস্যাটিকে অসমতায় দেখাও। ২

খ. স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রার সময় 'ক' হতে প্রাপ্ত অসমতার সমীকরণ থেকে নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

গ. স্রোতের অনুকূলে যাত্রার প্রয়োজনীয় সময় 't_2' ধরে সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

লোকটির বেগ ≤ 8 মি./সেকেন্ড

এবং স্রোতের বেগ = 2 মি./ সেকেন্ড

$\therefore$ স্রোতের প্রতিকূলে লোকটির বেগ ≤ (8 − 2) = 6 মি./সেকেন্ড

স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রার সময় = t_1 সেকেন্ড

শুরু থেকে শেষ প্রান্তের দূরত্ব $= \frac{400}{2}$ মিটার

স্রোতের প্রতিকূলে লোকটির গতিবেগ $= \frac{200}{t_1}$ মি./সেকেন্ড

প্রশ্নমতে, $\frac{200}{t_1} \le 6$; যা নির্ণেয় অসমতার সমীকরণ।

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতার সমীকরণ,

$\frac{200}{t_1} \le 6$

বা, $200 \le 6t_1$ [উভয়পক্ষকে t_1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{200}{6} \le t_1$ [উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]

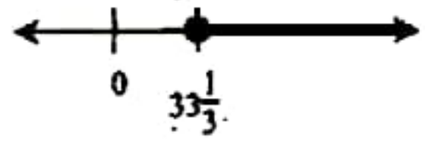
বা, $33\frac{1}{3} \le t_1$

বা, $t_1 \ge 33\frac{1}{3}$

$\therefore$ স্রোতের প্রতিকূলে লোকটির যাত্রার প্রয়োজনীয় সময়,

$t_1 \ge 33\frac{1}{3}$

নিম্নে সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



গ স্রোতের অনুকূলে লোকটির বেগ ≤ (8 + 2) মি./ সেকেন্ড

বা, ,, ,, ,, বেগ ≤ 10 মি./সেকেন্ড

www.bdniyog.com

আবার, স্রোতের অনুকূলে যাত্রার প্রয়োজনীয় সময় t_2 সেকেন্ড হলে, বেগ $= \frac{200}{t_2}$ মি./সেকেন্ড

প্রশ্নমতে, $\frac{200}{t_2} \le 10$

বা, $200 \le 10t_2$ [উভয়পক্ষকে t_2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{200}{10} \le t_2$ [উভয়পক্ষকে 10 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $20 \le t_2$

$\therefore t_2 \ge 20$

প্রশ্ন ▶ ৪ **পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশে। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর।**

ক. পিতার বয়স x বছর হলে মায়ের ও পুত্রের বয়স কত? ২

খ. তথ্যগুলোকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. মায়ের ও পুত্রের বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, পিতার বয়স x বছর

$\therefore$ মায়ের বয়স $= (x - 6)$ বছর **(Ans.)**

যেহেতু পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ

$\therefore$ পুত্রের বয়স $= \frac{1}{3}(x - 6)$ বছর **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, পিতার বয়স x বছর

মায়ের বয়স $(x - 6)$ বছর

ও পুত্রের বয়স $\frac{1}{3}(x - 6)$ বছর

প্রশ্নমতে, $x + (x - 6) + \frac{1}{3}(x - 6) \le 90$

বা, $x + x - 6 + \frac{x}{3} - \frac{6}{3} \le 90$

বা, $2x - 6 + \frac{x}{3} - 2 \le 90$

বা, $2x + \frac{x}{3} - 8 \le 90$

বা, $\frac{6x + x - 24}{3} \le 90$

বা, $7x - 24 \le 270$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x - 24 + 24 \le 270 + 24$ [উভয়পক্ষকে 24 যোগ করে]

বা, $7x \le 294$

বা, $\frac{7x}{7} \le \frac{294}{7}$ [উভয়পক্ষে 7 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \le 42$

$\therefore$ পিতার বয়স ≤ 42 বছর **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $x \le 42$

বা, $x - 6 \le 42 - 6$ [উভয়পক্ষ থেকে 6 বিয়োগ করে]

বা, $x - 6 \le 36$

$\therefore$ মায়ের বয়স ≤ 36 বছর **(Ans.)**

আবার, $x \le 42$

বা, $x - 6 \le 42 - 6$ [উভয়পক্ষ থেকে 6 বিয়োগ করে]

বা, $x - 6 \le 36$

বা, $\frac{x - 6}{3} \le \frac{36}{3}$ [উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{1}{3}(x - 6) \le 12$

$\therefore$ পুত্রের বয়স ≤ 12 বছর **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথে দূরত্ব 5000 কি. মি.। একটি জেট বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘণ্টায় 900 কি. মি.। ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে প্রতিকূল দিকে ঘণ্টায় 100 কি. মি. বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হতে হয়।**

ক. বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌঁছানোর প্রয়োজনীয় সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. বিরতিহীনভাবে ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌঁছানোর পর পুনরায় ঢাকায় ফিরে আসতে প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে,

5000 কি.মি. উড্ডয়নের সময় $= t_1$ ঘণ্টা

বিমানের বেগ ≤ 900 কি.মি./ঘণ্টা

এবং বায়ুর বেগ $= 100$ কি.মি. /ঘণ্টা

$\therefore$ বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ $\le (900 - 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

খ 'ক' হতে পাই,

ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে, বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ $\le (900 - 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

এখন, বিমানটির বেগ $\frac{5000}{t_1}$ কি.মি./ ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t_1} \le (900 - 100)$

বা, $\frac{5000}{t_1} \le 800$

বা, $5000 \le 800t_1$ বা, $800t_1 \ge 5000$

বা, $t_1 \ge \frac{5000}{800}$ বা, $t_1 \ge \frac{25}{4}$

$\therefore t_1 \ge 6\frac{1}{4}$

$\therefore$ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t_1 ঘণ্টা হলে নির্ণেয় অসমতা,

$t_1 \ge 6\frac{1}{4}$.

Ans. $t_1 \ge 6\frac{1}{4}$

গ 'খ' হতে পাই, ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌঁছানোর প্রয়োজনীয় সময়,

$t_1 \ge 6\frac{1}{4}$ বা, $t_1 \ge \frac{25}{4}$

মনে করি, জেদ্দা থেকে ঢাকায় ফেরার প্রয়োজনীয় সময় t_2 ঘণ্টা

বিমানটির বায়ুর অনুকূলে চলার বেগ $\le (900 + 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

বিমানটির বেগ $= \frac{5000}{t_2}$ কি.মি/ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t_2} \le (900 + 100)$

বা, $\frac{5000}{t_2} \le 1000$

বা, $5000 \le 1000t_2$ বা, $5 \le t_2$

$\therefore t_2 \ge 5$

$\therefore$ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t_2 হলে, $t_2 \ge 5$ ঘণ্টা।

$\therefore$ ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌঁছানোর পর পুনরায় ঢাকায় ফিরে আসতে প্রয়োজনীয় মোট সময়, $t_1 + t_2 \ge \frac{25}{4} + 5$

বা, $t_1 + t_2 \ge \frac{45}{4}$

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৬ রাকিব, বাবু ও সজীব ব্যাংকে কাজ করে। তাদেরকে একটি কাজ করতে দেওয়া হল। কাজটি রাকিবের যে সময় লাগে তা বাবুর কাজের সময়ের এক-তৃতীয়াংশ। আবার সজীবের কাজটি শেষ করতে বাবুর থেকে 6 মিনিট বেশি সময় লাগে। তিন জনের কাজ শেষ করার মোট সময় অনূর্ধ্ব 90 মিনিট। সজীবের কাজটি শেষ করতে যদি 'x' মিনিট সময় লাগে তাহলে

ক. বাবু ও রাকিবের কাজের সময় x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. উদ্দীপকের তথ্যগুলোকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং সজীবের কাজের সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. বাবু ও রাকিবের কাজের সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। রাকিবের একই কাজ করতে বর্তমানে বেশি সময় লাগে এবং সে সর্বোচ্চ 17 মিনিট সময় নেয় কাজটি শেষ করতে। তার বর্তমান কাজের সময় অসমতায় দেখাও। ৪

উত্তর: ক. $(x-6)$ মিনিট; $\frac{1}{3}(x-6)$ মিনিট

খ. $x + (x-6) + \frac{1}{3}(x-6) \le 90$ এবং $x \le 42$

বাবুর কাজের সময় ≤ 36, রাকিবের কাজের সময় ≤ 10

গ. $12 < y \le 17$ [যেখানে y রাকিবের কাজের সময়]

প্রশ্ন ▶৬ 150 টাকা কেজি দরে শফিক সাহেব x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকী টাকা ফেরত দিলেন।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা থেকে x এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ৪

গ. শফিক সাহেব যদি x এর সর্বোচ্চ মানের সমপরিমাণ আপেল কিনতেন তাহলে বিক্রেতা তাকে 20 টাকার সর্বোচ্চ কতগুলো নোট ফেরত দিতেন? ৪

উত্তর: ক. $150x + 50x \le 1000$; **খ.** সর্বোচ্চ মান 5;

গ. সর্বোচ্চ 12খানা

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- গাণিতিক সমস্যার শর্তানুসারে অজানা চলক দ্বারা সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ করতে হবে।
- সমাধানে অসমতার চিহ্ন অনুসারে সতর্কতার সাথে মন্তব্য করবে।
- গাণিতিক অসমতায় কখনও সমান চিহ্ন ব্যবহার করা যাবে না।
- অসমতার উভয়পক্ষে -1 দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হয়।
- সমতলস্থ কোনো বিন্দু P এর ভুজ ও কোটি দ্বারা $ax + by + c$ রাশির x ও y কে যথাক্রমে প্রতিস্থাপন করলে রাশিটির যে মান হয়, P বিন্দুতে রাশিটির মান এবং উক্ত মানকে সাধারণত $f(P)$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৩, ৬, ১০, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭
★★	৫, ৭, ৮, ১১, ২০, ২১, ২২, ২৩

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৫
★★	১, ৪

অধ্যায়-৬

অসমতা

অনুশীলনী-৬.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দুই চলকের এক ঘাত বিশিষ্ট অসমতা ব্যাখ্যা।
২. দুই চলকবিশিষ্ট সরল অসমতা গঠন ও সমাধান।
৩. দুই চলকবিশিষ্ট অসমতার লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান।
৩. বাস্তবভিত্তিক গাণিতিক সমস্যায় অসমতা ব্যবহার করে সমাধান।

মুহাম্মদ ইবনে মুসা আল-খারিজমি *(Muhammad ibn Musa al-khwarɛmi, 780–850)* ছিলেন পারস্যের গাণিতবিদ, জ্যোর্তিবিদ, জ্যোতিষবিদ ও ভূগোলবিদ। তাঁর লেখা বই 'আল-জাবর ওয়া আল-মোকাবিলা' হতেই অ্যালজ্যাবরা (*Algebra*) শব্দের উৎপত্তি। এটিই বীজগণিতের প্রথম বই যেখানে রৈখিক (*Linear*) ও দ্বিঘাত (*Quadratic*) সমীকরণের প্রণালীবদ্ধ সমাধান রয়েছে।

১২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৩০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ

১. $5x + 5 > 25$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?

ক. $S = \{x \in R : x > 4\}$ গ. $S = \{x \in R : x < 4\}$
গ. $S = \{x \in R : x \le 4\}$ ঘ. $S = \{x \in R : x \ge 4\}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $5x + 5 > 25$ বা, $5x > 20$ $\therefore x > 4$

২. $x + y = -2$ সমীকরণটিতে x এর কোন মানের জন্য $y = 0$ হবে?

ক. 2 খ. 0
গ. 4 ঘ. -2 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $x + y = -2$ বা, $y = -2 - x$
এখানে, $y = 0$ বা, $-2 - x = 0$ $\therefore x = -2$

৩. $2xy + y = 3$ সমীকরণটির সঠিক স্থানাংক কোনগুলো?

ক. $(1, -1), (2, -1)$ খ. $(1, 1), (-2, -1)$
গ. $(1, 1), (-2, 1)$ ঘ. $(-1, 1), (2, -1)$ **খ**

ব্যাখ্যা: $(x, y) = (1, 1), (-2, -1)$ প্রদত্ত সমীকরণ সিদ্ধ করে।

নিম্নে অসমতাটি থেকে ৪ ও ৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

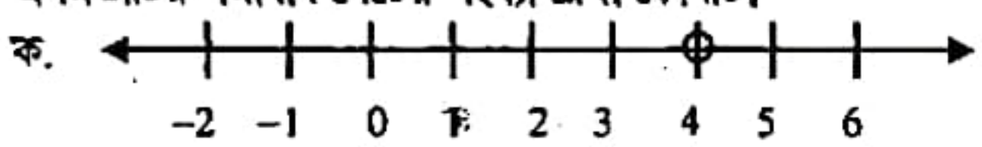
$x \le \frac{x}{4} + 3$

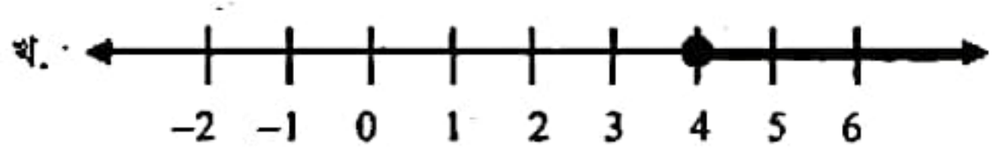
৪. অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?

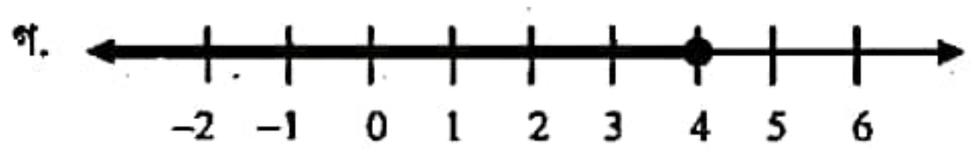
ক. $S = \{x \in R : x > 4\}$ খ. $S = \{x \in R : x < 4\}$
গ. $S = \{x \in R : x \le 4\}$ ঘ. $S = \{x \in R : x \ge 4\}$ **গ**

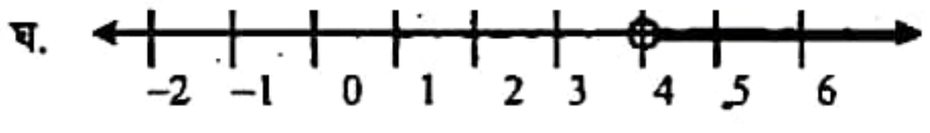
ব্যাখ্যা: $x \le \frac{x}{4} + 3$ বা, $x \le \frac{x + 12}{4}$
বা, $4x \le x + 12$ বা, $3x \le 12$ $\therefore x \le 4$

৫. অসমতাটির সমাধান সেটের সংখ্যা রেখা কোনটি?

ক.


খ.


গ.


ঘ.


গ

নিম্নের অনুচ্ছেদটি পড়ে ৬ - ৮ নম্বর প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

একজন ছাত্রী 10.00 টাকা দরে x টি পেন্সিল এবং 6.00 টাকা দরে $(x + 3)$ টি খাতা কিনেছে। সবগুলো মিলে মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 114.00 টাকা।

৬. সমস্যাটির অসমতায় প্রকাশ কোনটি?

i. $10x + 6(x + 3) \le 114$
ii. $10x + 6(x + 3) \ge 114$
iii. $10x + 6(x + 3) < 114$

নিচের কোনটি সঠিক ?

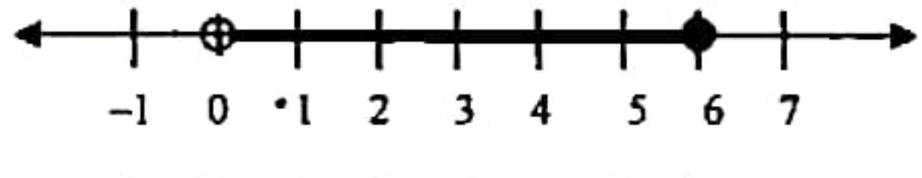
ক. i খ. ii
গ. iii ঘ. i ও ii **ক**

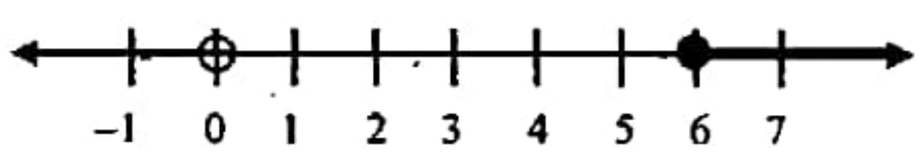
৭. ছাত্রীটি সর্বাধিক কতটি পেন্সিল কিনল?

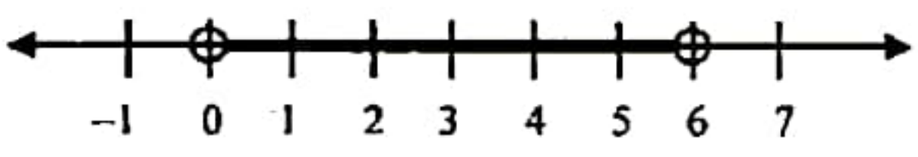
ক. 1টি. খ. 3টি
গ. 5টি ঘ. 6টি **ঘ**

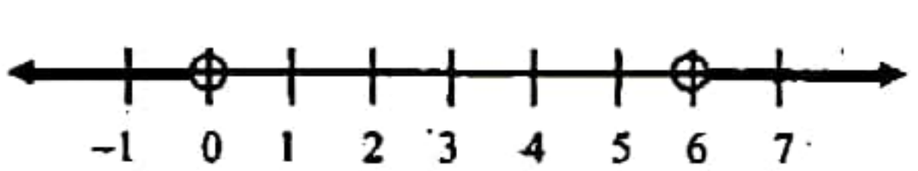
ব্যাখ্যা: $10x + 6(x + 3) \le 114$
বা, $10x + 6x + 18 \le 114$
বা, $16x \le 96$ $\therefore x \le 6$

৮. সমস্যাটি সংখ্যারেখায় কোনটি প্রযোজ্য হবে?

ক.


খ.


গ.


ঘ.


ক

ব্যাখ্যা: $0 < x \le 6$

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৯. নিম্নের প্রত্যেক অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর:

(i) $x - y > -10$

সমাধান: দেওয়া আছে, $x - y > -10$

বা, $x - y + 10 > 0$

প্রথমে $x - y + 10 = 0$

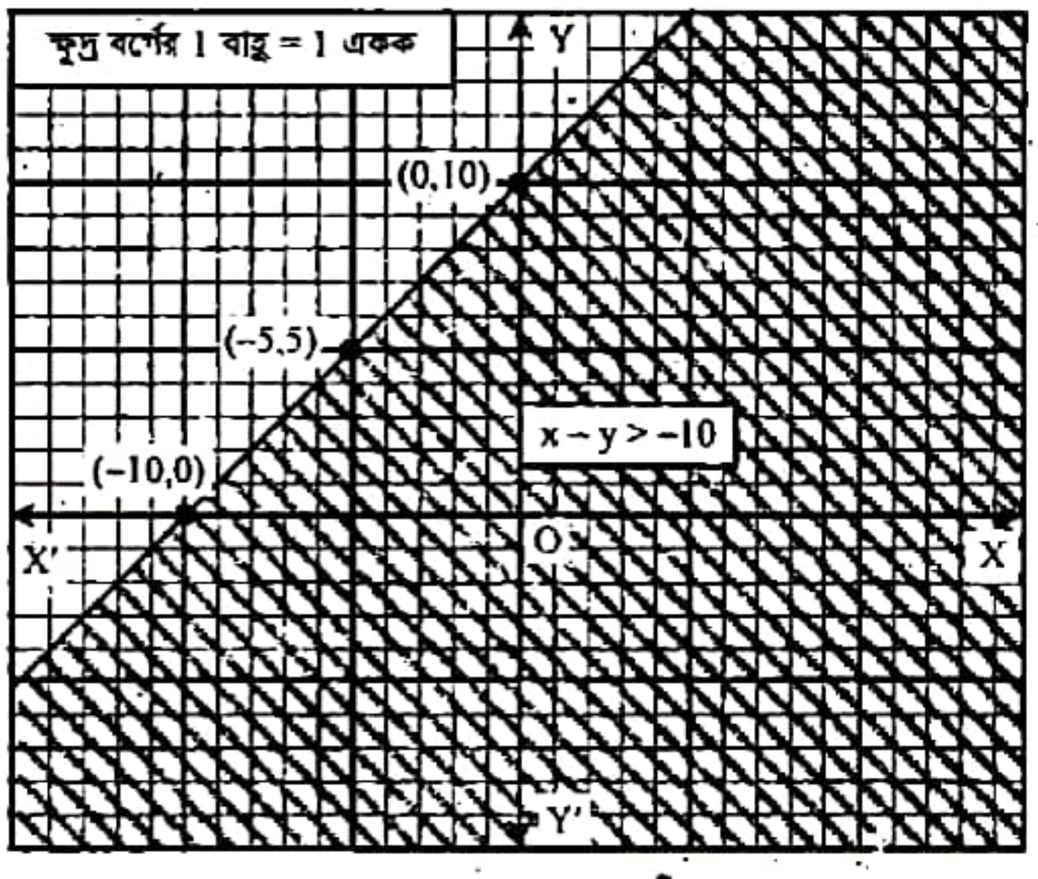
বা, $y = x + 10$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−10	−5	0
y	0	5	10

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (−10, 0), (−5, 5) (0, 10) বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখ-চিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - y + 10$ রাশিটির মান $10 > 0$, অতএব লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু অসমতাটির সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত যার মধ্যে রেখাটি অন্তর্ভুক্ত নয়। চিহ্নিত অংশের মাধ্যমে লেখ চিত্রটি নিম্নে দেখানো হলো–



(ii) $2x - y < 6$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x - y < 6$

বা, $2x - y - 6 < 0$

প্রথমে $2x - y - 6 = 0$

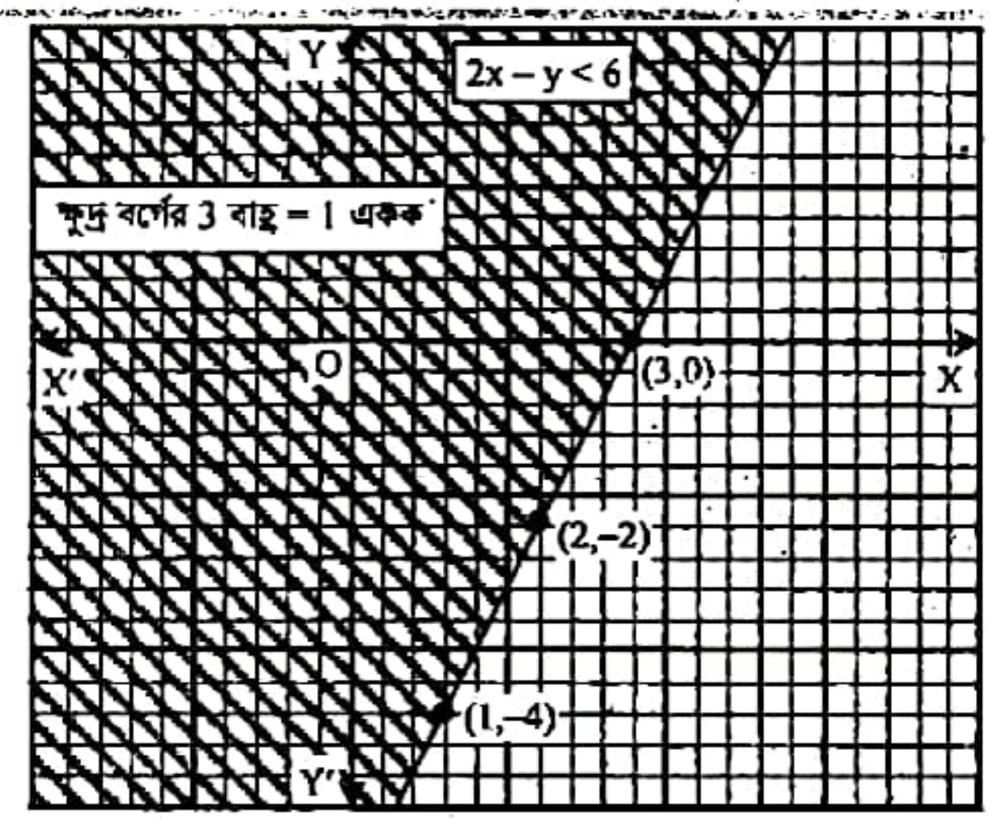
বা, $y = 2x - 6$ সমীকরণের লেখ আঁকি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	1	2	3
y	−4	−2	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের তিনগুণকে একক ধরে (1, −4), (2, −2), (3, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = 2x - 6$ এর লেখ আঁকি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x - y - 6$ রাশির মান -6 যা < 0, সুতরাং লেখ রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু তার সেই পাশের (রেখাটি ছাড়া চিহ্নিত) সকল বিন্দুই অসমতাটির সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। চিহ্নিত অংশের মাধ্যমে তা নিম্নে দেখানো হলো–



(iii) $3x - y \geq 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, $3x - y \geq 0$

প্রথমে $3x - y = 0$

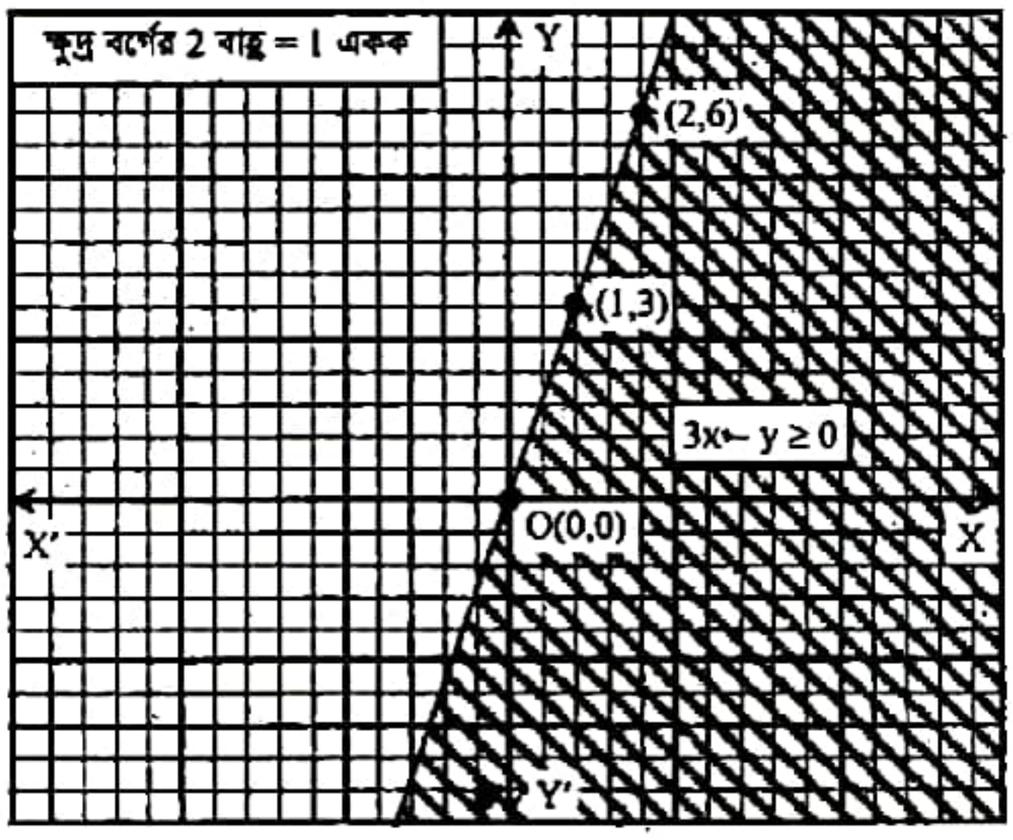
বা, $y = 3x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	1	2
y	0	3	6

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (0, 0), (1, 3), (2, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = 3x$ লেখ পাওয়া যায়।

এখন, (1, 1) বিন্দুতে $3x - y$ রাশির মান $3.1 - 1 = 2 > 0$. অতএব লেখরেখাসহ লেখরেখার যে পাশে (1, 1) বিন্দু অবস্থিত সেই পাশের সকল বিন্দুই অসমতাটির সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নের চিত্রে চিহ্নিত করে তা দেখানো হলো–



(iv) $3x - 2y \leq 12$

সমাধান : দেওয়া আছে, $3x - 2y \leq 12$

বা, $3x - 2y - 12 \leq 0$

প্রথমে $3x - 2y - 12 = 0$

বা, $2y = 3x - 12$

$\therefore y = \frac{3x - 12}{2}$ সমীকরণের লেখ আঁকি।

www.bdniyog.com

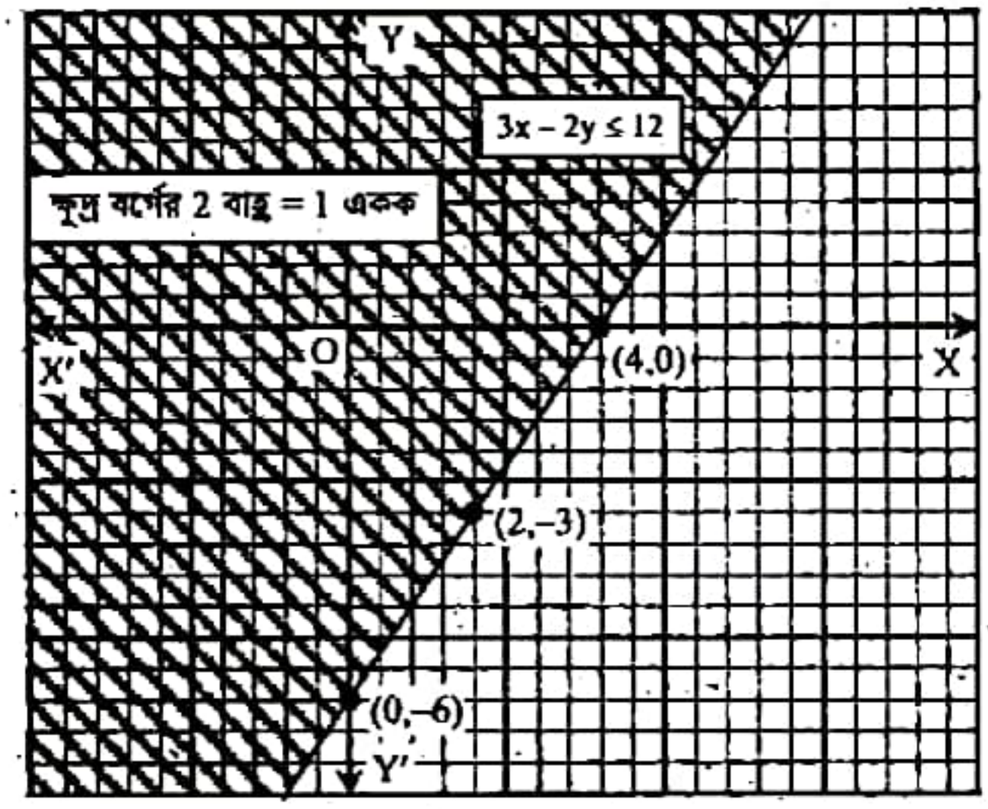
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	0	2	4
y	−6	−3	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দুইগুণকে একক ধরে (0, –6), (2, –3), (4, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখ পাওয়া যায়।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x - 2y - 12$ রাশির মান $-12 < 0$.

সুতরাং লেখ-চিত্রস্থ এবং এর যে পাশের মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুই সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নের লেখচিত্রে তা চিহ্নিত করে দেখানো হলো–



(v) $y < -2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $y < -2$

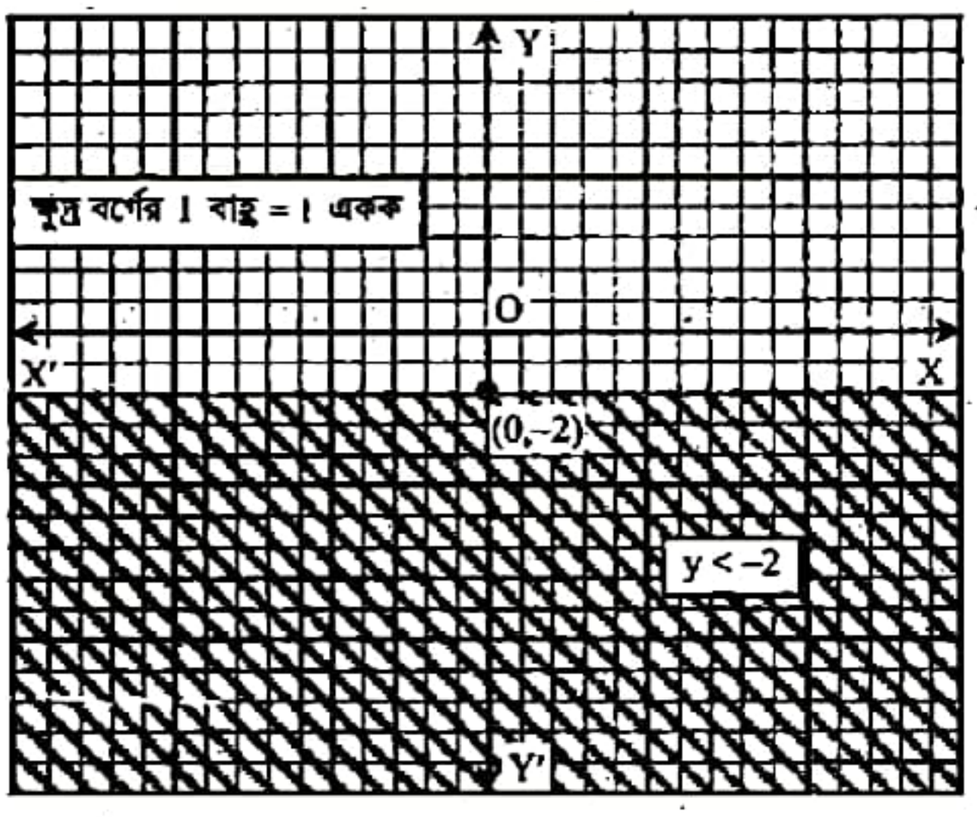
প্রথমে $y = -2$, সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(0, -2)$ বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল করে লেখ-রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) , রেখার উপর অংশে অবস্থিত এর মূলবিন্দুতে $y = 0 > -2$

∴ লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুই প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত (লেখরেখার বিন্দুগুলো নয়)।

সমাধান সেটের লেখ চিহ্নিত করে নিম্নে দেখানো হলো–



(vi) $x \geq 4$

সমাধান : $x \geq 4$ বা, $x - 4 \geq 0$

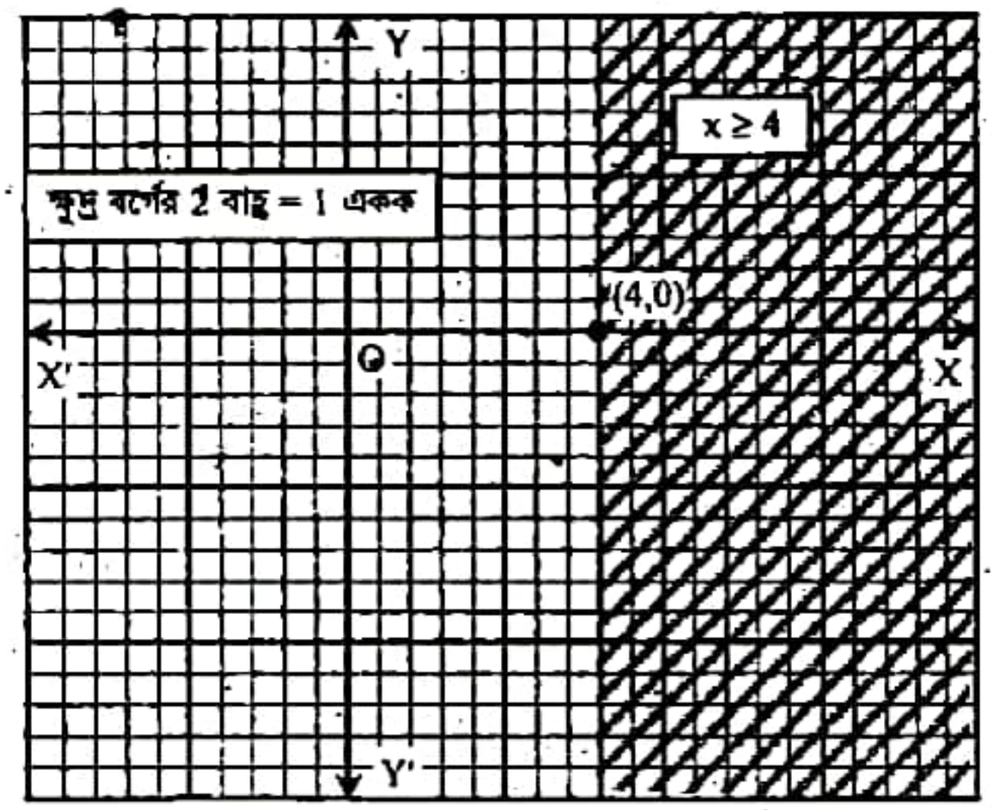
প্রথমে $x - 4 = 0$ বা, $x = 4$, সমীকরণের লেখচিত্র আঁকি।

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (4, 0) বিন্দু দিয়ে y অক্ষের সমান্তরাল করে লেখ-রেখাটি আঁকা হলো।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) লেখ-রেখার বাম দিকে অবস্থিত এবং মূলবিন্দুতে $x - 4$ রাশির মান $-4 < 0$.

সুতরাং লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু এবং লেখ-রেখা সকল বিন্দু প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত।

নিম্নে এই সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো–



(vii) $y > x + 2$

সমাধান : $y > x + 2$

বা, $y - x - 2 > 0$

প্রথমে $y - x - 2 = 0$ বা, $y = x + 2$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

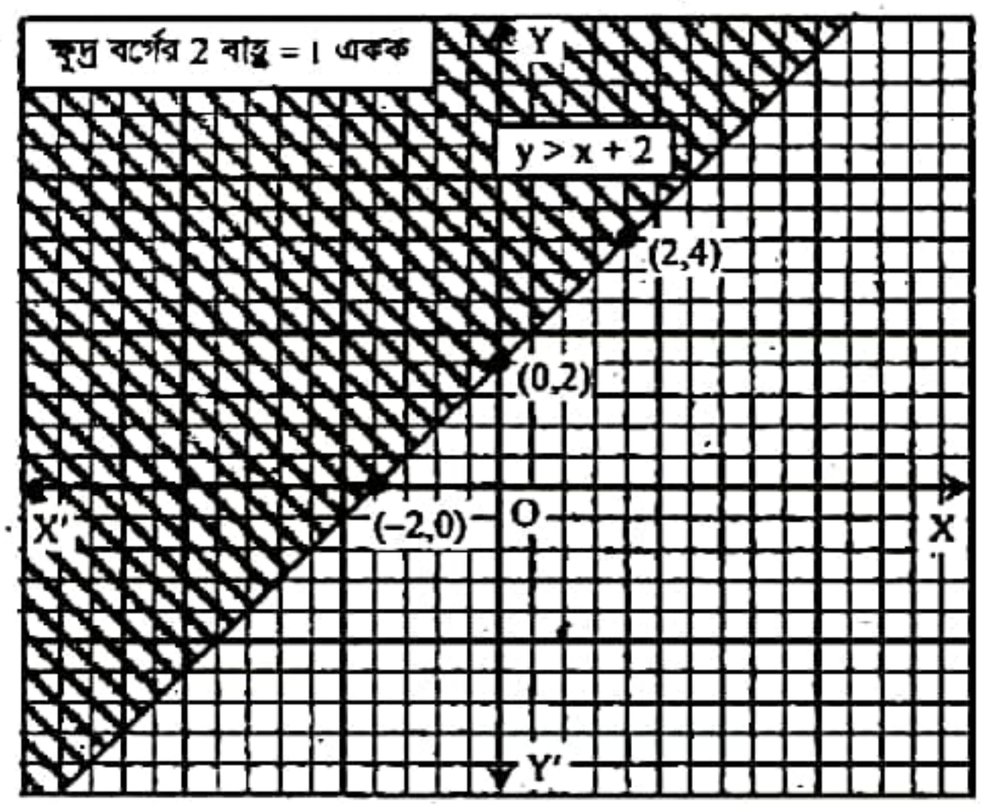
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	−2	0	2
y	0	2	4

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে $(-2, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 4)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = x + 2$ সমীকরণের লেখ-রেখা অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0) তে $y - x - 2$ রাশির মান -2 যা < 0.

সুতরাং লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের (লেখরেখাটি ছাড়া চিহ্নিত) সকল বিন্দুই প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নের চিত্রে সমাধান সেটের লেখচিত্র আঁকা হলো।



(viii) $y < x + 2$

সমাধান : $y < x + 2$ বা, $y - x - 2 < 0$

প্রথমে $y - x - 2 = 0$ বা, $y = x + 2$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

www.bdniyog.com

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

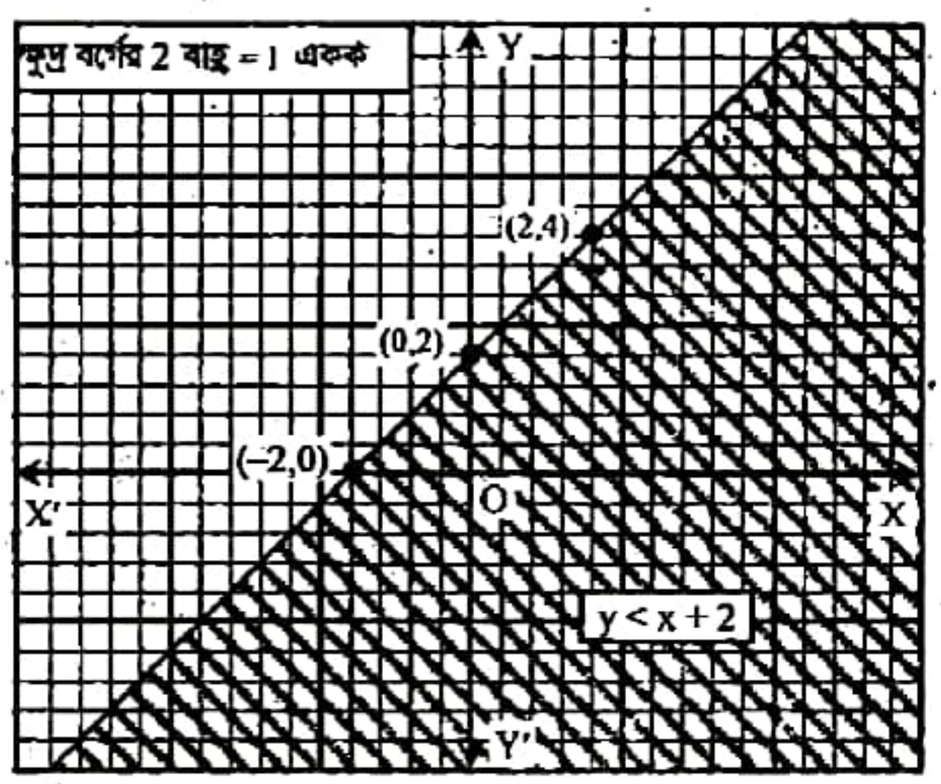
x	−2	0	2
y	0	2	4

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (–2, 0), (0, 2), (2, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = x + 2$ এর লেখচিত্র পাওয়া যায়।

এখন মূলবিন্দুতে $y - x - 2$ রাশির মান -2 যা < 0।

∴ লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু (লেখ-চিত্রের উপরস্থ বিন্দুগুলো ছাড়া) প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত।

নিম্নে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো (চিহ্নিত অংশ)–



(ix) $y \geq 2x$

সমাধান : $y \geq 2x$

বা, $y - 2x \geq 0$

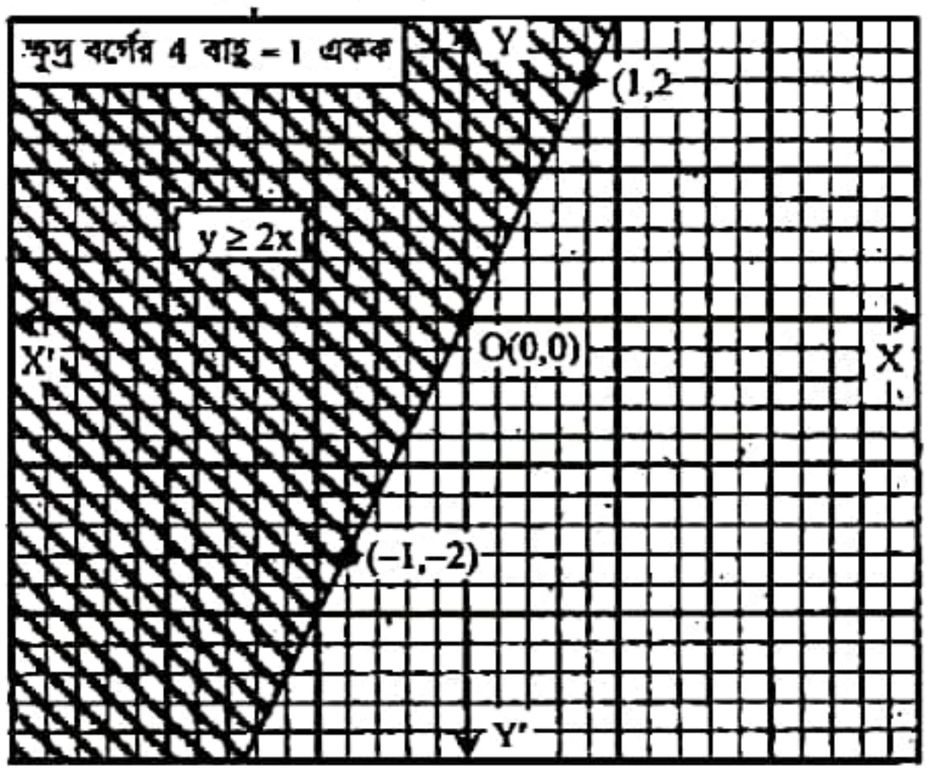
প্রথমে $y - 2x = 0$ বা, $y = 2x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−1	0	1
y	−2	0	2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের চারগুণকে একক ধরে (–1, –2), (0, 0), (1, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = 2x$ সমীকরণের লেখচিত্র পাই।

(1, 0) বিন্দুতে $y - 2x$ রাশির মান $0 - 2.1 = -2 < 0$ সুতরাং লেখ-চিত্রের যে পাশে (1, 0) বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু এবং লেখ-চিত্রের উপরস্থ সকল বিন্দু প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নে এই সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো (চিহ্নিত অংশ এবং $y = 2x$ রেখা)–



(x) $x + 3y < 0$

সমাধান : $x + 3y < 0$,

প্রথমে $x + 3y = 0$

বা, $y = -\frac{1}{3}x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

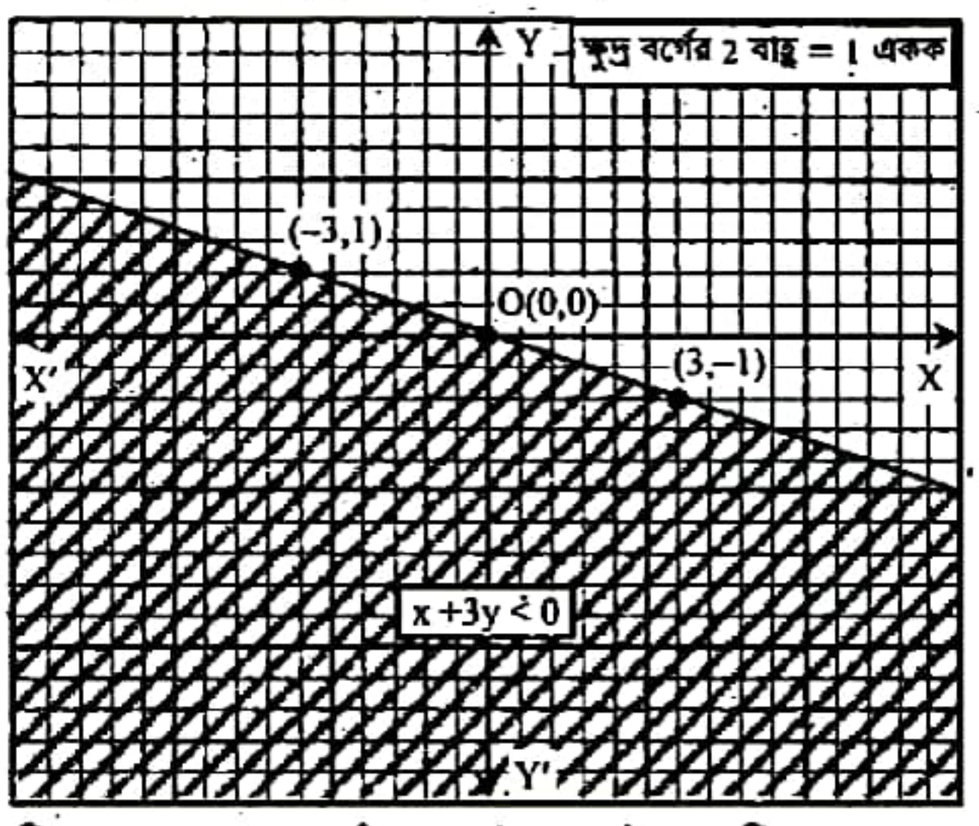
x	−3	0	3
y	1	0	−1

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (–3, 1), (0, 0), (3, –1) বিন্দুগলো স্থাপন করে $y = -\frac{1}{3}x$ এর লেখ পাওয়া যায়।

এখন (1, 1) বিন্দুতে $x + 3y$ রাশির মান $1 + 3 = 4$ যা > 0

∴ লেখ-চিত্রের যে পাশে (1, 1) বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু (লেখ চিত্রের উপরস্থ বিন্দু ছাড়া) সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত।

নিম্নে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো–



১০. নিচের প্রত্যেক অসমতাযুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর:

(i) $x - 3y - 6 < 0$ এবং $3x + y + 2 < 0$

সমাধান : অসমতাদ্বয় $x - 3y - 6 < 0$ এবং $3x + y + 2 < 0$

প্রথমে $x - 3y - 6 = 0$ এবং $3x + y + 2 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{x - 6}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	3	6
y	−2	−1	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$y = -3x - 2$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−1	0	1
y	1	−2	−5

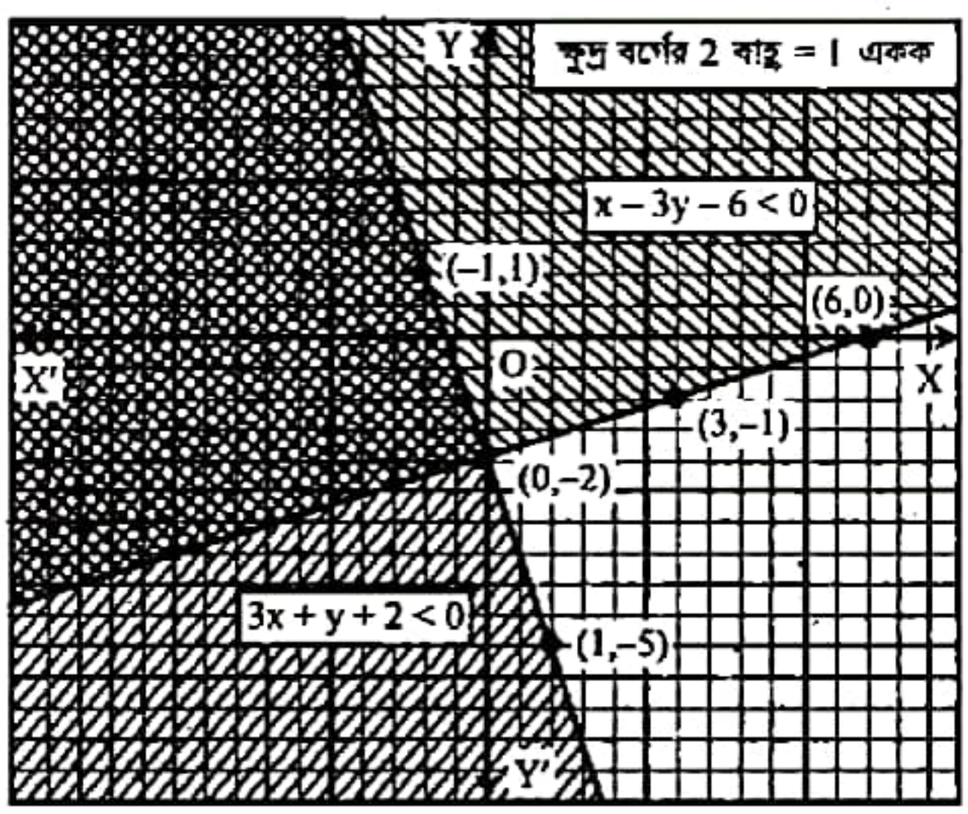
ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দুইগুণকে একক ধরে (0, – 2), (3, – 1), (6, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x - 3y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখ এবং (–1, 1), (0, –2), (1, – 5) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x + y + 2 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র পাওয়া যায়।

মূলবিন্দুতে $x - 3y - 6$ রাশির মান -6 যা < 0. সুতরাং লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x - 3y - 6 < 0$ এর চিহ্নিত অংশ $x - 3y - 6 < 0$ অসমতার চিত্রের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $3x + y + 2$ রাশির মান 2 যা > 0. সুতরাং এই লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশে সকল বিন্দুর জন্য $3x + y + 2 < 0$ এর চিহ্নিত অংশটুকু $3x + y + 2 < 0$ অসমতার লেখচিত্র।

www.bdniyog.com

অতএব রেখা দুইটির সংশ্লিষ্ট অংশ বাদে এই দুইটি চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখ চিত্র রেখা ছাড়া) অসমতাদ্বয়ের যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র। নিম্নে গাঢ় চিহ্নিত অংশে তা দেখানো হলো।



(ii) $x + y - 4 \le 0$ এবং $2x - y - 3 \ge 0$

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাদ্বয় $x + y - 4 \le 0$ এবং $2x - y - 3 \ge 0$,

প্রথমে $x + y - 4 = 0$ ও $2x - y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 4 - x$$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	2	4
y	4	2	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 2x - 3$$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	1	2
y	−3	−1	1

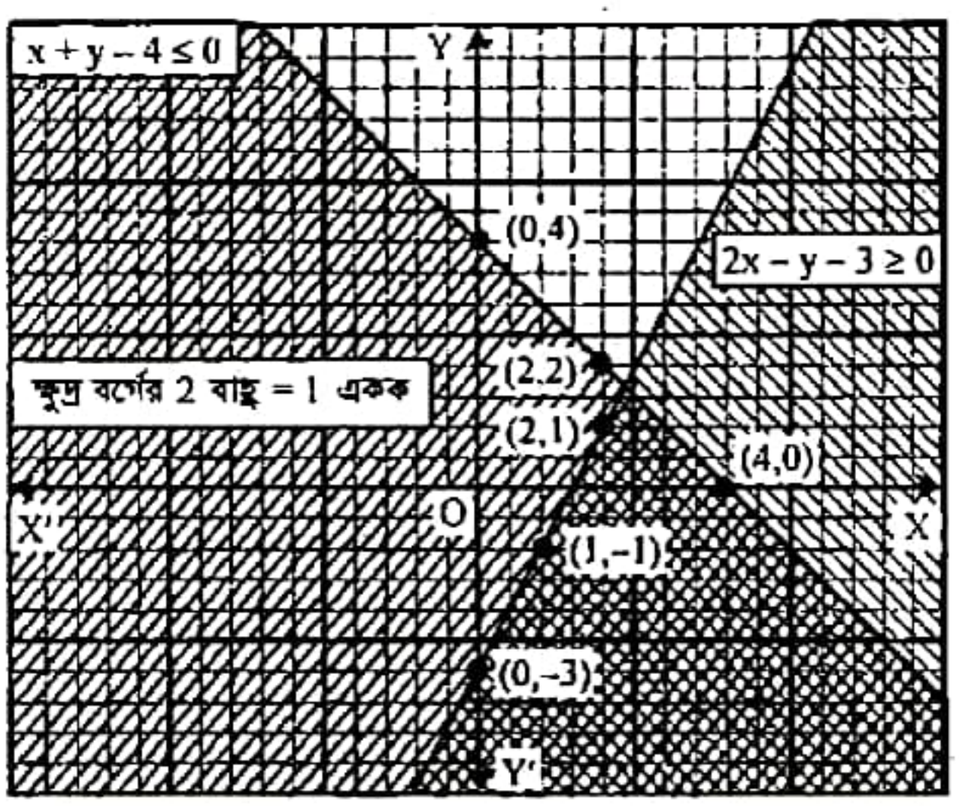
ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে

(0, 4), (2, 2), (4, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + y - 4 = 0$ সমীকরণের লেখ এবং (0, − 3), (1, − 1), (2, 1) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 3 = 0$ সমীকরণের লেখ পাওয়া যায়।

এখন মূলবিন্দুতে $x + y - 4$ রাশির মান -4 যা < 0. সুতরাং $x + y - 4 = 0$ এর লেখের যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 4 < 0$. এর লেখরেখাসহ চিহ্নিত অংশটুকু $x + y - 4 \le 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 3$ এর মান -3 যা < 0. সুতরাং $2x - y - 3 = 0$ এর লেখের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - y - 3 > 0$. সুতরাং লেখরেখাসহ চিহ্নিত অংশ $2x - y - 3 \ge 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব রেখাদ্বয়ের অংশসহ দুইটি চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো।



(iii) $x - y + 3 > 0$ এবং $2x - y - 6 \ge 0$

সমাধান: অসমতাদ্বয় $x - y + 3 > 0$ এবং $2x - y - 6 \ge 0$,

প্রথমে $x - y + 3 = 0$ ও $2x - y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = x + 3$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−3	0	1
y	0	3	4

আবার দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 2x - 6$$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−1	0	3
y	−8	−6	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (− 3, 0), (0, 3), (1, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x - y + 3 = 0$ এর লেখ এবং (−1, − 8), (0, −6), (3, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 6 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

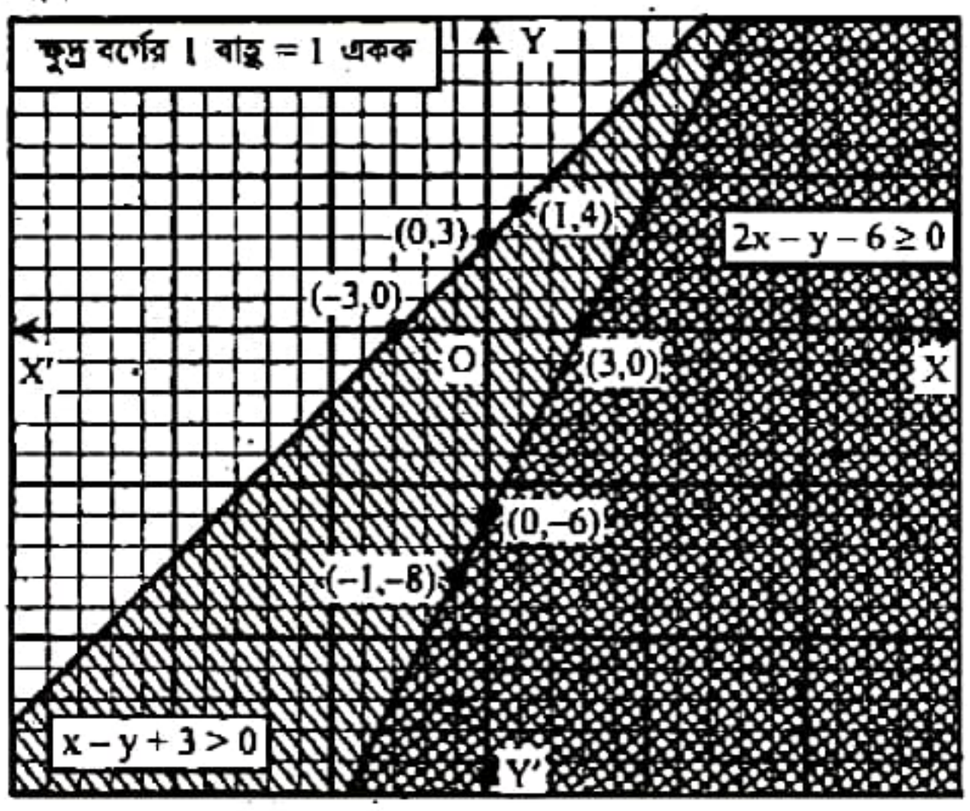
এখন মূলবিন্দুতে $x - y + 3$ রাশির মান 3 যা > 0.

সুতরাং $x - y + 3 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x - y + 3 > 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 6$ রাশির মান -6 যা < 0.

সুতরাং $2x - y - 6 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - y - 6 > 0$. সুতরাং লেখরেখাসহ চিহ্নিত অংশ $2x - y - 6 \ge 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব $x - y + 3 > 0$ লেখের চিহ্নিত অংশ এবং $2x - y - 6 \ge 0$ এর লেখের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতাদ্বয়ের যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র।



www.bdniyog.com

(iv) $x + y - 3 > 0$ এবং $2x - y - 5 > 0$

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাদ্বয় $x + y - 3 > 0$ এবং $2x - y - 5 > 0$,

প্রথমে $x + y - 3 = 0$ এবং $2x - y - 5 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 3 - x$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−1	0	3
y	4	3	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $y = 2x - 5$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	2	4
y	−5	−1	3

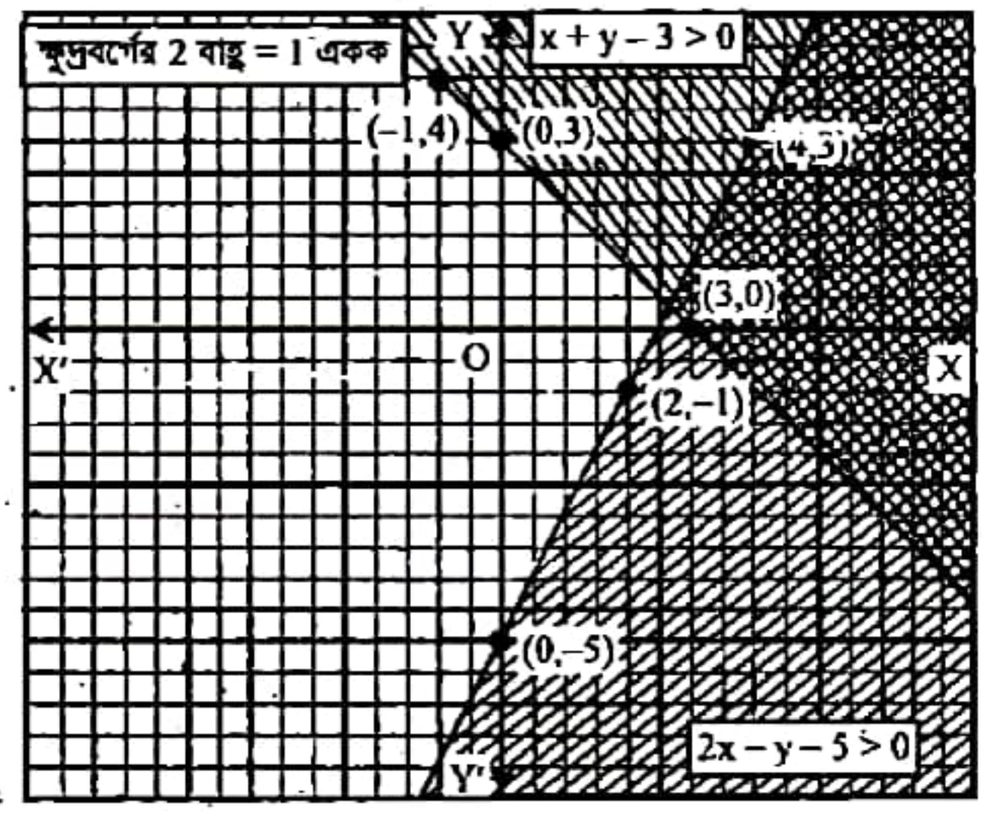
ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে $(-1, 4)$, $(0, 3)$, $(3, 0)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + y - 3 = 0$ এর লেখ এবং $(0, -5)$, $(2, -1)$, $(4, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 5 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

মূলবিন্দুতে $x + y - 3$ রাশির মান -3 যা < 0. সুতরাং মূলবিন্দু $x + y - 3 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 3 > 0$. অতএব লেখচিত্রে চিহ্নিত অংশ (লেখ-রেখা ছাড়া) $x + y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 5$ রাশির মান -5 যা < 0.

সুতরাং $2x - y - 5 = 0$ এর লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $2x - y - 5 > 0$. অতএব লেখচিত্রে চিহ্নিত অংশ (লেখরেখা ছাড়া) $2x - y - 5 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

সুতরাং দুইভাবে চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখাদ্বয় ছাড়া) অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো –



(v) $x + 2y - 4 > 0$ এবং $2x - y - 3 > 0$

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাদ্বয় $x + 2y - 4 > 0$ এবং $2x - y - 3 > 0$,

প্রথমে $x + 2y - 4 = 0$ এবং $2x - y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = \frac{4 - x}{2}$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	0	2	4
y	2	1	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 2x - 3$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	0	2	3
y	−3	1	3

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে $(0, 2)$, $(2, 1)$, $(4, 0)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + 2y - 4 = 0$ এর লেখ এবং $(0, -3)$, $(2, 1)$, $(3, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 3 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

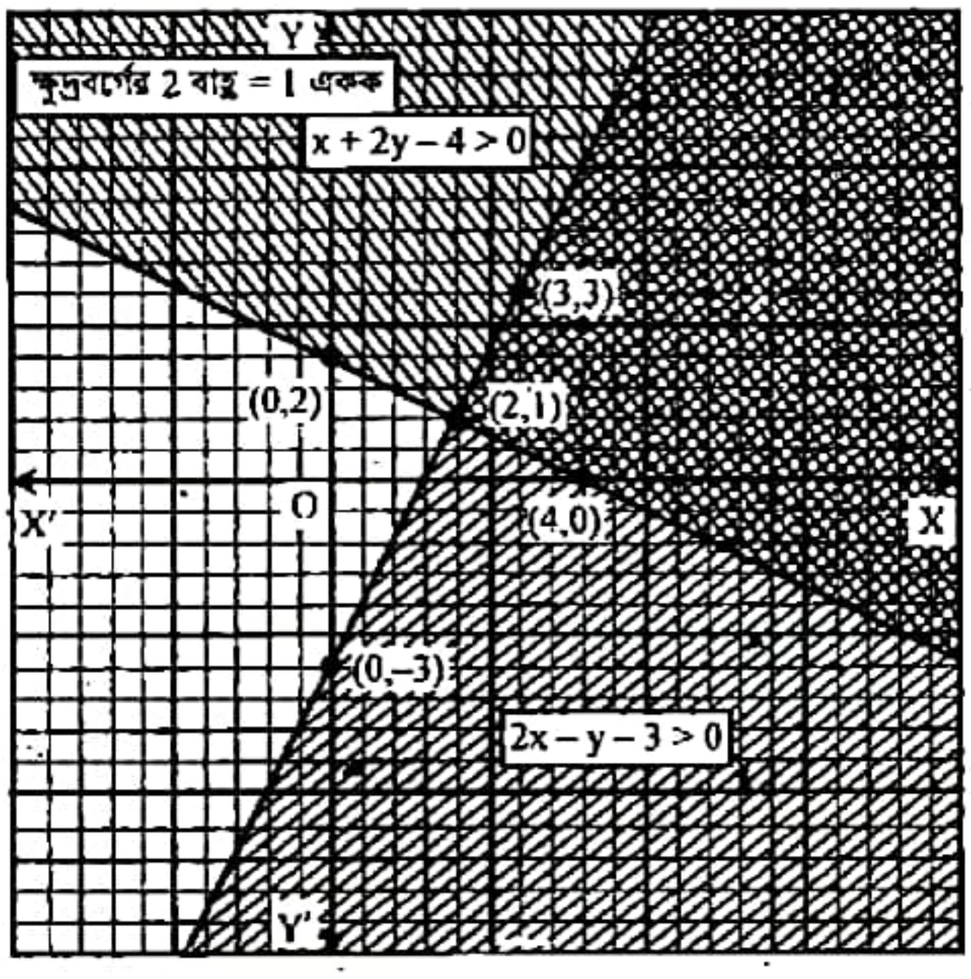
মূলবিন্দুতে $x + 2y - 4$ রাশির মান -4 যা < 0.

সুতরাং $x + 2y - 4 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $x + 2y - 4 > 0$. অতএব লেখচিত্রে লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশ $x + 2y - 4 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 3$ রাশির মান -3 যা < 0.

সুতরাং $2x - y - 3 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $2x - y - 3 > 0$. অতএব লেখচিত্রে লেখ-রেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশ $2x - y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই (লেখ-রেখাদ্বয় ছাড়া) প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো–



(vi) $5x + 2y > 11$ এবং $7x - 2y > 3$

সমাধান : প্রথম অসমতা $5x + 2y > 11$

বা, $5x + 2y - 11 > 0$

অপর অসমতা $7x - 2y > 3$

বা, $7x - 2y - 3 > 0$

প্রথমে $5x + 2y - 11 = 0$ ও $7x - 2y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = \frac{11 - 5x}{2}$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	1	3	−1
y	3	−2	8

www.bdniyog.com

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = \frac{7x-3}{2}$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	1	–1	3
y	2	–5	9

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1, 3), (3, –2), (–1, 8) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $5x + 2y - 11 = 0$ এর লেখ এবং (1, 2), (– 1, – 5), (3, 9) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $7x - 2y - 3 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

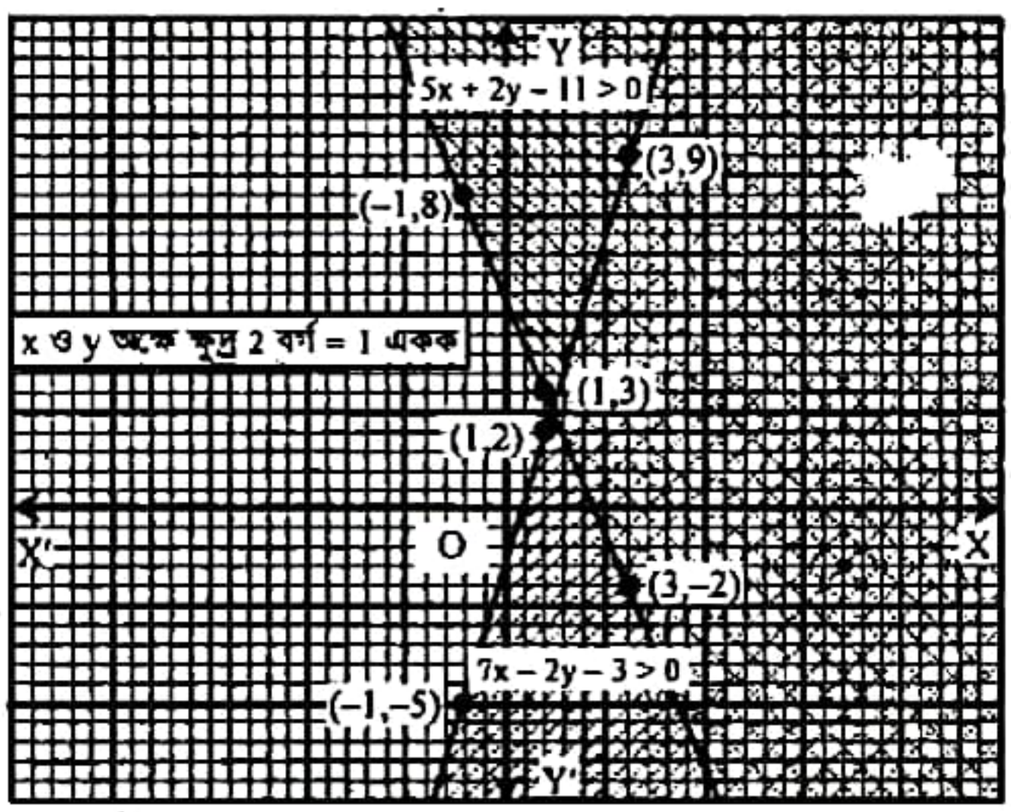
মূলবিন্দুতে $5x + 2y - 11$ রাশির মান $-11 < 0$.

সুতরাং $5x + 2y - 11 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $5x + 2y - 11 > 0$. অতএব লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $5x + 2y - 11 > 0$ অসমতার লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $7x - 2y - 3$ রাশির মান $-3 < 0$.

সুতরাং $7x - 2y - 3 = 0$ এর লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $7x - 2y - 3 > 0$ এর লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $7x - 2y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব ভিন্ন উপায়ে চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই (লেখরেখাদ্বয় ছাড়া) প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো –



(vii) $3x - 3y > 5$ এবং $x + 3y \le 9$

সমাধান : প্রথম অসমতা $3x - 3y > 5$

বা, $3x - 2y - 5 > 0$

দ্বিতীয় অসমতা $x + 3y \le 9$

বা, $x + 3y - 9 \le 0$

প্রথমে $3x - 3y - 5 = 0$ এবং $x + 3y - 9 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{3x-5}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	1	2
y	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{9-x}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	–3	0	3
y	4	3	2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের তিনগুণকে একক ধরে $\left(0, \frac{5}{3}\right), \left(1, -\frac{2}{3}\right), \left(2, \frac{1}{3}\right)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x - 3y - 5 = 0$ এর লেখ এবং (– 3, 4), (0, 3), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + 3y - 9 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

মূলবিন্দুতে $3x - 3y - 5$ রাশির মান $-5 < 0$.

সুতরাং মূলবিন্দু $3x - 3y - 5 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $3x - 3y - 5 > 0$. অতএব লেখচিত্র লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $3x - 3y - 5 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

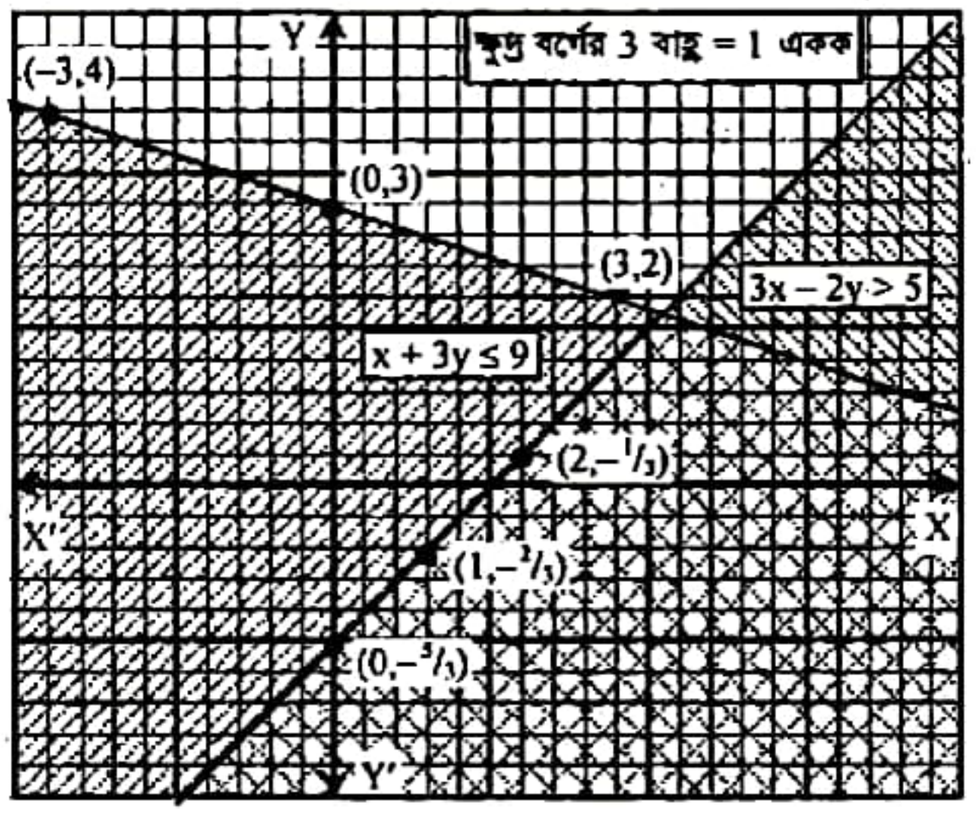
আবার, মূলবিন্দুতে $x + 3y - 9$ রাশির মান $-9 < 0$.

অতএব $x + 3y - 9 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুতে $x + 3y - 9 < 0$.

লেখ-রেখাসহ চিহ্নিত অংশ। অতএব লেখচিত্রে

$x + 3y - 9 \le 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

সুতরাং $x + 3y - 9 = 0$ এর লেখ-রেখাসহ (রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু ছাড়া) চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো–



(viii) $5x - 3y - 9 > 0$ এবং $3x - 2y \ge 5$

সমাধান : প্রথম অসমতা $5x - 3y - 9 > 0$

দ্বিতীয় অসমতা $3x - 2y \ge 5$

বা, $3x - 2y - 5 \ge 0$

প্রথমে $5x - 3y - 9 = 0$ এবং $3x - 2y - 5 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{5x-9}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	–3	0	3
y	– 8	– 3	2

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{3x-5}{2}$

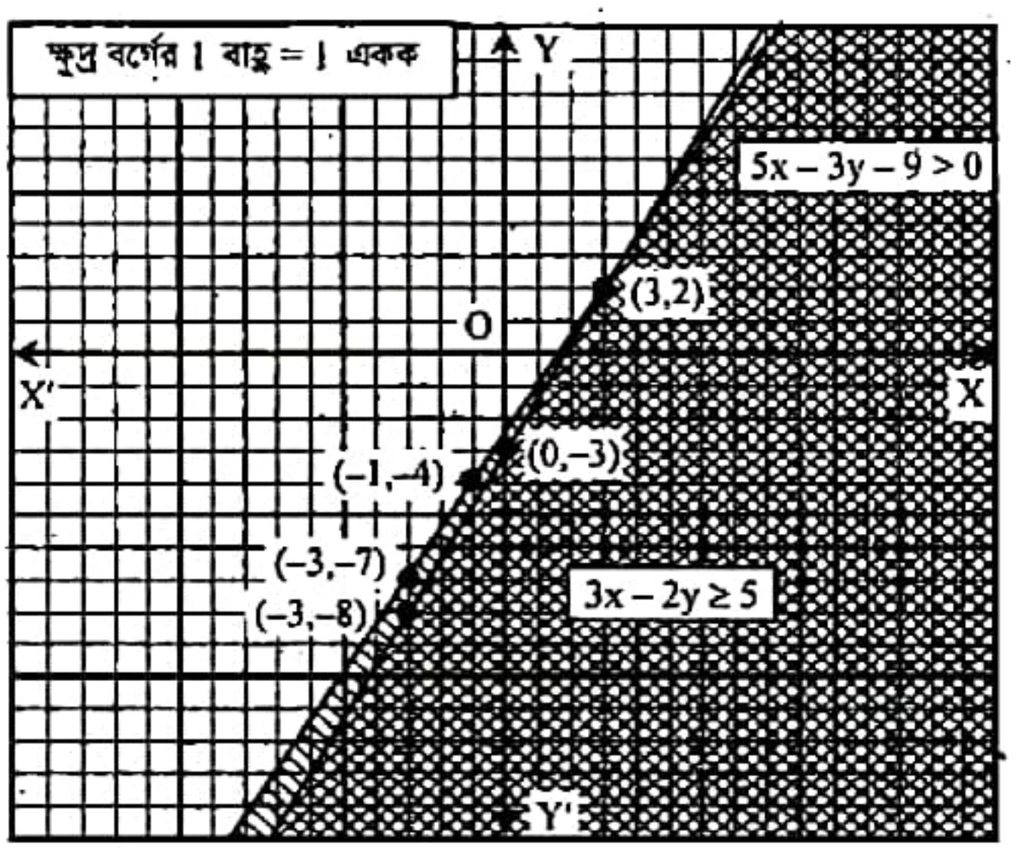
এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	–3	– 1	3
y	– 7	– 4	2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (– 3, – 8), (0, –3), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $5x - 3y - 9 = 0$ এর লেখ এবং (– 3, – 7), (– 1, – 4), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x - 2y - 5 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

www.bdniyog.com

মূলবিন্দুতে $5x - 3y - 9$ রাশির মান $-9 < 0$.
সুতরাং $5x - 3y - 9 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $5x - 3y - 9 > 0$ এর সমাধান। অতএব লেখ-রেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $5x - 3y - 9 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।
আবার মূলবিন্দুতে $3x - 2y - 5$ রাশির মান $-5 < 0$.
সুতরাং $3x - 2y - 5 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $3x - 2y - 5 \geq 0$ এর সমাধান।
অতএব লেখ-রেখাসহ চিহ্নিত অংশই $3x - 2y - 5 \geq 0$ অসমতার লেখচিত্র।
অতএব $3x - 2y - 5 = 0$ লেখ-রেখাসহ (ছেদবিন্দু ছাড়া) চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো—



অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১১. হযরত শাহজালাল বিমান বন্দর থেকে সিঙ্গাপুর বিমান পথের দূরত্ব 1793 কি. মি.। বাংলাদেশ বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ 500 কি. মি./ঘন্টা। কিন্তু হযরত শাহজালাল বিমান বন্দর থেকে সিঙ্গাপুর যাবার পথে প্রতিকূলে 60 কি. মি./ঘন্টা বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাটির প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা ধরে সমস্যাটিকে অসমতায় দেখাও।

খ. হযরত শাহজালাল বিমানবন্দর থেকে সিঙ্গাপুর বিমানবন্দর পর্যন্ত বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় (ক) অসমতা সমীকরণ থেকে নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ. সিঙ্গাপুর থেকে হযরত শাহজালাল বিমানবন্দরে ফেরার পথে বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময়কে x ধরে সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে লেখের সাহায্যে সমাধান কর।

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, শাহজালাল বিমান বন্দর হতে সিঙ্গাপুর বিমান পথের দূরত্ব 1793 কি. মি. যেতে প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা।

$\therefore$ বিমানের গতিবেগ $= \frac{1793}{t}$ কি. মি./ঘণ্টা।

আবার বিমানে সর্বোচ্চ গতিবেগ 500 কি. মি./ঘণ্টা

অর্থাৎ বিমানের গতিবেগ $\leq$ 500 কি. মি./ ঘণ্টা

এবং বায়ুর গতিবেগ = 60 কি. মি./ঘণ্টা

সুতরাং, শাহজালাল বিমান বন্দর হতে সিঙ্গাপুর যাবার পথে বায়ুর প্রতিকূলে বিমানের বেগ $\leq (500 - 60)$ বা 440 কি. মি./ ঘণ্টা

$\therefore \frac{1793}{t} \leq 440$ **(উত্তর)**

খ ক হতে প্রাপ্ত অসমতা, $\frac{1793}{t} \leq 440$

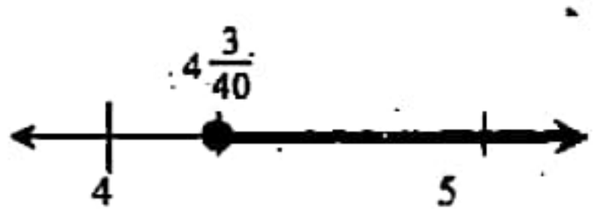
বা, $1793 \leq 440t$ [উভয় পাশে t দ্বারা গুণ করে]

বা, $440t \geq 1793$

বা, $t \geq \frac{1793}{440}$

$\therefore t \geq 4\frac{3}{40}$

সংখ্যা রেখা:



গ সিঙ্গাপুর থেকে শাহজালাল বিমান বন্দর ফেরার পথে প্রয়োজনীয় সময় x ঘণ্টা হলে, বিমানের গতিবেগ $= \frac{1793}{x}$ কি.মি./ ঘণ্টা

আবার, সিঙ্গাপুর থেকে ফেরার পথে বায়ুর অনুকূলে বিমানের বেগ $\leq (500 + 60)$ বা 560 কি.মি./ ঘণ্টা।

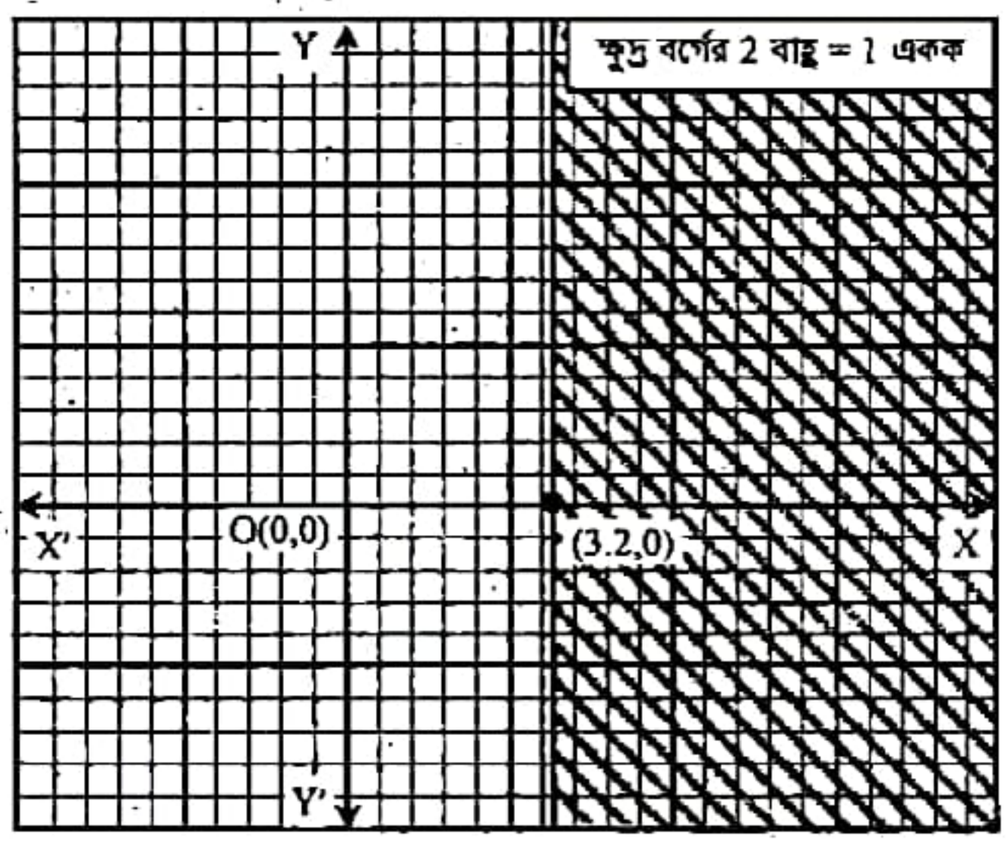
অতএব, $\frac{1793}{x} \leq 560$

বা, $1793 \leq 560x$

বা, $560x \geq 1793$

বা, $x \geq \frac{1793}{560}$

$\therefore x \geq 3.2$ (প্রায়)



ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহু সমান 1 একক ধরে অসমতাটিকে ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, $x = 3.2$ বিন্দুগামী রেখা থেকে ডানপাশে অবস্থিত সকল বিন্দুই অসমতার সমাধান।

প্রশ্ন ▶ ১২ দুইটি সংখ্যার ১ম সংখ্যাটির 3 গুণ থেকে ২য় সংখ্যাটির 5 গুণ বিয়োগ করলে 5 অপেক্ষা বৃহত্তর হয়। আবার ১ম সংখ্যা থেকে ২য় সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করলে অনূর্ধ্ব 9 হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাগুলোকে অসমতায় দেখাও।

www.bdniyog.com

খ. ১ম সংখ্যাটির 5 গুণ, ইহার দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট হলে সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর।

গ. ক নং এ প্রাপ্ত অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে- x ও y

তাহলে, $3x - 5y > 5$

এবং $x - 3y \le 9$

খ প্রশ্নমতে, $5x < 2x + 15$

বা, $5x - 2x < 15$ [উভয় পক্ষে $(-2x)$ যোগ করে]

বা, $3x < 15$

$\therefore x < 5$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে]

গ ক, হতে ধরি, $3x - 5y = 5$ ..... (i)

$x - 3y = 9$..... (ii)

(i) নং হতে পাই, $-5y = 5 - 3x$

বা, $y = -\frac{1}{5}(5 - 3x)$

$y = \frac{1}{5}(3x - 5)$

এখানে,

x	0	−10	10
y	−1	−7	5

(ii) নং হতে পাই,

$x - 3y = 9$

বা, $-3y = 9 - x$

বা, $y = -\frac{1}{3}(9 - x)$

$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 9)$

এখানে,

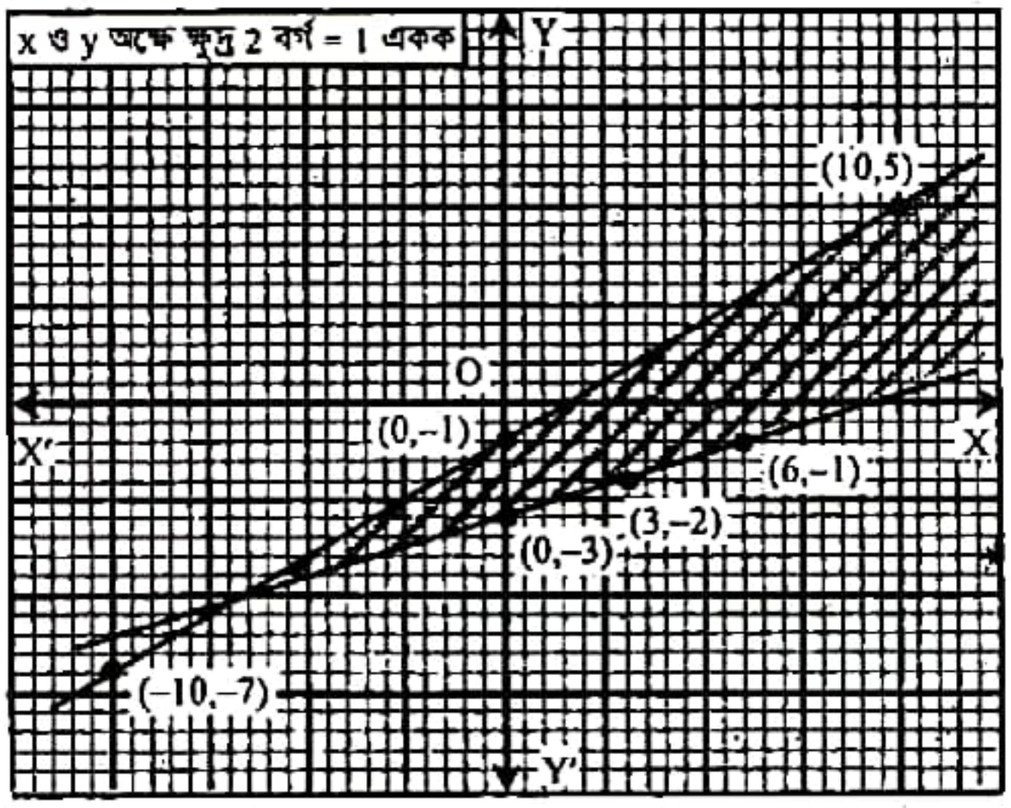
x	0	3	6
y	−3	−2	−1

এখন ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, − 1), (− 10, − 7), (10, 5) বিন্দুগুলো স্থাপন করে (i) নং সমীকরণের লেখ চিত্র ও (0, − 3), (3, − 2), (6, − 1) বিন্দুগুলো স্থাপন করে (ii) নং সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x - 5y - 5$ রাশির মান -5, যা ঋনাত্মক।

সুতরাং, $3x - 5y - 5 = 0$ বা $3x - 5y = 5$ এর লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর জন্য $3x - 5y - 5 < 0$.

এবং অপর পাশের সকল বিন্দুর জন্য $3x - 5y - 5 > 0$.



অতএব, $3x - 5y > 5$ অসমতার সমাধান হবে $3x - 5y = 5$ সমীকরণের লেখ ছাড়া লেখের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু।

আবার, মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - 3y - 9$ রাশির মান -9, যা ঋনাত্মক। সুতরাং, $x - 3y - 9 = 0$ বা $x - 3y = 9$ এর লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x - 3y - 9 < 0$.

অতএব, $x - 3y \le 9$ অসমতার সমাধান হবে $x - 3y = 9$ সমীকরণের লেখসহ লেখের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দু।

সুতরাং, $x - 3y = 9$ লেখ-রেখাসহ (ছেদবিন্দু ছাড়া) চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ়ভাবে চিহ্নিত অংশই এই লেখচিত্র।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

দুই চলক বিশিষ্ট সরল একঘাত অসমতা ও অসমতার লেখচিত্র

Text পৃষ্ঠা-১১৮ ও ১১৯

- এক ঘাত বিশিষ্ট (চলক যাই হোক না কেন) সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা।
- লেখচিত্রের লেখায় যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে অর্থাৎ x ও y এর পরিবর্তে ঐ বিন্দুর ভুজ ও কোটি বসালে এর মান শূন্য হয়।
- লেখচিত্রের বাইরে কোনো বিন্দুর জন্য সমীকরণের মান শূন্য অপেক্ষা বড় বা ছোট হয়।
- সাধারণ নিয়মে লেখচিত্র অঙ্কনের পর অসমতা চিহ্ন অনুসারে ছায়াচিত্র চিহ্নিত করতে হবে।
- অসমতা চিহ্ন '$<$' অথবা '$>$' দ্বারা লেখচিত্রে চিহ্নিত বহিঃস্থ বিন্দুর সেট বোঝায় লেখের উপরস্থ বিন্দু অন্তর্ভুক্ত নয়।
- $\ge$ অথবা '$\le$' দ্বারা লেখের উপরস্থ বিন্দু থেকে চিহ্নিত সকল বিন্দুর সেটকে বোঝায়।
- লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণের যুগপৎ সমাধানের জন্য
  (i) একই ছক কাগজে রেখা দুইটির লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।
  (ii) রেখা দুইটির চিহ্নিত অংশের ছেদাংশ বিন্দুই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধান।
- ছায়াচিত্র চিহ্নিত করার সময় অবশ্যই অসমতা চিহ্ন অনুসারে করতে হবে।

১. $2x - 5y = 10$ সমীকরণটিতে x এর কোন মানের জন্যে $y = -2$ হবে? (সহজ)

ক 0 খ 2 গ 5 ঘ 10 **ক**

২. $x - y + 2 \ge 0$ অসমতাটিতে $x = -1$ হলে y এর কোন মানের জন্য অসমতাটি সিদ্ধ হয়? (মধ্যম)

ক 4 খ 3 গ 2 ঘ -2 **গ**

৩. $x + 2y - 3 = 0$ সমীকরণটি x-অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে? (মধ্যম)

ক (3, 2) খ (3, 0) গ (2, 0) ঘ $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ **ঘ**

৪. $x - 3y - 6 = 0$ সমীকরণটি y-অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে? (মধ্যম)

ক (2, 0) খ (0, −2) গ (0, 6) ঘ (0, −6) **খ**

৫. $2y - 3x = 5$ সমীকরণের সঠিক স্থানাঙ্ক কোনগুলো? (মধ্যম)
[যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক (4, 1), (− 1, 1) খ (4, 1), (1, − 1)

গ (1, 4), (− 1, 1) ঘ (1, − 4), (− 1,1) **গ**

www.bdniyog.com

৬. $x + y - 3 \le 0$ অসমতাটির (x, y) এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক (2, 1) খ (3, 1)
গ (4, 2) ঘ (5, – 1) **গ**

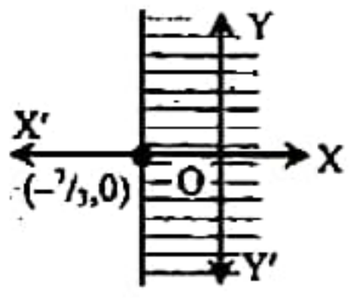
৭. $5x - 3y < 0$ অসমতাটি (x, y) এর কোন মানের জন্য সিদ্ধ হয়? (সহজ) [যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

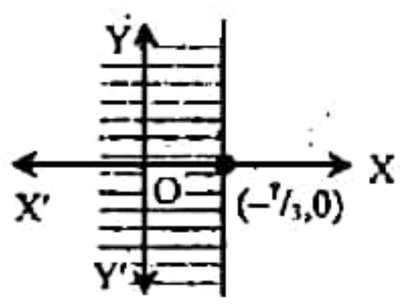
ক (1, 1) খ (2, 2)
গ (3, 3) ঘ (1, 2) **ঘ**

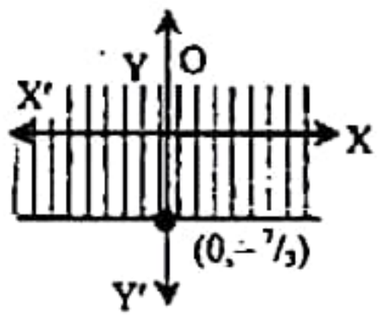
৮. নিচের কোন বিন্দুটি $x + y - 3 > 0$ অসমতাটির উপরিস্থিত? (মধ্যম)

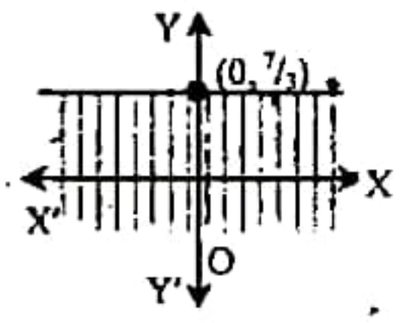
ক (0, 0) খ (1, 0)
গ (0, 2) ঘ (2, 2) **ঘ**

৯. $3x < 7$ অসমতাটির লেখচিত্র নিচের কোনটি? (কঠিন)

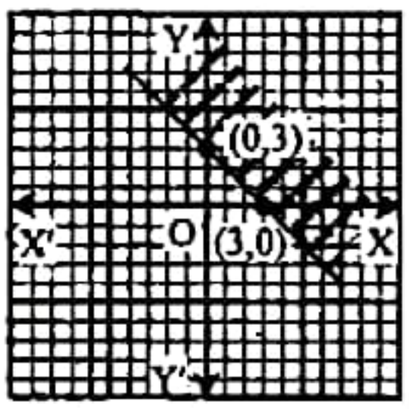
ক 

খ 

গ 

ঘ 

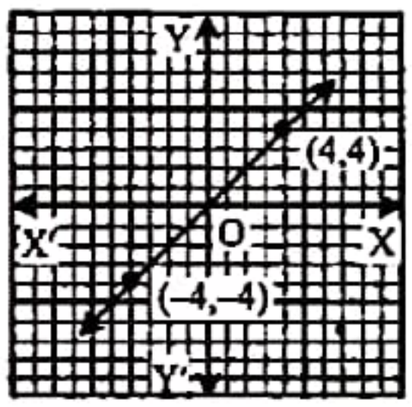
গ

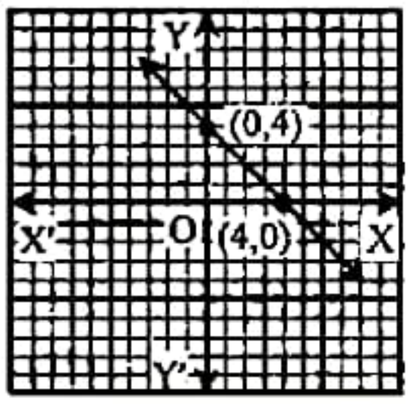
১০. 

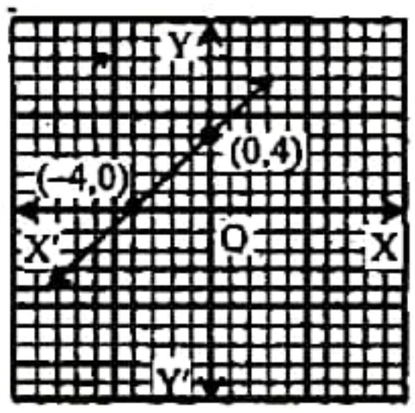
লেখচিত্রটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

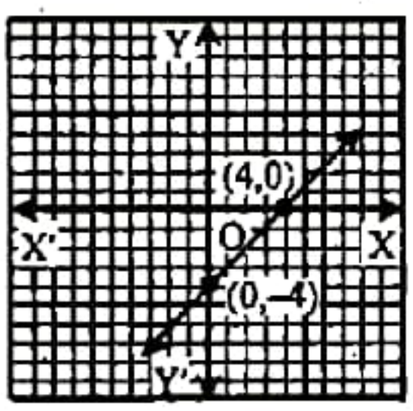
ক $x + y - 3 < 0$ খ $x + y - 3 > 0$
গ $x + y + 3 < 0$ ঘ $x + y + 3 > 0$ **খ**

১১. $x + y - 4 = 0$ সমীকরণটির লেখ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক 

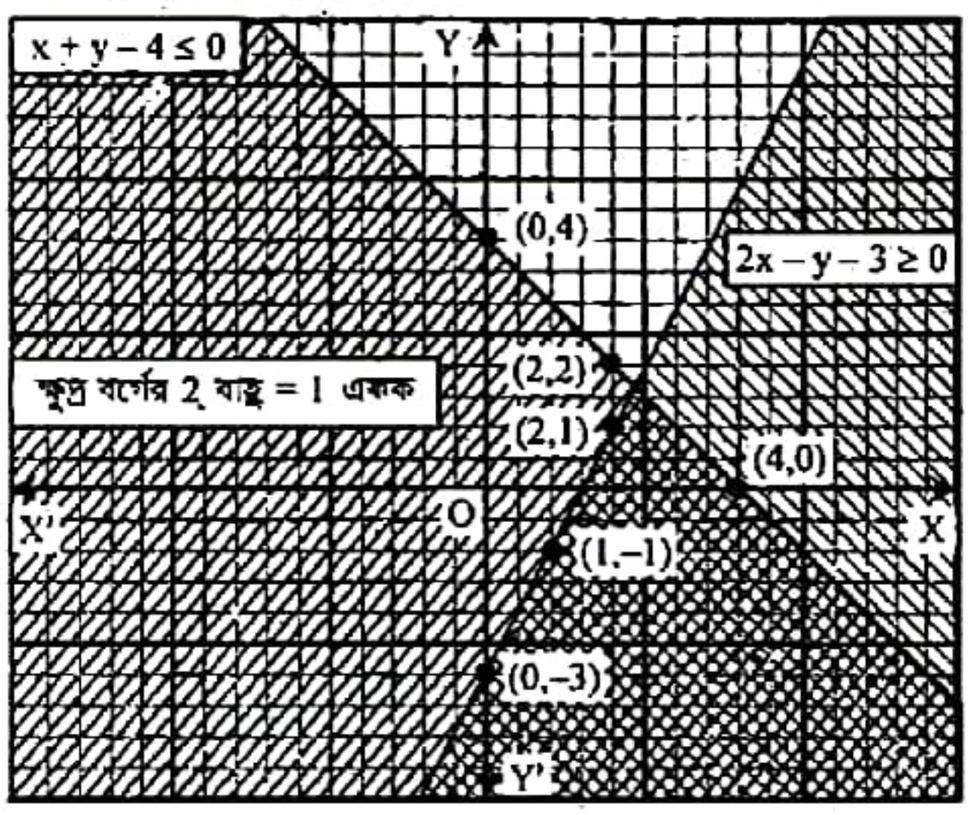
খ 

গ 

ঘ 

ক

১২. নিচের লেখচিত্রটি লক্ষ কর —



i. অসমতাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু $\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$

ii. মূলবিন্দুতে অসমতাদ্বয় সত্য।

iii. (3, 0) বিন্দুটি অসমতাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

নিচের কোনটি সঠিক? *(মধ্যম)*

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১৩-১৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - y - 3 = 0$ একটি সমীকরণ।

১৩. প্রদত্ত সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? (সহজ)

ক সরল রেখা খ বক্ররেখা গ বৃত্ত ঘ পরাবৃত্ত **ক**

১৪. সমীকরণটিতে x-এর কোন মানের জন্য $y = 0$ হবে? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$ **গ**

১৫. সমীকরণটি y-এর কোন মানের জন্য $x = 0$ হবে? (মধ্যম)

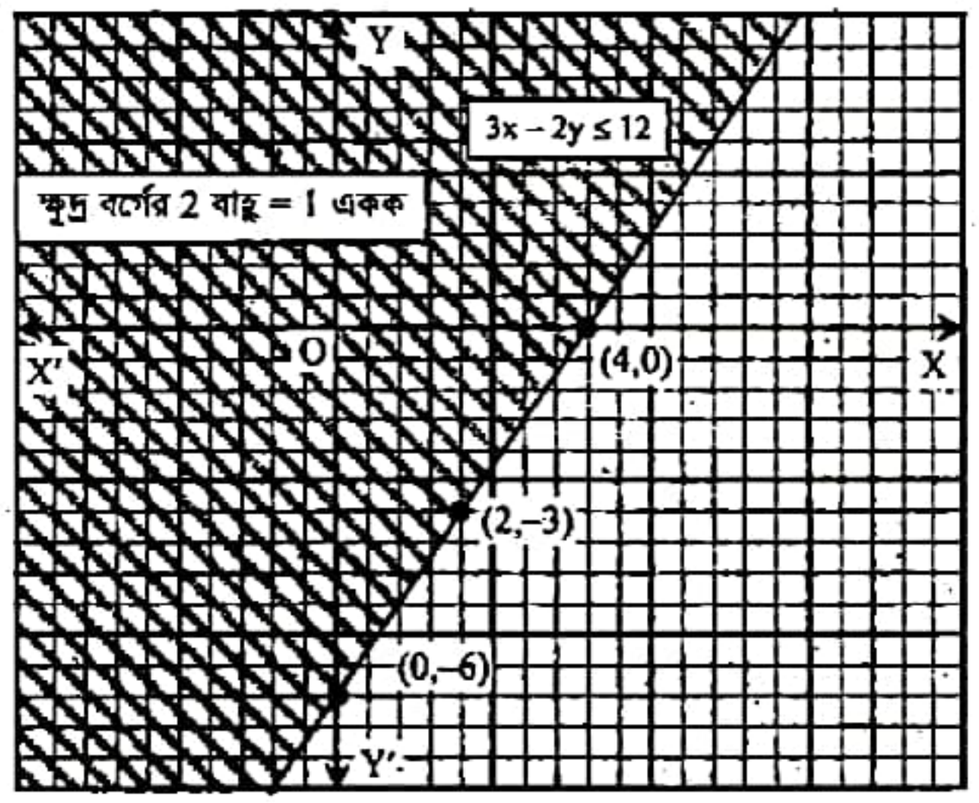
ক 3 খ 2 গ –3 ঘ –2 **গ**

১৬. সমীকরণটি নিচের কোন দুইটি বিন্দুর জন্য সত্য হবে? (কঠিন)

ক $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (3, 3) খ $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ (3, 3)

গ (0, –3) (2, 2) ঘ (–3, 0) (2, 2) **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১৭-১৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১৭. লেখচিত্রের অসমতাকে সমীকরণ ধরলে y এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{3x + 12}{2}$ খ $\frac{3x - 12}{2}$ গ $\frac{2x + 12}{2}$ ঘ $\frac{2x - 12}{2}$ **খ**

www.bdniyog.com

১৮. সংখ্যাগুলোর সম্ভাব্য সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\left(1, \frac{9}{2}\right)$ খ $\left(-1, \frac{-9}{2}\right)$ গ $\left(1, \frac{-9}{2}\right)$ ঘ $\left(-1, \frac{9}{2}\right)$ **গ**

ব্যাখ্যা: $y = \frac{3.1 - 12}{2} = \frac{3 - 12}{2} = -\frac{9}{2}$

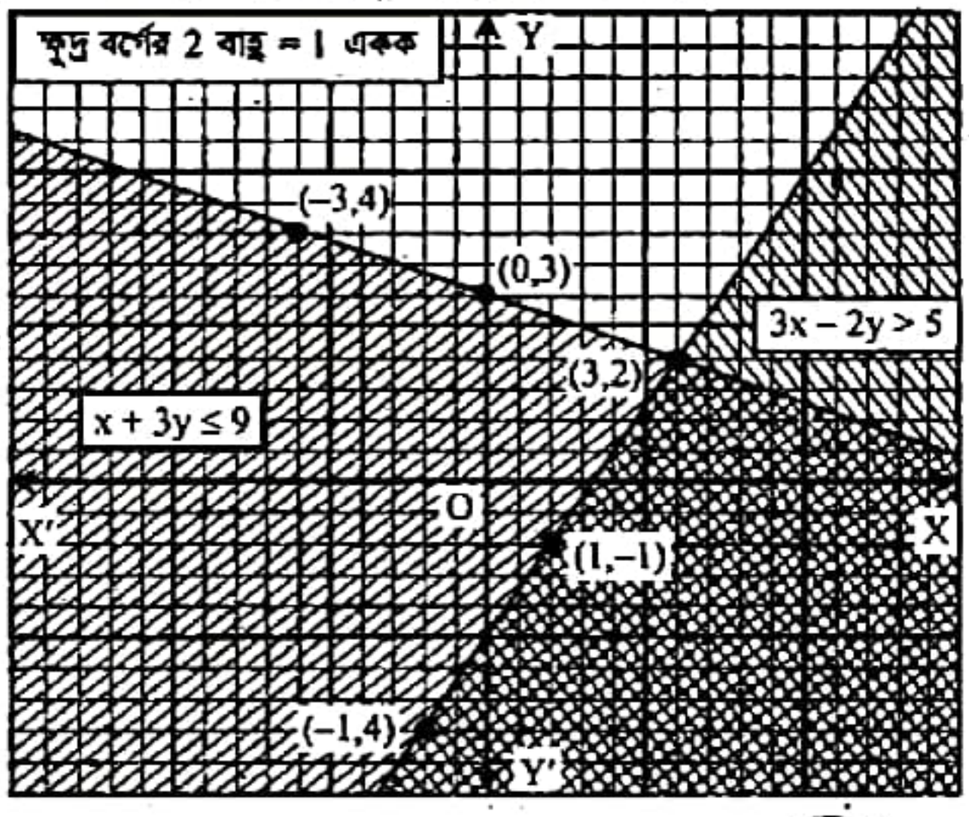
$\therefore (x, y) = \left(1, -\frac{9}{2}\right)$

১৯. লেখচিত্রের অসমতাটি নিচের কোন বিন্দুর জন্য সত্য? (মধ্যম)

ক (4, 0) খ (4, 3) গ (4, –3) ঘ (0, –6) **খ**

ব্যাখ্যা: $3.4 - 2.3 = 6 < 12$

নিচের তথ্যের আলোকে (২০–২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



২০. (5, 4) বিন্দুটি নিচের কোন অসমতার লেখের প্রান্ত বিন্দু? (মধ্যম)

ক $x + 3y \le 9$ খ $x - 3y \ge 9$

গ $3x - 2y < 5$ ঘ $3x - 2y > 5$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $3.5 - 2(4) = 15.8$

$= 7 > 5$

২১. নিচের কোন বিন্দুটি অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের বিন্দু? (মধ্যম)

ক (–3, 4) খ (0, 3)

গ (5, 5) ঘ (6, 1) **ঘ**

ব্যাখ্যা: $3.6 - 2.1 = 18 - 2$

$= 16 > 5; 6 + 3.1$

$= 6 + 3$

$= 9$

২২. অসমতাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু কোনটি? (সহজ)

ক (–1, 4) খ (1, –1)

গ (3, 2) ঘ (6, 1) **গ**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ রিনি ও মিমি দুই বোন। রিনির বয়সের দ্বিগুণের সাথে মিমির বয়স যোগ করলে তাদের মায়ের বয়সের সমান হয়। আর মিমির বয়সের দ্বিগুণের সাথে রিনির বয়স যোগ করলে তাদের বাবার বয়সের সমান হয়।

ক. মা ও বাবার বয়স যথাক্রমে 26 এবং 31বছর হলে রিনি ও মিমির বয়সকে দুই চলক বিশিষ্ট দুটি সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. রিনি ও মিনির বয়স নির্ণয় কর। মায়ের বয়স কমপক্ষে 26 বছর এবং বাবার অনূর্ধ্ব 31 হলে সমীকরণগুলো অসমতায় প্রকাশ কর। ৪

গ. অসমতা দুটিকে একটি ছক কাগজে স্থাপন করে রিনি ও মিমির বয়সের সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, রিনির বয়স = x বছর

মিমির বয়স = y বছর

শর্তমতে, $2x + y = 26$ ..... (1)

$x + 2y = 31$ ..... (2)

খ (1) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y = 26 - 2x$ ..... (3)

y- এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x + 2(26 - 2x) = 31$

$x + 52 - 4x = 31$

$-3x = -21$

$x = \frac{21}{3}$

$x = 7$

x এর মান (3)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 26 - 2 \times 7$

$y = 12$

$\therefore$ রিনির বয়স = 7 বছর

এবং মিমির বয়স = 12 বছর

মায়ের বয়স কমপক্ষে 26 বছর

সুতরাং, $2x + y \ge 26$

এবং বাবার বয়স অনূর্ধ্ব 31 বছর।

$x + 2y \le 31$

গ প্রথমে $2x + y = 26$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,

$y = 26 - 2x$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	13	5
y	26	0	16

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 26), (13, 0) এবং (5, 16) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটি লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x + y - 26$ রাশির মান –26, যা ঋনাত্মক। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $2x + y > 26$।

অতএব, $2x + y > 26$ অসমতার সমাধান সেট $2x + y = 26$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, $x + 2y = 31$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,

$y = \frac{31 - x}{2}$

www.bdniyog.com

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

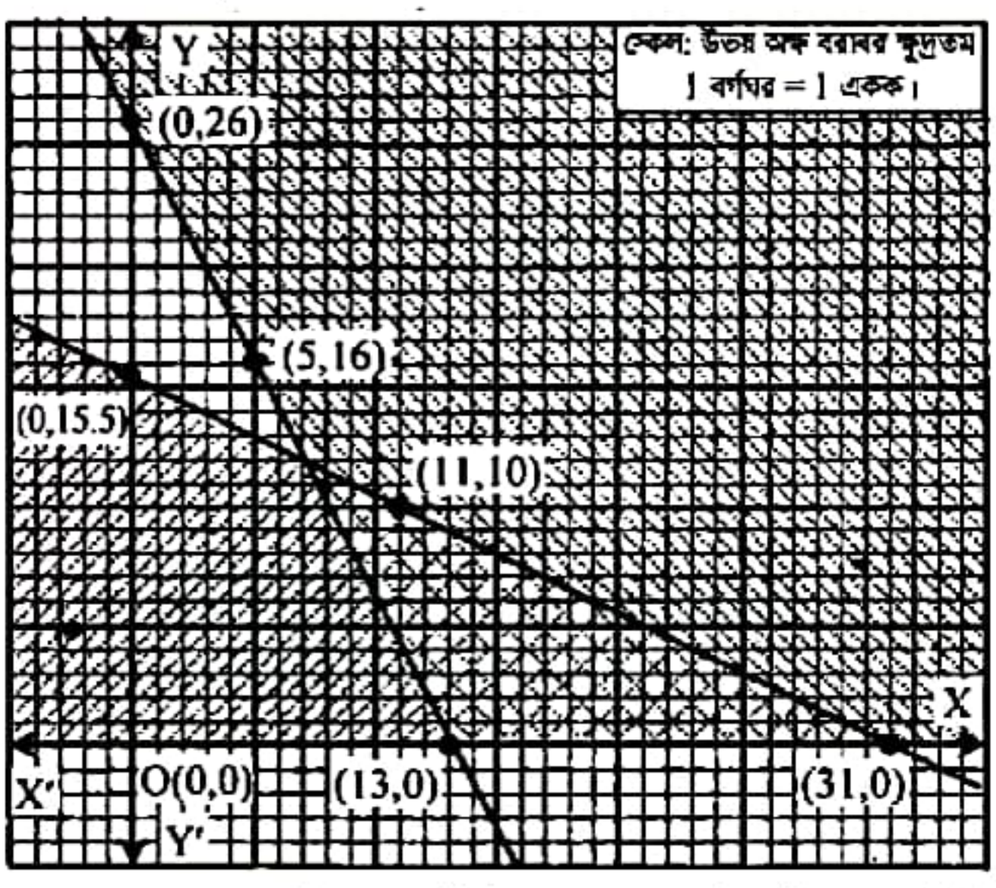
x	0	11	31
y	15.5	10	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 15.5), (11,10) এবং (31, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + 2y - 31$ রাশির মান -31, যা ঋনাত্মক। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $x + 2y < 31$।

অতএব, $x + 2y < 31$ অসমতার সমাধান সেট $x + 2y = 31$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

অতএব, $x + 2y < 31$ অসমতার সমাধান সেট $x + 2y = 31$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



অতএব, এই রেখা দুইটির সংশ্লিষ্ট অংশসহ এই দুইভাবে চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ় ভাবে চিহ্নিত অংশই (সীমারেখাসহ) এই লেখচিত্র।

কিন্তু রনি বা মিমির বয়স কখনো ঋণাত্মক বা 0 হতে পারে না। তাই তাদের বয়সের সমাধান অংশে x অক্ষ ও x-অক্ষের নিচের এবং y অক্ষ ও y-অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে। এবং যুগপৎ সমাধান অংশটুকু গাঢ় করে গ্রাফ পেপারে দেখানো হয়েছে।

প্রশ্ন ▶২ দুইটি সংখ্যার ১ম সংখ্যাটির সাথে ২য় সংখ্যাটির 2 গুণ যোগ করলে 4 অপেক্ষা বৃহত্তর হয়। আবার ১ম সংখ্যার 2 গুণ থেকে ২য় সংখ্যাটি বিয়োগ করলে 3 অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাগুলোকে অসমতায় দেখাও। ২

খ. প্রদত্ত প্রথম অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. অসমতাদ্বয়ের লেখ ('খ' হতে প্রাপ্ত লেখচিত্রে বা পৃথক লেখচিত্রে) অঙ্কন করে তাদের যুগপৎ সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ১ম সংখ্যাটি x

এবং ২য় সংখ্যাটি y

প্রশ্নমতে, $x + 2y > 4$

$2x - y > 3$

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত প্রথম

অসমতা, $x + 2y > 4$

বা, $x + 2y - 4$

এখন, $x + 2y - 4 = 0$

বা, $y = \frac{4 - x}{2}$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	2	4
y	2	1	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 2), (2, 1), (4, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $x + 2y - 4$ রাশির মান -4 যা ঋণাত্মক।

সুতরাং $x + 2y - 4 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের (লেখরেখা ছাড়া) সকল বিন্দুর জন্য $x + 2y - 4 > 0$

গ প্রাপ্ত দ্বিতীয় অসমতা,

$2x - y > 3$

বা, $2x - y - 3 > 0$

এখন, $2x - y - 3 = 0$

বা, $y = 2x - 3$

উক্ত সমীকরণ থেকে কয়েকটি বিন্দু নির্ণয় করি,

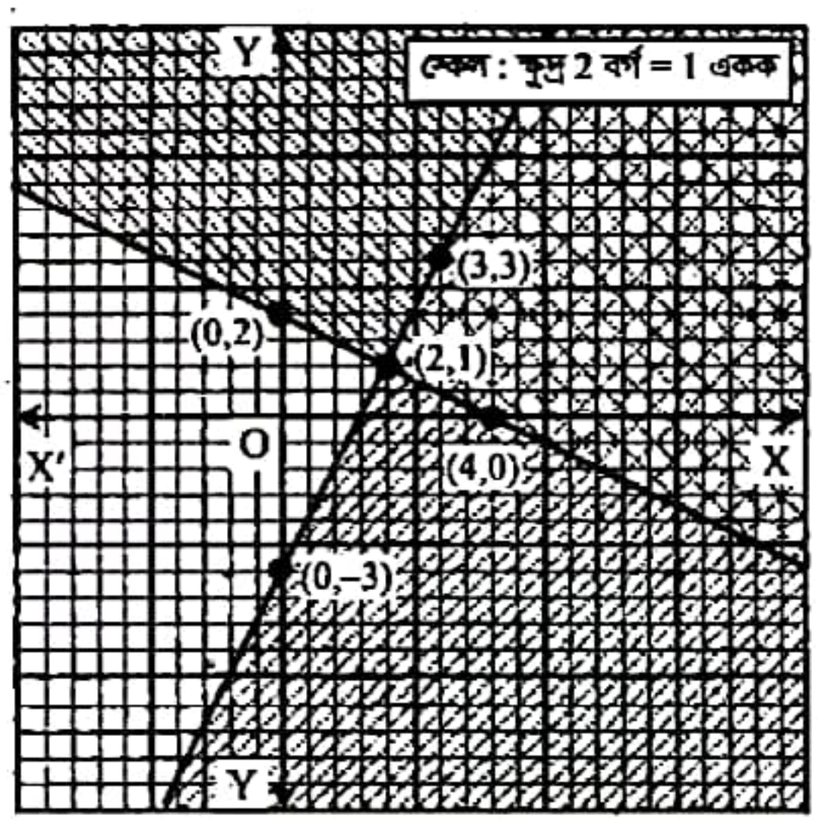
x	0	2	3
y	–3	1	3

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, –3), (2, 1), (3, 3) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্রে রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $2x - 2y - 3$ রাশির মান -3 যা ঋণাত্মক।

সুতরাং $2x - 2y - 3 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - 2y - 3 > 0$

অতএব, লেখরেখার 'ডান' দিকের চিহ্নিত অংশ $2x - y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।



অতএব অসমতাদ্বয়ের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখা ছাড়া) যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র যা ওপরে দেখানো হলো।

প্রশ্ন ▶৩ সুমি খাতা ও কলম কিনতে দোকানে গেল। সে দুটি খাতা ও তিনটি কলম কিনতে সর্বোচ্চ 70 টাকা খরচ করবে বলে ঠিক করল।

ক. প্রদত্ত উদ্দীপকের তথ্যগুলোকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. সুমি খাতা ও কলম কিনার পর দেখল তার খাতার দাম কলমের দামের পার্থক্য নিম্নপক্ষে 10 টাকা। এক্ষেত্রে সমস্যাটির অসমতার প্রকাশ কিরূপ হবে? সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. অসমতাদ্বয়ের লেখ ('খ' হতে প্রাপ্ত লেখচিত্রে বা পৃথক লেখচিত্রে) অঙ্কন করে তাদের যুগপৎ সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

www.bdniyog.com

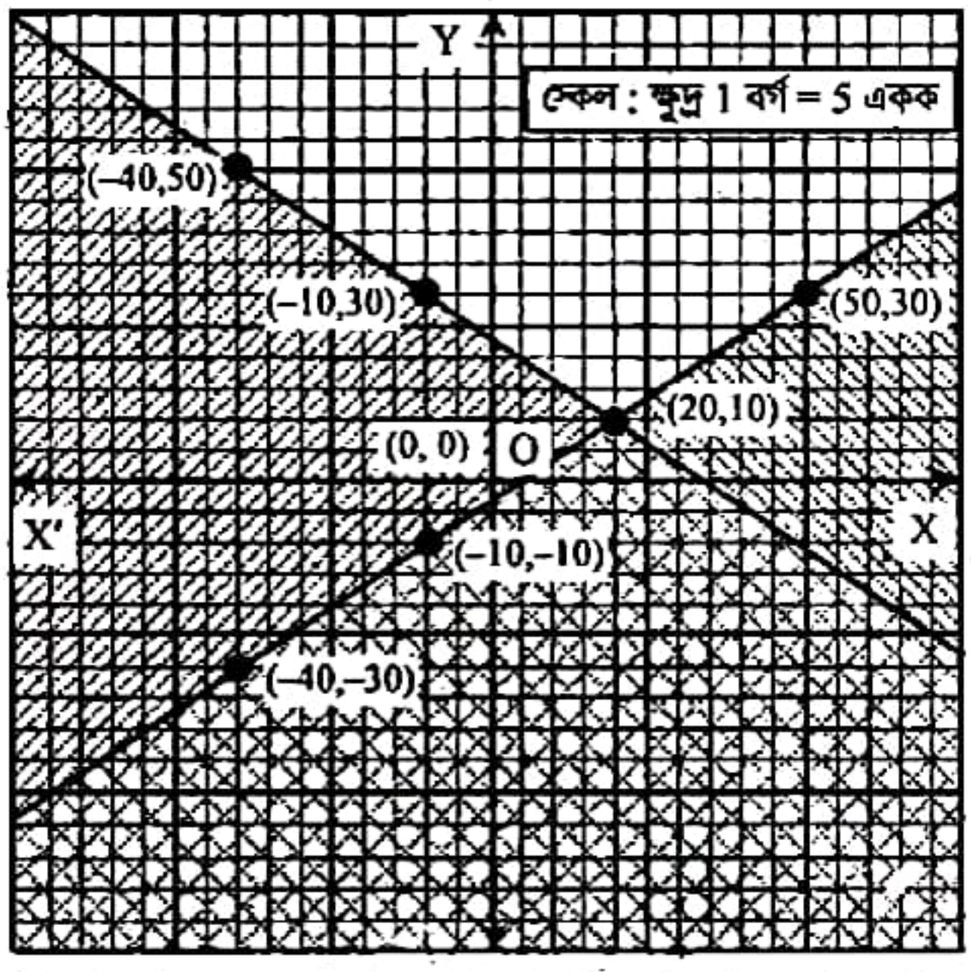
৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, প্রতিটি খাতার মূল্য x টাকা
এবং প্রতিটি কলমের মূল্য y টাকা
∴ 2টি খাতার মূল্য 2x টাকা এবং 3টি কলমের মূল্য 3y টাকা
প্রশ্নমতে, $2x + 3y \le 70$

খ খাতার দাম ও কলমের দামের পার্থক্য = (2x – 3y) টাকা
প্রশ্নমতে, $2x - 3y \ge 10$
উপরের অসমতাটিকে $2x - 3y - 10 \ge 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন, $2x - 3y - 10 = 0$
বা, $y = \frac{2x - 10}{3}$
এখানে,

x	50	–10	–40
y	30	–10	–30

এখন ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে পাঁচ একক ধরে (50, 30), (–10, –10), (–40, –30) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো।
মূলবিন্দু (0, 0)-তে 2x – 3y – 10 রাশির মান –10 যা ঋণাত্মক।
সুতরাং $2x - 3y - 10 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - 3y - 10 > 0$
অতএব, লেখরেখার নিচের চিহ্নিত অংশ (সীমারেখাসহ) অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র যা নিম্নে দেখানো হলো।



গ 'ক' এ প্রাপ্ত অসমতা, $2x + 3y \le 70$ কে $2x + 3y - 70 \le 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন, $2x + 3y - 70 = 0$
বা, $3y = -2x + 70$
বা, $y = \frac{-2x + 70}{3}$
এখানে,

x	–40	–10	20
y	50	30	10

এখন ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (–40, 50), (–10, 30), (20, 10) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হল।
মূলবিন্দু (0, 0)-তে (2x + 3y – 70) রাশির মান –70 যা, ঋণাত্মক। সুতরাং $2x + 3y - 70 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x + 3y - 70 < 0$
অতএব রেখাটিসহ তার নিচের চিহ্নিত অংশ $2x + 3y - 70 \le 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।
অতএব, 'ক' ও 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়ের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখাসহ) যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র, যা ওপরে দেখানো হলো।

প্রশ্ন ▶ ৪ **রহমান সাহেব ও রেজা সাহেব কোরবানীর পশুর হাটে গেলেন। দুজন যথাক্রমে একটি গরু ও একটি ছাগল কিনলেন। তারা দুজন সম্মিলিতভাবে 60000 টাকার বেশি খরচ করলেন।**

ক. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে একটি অসমতা গঠন কর। ২
খ. রেজা সাহেব যদি একই দামের দুটি গরু কিনতেন তাহলে তাদের দুজনের খরচের পার্থক্য 90000 টাকার বেশি হয়। এক্ষেত্রে অসমতার প্রকাশ কিরূপ হবে? অসমতাটির সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪
গ. অসমতাদ্বয়ের লেখ ('খ' হতে প্রাপ্ত লেখচিত্রে বা পৃথক লেখচিত্রে) অঙ্কন করে তাদের যুগপৎ সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

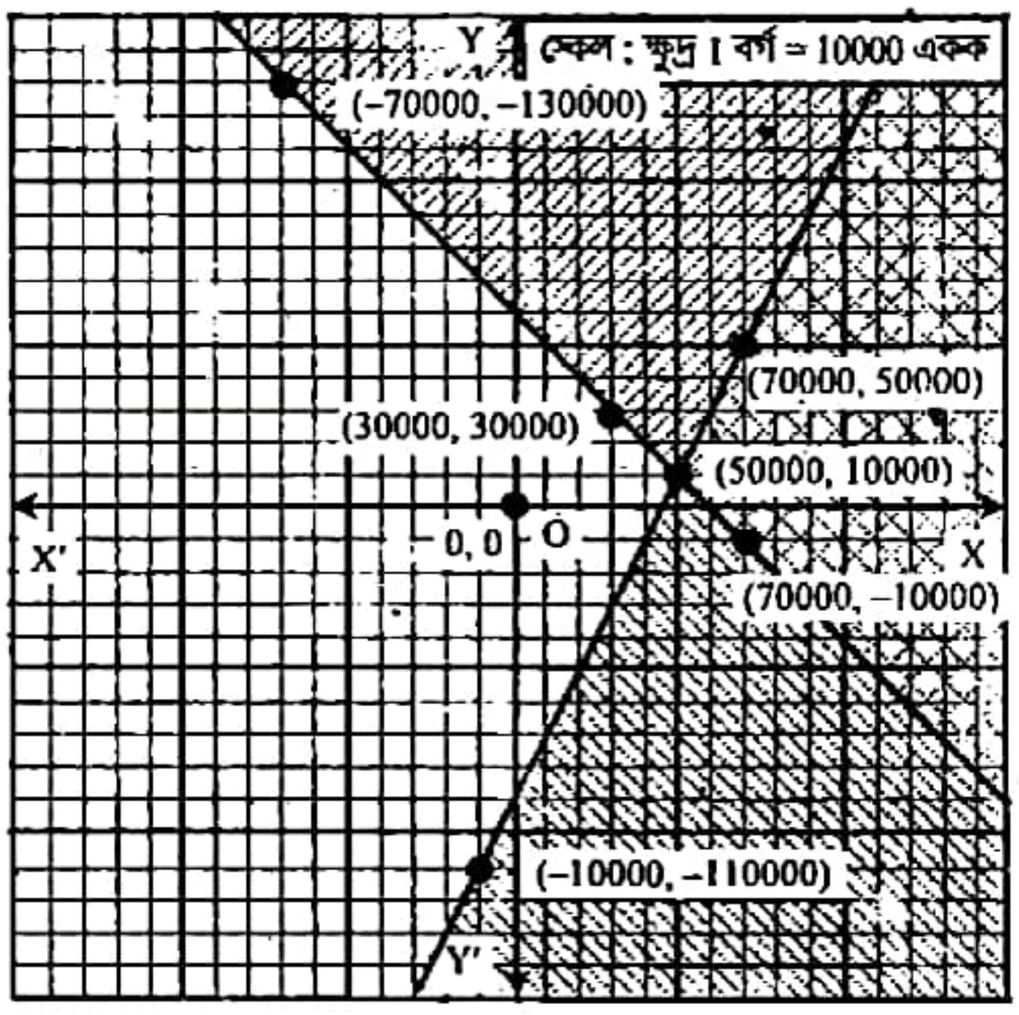
৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, একটি গরুর মূল্য x টাকা
এবং একটি ছাগলের মূল্য y টাকা
প্রশ্নমতে, $x + y > 60000$

খ দেওয়া আছে, একটি গরুর মূল্য x টাকা
∴ দুইটি গরুর মূল্য 2x টাকা
প্রশ্নমতে, $2x - y > 90000$
প্রাপ্ত অসমতাটিকে $2x - y - 90000 > 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন, $2x - y - 90000 = 0$
বা, $y = 2x - 90000$
এখানে,

x	50000	70000	–10000
y	৪0000	50000	– 110000

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 10000 একক ধরে (50000, 10000), (70000, 50000), (–10000, –110000) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্রটি অঙ্কন করা হলো।
মূলবিন্দু (0. 0)-তে (2x – y – 90000) রাশির মান –90000 যা, ঋণাত্মক। সুতরাং $2x - y - 90000 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য
$2x - y - 90000 > 0$.
অতএব, লেখরেখার নিচের চিহ্নিত অংশ $2x - y - 90000 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র যা নিম্নে দেখানো হলো।



www.bdniyog.com

গ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা, $x + y > 60000$ কে $x + y - 60000 > 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $x + y - 60000 = 0$ বা, $y = 60000 - x$

এখানে,

x	−70000	30000	70000
y	−130000	30000	−10000

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 10000 একক ধরে (−70000, −130000), (30000, 300000), (70000, −10000) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $(x + y - 60000)$ রাশির মান -60000 যা, ঋণাত্মক। সুতরাং $x + y - 60000 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 60000 > 0$.

অতএব, লেখচিত্রের উপরের চিহ্নিত অংশ $x + y - 60000 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

সুতরাং 'ক' ও 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়ের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখা ছাড়া) যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র। যা ওপরে দেখানো হলো।

প্রশ্ন ▶৫ এক আলু ব্যবসায়ী 15 টাকা দরে x কেজি এবং 20 টাকা দরে y কেজি আলু কেনার সিদ্ধান্ত নিলেন। এ কাজটি করার জন্য তিনি সর্বোচ্চ ক্রয়মূল্য নির্ধারণ করলেন 900 টাকা।

ক. সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. দুই প্রকারের আলুর পরিমাণ 2 : 3 অনুপাতে কিনলে তিনি সর্বোচ্চ কত কেজি আলু কিনেছিলেন? সমাধান সেট নির্ণয় করে দেখাও। ৪

গ. সমস্ত আলু যদি 18 টাকায় বিক্রয় করা হয় তবে দুই প্রকারের আলু কি পরিমাণে ক্রয় করলে কোন ক্ষতি হবে না। একটি ছক কাগজের সাহায্যে সমাধান করে দুই প্রকারের আলুর পরিমাণ নির্দেশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক x কেজির আলুর দাম = 15x টাকা

y কেজি আলুর দাম = 20y টাকা

শর্তমতে,

$15x + 20y \le 900$ ..... (1)

খ দুই প্রকারের আলুর পরিমাণ $\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

$3x = 2y$

$y = \frac{3x}{2}$

y এর মান (1) নং অসমতায় বসিয়ে পাই,

$15x + 20 \times \frac{3x}{2} \le 900$

বা, $15x + 30x \le 900$

বা, $45x \le 900$

বা, $x \le 20$

আবার, $x = \frac{2y}{3}$

x এর মান (1) নং অসমতায় বসিয়ে পাই,

$15 \times \frac{2y}{3} + 20y \le 900$

বা, $10y + 20y \le 900$

বা, $30y \le 900$

বা, $y \le 30$

আলু ব্যবসায়ীর সর্বোচ্চ 20 + 30 = 50 কেজি আলু কিনেছিল।

আলুর পরিমাণ ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ সমাধান সেট = $\{x : x \in \mathbf{R}, 0 \le x \le 50\}$

গ যদি সব আলু 18 টাকায় বিক্রয় করা হয় এবং কোন ক্ষতি না হয় তবে অসমতাটি হয়, $18(x + y) \ge 900$ ..... (2)

এখন অসমতা (1) ও (2) সমাধান করলে কোন প্রকার আলু কতটুকু কিনতে হবে তা পাওয়া যাবে।

প্রথমে $18(x + y) = 900$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = 50 - x$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	25	50
y	50	25	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 50), (25, 25) এবং (50, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্রে অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $18(x + y) - 900$ এর মান -900 যা ঋণাত্মক। সুতরাং লেখচিত্র রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $18(x + y) > 900$।

অতএব, $18(x + y) > 900$। অসমতার সমাধান সেট $18(x + y) = 900$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, $15x + 20y \le 900$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = \frac{180 - 3x}{4}$

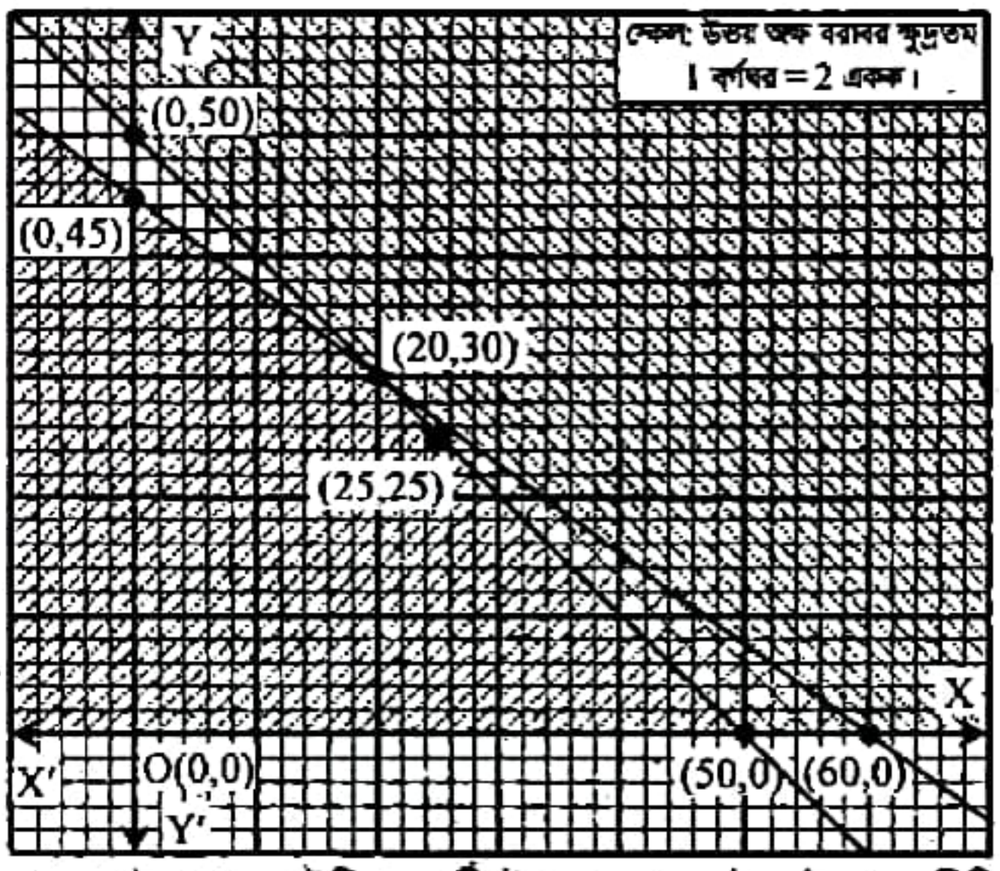
এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	20	60
y	45	30	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 2 একক ধরে (0, 45), (20, 30) এবং (60, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $15x + 20y \le 900$ অসমতাটি সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই সত্য।

অতএব, $15x + 20y < 900$ অসমতার সমাধান সেট $15x + 20y = 900$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



অতএব, এই রেখা দুইটির সংশ্লিষ্ট অংশসহ এই দুইভাবে চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ় ভাবে চিহ্নিত অংশই (সীমারেখাসহ) এই লেখচিত্র।

কিন্তু আলুর পরিমাণ কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই আলুর পরিমাণের সমাধান অংশে x-অক্ষের নিচের এবং y-অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে।

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৬ জুলফিকার সাহেব প্রতিদিন বাসে করে যাত্রাবাড়ি থেকে ফার্মগেট তাঁর নিজস্ব ফার্মেসীতে যান। শুক্র ও শনিবার সাপ্তাহিক ছুটি থাকায় রাস্তায় যানজট কম থাকে। ছুটির দিনে তাঁর ফার্মগেট পৌঁছাতে 50 মিনিট বা তার কম সময় লাগে। কিন্তু অন্যান্য দিন ফার্মগেট যেতে তার 100 মিনিট বা তার বেশি সময় লাগে।

ক. ছুটির দিনে ফার্মগেট পৌঁছানোর সময় x মিনিট এবং অন্যান্য দিনে পৌঁছানোর সময় y মিনিট হলে উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. ছুটির দিনে পৌঁছানোর সময় এবং অন্যান্য দিনে পৌঁছানোর সময়ের মধ্যে একটি সম্পর্ক নিরূপণ কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত সম্পর্কটির লেখচিত্র অংকন কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

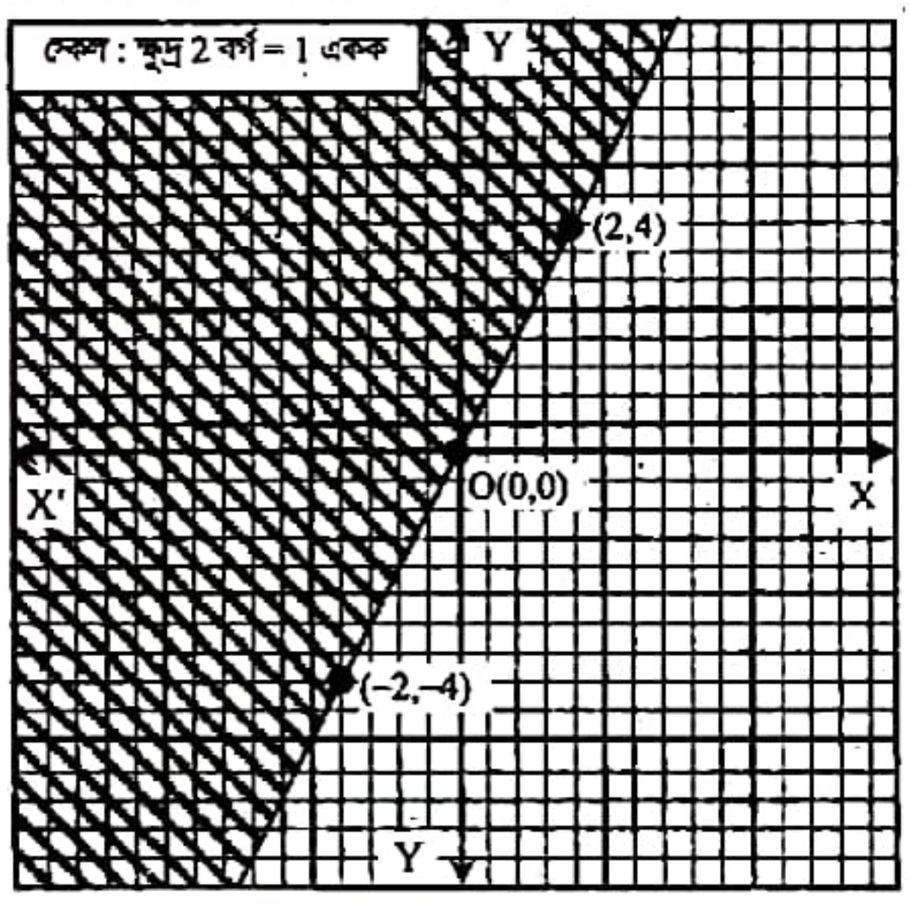
ক দেওয়া আছে, ছুটির দিনে ফার্মগেট পৌঁছানোর সময় = x মিনিট
এবং অন্যান্য দিনে ফার্মগেট পৌঁছানোর সময় = y মিনিট
প্রশ্নমতে, $x \le 50$ এবং $y \ge 100$

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়
$x \le 50$ ..... (i)
$y \ge 100$ ..... (ii)
(i) হতে পাই, $x \le 50$
বা, $2x \le 100$ ..... (iii) [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]
(ii) হতে পাই, $y \ge 100$
বা, $100 \le y$ ..... (iv)
(iii) ও (iv) কে তুলনা করে পাই, $2x \le 100 \le y$
অর্থাৎ, $2x \le y$ বা, $y \ge 2x$ ইহাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

গ $y \ge 2x$ অসমতাটিকে $y - 2x \ge 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন $y - 2x = 0$ অর্থাৎ $y = 2x$
সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি। সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	2	–2
y	0	4	–4

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম দুই বর্গ ঘরের দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 0), (2, 4), (–2, –4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো। এখন ছক কাগজে (5, 0) বিন্দু স্থাপন করি। (5, 0) বিন্দুতে $y - 2x = 0 - 10 = -10 < 0$
সুতরাং লেখচিত্র রেখার যেপাশে (5, 0) বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু রেখার উপরস্থ বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমন্বয়ে $y - 2x \ge 0$ এর লেখচিত্র হবে।



প্রশ্ন ▶৭ এক ছাত্র কলম, খাতা এবং পেন্সিল কেনার জন্য 100 টাকা নিয়ে দোকানে গেল। সে 5 টাকা দরে xটি কলম, 15 টাকা দরে (x + 4)টি খাতা এবং 10 টাকা দরে yটি পেন্সিল কিনতে চায়।

ক. সমস্যাটিকে একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে। ২

খ. দুই চলক বিশিষ্ট অসমতাটিকে ছক কাগজে স্থাপন করে সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

গ. দোকানে পেন্সিল না থাকায় সব টাকা দিয়ে কলম ও খাতা কিনলে সে সর্বোচ্চ কতটি খাতা কিনতে পারবে? অসমতা বিবেচনা করে খাতার সংখ্যার সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

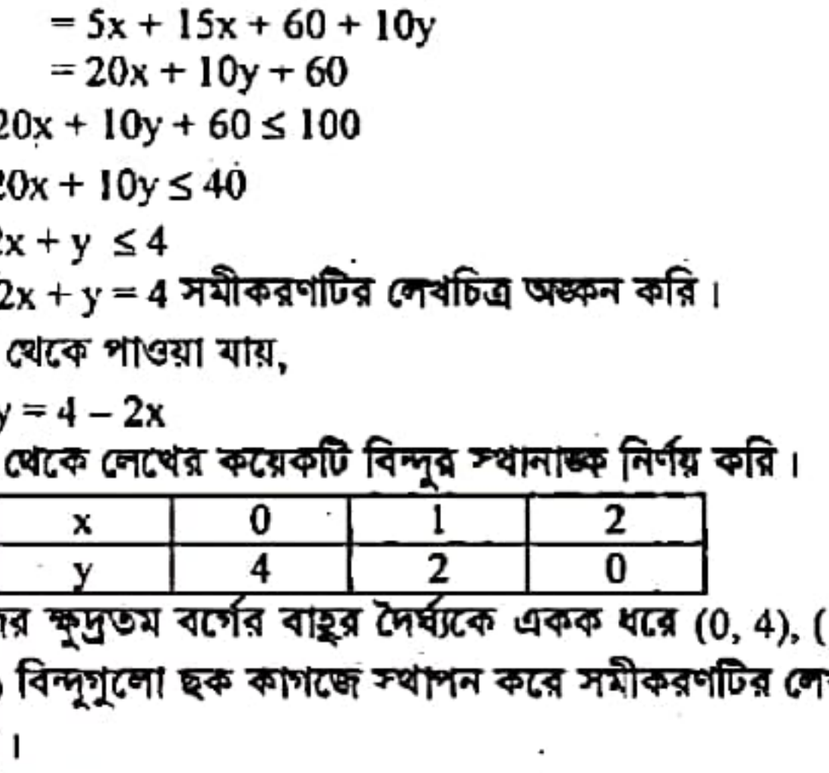
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ছাত্রটির কাছে 100 টাকা ছিল, সুতরাং সে সর্বোচ্চ 100 টাকা খরচ করতে পারবে।
কলম বাবদ খরচ = 5x টাকা
খাতা বাবদ খরচ = 15(x + 4) টাকা
পেন্সিল বাবদ খরচ = 10y টাকা
$\therefore$ মোট খরচ $= 5x + 15(x + 4) + 10y$
$= 5x + 15x + 60 + 10y$
$= 20x + 10y + 60$
শর্তমতে, $20x + 10y + 60 \le 100$
বা, $20x + 10y \le 40$
$\therefore 2x + y \le 4$

খ প্রথমে $2x + y = 4$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।
সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,
$y = 4 - 2x$
এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	1	2
y	4	2	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 4), (1, 2) এবং (2, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x + y - 4$ রাশির মান –4, যা ঋণাত্মক।
সুতরাং লেখচিত্র রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $2x + y < 4$।
অতএব, $2x + y \le 4$ অসমতার সমাধান সেট $2x + y = 4$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

www.bdniyog.com

গ দোকানে পেন্সিল না থাকায় সে কোন পেন্সিল কিনতে পারল না।

$\therefore y = 0$

সমীকরণটি হল, $2x \le 4$

$x \le 2$

সুতরাং সে সর্বোচ্চ 2টি কলম কিনতে পারবে।

সর্বোচ্চ খাতার সংখ্যা $= x + 4 = 2 + 4 = 6$

$\therefore$ সর্বোচ্চ 6টি খাতা কিনতে পারবে।

আবার, কলম বা খাতার সংখ্যা ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ হতে পারে না।

এবং $x = 0$ হলে খাতার সংখ্যা $= 4$

সমাধান সেট $= \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $4 \le x \le 6\}$

প্রশ্ন ▶ ৮ মনে কর, $f(a) = a - \frac{1}{a^2}$ এবং $g(b) = 2b - \frac{b^2}{4}$ এখানে, $a \neq 0$.

ক. দেখাও যে, $f(2) < g(3)$ ২

খ. 'ক' এ দেওয়া অসমতার বামপক্ষে y এবং ডানপক্ষে x যোগ করলে যদি অসমতার চিহ্নের কোন পরিবর্তন না হয় তবে অসমতাটি সরলীকরণ কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(a) = a - \frac{1}{a^2}$

$f(2) = 2 - \frac{1}{2^2}$

বা, $f(2) = 2 - \frac{1}{4}$ বা, $f(2) = \frac{7}{4}$ বা, $f(2) = 1\frac{3}{4}$

আবার, $g(b) = 2b - \frac{b^2}{4}$

$g(3) = (2 \times 3) - \frac{3^2}{4}$

বা, $g(3) = 6 - \frac{9}{4}$ বা, $g(3) = \frac{15}{4}$ বা, $g(3) = 3\frac{3}{4}$

সুতরাং, $f(2) < g(3)$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' এ দেওয়া অসমতাটি হলো, $f(2) < f(3)$

অসমতাটির বামপক্ষে y এবং ডান পক্ষে x,যোগ করে পাই,

$y + f(2) < x + g(3)$

বা, $y + 1\frac{3}{4} < x + 3\frac{3}{4}$

বা, $y + \frac{7}{4} < x + \frac{15}{4}$

বা, $y < x + \frac{15}{4} - \frac{7}{4}$ [উভয়পক্ষ থেকে $\frac{7}{4}$ বিয়োগ করে]

বা, $y < x + \frac{15-7}{4}$ বা, $y < x + \frac{8}{4}$ $\therefore y < x + 2$

গ 'খ' হতে পাই,

$y < x + 2$

বা, $y - x - 2 < 0$

প্রথমে $y = x + 2$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

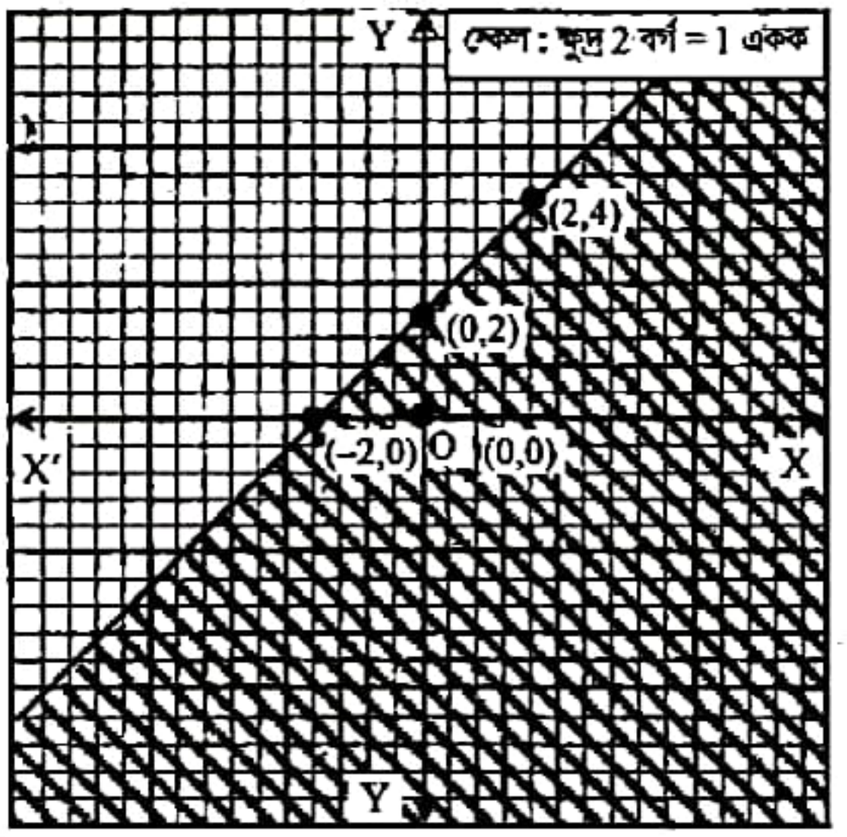
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	–2	0	2
y	0	2	4

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (–2, 0), (0, 2), (2, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = x + 2$ এর লেখচিত্র পাওয়া যায়।

এখন, মূলবিন্দুতে $y - x - 2$ রাশির মান $-2 < 0$

$\therefore$ লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু (লেখ-রেখার উপরস্থ বিন্দুগুলো ছাড়া) প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিচে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো (চিহ্নিত অংশ)।



প্রশ্ন ▶ ৯ একটি স্রোতস্বী নদীতে মোটর চালিত একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে সর্বোচ্চ 12 এবং 8 কি.মি./ ঘন্টা বেগে চলে। স্থির পানিতে নৌকাটির সর্বোচ্চ বেগ. 10 কি.মি./ ঘন্টা হলেও সাধারণত এটি কখনও এই বেগে চলে না।

ক. সমস্যাটিকে দুটি অসমতার সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. স্রোতের বেগ ও সাধারণত স্থির পানিতে নৌকার বেগ কত? একটি ছক কাগজে অসমতাগুলো একে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. নৌকাটি যদি তার সর্বোচ্চ গতিতে চলত তাহলে স্রোতের বেগ কত হতে পারে বলে তুমি মনে কর? সমাধান সেট নির্ণয় করে সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, নৌকার বেগ $= x$ কি.মি./ ঘন্টা

স্রোতের বেগ $= y$ কি.মি./ ঘন্টা

সুতরাং, স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ, $x + y \le 12$ ..... (1)

এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ, $x - y \le 8$ ..... (2)

খ (1) ও (2)নং অসমতা সমাধান করলেই নৌকা এবং স্রোতের বেগ পাওয়া যাবে।

প্রথমে $x + y = 12$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = 12 - x$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	6	12
y	12	6	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 12), (6, 6) এবং (12, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + y < 12$ সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $x + y < 12$

অতএব, $x + y \le 12$ অসমতার সমাধান সেট $x + y = 12$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সেই পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, $x - y \le 8$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,

$y = x - 8$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

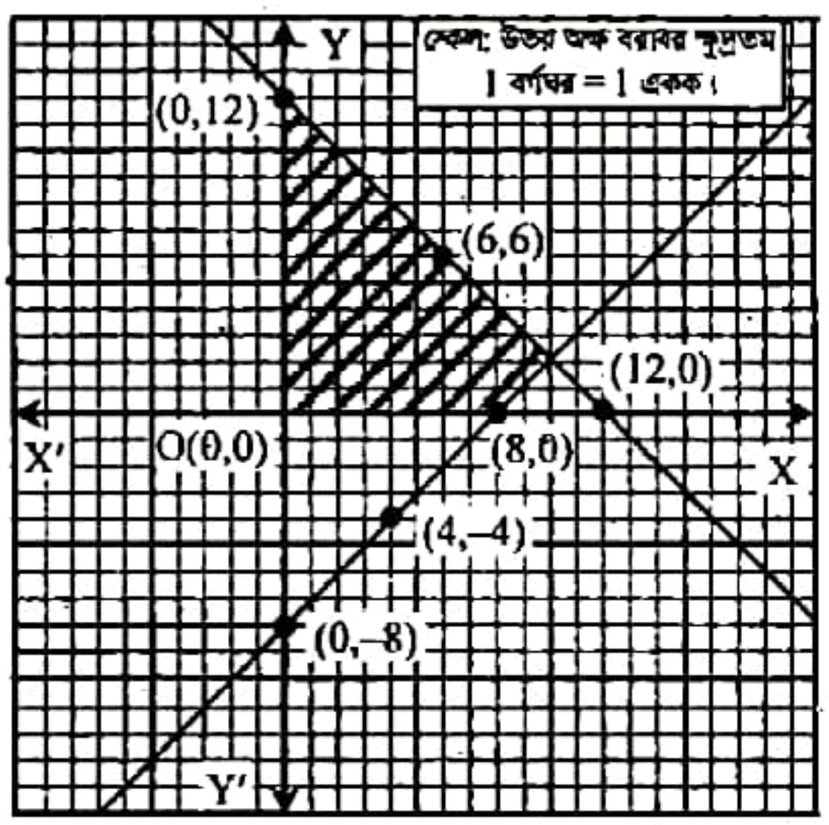
x	0	4	8
y	–8	–4	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 8), (4, –4) এবং (8, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

www.bdniyog.com

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - y \le 8$ অসমতাটি সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই সত্য।

অতএব, $x - y < 8$ অসমতার সমাধান সেট $x - y = 8$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



কিন্তু এখানে বেগ কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই বেগের মানের সমাধান অংশে x-অক্ষের নিচের এবং y-অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে।

গ (1) নং অসমতা থেকে পাই,

$x + y \le 12$

নৌকার সর্বোচ্চ বেগ 10 কি.মি./ঘন্টা

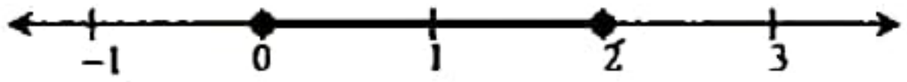
$\therefore 10 + y \le 12$

$\therefore y \le 2$

কিন্তু স্রোতের বেগের দিক ধনাত্মক ধরলে ইহা কখনও ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান সেট = $\{x : 0 \le x \le 2\}$

নিম্নে সমাধান সেটটিকে সংখ্যারেখায় দেখানো হল–



প্রশ্ন ▶ ১০ একটি নড়বড়ে সাঁকোকে হেলে পড়ে যাওয়া থেকে রোধ করার জন্য একটি লম্বা বাঁশ ব্যবহার করা হবে। বাঁশের দৈর্ঘ্য এমনভাবে নেওয়া হল যেন এর $\frac{1}{5}$ অংশ পানির উপরে, $\frac{1}{3}$ অংশ মাটির ভিতরে আর বাকি অংশ থাকবে পানিতে। যে অংশটুকু পানিতে থাকবে তার দৈর্ঘ্য 5 মিটার বা তার বেশি হতে হবে।

ক. সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. বাঁশের দৈর্ঘ্যের একটি সেট নির্ণয় করে সংখ্যা রেখায় দেখাও। সমীকরণ থেকে বাঁশের দৈর্ঘ্যের সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দশ পনের বছর পর বাঁশটি যদি ভারের কারণে মাটিতে আরও কিছুটা ঢুকে যায় তবে উদ্দীপকের সকল শর্ত ঠিক রেখে মাটির ভেতরের অংশ ও বাঁশের দৈর্ঘ্য সমাধান করে একটি ছক কাগজে একে দেখাও। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, বাঁশের দৈর্ঘ্য = x মি.

পানির উপরের অংশ = $\frac{x}{5}$ মি.

মাটির ভেতরের অংশ = $\frac{x}{3}$ মি.

বাকি অংশ = $\left(x - \frac{x}{5} - \frac{x}{3}\right)$ মি.

শর্তমতে, $x - \frac{x}{5} - \frac{x}{3} \ge 5$

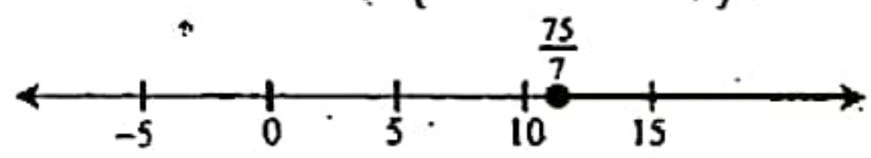
খ অসমতাটি সমাধান করে পাই,

$x - \frac{x}{5} - \frac{x}{3} \ge 5$

বা, $\frac{15x - 3x - 5x}{15} \ge 15$ বা, $\frac{7x}{15} \ge 5$

বা, $x \ge 5 \times \frac{15}{7}$ বা, $x \ge \frac{75}{7} \approx 10.7$

সুতরাং বাঁশের দৈর্ঘ্যের সেট = $\left\{x : x \in R, x \ge \frac{75}{7}\right\}$



বাঁশের সর্বনিম্ন দৈর্ঘ্য = $\frac{75}{7}$ মি.

খ মনে করি, দশ-পনের বছর পর বাঁশটির মাটির ভেতরের অংশ = y মিটার।

উদ্দীপকের সকল শর্ত ঠিক রেখে আমরা পাই, $\frac{x}{3} = y$

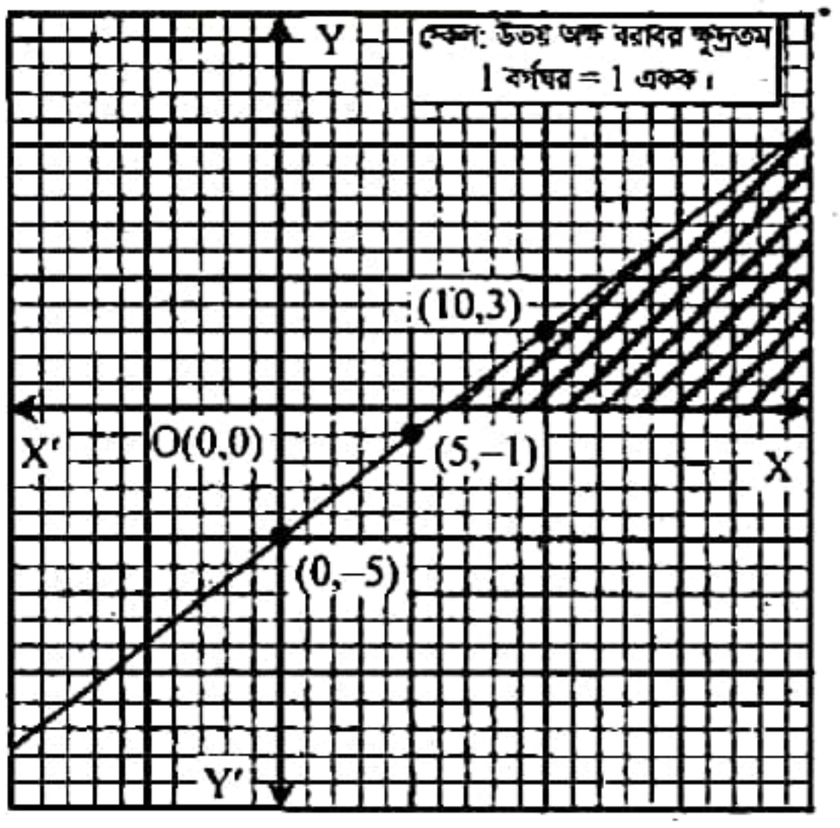
সুতরাং, $x - \frac{x}{5} - y \ge 5$ বা, $\frac{5x - x - 5y}{5} \ge 5$ বা, $4x - 5y \ge 25$

প্রথমে $4x - 5y = 25$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = \frac{4x - 25}{5}$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	5	10
y	–5	–1	3



ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, –5), (5, –1) এবং (10, 3) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + y < 12$ সিদ্ধ হয় না। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $4x - 5y > 25$

অতএব, $4x - 5y \ge 25$ অসমতার সমাধান সেট $x + y = 12$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

কিন্তু এখানে বাঁশের দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই সমাধান অংশে x-অক্ষের নিচের অংশ বাদ যাবে।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১ $3x - 3y > 5$ এবং $x + 3y \le 9$ একটি অসমতাযুগল।

ক. $3x - 3y - 5 = 0$ এবং $x + 3y - 9 = 0$ সমীকরণ জোটের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম অসমতার লেখচিত্র আঁক। ৪

গ. প্রদত্ত অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি সংখ্যার দ্বিগুণ ও তিনগুণের বিয়োগফল ও যোগফল যথাক্রমে 1 এর কম নয় ও 7 এর বেশি নয়।

ক. প্রদত্ত সমস্যাকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতা যুগলের সমতা বিন্দু নির্ণয় কর। ৪

গ. অসমতা যুগলের যুগপৎ লেখচিত্র অঙ্কন কর ও সমতা বিন্দু লেখচিত্রে চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: ক. $2x - 3y \ge 1, 2x + 3y \le 7$ **খ.** (2, 1)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১৩ একটি বোর্ডিং-এ প্রতি জন $4x$ কেজি চাল এবং $(x - 3)$ কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মোট 40 কেজির বেশি লাগে না।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতাটির সমাধান কর ও সমাধান সেট লিখ। ৪

গ. বর্ণনাসহ লেখ অঙ্কন করে সমাধান চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: ক. $4x + x - 3 \le 40$ **খ.** $x \le \frac{43}{5}$; $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \le \frac{43}{5}\}$

প্রশ্ন ▶ ১৪ $2x + y + 5 \le$ ..... (i)

$3x + 2y - 6 < 0$..... (ii)

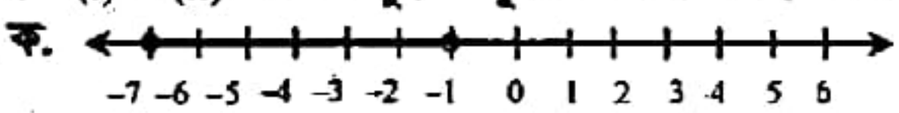
[সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. $2(x + 3) < 5$ এর সংখ্যারেখা দেখাও। ২

খ. (i) অসমতার সমীকরণ অক্ষদ্বয়কে ছেদ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) ও (ii) অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধান চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: ক.



খ. $\frac{25}{4}$ বর্গ একক

internet linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm06qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- অসমতাগুলো সমীকরণ আকারে লিখে লেখচিত্র আঁকতে হবে।
- এক ঘাত বিশিষ্ট (চলক যাই হোক না কেন) সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা।
- লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে অর্থাৎ x ও y এর পরিবর্তে ঐ বিন্দুর ভুজ ও কোটি বসালে এর মান শূন্য হয়।
- লেখচিত্রের বাইরে কোনো বিন্দুর জন্য সমীকরণের মান শূন্য অপেক্ষা বড় বা ছোট হয়।
- কোনো অসমতার লেখ মূলবিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হলে মূলবিন্দু পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুই অসমতার লেখ। আর মূলবিন্দু দ্বারা সিদ্ধ না হলে মূলবিন্দুর বিপরীত পাশের সকল বিন্দু অসমতার লেখ।
- সাধারণ নিয়মে লেখচিত্র অঙ্কনের পর অসমতা চিহ্ন অনুসারে ছায়াচিত্র চিহ্নিত করতে হবে।
- অসমতা চিহ্ন '$<$' অথবা '$>$' দ্বারা লেখচিত্রে চিহ্নিত বহিঃস্থ বিন্দুর সেট বোঝায় লেখের উপরস্থ বিন্দু অন্তর্ভুক্ত নয়।
- '$\ge$' অথবা '$\le$' দ্বারা লেখের উপরস্থ বিন্দু থেকে চিহ্নিত সকল বিন্দুর সেটকে বোঝায়।
- লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণের যুগপৎ সমাধানের জন্য
  (i) একই ছক কাগজে রেখা দুইটির লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।
  (ii) রেখা দুইটির চিহ্নিত অংশের ছেদাংশ বিন্দুই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধান।
- ছায়াচিত্র চিহ্নিত করার সময় অবশ্যই অসমতা চিহ্ন অনুসারে করতে হবে।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৪, ৫, ৭, ৯, ১০, ১১, ১২, ২০, ২১, ২২
★★	৬, ৮, ১৭, ১৮, ১৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৬, ১০
★★	৩, ৭, ৯