অধ্যায়-৭

অসীম ধারা

অনুশীলনী-৭

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. অনুক্রমের ধারণা ব্যাখ্যা
২. অসীম ধারা চিহ্নিত
৩. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি থাকার শর্ত ব্যাখ্যা
৪. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়
৫. আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাকে অনন্ত গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ এবং সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর।

প্রাচীন ভারতীয় গণিতবিদ ও জ্যোতির্বিদ ব্রহ্মগুপ্ত (*Brahmagupta*, 598-665) শূন্যকে (0) সংখ্যা হিসাবে প্রথম ব্যবহার করেন। তিনি n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের ও ঘনের যোগফল নির্ণয়ের সূত্র আবিষ্কার করেন।

১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
১৩১টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৬৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ২৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৪১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ৩টি শ্রেণির কাজ ■ ১৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৮টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. 1, 3, 5, 7, ধারাটির 12 তম পদ কোনটি?

ক. 12 খ. 13
গ. 23 ঘ. 25

ব্যাখ্যা: ১ম পদ $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 2$
$\therefore$ r তম পদ $= a + (r-1)d$
$\therefore$ 12 তম পদ $= 1 + (12-1) \times 2 = 23$

২. কোনো অনুক্রমের n তম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}$, এর ৩য় পদ কোনটি?

ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{6}$
গ. $\frac{1}{12}$ ঘ. $\frac{1}{20}$ **গ**

ব্যাখ্যা: n তম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}$
$\therefore$ ৩য় পদ $= \frac{1}{3(3+1)} = \frac{1}{12}$

৩. কোনো অনুক্রমের n তম পদ $= \frac{1-(-1)^n}{2}$ হলে 20 তম পদ কোনটি?

ক. 0 খ. 1
গ. −1 ঘ. 2 **ক**

ব্যাখ্যা: n তম পদ $= \frac{1-(-1)^n}{2}$
$\therefore$ 20 তম পদ $= \frac{1-(-1)^{20}}{2} = \frac{1-1}{2} = 0$

৪. কোনো অনুক্রমের n তম পদ $U_n = \frac{1}{n}$ এবং $U_n < 10^{-4}$ হলে n এর মান হবে—
i $n < 10^3$
ii $n < 10^4$
iii $n > 10^4$
নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii
[বি:দ্র: সঠিক উত্তর নেই।]

ব্যাখ্যা: $U_n = \frac{1}{n}$ এবং $U_n < 10^{-4} = \frac{1}{10^4}$
$\therefore \frac{1}{n} < \frac{1}{10^4}$
বা, $n > 10^4$

নিম্নের ধারাটি লক্ষ কর এবং (৫-৭) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:
$4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \ldots\ldots$

৫. ধারাটির 10 তম পদ কোনটি?

ক. $\frac{4}{3^{10}}$ খ. $\frac{4}{3^9}$
গ. $\frac{4}{3^{11}}$ ঘ. $\frac{4}{3^{12}}$ **খ**

ব্যাখ্যা: প্রথম পদ $a = 4$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{3}$
$\therefore$ n তম পদ $= a.r^{n-1}$
$\therefore$ 10 পদ $= 4.\left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} = \frac{4}{3^9}$

৬. ধারাটির প্রথম 5 পদের সমষ্টি কত?

ক. $\frac{160}{27}$ খ. $\frac{484}{81}$
গ. $\frac{12}{9}$ ঘ. $\frac{20}{9}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $S_5 = 4.\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^5}{1-\frac{1}{3}} \left[\because r = \frac{1}{3} < 1\right]$
$= 4.\frac{\frac{242}{243}}{\frac{2}{3}} = 4 \times \frac{242}{243} \times \frac{3}{2} = \frac{484}{81}$

৭. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

ক. 0 খ. 5
গ. 6 ঘ. 7 **গ**

ব্যাখ্যা: $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{4}{1-\frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{2}{3}} = 6$

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৮. প্রদত্ত অনুক্রমের 10 তম পদ, 15 তম পদ এবং r তম পদ নির্ণয় কর:

(ক) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

সমাধান: এখানে, 2, 4, 6, 8, 10, 12 .... অনুক্রমটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ $a = 2$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$

$\therefore$ r তম পদ $= a + (r-1)d$
$= 2 + (r-1)2$
$= 2 + 2r - 2$
$= 2r$

$\therefore$ 10 তম পদ $= 2 \times 10 = 20$

এবং 15 তম পদ $= 2 \times 15 = 30$

Ans. 20, 30 এবং 2r

(খ) $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, ...$

সমাধান: $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, ...$

অনুক্রমটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ r তম পদ $= a + (r-1)d$
$= \frac{1}{2} + (r-1)\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2} + \frac{r}{2} - \frac{1}{2}$
$= \frac{r}{2}$

$\therefore$ 10 তম পদ $= \frac{10}{2} = 5$ এবং 15 তম পদ $= \frac{15}{2}$

Ans. 5, $\frac{15}{2}$ এবং $\frac{r}{2}$

(গ) অনুক্রমটির nতম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$

সমাধান: এখানে, অনুক্রমটির n তম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}$, যেখানে, $n \in \mathbb{N}$

$n = r$ বসিয়ে পাই, r তম পদ $= \frac{1}{r(r+1)}$

$n = 10$ বসিয়ে পাই,

10 তম পদ $= \frac{1}{10(10+1)} = \frac{1}{10 \times 11} = \frac{1}{110}$

$n = 15$ বসিয়ে পাই,

15 তম পদ $= \frac{1}{15(15+1)} = \frac{1}{15 \times 16} = \frac{1}{240}$

Ans. $\frac{1}{110}, \frac{1}{240}$ এবং $\frac{1}{r(r+1)}$

(ঘ) 0, 1, 0, 1, 0, 1, ...

সমাধান: প্রদত্ত অনুক্রম 0, 1, 0, 1, 0, 1, ...

এখানে, ধারাটির জোড় তম পদ 1 এবং বিজোড় তম পদ 0

10 জোড় বিধায় 10 তম পদ = 1

15 বিজোড় বিধায় 15 তম পদ = 0

r জোড় হলে r তম পদ = 1

r বিজোড় হলে r তম পদ = 0

Ans. 1, 0 এবং 1 (r জোড় হলে) অথবা 0 (r বিজোড় হলে)

(ঙ) $5, \frac{5}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{27}, \frac{5}{81}, ...$

সমাধান: এখানে, প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

যার প্রথম পদ $a = 5$

সাধারণ অনুপাত $q = \frac{\frac{5}{3}}{5} = \frac{5}{3 \times 5} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ r তম পদ $= aq^{r-1}$
$= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{r-1}$
$= \frac{5}{3^{r-1}}$

$r = 10$ বসিয়ে পাই,

10 তম পদ $= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} = 5\left(\frac{1}{3}\right)^{9}$
$= 5.\frac{1}{3^9} = \frac{5}{3^9}$

$r = 15$ বসিয়ে পাই,

15 তম পদ $= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{15-1}$
$= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{14} = \frac{5}{3^{14}}$

Ans. $\frac{5}{3^9}$; $\frac{5}{3^{14}}$ এবং $\frac{5}{3^{n-1}}$

(চ) অনুক্রমটির nতম পদ $= \frac{1-(-1)^{3n}}{2}$

সমাধান: প্রদত্ত অনুক্রমটির n তম পদ হলো $\frac{1-(-1)^{3n}}{2}$

$n = r$ বসিয়ে পাই,

r তম পদ $= \frac{1-(-1)^{3r}}{2}$
$= \frac{1-1}{2}$ যখন r জোড় এবং $\frac{1+1}{2}$ যখন r বিজোড়
$= 0$ যখন r জোড় এবং 1 যখন r বিজোড়

$r = 10$ বসিয়ে পাই,

10 তম পদ $= 0$ [$\because$ 10 জোড় সংখ্যা]

$r = 15$ বসিয়ে পাই,

15 তম পদ $= 1$ [$\because$ 15 বিজোড় সংখ্যা]

Ans. 0, 1 এবং 0 (r জোড় হলে), 1 (r বিজোড় হলে)

৯. একটি অনুক্রমের nতম পদ $U_n = \frac{1}{n}$

(ক) $u_n < 10^{-5}$ হলে, n এর মান কিরূপ হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, অনুক্রমটির n তম পদ $U_n = \frac{1}{n}$

এখন $u_n < 10^{-5}$

$\therefore \frac{1}{n} < 10^{-5}$

বা, $\frac{1}{n} < \frac{1}{10^5}$

$\therefore n > 10^5$

Ans. $n > 10^5$

www.bdniyog.com

(খ) $u_n > 10^{-5}$ হলে, n এর মান কিরূপ হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, অনুক্রমটির n তম পদ $u_n = \frac{1}{n}$

এবং $u_n > 10^{-5}$

$\therefore \frac{1}{n} > 10^{-5}$

বা, $\frac{1}{n} > \frac{1}{10^5}$

$\therefore n < 10^5$

Ans. $n < 10^5$

(গ) u_n এর প্রান্তীয় মান (n যথেচ্ছ বড় হলে) সম্পর্কে কী বলা যায়?

সমাধান: দেওয়া আছে, একটি অনুক্রমের nতম পদ $u_n = \frac{1}{n}$

যখন n যথেচ্ছ বড় হবে অর্থাৎ $n \to \infty$ হবে তখন

$u_{n \to \infty} = \frac{1}{n \to \infty} = 0$

$\therefore u_n$ এর প্রান্তীয়মান 0 (শূন্য)

Ans. 0 (শূন্য)

১০. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতির সাহায্যে দেখাও যে, $r \neq 1$ হলে, গুণোত্তর ধারা $a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$ এর n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = a.\frac{1-r^n}{1-r}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত $= \frac{ar}{a} = r$

$\therefore$ ধারাটির nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার nতম আংশিক সমষ্টি

$s_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r \neq 1$,

অর্থাৎ, $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r \neq 1$ প্রমাণ করাই যথেষ্ট।

প্রথম ধাপ:

এখানে, $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ... ... (i)

$n = 1$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য।

কারণ তখন বামপক্ষ = a

এবং ডানপক্ষ $= \frac{a(1-r^1)}{1-r} = \frac{a(1-r)}{(1-r)} = a$

দ্বিতীয় ধাপ:

ধরি, $n = m$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য, অর্থাৎ

$a + ar + ar^2 + \ldots\ldots + ar^{m-1} = \frac{a(1-r^m)}{1-r}$ ... ... (ii)

এখন (i) বাক্যটি $n = m + 1$ এর জন্যও সত্য হবে যদি

$a + ar + ar^2 + \ldots\ldots + ar^{m+1-1} = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

বা, $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots + ar^m = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$ .... (iii) সত্য হয়।

এখন (ii) নং এর উভয় পক্ষে ar^m যোগ করে পাই,

$a + ar + ar^2 + \ldots\ldots + ar^{m-1} + ar^m = \frac{a(1-r^m)}{1-r} + ar^m$

$= \frac{a - ar^m + ar^m - ar^m.r}{1-r}$

$= \frac{a - ar^{m+1}}{1-r}$

$= \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

$\therefore$ (iii) বাক্যটি প্রমাণিত হলো অর্থাৎ $n = m + 1$ এর জন্য

(i) বাক্যটি সত্য।

$\therefore$ গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুযায়ী সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য

(i) বাক্যটি সত্য। **(দেখানো হলো)**

১১. প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় কর:

(ক) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2}$

এখানে $|r| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2} < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

Ans. 2

(খ) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + \ldots\ldots$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{5}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{2}{5^2} \div \frac{1}{5} = -\frac{2}{5^2} \times 5 = -\frac{2}{5}$

এখানে $|r| = |-\frac{2}{5}| = \frac{2}{5} < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{5}}{1-\left(-\frac{2}{5}\right)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{1}{7}$$

Ans. $\frac{1}{7}$

(গ) $8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \ldots\ldots$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = 8$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 2 \div 8 = \frac{1}{4}$

এখানে $|r| = |\frac{1}{4}| = \frac{1}{4} < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{8}{1-\frac{1}{4}} = \frac{8}{\frac{3}{4}} = \frac{32}{3}$

Ans. $\frac{32}{3}$

(ঘ) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \ldots\ldots$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{1} = 2$

এখানে $|r| = |2| = 2 > 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নেই।

Ans. সমষ্টি নেই।

www.bdniyog.com

(ঙ) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{8}+\left(-\frac{1}{16}\right)+$ .....

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a=\frac{1}{2}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r=-\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{4}\times 2=-\frac{1}{2}$

এখানে $|r|=|-\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}<1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\frac{a}{1-r}$

$=\frac{\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

Ans. $\frac{1}{3}$

১২. নিচের ধারাগুলোর প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। এগুলোর অসীমতক সমষ্টি আছে কি? না থাকলে ব্যাখ্যা দাও।

(ক) 7 + 77 + 777 + ...

সমাধান: 7 + 77 + 777 + ... + n তম পদ

= 7(1 + 11 + 111 + ... + n তম পদ)

$=\frac{7}{9}$(9 + 99 + 999 + ... + n তম পদ)

$=\frac{7}{9}\{(10-1)+(100-1)+(1000-1)+....+$ n তম পদ$\}$

$=\frac{7}{9}\{(10+10^2+10^3+.....+$ n তম পদ$)-(1+1+1+.....$ + n তম পদ$)\}$

$=\frac{7}{9}\{10\,(1+10+10^2+.....+$ n তম পদ$)-n\}$

$=\frac{7}{9}\left\{\left(10\cdot\frac{10^n-1}{10-1}\right)-n\right\}$

$=\frac{70}{81}(10^n-1)-\frac{7n}{9}$ (Ans.)

∵ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n=\frac{70}{81}(10^n-1)-\frac{7n}{9}$

ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

ব্যাখ্যা: 7 + 77 + 777 + ...

$=\frac{7}{9}\{10+10^2+10^3+.....)-(1+1+1+.....)\}$

এখন, $10+10^2+10^3+.....$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{10^2}{10}=10$

যেহেতু $|r|=|10|=10>1$ কাজেই ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

∴ প্রদত্ত ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই। (Ans.)

(খ) 5 + 55 + 555 + ...

সমাধান: 5 + 55 + 555 + ... + n তম পদ

= 5(1 + 11 + 111 + ... + n তম পদ)

$=\frac{5}{9}$(9 + 99 + 999 + ... + n তম পদ)

$=\frac{5}{9}\{(10-1)+(10^2-1)+(10^3-1)....+$ n তম পদ$)$

$=\frac{5}{9}\{(10+10^2+10^3+.....+$ n তম পদ$)-(1+1+1+.....$ + n তম পদ$)\}$

$=\frac{5}{9}\{10\,(1+10+10^2+.....+$ n তম পদ$)-n\}$

$=\frac{5}{9}\left(10\cdot\frac{10^n-1}{10-1}-n\right)$

$=\frac{50}{81}(10^n-1)-\frac{5n}{9}$ (Ans.)

অতএব, ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n=\frac{50}{81}(10^n-1)-\frac{5n}{9}$

ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

ব্যাখ্যা: 5 + 55 + 555 + ...

$=\frac{5}{9}\{(10+10^2+10^3+.....)-(1+1+1+.....)\}$

এখন, $10+10^2+10^3+.....$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{10^2}{10}=10$

যেহেতু, $|r|=|10|\ 10>1$ কাজেই ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

∴ প্রদত্ত ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই। (Ans.)

১৩. x-এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+$ ..... অসীম ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটি, $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+.....$

এখানে, প্রথম পদ, $a=\frac{1}{x+1}$

এবং সাধারণ অনুপাত,

$r=\frac{1}{(x+1)^2}\div\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x+1}$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r|<1$ হয়,

অর্থাৎ, $\left|\frac{1}{x+1}\right|<1$

বা, $\frac{1}{|x+1|}<1$

বা, $|x+1|>1$

এখন $|(x+1)|$ অঋণাত্মক হলে, $x+1>1$ বা, $x>0$

আবার $|(x+1)|$ ঋণাত্মক হলে, $-(x+1)>1$ বা, $x+1<-1$

বা, $x<-2$

∴ নির্ণেয় শর্ত হচ্ছে: $x\le -2$ অথবা $x>0$

∴ অসমীতক সমষ্টি, $S=\frac{a}{1-r}=\frac{\frac{1}{x+1}}{1-\frac{1}{x+1}}=\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x+1-1}{x+1}}$

$=\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x}{x+1}}=\frac{1}{x+1}\times\frac{x+1}{x}$

$=\frac{1}{x}$

Ans. শর্ত: $x<-2$ অথবা $x>0$; সমষ্টি $\frac{1}{x}$

www.bdniyog.com

১৪. প্রদত্ত পৌনঃপুনিক দশমিকগুলোকে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

(ক) $.\dot{2}\dot{7}$

সমাধান: $.\dot{2}\dot{7} = .27\,27\,27\,27\,27\,.....$

$= .27 + .0027 + .000027 + ...$

যা একটি অনন্ত গুনোত্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, $a = .27$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0027}{.27} = .01 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{.27}{1-.01}$

$= \frac{.27}{.99} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$

$\therefore .\dot{2}\dot{7} = \frac{3}{11}$

Ans. $\frac{3}{11}$

(খ) $2.\dot{3}0\dot{5}$

সমাধান: $2.\dot{3}0\dot{5} = 2.\ 305\ 305\ 305.....$

$= 2 + .305 + .000305 + .000000305 + ...$

এখানে, $.305 + .000305 + .000000305 + ...$

যা একটি অনন্ত গুনোত্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, $a = .305$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.000305}{.305} = .001 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{.305}{1-.001}$

$= \frac{.305}{.999}$

$= \frac{305}{999}$

$\therefore 2.\dot{3}0\dot{5} = 2 + \frac{305}{999} = \frac{2303}{999} = 2\frac{305}{999}$

Ans. $2\frac{305}{999}$

(গ) $.0\dot{1}2\dot{3}$

সমাধান: $0.0\dot{1}2\dot{3} = .0123123123\ ...\ ...$

$= .0123 + .0000123 + .0000000123 + ...$

যা একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারা

ধারাটির ১ম পদ, $a = .0123$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0000123}{.0123}$

$= \frac{123}{10000000} \times \frac{10000}{123}$

$= \frac{1}{1000} = .001 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{.0123}{1-.001} = \frac{.0123}{.999}$

$= \frac{123}{9990} = \frac{41}{3330}$

$\therefore .0\dot{1}2\dot{3} = \frac{41}{3330}$

Ans. $\frac{41}{3330}$

(ঘ) $3.0\dot{4}0\dot{3}$

সমাধান: $3.0\dot{4}0\dot{3} = 3.0403403403.....$

$= 3 + .0403 + .0000403 + .0000000403 + ...$

এখানে, $.0403 + .0000403 + .0000000403 + ...$

একটি অনন্ত গুনোত্তর ধারা। যার ১ম পদ, $a = .0403$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0000403}{.0403} = .001 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{.0403}{1-.001}$

$= \frac{.0403}{.999} = \frac{403}{9990}$

$\therefore 3.0\dot{4}0\dot{3} = 3 + \frac{403}{9990} = \frac{30373}{9990} = 3\frac{403}{9990}$

Ans. $3\frac{403}{9990}$

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি অনুক্রমের n তম পদ $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$

ক. ধারাটি নির্ণয় করে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর।

খ. ধারাটির 15 তম পদ এবং ১ম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং n এর মান যথেষ্ট ছোট হলে U_n এর প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কী বলা যায়?

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি অনুক্রমের nতম পদ $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$

$\therefore$ ধারাটি হলো, $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + ...$

$= \frac{1}{1(1+1)} + \frac{1}{2(2+1)} + \frac{1}{3(3+1)} + \frac{1}{4(4+1)} + ...$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + ...$

ধারার সাধারণ অনুপাত নেই কারণ এটি গুণোত্তর ধারা নয়।

খ ধারাটির 15 তম পদ $U_{15} = \frac{1}{15(15+1)} = \frac{1}{240}$

এখন, $U_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

সুতরাং, ১ম 10 পদের সমষ্টি

$S_{10} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_{10}$

$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + ... + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$

$= 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

$\therefore$ 15-তম পদ, $U_{15} = \frac{1}{240}$ **(Ans.)**

এবং ১ম 10-পদের সমষ্টি $= \frac{10}{11}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

গ ধারাটির n-পদের সমষ্টি,

$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots\ldots\ldots + u_n$

$= \left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots.+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$= \frac{1}{1}-\frac{1}{n+1} = 1-\frac{1}{n+1} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

$\therefore S_n = \frac{n}{n+1} = \frac{n}{n(1+\frac{1}{n})} = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$

$n \to \infty$ (অসীম) হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$S_\infty = \frac{1}{1+\frac{1}{\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1 \quad [\because \frac{1}{\infty} = 0]$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 1 **(Ans.)**

$U_n = \frac{1}{n(n+1)}$ এখানে দেখা যায় যে, n এর মান বৃদ্ধি পেলে U_n এর মান হ্রাস পায় এবং n এর মান হ্রাস পেলে U_n এর মান বৃদ্ধি পায়। n এর মান যথেষ্ট ছোট হলে U_n এর প্রান্তীয় মান পাওয়া যায় না অর্থাৎ অসীমের দিকে ধাবিত হয়।

প্রশ্ন ▶ ১৬ নিম্নের ধারাটি লক্ষ কর:

$\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+\ldots\ldots\ldots$

ক. $x = 1$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

খ. ক নং এ প্রাপ্ত ধারাটির 10তম পদ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত ধারাটি x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর।

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+\ldots\ldots\ldots$

$x = 1$ হলে, ধারাটি হলো–

$\frac{1}{2.1+1}+\frac{1}{(2.1+1)^2}+\frac{1}{(2.1+1)^3}+\ldots\ldots\ldots$

$= \frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\ldots\ldots$ **(Ans.)**

এক্ষেত্রে ধারাটির সাধারণ অনুপাত $r = \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ **(Ans.)**

খ 'ক' নং এ, প্রাপ্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{3}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{3}$

$\therefore$ ধারাটির 10তম পদ $= a.r^{10-1} = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{3}\right)^9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} = \frac{1}{3^{10}}$

আবার, ধারাটির ১ম 10 টি পদের সমষ্টি $S_{10} = a.\frac{1-r^n}{1-r}$

$= \frac{1}{3}.\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{10}}{1-\frac{1}{3}}$ $[\because |r| < 1]$

$= \frac{1}{3}.\frac{1-\frac{1}{3^{10}}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}.\frac{\frac{3^{10}-1}{3^{10}}}{\frac{2}{3}}$

$= \frac{1}{3}\times\frac{3^{10}-1}{3^{10}}\times\frac{3}{2} = \frac{3^{10}-1}{2.3^{10}}$

$\therefore$ ধারাটির 10 তম পদ $\frac{1}{3^{10}}$ ও ১ম 10টি পদের সমষ্টি $\frac{3^{10}-1}{2.3^{10}}$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(2x+1)^2}\div\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2x+1}$

প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি, $|r| < 1$

অর্থাৎ, $|\frac{1}{2x+1}| < 1$ বা, $-1 < \frac{1}{2x+1} < 1$ হয়।

এখন, $-1 < \frac{1}{2x+1}$

বা, $\frac{1}{-1} > 2x+1$ [বিপরীতকরণ করে]

বা, $-1-1 > 2x+1-1$ [উভয়পক্ষে (–1) যোগ করে]

বা, $-2 > 2x$

বা, $-1 > x$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x < -1$

আবার, $\frac{1}{2x+1} < 1$

বা, $2x+1 > 1$

বা, $2x > 1-1$ [উভয়পক্ষে (–1) যোগ করে]

বা, $2x > 0$

$\therefore x > 0$

$\therefore$ নির্ণেয় শর্ত: $x < -1$ অথবা $x > 0$. **(Ans.)**

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{\frac{1}{2x+1}}{1-\frac{1}{2x+1}} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{\frac{2x}{2x+1}}$

$= \frac{1}{2x+1}\times\frac{2x+1}{2x} = \frac{1}{2x}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অনুক্রম [দ্র. পৃষ্ঠা ১২৫]

- কতকগুলো রাশি যদি একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমানয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যেখানে পূর্বের পদ পরের পদের সাথে সম্পর্কিত, সেই সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলে।
- যে কোনো অনুক্রমের পদসংখ্যা অসীম।
- বর্গসংখ্যার সেট {1, 4, 9, 16 ... ...} একটি অনুক্রম যার সাধারণ পদ (n^2)।
- অনুক্রমের সাধারণ পদ দ্বারা অনুক্রম গঠিত হয়।

১. **নিচের কোনটি অনুক্রম?** (সহজ) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক $3+1-1-3-\ldots\ldots$

খ $3.1+(-1)(-3)+\ldots\ldots$

গ 1, 2, 3,.....

ঘ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots\ldots$

উত্তর: গ

www.bdniyog.com

২. $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}$, ... অনুক্রমটির r-তম পদ কত? (সহজ)

ক $\left\{\frac{2r-1}{r}\right\}$ খ $\left\{\frac{r}{2r-1}\right\}$ গ $\left\{\frac{1}{2r-1}\right\}$ ঘ $\left\{\frac{r}{r-1}\right\}$ খ

৩. নিচের কোন অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{1}{n^2+1}$? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+$ ..... খ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+$ .....

গ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}$, ... ঘ $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$, ... গ

৪. $\cos\left\{\frac{n\pi}{2}\right\}$ অনুক্রমটির প্রথম চারটি পদ নিচের কোনটিতে প্রকাশ পেয়েছে? (সহজ)

ক 0, – 1, 0, 1 খ 1, 0, – 1, 0

গ 0, 1, 0, – 1 ঘ 0, 1, – 1, 0 ক

৫. কোনো একটি অনুক্রমকে $f(n) = n^2$ আকারে লিখা হলে অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক n খ $(n+1)^2$ গ n^2 ঘ $(n+1)$ গ

৬. যেকোনো অনুক্রমের পদের সংখ্যা কতটি? (সহজ)

ক একটি খ দুইটি গ শূন্য ঘ অসীম ঘ

৭. 3, 1, – 1, – 3, ... , (5 – 2n), ... অনুক্রমের পঞ্চম পদটি কত? (সহজ)

ক – 1 খ – 3 গ – 5 ঘ – 7 গ

৮. $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}$, ... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{(-n)n+1}{(-1)^n}$ খ $\frac{(-1)^{n+1}n}{n+1}$

গ $\frac{-(-1)^n.n}{n+1}$ ঘ $\frac{(-1)^n.n}{n+1}$ খ

৯. $1+(-1)^n$ সাধারণ পদের অনুক্রমটি কী? (মধ্যম)

ক 1, 0, 1, 0, ... খ 2, 0, 2, 0,.....

গ 0, 2, 0, 2, ... ঘ 1, 2, 3, 4,..... গ

১০. 2, 0, 2, 0,.....অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক $1+(-1)^n$ খ $1-(-1)^n$

গ $-1-(-1)^n$ ঘ $(-1)^n-2(-1)^n$ খ

১১. কোনো অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{n^2}{n+1}$ হলে এর ৫ম পদটি কত? (মধ্যম)

ক $\frac{9}{10}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{16}{5}$ ঘ $\frac{25}{6}$ ঘ

ব্যাখ্যা: ৫ম পদ, $n = 5 \therefore Un = \frac{5^2}{5+1} = \frac{25}{6}$

১২. 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... অনুক্রমটির পদগুলোর যোগফল কীরূপ ধারা? (সহজ)

ক সমান্তর খ অনন্ত

গ গুণোত্তর ঘ আনুপাতিক ক

১৩. $\cos\frac{\pi}{2}, \cos\pi, \cos\frac{3\pi}{2}, \cos 2\pi$, ... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ খ $\cos\left(\frac{n\pi+1}{2}\right)$

গ $\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)$ ঘ $\cos\frac{(n+1)\pi}{2}$ ক

১৪. কোনো অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{1+(-1)^n}{2}$ হলে 15 তম পদ কোনটি? (সহজ) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক – 1 খ 0 গ 1 ঘ 2 খ

১৫. সাধারণ পদ $\frac{2n-1}{\pi}$ হলে এর অনুক্রম নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{1}{\pi}, \frac{2}{\pi}, \frac{3}{\pi}$..... খ $\frac{1}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \frac{5}{\pi}$.....

গ $\frac{2}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \frac{4}{\pi}$ ..... ঘ $\frac{2}{\pi}, \frac{4}{\pi}, \frac{6}{\pi}$..... খ

১৬. অনুক্রম $\frac{1}{\pi}, \frac{4}{\sqrt{\pi}}, \frac{9}{\sqrt[3]{\pi}}, \frac{16}{\sqrt[4]{\pi}}$, ... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (কঠিন)

ক $\frac{n}{\sqrt{n\pi}}$ খ $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt[n]{\pi}}$ গ $\frac{n^2}{\sqrt[n]{\pi}}$ ঘ $\frac{(n+1)^2}{n\sqrt{\pi}}$ গ

১৭. সাধারণ পদ (6 – 3n) হলে—

i. অনুক্রমটি হবে 3, 0, – 3, – 6, ... ।

ii. অনুক্রমের ব্যবধান 3।

iii. 6-তম পদ – 12।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

১৮. কোন অনুক্রমের n তম পদ $U_n = \frac{1}{n^2}$ এবং $U_n < 10^{-6}$ হলে—

i. $n < 10^3$

ii. $n > 10^4$

iii. $\frac{1}{n} < \frac{1}{10^4}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

১৯.
1 2 3 4 5.....
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1 4 9 16 25.....

উপরের সম্পর্কটি হলো স্বাভাবিক সংখ্যার সাথে তার বর্গের সংখ্যার অনুক্রম, তাই—

i. সম্পর্কটি একটি ফাংশন।

ii. $f(n) \bullet n^2$।

iii. অনুক্রমটির সাধারণ পদ n^2 এবং পদসংখ্যা অসীম।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

২০. 3, 5, 7, 9, ... অনুক্রমের —

i. প্রগমন সমান্তর।

ii. r তম পদ = 2r + 1।

iii. 15 তম পদ = 30।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা: 15 তম পদ = 2 × 15 + 1 = 31

২১. একটি অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{1-(-1)^n}{2}$ হলে —

i. অনুক্রমটি 1, 1, 1, 1,..... যখন n জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা।

ii. অনুক্রমের 10 তম পদ 0।

iii. অনুক্রমের 15 তম পদ 1।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

২২. একটি অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{1}{n}$ হলে —

i. $U_{100} = 10^{-2}$।

ii. n এর মান বাড়তে থাকলে U_n এর মান কমতে থাকবে।

iii. n এর মান যথেচ্ছ বড় হলে U_n এর মান প্রায় শূন্য।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

www.bdniyog.com

২৩. 2, 0, 2, 0, ... অনুক্রমটির —
i. n তম পদ $1+(-1)^n$।
ii. 15 তম পদ 2।
iii. 20 তম পদ 0।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{1}{12}, \frac{1}{17}$, ... একটি অনুক্রম।

২৪. অনুক্রমটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $3n-5$ খ $5n-3$ গ $\frac{1}{3n-5}$ ঘ $\frac{1}{5n-3}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: অনুক্রমটির সাধারণ পদ $= \frac{1}{2+(n-1)5} = \frac{1}{5n-3}$

২৫. অনুক্রমটির পঞ্চম ও ষষ্ঠ পদ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\frac{1}{19}, \frac{1}{24}$ খ $\frac{1}{21}, \frac{1}{26}$ গ $\frac{1}{22}, \frac{1}{27}$ ঘ $\frac{1}{20}, \frac{1}{25}$ **গ**

২৬. অনুক্রমটির প্রথম পদের সাথে কত গুণ করলে দ্বিতীয় পদ পাওয়া যায়? (সহজ)
ক $\frac{7}{2}$ খ $\frac{2}{7}$ গ $\frac{7}{12}$ ঘ $\frac{12}{17}$ **খ**

ব্যাখ্যা: ধরি, x গুণ করে প্রথম পদ থেকে দ্বিতীয় পদ পাওয়া যায়।
প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times x = \frac{1}{7}$ বা, $x = \frac{2}{7}$.

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
20, 17, 14, 11, ... একটি অনুক্রম।

২৭. সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)
ক $20-3n$ খ $20+3n$
গ $23-3n$ ঘ $23+3n$ **গ**

২৮. অনুক্রমটির সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)
ক –2 খ –3 গ –4 ঘ –5 **খ**

২৯. অষ্টম পদ = কত? (মধ্যম)
ক –1 খ 1 গ 2 ঘ 8 **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩০-৩২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি অনুক্রমের r তম পদ $= \frac{4}{3^{r-1}}$।

৩০. প্রদত্ত অনুক্রম কোনটি? (মধ্যম)
ক $\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}, \frac{4}{4}$,.....
খ $4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \frac{4}{27}, \frac{4}{81}$,.....
গ $\frac{4}{3}, \frac{4}{3^2}, \frac{4}{3^3}$, ...
ঘ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}$, ... **খ**

৩১. অনুক্রমের ষষ্ঠ পদ কোনটি? (সহজ)
ক $\frac{4}{27}$ খ $\frac{4}{81}$ গ $\frac{4}{243}$ ঘ $\frac{4}{729}$ **গ**

৩২. অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)
ক 4 খ $\frac{1}{3}$ গ 3 ঘ $\frac{1}{4}$ **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৩-৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।

৩৩. অনুক্রমটি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\cos\frac{\pi}{2}, \cos\pi, \cos\frac{3\pi}{2}, \cos 2\pi$ .....
খ $\cos\frac{2}{\pi}, \cos\pi, \cos\frac{2\pi}{3}$,.....
গ $\cos\pi, \cos 2\pi, \cos 3\pi$, ...
ঘ $\cos\frac{\pi}{2}, \cos\frac{\pi}{4}, \cos\frac{\pi}{8}$, ... **ক**

৩৪. অনুক্রমটির 22 তম পদ কত? (মধ্যম)
ক 0 খ 1 গ –1 ঘ –2 **গ**

৩৫. n এর মান বিজোড় হলে $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ এর মান কীরূপ হয়? (মধ্যম)
ক –1 খ 0 গ 1 ঘ 2 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৬-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
2, 6, 18, 54, ... একটি অনুক্রম।

৩৬. অনুক্রমটির 8-তম পদ কোনটি? (মধ্যম)
ক 27996 খ 1478 গ 4374 ঘ 13122 **গ**

৩৭. প্রথম 5টি পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)
ক 200 খ 242 গ 300 ঘ 1000 **খ**

ব্যাখ্যা: অনুক্রমটির সাধারণ পদ 2.3^{n-1}.
8 - তম পদ $= 2.3^7 = 4374$, 5- তম পদ $= 162$
∴ প্রথম 5টি পদের সমষ্টি $= (2+6+18+54+162) = 242$

ধারা | Text পৃষ্ঠা ১২৬
- অনুক্রমের পদগুলো পরপর (+) চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে ধারা হয়।
- ধারা দুই প্রকার। যথা: (i) সসীম ধারা (ii) অসীম ধরা
- যেকোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মধ্যকার সম্পর্কের উপর ধারাটির বৈশিষ্ট্য নির্ভর করে।

৩৮. নিচের কোনটি ধারা? (সহজ)
ক 1, 2, 3.....
খ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, ...
গ $\frac{1}{3^1}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}$, ...
ঘ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+$ ..... **ঘ**

৩৯. $\frac{5}{2}+\frac{7}{2}+\frac{9}{2}+$ ..... $+\frac{31}{2}$ ধারাকে কী ধারা বলে? (সহজ)
ক অসীম খ অনুক্রম গ সান্ত ঘ গুণোত্তর **গ**

৪০. $\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}+2+$ ..... $+10$ ধারাটির 14 তম পদ কোনটি? (মধ্যম)
ক 2 খ $\frac{7}{2}$ গ 5 ঘ 7 **ঘ**

ব্যাখ্যা: প্রতিটি পদ পূর্ববর্তী পদের চেয়ে $\frac{1}{2}$ বেশি, 14-তম পদ 7 হবে।

৪১. $1+2+3+$ ..... $+10$ ধারাটির সমষ্টি কত? (মধ্যম)
ক 50 খ 55 গ 60 ঘ 65 **খ**

ব্যাখ্যা: সমান্তর ধারার n তম পদের সমষ্টি
$= \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$= \frac{10}{2}\{2+(10-1)1\}$
$= 55$

৪২. $\frac{1}{3^n}$ একটি ধারার সাধারণ পদ হলে (যেখানে $n \in \mathbb{N}$) —
i. ধারাটি অসীম
ii. চতুর্থ পদ = 81
iii. ধারাটি হবে $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+$ .....
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{3^n}$ সাধারণ পদের ধারাটি হবে $\frac{1}{3^1}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+$ .....
$= \frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}+$ .....

www.bdniyog.com

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৩-৪৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$7 + 14 + x + \ldots\ldots + 84 + 91$ একটি সমান্তর ধারা।

৪৩. সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)
ক 3 খ 5 গ 6 ঘ 7 — **খ**

৪৪. x এর মান কত? (সহজ)
ক 14 খ 20 গ 21 ঘ 28 — **গ**

৪৫. ধারাটির কত তম পদ 91? (মধ্যম)
ক 10 খ 13 গ 15 ঘ 20 — **খ**

৪৬. ধারাটির সমষ্টি কত? (কঠিন)
ক 515 খ 630 গ 637 ঘ 701 — **গ**

ব্যাখ্যা: সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$ এবং n তম পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

★★★ অসীম ধারা | Text পৃষ্ঠা-১২৬

- বাস্তব সংখ্যার একটি অনুক্রম $u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots\ldots, u_n, \ldots\ldots\ldots$ হলে $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots\ldots\ldots + u_n + \ldots\ldots\ldots$ কে বাস্তব সংখ্যার অসীম ধারা বলে।
- সকল স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $(1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots)$ একটি অসীম ধারা।
- অসীম ধারা সমান্তর, অথবা গুণোত্তর হতে পারে।
- অসীম ধারাকে অনন্ত ধারাও বলা হয়।

৪৭. $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots$ ধারাটির n-তম পদ কত? (সহজ) [আই.ই.টি. গর্ডঃ হাই স্কুল, নারায়ণগঞ্জ]
ক U^n খ U_n গ S_n ঘ n — **খ**

৪৮. $U_5 + U_6 + U_7 + \ldots\ldots$ অসীম ধারাটির n তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক U_n খ U_{n+4} গ U_{n+5} ঘ S_n — **খ**

৪৯. কোনো একটি ধারার সাধারণ পদ 6n হলে ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের যোগফল কত? (সহজ)
ক 20 খ 60 গ 90 ঘ 112 — **গ**

৫০. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 3 এবং সাধারণ অন্তর 5 হলে ধারাটি কোনটি? (মধ্যম)
ক $3 + 7 + 11 + 15 + \ldots$ খ $3 + 8 + 13 + 18 + \ldots$
গ $3 + 5 + 7 + 9 + \ldots$ ঘ $3 + 9 + 27 + \ldots\ldots$ — **খ**

৫১. $3 + 9 + 15 + 21 + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)
ক 3 খ 6 গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{6}$ — **খ**

৫২. সমান্তর ধারার n তম পদের সূত্র কোনটি? (সহজ)
ক $a + (2n-1)d$ খ $a + (n-1)d$
গ $2a + (n-1)d$ ঘ $2a + (2n-1)d$ — **খ**

৫৩. $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots$ ধারাটির S_{100} = কত? (মধ্যম)
ক 505 খ 5000 গ 5050 ঘ 500500 — **গ**

৫৪. $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots + U_n + \ldots\ldots$ ধারাটির n তম পদ কোনটি? (সহজ)
ক U_n খ U_1 গ U_2 ঘ S_n — **ক**

৫৫. $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots + U_n + \ldots\ldots$ অনন্ত ধারাটির ২য় আংশিক সমষ্টি কোনটি? (সহজ)
ক U_1 খ $U_1 + U_2$
গ $U_1 + U_2 + U_3$ ঘ $U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_n$ — **খ**

৫৬. $3 + 9 + 15 + \ldots\ldots$ একটি ধারা —
i. যা সমান্তর।
ii. যার সাধারণ পদ $6n - 1$।
iii. যার পঞ্চমপদ 27।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **খ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ $= 6n - 3$

৫৭. $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots\ldots$ একটি ধারা —
i. যা সমান্তর।
ii. 10 তম পদ 20।
iii. যার প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 110।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ঘ**

৫৮. $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots$ ধারাটি —
i. সমান্তর।
ii. এর অসীমতক সমষ্টি নাই।
iii. n এর মান বাড়লে S_n এর মান কমতে থাকে।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ক**

★★★ অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি | Text পৃষ্ঠা-১২৮

- একটি অসীম গুণোত্তর ধারা $a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$ হলে ধারাটির n-তম পদ $= ar^{n-1}$ [যেখানে a = ১ম পদ, r = সাধারণ অনুপাত]
- ধারাটির nতম পদের সমষ্টি, $S_n = a.\frac{r^n - 1}{r - 1}$ যখন $r > 1$।
  অথবা, $S_n = a\frac{1 - r^n}{1 - r}$ যখন $r < 1$.
- যদি ধারাটির $-1 < r < 1$ হয়, তবে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে। সেক্ষেত্রে অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$ এবং ধারাটির r এর অন্য সকল মানের জন্য অসীম ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি থাকবে না।

৫৯. অসীম গুণোত্তর ধারার $|r| < 1$ হলে, S_∞ = কত? (মধ্যম) [সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]
ক $\frac{1 - r}{a}$ খ $\frac{2a}{1 - r}$ গ $a\frac{r^n - 1}{r - 1}$ ঘ $\frac{a}{1 - r}$ — **ঘ**

৬০. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots\ldots$ ধারাটির সমষ্টি কত? (কঠিন)
ক 0 খ 2 গ 4 ঘ সমষ্টি নেই — **খ**

ব্যাখ্যা: $a = 1, r = \frac{1}{2}$; সমষ্টি $= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

৬১. প্রথম পদ, a = 2 এবং সাধারণ অনুপাত $r = -\frac{1}{3}$ হলে গুণোত্তর ধারাটি কত? (মধ্যম)
ক $2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \ldots\ldots$ খ $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \ldots\ldots$
গ $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \ldots\ldots$ ঘ $2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - \ldots\ldots$ — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $S = a + ar + ar^2 + \ldots\ldots$
$= 2 + 2.\left(-\frac{1}{3}\right) + 2.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \ldots\ldots = 2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9}$

৬২. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত, r = কত? (সহজ)
ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $2\sqrt{2}$ — **ক**

৬৩. প্রথম পদ a = 2 এবং সাধারণ অনুপাত r = – 1 হলে গুণোত্তর ধারাটির ৫ম পদ কত? (কঠিন)
ক – 2 খ 2 গ 4 ঘ 16 — **খ**

ব্যাখ্যা: ৫ম পদ $ar^{n-1} = ar^4 = 2(-1)^4 = 2.1 = 2$

৬৪. $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)
ক $\frac{765}{128}$ খ $\frac{156}{128}$ গ $\frac{567}{255}$ ঘ $\frac{675}{256}$ — **ক**

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: $a = 3, r = \frac{3}{2} \div 3 = \frac{1}{2} < 1$ ।

সুতরাং প্রথম 8 পদের সমষ্টি $S_8 = a\left(\frac{1-r^8}{1-r}\right)$

$$= 3\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3.\left(1-\frac{1}{256}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{3\times 2\times 255}{256} = \frac{765}{128}$$

৬৫. গুণোত্তর ধারার n তম পদের সূত্র কোনটি? (সহজ)

ⓚ ar^n ⓛ ra^{n-1} ⓜ ar^{n-1} ⓝ $\frac{ar^n}{r}$ **গ**

৬৬. $8 + 12 + 18 + 27 + \ldots\ldots + \frac{729}{8}$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{2}{3}$ ⓛ $\frac{1}{3}$ ⓜ $\frac{3}{2}$ ⓝ $\frac{1}{2}$ **গ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত $= \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

৬৭. $1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \ldots\ldots$ ধারাটির তৃতীয় আংশিক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ $2+\sqrt{3}$ ⓛ $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ ⓜ $\frac{4+\sqrt{3}}{3}$ ⓝ $4+\sqrt{3}$ **গ**

ব্যাখ্যা: তৃতীয় আংশিক সমষ্টি $= 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} = \frac{4+\sqrt{3}}{3}$

৬৮. $2-2+2-2+\ldots\ldots$ অসীম ধারাটির ২য় আংশিক সমষ্টি কত? (সহজ)

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ 3 **ক**

৬৯. $2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - \frac{2}{27} + \ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কোনটি? (সহজ)

ⓚ 3 ⓛ $\frac{1}{3}$ ⓜ $-\frac{1}{3}$ ⓝ $\frac{1}{2}$ **গ**

৭০. $(-1)^{n+1}$ ধারাটির ৫ম আংশিক সমষ্টি কত ($n \in \mathbb{N}$)? (সহজ)

ⓚ -1 ⓛ 0 ⓜ 1 ⓝ 2 **গ**

ব্যাখ্যা: ৫ম আংশিক সমষ্টি $= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$

৭১. $a = 1, r = -\frac{2}{7}$ হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{7}{2}$ ⓛ $-\frac{9}{2}$ ⓜ $\frac{9}{2}$ ⓝ $\frac{7}{9}$ **গ**

ব্যাখ্যা: যেহেতু $r < 1$ $\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\left(\frac{-2}{7}\right)} = \frac{7}{9}$

৭২. ধারাটি $81 - 27 + 9 - 3 + 1 - \ldots\ldots$ হলে অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{241}{2}$ ⓛ $\frac{442}{2}$ ⓜ $\frac{243}{4}$ ⓝ $\frac{212}{5}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $r = -\frac{1}{3} < 1$

$$\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{81}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{243}{4}$$

৭৩. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টির আসন্ন মান কত? (মধ্যম) [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ⓚ 1.4142 ⓛ 2.50 ⓜ 3.414 ⓝ 4.25 **গ**

ব্যাখ্যা: $a = 1, r = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

$$\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 3.414$$

৭৪. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + \ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ $-\frac{5}{2}$ ⓛ $-\frac{2}{5}$ ⓜ $\frac{2}{5}$ ⓝ $\frac{5}{2}$. **খ**

৭৫. $1 + 2 + 4 + 8 + \ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ 10 ⓝ সমষ্টি নেই **ঘ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{1} = 2 > 1$ $\therefore r > 1$ হলে অসীমতক সমষ্টি নেই।

৭৬. কোনো একটি ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে কোন শর্তে? (সহজ) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ⓚ $r > 1$ ⓛ $r = 1$ ⓜ $-1 < r < 1$ ⓝ $r = 0$ **গ**

৭৭. অসীম গুণোত্তর ধারাভুক্ত প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে 20, 4, $\frac{4}{5}$ হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ 20 ⓛ 4 ⓜ $\frac{25}{4}$ ⓝ 25 **ঘ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত, $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$, ১ম পদ $= 20$

অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{20}{1-\frac{1}{5}} = 25$

৭৮. $7 + 77 + 777 + \ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ 1. ⓛ 10 ⓜ $\frac{1}{100}$ ⓝ সমষ্টি নাই। **ঘ**

ব্যাখ্যা: ধারাটির পরিবর্তিত রূপ ($10 + 10^2 + 10^3 + \ldots\ldots +$ nতম পর্যন্ত – n) যার সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{10^2}{10} = 10 > 1$

$\therefore$ এর কোনো অসীমতক সমষ্টি নাই।

৭৯. কোনো ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$ হলে ১ম 4টি পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)

ⓚ 6388 ⓛ 6838 ⓜ 8638 ⓝ 8863 **গ**

ব্যাখ্যা: $n = 4$ হলে,

$$\frac{70}{81}(10^4 - 1) - \frac{28}{9} = \frac{70\times 9999}{81} - \frac{28}{9}$$

$$= \frac{70\times 9999 - 252}{81} = 8638$$

৮০. $-1 < \frac{1}{x+1} < 1$ হলে x এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $x > -2$ অথবা $x > 0$ ⓛ $x < -2$ অথবা $x < 0$

ⓜ $x < -2$ অথবা $x > 0$ ⓝ $x > -2$ অথবা $x < 0$ **খ**

৮১. $S_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ হলে ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{n}$ ⓛ $\frac{n}{n+1}$ ⓜ $\frac{n+1}{n}$ ⓝ $\frac{1}{n+1}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots +$

$\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

www.bdniyog.com

৮২. $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \ldots\ldots$ ধারাটির —

i. সাধারণ অনুপাত 0.1

ii. 8-তম পদ 0.0000001

iii. অসীমতক সমষ্টি $\frac{10}{9}$

নিচের কোনটি সঠিক ?(কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: 8-তম পদ $= (0.1)^7 = 0.0000001$

সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-0.1} = \frac{1}{0.9} = \frac{10}{9}$

৮৩. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $a = 1$ ও সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{4}$ হলে—

i. ধারাটির প্রথম ও দ্বিতীয় পদের যোগফল $\frac{5}{4}$

ii. ধারাটি $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \ldots\ldots$

iii. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $\frac{4}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক ?(কঠিন)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: (i) প্রথম দুই পদের সমষ্টি $= 1 + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$

(ii) যে কোনো গুণোত্তর ধারা, $S = a + ar + ar^2 + \ldots\ldots$

$= 1 + 1.\frac{1}{4} + 1.\frac{1}{4^2} + \ldots\ldots = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots.$

(iii) ধারাটির সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{4-1} = \frac{4}{3}$

৮৪. $1 - 1 + 1 - 1 + \ldots\ldots\ldots$ অসীম ধারাটির —

i. ৩য় আংশিক সমষ্টি 1।

ii. $S_n = 1$ যখন n বিজোড়।

iii. $S_n = 0$ যখন n জোড়।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম) [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৮৫. $a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots + ar^{n-1} = a\frac{1-r^n}{1-r}$ গাণিতিক বাক্যটি—

i. $n = 1$ এর জন্যে সত্য।

ii. $n = m$ বসালে ডানপক্ষ $= a\frac{1-r^n}{1-r}$।

iii. $n = m + 1$ এর জন্যে সত্য।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৮৬. $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{(x+y)^2} + \frac{1}{(x+y)^3} + \ldots$ ধারাটি—

i. অসীম গুণোত্তর

ii. এর সাধারণ অনুপাত $x + y$

iii. এতে $x = 1, y = 2$ বসালে ধারাটি $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \ldots\ldots$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত $\frac{\frac{1}{(x+y)^2}}{\frac{1}{x+y}} = \frac{1}{x+y}$

৮৭. $a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$ ধারাটির

i. $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ যখন $r > 1$

ii. $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ যখন $r < 1$

iii. $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ যখন $r < 1$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৮৮. $8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \ldots\ldots$ ধারাটির —

i. সাধারণ অনুপাত 4।

ii. অসীমতক সমষ্টি আছে।

iii. ষষ্ঠ পদ $\frac{1}{128}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

৮৯. কোনো অসীম গুণোত্তর ধারার $r = \frac{1}{2x+1}$ হলে —

i. অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $-1 < r < 1$ হয়।

ii. $\frac{1}{2x+1} < 1$ হলে $x < -1$

iii. $\frac{1}{2x+1} < 1$ হলে $x > 0$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৯০. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \ldots\ldots$ ধারাটির—

i. সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{2}$

ii. পঞ্চম পদ $\frac{1}{2^5}$

iii. ৩য় আংশিক সমষ্টি $\frac{8}{7}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: ৩য় আংশিক সমষ্টি $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = \frac{7}{8}$

৯১. $5 + 55 + 555 + \ldots\ldots$ ধারাটি —

i. এর n তম পদের সমষ্টি $S = 5 + 55 + 555 + \ldots. + n$ পদ পর্যন্ত।

ii. একে $\frac{9S}{5} = 9 + 99 + 999 + \ldots\ldots$ লেখা যায়।

iii. এর কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৯২-৯৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

৯২. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

[সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক 4 খ 2 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{4}$ **গ**

www.bdniyog.com

৯৩. ধারাটির পঞ্চম পদ নিচের কোনটি? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ⓚ $\frac{1}{16}$ ⓛ $\frac{1}{24}$ ⓜ $\frac{1}{32}$ ⓝ $\frac{1}{48}$ **গ**

ব্যাখ্যা: পঞ্চম পদ $=8\left(\frac{1}{4}\right)^{5-1}=8.\frac{1}{4^4}=\frac{1}{2.4^2}=\frac{1}{32}$

৯৪. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (কঠিন)

ⓚ 6 ⓛ 8 ⓜ $\frac{33}{4}$ ⓝ $\frac{32}{3}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $a=8, r=\frac{1}{4}<1; \therefore$ সমষ্টি $=\frac{8}{1-\frac{1}{4}}=\frac{32}{3}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৫-৯৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি অসীম গুণোত্তর ধারার ১ম পদ 1 এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{2}{7}$.

৯৫. ধারাটির ২য় পদ কোনটি? (সহজ)

ⓚ $-\frac{7}{2}$ ⓛ $-\frac{2}{7}$ ⓜ $\frac{2}{7}$ ⓝ $\frac{1}{2}$ **খ**

৯৬. ধারাটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\left(-\frac{2}{7}\right)^{n-1}$ ⓛ $\left(-\frac{2}{7}\right)^{1-n}$ ⓜ $\left(-\frac{2}{7}\right)^{n+1}$ ⓝ $\left(-\frac{2}{7}\right)^{n}$ **ক**

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ $ar^{n-1}=1.\left(-\frac{2}{7}\right)^{n-1}=\left(-\frac{2}{7}\right)^{n-1}$

৯৭. ধারাটির দশম পদ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\left(-\frac{7}{2}\right)^9$ ⓛ $\left(-\frac{2}{7}\right)^9$ ⓜ 2^9 ⓝ 7^9 **খ**

৯৮. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{7}{2}$ ⓛ $\frac{2}{7}$ ⓜ $\frac{9}{7}$ ⓝ $\frac{7}{9}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $S_\infty=\frac{a}{1-r}=\frac{1}{1+\frac{2}{7}}=\frac{7}{9}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৯-১০১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$4-4+4-4+$ ..... $+4-4$ একটি গুণোত্তর ধারা।

৯৯. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ 1 ⓛ -1 ⓜ 4 ⓝ -4 **খ**

১০০. ধারাটির 2n সংখ্যক পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓜ 64 ⓝ 256 **ক**

১০১. ধারাটির (2n + 1) সংখ্যক পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓜ 4 ⓝ 64 **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১০২-১০৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$-2+4-8+16-$ ..... একটি অসীম ধারা।

১০২. ধারাটির n-তম পদ কত? (মধ্যম)

ⓚ 2^n ⓛ 2^{-n} ⓜ $(-2)^n$ ⓝ -2^n **গ**

ব্যাখ্যা: n-তম পদ $=ar^{n-1}=(-2)\left(\frac{4}{-2}\right)^{n-1}$

$=(-2)(-2)^{n-1}=(-2)^{n-1+1}=(-2)^n$

১০৩. ধারাটির ৪র্থ আংশিক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ -8 ⓛ 10 ⓜ 16 ⓝ -32 **খ**

ব্যাখ্যা: ৪র্থ আংশিক সমষ্টি $=-2+4-8+16=10$

১০৪. ধারাটির সমষ্টি কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{120}$ ⓛ -120 ⓜ $-\frac{2}{3}$ ⓝ সমষ্টি নেই **ঘ**

ব্যাখ্যা: $r=\frac{4}{-2}=-2<-1$;

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি নাই।

নিচের তথ্যের আলোকে (১০৫-১০৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+$ ..... একটি অসীম ধারা।

১০৫. ধারাটির সাধারণ অনুপাত, r = কত? (সহজ)

ⓚ $x+1$ ⓛ $(x+1)^2$ ⓜ $\frac{1}{(x+1)^2}$ ⓝ $\frac{1}{x+1}$ **ঘ**

১০৬. নিচের কোন শর্তে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? (মধ্যম)

ⓚ $|r|<-1$ ⓛ $|r|<1$

ⓜ $|r|>1$ ⓝ $|r|>-1$ **খ**

১০৭. x এর কোন মানের জন্য ধারাটির অসীমতক নির্ণয় করা যায়? (কঠিন)

ⓚ $x<-2$ অথবা $x<0$ ⓛ $x>-2$ অথবা $x>0$

ⓜ $x<-2$ অথবা $x>0$ ⓝ $x>-2$ অথবা $x<0$ **গ**

১০৮. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{x}$ ⓛ $\frac{1}{x^2}$ ⓜ x ⓝ x^2 **ক**

★★★ পৌণঃপুনিক দশমিকের সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর | Text পৃষ্ঠা-১৩০

- পৌণঃপুনিক দশমিক সংখ্যাকে প্রথমে অসীম গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করতে হবে।
- এরপর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বের করে সাধারণ ভগ্নাংশ প্রকাশ করতে হবে।

১০৯. $0.\dot{4}\dot{7}$ সংখ্যাটির গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ কত? (সহজ)

ⓚ 0.47 ⓛ 0.0047 ⓜ 0.01 ⓝ 0.001 **গ**

১১০. 1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + ... ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ 0.01 ⓛ 0.1 ⓜ 1 ⓝ 10 **খ**

১১১. 1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + ... ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{9}{10}$ ⓛ $\frac{1}{10}$ ⓜ $\frac{1}{5}$ ⓝ $\frac{10}{9}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $r=0.1<1 \therefore S_\infty=\frac{1}{1-0.1}=\frac{10}{9}$

১১২. $0.\dot{5}$ এর গুণোত্তর ধারা নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $0.5+0.05+0.005+$ ..... ⓛ $0.5+0.55+0.555+$ .....

ⓜ $0.5+0.5+0.5+$ ..... ⓝ $0.5+1.5+2.5+$ ..... **ক**

ব্যাখ্যা: $0.\dot{5}=0.5+0.05+0.005+$ ..... ধারার $r=\frac{0.05}{0.5}=0.1$

১১৩. 0.5 = 0.05 + 0.005 + ... ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{2}{3}$ ⓛ $\frac{3}{2}$ ⓜ $\frac{9}{5}$ ⓝ $\frac{5}{9}$ **গ**

ব্যাখ্যা: ধারাটির $a=0.5, r=0.1$

$\therefore$ অসীমতক সমষ্টি $=\frac{a}{1-r}=\frac{0.5}{1-0.1}=\frac{5}{9}$

১১৪. $0.\dot{1}\dot{2}=0.12+0.0012+P+$ ..... ধারাটি অসীম গুণোত্তর ধারা হলে P এর মান কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 0.01 ⓛ 0.12

ⓜ 0.000012 ⓝ 0.0012 **গ**

১১৫. 0.231 + 0.000231 + 0.000000231 + ... ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{210}{133}$ ⓛ $\frac{231}{999}$ ⓜ $\frac{410}{333}$ ⓝ $\frac{155}{230}$ **খ**

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: $a = 0.231, r = \frac{0.00023}{0.231} = 0.001$

$\therefore S_\infty = \frac{0.231}{.999} = \frac{231}{999}$

১১৬. $0.\dot{2}\dot{5}$ এর গুণোত্তর ধারা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $0.25 + 0.0052 + 0.000025 + ...$
খ $0.25 + 0.0025 + 0.000052 + ...$
গ $0.25 + 0.0025 + 0.000025 + ...$
ঘ $2.5 + 2.05 + 2.0025 + ...$

গ

১১৭. $1 + 0.123 + 0.000123 + ...$ ধারাটির মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$ খ $1.0\dot{2}\dot{3}$ গ $1.\dot{2}3\dot{1}$ ঘ $1.\dot{1}2\dot{3}$

ঘ

১১৮. $0.\dot{5}\dot{6}$ সংখ্যাটির গুণোত্তর ধারার অনুপাত কত? (মধ্যম)

ক 0.0001 খ 0.001
গ 0.01 ঘ 0.54

গ

ব্যাখ্যা: গুণোত্তর ধারাটি $= 0.56 + 0.0056 + 0.000056 + ...$

$\therefore$ অনুপাত $= \frac{0.0056}{0.56} = 0.01$

১১৯. $3 + (.0403 + .0000403 + .0000000403 + ...)$ যা —

i. $3.0\dot{4}0\dot{3}$ আকারে লেখা যায়।
ii. এর বন্ধনীভুক্ত ধারার সাধারণ অনুপাত 0.001।
iii. এর বন্ধনীভুক্ত ধারাটি অসীম গুণোত্তর।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ক

১২০. $27 + .0027 + .000027 + ...$ ধারাটির —

i. সাধারণ অনুপাত 0.1।
ii. $.2\dot{7}$ আকারে লেখা যায়।
iii. মূলদীয় ভগ্নাংশ $\frac{3}{11}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

গ

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত $= \frac{0.0027}{.27} = 0.01$

১২১. $0.\dot{1}\dot{3}$ কে অসীম গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করলে ধারাটির —

i. অনুপাত 0.1
ii. প্রথম 4টি পদের সমষ্টি 0.13131313
iii. অসীমতক সমষ্টি $\frac{13}{99}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

গ

ব্যাখ্যা: $a = 0.13, r = \frac{0.0013}{0.13} = 0.01 < 1.$

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{0.13}{1-0.01} = \frac{0.13}{0.99} = \frac{13}{99}$

নিচের তথ্যের আলোকে (১২২-১২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$0.30\dot{5}$ একটি পৌন:পুনিক সংখ্যা।

১২২. সংখ্যাটির অসীম ধারা নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $0.305 + 0.000350 + 0.000000350 + ...$
খ $0.305 + 0.000305 + 0.000000305 + ...$
গ $0.305 + 0.000503 + 0.000000503 + ...$
ঘ $0.035 + 0.00035 + 0.0000035 + ...$

খ

১২৩. সংখ্যাটির অসীম গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত, r = কত? (মধ্যম)

ক 0.1 খ 0.01 গ 0.001 ঘ 0.305

গ

ব্যাখ্যা: $r = \frac{0.000305}{0.305} = 0.001$

১২৪. সংখ্যাটির সাধারণ ভগ্নাংশ কত? (কঠিন)

ক $\frac{305}{999}$ খ $\frac{198}{99}$ গ $\frac{1998}{999}$ ঘ $\frac{999}{2033}$

ক

ব্যাখ্যা: $a = 0.305, r = 0.001,$

সুতরাং $0.30\dot{5} = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{0.305}{1-\frac{1}{1000}} = \frac{305}{999}$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $\left\{\frac{2n-1}{2n}\right\}$; $n = 1, 2, 3, ...$ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।

◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১২৬

ক. অনুক্রমটি নির্ণয় কর। ২
খ. অনুক্রমের 10-তম ও 20-তম পদ নির্ণয় কর এবং ক্রমান্বয়ে প্রথম চারটি আংশিক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. n-এর মান যথেষ্ট বড় হলে প্রাপ্তীয় মান সম্পর্কে কী বলা যায়? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $n = 1, 2, 3, 4, ...$ হলে

অনুক্রমটি হলো, $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, ...$ (Ans.)

খ 10-তম পদ $= \frac{2.10-1}{2.10} = \frac{19}{20}$ (Ans.)

20-তম পদ $= \frac{2.20-1}{2.20} = \frac{39}{40}$ (Ans.)

১ম আংশিক সমষ্টি $S_1 = \frac{1}{2}$ (Ans.)

২য় আংশিক সমষ্টি $S_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4}$ (Ans.)

৩য় আংশিক সমষ্টি $S_3 = \frac{5}{4} + \frac{5}{6} = \frac{15+10}{12} = \frac{25}{12}$ (Ans.)

৪র্থ আংশিক সমষ্টি $S_4 = \frac{25}{12} + \frac{7}{8} = \frac{50+21}{24} = \frac{71}{24}$ (Ans.)

গ এখানে অনুক্রমের n তম পদ U_n হলে, $U_n = \frac{2n-1}{2n}$

$= \frac{2n\left(1-\frac{1}{2n}\right)}{2n}$

$\therefore Un = 1 - \frac{1}{2n}$

দেখা যাচ্ছে যে, n এর মান যথেষ্ট বড় হলে U_n এর $\frac{1}{2n}$ অংশটির মান শূন্যের দিকে ধাবিত হয়।

$\therefore U_n$ এর মান 1 এর দিকে ধাবিত হয়।

অর্থাৎ অনুক্রমটির পদের মানগুলো 1 এর দিকে ধাবিত হয়।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶২ $\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right\}$ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১২৬

ক. অনুক্রমটি তৈরি কর। ২

খ. অনুক্রমটির 22 তম পদ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. n এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে অনুক্রমটির যোগফল শূন্য হবে? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক n = 1, 2, 3, ... এর জন্য অনুক্রমটি হলো

$\cos\frac{\pi}{2}, \cos\pi, \cos\frac{3\pi}{2}, \cos 2\pi$ ..... **(Ans.)**

খ অনুক্রমটির 22 তম পদ $= \cos\left(\frac{22\pi}{2}\right)$

$= \cos\left(22.\frac{\pi}{2}+0\right)$

$= -\cos 0°$

$= -1$ **(Ans.)**

এখন, অনুক্রমের ১ম দশটি পদ হলো:

0, – 1, 0, 1, 0, – 1, 0, 1, 0, – 1 .....

∴ ১ম দশটি পদের সমষ্টি = – 1 **(Ans.)**

গ n = 1, 2, 3, ... ইত্যাদির জন্য অনুক্রমটির মান পাই,

$\cos\left(\frac{1.\pi}{2}\right) = 0$

$\cos\left(\frac{2.\pi}{2}\right) = -1$

$\cos\left(\frac{3.\pi}{2}\right) = 0$

$\cos\left(\frac{4.\pi}{2}\right) = 1$

$\cos\left(\frac{5.\pi}{2}\right) = 0$

.....

.....

∴ অনুক্রমটি হবে:

0, –1, 0, 1, 0, –1, 0, 1, ...

লক্ষ করি: প্রথম 4টি পদের যোগফল = 0

প্রথম 8টি পদের যোগফল = 0

প্রথম 12টি পদের যোগফল = 0

সুতরাং n-এর মান 4 এর গুণিতক যেকোনো সংখ্যার জন্য অনুক্রমের যোগফল শূন্য হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩ একটি অসীম গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1 এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{2}{7}$।

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১২৬

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ নির্ণয় করে প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির ১ম পদ 1 এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{2}{7}$

∴ ধারাটির ২য় পদ $= 1 \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{2}{7}$

৩য় পদ $= -\frac{2}{7} \times \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{2^2}{7^2}$

৪র্থ পদ $= \frac{2^2}{7^2} \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{2^3}{7^3}$

∴ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা, $1 - \frac{2}{7} + \frac{2^2}{7^2} - \frac{2^3}{7^3} +$ ..... **(Ans.)**

খ ধারাটির দশম পদ $= ar^{10-1}$

$= 1.\times\left(-\frac{2}{7}\right)^9 = -\frac{2^9}{7^9}$

এখন ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = a\frac{(1-r^{10})}{1-r}; r < 1$

$= 1 \times \frac{1-\left(\frac{-2}{7}\right)^{10}}{1-\left(-\frac{2}{7}\right)} = \frac{1-\frac{2^{10}}{7^{10}}}{1+\frac{2}{7}}$

$= \frac{\frac{7^{10}-2^{10}}{7^{10}}}{\frac{7+2}{7}} = \frac{7^{10}-2^{10}}{7^{10}} \times \frac{7}{9}$

$= 0.7778$ (আসন্ন)

গ গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{1}{1-\left(\frac{-2}{7}\right)} = \frac{1}{1+\frac{2}{7}} = \frac{1}{\frac{7+2}{7}} = \frac{7}{9}$

অর্থাৎ, $S_\infty = \frac{7}{9}$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{7}{9}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৪ একটি টেনিস বলকে ৪ ফিট উচ্চতা থেকে ফেলে দেওয়া হলো। বলটি মাটিতে বাউন্স করার পর প্রতিবার তার পূর্বের উচ্চতার অর্ধেক উচ্চতা উঠতে পারে।

ক. চতুর্থ বাউন্সের পর বলটি কত উচ্চতায় উঠেছিল? ২

খ. প্রতিটি বাউন্সের পর বলটির উচ্চতাগুলো দিয়ে একটি ধারা তৈরি করে দেখাও যে, এটি একটি গুণোত্তর ধারা। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. থেমে যাওয়ার পূর্বে বলটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{8}{2} = 4$ ফিট

২য় বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{4}{2} = 2$ ফিট

৩য় বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{2}{2} = 1$ ফিট

৪র্থ বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{1}{2}$ ফিট **(Ans.)**

খ প্রতিটি বাউন্সের পর বলটির উচ্চতাগুলো দিয়ে যে ধারা তৈরি করা যায় সেটি হলো–

$4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} +$ .....

এখানে ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$

www.bdniyog.com

সুতরাং ধারাটির পরপর যে কোনো দুই পদের অনুপাত একই। এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ $a = 4$

অসমীতক সমষ্টি, $S = \frac{a}{1-r} = \frac{4}{1-\frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$ **(Ans.)**

গ বলটি ছেড়ে দেওয়ার পর থেকে মাটিতে প্রথমবার বাউন্স করে সর্বোচ্চ উচ্চতায় ওঠে = 8 + 4 = 12 ফিট

অনুরূপভাবে, দ্বিতীয় বাউন্সে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 4 + 2 = 6 ফিট

অনুরূপভাবে, তৃতীয় বাউন্সে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 2 + 1 = 3 ফিট

সুতরাং বলটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব: $12 + 6 + 3 + ...$

প্রথম পদ, $a = 12$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{12}{1-\frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{2}} = 24$ ফিট

∴ থেমে যাওয়ার পূর্বে বলটি 24 ফিট দূরত্ব অতিক্রম করেছিল **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **একজন ম্যারাথন রেসার একদিন খেয়াল করলেন যে, তিনি দৌড় শুরু করার প্রথম মিনিটে যত মিটার দৌড়ান দ্বিতীয় মিনিটে তার $\frac{9}{10}$ অংশ দৌড়াতে পারেন। প্রতি মিনিটে ঐ দৌড়বিদের ক্ষমতা এভাবে কমতে থাকে। তিনি একদা দৌড় শুরু করার পর দেখলেন যে, তিনি প্রথম মিনিটে 500 মিটার দৌড়েছেন।**

ক. প্রতি মিনিটে দৌড়বিদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধারার সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. ঐ দিন তিনি এক ঘণ্টা দৌড়ালে মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করেছিলেন? ৪

গ. কত মিটার দৌড়ানোর পর তিনি ক্লান্ত হয়ে থেমে গিয়েছিলেন বলে তুমি মনে কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ = 500. [১ম মিনিটে দৌড় 500 মিটার]

ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= 500 \times \frac{9}{10} = 450$ [২য় মিনিটে দৌড়]

ধারাটির তৃতীয় পদ $= 450 \times \frac{9}{10} = 405$ [৩য় মিনিটে দৌড়]

সুতরাং ধারাটি, $500 + 450 + 405 + ...$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, এক ঘণ্টা = 60 মিনিট

সুতরাং প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম 60 পদের যোগফল হবে এক ঘন্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব।

ধারাটি একটি গুনোত্তর ধারা। যার প্রথম পদ, $a = 500$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{9}{10}$

যেহেতু $r < 1$

∴ ধারাটির প্রথম 60 পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1-r^2)}{1-r} = \frac{500\left\{1-\left(\frac{9}{10}\right)^{60}\right\}}{1-\frac{9}{10}}$$

$$= \frac{500\{1-(0.9)^{60}\}}{\frac{1}{10}} = \frac{499.101}{0.1} = 4991.014$$

∴ এক ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব = 4991 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ প্রতি মিনিটে দৌড় বিদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধীরে ধীরে কমতে কমতে এক সময় শূন্যের কাছাকাছি চলে আসবে। তখন তিনি ক্লান্ত হয়ে থেমে যাবেন। সুতরাং সম্পূর্ণ ধারাটির যোগফল হবে দৌড়বিদের মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব অর্থাৎ ধারাটির অসীম সমষ্টি।

ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S = \frac{a}{1-r} = \frac{500}{1-\frac{9}{10}} = \frac{500}{\frac{1}{10}}$

$= 500 \times 10 = 5000$

সুতরাং মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = 5,000 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ **নিচের ধারাটি একটি অসীম গুণোত্তর ধারা–**

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + ...$$

ক. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. একই অসীমতক সমষ্টি বিশিষ্ট এরূপ একটি গুণোত্তর ধারা নির্ণয় কর যার দ্বিতীয় পদ প্রদত্ত ধারার দ্বিতীয় পদের সমান। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, দুটি ভিন্ন গুণোত্তর ধারার দ্বিতীয় পদ ও অসীমতক সমষ্টি সমান হলে তাদের সাধারণ অনুপাতের যোগফল 1 হবে। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{4}$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{3}$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{4}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, নির্ণেয় ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

সুতরাং দ্বিতীয় পদ = ar

অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r}$

শর্তমতে, $ar = \frac{1}{6}$ ..... (i)

এবং $\frac{a}{1-r} = \frac{3}{4}$ ..... (ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $a = \frac{3}{4}(1-r)$

a এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$\frac{3}{4}(1-r)r = \frac{1}{6}$

বা, $9(r - r^2) = 2$

বা, $9r - 9r^2 = 2$

বা, $9r^2 - 9r + 2 = 0$

বা, $9r^2 - 6r - 3r + 2 = 0$

বা, $3r(3r-2) - 1(3r-2) = 0$

বা, $(3r-2)(3r-1) = 0$

∴ $r = \frac{2}{3}$ অথবা $r = \frac{1}{3}$

সুতরাং নির্ণেয় ধারাটির সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{3}$

এবং প্রথম পদ, $a = \frac{3}{4}\left(1-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

∴ ধারাটি, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + ...$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

গ মনে করি, দুইটি ভিন্ন ভিন্ন ধারার প্রথম পদ যথাক্রমে a_1 এবং a_2 সাধারণ অনুপাত r_1 এবং r_2.

∴ ধারাদ্বয়ের দ্বিতীয় পদ, a_1r_1 এবং a_2r_2

ধারা দুটির অসীমতক সমষ্টি $\frac{a_1}{1-r_1}$ এবং $\frac{a_2}{1-r_2}$

শর্তমতে, $a_1r_1 = a_2r_2$ ..... (i)

এবং $\frac{a_1}{1-r_1} = \frac{a_2}{1-r_2}$ ..... (ii)

(i) সমীকরণ হতে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2}{r_1}$

(ii) নং সমীকরণ হতে,

বা, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1-r_1}{1-r_2}$

বা, $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1-r_1}{1-r_2}$ $\left[\because \frac{a_1}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}\right]$

বা, $r_1 - r_1^2 = r_2 - r_2^2$

বা, $r_1 - r_2 = r_1^2 - r_2^2$

বা, $r_1 - r_2 = (r_1 + r_2)(r_1 - r_2)$

বা, $(r_1 - r_2) - (r_1 + r_2)(r_1 - r_2) = 0$

বা, $(r_1 - r_2)(1 - r_1 - r_2) = 0$

$r_1 - r_2 = 0$ অথবা $1 - r_1 - r_2 = 0$

$r_1 - r_2 = 0$ হলে

$r_1 = r_2$ সুতরাং ধারা দুটি একই ধারা হবে।

অথবা, $1 - r_1 - r_2 = 0$ হলে, $r_1 + r_2 = 1$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$ **একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।**

ক. প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং n তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতির সাহায্যে দেখাও যে, $r \neq 1$ হলে, ধারাটির n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = a\frac{1-r^n}{1-r}$ ৪

গ. $|r| < 1$ হলে, অসীম ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

একটি গুণোত্তর ধারা, যার ১ম পদ = a

∴ সাধারণ অনুপাত $= \frac{ar}{a} = r$

∴ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= \frac{ar}{a} = r$

∴ ধারাটির nতম পদ $= ar^{n-1}$

∴ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার nতম আংশিক সমষ্টি

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

অর্থাৎ, $a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

প্রথম ধাপ:

এখানে, $a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ..... (i)

$n = 1$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য,

কারণ তখন বামপক্ষ = a

এবং ডানপক্ষ $= \frac{a(1-r^1)}{1-r} = \frac{a(1-r)}{(1-r)} = a$

দ্বিতীয় ধাপ:

ধরি, $n = m$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য, অর্থাৎ

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m-1} = \frac{a(1-r^m)}{1-r}$ ..... (ii)

এখন (i) বাক্যটি $n = m + 1$ এর জন্যও সত্য হবে যদি

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m+1-1} = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

বা, $a + ar + ar^2 + ... + ar^m = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$ .... (iii) সত্য হয়।

এখন (ii) নং এর উভয় পক্ষে ar^m যোগ করে পাই,

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m-1} + ar^m = \frac{a(1-r^m)}{1-r} + ar^m$

$= \frac{a - ar^m + ar^m - ar^m.r}{1-r}$

$= \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

∴ (iii) বাক্যটি প্রমাণিত হলো অর্থাৎ $n = m + 1$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য।

∴ গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুযায়ী সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য। **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$|r| < 1$ হলে, অর্থাৎ $-1 < r < 1$ হলে, n এর মান বৃদ্ধি করলে $(n \to \infty$ হলে$)$ $|r^n|$ এর মান 0-এর কাছাকাছি হয়। অর্থাৎ r^n এর প্রান্তীয় মান 0 হয়। ফলে S_n এর প্রান্তীয় মান,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r} = \frac{a}{1-r}$

∴ অসীম ধারাটির সমষ্টি $S_n = \frac{a}{1-r}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{16}\right) + ...$ **একটি অসীম ধারা।**

ক. প্রদত্ত ধারাটির ৩য় আংশিক সমষ্টি এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি ও অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ $\frac{1}{x+1}$ ধরে অসীম ধারাটি নির্ণয় কর। x -এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির ৩য় আংশিক সমষ্টি $= \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$= \frac{4-2+1}{8} = \frac{3}{8}$ **(Ans.)**

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{-1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = -\frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারাটি, $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{16}\right) + ...$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + ...$

www.bdniyog.com

প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ $a = \frac{1}{2}$

'ক' থেকে পাই, ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{1}{2}$

∴ ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি $= a.\frac{1-r^{10}}{1-r}; r < 1$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{10}}{1-\left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\frac{1}{2^{10}}}{\frac{2+1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2^{10}-1}{2^{10}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{10}-1}{2^{10}}$$

$= 0.333$ (আসন্ন) (Ans.)

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$ (Ans.)

গ প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+x}$

তখন ধারাটি হবে,

$\frac{1}{1+x} - \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+x)^3} - \ldots\ldots\ldots$ (Ans.)

সাধারণ অনুপাত $= \frac{-\frac{1}{(1+x)^2}}{\frac{1}{1+x}}$

$$= -\frac{1}{1+x}$$

গঠিত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি

$\left|-\frac{1}{1+x}\right| < 1$ হয়।

অর্থাৎ $\left|\frac{1}{1+x}\right| < 1$

∴ $|1+x| > 1$

$(1+x)$ ঋণাত্মক হলে, $1+x > 1$

∴ $x > 0$

$(1+x)$ ঋণাত্মক হলে, $-(1+x) > 1$

বা, $1+x < -1$

∴ $x < -2$

∴ গঠিত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি $x > 0$ অথবা $x < -2$ হয়। (Ans.)

এবং অসীমতক সমষ্টি $= \frac{\text{১ম পদ}}{1 - \text{সাধারণ অনুপাত}}$

$$= \frac{\frac{1}{1+x}}{1-\left(-\frac{1}{1+x}\right)} = \frac{\frac{1}{1+x}}{1+\frac{1}{1+x}}$$

$$= \frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{1+x+1}{1+x}} = \frac{1}{1+x} \times \frac{1+x}{2+x}$$

$= \frac{1}{2+x}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶৯ গুণোত্তর ধারাভুক্ত তিনটি সংখ্যার যোগফল $24\frac{4}{5}$ এবং গুণফল 64

ক. তথ্যগুলোকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি সাধারণ অনুপাত < 1 হয় তবে সংখ্যা তিনটি কত? সংখ্যা তিনটি গুণোত্তর ধারার যথাক্রমে প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় পদ নির্দেশ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যা তিনটি $\frac{a}{r}, a, ar$;

যেখানে, সাধারণ অনুপাত $= r$

প্রশ্নমতে, $\frac{a}{r} + a + ar = 24\frac{4}{5}$

এবং $\frac{a}{r}.a.ar = 64$ (Ans.)

খ 'ক' থেকে পাই,

$\frac{a}{r} + a + ar = \frac{124}{5}$ ..... (i)

এবং $a^3 = 64$ ..... (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$a^3 = 64$

বা, $a^3 = 4^3$

∴ $a = 4$

(i) নং থেকে পাই,

$a\left(\frac{1}{r} + 1 + r\right) = \frac{124}{5}$

বা, $4\left(\frac{1+r+r^2}{r}\right) = \frac{124}{5}$

বা, $\frac{r^2+r+1}{r} = \frac{124}{5\times4}$

বা, $\frac{r^2+r+1}{r} = \frac{31}{5}$

বা, $5r^2 + 5r + 5 = 31r$

বা, $5r^2 + 5r - 31r + 5 = 0$.

বা, $5r^2 - 26r + 5 = 0$

বা, $5r^2 - 25r - r + 5 = 0$

বা, $5r(r-5) - 1(r-5) = 0$

বা, $(r-5)(5r-1) = 0$

হয়, $r - 5 = 0$ অথবা, $5r - 1 = 0$

∴ $r = 5$ $r = \frac{1}{5}$

∴ সাধারণ অনুপাত, $r = 5$ অথবা, $\frac{1}{5}$ (Ans.)

গ যেহেতু সাধারণ অনুপাত, $r < 1$

∴ $r = \frac{1}{5}$

এবং $a = 4$ ['খ' হতে]

∴ সংখ্যা তিনটি $\frac{a}{r}, a, ar = \frac{4}{\frac{1}{5}}, 4, 4\times\frac{1}{5}$

$= 20, 4, \frac{4}{5}$ (Ans.)

www.bdniyog.com

এখানে, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ $a = 20$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{5}$

আমরা জানি,

অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ [$\because |r| < 1$]

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$
$$= \frac{20}{1-\frac{1}{5}} = \frac{20}{\frac{5-1}{5}}$$
$$= \frac{20}{\frac{4}{5}} = 20 \times \frac{5}{4}$$
$$= 25 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r এবং $a = 12r$

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। (r এর মাধ্যমে) ২

খ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 4 হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

এবং $a = 12r$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারা, $a + ar + ar^2 + ...$

$= 12r + 12r.r + 12r.r^2 + ...$ [$\because a = 12r$]

$= 12r + 12r^2 + 12r^3 + ... \text{ (Ans.)}$

খ 'ক' এ প্রাপ্ত ধারা $= 12r + 12r^2 + 12r^3 + ...$

এখানে, $a = 12r$

আমরা জানি,

অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}, |r| < 1$

$= \frac{12r}{1-r}$ [মান বসিয়ে]

প্রশ্নমতে, $\frac{12r}{1-r} = 4$

বা, $12r = 4 - 4r$ বা, $12r + 4r = 4$

বা, $16r = 4$ বা, $r = \frac{4}{16}$

$\therefore r = \frac{1}{4}$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= \frac{1}{4}$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, $r = \frac{1}{4}$

দেওয়া আছে, $a = 12r$

$= 12 \times \frac{1}{4}$ $\left[\because r = \frac{1}{4}\right]$

$= 3$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম পদ = 3

জানা আছে, গুণোত্তর ধারা, $a + ar + ar^2 + ...$

$\therefore$ ধারাটি, $3 + \frac{3}{4} + \frac{3}{16} + ...$

এবং জানা আছে,

গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন, $r < 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি,

$$S_{10} = \frac{3\left\{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10}\right\}}{1-\frac{1}{4}}$$
$$= \frac{3\left(1 - \frac{1}{1048576}\right)}{\frac{4-1}{4}} = \frac{3\left(\frac{1048576-1}{1048576}\right)}{\frac{3}{4}}$$
$$= \frac{\frac{3 \times 1048575}{1048576}}{\frac{3}{4}} = \frac{3 \times 1048575}{1048576} \times \frac{4}{3}$$
$$= 3.999996185$$
$$= 4 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১১ একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ তৃতীয় পদ অপেক্ষা $1\frac{1}{6}$ বেশি এবং তৃতীয় পদ পঞ্চম পদ অপেক্ষা $\frac{14}{27}$ বেশি।

ক. প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r, ($r > 0$) হলে, ধারাটির তৃতীয় ও পঞ্চম পদ কত? ২

খ. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

জানা আছে, গুণোত্তর ধারার nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$ **(Ans.)**

এবং পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই, ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^2$ এবং পঞ্চম পদ $= ar^4$

প্রশ্নমতে, $a - ar^2 = 1\frac{1}{6} = \frac{7}{6}$ ..... (i)

এবং $ar^2 - ar^4 = \frac{14}{27}$ ..... (ii)

(ii) নং সমীকরণকে (i)নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^2 - ar^4}{a - ar^2} = \frac{\frac{14}{27}}{\frac{7}{6}}$$

বা, $\frac{ar^2(1-r^2)}{a(1-r^2)} = \frac{14}{27} \times \frac{6}{7}$

বা, $r^2 = \frac{4}{9}$

$r = \frac{2}{3}$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{2}{3}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

গ 'খ' থেকে পাই, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{3}$.

r এর মান 'খ' এর (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a - a.\frac{4}{9} = \frac{7}{6}$$

বা, $\frac{9a - 4a}{9} = \frac{7}{6}$

বা, $\frac{5a}{9} = \frac{7}{6}$

বা, $5a = \frac{7 \times 9}{6}$

বা, $a = \frac{7 \times 9}{6 \times 5}$

$\therefore \quad a = \frac{21}{10}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারা, $a + ar + ar^2 + ...$

$\therefore$ ধারাটি, $\frac{21}{10} + \frac{7}{5} + \frac{14}{15} + ...$ **(Ans.)**

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ যেখানে, $|r| < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{\frac{21}{10}}{1 - \frac{2}{3}}$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{\frac{21}{10}}{\frac{3-2}{3}} = \frac{\frac{21}{10}}{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{21}{10} \times \frac{3}{1} = \frac{63}{10} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১২ নিচের ধারাটি লক্ষ কর:

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{(1-x)^3} + ...$$

ক. ধারাটির সাধারণ পদ ও সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মান -1 এবং $\frac{1}{2}$ হলে যে দুইটি আলাদা ধারা পাওয়া যায় তাদের প্রথম দশটি পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. পদ সংখ্যা বাড়ার সাথে সাথে ধারা দুইটির যোগফলে কী ধরনের ভিন্নতা পরিলক্ষিত হয়? ধারা দুইটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি হলো–

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{(1-x)^3} + ...$$

ধারাটির সাধারণ পদ $= \frac{1}{(1-x)^n}$ **(Ans.)**

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(1-x)^2} \div \frac{1}{(1-x)}$

$$= \frac{1}{1-x} \text{ (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত ধারাটিতে x এর মান -1 বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ...$$

এখানে, প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{2} < 1$

$\therefore$ ধারাটির n পদের যোগফল $= \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10 টি পদের যোগফল $= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)}$ [$\because n = 10$]

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{1024}\right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

প্রদত্ত ধারাটিতে x এর মান $\frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই,

$$2 + 2^2 + 2^3 + ...$$

এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2^2}{2} = 2$

যেহেতু $r > 2$

সুতরাং ধারার nটি পদের যোগফল $= \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের যোগফল $= \frac{2(2^{10} - 1)}{(2-1)}$ [$\because n = 10$]

$$= 2(1024 - 1)$$

$$= 2 \times 1023$$

$$= 2046 \text{ (Ans.)}$$

গ প্রথম ধারার ক্ষেত্রে; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ...$

প্রথম দুইটি পদের যোগফল $= \frac{3}{4} \approx 0.75$

প্রথম তিনটি পদের যোগফল $= \frac{7}{8} \approx 0.88$

প্রথম 10টি পদের যোগফল $= \frac{1023}{1024} \approx 0.99$

সুতরাং পদ সংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে যোগফল 1 এর দিকে অগ্রসর হচ্ছে। **(Ans.)**

আবার দ্বিতীয় ধারার ক্ষেত্রে, $2 + 2^2 + 2^3 + ...$

প্রথম পদ $= 2$

প্রথম 2টি পদের যোগফল $= 6$

প্রথম 3টি পদের যোগফল $= 14$

প্রথম 10টি পদের যোগফল $= 2046$

সুতরাং পদ সংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে ধারার যোগফল অসীমের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। **(Ans.)**

প্রথম ধারাটির, $r = \frac{1}{2} < 1$

প্রথম ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r}$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 \text{ (Ans.)}$$

আবার, দ্বিতীয় ধারাটির, $r > 1$

$\therefore$ দ্বিতীয় ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই। **(Ans.)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৩ $(2x+1)^{-1} + (2x+1)^{-2} + (2x+1)^{-3} + \ldots\ldots$ একটি গুণোত্তর ধারা। [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ এবং ১ম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর যখন $x = 1$. ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটিতে x-এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা—

$(2x+1)^{-1} + (2x+1)^{-2} + (2x+1)^{-3} + \ldots$

$= \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \ldots\ldots$

∴ ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(2x+1)^2} \div \frac{1}{2x+1}$

$= \frac{1}{(2x+1)^2} \times \frac{2x+1}{1}$

$= \frac{1}{2x+1}$ (Ans.)

খ যখন $x = 1$ তখন ধারাটি হয়

$\frac{1}{2.1+1} + \frac{1}{(2.1+1)^2} + \frac{1}{(2.1+1)^3} + \ldots\ldots$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \ldots\ldots$

সুতরাং ধারাটির প্রথম পদ $a = \frac{1}{3}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^2} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$

∴ ধারাটির দশম পদ $= ar^{10-1} = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} = \frac{1}{3^{10}}$ (Ans.)

ধারাটির ১ম 7 পদের সমষ্টি, $S_7 = a.\frac{1-r^7}{1-r}$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^7}{1-\frac{1}{3}}\right) = \frac{1}{3}\frac{\left(1-\frac{1}{3^7}\right)}{\left(\frac{3-1}{3}\right)}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\left(\frac{3^7-1}{3^7}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3^7-1}{3^7}\right)$

$= 0.45$ (Ans.)

গ প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(2x+1)^2} \div \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2x+1}$

প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি, $|r| < 1$

অর্থাৎ, $\left|\frac{1}{2x+1}\right| < 1$

বা, $\frac{1}{|2x+1|} < 1$ $\left[\because \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}\right]$

বা, $1 < |2x+1|$ [$|2x+1|$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $|2x+1| > 1$

$2x+1$ ঋণাত্মক হলে, $2x+1 > 1$

বা, $2x > 0$

∴ $x > 0$

$2x+1$ ঋণাত্মক হলে, $-(2x+1) > 1$

বা, $2x+1 < -1$

বা, $2x < -2$

∴ $x < -1$

∴ নির্ণেয় শর্ত: $x < -1$ অথবা $x > 0$. (Ans.)

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{\frac{1}{2x+1}}{1-\frac{1}{2x+1}} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{\frac{2x}{2x+1}}$

$= \frac{1}{2x+1} \times \frac{2x+1}{2x} = \frac{1}{2x}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৪ $S = 7 + 77 + 777 + \ldots\ldots$, একটি ধারা। [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]

ক. $\frac{9S}{7}$ = কত? ২

খ. ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির ১ম 4টি পদের সমষ্টি 'খ' হতে নির্ণয় কর। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে কী? না থাকলে ব্যাখ্যা দাও। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $S = 7 + 77 + 777 + \ldots\ldots$

∴ $S = 7(1 + 11 + 111 + \ldots\ldots$

∴ $9S = 7(9 + 99 + 999 + \ldots\ldots$

∴ $\frac{9S}{7} = 9 + 99 + 999 + \ldots\ldots$ (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই,

$\frac{9S}{7} = 9 + 99 + 999 + \ldots\ldots + n$ তম পদ

$= (10-1) + (100-1) + (1000-1) + \ldots\ldots + n$ তম পদ

$= 10 + 100 + 1000 + \ldots\ldots + n$ তম পদ

$-(1 + 1 + 1 + \ldots\ldots + n$ তম পদ)

$= (10 + 10^2 + 10^3 + \ldots\ldots + n$তম পদ) $- n$

$= \left\{10.\frac{10^n-1}{10-1} - n\right\}$ $\left[\because r = \frac{10^2}{10} = 10 > 1\right]$

$= \frac{10}{9}(10^n - 1) - n$

∴ $S_n = \frac{7}{9}\left\{\frac{10}{9}(10^n-1) - n\right\}$

$= \frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$

∴ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$ (Ans.)

গ 'খ' থেকে পাই, $S_n = \frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$

∴ ধারাটির ১ম 4টি পদের সমষ্টি

$S_4 = \frac{70}{81}(10^4 - 1) - \frac{28}{9}$

$= \frac{70 \times 9999}{81} - \frac{28}{9}$

$= \frac{70 \times 9999 - 28 \times 9}{81}$

$= \frac{9(70 \times 1111 - 28)}{9 \times 9}$

$= 8638$

www.bdniyog.com

∴ ধারাটির ১ম 4টি পদের সমষ্টি = 8638

প্রদত্ত ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

ব্যাখ্যা: 'খ' হতে পাই,

$\frac{9S}{7}$ = (10 + 10^2 + 10^3 + ... + n তম পদ) − n

এখন, 10 + 10^2 + 10^3 + ... + n তম পদ + ...

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{10^2}{10} = 10 > 1$

∴ ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা $.0\dot{1}2\dot{3}$

ক. প্রদত্ত সংখ্যাকে একটি গুণোত্তর ধারার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' এ প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত, n-তম পদ এবং দশম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ধারার অসমীতক সমষ্টির মান মূলদীয় ভগ্নাংশ। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা $.0\dot{1}2\dot{3}$

এখন, $.0\dot{1}2\dot{3}$ = .0123123123 .....

= 0.0123 + .0000123 + .0000000123 + ...

∴ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা,

.0123 + .0000123 + .0000000123 + ... **(Ans.)**

খ 'ক' এ প্রাপ্ত গুণোত্তর ধারা

.0123 + .0000123 + .0000000123 + ...

ধারাটির, ১ম পদ, a = .0123

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0000123}{.0123}$

$= \frac{123}{10000000} \times \frac{10000}{123}$

$= \frac{1}{1000} = .001$ **(Ans.)**

∴ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

$= .0123 \times (.001)^{n-1}$ **(Ans.)**

∴ ধারাটির দশম পদ $= .0123 \times (.001)^{10-1}$

$= .0123 \times (.001)^9$

$= 1.23 \times 10^{-29}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

ধারাটির, ১ম পদ, a = .0123

সাধারণ অনুপাত, r = .001

∴ |r| = |.001| = 0.001 < 1

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{.0123}{1-.001} = \frac{.0123}{.999}$

$= \frac{123}{9990} = \frac{41}{3330}$ যা একটি মূলদীয় ভগ্নাংশ। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ...$, একটি ধারা।

ক. প্রদত্ত ধারাটির r তম পদ ও দশম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি S_n নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং n এর মান যথেষ্ট বড় হলে S_n এর প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কী বলা যায়? ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ...$

∴ ধারাটির r তমপদ $U_r = \frac{1}{r(r+1)}$ **(Ans.)**

∴ ধারাটির দশম পদ $U_{10} = \frac{1}{10(10+1)} = \frac{1}{10.11}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $U_r = \frac{1}{r(r+1)}$

$= \frac{r+1-r}{r(r+1)}$

$= \frac{r+1}{r(r+1)} - \frac{r}{r(r+1)}$

$= \frac{1}{r} - \frac{1}{r+1}$

r = 1, 2, 3 ..... n বসিয়ে S_n নির্ণয় করি।

$S_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + ... + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

$= 1 - \frac{1}{n+1}$

$= \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

∴ ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি $= \frac{n}{n+1}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $S_n = \frac{n}{n+1} = \frac{n}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$

n এর মান যথেষ্ট বড় হলে অর্থাৎ, $n \to \infty$ হলে,

$S_{n\to\infty} = \frac{1}{1+\frac{1}{n\to\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 1 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ নিচের ধারাটি খেয়াল কর—

$\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + ...$

ক. ধারাটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. সাধারণ পদের সাহায্যে ধারাটির দশম পদ বের কর এবং প্রথম দশটি পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? পদসংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে ধারাটির যোগফলে কী পরিবর্তন পরিলক্ষিত হবে বলে তুমি মনে কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির সাধারণ পদ $= \frac{2}{\{1+(n-1)2\}\{3+(n-1)2\}}$

$= \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$ **(Ans.)**

খ দশম পদ $= \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$

$= \frac{2}{(2\times10-1)(2\times10+1)}$ [যখন n = 10]

$= \frac{2}{19.21}$

$= \frac{2}{399}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

.প্রথম দশটি পদের যোগফল :

$$\frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+\frac{2}{7.9}+\frac{2}{9.11}+\frac{2}{11.13}+\frac{2}{13.15}+\frac{2}{15.17}+\frac{2}{17.19}+\frac{2}{19.21}$$

$$=\frac{3-1}{1.3}+\frac{5-3}{3.5}+\frac{7-5}{5.7}+\frac{9-7}{7.9}+\frac{11-9}{9.11}+\frac{13-11}{11.13}+\ldots\ldots+\frac{21-19}{19.21}$$

$$=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\ldots\ldots\ldots-\frac{1}{21}$$

$$=1-\frac{1}{21}=\frac{21-1}{21}=\frac{20}{21}$$ **(Ans.)**

গ ধারাটির n পদের সমষ্টি

$$S=\frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+\ldots\ldots\ldots+\frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$=\frac{3-1}{1.3}+\frac{5-3}{3.5}+\frac{7-5}{5.7}+\ldots\ldots\ldots+\frac{(2n+1)-(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\ldots\ldots\ldots-\frac{1}{2n+1}$$

$$=1-\frac{1}{2n+1}$$

$$=\frac{2n+1-1}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি

$$S_\infty=\frac{2n}{2n+1}$$ যখন $n=\infty$

$$=\frac{\frac{2n}{n}}{\frac{2n}{n}+\frac{1}{n}}=\frac{2}{2+\frac{1}{n}}$$

$$=\frac{2}{2}\quad\left[\because\frac{1}{n}=0\right]$$

$=1$ **(Ans.)**

ধারার, প্রথম পদ $=\frac{2}{3}\approx 0.67$

প্রথম দুইটি পদের যোগফল $=\frac{4}{5}\approx 0.80$

প্রথম তিনটি পদের যোগফল $=\frac{6}{7}\approx 0.86$

প্রথম দশটি পদের যোগফল $=\frac{2\times 10}{2\times 10+1}=\frac{20}{21}\approx 0.95$

প্রথম বিশটি পদের যোগফল $=\frac{2\times 20}{2\times 20+1}=\frac{40}{41}\approx 0.98$

প্রথম 100টি পদের যোগফল $=\frac{2\times 100}{2\times 100+1}=\frac{200}{201}\approx 0.99$

সুতরাং পদসংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে যোগফল 1 এর দিকে অগ্রসর হয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৮ একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ 6 এবং সপ্তম পদ -48

ক. দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে তথ্যগুলো প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির ১ম 10 পদের সমষ্টি ও অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $ar^3=6$ এবং $ar^6=-48$ **খ.** $-\frac{3}{4}+\frac{3}{2}-3+\ldots\ldots$

গ. $225\frac{3}{4}$; অসীমতক সমষ্টি নেই।

প্রশ্ন ▶ ১৯ $1+x+y+\frac{1}{8}+\ldots\ldots\ldots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x ও y নির্ণয় করে ধারাটি সম্পূর্ণ কর। এর n তম পদ $\frac{1}{512}$ হলে n নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির $\frac{1}{512}$ পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর এবং অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}$ **খ.** $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}; n=10$; **গ.** $\frac{1023}{512}, 2$

প্রশ্ন ▶ ২০ নিম্নে একটি ধারার সমীকরণ দেওয়া হলো–

$$3S=\frac{1+2+3+\ldots\ldots\ldots\ldots+n}{1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots\ldots+n^2}$$

ক. S নির্ণয় কর। ২

খ. এমন একটি গুণোত্তর ধারা নির্ণয় কর যার প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত উভয়ই S। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টির সাংখ্যিক মান $\frac{1}{2}$ হলে n ও S এর মান নির্ণয় কর। n এর মান কত হলে ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি পাওয়া যাবে না? ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2n+1}$

খ. $\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{(2n+1)^2}+\frac{1}{(2n+1)^3}+\ldots\ldots;\frac{1}{2n}$

গ. $n=1; S=\frac{1}{3}; n\le 0$ অথবা $n\ge -1$

প্রশ্ন ▶ ২১ একটি গুণোত্তর ধারার ১ম, ২য় ও ৩য় পদ যথাক্রমে $x+5, x$ ও $x-4$.

ক. x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. পদ তিনটি কত ও সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 20।

খ. 25, 20, 16, সাধারণ অনুপাত $\frac{4}{5}$.

গ. $25+20+16+\ldots\ldots$ এবং অসীমতক সমষ্টি $=125$.

প্রশ্ন ▶ ২২ $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+\ldots\ldots\ldots$

ক. x এর মান 1 ও 2 বসিয়ে ধারা দুইটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে অসীমতক সমষ্টি থাকবে তা উল্লেখ কর। উক্ত শর্তাধীনে অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. অসীমতক সমষ্টিতে x-এর মান 1, 2, 4 ও 8 বসিয়ে সমষ্টি বের কর। সমষ্টিগুলোকে অনন্ত ধারায় লিখ এবং S_n নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{1}{x}$; **গ.** $\frac{2^n-1}{2^{n-1}}$

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৩ নিম্নের ধারাটি লক্ষ্য কর :

$\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+$ .....

[যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

ক. $x=\frac{1}{2}$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ক নং-এ প্রাপ্ত ধারাটির 10তম পদ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটি x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+$ .....; $r=\frac{1}{2}$

খ. $\frac{1}{2^{10}}, \frac{1023}{1024}$; **গ.** $x>0; x<-1; \frac{1}{2x}$

প্রশ্ন ▶ ১৪ নিম্নের ধারাটি লক্ষ কর:

$9+3+1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+$ ..... [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

ক. ধারাটি কোন ধরনের? ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 10-তম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. গুণোত্তর, $\frac{1}{3}$ **খ.** $\frac{1}{2187}, \frac{1093}{81}$ **গ.** $\frac{27}{2}$

প্রশ্ন ▶ ১৫ $8+2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}+$ .....

[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. ধারাটির দশম (10^{th}) পদটি কত? ২

খ. ধারাটির প্রথম ষোলটি (16) পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকলে কত? নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{32768}$; **খ.** 10.66; **গ.** 10.66

internet-e-linked
বইয়ের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন
ssc.panjeree.com/hmt/hm07qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- সসীম ধারাকে সান্ত ধারা এবং অসীম ধারাকে অনন্ত ধারা বলা হয়।
- পাশাপাশি দুইটি পদের ব্যবধান সর্বদা সমান হলে সমান্তর ধারা এবং অনুপাত সমান হলে গুণোত্তর ধারা।
- $a+(a+d)+(a+2d)+$ .....একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d .
  সমান্তর ধারার nতম পদ = $a+(n-1)d$
  সমান্তর ধারার সমষ্টি, $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
- গুণোত্তর ধারা : $a+ar+ar^2+$ ..... $+ar^{n-1}+$ .....
  যার প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r
  গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,
  $S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$ যখন $r>1$
  অথবা, $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন $r<1$
  অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি, $S_\infty=\frac{a}{1-r}; |r|<1$
  $|r|>1$ হলে অসীম ধারার সমষ্টি পাওয়া যায় না।
- পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যাকে অনন্ত গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৭, ৮, ৯, ১১, ১৪, ১৫, ১৭, ১৯, ২১, ২৪, ২৫, ২৬, ৩০, ৩১, ৩২, ৩৮, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৫৩, ৫৮, ৬১, ৬৩, ৬৭, ৭১, ৭৩, ৭৬, ৭৮, ৮১, ৮৩, ৮৪, ৮৬, ৮৮, ৯০, ৯১, ৯২, ৯৪, ১০২, ১০৩, ১০৪, ১১০, ১১১, ১১৪, ১১৬, ১২০, ১২১
★★	৫, ১০, ১৮, ২৩, ৩০, ৩১, ৩২, ৪৯, ৫৭, ৫৮, ৬২, ৬৬, ৬৮, ৭০, ৭৯, ৮৯, ৯৫, ৯৬, ৯৭, ৯৮, ১২২, ১২৩, ১২৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৪, ৬, ৮, ৯, ১১, ১২, ১৩, ১৪
★★	২, ৫, ৭, ১১, ১৫, ১৬