অধ্যায়-৮

ত্রিকোণমিতি

অনুশীলনী-৮.১

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. রেডিয়ান পরিমাপের ধারণার ব্যাখ্যা।
২. রেডিয়ান পরিমাপ ও ডিগ্রী পরিমাপের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয়।
৩. চারটি চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন চিহ্নিতকরণ।

ষোড়শ শতাব্দীর ত্রিকোণমিতিবিদ, জ্যোতির্বিদ ও ধর্মতত্ত্ববিদ বার্থোলোমিউ পিটিসকাস *(Bartholomeo Pitiscus, 1561-1613)*। তাঁর বিখ্যাত লেখা *"Trigonometria : sive de solutione triangulorum tractatus brevis et perspicuus"*-এ *'Trigonometry'* শব্দটি প্রথম ব্যবহার করেন। তিনি *Rheticus* (হেটিকাস) এর ত্রিকোণমিতিক টেবিলের উন্নতি সাধন করেন।

১৩৮ অনুশীলনীর প্রশ্ন|
১০৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৫৬টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৬টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ১০টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৮টি প্রশ্নব্যাংকে

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নের সমস্যাগুলোর সমাধান নির্ণয় কর। সমস্ত ক্ষেত্রে π এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত ব্যবহার কর ($\pi = 3.1416$)।

১. (ক) রেডিয়ানে প্রকাশ কর:
(i) 75°30′ (ii) 55°54′53″ (iii) 33°22′11″

সমাধান:

(i) $75°30' = \left(75\frac{30}{60}\right)°$

$= \left(75\frac{1}{2}\right)°$

$= \left(\frac{151}{2}\right)°$

$= \frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $\left[\because 1° = \frac{\pi^c}{180}\right]$

$= 1.3177$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)।

বিকল্প সমাধান:

$75°30' = 75° + 30'$

$= 75° + \left(\frac{30}{60}\right)°$ $[\because 1° = 60']$

$= 75° + \left(\frac{1}{2}\right)°$

$= \left(75 + \frac{1}{2}\right)°$

$= \left(\frac{151}{2}\right)°$

$= \frac{151}{2} \times \frac{\pi^c}{180}$ $\left[\because 1° = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c\right]$

$= \frac{151 \times 3.1416}{360}$ রেডিয়ান $[\because \pi = 3.1416]$

$= 1.3177$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)

[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(ii) $55°54'53'' = 55° + 54' + 53''$

$= 55° + 54' + \left(\frac{53}{60}\right)'$ $[\because 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)']$

$= 55° + \left(54 + \frac{53}{60}\right)'$

$= 55° + \left(\frac{3293}{60}\right)'$

$= 55° + \left(\frac{3293}{60 \times 60}\right)°$ $[\because 1' = \left(\frac{1}{60}\right)°]$

$= \left(55 + \frac{3293}{3600}\right)°$

$= \left(\frac{201293}{3600}\right)°$

$= \frac{201293 \times \pi^c}{3600 \times 180}$ $[\because 1° = \frac{\pi^c}{180}]$

$= 0.310637345 \times 3.1416$ রেডিয়ান $[\because \pi = 3.1416]$

$= 0.9759$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 0.9759 রেডিয়ান (প্রায়)।

[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(iii) $33°22'11'' = 33°\left(22\frac{11}{60}\right)'$

$= 33°\left(\frac{1331}{60}\right)'$

$= \left(33\frac{1331}{60 \times 60}\right)°$

$= \left(\frac{120131}{3600}\right)°$

www.bdniyog.com

$= \frac{120131}{3600} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{120131\pi}{648000}$ রেডিয়ান

$= 0.5824$ রেডিয়ান (প্রায়)

$\therefore 33°22'11'' = 0.5824$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 0.5824 রেডিয়ান (প্রায়)।

[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(খ) ডিগ্রিতে প্রকাশ কর:

(i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান (ii) 1.3177 রেডিয়ান (iii) 0.9759 রেডিয়ান

সমাধান:

(i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান

$= \frac{8\pi}{13} \times \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি $\left[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}\right]$

$= \frac{1440}{13}$ ডিগ্রি

$= 110.76923$ ডিগ্রি

$= 110°46'9.23''$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

সুতরাং $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান $= 110°46'9.23''$

Ans. $110°46'9.23''$

বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের মূল প্রশ্ন $\frac{8x}{13}$ এর পরিবর্তে $\frac{8\pi}{13}$ হবে।

(ii) 1.3177 রেডিয়ান.

$= 1.3177 \times \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি $\left[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}\right]$

$= \frac{237.186}{\pi}$ ডিগ্রি

$= \frac{237.186}{3.1416}$ ডিগ্রি $[\because \pi = 3.1416]$

$= 75.49847$ ডিগ্রি

$= 75°29'54.5''$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

সুতরাং, 1.3177 রেডিয়ান $= 75°29'54.5''$

Ans. $75°29'54.5''$

(iii) 0.9759 রেডিয়ান

$= 0.9759 \times \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি $\left[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}\right]$

$= \frac{175.662}{\pi}$ ডিগ্রি

$= \frac{175.662}{3.1416}$ ডিগ্রি $[\because \pi = 3.1416]$

$= 55.91495$ ডিগ্রি

$= 55°54'53.35''$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

সুতরাং, 0.9759 রেডিয়ান $= 55°54'53.35''$

Ans. $55°54'53.35''$

২. একটি কোণকে ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে D° এবং R^c দ্বারা প্রকাশ করা হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$.

সমাধান: দেওয়া আছে, ষাটমূলকে কোনো কোণের পরিমাণ D° এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে তার মান R^c

ডিগ্রি ও রেডিয়ান কোণের সম্পর্ক অনুসারে, $1^\circ = \frac{\pi^c}{180}$

$\therefore D^\circ = \left(\frac{D\pi}{180}\right)^c$

প্রশ্নমতে, $\frac{D\pi}{180} = R$

$\therefore \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ (প্রমাণিত)

৩. একটি চাকার ব্যাসার্ধ 2 মিটার 3 সে.মি. হলে চাকার পরিধির আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

চাকার ব্যাসার্ধ, r = 2 মিটার 3 সে.মি.

= 2.03 মিটার

জানা আছে, চাকার পরিধি $= 2\pi r$ মিটার

$= 2 \times 3.1416 \times 2.03$ মিটার

= 12.7549 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ চাকাটির নির্ণেয় পরিধি = 12.7549 মিটার (প্রায়)

Ans. 12.7549 মিটার (প্রায়)

৪. একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে। গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, চাকাটির ব্যাস = 0.84 মিটার

$\therefore$ চাকাটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.84}{2}$ মিটার $= 0.42$ মিটার

$\therefore$ চাকাটির পরিধি $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.1416 \times 0.42$ মিটার

= 2.6389 মিটার

$\therefore$ চাকাটি একবার ঘুরে 2.6389 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে।

আবার, প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি 6 বার ঘুরে।

সুতরাং, 1 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব 2.6389×6 মিটার

$\therefore$ 1 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব $2.6389 \times 6 \times 60 \times 60$ মিটার

= 57001.1904 মিটার

$= \frac{57001.1904}{1000}$ কি.মি.

= 57.0012 কি.মি.

$\therefore$ গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় 57 কি.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় গতিবেগ 57 কি.মি./ঘন্টা (প্রায়)

Ans. 57 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

৫. কোনো ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3; ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 2 : 5 : 3

মনে করি, কোণ তিনটি যথাক্রমে $2x^c$, $5x^c$ ও $3x^c$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি π^c.

$\therefore 2x + 5x + 3x = \pi$

বা, $10x = \pi$

$\therefore x = \frac{\pi}{10}$

$\therefore$ কোণ তিনটি যথাক্রমে $2 \times \frac{\pi^c}{10}$, $5 \times \frac{\pi^c}{10}$ ও $3 \times \frac{\pi^c}{10}$

অর্থাৎ $\frac{\pi^c}{5}, \frac{\pi^c}{2}, \frac{3\pi^c}{10}$

www.bdniyog.com

$\therefore$ বৃহত্তম কোণ $= \frac{\pi^c}{2}$

এবং ক্ষুদ্রতম কোণ $= \frac{\pi^c}{5}$

উত্তর: ক্ষুদ্রতম কোণের বৃত্তীয় মান $\frac{\pi^c}{5}$

বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান $\frac{\pi^c}{2}$

৬. একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভুক্ত এবং বৃহত্তম কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণের দ্বিগুণ। কোণগুলোর রেডিয়ান পরিমাপ কত?

সমাধান: মনে করি, ক্ষুদ্রতম কোণ $= A^c$

$\therefore$ বৃহত্তম কোণ $= 2A^c$

কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভুক্ত হলে অন্য কোণটি $= \frac{A^c + 2A^c}{2}$

$= \frac{3}{2}A^c$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা π^c

$$A + \frac{3A}{2} + 2A = \pi$$

বা, $\frac{9A}{2} = \pi$

$\therefore A = \frac{2\pi}{9}$

সুতরাং $\frac{3A}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2\pi}{9} = \frac{\pi}{3}$

এবং $2A = 2 \times \frac{2\pi}{9}$ এবং $\frac{4\pi}{9}$

Ans. কোণ তিনটি যথাক্রমে $\frac{2\pi^c}{9}, \frac{\pi^c}{3}, \frac{4\pi^c}{9}$

৭. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। ঢাকা ও চট্টগ্রাম পৃথিবীর কেন্দ্রে 5° কোণ উৎপন্ন করে। ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব কত?

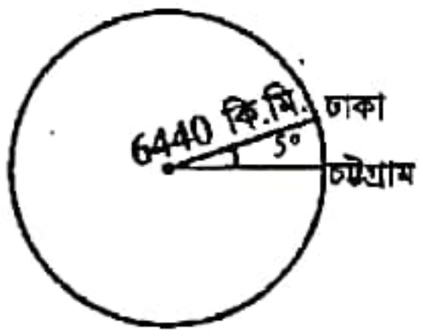
সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কি.মি.

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$\theta = 5°$

$= 5 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{36}$ রেডিয়ান



$\therefore$ ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব, $s = r\theta$.

$= 6440 \times \frac{\pi}{36}$ কি.মি.

$= \frac{6440 \times 3.1416}{36}$ কি.মি.

$= \frac{20231.904}{36}$ কি.মি.

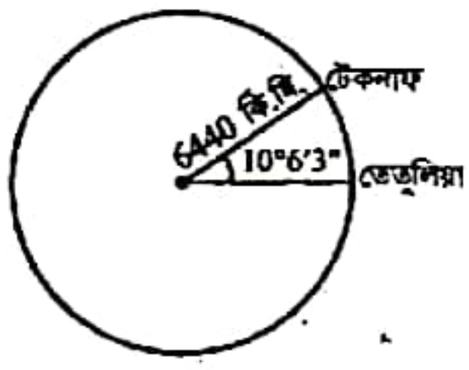
$= 561.9973$ কি. মি.

$= 562$ কি.মি. (প্রায়)

Ans. 562 কি.মি. (প্রায়)

৮. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। টেকনাফ ও তেতুলিয়া পৃথিবীর কেন্দ্রে 10°6'3" কোণ উৎপন্ন করে। টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কি.মি.



কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 10°6'3"$

$= 10°\left(6\frac{3}{60}\right)' = 10°\left(6\frac{1}{20}\right)'$

$= 10°\left(\frac{121}{20}\right)' = \left(10\frac{121}{20 \times 60}\right)°$

$= \left(10\frac{121}{1200}\right)° = \left(\frac{12121}{1200}\right)°$

$= \frac{12121}{1200} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{12121\pi}{216000}$ রেডিয়ান

$\therefore$ টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$s = r\theta$.

$= 6440 \times \frac{12121\pi}{216000}$ কি.মি.

$= \frac{78059240\pi}{216000}$ কি.মি.

$= \frac{78059240 \times 3.1416}{216000}$ কি.মি.

$= 1135.3$ কি.মি. (প্রায়)

Ans. 1135.3 কি.মি. (প্রায়)

৯. শাহেদ একটি সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 11 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 201 মিটার হয়, তবে শাহেদের গতিবেগ কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, $D = 2r = 201$ মিটার

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{201}{2}$ মিটার

$= 100.5$ মিটার.

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 30° = 30 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান

[$\because 1° = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান]

আমরা জানি, চাপের দৈর্ঘ্য,

$s = r\theta$

$= 100.5 \times \frac{\pi}{6}$ মিটার

$= \frac{100.5\pi}{6}$ মিটার

$= \frac{100.5 \times 3.1416}{6}$ মিটার

$= \frac{315.7308}{6}$ মিটার

$= 52.6218$ মিটার

অর্থাৎ, শাহেদ 11 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 52.6218 মিটার

$\therefore$ " 1 " " " $\frac{52.6218}{11}$ মিটার

$= 4.7838$ মিটার

$= 4.78$ মিটার (প্রায়)

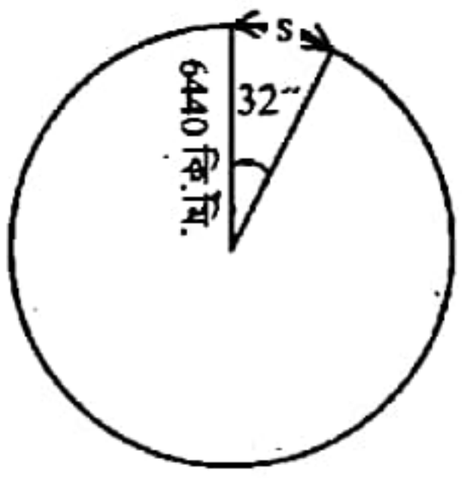
$\therefore$ শাহেদের গতি বেগ $= 4.78$ মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)

Ans. 4.78 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)

www.bdniyog.com

১০. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। পৃথিবীর উপরের যে দুইটি স্থান কেন্দ্রে 32″ কোণ উৎপন্ন করে তাদের দূরত্ব কত?

সমাধান:



আমরা জানি, r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের চাপ s কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করলে $s = r\theta$

এখানে, $\theta = 32''$

$$= \frac{32^{\circ}}{60\times 60} \quad [\because 1^{\circ} = 60' \text{ এবং } 1' = 60'']$$

$$= \frac{32\times \pi}{60\times 60\times 180} \text{ রেডিয়ান} \quad \left[\because 1^{\circ} = \frac{\pi^{c}}{180}\right]$$

$r = 6440$ কি.মি. এবং চাপ s স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্দেশ করে

$$\therefore s = r\theta$$

$$= 6440 \times \frac{32\times \pi}{60\times 180\times 60}$$

$$= \frac{6440\times 32\times 3.1416}{60\times 60\times 180} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 0.9991 \text{ কি.মি.} \approx 1 \text{ কি.মি.}$$

Ans. স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 কি.মি. (প্রায়)

১১. সকাল 9.30 টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

[সংকেত: এক ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^{\circ}}{60} = 6^{\circ}$ ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। 9.30 টায় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে ব্যবধান $\left(15 + 2\frac{1}{2}\right)$ বা $17\frac{1}{2}$ ঘর]

সমাধান : 60 মিনিটে ঘড়ির মিনিটের কাঁটা 60টি ঘর অতিক্রম করে এবং 60 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা 5টি ঘর অতিক্রম করে। সুতরাং ঘণ্টার কাঁটা প্রতি মিনিটে $\frac{5}{60}$ বা $\frac{1}{12}$ ঘর অতিক্রম করে।

আবার, ঘড়ির ডায়াল বা মুখপাত্রের 60টি ঘর কেন্দ্রে চার সমকোণ বা 360° কোণ ধারণ করে।

$\therefore$ একটি ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^{\circ}}{60} = 6^{\circ}$ কোণ ধারণ করে। 9.30 মিনিটের সময় মিনিটের কাঁটা 6 এর দাগে অবস্থান করে এবং ঘণ্টার কাঁটা 9 টার দাগ থেকে 30 মিনিটে $\frac{30}{12}$ বা $2\frac{1}{2}$ ঘর আগে সরে যায়।

সুতরাং, 9.30 মিনিটে দুইটি কাঁটার মধ্যে ব্যবধান (6 এর দাগ থেকে 9 এর দাগ পর্যন্ত) 15 ঘর + $2\frac{1}{2}$ ঘর = $17\frac{1}{2}$ ঘর।

যেহেতু 1 ঘর কেন্দ্রে 6° কোণ ধারণ করে

$\therefore 17\frac{1}{2}$ ঘর কেন্দ্রে $17\frac{1}{2} \times 6^{\circ} = 105^{\circ}$ কোণ ধারণ করে

আমরা জানি, $1^{\circ} = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$$\therefore 105^{\circ} = \left(\frac{\pi}{180}\times 105\right)^{c}$$

$$= 1.833 \text{ রেডিয়ান (প্রায়)}$$

Ans. 1.833 রেডিয়ান (প্রায়)

১২. এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘণ্টায় 6 কি. মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে যে বৃত্তচাপ অতিক্রম করে তা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r মিটার

আমরা জানি, 1 ঘণ্টা = 3600 সেকেন্ড

আবার, 6 কি.মি. = 6 × 1000 মিটার

সুতরাং, লোকটি 3600 সেকেন্ড অতিক্রম করে 6 × 1000 মিটার পথ

$\therefore$,, 36 ,, ,, ,, $\frac{6\times 1000\times 36}{3600}$,,

= 60 মিটার পথ

যদি 36 সেকেন্ডে উৎপন্ন বৃত্তচাপটি AB চাপ হয় তাহলে AB চাপের দৈর্ঘ্য, s = 60 মিটার

দেওয়া আছে, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$$\theta = 60^{\circ}$$

$$= 60 \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান} \quad \left[\because 1^{\circ} = \frac{\pi^{c}}{180}\right]$$

$$= \frac{\pi}{3} \text{ রেডিয়ান}$$

আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $60 = r \times \frac{\pi}{3}$

বা, $r = \frac{60\times 3}{\pi}$

বা, $r = \frac{60\times 3}{3.1416}$

$\therefore r = 57.29564553$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাস = 2r

= 2 × 57.29564553 মিটার

= 114.59 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় ব্যাস = 114.59 মিটার (প্রায়)

Ans. 114.59 মিটার (প্রায়)

১৩. 750 কিলোমিটার দূরে একটি বিন্দুতে কোনো পাহাড় 8′ কোণ উৎপন্ন করে। পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্রে s চাপ θ কোণ উৎপন্ন করলে, $s = r\theta$.

এখানে, $\theta = 8' = \frac{8^{\circ}}{60} = \frac{8}{60}\times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

এবং r = 750 কি.মি.

$\therefore$ পাহাড়ের উচ্চতা,

$$s = r\theta.$$

$$= 750 \times \frac{8}{60}\times \frac{\pi}{180} \text{ কি.মি.}$$

= 1.745 কি.মি. বা 1745 মিটার

= 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা = 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

Ans. 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৮.১ জ্যামিতিক কোণ ও ত্রিকোণমিতিক কোণ | Text পৃষ্ঠা-১৩৩

- XOX′ ও YOY′ একজোড়া সরলরেখা O বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করায় যে 4টি সমকোণ উৎপন্ন হয়, তাদের প্রত্যেকটি এক একটি চতুর্ভাগ।
- OX রেখা থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে সমকোণে ঘুরে ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ চতুর্ভাগ চিহ্নিত করা হয়।
- ত্রিকোণমিতিতে চার সমকোণের চেয়ে বৃহত্তর কোণ উৎপন্ন হতে পারে।

১. সমতল জ্যামিতিতে কোণের আলোচনা কত সরলকোণ পর্যন্ত সীমিত রাখা হয়? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 8 — ক

২. OA রশ্মির অবস্থান XOX′-এ, ত্রিকোণমিতিতে XOX′ এর সাথে OA এর উৎপন্ন কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 0 খ 90 গ 270 ঘ 360 — ক

৩. 90° থেকে বড় এবং 180° থেকে ছোট কোনো কোণ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত। (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — খ

৪. কোণকে θ দ্বারা প্রকাশ করলে ৩য় চৌকোণের সীমা কোনটি? (সহজ)

ক $0° < \theta° < 90°$ খ $90° < \theta < 180°$
গ $180° < \theta < 270°$ ঘ $270° < \theta < 360°$ — গ

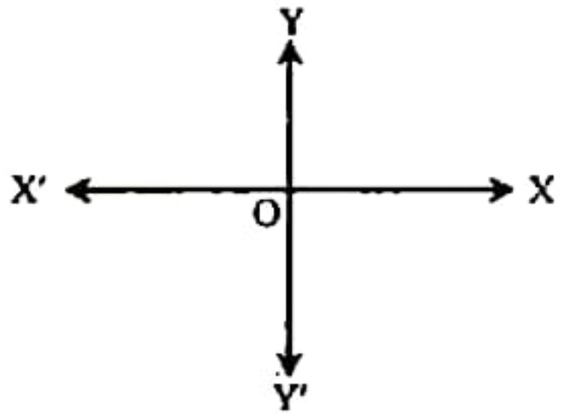
৫. কোনো কোণের ডিগ্রি পরিমাণ θ এবং $180° < \theta < 270°$ হলে θ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

৬. কোনো কোণের ডিগ্রি পরিমাণ – 120° হলে তা কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

৭. চিত্রে OX রেখা থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরতে থাকলে—

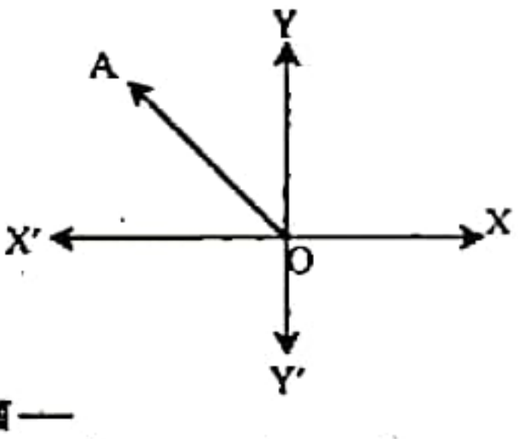


i. প্রথম সমকোণের অভ্যন্তরকে প্রথম চতুর্ভাগ বলে।
ii. দ্বিতীয় সমকোণের অভ্যন্তরকে দ্বিতীয় চতুর্ভাগ বলে।
iii. চতুর্থ সমকোণের অভ্যন্তরকে তৃতীয় চতুর্ভাগ বলে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৮.



চিত্রে —

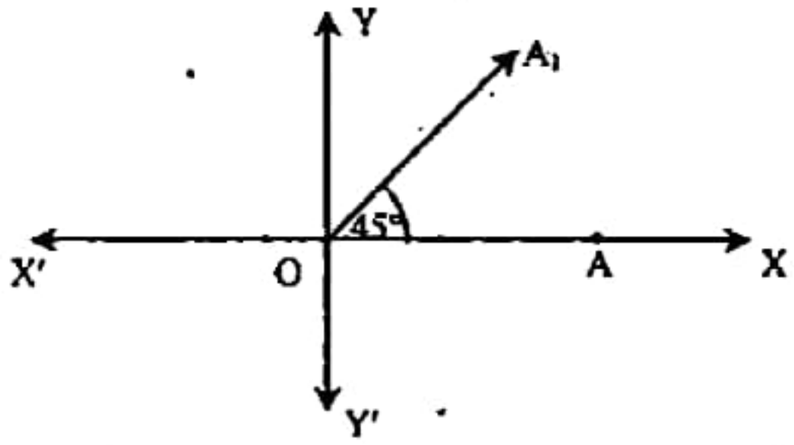
i. OA রশ্মি ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত।
ii. ∠XOA এর মান মান 180°।
iii. ∠XOX′ এর মান 0°।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

ব্যাখ্যা: ∠XOA এর আদি অবস্থান ∠XOX′ তাই ∠XOX′ এর মান 0°

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে (৯-১১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



OA একটি ঘূর্ণায়মান রশ্মি OX স্থির রশ্মির অবস্থান থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরছে।

৯. $\angle XOA_1$ কী কোণ উৎপন্ন করে? (সহজ)

ক স্থূলকোণ খ সূক্ষ্মকোণ গ সমকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ — খ

১০. $\angle XOX' =$ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 0 খ 90 গ 180 ঘ 360 — গ

১১. OA রশ্মিটি সম্পূর্ণরূপে একবার ঘুরে পুনরায় OA অবস্থানে আসলে, $\angle XOA_1 =$ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

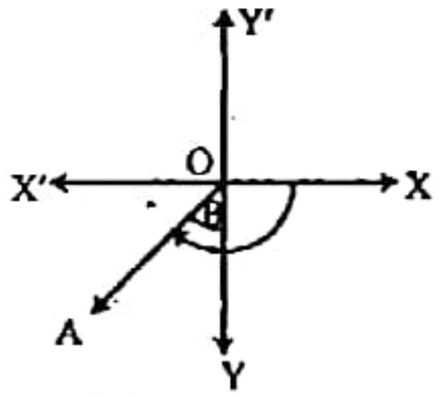
ক 45° খ 315° গ 360° ঘ 405° — ঘ

ব্যাখ্যা: $\angle XOA_1 = 360° + 45° = 405°$

★★★ ৮.৩ ধনাত্মক ও ঋণাত্মক কোণ | Text পৃষ্ঠা-১৩৪

- কোনো রাশিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরালে ধনাত্মক কোণ ও ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরালে ঋণাত্মক কোণ উৎপন্ন হয়।
- বিভিন্ন চতুর্ভাগে কোণের অবস্থান
  ১ম চতুর্ভাগ = $0° < \theta < 90°, 360° < \theta < 450°$ .....
  ২য় চতুর্ভাগ = $90° < \theta < 180°, 450° < \theta < 540°$ .....
  ৩য় চতুর্ভাগ = $180° < \theta < 270°, 540° < \theta < 630°$ .....
  ৪র্থ চতুর্ভাগ = $270° < \theta < 360°, 630° < \theta < 720°$ .....

১২. চিত্রে $\angle XOA =$ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)



ক $90 + \theta$ খ $90 - \theta$ গ $-(90 + \theta)$ ঘ $-90 + \theta$ — গ

১৩. $(-90°)$ এর চেয়ে বড় এবং 0° এর চেয়ে ছোটো কোণ কোন চতুর্ভাগে থাকবে? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — ঘ

১৪. $(-98°)$ কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (সহজ) [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর; হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

১৫. নিচের কোন কোণটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত? (মধ্যম)

ক 770° খ 640° গ $-370°$ ঘ $-100°$ — গ

১৬. 550° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে? (সহজ)
[রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

১৭. $(-80°)$ কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে? (সহজ) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

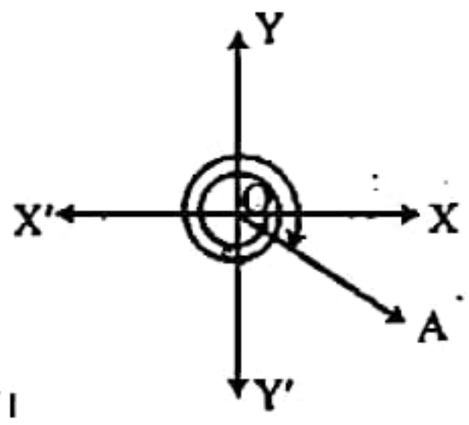
ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — ঘ

www.bdniyog.com

১৮. নিচের কোন কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত? (মধ্যম)

ক $-550°$ খ $-495°$ গ $175°$ ঘ $495°$ **খ**

১৯. নিচের চিত্রে XOA কোণটি—



i. ঋণাত্মক।
ii. ঘড়ির কাঁটার দিকে 8 সমকোণের চেয়ে বেশি ঘুরেছে
iii. চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

২০. কোনো রশ্মি—

i. ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরে ঋণাত্মক কোণ উৎপন্ন করে।
ii. ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরে ধনাত্মক কোণ উৎপন্ন করে।
iii. X অক্ষ বরাবর অবস্থান করলে 0° কোণ উৎপন্ন করে।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

২১. কোনো কোণের মান $-1320°$ হলে—

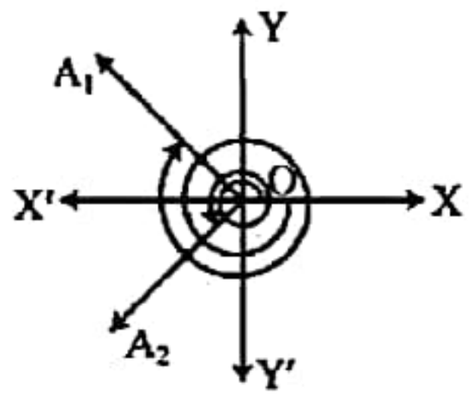
i. কোণটি ঋণাত্মক কোণ।
ii. কোণটি ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরে।
iii. কোণটির অবস্থান ২য় চতুর্ভাগে।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২২-২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\angle XOA_1$ ও $\angle XOA_2$ কোণদ্বয়ের সাংখ্যিক মান সমান এবং $\angle XOA_2 = 585°$।



২২. XOA_1 কোণটি কিরূপ? (সহজ)

ক স্থূলকোণী খ প্রবৃদ্ধকোণী
গ ধনাত্মক ঘ ঋণাত্মক **গ**

২৩. $\angle XOA_1$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক -585 খ -495 গ 495 ঘ 585 **ক**

২৪. $\angle XOA_1 + \angle XOA_2$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক -585 খ 0 গ 585 ঘ 1170 **খ**

★★★ ৮. কোণ পরিমাপের একক [Text পৃষ্ঠা ১৩৮]

- কোণ পরিমাপের একক সাধারণত ২টি, ষাটমূলক ও বৃত্তীয়।
- ষাটমূলক পদ্ধতিতে সমকোণকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।
- 1′ (মিনিট) = 60″ (সেকেন্ড), 1° = 60′ (মিনিট), 1 সমকোণ = 90°
- ব্যাসার্ধের সমান চাপ বৃত্তের কেন্দ্রের সাথে যে কোণ তৈরি করে, তাই এক রেডিয়ান।
- বৃত্তীয় পদ্ধতিতে রেডিয়ানকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।
- রেডিয়ান কোণ ধ্রুব কোণ।
- বৃত্তের একই চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।
- যেকোনো দুইটি বৃত্তের স্ব-স্ব পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান।

২৫. ষাটমূলক পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক নিচের কোনটি? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

ক সমকোণ খ ডিগ্রি গ মিনিট ঘ রেডিয়ান **ঘ**

২৬. 1° এর 60 ভাগের এক ভাগ = কত? (সহজ)

ক 1^c খ $1'$ গ $1''$ ঘ $30''$ **গ**

২৭. সেকেন্ড পরিমাণের একক নিচের কোনটি? (সহজ)

ক (″) খ (′) গ (°) ঘ (c^h) **ক**

২৮. বৃত্তীয় পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক নিচের কোনটি? (সহজ) [এস.ভি.এস বালিকা বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা; মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর; চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

ক সমকোণ খ ডিগ্রি গ সেকেন্ড ঘ রেডিয়ান **ঘ**

২৯. O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে $\angle POQ$ এক রেডিয়ান হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $OP = PQ$ খ $OP < PQ$
গ $OP \neq PQ$ ঘ $OP > PQ$ **ক**

৩০. 45° = কত মিনিট কোণ? (সহজ)

ক 4050 খ 2700 গ 2025 ঘ 1350 **খ**

৩১. 55.3° = নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 55°27′ খ 55°18′ গ 55°12′ ঘ 55°12′6″ **খ**

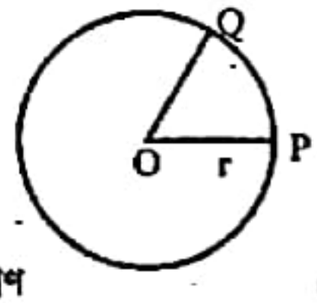
৩২. 74°36′ = নিচের কোনটি? (মধ্যম) [নরসিংদী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক 74.4° খ 74.6° গ 74.7° ঘ 74.15° **খ**

৩৩. 34°48′ 54″ = নিচের কোনটি? (কঠিন) [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক 34.615° খ 34.715° গ 34.815° ঘ 34.915° **গ**

৩৪. চিত্রে OP = PQ = r হলে, $\angle POQ$ = ? (মধ্যম)



ক 1 সমকোণ খ 1 রেডিয়ান
গ r ঘ 180° **খ**

৩৫. বৃত্তের কোনো নির্দিষ্ট চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ 1 রেডিয়ান হলে ব্যাসার্ধ ও চাপের অনুপাত কত? (মধ্যম)

ক 1 : 4 খ 1 : 2 গ 2 : 1 ঘ 1 : 1 **ঘ**

৩৬. কোনো বৃত্তের 6 সে.মি. চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ 1 রেডিয়ান হলে বৃত্তের ব্যাস কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 12 খ 6 গ 3 ঘ 2 **খ**

৩৭. দুইটি বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ১ম বৃত্তের পরিধি 36 সে.মি. হলে ২য় বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.? (কঠিন)

ক 48 খ 36 গ 24 ঘ 12 **গ**

ব্যাখ্যা: ১ম বৃত্তের $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}}$ = ২য় বৃত্তের $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}}$

বা, $\frac{36}{12} = \frac{\text{পরিধি}}{4}$

বা, পরিধি $= \frac{36 \times 8}{12} = 24$

৩৮. M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের SP চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle SMP$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $\angle SMP \propto SP$ খ $\angle SMP \propto \frac{1}{SP}$
গ $\angle SMP \propto SP^2$ ঘ $\angle SMP \propto \frac{1}{SP^2}$ **ক**

৩৯. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

ক π খ r গ R ঘ ∞ **ক**

www.bdniyog.com

৪০. একটি চাকার ব্যাসার্ধ 10 সে.মি.। চাকাটি একবার ঘুরলে কত সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে? (মধ্যম) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

ক 5π খ 10π গ 15π ঘ 20π **খ**

৪১. দুইটি বৃত্তের পরিধির অনুপাত 2 : 1 এবং বৃহত্তম বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2.5 একক হলে ক্ষুদ্রতম বৃত্তের ব্যাস কত একক? (মধ্যম)

ক 2.5 খ 5 গ 7.5 ঘ 10 **ক**

ব্যাখ্যা: মনে করি, বৃহত্তম বৃত্তের পরিধি = 2x

ক্ষুদ্রতম বৃত্তের পরিধি = x

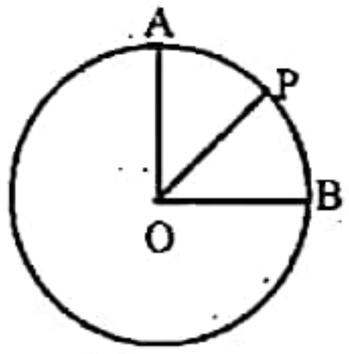
$\therefore \frac{2x}{2 \times 2.5} = \frac{x}{\text{ক্ষুদ্রতম বৃত্তের ব্যাস}}$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম বৃত্তের ব্যাস $= \frac{5x}{2x} = 2.5$

৪২. একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত 44 : 7 এবং অপর একটি বৃত্তের ব্যাস 14 একক হলে পরিধি কত একক? (মধ্যম)

ক 176 খ 132 গ 88 ঘ 44 **গ**

৪৩.



চিত্রে, বৃত্তের পরিধি 160 একক এবং OB ব্যাসার্ধের উপর OA লম্ব হলে AB চাপের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 120 খ 80 গ 40 ঘ 20 **গ**

৪৪. ষাটমূলক পদ্ধতিতে —

i. $1' = 60''$

ii. $1° = 540''$

iii. 1 সমকোণ = 5400′

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৪৫. যেকোনো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত —

i. অপর একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাতের সমান।

ii. সর্বদা সমান ও একই ধ্রুব সংখ্যা।

iii. π দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৪৬. বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2.5 একক হলে —

i. পরিধি 5π একক।

ii. ব্যাস 5 একক।

iii. পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত 2π।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৪৭. M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে P ও R এবং N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে p ও r হলে—

i. $\frac{P}{2R} = \frac{p}{2r}$

ii. $\frac{P}{R} \neq \frac{p}{r}$

iii. $\frac{P}{2R} = \frac{p}{2r} = \pi$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৮-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চারটি কোণের ডিগ্রি পরিমাপ যথাক্রমে 580°, – 390°, – 595° এবং – 910°।

৪৮. কোনটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরে? (সহজ)

ক – 910 খ – 595 গ – 390 ঘ 580° **গ**

৪৯. – 910° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ **খ**

৫০. কোন কোণটির অবস্থান ৪র্থ চতুর্ভাগে? (সহজ)

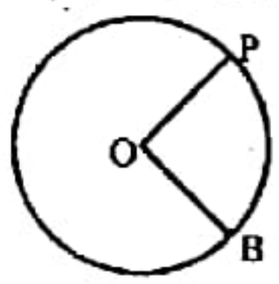
ক 580° খ – 390° গ – 595° ঘ – 910° **খ**

৫১. কোন কোণ দুইটির অবস্থান ২য় চতুর্ভাগে? (সহজ)

ক 580°, – 595° খ – 910°, – 595°

গ – 595°, – 390° ঘ – 595°, 580° **গ**

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে (৫২-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ OB = 8 সে.মি. এবং ∠POB = 1 রেডিয়ান।

৫২. চাপ PB = কত সে.মি.? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা; এস.ভি.এস. বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]

ক 4 খ 8 গ 16 ঘ 64 **খ**

৫৩. বৃত্তটির ব্যাস কত সে.মি.? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

ক 4 খ 8 গ 16 ঘ 32 **গ**

ব্যাখ্যা: ব্যাস = 2r = 8 × 2 = 16

৫৪. বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

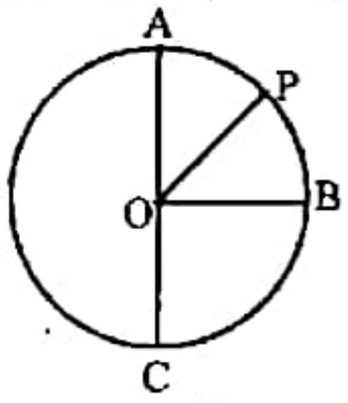
ক 16 খ 32 গ 50.266 ঘ 201.062 **গ**

৫৫. অধিচাপ PB = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 16 খ 42.266 গ 58.265 ঘ 201.062 **খ**

ব্যাখ্যা: PB = 50.266 – 8 = 42.266

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৬-৫৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, AC ⊥ OB, ব্যাসার্ধ OP = চাপ PB এবং পরিধি = 120 একক।

৫৬. BC চাপের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 15 খ 30 গ 45 ঘ 60 **খ**

৫৭. AC ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 60 খ 38.2 গ 28.2 ঘ 19.1 **খ**

৫৮. AP চাপের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 19.1 খ 15.1 গ 10.9 ঘ 9.9 **গ**

৫৯. ∠POB = কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 4 ঘ 5 **ক**

*** ৮.৫ কোণের বৃত্তীয় পরিমাপ** (দেখুন পৃষ্ঠা-১৩৪)

- রেডিয়ান এককে কোনো কোণের পরিমাপই বৃত্তীয় পরিমাপ।
- r ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তে S দৈর্ঘ্যের কোনো চাপ কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করলে, S = rθ.

৬০. 2 রেডিয়ান = কত সমকোণ? (সহজ) [অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

ক $\frac{4}{\pi}$ খ $\frac{\pi}{4}$ গ $\frac{\pi}{2}$ ঘ $\frac{2}{\pi}$ **ক**

৬১. 1 সমকোণ = কত রেডিয়ান? (π = 3.1416 ধরে) (সহজ)

ক 0.59 খ 1.57

গ 1.67 ঘ 2.38 **খ**

www.bdniyog.com

৬২. r ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তে s দৈর্ঘ্যের কোনো চাপ কেন্দ্রে θ রেডিয়ান কোণ ধারণ করলে কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

ক $r = s\theta$ খ $s = r\theta$ গ $\theta = sr$ ঘ $s^2 = r\theta$ **খ**

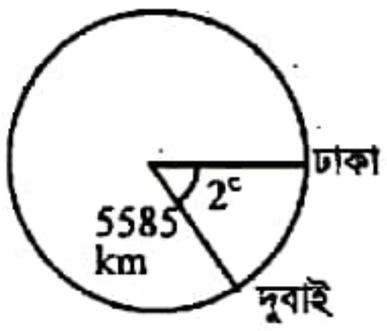
৬৩. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখ চাপ 12 সে.মি. হলে, কোণের মাপ কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক 1.4 খ 2.4 গ 2.8 ঘ 3.4 **খ**

৬৪. একটি বৃত্তের 2 রেডিয়ান কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখ চাপ 9 সে.মি. হলে ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 2.5 খ 3.5 গ 4.5 ঘ 5.5 **গ**

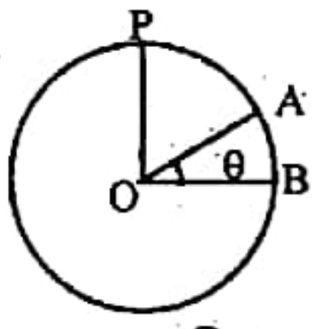
৬৫.



চিত্রে, ঢাকা-দুবাই দূরত্ব কত কি.মি.? (মধ্যম)

ক 11170 খ 8377.5 গ 5585 ঘ 2792.5 **ক**

৬৬.

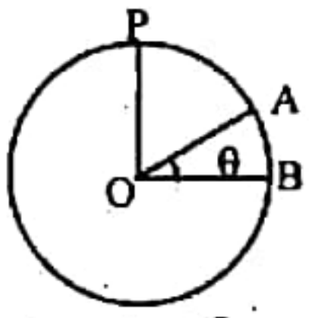


চিত্রে, ∠POB = 1 রেডিয়ান, PB = 5 একক, চাপ AB = 2 একক হলে θ এর মান কত রেডিয়ান? (কঠিন)

ক 0.4 খ 2.5 গ 5 ঘ 10 **ক**

ব্যাখ্যা: $\theta^c = \frac{\text{চাপ } AB}{\text{চাপ } PB} = \frac{2}{5} = 0.4$

৬৭.



চিত্রে, OB = PB = 7 সে.মি. এবং θ = 0.4 রেডিয়ান হলে চাপ AB = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 1.8 খ 2.8 গ 7.5 ঘ 17.5 **খ**

ব্যাখ্যা: চাপ $AB = \theta^c \times$ চাপ $PB = 0.4 \times 7 = 2.8$

৬৮. কোনো চাপ বৃত্তের পরিধির সাথে $\frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করলে—

i. কেন্দ্রে π রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করবে।
ii. উপচাপ ও অধিচাপ সমান হবে।
iii. চাপটি হবে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৬৯-৭১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে সেকেন্ডে 2 মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে এমন একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে যা বৃত্তের কেন্দ্রে 56° কোণ উৎপন্ন করে।

৬৯. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক 18 খ 36 গ 72 ঘ 113.09 **ক**

৭০. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত মিটার? (মধ্যম) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক 72 খ 73.67 গ 144 ঘ 288 **খ**

৭১. বৃত্তটির পরিধি কত মিটার? (সহজ)

ক 147.33 খ 157.33 গ 462.86 ঘ 562.86 **গ**

★★★ ৮.৬ কোণের ডিগ্রি পরিমাপ ও রেডিয়ান (বৃত্তীয়) পরিমাপের সম্পর্ক | Text পৃষ্ঠা-১৪১

- $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c$ এবং $1^c = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$
- ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে একটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে D° ও R^c হলে $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

৭২. $1^\circ =$ কত? (সহজ) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক 0.01475^c খ 0.01574^c গ 0.01745^c ঘ 0.1745^c **গ**

৭৩. একটি কোণের মান ডিগ্রি এককে 20 হলে রেডিয়ান এককে তা কত হবে? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ $\frac{\pi}{4}$ গ $\frac{\pi}{6}$ ঘ $\frac{\pi}{9}$ **ঘ**

৭৪. একটি কোণের মান ডিগ্রি এককে 15 হলে রেডিয়ান এককে তা কত হবে? (মধ্যম)

ক 37.6992 খ 0.2168 গ 0.2618 ঘ 0.2861 **গ**

ব্যাখ্যা: $15^\circ = \left(15 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \left(\frac{\pi}{12}\right)^c = \left(\frac{3.1416}{12}\right)^c = 0.2618^c$

৭৫. রেডিয়ান এককে কোনো কোণের মান 2.35 হলে ডিগ্রি এককে তার মান কত? (মধ্যম)

ক 195 খ 165 গ 145 ঘ 135 **খ**

৭৬. 0.20944 রেডিয়ান = কত ডিগ্রি? (মধ্যম) [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]; [বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক 12 খ 13 গ 14 ঘ 15 **ক**

৭৭. $15°36' =$ কত রেডিয়ান? (কঠিন)

ক 2.72 খ 1.72 গ 0.72 ঘ 0.272 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $36' = \left(\frac{36}{60}\right)^\circ = 0.6^\circ$

$\therefore 15°36' = 15.6^\circ = \left(15.6 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = 0.272$

৭৮. ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে একটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে D° ও R^c হলে নিচের কোন সম্পর্ক সঠিক? (সহজ)

ক $\frac{D}{\pi} = \frac{R}{180}$ খ $\frac{D}{90} = \frac{2R}{\pi}$

গ $\frac{2D}{180} = \frac{R}{\pi}$ ঘ $\frac{D}{90} = \frac{R}{2\pi}$ **খ**

৭৯. চিত্রে প্রদত্ত সময়ে ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণের পরিমাপ কত? (সহজ)

ক $\frac{\pi^c}{2}$ খ $\frac{\pi^c}{3}$

গ $\frac{\pi^c}{4}$ ঘ $\frac{\pi^c}{6}$ **ক**

৮০. সকাল 9 : 30 মিনিটে ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণ কত ডিগ্রি? (কঠিন) [ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা]

ক 90 খ 100 গ 105 ঘ 110 **গ**

ব্যাখ্যা: $90° + 2.5 \times 6° = 90° + 15° = 105°$

৮১. কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সে.মি., এর 11 সে.মি. দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রি? (কঠিন) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 45 খ 60 গ 80 ঘ 90 **ঘ**

৮২. বৃত্তের ব্যাসার্ধ 176 সে.মি. হলে যে চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণ 1 রেডিয়ান হয় তার দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)

ক 76 খ 88 গ 176 ঘ 352 **গ**

৮৩. একটি বৃত্তের ব্যাস 3.1416 মিটার হলে পরিধি কত মিটার? (মধ্যম)

ক 3.1416 খ 9.869 গ 98.69 ঘ 986.9 **ঘ**

www.bdniyog.com

৮৪. দুইটি চাকার পরিধির পার্থক্য 22 মিটার হলে, ব্যাসার্ধের পার্থক্য কত মিটার? (কঠিন)

ক 3.5 খ 7 গ 9 ঘ 11 **ক**

ব্যাখ্যা: $2\pi r_1 - 2\pi r_2 = 22$

বা, $2\pi(r_1 - r_2) = 22$ বা, $r_1 - r_2 = \frac{22}{2\pi} = 3.501401$

৮৫. দুইটি চাকার ব্যাসার্ধের পার্থক্য 5 সে.মি. হলে পরিধির পার্থক্য কত সে.মি.? (কঠিন)

ক 5π খ 10π গ 15π ঘ 20π **খ**

ব্যাখ্যা: বৃহত্তম চাকার ব্যাসার্ধ = x + 5, ক্ষুদ্রতম চাকার ব্যাসার্ধ = x

∴ বৃহত্তম চাকার পরিধি = $2\pi(x + 5)$, ক্ষুদ্রতম চাকার ব্যাসার্ধ = $2\pi x$

∴ পার্থক্য = $2\pi(x + 5) - 2\pi x = 2\pi x + 10\pi - 2\pi x = 10\pi$.

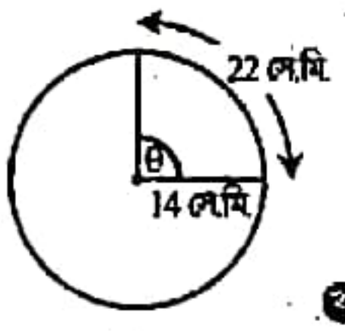
৮৬. একটি চাকা 80 মিটার পথ যেতে 40 বার ঘুরে চাকাটির ব্যাসার্ধ কত মিটার? (কঠিন)

ক 2π খ π গ $\frac{\pi}{2}$ ঘ $\frac{1}{\pi}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: পরিধি = $2\pi r$ ∴ $40 \times 2\pi r = 80$

বা, $80\pi r = 80$ ∴ $r = \frac{1}{\pi}$

৮৭. θ = কত রেডিয়ান? (মধ্যম)



ক 0.64 খ 1.57
গ 3.1416 ঘ 3.2 **খ**

৮৮. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও মাদারীপুরের দূরত্ব 112.4 কিলোমিটার হলে—

i. ঢাকা ও মাদারীপুর কেন্দ্রে 0.01745 রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।
ii. ঢাকা ও মাদারীপুর কেন্দ্রে 1° কোণ উৎপন্ন করে।
iii. ঢাকা ও মাদারীপুর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৮৯. একটি চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরলে—

i. চাকাটির পরিধি 2.64 মিটার (প্রায়)।
ii. প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি 15.83 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে।
iii. চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় 15.83 মিটার।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৯০. একটি বৃত্তচাপ 28 সে.মি. দীর্ঘ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রে 45° কোণ উৎপন্ন করলে—

i. $45° = \frac{\pi}{4}$ রেডিয়ান।
ii. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য 22 সে.মি.।
iii. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য 35.65 সে.মি.।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৯১-৯৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

মাহাদি 50 মিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তাকার পথ 1.5 মিনিটে ঘুরে এলো।

৯১. বৃত্তাকার পথের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ)

ক 3.1416 খ 31.416 গ 314.16 ঘ 3141.6 **গ**

৯২. মাহাদির গতিবেগ কত মিটার/সেকেন্ড? (মধ্যম)

ক 33.34 খ 13.34 গ 5.56 ঘ 0.56 **গ**

৯৩. মাহাদির অতিক্রান্ত কোণ কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক 4π খ 2π গ π ঘ $\frac{\pi}{2}$ **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৪-৯৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

এক ব্যক্তি একটি বৃত্তাকার পথে 12 কি.মি./ ঘণ্টা বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে যে বৃত্তচাপ অতিক্রম করে তা কেন্দ্রে 36° কোণ উৎপন্ন করে।

৯৪. ঐ ব্যক্তির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত মিটার? (কঠিন)

ক 60 খ 90 গ 120 ঘ 150 **গ**

ব্যাখ্যা: 1 ঘণ্টা = 60 মি. = 3600 সেকেন্ডে যায় = 12 কি.মি.
= 12000 মিটার

∴ 1 " " " = $\frac{12000}{3600}$ মিটার

∴ 36 " " = $\frac{12000 \times 36}{3600}$ " = 120 মিটার

৯৫. বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত মিটার? (কঠিন)

ক 189 খ 190 গ 191 ঘ 192 **গ**

ব্যাখ্যা: রেডিয়ান কোণ $\theta = \frac{\text{বৃত্তচাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

দেওয়া আছে, $\theta = 36° = \left(36 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = 0.62832^c$

বৃত্তচাপ = 120 মিটার

∴ ব্যাসার্ধ = $\frac{120}{0.62832} = 190.98$

৯৬. বৃত্তের পরিধি কত কি.মি.? (মধ্যম)

ক 1 খ 1.1 গ 1.2 ঘ 1.3 **গ**

ব্যাখ্যা: পরিধি = $2\pi r = 2 \times 3.146 \times 191 = 1200.09$ মিটার

= $\frac{1200.09}{1000}$ কি.মি. = 1.20009 কি.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৭-৯৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও জামালপুর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে।

৯৭. 2° = কত রেডিয়ান? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা; উত্তরা হাই স্কুল, ঢাকা; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক $\frac{\pi}{45}$ খ $\frac{\pi}{90}$ গ $\frac{\pi}{180}$ ঘ $\frac{\pi}{360}$ **খ**

৯৮. ঢাকা ও জামালপুরের দূরত্ব কত কি.মি.? (মধ্যম)

ক 112.4 খ 224.8 গ 324.8 ঘ 424.8 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৯-১০২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5। অনুপাতের সাধারণ রাশি x।

৯৯. x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কোণ তিনটি হবে? (সহজ)

ক x, 2x, 3x খ 3x, x, 2x
গ 3x, 4x, 5x ঘ 3x , 4x, 7x **গ**

১০০. x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 15 খ 18^c গ 30 ঘ 45 **ক**

১০১. ক্ষুদ্রতর কোণটি কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 45 খ 60 গ 75 ঘ 90 **ক**

১০২. বৃহত্তর কোণটি কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 90 খ 75 গ 60 ঘ 45 **খ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১০৩-১০৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত এবং ক্ষুদ্রতর কোণটি বৃহত্তর কোণের অর্ধেক।

১০৩. কোণগুলোকে A এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে ২য় কোণটি হবে? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক A খ $\frac{3A}{2}$ গ 2A ঘ 4A **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{A + 2A}{2} = \frac{3A}{2}$

১০৪. ক্ষুদ্রতর কোণটির বৃত্তীয়মান কত? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $\frac{\pi^c}{3}$ খ $\frac{2\pi^c}{9}$ গ $\frac{4\pi^c}{9}$ ঘ $\frac{5\pi^c}{9}$ **খ**

১০৫. বৃহত্তর কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক 20 খ 40 গ 60 ঘ 80 **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{\pi}{180} = 1°$ ∴ $\frac{4\pi}{9} = 80°$

www.bdniyog.com

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $777°, -365°, -720°$ ও $1320°$ চারটি কোণ।

◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৩৬

ক. কোণ চারটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. কোণ চারটি কোন চর্তুভাগে আছে, চিত্রসহ তা বর্ণনা কর। ৪

গ. জাবের সাইকেলে চড়ে 80 মিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার মাঠের পরিধি বরাবর কয়েকবার ঘুরে কেন্দ্রে $1320°$ কোণ তৈরি করে। জাবের কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করেছে। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $777° = \left(777 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{259\pi^c}{60}$

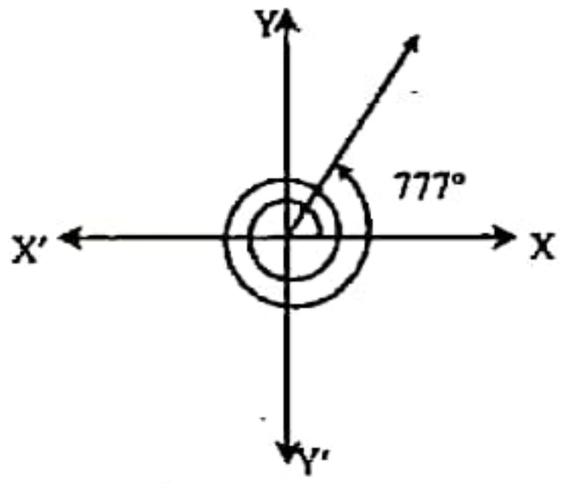
$-365° = \left(-365 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{-73\pi^c}{36}$

$-720° = \left(-720 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = -4\pi^c$

$1320° = \left(1320 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{22\pi^c}{3}$

খ $777° = 720° + 57° = 8 \times 90° + 57°$

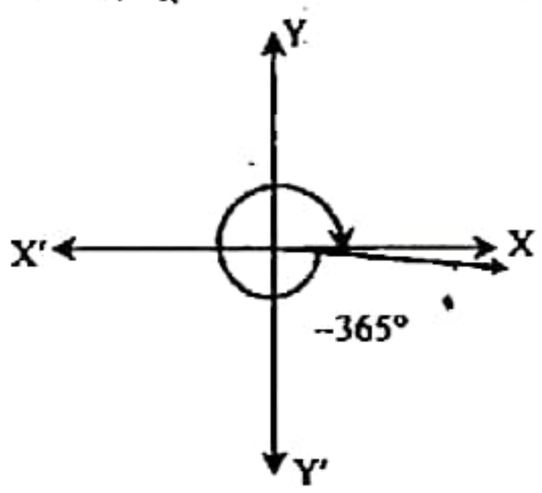
$777°$ কোণটি ধনাত্মক এবং 8 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 9 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। $777°$ কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 8 সমকোণ বা দুইবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরও $57°$ বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, $777°$ কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

$-365° = -360° - 5° = -4 \times 90° - 5°$

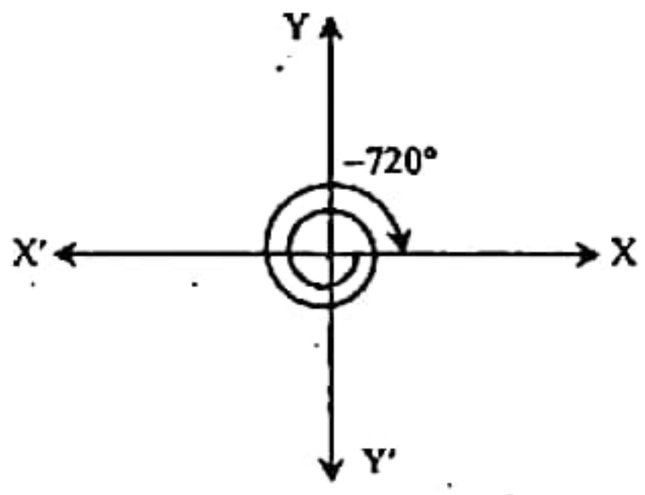
এখানে, $-365°$ কোণটি ঋণাত্মক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে একবার সম্পূর্ণ (4 সমকোণ) ঘুরার পর একই দিকে আরও $5°$ ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, $-365°$ কোণটির অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে।

$-720° = -8 \times 90°$

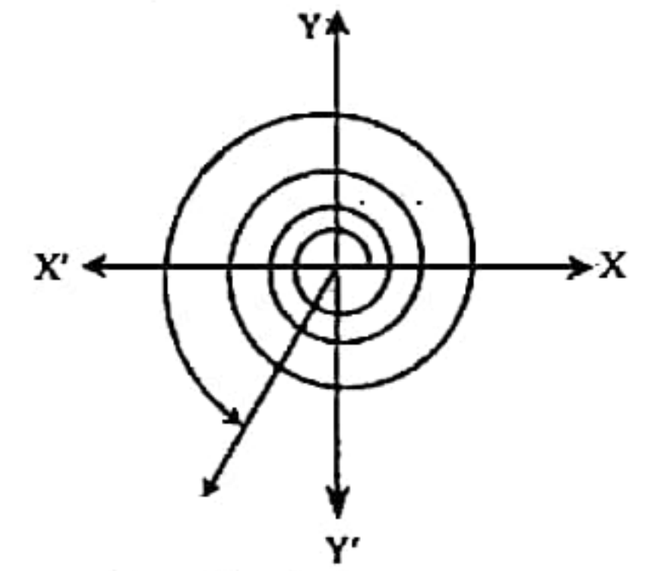
এখানে, $-720°$ কোণটি ঋণাত্মক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে দুইবার সম্পূর্ণ (8 সমকোণ) ঘুরার পর আর ঘুরেনি।



সুতরাং, $-720°$ কোণটির অবস্থান x- অক্ষের উপর আদি অবস্থানে।

$1320° = 14 \times 90° + 60°$

এখানে, $1320°$ কোণটি ধনাত্মক এবং 14 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 15 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। $1320°$ কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 14 সমকোণ বা তিনবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরও দুই সমকোণের চেয়ে $60°$ বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, $1320°$ কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

গ দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 80$ মিটার

মাঠের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 1320°$

$= \frac{22\pi}{3}$ রেডিয়ান ['ক' থেকে পাই]

$\therefore$ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = r\theta$

$= 80 \times \frac{22\pi}{3}$ মিটার

$= \frac{1760\pi}{3}$ মিটার

$= 1843.072$ মিটার (প্রায়)

উত্তর: 1843.072 মিটার (প্রায়)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও পঞ্চগড় পৃথিবীর কেন্দ্রে $5°$ কোণ উৎপন্ন করে। একজন মানুষ শীতকালে পঞ্চগড়ের নৈসর্গিক দৃশ্য দেখতে যেতে চায়। সে 0.84 মিটার ব্যাস বিশিষ্ট চাকাওয়ালা গাড়ী নিয়ে যায়। [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

ক. $5°$ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর? ২

খ. ঢাকা ও পঞ্চগড়ের দূরত্ব কত? ৪

গ. ঐ দূরত্ব যেতে গাড়ীর প্রতিটি চাকা কত বার ঘুরবে? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $5° = 5 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{36}$ রেডিয়ান

$= 0.087$ রেডিয়ান (প্রায়)

খ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= r = 6440$ কিলোমিটার

পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = 0.087$ রেডিয়ান

www.bdniyog.com

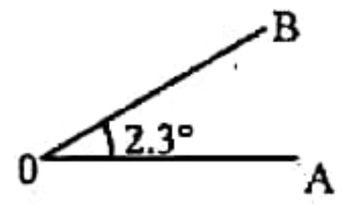
∴ চাপের দৈর্ঘ্য বা ঢাকা ও পঞ্চগড়ের দূরত্ব s হলে
$s = r\theta = 6440 \times 0.087$ কিলোমিটার
$= 560.28$ কিলোমিটার
∴ দূরত্ব = 560.28 কিলোমিটার (প্রায়)

গ চাকার ব্যাসার্ধ $r = \frac{0.84}{2} = 0.42$ মিটার
∴ চাকার পরিধি $= 2\pi r$
$= 2 \times \pi \times 0.42$ মিটার
$= 0.84 \times 3.1416$ মিটার [∵ $\pi = 3.1416$]
$= 2.638944$ " (প্রায়)
আমরা জানি,
চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।
∴ মনে করি, চাকাটি উক্ত দূরত্ব যেতে n বার ঘুরে।
প্রশ্নমতে, $n \times 2.638944 = 560.28 \times 1000$
বা, $n = \frac{560.28 \times 1000}{2.638944} = 212312.1976 \approx 212312$
Ans. 212312 বার (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ৩ **বাংলাদেশের হিমালয় কন্যা পঞ্চগড় জেলার উত্তরে তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয় পর্বত দেখা যায়। যার উচ্চতা ৪.৪৪৪ কিলোমিটার। তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয় পর্বত 2.3° কোণ উৎপন্ন করে।**
ক. 2.3° কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২
খ. তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয়ের দূরত্ব কত? ৪
গ. 0.42 মিটার ব্যাসার্ধের চাকা ওয়ালা একটি গাড়ি নিয়ে উক্ত দূরত্ব যেতে প্রতিটি চাকা কত বার ঘুরবে? ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

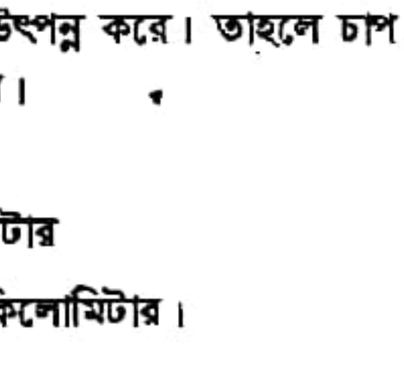
ক $2.3° = 2.3 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান
$= 0.04$ রেডিয়ান [$\pi = 3.1416$]



খ মনে করি, AB পাহাড়টির পাদবিন্দু A থেকে r কিলোমিটার দূরে O বিন্দুতে পাহাড়টি 0.04 রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে। তাহলে চাপ AB পাহাড়টির উচ্চতা = 8.848 কিলোমিটার।
আমরা জানি, $s = r\theta$
বা, $r = \frac{s}{\theta} = \frac{8.848}{0.04} = 221$ কিলোমিটার
∴ তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয়ের দূরত্ব = 221 কিলোমিটার।

গ চাকাটির ব্যাসার্ধ, $r = 0.42$ মিটার
∴ চাকার পরিধি $= 2\pi r = 2\pi \times 0.42$
$= 2.64$ মিটার [∵ $\pi = 3.1416$]
আমরা জানি, চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। ধরি, উক্ত দূরত্ব যেতে চাকাটি n সংখ্যক বার আবর্তিত হয়।
প্রশ্নমতে, $2.64 \times n = 221 \times 1000$ [∵ 1 কি.মি. = 1000 মি.]
বা, $n = \frac{221000}{2.64} = 83712.12 \approx 83712$
∴ n = 83712 বার (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪ **চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ R। abcd আরেকটি সমকেন্দ্রিক বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ r(<R)। ∠COB একটি রেডিয়ান কোণ এবং OP ⊥ OB**

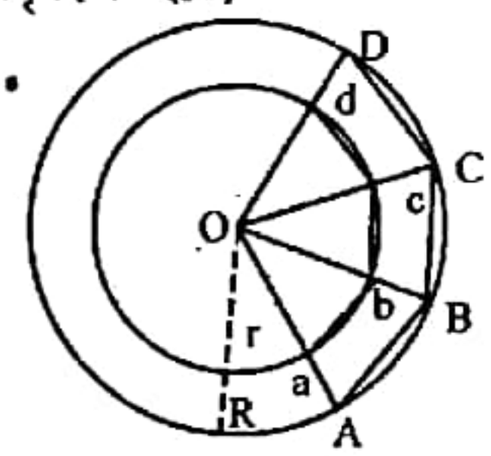


ক. A, B ও a, b যোগ করে উৎপন্ন ΔAOB ও ΔaOb এর মধ্যে সম্পর্ক কী? ২
খ. দেখাও যে, দুটি বৃত্তের স্ব-স্ব পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান। ৪
গ. দেখাও যে, ∠COB একটি ধ্রুব কোণ। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

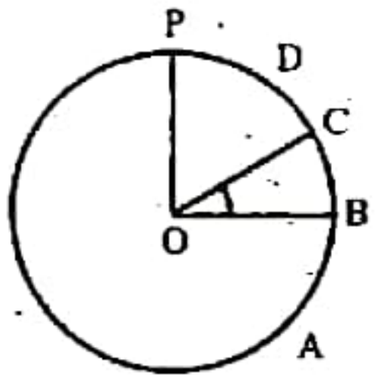
ক ΔAOB ও ΔaOb -এ
$\frac{OA}{Oa} = \frac{OB}{Ob} = \frac{R}{r}$ এবং ∠AOB = ∠aOb
∴ ΔAOB ও ΔaOb ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

খ দুইটি বৃত্ত সমকেন্দ্রিক। এখন বৃহত্তর বৃত্তটিকে n সংখ্যক (ধনাত্মক) সমান ভাগে বিভক্ত করি। কেন্দ্রের সাথে বিভক্তি বিন্দুগুলো যোগ করে ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে n সংখ্যক সমান ভাগে বিভক্ত করি। উভয় বৃত্তে বিভাগ বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি। পরস্পর সংযুক্ত করার ফলে প্রত্যেক বৃত্তে n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট একটি সুষম বহুভুজ অন্তর্লিখিত হলো।
এখন ধরি, বৃহত্তর বৃত্তের পরিধি S ও ব্যাসার্ধ R
এবং ক্ষুদ্রতর বৃত্তের পরিধি s ও ব্যাসার্ধ r
এখন, ΔOAB এবং ΔOab ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ ['ক' হতে]
ফলে $\frac{AB}{ab} = \frac{OA}{Oa} = \frac{OB}{Ob} = \frac{R}{r}$
অনুরূপভাবে, $\frac{BC}{bc}, \frac{CD}{cd}$ ..... ইত্যাদি
প্রত্যেকটির অনুপাত $= \frac{R}{r}$
∴ $\frac{R}{r} = \frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc} = \frac{CD}{cd} = \ldots\ldots(1)$



এখন, n যথেষ্ট বড় হলে AB + BC + CD + ... = S এবং
ab + bc + cd + ... = s
∴ সমীকরণ (1) হতে পাই,
$\frac{AB + BC + CD + \ldots\ldots}{ab + bc + cd + \ldots\ldots} = \frac{R + R + R + \ldots.}{r + r + r + \ldots\ldots}$
$= \frac{nR}{nr} = \frac{R}{r} = \frac{2R}{2r}$
অতএব $\frac{S}{s} = \frac{R}{r} = \frac{2R}{2r}$
অতএব যেকোনো দুইটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত সমান। **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে ∠COB একটি রেডিয়ান কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠COB একটি ধ্রুব কোণ।
এখানে, OP লম্ব OB রেখাংশের ওপর অবস্থিত।
প্রমাণ: OP লম্ব বৃত্তের পরিধিকে P বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে চাপ
PB = পরিধির এক-চতুর্থাংশ $= \frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$
এবং চাপ CB = ব্যাসার্ধ r [∵ ∠COB = এক রেডিয়ান]
প্রতিজ্ঞা (২) থেকে পাই,
$\frac{\angle COB}{\angle POB} = \frac{\text{চাপ } CB}{\text{চাপ } PB}$
$\therefore \angle COB = \frac{\text{চাপ } CB}{\text{চাপ } PB} \times \angle POB$
$= \frac{r}{\frac{\pi r}{2}} \times$ এক সমকোণ
$= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ [∵ OP ব্যাসার্ধ এবং OB এর ওপর লম্ব]



যেহেতু সমকোণ ও π ধ্রুবক
সেহেতু ∠COB একটি ধ্রুব কোণ। **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৫ **এক ব্যক্তি 10 কি.মি./ ঘন্টা বেগে দৌড়াতে পারেন। একটি বৃত্তাকার মাঠের কেন্দ্র থেকে দৌড় শুরু করে 50 সেকেন্ডে মাঠের কিনারায় পৌঁছালেন। পরিধি বরাবর আরও 50 সেকেন্ড দৌড়ানোর পর আবার কেন্দ্রে ফিরে আসলেন।**

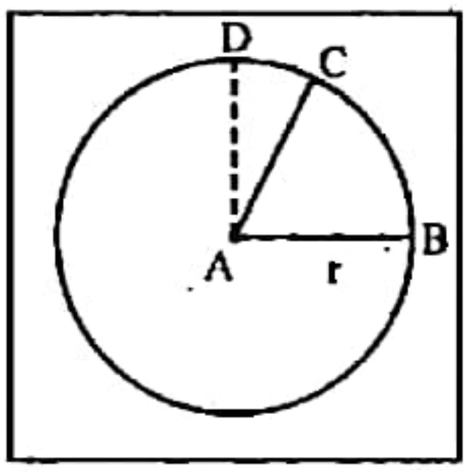
ক. লোকটি পরিধি বরাবর কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করেছেন? ২

খ. প্রমাণ কর যে, লোকটি পরিধি বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করেছেন তা কেন্দ্রে একটি ধ্রুব কোণ উৎপন্ন করে। ৪

গ. পরিধি বরাবর একবার ঘুরে এসে আরও 40° অতিক্রম করলে মোট কত রেডিয়ান কোণ অতিক্রম করেছিলেন? লোকটির অতিক্রান্ত দূরত্ব মিটারে নির্ণয় কর। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



আমরা জানি,

$$\text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$$

বা, দূরত্ব = বেগ × সময়

বা, BC = 10 কি.মি./ ঘন্টা × 50 সে.

$$= \frac{10 \times 1000}{3600} \times 50 \text{ মি.}$$

= 138.9 মি. (Ans.)

খ চিত্র থেকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ AB = BC = 138.9 মি.

চিত্র থেকে A কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের BC চাপ কেন্দ্রে ∠BAC কোণ তৈরি করে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BAC ধ্রুব কোণ।

অংকন: AB রেখাংশের উপর AD লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: AD লম্ব পরিধির D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে চাপ BD = পরিধির এক চতুর্থাংশ।

$$= \frac{1}{4} \times 2\pi r$$

$$= \frac{\pi r}{2}$$

এবং চাপ BC = AB = r = ব্যাসার্ধ।

আমরা জানি, বৃত্তের কোন চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

সুতরাং $\frac{\angle BAC}{\angle BAD} = \frac{\text{চাপ BC}}{\text{চাপ BD}}$

বা, $\angle BAC = \frac{\text{চাপ BC}}{\text{চাপ BD}} \times \angle BAD$

$$= \frac{r}{\frac{\pi r}{2}} \times \text{এক সমকোণ}$$

$$= \frac{2}{\pi} \text{ সমকোণ।}$$

যেহেতু সমকোণ ও π ধ্রুবক সেহেতু ∠BAC একটি ধ্রুব কোণ।

গ বৃত্তের পরিধি কেন্দ্রে 360° কোণ উৎপন্ন করে।

সুতরাং লোকটি দ্বারা মোট অতিক্রান্ত চাপ কেন্দ্রে (360° + 40°) = 400° কোণ উৎপন্ন করে।

আমরা জানি,

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180}$$

বা, $\frac{R}{\pi} = \frac{400}{180}$

বা, $R = \frac{400}{180}\pi$

$= 6.98^c$.

∴ কেন্দ্রে 6.98^c কোণ উৎপন্ন করে। (উত্তর)

এখানে, r = 138.9 মি.

$\theta = 6.98^c$

আমরা জানি, $S = r\theta = (138.9)(6.98)$

= 969.7 m. (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬ **ঢাকা হতে কক্সবাজারের দূরত্ব 786.8 কিলোমিটার। ঢাকা ও কক্সবাজার পৃথিবীর কেন্দ্রে 7° কোণ উৎপন্ন করে।**

ক. 7° কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কত? ৪

গ. ঢাকা হতে পঞ্চগড়ের দূরত্ব 560.28 কি.মি. হলে ঢাকা ও পঞ্চগড় কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

180° = π রেডিয়ান

∴ $1° = \frac{\pi}{180}$ "

∴ $7° = \frac{7\pi}{180}$ "

$= \frac{7\pi}{180}$ রেডিয়ান

খ দেওয়া আছে,

ঢাকা হতে কক্সবাজারের দূরত্ব S_1 = 786.8 কি.মি.

পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta_1 = 7°$

$= \frac{7\pi}{180}$ রেডিয়ান

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ r নির্ণয় করতে হবে।

∴ S_1 = চাপের দৈর্ঘ্য = ঢাকা ও কক্সবাজারের দূরত্ব

$= r\theta_1$

বা, $r = \frac{S_1}{\theta_1}$

$= \frac{786.8}{\frac{7\pi}{180}}$

$= \frac{786.8 \times 180}{7\pi}$ কি.মি.

= 6440.045 কিলোমিটার

≈ 6440 কি:মি:

∴ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার।

গ দেওয়া আছে, ঢাকা ও পঞ্চগড়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, S_2 = 560.28 কি.মি.

আমরা জানি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ r = 6440 কি: মি: [(ঘ)-এ প্রাপ্ত]

ঢাকা ও পঞ্চগড় কর্তৃক পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ θ_2 নির্ণয় করতে হবে।

www.bdniyog.com

আমরা জানি,

$S_2 = r\theta_2$

বা, $\theta_2 = \frac{S_2}{r}$ রেডিয়ান

$= \frac{560.28}{6440}$ "

$= \frac{87}{1000}$ "

আমরা জানি,

π রেডিয়ান $= 180°$

$\therefore 1$ " $= \left(\frac{180}{\pi}\right)°$

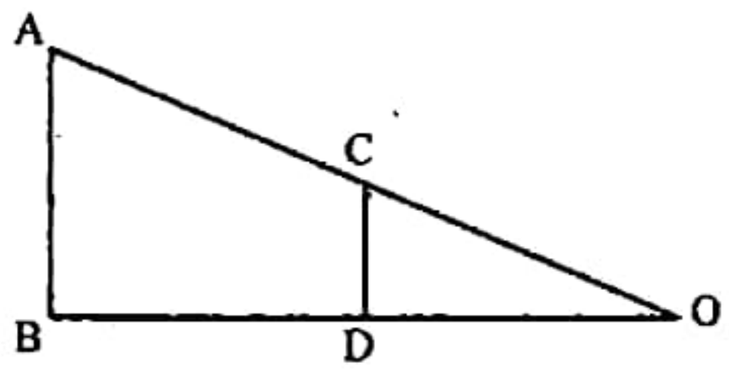
$\therefore \frac{87}{1000}$ " $= \left(\frac{180}{\pi} \times \frac{87}{1000}\right)°$

$= 4.985°$

$= 5°$

$\therefore$ ঢাকা ও পঞ্চগড় কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 5° **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭



চিত্রে AB ও CD যথাক্রমে হিমালয় ও ফায়পুই [Phawngpui (blue mountain, India)] নির্দেশ করে। O বিন্দুটি ঢাকাতে অবস্থিত কোনো ব্যক্তিকে নির্দেশ করে। হিমালয়ের উচ্চতা 8.8km। ঢাকা হতে হিমালয়ের দূরত্ব 1957 km.

ক. 1′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. ∠AOB নির্ণয় কর। ৪

গ. ঢাকা হতে ফায়পুই পর্বতের দূরত্ব 170km হলে ফায়পুই পর্বতের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $1' = \left(\frac{1}{60}\right)°$

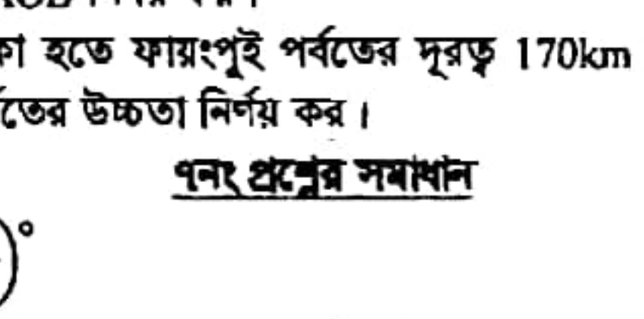
আমরা জানি, $180° = \pi$ রেডিয়ান

$\therefore 1° = \frac{\pi}{180}$ "

$\therefore \left(\frac{1}{60}\right)° = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{1}{60}\right)$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{10800}$ রেডিয়ান

খ



দেওয়া আছে,

ঢাকা হতে হিমালয়ের দূরত্ব, OB = 1957 km.

হিমালয়ের উচ্চতা, AB = 8.8 km = r_1

উৎপন্ন কোণ অনেক ক্ষুদ্র হবে বলে আমরা হিমালয়ের উচ্চতা AB কে চাপ S_1 হিসাবে কল্পনা করতে পারি।

আমরা জানি,

S_1 = চাপের দৈর্ঘ্য = হিমালয়ের উচ্চতা

$= r_1.\theta_1$ [θ_1 হল ঢাকাতে অবস্থিত কোন ব্যক্তির চোখে উৎপন্ন কোণ]

বা, $\theta_1 = \frac{S_1}{r_1} = \frac{8.8}{1957} = \frac{44}{9785}$ রেডিয়ান

$= \left(\frac{44 \times 180}{\pi \times 9785}\right)°$

$= 0.258° \therefore \angle AOB = 0.258°$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

ঢাকা হতে ফায়পুই পর্বতের দূরত্ব $r_2 = OD = 170$ km

আমরা জানি, $\angle AOB = \angle COD = 0.258°$

$\therefore$ ঢাকাতে অবস্থিত কোন ব্যক্তির চোখে ফায়পুই পর্বত কর্তৃক উৎপন্ন কোণ, $\theta_2 = \frac{0.258 \times \pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{44}{9785}$ রেডিয়ান

ফায়পুই পর্বতের উচ্চতা, S_2 নির্ণয় করতে হবে।

θ_2 ক্ষুদ্র বলে S_2 কে চাপ হিসাবে কল্পনা করা যায়।

আমরা জানি,

S_2 = চাপের দৈর্ঘ্য = ফায়পুই পর্বতের উচ্চতা

$= r_2\theta_2$

$= \left(170 \times \frac{44}{9785}\right)$ কিলোমিটার

$= 0.764$ কিলোমিটার

$= 764$ মিটার

$\therefore$ ফায়পুই পর্বতের উচ্চাত 764 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ ভূমিতে অবস্থিত একটি পাখির চোখে 2km দূরে অবস্থিত একজন শিকারি 150" কোণ উৎপন্ন করে।

ক. 150" কে রেডিয়ান প্রকাশ কর। ২

খ. শিকারির উচ্চাতা বের কর। ৪

গ. শিকারি কর্তৃক পাখির চোখে উৎপন্ন কোণ 20′ হলে পাখিটি উড়ে যায়। তাহলে পাখিটি উড়ে যাওয়া মুহূর্তে পাখি ও শিকারির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হবে। [ধর শিকারি পাখির দিকে অগ্রসরমান] ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক $150" = \left(\frac{150}{60}\right)' = \left(\frac{150}{60 \times 60}\right)°$

আমরা জানি,

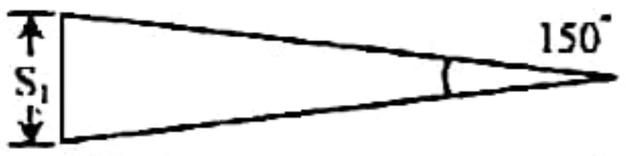
$180° = \pi$ রেডিয়ান

$\therefore 1° = \frac{\pi}{180}$ "

$\therefore \left(\frac{150}{60 \times 60}\right)° = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{150}{60 \times 60}\right)°$"

$= \frac{\pi}{4320}$ রেডিয়ান

খ



$\because$ শিকারি কর্তৃক পাখির চোখে উৎপন্ন কোণ $\theta_1 = \frac{\pi}{4320}$ রেডিয়ান অতিক্ষুদ্র।

সুতরাং শিকারির উচ্চতা, S_1 কে চাপ হিসাবে কল্পনা করা যায়।

দেওয়া আছে, শিকারি ও পাখির মধ্যবর্তী দূরত্ব $r_1 = 2$ km

আমরা জানি, S_1 = শিকারির উচ্চতা $= r_1\theta_1$

$= 2 \times \frac{\pi}{4320}$ কি.মি.

$= \frac{2\pi \times 1000}{4320}$ মিটার

$= 1.45$ মিটার

$\therefore$ শিকারির উচ্চতা 1.45 মিটার **(Ans.)**

www.bdniyog.com

গ আমরা জানি,
শিকারির উচ্চতা, $S_2 = 1.45$ মিটার [(গ)-এ প্রাপ্ত]
উড়ে যাবার মুহূর্তে পাখির চোখে উৎপন্ন কোণ

$$\theta_2 = 20' = \left(\frac{20}{60}\right)^\circ$$

$$= \frac{20\pi}{60 \times 180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{\pi}{540} \text{ রেডিয়ান}$$

উড়ে যাওয়ার মুহূর্তে পাখি ও শিকারির মধ্যবর্তী দূরত্ব, r_2 নির্ণয় করতে হবে।
আমরা জানি, S_2 = চাপের দৈর্ঘ্য $= r_2\theta_2$

বা, $$r_2 = \frac{S_2}{\theta_2}$$

$$= \frac{1.45}{\frac{\pi}{540}}$$

$$= \frac{540 \times 1.45}{\pi} \text{ মিটার}$$

$$= 249.24 \text{ মিটার}$$

∴ উড়ে যাওয়ার মুহূর্তে পাখি ও শিকারির মধ্যবর্তী দূরত্ব 249.24 মিটার হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ মঙ্গলগ্রহে অবস্থানরত একজন ব্যক্তির চোখে সূর্যের ব্যাস 21′ কোণ উৎপন্ন করে। মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ থেকে সূর্যের দূরত্ব 14,20,00,000 মাইল। [ব্যক্তির উচ্চতা উপেক্ষণীয়]

ক. 21′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২
খ. সূর্যের ব্যাস বের কর। ৪
গ. সূর্যের ব্যাস তোমার চোখে 28′ কোণ উৎপন্ন করলে সূর্য থেকে তোমার দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক $$21' = \frac{21^\circ}{60}$$

আমরা জানি, $180^\circ = \pi$ রেডিয়ান

$$\therefore 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ ,,}$$

$$\therefore \left(\frac{21}{60}\right)^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{21}{60}\right) \text{ রেডিয়ান} = \frac{7\pi}{3600} \text{ রেডিয়ান}$$

খ দেওয়া আছে,
মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ থেকে সূর্যের দূরত্ব $r_1 = 14,20,00,000$ মাইল
চোখে উৎপন্ন কোণ, $\theta_1 = 21'$

$$= \frac{7\pi}{3600} \text{ রেডিয়ান}$$

সূর্যের ব্যাস S_1 নির্ণয় করতে হবে।
আমরা জানি,
S_1 = চাপের দৈর্ঘ্য
= সূর্যের ব্যাস $= r_1\theta_1$

$$= \left(14,20,00,000 \times \frac{7\pi}{3600}\right) \text{ মাইল}$$

$$= 867428.6 \text{ মাইল}$$

∴ সূর্যের ব্যাস = 8,67,428.6 মাইল **(Ans.)**

গ আমরা জানি,
সূর্যের ব্যাস, $S_2 = 867428.6$ মাইল [(খ)-এ প্রাপ্ত]
চোখে উৎপন্ন কোণ, $\theta_2 = 28'$

$$= \left(\frac{28}{60}\right)^\circ$$

$$= \left(\frac{28}{60} \times \frac{\pi}{180}\right) \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{7\pi}{2700} \text{ রেডিয়ান}$$

সূর্য থেকে আমার দূরত্ব, $r_2 = ?$
আমরা জানি,
S_2 = চাপের দৈর্ঘ্য = সূর্যের ব্যাস
$= r_2\theta_2$

বা, $$r_2 = \frac{S_2}{\theta_2} = \frac{867428.6}{\frac{7\pi}{2700}} \text{ মাইল} = \frac{867428.6 \times 2700}{7\pi} \text{ মাইল}$$

$$= 106,499,995.3 \text{ মাইল}$$

∴ সূর্য থেকে আমার দূরত্ব 106,499,995.3 মাইল হবে **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ কামরুল সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 15 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 200 মিটার। [আইডিয়াল গভ. হাইস্কুল, নারায়ণগঞ্জ]

ক. 30° কে রেডিয়ানে ও 7′ কে ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ২
খ. কামরুলের গতিবেগ নির্ণয় কর। ৪
গ. যদি আরও 5 সেকেন্ড বেশী লাগত তাহলে বেগ কত? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(30)^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$$= \frac{\pi}{6} \text{ ,,}$$

$$= \frac{3.1416}{6} \text{ ,, } [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 0.5236 \text{ ,,}$$

এবং $7' = \left(\frac{7}{60}\right)^\circ = 0.1167^\circ$

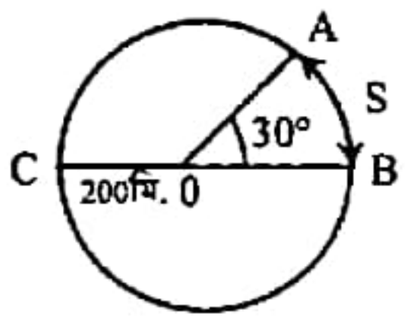
Ans. 0.5236 রেডিয়ান ও 0.1167° (প্রায়)

খ ধরি, কামরুল ABC বৃত্তের B বিন্দু থেকে যাত্রা করে 15 সেকেন্ড পরে A বিন্দুতে আসে। তাহলে AB চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ

$$\theta = \angle AOB = 30^\circ = \frac{30\pi^c}{180}$$

$r = OB$ = ব্যাসার্ধ $= \frac{200}{2}$ মিটার

$= 100$ মিটার



ধরি, চাপ AB = s মিটার
আমরা জানি, $s = r\theta$ মিটার

$$= 100 \times \frac{30\pi}{180} \text{ মিটার}$$

$$= \frac{50}{3}\pi \text{ ,,}$$

$$= \frac{50}{3} \times 3.1416 \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$\therefore s = 52.36$ মিটার (প্রায়)

∴ কামরুলের গতিবেগ $= \frac{52.36}{15}$ মিটার / সেকেন্ড

$= 3.4906$ মিটার / সেকেন্ড

Ans. 3.4906 মিটার / সেকেন্ড (প্রায়)

www.bdniyog.com

গ খ নং থেকে আমরা পাই

$s = 52.36$ মিটার

যদি আরও 5 সেকেন্ড সময় বেশি লাগত তাহলে মোট সময় হয়

$= (15 + 5) = 20$ সেকেন্ড

তাহলে গতিবেগ হবে $= \frac{52.36 \text{ মিটার}}{20 \text{ সেকেন্ড}} = 2.618$ মিটার / সেকেন্ড

Ans. 2.618 মিটার/ সেকেন্ড। (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ১১ একটি গাড়ীর প্রতিটি চাকা 2 কিলোমিটার পথ যেতে 750 বার আবর্তিত হয়। [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. চাকাটির ব্যাসার্ধ r হলে, 750 পাক ঘুরায় চাকাটির অতিক্রান্ত দূরত্বকে r এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. চাকাটির 0.5 মিটার দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সূক্ষকোণের পরিমাপ নির্ণয় কর। ৪

গ. 5 কিলোমিটার যেতে চাকাটি কতবার ঘুরবে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, চাকার ব্যাসার্ধ r মিটার

∴ চাকার পরিধি $= 2\pi r$ মিটার

আমরা জানি, চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

∴ 750 বার ঘুরায় চাকাটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব

$= 750 \times 2\pi r$ মিটার

$= 1500\pi r$ মিটার

খ $1500\pi r = 2000$ [∵1 কি.মি. = 1000 মিটার]

বা, $r = \frac{2000}{1500\pi}$ মিটার $= \frac{2000}{1500 \times 3.1416}$ মিটার $= 0.4244$ মিটার

চাকার ব্যাসার্ধ = 0.42 মিটার (প্রায়)

চাকার ব্যাসার্ধ = 0.42 মিটার এবং চাপ = 0.5 মিটার। r ব্যাসার্ধের ও s চাপের কেন্দ্রস্থ সূক্ষ্মকোণের পরিমাণ θ হলে-

$s = r\theta$

বা, $\theta = \frac{s}{r} = \frac{0.50 \text{ মিটার}}{0.42 \text{ মিটার}} = 1.19$ রেডিয়ান (প্রায়)

গ চাকার ব্যাসার্ধ = 0.42 মিটার

∴ চাকার পরিধি $= 2\pi \times 0.42$ মিটার

$= 2.64$ মিটার (প্রায়)

আমরা জানি, চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। ধরি, 5 কিলোমিটার = 5000 মিটার যেতে চাকাটি n বার ঘুরবে।

প্রশ্নমতে, $n \times 2.64 = 5000$

∴ $n = \frac{5000}{2.64} = 1893.9 \approx 1894$

Ans. 1894 বার (প্রায়)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১২ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার হলে পৃথিবীর ওপরের দুইটি স্থান কেন্দ্রে 32″ কোণ উৎপন্ন করে।

[মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. প্রদত্ত কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. স্থান দুইটির দূরত্ব কত ?

গ. একজন লোক সাইকেলে চড়ে উক্ত দূরত্ব 5 মিনিটে অতিক্রম করলে লোকটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত ?

উত্তর: ক. $\frac{\pi}{20250}$ রেডিয়ান; **খ.** 1 কি.মি. (প্রায়); **গ.** 12 কি.মি./ঘণ্টা

প্রশ্ন ▶ ১৩ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 14.9×10^7 কিলোমিটার এবং পৃথিবীর কেন্দ্র বিন্দুতে সূর্যের ব্যাস 32′ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. প্রদত্ত কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. সূর্যের ব্যাস নির্ণয় কর।

গ. পৃথিবীর কক্ষপথকে 14.9×10^7 কিলোমিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তরূপে বিবেচনা করে প্রতি ঘণ্টায় পৃথিবীর গতিবেগ নির্ণয় কর। (এক বৎসর $= 365\frac{1}{4}$ দিন)

উত্তর: ক. $\frac{2\pi}{675}$ রেডিয়ান; **খ.** 13.87×10^5 কি.মি. (প্রায়);

গ. 106798.63 কি.মি./ঘণ্টা

প্রশ্ন ▶ ১৪ 540 কি. মি. দূরে একটি বিন্দুতে কোন পাহাড় 7′ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. পাহাড়টির উচ্চতা কত ?

গ. এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘণ্টায় পাহাড়ের উচ্চতার সমান বেগে পরিভ্রমণ করে 15 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি এ চাপ কেন্দ্রে $\frac{5\pi^c}{12}$ কোণ উৎপন্ন করে, তবে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত ?

উত্তর: ক. $\frac{7\pi}{10800}$ রেডিয়ান; **খ.** 1.1 কি.মি. (প্রায়); **গ.** 3.5 মিটার

প্রশ্ন ▶ ১৫ এক ব্যক্তি ঘণ্টায় 9 কি.মি. বেগে দৌড়ে 6 মিনিটে একটি বৃত্তাকার মাঠের চারদিকে ঘুরে এলো। [বি এন কলেজ ঢাকা]

ক. কেন্দ্র থেকে পরিধির দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. 5 মিনিটে সে যে চাপ অতিক্রম করে তা দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ৪

গ. একই স্থান থেকে একই সময় একই দিকে ঘণ্টায় 12 কি.মি. বেগে তার বোন দৌড়ায়ে তবে 2 মিনিট পর তাদের দুই জনের মধ্যে কেন্দ্রে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন হবে? ৪

উত্তর: ক. 143.3121মিটার; **খ.** $5.2\dot{3}^c$ **গ.** 120°

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি চাকা 0.88 কিলোমিটার পথ যেতে 20 বার ঘোরে।

[নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক. চাকাটি 1 বার ঘুরলে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. চাকাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. চাকাটির ব্যাসার্ধের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের 11 মিটার দীর্ঘ চাপের সম্মুখস্থ কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 44 মিটার; **খ.** 7.006 মিটার; **গ.** 1.57 মিটার

প্রশ্ন ▶ ১৭ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং পরিধির দৈর্ঘ্য p.

[জামালপুর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর]

ক. $r = 4$ সে.মি. হলে p এর মান নির্ণয় কর। ২

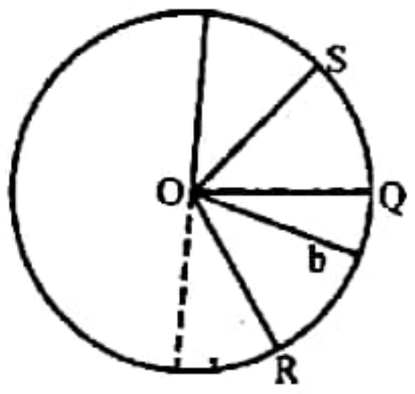
খ. দেখাও যে, $\frac{p}{2r}$ এর মান যে কোন দুইটি বৃত্তের জন্য সমান। ৪

গ. বৃত্তের একটি চাপ PB = r হলে দেখাও যে, উক্ত চাপ দ্বারা বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ একটি ধ্রুব কোণ। ৪

উত্তর: ক. 25.12 সে.মি.

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৮



[ডা. খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. চিত্রে ∠SOR একটি স্থির কোণ প্রমাণ কর। ২

খ. চিত্রে OQ = r, চাপ SQ = s এবং ∠SOR = q হলে প্রমাণ কর যে, S = rq. ৪

গ. চিত্রে OQ বরাবর ঘড়ির ঘন্টার কাটা এবং QR বরাবর ঘড়ির মিনিটের কাঁটা কল্পনা করে ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে বের কর। ৪

প্রশ্ন ▶ ১৯ **পৃথিবীর ব্যাস 12880 কি.মি.। ঢাকা ও বরিশালকে সংযোগকারী বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 36″ কোণ উৎপন্ন করে। উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:** [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]

ক. প্রদত্ত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. ভূপৃষ্ঠে ঢাকা ও বরিশালের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? ৪

গ. যদি পৃথিবী 24 ঘন্টায় একবার পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে, তবে পৃথিবীর বৃত্তাকার বেগ কত? ৪

উত্তর:

ক. 1.74×10^{-4} রেডিয়ান (প্রায়);

খ. 1.12056 কি.মি. (প্রায়);

গ. 1674.667 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- XOX′ ও YOY′ একজোড়া সরলরেখা O বিন্দুতে ছেদ করায় যে চারটি সমকোণ উৎপন্ন হয় তাদের প্রত্যেকটির অভ্যন্তর একটি করে চতুর্ভাগ।
- চতুর্ভাগগুলো OX রেখা থেকে শুরু করে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিক থেকে সমকোণে ঘুরে ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ চিহ্নিত করা হয়।
- প্রতিটি চতুর্ভাগের অভ্যন্তর কোণ 90°।
- জ্যামিতিক সমতলে সর্বোচ্চ চার সমকোণ কিন্তু ত্রিকোণমিতিতে আরও বৃহত্তর কোণ উৎপন্ন হয়।
- কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরালে উৎপন্ন কোণ ধনাত্মক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরালে উৎপন্ন কোণ ঋণাত্মক কোণ।
- ষাটমূলক পদ্ধতিতে সমকোণ এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে রেডিয়ানকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।
- ষাটমূলক পদ্ধতি : 60″ (সেকেন্ড) = 1′ (মিনিট)
  60′ (মিনিট) = 1° (ডিগ্রী)
  90° (ডিগ্রী) = 1 সমকোণ
- যে কোনো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত ধ্রুবক (π)।
- যে কোনো দুইটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান।
- বৃত্তাকার পথ বা বৃত্ত বা চাকার ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি $2\pi r$.
- রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুব কোণ এবং 1 রেডিয়ান = $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ
- বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।
- $90° = 1$ সমকোণ $= \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান $= \left(\frac{\pi}{2}\right)^c$
  অর্থাৎ $180° = 2$ সমকোণ $= \pi$ রেডিয়ান $= (\pi)^c$
- একটি কোণের ষাটমূলক পরিমাপ D° এবং বৃত্তীয় পরিমাপ R^c হলে $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$
- ডিগ্রী ও রেডিয়ানের সম্পর্ক (ব্যবহারিক ক্ষেত্রে) :
  $1° = \frac{\pi}{180}$, $30° = \frac{\pi}{6}$, $45° = \frac{\pi}{4}$, $60° = \frac{\pi}{3}$, $90° = \frac{\pi}{2}$; $180° = \pi$;
  $360° = 2\pi$;
- $s = r\theta$ [s = চাপের দৈর্ঘ্য, r = ব্যাসার্ধ, θ = কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ]

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৪, ৫, ৬, ৮, ১২, ১৪, ১৬, ১৭, ২২, ২৩, ২৪, ২৫, ২৮, ৩২, ৩৩, ৩৫, ৩৭, ৩৯, ৪৪, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৬০, ৬৪, ৬৫, ৬৭, ৬৯, ৭০, ৭১, ৭২, ৭৬, ৮০, ৮১, ৮৪, ৮৬, ৮৮, ৯০, ৯৭, ৯৮, ১০৩, ১০৪, ১০৫
★★	৭, ৯, ১০, ১১, ১৫, ২২, ২৩, ২৪, ২৬, ৩০, ৩১, ৩৮, ৪৩, ৪৫, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৬, ৬৮, ৭৭, ৭৯, ৮২, ৮৫, ৯১, ৯২, ৯৩, ৯৪, ৯৫, ৯৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫, ৬, ৭, ৯, ১০, ১১
★★	৩, ৮

অধ্যায়-৮

ত্রিকোণমিতি

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৪৬

অনুশীলনী-৮.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত নির্ণয়।

২. সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর সম্পর্ক নির্ণয় এবং বিভিন্ন চতুর্ভাগে এদের চিহ্ন সম্পর্কে ব্যাখ্যা।

৩. ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত সূত্রগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।

৪. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান অর্থাৎ মানের পরিধি নির্ণয়।

১৩টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
৮৯টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪২টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৪টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৩টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৫টি শ্রেণির কাজ ■ ১৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে মান নির্ণয় কর:

(i) $\dfrac{\cos\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}}$

সমাধান: $\dfrac{\cos\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$= \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2\sqrt{3}}{2}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{2}{2\sqrt{3}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{6}}$ (Ans.)

(ii) $\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}.\tan\frac{\pi}{3}$

সমাধান: $\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}.\tan\frac{\pi}{3} = 1+\frac{1}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}$

$= 1+1$

$= 2$ (Ans.)

২. $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\tan\theta$ এবং $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\cos\theta = -\frac{4}{5}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\tan\theta$ এবং $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় করতে হবে।

এখানে,

$\cos\theta = -\frac{4}{5}$

বা, $\cos^2\theta = \left(-\frac{4}{5}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2\theta = \frac{16}{25}$

বা, $1-\sin^2\theta = \frac{16}{25}$

বা, $1-\frac{16}{25} = \sin^2\theta$

বা, $\frac{25-16}{25} = \sin^2\theta$

বা, $\sin^2\theta = \frac{9}{25}$

বা, $\sin\theta = \pm\sqrt{\frac{9}{25}}$

$\therefore \sin\theta = \pm\frac{3}{5}$

যেহেতু, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, তাই θ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং তৃতীয় চতুর্ভাগে sin ঋণাত্মক।

সেহেতু, $\sin\theta = -\frac{3}{5}$

আবার, $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

Ans. $\tan\theta = \frac{3}{4}$, $\sin\theta = -\frac{3}{5}$

৩. $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ এবং $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ এর ক্ষেত্রে cosA ও tanA এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

বা, $\sin^2 A = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$ [বর্গ করে].

বা, $1-\cos^2 A = \frac{4}{5}$.

বা, $1-\frac{4}{5} = \cos^2 A$.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $\frac{1}{5} = \cos^2 A$.

বা, $\cos A = \pm\sqrt{\frac{1}{5}}$.

$\therefore \cos A = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

যেহেতু, $\frac{\pi}{2} < A < \pi$, তাই A দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং দ্বিতীয় চতুর্ভাগে cos ঋণাত্মক।

$\therefore \cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{-\frac{1}{\sqrt{5}}} = -2$

Ans. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\tan A = -2$

৪. দেওয়া আছে, $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং cosA ও sin A একই চিহ্নবিশিষ্ট। sin A এবং tan A এর মান কত?

সমাধান: এখানে, $\cos A = \frac{1}{2}$

বা, $\cos^2 A = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \sin^2 A = \frac{1}{4}$.

বা, $1 - \frac{1}{4} = \sin^2 A$.

বা, $\frac{3}{4} = \sin^2 A$.

বা, $\sin A = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$

বা, $\sin A = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

যেহেতু, cos A ধনাত্মক

সুতরাং sin A ধনাত্মক হবে।

$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

Ans. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan A = \sqrt{3}$.

৫. দেওয়া আছে, $\tan A = -\frac{5}{12}$ এবং tan A ও cos A বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট। sin A এবং cos A এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, $\tan A = -\frac{5}{12}$

বা, $\tan^2 A = \left(\frac{-5}{12}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sec^2 A - 1 = \frac{25}{144}$

বা, $\sec^2 A = \frac{25}{144} + 1$

বা, $\sec^2 A = \frac{169}{144}$

বা, $\sec A = \pm\sqrt{\frac{169}{144}}$

বা, $\sec A = \pm\frac{13}{12}$

$\therefore \cos A = \pm\frac{12}{13}$

$\because$ tan A ও cos A বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট।

$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$

আবার, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

বা, $\sin A = \tan A \cdot \cos A$

$= -\frac{5}{12} \cdot \frac{12}{13}$

$= -\frac{5}{13}$

$\therefore \sin A = -\frac{5}{13}$

Ans. $\sin A = -\frac{5}{13}$, $\cos A = \frac{12}{13}$

৬. নিম্নলিখিত অভেদসমূহ প্রমাণ কর:

(i) $\tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$

সমাধান: বামপক্ষ = $\tan A + \cot A$

$= \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A}$

$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos A \sin A}$

$= \frac{1}{\cos A \sin A}$ [$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$= \frac{1}{\cos A} \frac{1}{\sin A}$

$= \sec A . \operatorname{cosec} A$

= ডানপক্ষ

$\therefore \tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$ (প্রমাণিত)

(ii) $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}}$

সমাধান:

এখানে, $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

আবার, $\sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}} = \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)(\sec\theta+1)}{(\sec\theta-1)(\sec\theta+1)}}$

$= \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)^2}{\sec^2\theta-1}} = \frac{\sec\theta+1}{\sqrt{\tan^2\theta}} = \frac{\sec\theta+1}{\tan\theta}$

$= \text{cosec}\theta + \cot\theta$

$\therefore \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \text{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}}$ **(প্রমাণিত)**

(iii) $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$

সমাধান: বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}}$

$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)(1-\sin A)}{(1+\sin A)(1-\sin A)}}$

$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)^2}{1-\sin^2 A}}$

$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)^2}{\cos^2 A}}$ [$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$= \frac{1-\sin A}{\cos A}$

$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \sec A - \tan A$

$= $ ডানপক্ষ

$\therefore \sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$ **(প্রমাণিত)**

(iv) $\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$

সমাধান:

বামপক্ষ $= \sec^4\theta - \sec^2\theta$

$= (\sec^2\theta)^2 - \sec^2\theta$

$= (1+\tan^2\theta)^2 - (1+\tan^2\theta)$ [$\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$]

$= 1 + 2\tan^2\theta + \tan^4\theta - 1 - \tan^2\theta$

$= \tan^4\theta + \tan^2\theta$

$= $ ডানপক্ষ

$\therefore \sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান:

বামপক্ষ $= \sec^4\theta - \sec^2\theta$

$= \sec^2\theta(\sec^2\theta - 1)$

$= (1+\tan^2\theta)(1+\tan^2\theta - 1)$ [$\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$]

$= (1+\tan^2\theta)\tan^2\theta$

$= \tan^4\theta + \tan^2\theta$

$= $ ডানপক্ষ

$\therefore \sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$ **(প্রমাণিত)**

(v) $(\sec\theta - \cos\theta)(\text{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1$

সমাধান:

বামপক্ষ $= (\sec\theta - \cos\theta)(\text{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta)$

$= \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)\left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$= \left(\frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}\right)$

$= \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{1}{\cos\theta\sin\theta}\right)$

$= \frac{\sin^2\theta.\cos^2\theta}{\cos^2\theta.\sin^2\theta}$

$= 1$

$= $ ডানপক্ষ

$\therefore (\sec\theta - \cos\theta)(\text{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1$ **(প্রমাণিত)**

(vi) $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$

সমাধান:

বামপক্ষ $= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta)}{(1 - \sec\theta + \tan\theta)}$

$= \sec\theta + \tan\theta$

$= $ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$ **(প্রমাণিত)**

৭. যদি $\text{cosec}\, A = \frac{a}{b}$ হয় যেখানে $a > b > 0$, তবে প্রমাণ কর যে, $\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\text{cosec} A = \frac{a}{b}$

বা, $\text{cosec}^2 A = \frac{a^2}{b^2}$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2}$ [$\because \text{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$]

বা, $\cot^2 A = \frac{a^2}{b^2} - 1$

বা, $\frac{1}{\tan^2 A} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

বা, $\tan^2 A = \frac{b^2}{a^2 - b^2}$

বা, $\tan A = \pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2 - b^2}}$

$\therefore \tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ **(প্রমাণিত)**

৮. যদি $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ হয়, তবে দেখাও যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

বা, $\cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$

বা, $\cos\theta = (\sqrt{2} + 1)\sin\theta$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $(\sqrt{2}-1)\cos\theta = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\sin\theta$

[$(\sqrt{2}-1)$ দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $(\sqrt{2}-1)\cos\theta = (2-1)\sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta = \sin\theta$

$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

৯. $\tan\theta = \frac{x}{y}(x \neq y)$ **হলে,** $\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{x}{y}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x^2}{y^2}$

$\therefore \frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

Ans. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

১০. $\tan\theta + \sec\theta = x$ **হলে, দেখাও যে,** $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1-\sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ **(দেখানো হলো)**

১১. $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ **হলে প্রমাণ কর যে,**

$a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$a\cos\theta - b\sin\theta = c$

বা, $(a\cos\theta - b\sin\theta)^2 = c^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $a^2\cos^2\theta - 2a\cos\theta.\, b\sin\theta + b^2\sin^2\theta = c^2$

বা, $a^2(1-\sin^2\theta) - 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2(1-\cos^2\theta) = c^2$

বা, $a^2 - a^2\sin^2\theta - 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2 - b^2\cos^2\theta = c^2$

বা, $-(a^2\sin^2\theta + 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2\cos^2\theta) = -(a^2+b^2-c^2)$

বা, $a^2\sin^2\theta + 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2\cos^2\theta = a^2+b^2-c^2$

বা, $(a\sin\theta)^2 + 2a\sin\theta.b\cos\theta + (b\cos\theta)^2 = a^2+b^2-c^2$

বা, $(a\sin\theta + b\cos\theta)^2 = a^2+b^2-c^2$

$\therefore a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান:

দেওয়া আছে, $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ ... ... (i)

ধরি, $a\sin\theta + b\cos\theta = x$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) বর্গ করে যোগ করে,

$a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta - 2ab\sin\theta\cos\theta + a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta + 2ab\sin\theta\cos\theta = c^2 + x^2$

বা, $a^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + b^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = c^2 + x^2$

বা, $c^2 + x^2 = a^2 + b^2$

বা, $x^2 = a^2 + b^2 - c^2$

বা, $x = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

$\therefore a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$ **(প্রমাণিত)**

১২. মান নির্ণয় কর:

(i) $\sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{6}$.

সমাধান: $\sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{6}$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3 + 3$

$= \frac{1+2+12+12}{4}$

$= \frac{27}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{27}{4}$

Ans. $\frac{27}{4}$

(ii) $3\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\cot^2\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}\sec^2\frac{\pi}{4}$

সমাধান: $3\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\cot^2\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}\sec^2\frac{\pi}{4}$

$= 3(1)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}(\sqrt{3})^2 + \frac{1}{3}(\sqrt{2})^2$

$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}$

$= \frac{36-9-18+8}{12}$

$= \frac{17}{12}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{17}{12}$

Ans. $\frac{17}{12}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(iii) $\tan^2\frac{\pi}{4}-\sin^2\frac{\pi}{3}\tan^2\frac{\pi}{6}\tan^2\frac{\pi}{3}.\cos^2\frac{\pi}{4}$

সমাধান: $\tan^2\frac{\pi}{4}-\sin^2\frac{\pi}{3}\tan^2\frac{\pi}{6}\tan^2\frac{\pi}{3}.\cos^2\frac{\pi}{4}$

$=1^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2.(\sqrt{3})^2.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$=1-\frac{3}{4}.\frac{1}{3}.3.\frac{1}{2}.$

$=1-\frac{3}{8}$

$=\frac{8-3}{8}$

$=\frac{5}{8}$

∴ নির্ণেয় মান $=\frac{5}{8}$

Ans. $\frac{5}{8}$

(iv) $\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{6}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}}+\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

সমাধান: $\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{6}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}}+\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}}+\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}$

$=\frac{\frac{3-1}{\sqrt{3}}}{1+1}+\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{2}+2.\frac{\sqrt{3}}{4}$

$=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2+3}{2\sqrt{3}}=\frac{5}{2\sqrt{3}}$

$=\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}.\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{2.3}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$

∴ নির্ণেয় মান $=\frac{5\sqrt{3}}{6}$

Ans. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

১৩. সরল কর:

$$\frac{1-\sin^2\frac{\pi}{6}}{1+\sin^2\frac{\pi}{4}}\times\frac{\cos^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{6}}{\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{2}-\cot^2\frac{\pi}{2}}\div\left(\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\right)+\left(\sec^2\frac{\pi}{6}-\tan^2\frac{\pi}{6}\right)$$

সমাধান:

$$\frac{1-\sin^2\frac{\pi}{6}}{1+\sin^2\frac{\pi}{4}}\times\frac{\cos^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{6}}{\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{2}-\cot^2\frac{\pi}{2}}\div\left(\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\right)+\left(\sec^2\frac{\pi}{6}-\tan^2\frac{\pi}{6}\right)$$

$$=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}\times\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1-0}\div\left(\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\left\{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}$$

$=\frac{1-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{2}}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{2}+\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{3}\right).$

$=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}}\times\frac{4}{4}\div\frac{1}{2}+\frac{3}{3}$

$=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times2+\frac{3}{3}$

$=1+1$

$=2$

∴ নির্ণেয় সরলমান $=2$

Ans.2

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৮.৭ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ [শেষ পৃষ্ঠা: ২৮৬]

- সমকোণী ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণ θ এর জন্যে 6টি অনুপাত (sine, cosine, tangent, secant, cosecant, cotangent) ব্যবহার হয়।
- $\sin\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$, $\cos\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$, $\tan\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$
- $\sin\theta=\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$, $\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$, $\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$
- $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$, $\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

১. $\sin\theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)
[বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ খ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ গ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$ ঘ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ **খ**

২. $\tan\theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ খ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ গ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ ঘ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$ **গ**

৩. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sin\theta=\frac{1}{2\sqrt{2}}$ এবং লম্ব ১ একক হলে ত্রিভুজের ভূমি কত একক? (মধ্যম)

ক 1 খ $2\sqrt{2}$ গ $\sqrt{7}$ ঘ $\sqrt{8}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sin\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ∴ লম্ব = 1, অতিভুজ $=2\sqrt{2}$

∴ ভূমি $=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-1^1}=\sqrt{8-1}=\sqrt{7}$

৪. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sec\theta=3$ এবং ভূমি ১ একক হলে লম্ব কত একক? (মধ্যম)

ক 1 খ $\sqrt{3}$ গ $\sqrt{8}$ ঘ 3 **গ**

ব্যাখ্যা: $\sec\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}=\frac{3}{1}$ ∴ লম্ব $=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}$

৫. $\sin\theta=\frac{1}{2}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

ক $\frac{1}{2}$ খ 1 গ 2 ঘ $2\sqrt{3}$ **গ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৬. $\sin\theta = \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ 1 গ $\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{3}$ **খ**

৭. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ এবং $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

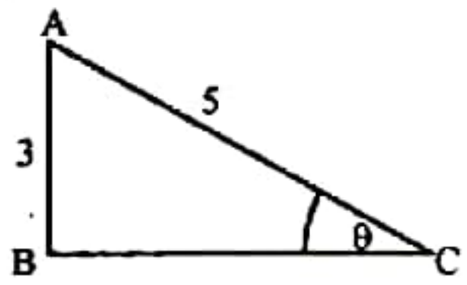
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$ **ঘ**

৮. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\sec\theta$ এর মান কত? (সহজ)

[সামসুল হক খান স্কুল, ঢাকা]

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{2}$ ঘ $3\sqrt{2}$ **খ**

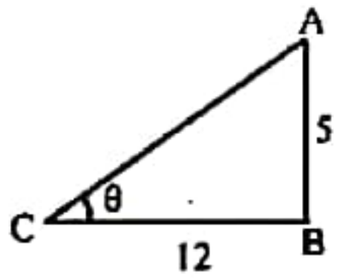
৯. চিত্রে, AB = 3, AC = 5 হলে, $\tan\theta$ = কত? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]



ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{5}{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \quad \therefore \tan\theta = \frac{3}{4}$

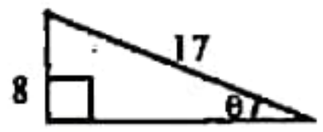
১০.



$\sec\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{12}{3}$ খ $\frac{12}{13}$ গ $\frac{13}{12}$ ঘ $\frac{13}{5}$ **গ**

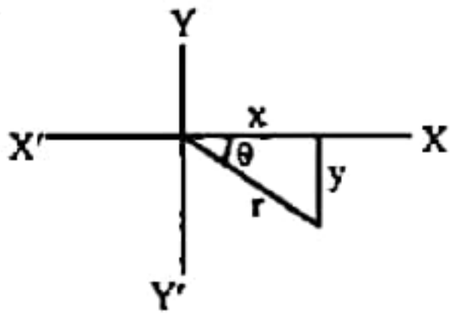
১১.



$\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{8}{17}$ খ $\frac{8}{15}$ গ $\frac{15}{17}$ ঘ $\frac{15}{8}$ **ঘ**

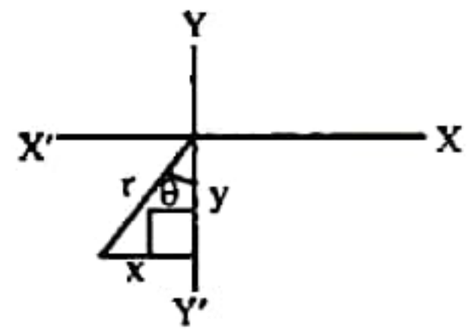
১২.



$\tan\theta$ = নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{x}{y}$ খ $\frac{y}{x}$ গ $\frac{x}{y}$ ঘ $-\frac{y}{x}$ **ক**

১৩.



$\text{cosec}\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{r}{x}$ খ $\frac{r}{y}$ গ $\frac{r}{x}$ ঘ $-\frac{r}{x}$ **গ**

১৪. $\sin\theta = \frac{4}{5}$ হলে, $\cot\theta$ = কত? (মধ্যম)

[বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{3}{2}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

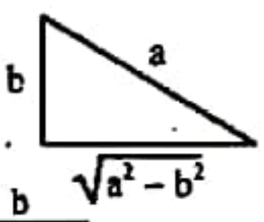
$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

১৫. $\sin A = \frac{b}{a}$ হলে $\tan A$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ খ $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

গ $\frac{ab}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ **ক**

ব্যাখ্যা:



$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

১৬. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ এবং লম্ব ২ একক হলে—

i. ভূমি 1 একক

ii. $\text{cosec}\theta = \sqrt{5}$

iii. $\tan\theta = 2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

১৭. $\tan\theta = 3\sqrt{3}$ হলে —

i. $\text{cosec}\theta = \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}$

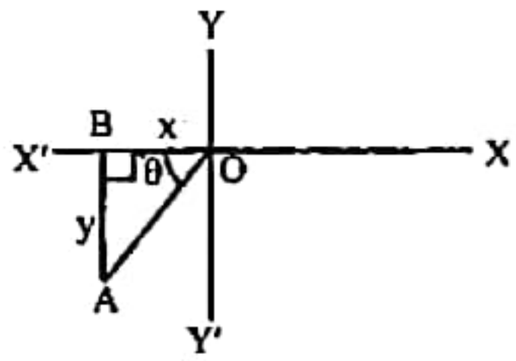
ii. $\sin\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

iii. $\cot\theta = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৮.



চিত্রে —

i. $OA = \sqrt{x^2 + y^2}$

ii. $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

iii. $\tan\theta = \frac{y}{x}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

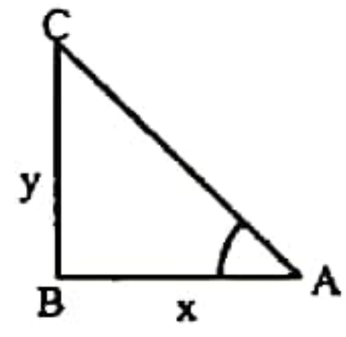
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৯. $\cot A = \frac{x}{y}$; যেখানে $x > y > 0$, তাহলে—

i. $AC = \sqrt{x^2 + y^2}$

ii. $\sin A = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

iii. $\cos A = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}$



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii

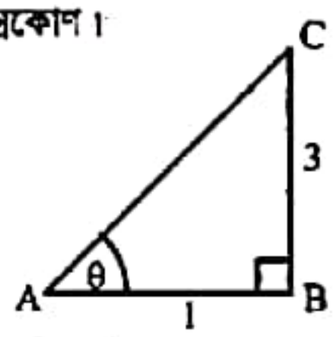
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ΔABC-এ θ সূক্ষ্মকোণ।



২০. AC = কত? (সহজ)

ⓚ $\sqrt{10}$ ⓛ 9 ⓜ 10 ⓝ 16 — ক

২১. $\tan\theta$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ 3 ⓝ 4 — গ

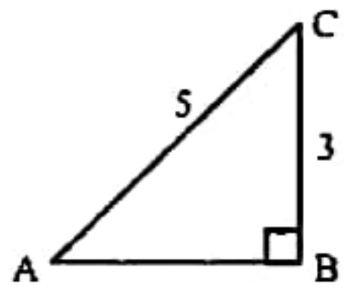
২২. $\text{cosec}\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{10}}$ ⓛ 1 ⓜ $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ⓝ 10 — গ

২৩. $\sec\theta$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{10}}$ ⓛ $\sqrt{10}$ ⓜ 9 ⓝ 10 — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



২৪. $\angle A$ সূক্ষ্মকোণ বিবেচনায় ভূমির দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ⓚ 2 ⓛ 3 ⓜ 4 ⓝ 5 — গ

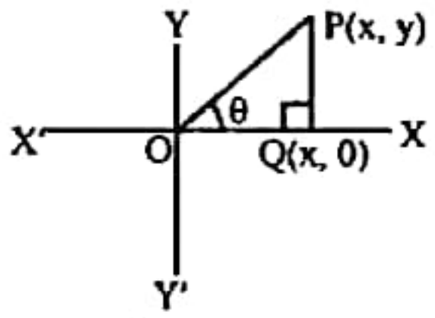
২৫. tanC এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{3}{4}$ ⓛ $\frac{4}{3}$ ⓜ $\frac{3}{5}$ ⓝ $\frac{5}{3}$ — খ

২৬. $\tan A + \tan C$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{25}{12}$ ⓛ $\frac{25}{16}$ ⓜ $\frac{12}{25}$ ⓝ $\frac{16}{25}$ — ক

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



২৭. OP এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ x ⓛ y ⓜ $x^2 + y^2$ ⓝ $\sqrt{x^2 + y^2}$ — ঘ

২৮. $\tan\theta - \sec\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{x - \sqrt{x^2 + y^2}}{y}$ ⓛ $\frac{y - \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$

ⓜ $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 + y^2}}{y}$ ⓝ $\frac{\sqrt{y} - \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$ — খ

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{y}{x}$, $\sec\theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$

$\therefore \tan\theta - \sec\theta = \frac{y}{x} - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x} = \frac{y - \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$

২৯. $\cot\theta - \text{cosec}\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{x - \sqrt{x^2 + y^2}}{y}$ ⓛ $\frac{y - \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$

ⓜ $\frac{x + \sqrt{x^2 + y^2}}{y}$ ⓝ $\frac{y + \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$ — ক

ব্যাখ্যা: $\text{cosec}\,\theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y}$, $\cot\theta = \frac{x}{y}$

$\therefore \cot\theta - \text{cosec}\theta = \frac{x}{y} - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y} = \frac{x - \sqrt{x^2 + y^2}}{y}$

৩০. $(\sin\theta + \cos\theta)^2$ এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x + y}$ ⓛ $\frac{x^2 + y^2}{(x + y)^2}$

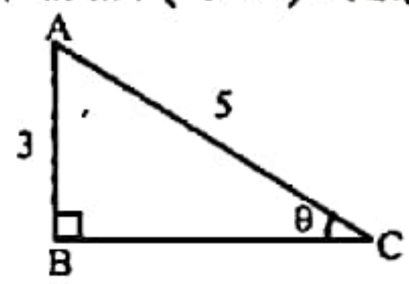
ⓜ $\frac{(x + y)^2}{x^2 + y^2}$ ⓝ $\frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ — গ

ব্যাখ্যা: $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

$\therefore (\sin\theta + \cos\theta)^2 = \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2$

$= \left(\frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2 = \frac{(x + y)^2}{x^2 + y^2}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩১-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৩১. BC এর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ⓚ 3 ⓛ 4 ⓜ 5 ⓝ 6 — খ

৩২. $\sin\theta$ = কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{3}{4}$ ⓛ $\frac{3}{5}$ ⓜ $\frac{4}{5}$ ⓝ $\frac{4}{3}$ — খ

৩৩. $\cos\theta$ = কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{3}{4}$ ⓛ $\frac{3}{5}$ ⓜ $\frac{4}{5}$ ⓝ $\frac{5}{4}$ — গ

৩৪. $\cot\theta$ = কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{3}{4}$ ⓛ $\frac{5}{3}$ ⓜ $\frac{4}{5}$ ⓝ $\frac{4}{3}$ — ঘ

★★★ ৮.৮ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত কতিপয় সহজ অভেদাবলি | Text পৃষ্ঠা-১৫০

- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

৩৫. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cos^2\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{4}$ ⓛ $\frac{3}{4}$ ⓜ 1 ⓝ 2 — খ

ব্যাখ্যা: $\sin^2\theta = \frac{1}{4} \therefore \cos^2\theta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

৩৬. $\theta = 45°$ হলে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta$ এর মান কত? (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ 3 — খ

৩৭. $\sin^2 0° + \cos^2 0° = ?$ (সহজ)

ⓚ 0 ⓛ −1 ⓜ 1 ⓝ 2 — গ

৩৮. $\sec^2\frac{\pi}{4} - \tan^2\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ $2\sqrt{3}$ ⓛ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓜ 1 ⓝ 0 — গ

৩৯. $\text{cosec}\theta = \sqrt{2}$ হলে $\cot\theta$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓜ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓝ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ — খ

ব্যাখ্যা: $\text{cosec}^2\theta = (\sqrt{2})^2 = 2$

$\therefore \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta - 1 = 2 - 1 = 1$

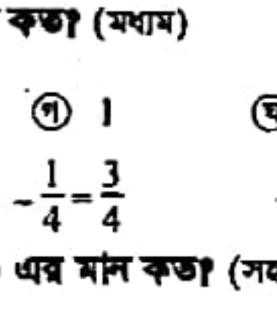
$\therefore \cot\theta = 1$

৪০. পাশের চিত্র অনুসারে—

i. OM = 13

ii. $\sec\theta = \frac{13}{12}$

iii. $\tan^2\theta = \frac{25}{144}$



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii — গ

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৪১. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে —

i. $\sec^2\theta = 2$
ii. $\tan^2\theta = 1$
iii. $\cot^2\theta = 2$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\cos\theta = \frac{1}{2}$ এবং $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$।

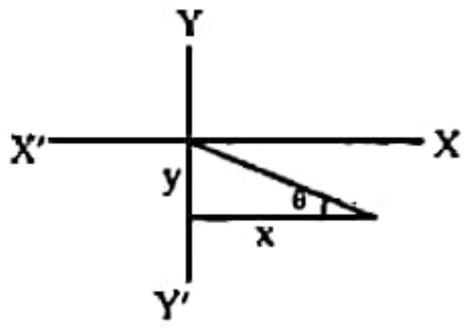
৪২. $\cot^2\theta$ এর মান কত? (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{3}$ গ 1 ঘ 3 **খ**

৪৩. $\text{cosec}^2\theta$ এর মান কত? (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{4}{3}$ গ 2 ঘ 3 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৪-৪৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৪৪. $\sin^2\theta =$ কত? (সহজ)

ক $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ খ $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$
গ $\frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ ঘ $\frac{y^2}{x^2+y^2}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sin\theta = \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}} \therefore \sin^2\theta = \frac{y^2}{x^2+y^2}$

৪৫. $\cos^2\theta =$ কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ $\frac{x^2}{x^2+y^2}$ ঘ $\frac{x^2+y^2}{x^2}$ **গ**

৪৬. $1 + \tan^2\theta =$ কত? (সহজ)

ক $\frac{x^2+y^2}{y^2}$ খ $\frac{x^2+y^2}{x^2}$
গ $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y^2}$ ঘ $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x^2}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta = \left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}\right)^2 = \frac{x^2+y^2}{x^2}$

★★★ ৮.৯ বিভিন্ন চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের চিহ্ন | Text পৃষ্ঠা-১৫১

- ১ম চতুর্ভাগে সকল ত্রিকোণমিত্রিক অনুপাত ধনাত্মক।
- ২য় চতুর্ভাগে sine, cosec অনুপাত ধনাত্মক।
- ৩য় চতুর্ভাগে tan, cot অনুপাত ধনাত্মক।
- ৪র্থ চতুর্ভাগে cos ও sec অনুপাত ধনাত্মক।

৪৭. কোন চতুর্ভাগে সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান ধনাত্মক? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ **ক**

৪৮. θ কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে এবং $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\cos(-\theta)$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 2 **খ**

৪৯. $\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে $\tan(-\theta)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$ **খ**

৫০. $\cos\theta = \frac{4}{5}$ এবং $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে $\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{5}{4}$ খ $\frac{5}{3}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{3}{4}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\cos\theta = \frac{4}{5} \therefore \cos^2\theta = \frac{16}{25}$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \quad \therefore \sin\theta = \frac{3}{5}$

$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, অর্থাৎ ১ম চতুর্ভাগ। ১ম চতুর্ভাগে সকল ত্রিকোনোমিতিক অনুপাত ধনাত্মক।

৫১. $\sin\theta = \frac{4}{5}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হলে $\tan\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{5}{3}$ খ $-\frac{4}{3}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{5}{4}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{4}{5}$

$\therefore$ লম্ব = 4, অতিভুজ = 5 $\therefore$ ভূমি $= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{3^2} = 3$

$\therefore \tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{4}{3}$ আবার, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ অর্থাৎ ২য় চতুর্ভাগ। ২য় চতুর্ভাগে sin ও cosec ধনাত্মক। সুতরাং $\tan\theta = -\frac{4}{3}$

৫২. $\tan\theta = \frac{1}{2}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\cos\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{5}}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ গ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ঘ $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{1}{2} \therefore$ লম্ব = 1, ভূমি = 2

$\therefore$ অতিভুজ $= \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

আবার, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ অর্থাৎ ৩য় চতুর্ভাগ। ৩য় চতুর্ভাগে tan ও cot অনুপাত ধনাত্মক। সুতরাং $\cos\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

৫৩. $\sec\theta = \frac{5}{4}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\text{cosec}\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{3}{5}$ খ $-\frac{5}{3}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{5}{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{5}{4} \therefore$ অতিভুজ = 5, ভূমি = 4

$\therefore$ লম্ব = 3 $\therefore \text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{5}{3}$

আবার, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ অর্থাৎ ৩য় চতুর্ভাগ। ৩য় চতুর্ভাগে tan ও cot ধনাত্মক।

$\therefore \text{cosec}\,\theta = -\frac{5}{3}$

৫৪. $\text{cosec}(-\theta) =$ কত? (সহজ)

ক $-\text{cosec}\theta$ খ $\text{cosec}\theta$ গ $\sin\theta$ ঘ $-\sin\theta$ **ক**

৫৫. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ এবং θ ধনাত্মক হলে—

i. ভূমি = 12
ii. $\tan\theta = \frac{5}{12}$
iii. $\cot\theta = -\frac{12}{5}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৫৬. $\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে—
i. $\theta = 30°$
ii. $\cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
iii. $\tan(-\theta) = -\sqrt{3}$
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৭-৫৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং θ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

৫৭. $\cos(-\theta) =$ কত? (মধ্যম) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক $\frac{-13}{12}$ খ $\frac{-12}{13}$ গ $\frac{12}{13}$ ঘ $\frac{13}{12}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\cos(-\theta) = \cos\theta$ কিন্তু তৃতীয় চতুর্ভাগে $\cos\theta$ ঋণাত্মক।

৫৮. $\sin\theta =$ কত? (মধ্যম)
ক $\frac{-12}{13}$ খ $\frac{-13}{12}$ গ $\frac{-13}{5}$ ঘ $-\frac{5}{13}$ **ক**

৫৯. $\sec(-\theta) + \tan\theta =$ কত? (মধ্যম)
ক $-\frac{2}{3}$ খ $\frac{-3}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{2}$ **ক**

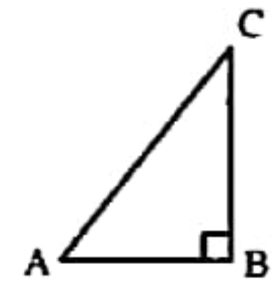
ব্যাখ্যা: $\sec(-\theta) = -\frac{13}{12} + \frac{5}{12} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}$

★★★ ৮.১০ আদর্শ কোণসমূহের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত। Text পৃষ্ঠা-১৫২

- $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tan\frac{\pi}{4} = 1$
- $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$
- $\sin\frac{\pi}{2} = 1, \cos\frac{\pi}{2} = 0, \tan\frac{\pi}{2}, \sec\frac{\pi}{2}$ অসংজ্ঞায়িত।
- $\sin0 = 0, \cos0 = 1, \cot0$ ও $\operatorname{cosec}0$ অসংজ্ঞায়িত।

৬০. $A = 30°, B = 60°$ হলে $\sin(A + B)$ এর মান কত? (সহজ)
ক -1 খ 0 গ 1 ঘ $\frac{3}{2}$ **গ**

৬১. $A = 60°, B = 30°$ হলে $\cos(A - B) =$ কত? (সহজ)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{3}{2}$ **খ**

৬২.


$\tan\frac{A+C}{2} =$ কত? (মধ্যম)
ক 0 খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **খ**

৬৩. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে θ এর মান কত? (মধ্যম) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক $\frac{\pi}{4}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{2}$ ঘ π **খ**

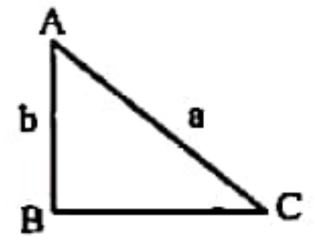
৬৪. $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\tan A =$ কত? (মধ্যম)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin45° \therefore A = 45°$

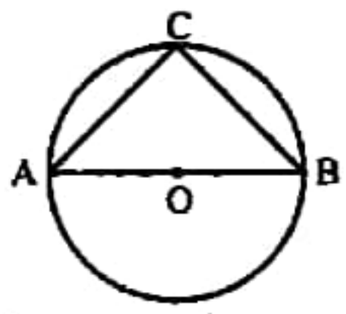
৬৫. $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং $\cos A$ ও $\sin A$ একই চিহ্নবিশিষ্ট ও সমমানের হলে—
i. $\sin A = \frac{-1}{2}$
ii. $\tan A = 1$
iii. $\tan A + \sin A = \frac{3}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৬৬. $\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$ (যেখানে $a > b > 0$) হলে— [ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ; এ.কে স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
i. $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$
ii. $\cot A = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$
iii. $\tan A = \frac{\pm b}{a^2 - b^2}$
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা:
$\therefore BC = \sqrt{a^2 - b^2}$
$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^1}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$



নিচের তথ্যের আলোকে (৬৭-৬৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.।



৬৭. $\sin C$ এর মান কত? (মধ্যম)
ক -1 খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\angle ACB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = 1 সমকোণ।

৬৮. $\cos(A + B)$ এর মান কত? (মধ্যম)
ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **ক**

৬৯. $\sec(A + B)$ এর মান কত? (সহজ)
ক 0 খ 1
গ $\sqrt{3}$ ঘ অসংজ্ঞায়িত **ঘ**

★★★ ৮.১১ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ মান বা মানের পরিধি। Text পৃষ্ঠা-১৫৫

- $-1 \le \sin\theta \le 1$ এবং $-1 \le \cos\theta \le 1$
- $\sec\theta \le -1$ অথবা $\sec\theta \ge 1$ এবং $\operatorname{cosec}\theta \le -1$ অথবা $\operatorname{cosec}\theta \ge 1$
- $-\infty < \tan\theta, \cot\theta < +\infty$

৭০. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের মানের সীমাবদ্ধতা অনুসারে যে কোনো θ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $-1 < \sin\theta < 1$ খ $-1 \le \sin\theta \le 1$
গ $-1 < \cos\theta < 1$ ঘ $-1 \le \cos\theta \ge 1$ **খ**

৭১. $\cos\theta$ এর সর্বোচ্চ মান কত? (সহজ)
ক -1 খ 0 গ 1 ঘ 2 **গ**

৭২. $\sin\theta$ এর সর্বনিম্ন মান কত? (সহজ)
ক -1 খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ক**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৭৩. $\sin\theta + \cos\theta$ এর সর্বোচ্চ মান কত? (মধ্যম)

ক -2 খ -1 গ 1 ঘ 2 — গ

৭৪. $\sec\theta + \tan\theta = 2$ হলে $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান নিচের কোনটি নির্দেশ করে? (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ 3 — খ

৭৫. $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ এবং $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ হলে, $\sin\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ গ $\sqrt{5}$ ঘ 3 — খ

ব্যাখ্যা: দ্বিতীয় চতুর্ভাগে sin অনুপাত ধনাত্মক।

৭৬. $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ এবং $\tan\theta = -\sqrt{3}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$ — ক

৭৭. $\cos\frac{\pi}{6}.\sec\frac{\pi}{6} - \cot\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 1 খ 0 গ -1 ঘ -2 — খ

৭৮. $\cot^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{6} - \sec^2\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 1 খ $\sqrt{3}$ গ 2 ঘ 5 — গ

ব্যাখ্যা: $\cot^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{6} - \sec^2\frac{\pi}{4}$

$= 3 + \frac{3}{4} - 2 = 3 \times \frac{4}{3} - 2 = 4 - 2 = 2$

৭৯. $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$ হলে $\cot(A + B)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ — ক

৮০. $A = 60°$ হলে—

i. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ii. $\sin^3 A = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

iii. $3\sin A - 4\sin^3 A = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

৮১. $A = \frac{\pi}{6}$ এবং $B = \frac{\pi}{4}$ হলে —

i. $\cos^2 A + \cos^2 B = \frac{5}{4}$

ii. $2\sin A\cos B = \frac{1}{\sqrt{2}}$

iii. $\tan^2 B = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

৮২. $A = \frac{\pi}{3}$ হলে —

i. $\operatorname{cosec}^2 A = \frac{4}{3}$

ii. $\cot^2\frac{\pi}{3} = \frac{1}{3}$

iii. $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (৮৩-৮৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং $B = 60°$।

৮৩. A এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক 0 খ 45 গ 60 ঘ 90 — খ

ব্যাখ্যা: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45°$

$\therefore A = 45°$

৮৪. $\tan B - \tan A =$ কত? (মধ্যম)

ক $\sqrt{3} - 1$ খ $\sqrt{3} + 1$ গ $1 - \sqrt{3}$ ঘ $\sqrt{3}$ — ক

৮৫. $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B.\tan A} =$ কত? (মধ্যম)

ক $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ গ $\sqrt{3}+1$ ঘ $1-\sqrt{3}$ — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৮৬-৮৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \frac{\pi}{3}$ এবং $B = \frac{\pi}{4}$

৮৬. $\sec A - \cot B$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ 1 ঘ 0 — গ

৮৭. $2\cos A\cos B$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ — খ

৮৮. $\frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $-\sqrt{3}$ খ $-\sqrt{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{3}$ — ক

ব্যাখ্যা: $\frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A} = \frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1 - \left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{1-3} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}$

৮৯. $\cos^2 B - \sin^2 B$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক -1 খ 0 গ 1 ঘ 2 — গ

ব্যাখ্যা: $\cos^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle B = 90°$, $\angle C = \theta$ এবং $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$. ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৪৭

ক. তথ্যানুসারে ত্রিভুজটির আনুপাতিক চিত্র আঁক ও বর্ণনা দাও। ২

খ. আনুপাতিক ত্রিভুজের ভূমি নির্ণয় করে অন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,

(i) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(ii) $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

(iii) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

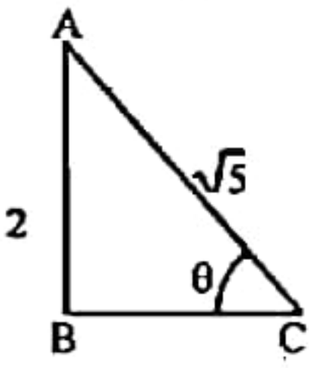
ক

ABC সমকোণী ত্রিভুজটি আঁকি।

যার $\angle ABC = 90°$ অতিভুজ = AC,

লম্ব = AB,

ভূমি = BC এবং $\angle ACB = \theta$



www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ঘ দেওয়া আছে, $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

বা, $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ লম্ব, $AB = 2$ একক এবং অতিভুজ, $AC = \sqrt{5}$ একক

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

বা, $BC = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2^2}$

বা, $BC = \sqrt{5-4}$

বা, $BC = 1$

$\therefore BC =$ ভূমি $= 1$ একক

সুতরাং, অন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সমূহ :

$\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{2}{1} = 2$

$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{1}{2}$

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$

এবং $\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

ঘ (i) 'খ' থেকে পাই, $\tan\theta = 2$

আবার, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}}$ ['খ' থেকে পাই]

$= \frac{2}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 2$

$\therefore \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (প্রমাণিত)

(ii) 'খ' থেকে পাই, $\cot\theta = \frac{1}{2}$

আবার, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}}$ ['খ' থেকে পাই]

$= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ (প্রমাণিত)

(iii) 'খ' হতে পাই, $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin^2\theta = \frac{4}{5}$

এবং $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \cos^2\theta = \frac{1}{5}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4+1}{5} = 1$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ২ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটি, ভূমি, লম্ব ও অতিভুজ যথাক্রমে x, y ও r এবং ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ θ ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৫০

[মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

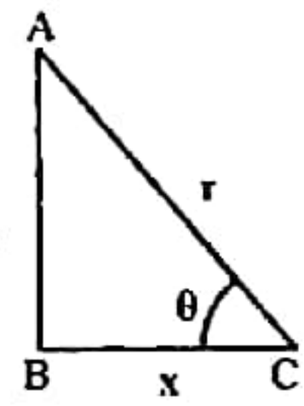
ক. তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন করে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ এবং $(\sec^2\theta - \text{cosec}^2\theta) - (\tan^2\theta - \cot^2\theta) = 0$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যার ভূমি, $BC = x$ একক, লম্ব, $AB = y$ একক ও অতিভুজ, $AC = r$ একক। ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ, $\angle ACB = \theta$.



খ প্রমাণ করতে হবে যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

'ক' এর চিত্র থেকে আমরা দেখি যে,

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{r}{x}$

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{y}{x}$

এবং $r^2 = x^2 + y^2$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = \left(\frac{r}{x}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right)^2$.

$= \frac{r^2}{x^2} - \frac{y^2}{x^2}$

$= \frac{r^2 - y^2}{x^2}$

$= \frac{x^2}{x^2}$ [$\because r^2 = x^2 + y^2$ বা, $x^2 = r^2 - y^2$]

$= 1$.

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (প্রমাণিত)

গ **প্রথম অংশ:** প্রমাণ করতে হবে যে, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$.

'ক' এর চিত্র থেকে পাই,

$\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{r}{y}$

$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{x}{y}$

এবং $r^2 = x^2 + y^2$

$\therefore \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = \left(\frac{r}{y}\right)^2 - \left(\frac{x}{y}\right)^2$

$= \frac{r^2}{y^2} - \frac{x^2}{y^2}$

$= \frac{r^2 - x^2}{y^2}$

$= \frac{x^2 + y^2 - x^2}{y^2}$ [$\because r^2 = x^2 + y^2$]

$= \frac{y^2}{y^2} = 1$.

$\therefore \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$. (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

দ্বিতীয় অংশ: $(\sec^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta) - (\tan^2\theta - \cot^2\theta)$

$= (\sec^2\theta - \tan^2\theta) - (\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta)$

$= 1 - (\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta)$ ['খ' হতে]

$= 1 - 1$ ['গ' হতে]

$= 0$

$\therefore (\sec^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta) - (\tan^2\theta - \cot^2\theta) = 0$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{3} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{3}\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{4}$ একটি রাশি। ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৫৯

ক. $\sin\frac{\pi}{4}, \cos\frac{\pi}{3}, \tan\frac{\pi}{6}, \cot\frac{\pi}{3}$ এর মান কত? ২

খ. প্রদত্ত রাশিটির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত রাশিকে $\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{6} + \cot^2\frac{\pi}{4}\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{3}$ দ্বারা ভাগ কর ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cot\frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

খ প্রদত্ত রাশি

$= \sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{3} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{3}\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{4}$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 2^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (\sqrt{2})^2$ ['ক' হতে প্রাপ্ত মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 2$

$= \frac{1}{8} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}$

$= \frac{3 + 32 + 16}{24}$

$= \frac{51}{24}$

$= \frac{17}{8}$ (Ans.)

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{17}{8}$

গ $\dfrac{\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{3} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{3}\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{4}}{\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{6} + \cot^2\frac{\pi}{4}\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{3}}$

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + (1)^2 \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$ ['খ' হতে]

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} + 1 \cdot \frac{4}{3}}$

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\frac{1}{4} + \frac{4}{9} + \frac{4}{3}}$

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\frac{9 + 16 + 48}{36}}$

$= \frac{17}{8} \times \frac{36}{73}$

$= \frac{153}{146}$

প্রশ্ন ▶ ৪ $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$ হলে ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৬১

ক. $\cos(A + B)$ ও $\cos(A - B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, (i) $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \sin B$

(ii) $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$. ৪

গ. দেখাও যে, (i) $\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2\cos A \cos B$

(ii) $\cos(A - B) - \cos(A + B) = 2\sin A \sin B$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$

$\therefore \cos(A + B) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(\frac{2\pi + \pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{3\pi}{6}$

$= \cos\frac{\pi}{2}$

$= 0$

এবং $\cos(A - B) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(\frac{2\pi - \pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

খ (i) বামপক্ষ $= \cos(A + B) = 0$ ['ক' হতে]

ডানপক্ষ $= \cos A \cos B - \sin A \sin B$.

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$.

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= 0$

$\therefore \cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$. **(প্রমাণিত)**।

(ii) বামপক্ষ $= \cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ['ক' হতে]

ডানপক্ষ $= \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ (i) বামপক্ষ $= \cos(A+B) + \cos(A-B)$

$= 0 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ['ক' থেকে পাই]

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\cos A \cos B$

$= 2\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}$

$= 2.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos A \cos B$ **(দেখানো হলো)**

(ii) বামপক্ষ $= \cos(A-B) - \cos(A+B)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - 0$ ['ক' থেকে পাই]

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\sin A \sin B$

$= 2\sin\frac{\pi}{3}.\sin\frac{\pi}{6}$

$= 2.\frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A-B) - \cos(A+B) = 2\sin A \sin B$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ দুইটি কোণের পরিমাপ $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$। ◀ *কাজ, পৃষ্ঠা-১৬১*

ক. $\sin(A+B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, (i) $\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A \sin B$

(ii) $\frac{\sin^2(A+B)}{\sqrt{3}} = \tan(A-B)$ ৪

গ. দেখাও যে, $\tan 2B = \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin(A+B) = \sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\left(\frac{2\pi+\pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{2}$ [মান বসিয়ে]

$= 1$

$\therefore \sin(A+B) = 1$

খ (i) 'ক' থেকে পাই, $\sin(A+B) = 1$

এখন, $\sin A\cos B + \cos A \sin B$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$

$= 1$

$\therefore \sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A \sin B$ **(প্রমাণিত)**

(ii) বামপক্ষ $= \frac{\sin^2(A+B)}{\sqrt{3}}$

$= \frac{(1)^2}{\sqrt{3}}$ [(i) হতে]

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

ডানপক্ষ $= \tan(A-B)$

$= \tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)$

$= \tan\left(\frac{2\pi-\pi}{6}\right)$

$= \tan\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \frac{\sin^2(A+B)}{\sqrt{3}} = \tan(A-B)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$

বামপক্ষ $= \tan 2B$

$= \tan(2.\frac{\pi}{6})$

$= \tan\frac{\pi}{3}$

$= \sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}$

$= \frac{2\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan^2\frac{\pi}{6}}$

$= \frac{2.\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{3}}$

$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3-1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \sqrt{3}$

$\therefore \tan 2B = \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৬ যদি $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ হয় তবে

ক. $\theta = \frac{5\pi}{6}$ রেডিয়ানের জন্য $\cos\theta - \sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ৪

গ. দেখাও যে, $\operatorname{cosec}\theta = 2\sqrt{2}\cos\theta$ ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\cos\theta - \sin\theta$

$= \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$

$= -\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$

$= \frac{-\sqrt{3}-1}{2}$

$= -\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

বা, $\cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$

বা, $\cos\theta = (\sqrt{2}+1)\sin\theta$

বা, $(\sqrt{2}-1)\cos\theta = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)\sin\theta$

[উভয়পক্ষকে $\sqrt{2}-1$ দ্বারা গুণ করে পাই]

বা, $(\sqrt{2}-1)\cos\theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1\}\sin\theta$ $[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

বা, $(\sqrt{2}-1)\cos\theta = (2-1)\sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta = \sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = \sin\theta + \cos\theta$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

উভয় পক্ষকে বর্গ করে পাই,

$(\cos\theta - \sin\theta)^2 = (\sqrt{2}\sin\theta)^2$

বা; $\cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta = 2\sin^2\theta$

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = 2\sin^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta\cos\theta = 2\sin^2\theta$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

বা, $1 = 2\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta$

বা, $1 = 2\sin\theta(\sin\theta + \cos\theta)$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = 2(\sin\theta + \cos\theta)$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = 2(\sin\theta + \cos\theta)$ ..... (i)

আবার, (খ) হতে আমরা পাই,

$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$\sin\theta + \cos\theta$ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$\operatorname{cosec}\theta = 2\sqrt{2}\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $\operatorname{cosec}A = \frac{a}{b}$ যেখানে $a > b > 0$

ক. $b = 1$ ও $a = 2$ হলে $\cos A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$. ৪

গ. দেখাও যে, $2\operatorname{cosec}^2 A - \frac{2}{\tan^2 A} - a^2\sin A + b^2\operatorname{cosec}A = 2$ ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\operatorname{cosec}A = \frac{2}{1}$ $[\because b = 1, a = 2]$

বা, $\sin A = \frac{1}{2}$

আমার জানি,

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

বা, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore \cos A = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছ, $\operatorname{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\operatorname{cosec}^2 A = \frac{a^2}{b^2}$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2}$ $[\because \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1]$

বা, $\cot^2 A = \frac{a^2}{b^2} - 1$

বা, $\frac{1}{\tan^2 A} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

বা, $\tan^2 A = \frac{b^2}{a^2 - b^2}$

বা, $\tan A = \pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2 - b^2}}$

বা, $\tan A = \pm\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

$\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $b\operatorname{cosec}A = a$

বা, $b^2\operatorname{cosec}A = ab$ ..... (i) [উভয় পক্ষকে b দ্বারা গুণ করে]

আবার, দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{1}{\sin A} = \frac{a}{b}$

বা, $b = a\sin A$

বা, $a\sin A = b$

বা, $a^2\sin A = ab$ ..... (ii) [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

সুতরাং (i) ও (ii) হতে পাই,

$a^2\sin A = b^2\operatorname{cosec}A$

বা, $a^2\sin A - b^2\operatorname{cosec}A = 0$ ..... (iii)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এখন, বামপক্ষ $= 2\text{cosec}^2A - \frac{2}{\tan^2A} - a^2\sin A + b^2\text{cosec}A$

$= 2.\frac{1}{\sin^2A} - \frac{2}{\frac{\sin^2A}{\cos^2A}} - a^2\sin A + b^2\text{cosec}A$

$= \frac{2}{\sin^2A} - \frac{2\cos^2A}{\sin^2A} - (a^2\sin A - b^2\text{cosec}A)$

$= \frac{2 - 2\cos^2A}{\sin^2A} - (a^2\sin A - b^2\text{cosec}A)$

$= \frac{2(1 - \cos^2A)}{\sin^2A} - (a^2\sin A - b^2\text{cosec}A)$

$= \frac{2(1 - \cos^2A)}{\sin^2A} - 0$ $\left[\because \text{(iii) নং অনুসারে } a^2\sin A - b^2\text{cosec}A = 0\right]$

$= \frac{2.\sin^2A}{\sin^2A}$ $\left[\because \sin^2A + \cos^2A = 1 \text{ বা, } \sin^2A = 1 - \cos^2A\right]$

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$2\text{cosec}^2A - \frac{2}{\tan^2A} - a^2\sin A + b^2\text{cosec}A = 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৮ ঘূর্ণায়মান রশ্মি OA ধনাত্মক X-অক্ষ অর্থাৎ OX রশ্মি থেকে শুরু করে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরে OA অবস্থানে θ কোণ উৎপন্ন করেছে। প্রান্তিক বাহু OA এর উপর $P(x, y)$ ও $P_1(x_1, y_1)$ বিন্দুদ্বয় থেকে X-অক্ষের উপর অঙ্কিত লম্ব PM ও P_1M_1.

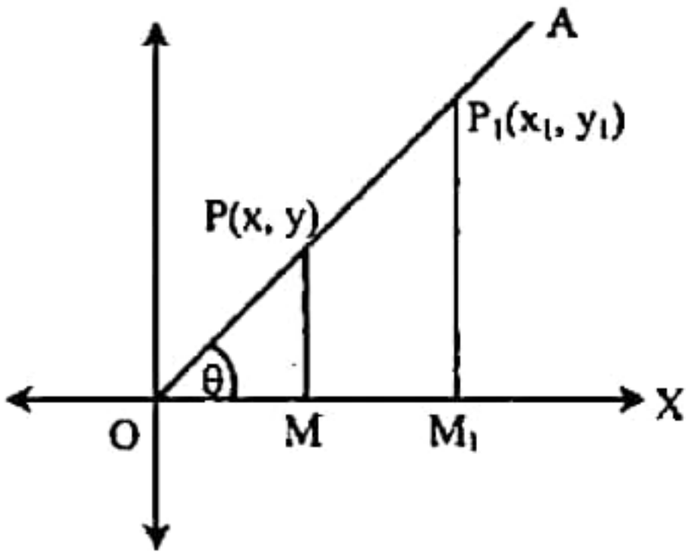
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে ΔPOM ও ΔP_1OM_1 আঁক। ২

খ. $\cos\angle POM$ ও $\cos\angle P_1OM_1$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $\cos\angle POM = \cos\angle P_1OM_1 = \cos\theta$. ৪

গ. ΔPOM-এর লম্ব ও ভূমি উভয়ের মান 2 একক হলে এবং $x_1 - x = 1$ একক হলে ΔPOM ও ΔP_1OM_1 ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজের মান বের কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



গ ΔPOM সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle OMP = 1$ সমকোণ

$\therefore \cos\angle POM = \frac{OM}{OP}$

আবার, ΔP_1OM_1 সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle OM_1P_1 = 1$ সমকোণ

$\therefore \cos\angle P_1OM_1 = \frac{OM_1}{OP_1}$

ΔPOM ও ΔP_1OM_1-এ

$\angle POM = \angle P_1OM_1 = \theta$ [প্রশ্নানুসারে]

$\angle PMO = \angle P_1M_1O = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle OPM = \angle OP_1M_1$ [অনুরূপ কোণ]

সুতরাং ΔPOM ও ΔP_1OM_1 সদৃশকোণী তথা সদৃশ

$\therefore \frac{PM}{P_1M_1} = \frac{OM}{OM_1} = \frac{OP}{OP_1}$

অর্থাৎ $\frac{OM}{OM_1} = \frac{OP}{OP_1}$

বা, $\frac{OM}{OP} = \frac{OM_1}{OP_1}$

বা, $\cos\angle POM = \cos\angle P_1OM_1$ $\left[\because \cos\angle POM = \frac{OM}{OP} \text{ এবং } \cos\angle P_1OM_1 = \frac{OM_1}{OP_1}\right]$

আবার প্রশ্নানুসারে, $\angle POM = \angle P_1OM_1 = \theta$

$\therefore \cos\angle POM = \cos\angle P_1OM_1 = \cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

খ প্রশ্নানুসারে, ΔPOM এর লম্ব ও ভূমি উভয়ের মান 2 একক।

অর্থাৎ $x = OM = 2$ একক এবং

$y = PM = 2$ একক

$\tan\angle POM = \tan\theta = \frac{PM}{OM} = \frac{2}{2} = 1$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(1) = 45°$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ POM-এ

$OP^2 = OM^2 + PM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= 2^2 + 2^2 = 8$

$\therefore OP = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ একক।

এখন, প্রশ্নানুসারে, $x_1 - x = 1$

$\therefore x_1 = x + 1 = 2 + 1 = 3$ একক।

সমকোণী ΔP_1OM_1-এ

$\cos\angle P_1OM_1 = \cos\theta = \frac{OM_1}{OP_1}$

বা, $OP_1 = \frac{OM_1}{\cos\theta} = \frac{x_1}{\cos\theta}$

$= \frac{3}{\cos 45°}$

$= \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$

$\therefore$ ΔPOM ও ΔP_1OM_1-ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজের মান যথাক্রমে $2\sqrt{2}$ একক ও $3\sqrt{2}$ একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ $15\sin\theta - 8\text{cosec}\theta = 2$ (যেখানে $0 < \theta < \pi$) একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।

ক. দেখাও যে, $15\cos^2\theta + 2\sin\theta - 7 = 0$ ২

খ. $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান বের করে দেখাও যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $15\sin\theta - 8\text{cosec}\theta = 2$

বা, $15\sin\theta - \frac{8}{\sin\theta} - 2 = 0$

বা, $\frac{15\sin^2\theta - 8 - 2\sin\theta}{\sin\theta} = 0$

বা, $15\sin^2\theta - 8 - 2\sin\theta = 0$ ..... (i)

বা, $15(1 - \cos^2\theta) - 8 - 2\sin\theta = 0$

বা, $15 - 15\cos^2\theta - 8 - 2\sin\theta = 0$ $\left[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ বা, } \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta\right]$

বা, $-15\cos^2\theta - 2\sin\theta + 7 = 0$

$\therefore 15\cos^2\theta + 2\sin\theta - 7 = 0$ [(–1) দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]

(দেখানো হলো)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ (i) নং থেকে পাই,

$15\sin^2\theta - 8 - 2\sin\theta = 0$

বা, $15\sin^2\theta - 2\sin\theta - 8 = 0$

বা, $15\sin^2\theta - 12\sin\theta + 10\sin\theta - 8 = 0$

বা, $(3\sin\theta + 2)(5\sin\theta - 4) = 0$

$\therefore (3\sin\theta + 2) = 0$ অথবা, $(5\sin\theta - 4) = 0$

বা, $\sin\theta = -\frac{2}{3}$ বা, $\sin\theta = \frac{4}{5}$

যেহেতু $0 < \theta < \pi$ সুতরাং $\sin\theta = -\frac{2}{3}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

এখন, $\sin\theta = \frac{4}{5}$ হলে $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \pm\frac{3}{5}$

এখন, $\cos\theta = \frac{3}{5}$ হলে, $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

আবার, $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ হলে, $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{-3}{4}$

$\therefore$ $\cot\theta$-এর মান $\pm\frac{3}{4}$ (Ans.)

গ যখন $\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\therefore \sec\theta = \frac{5}{3}$

এবং $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \sec^2\theta - \tan^2\theta$

$= \left(\frac{5}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2$

$= \frac{25}{9} - \frac{16}{9}$

$= \frac{9}{9} = 1$

$= $ ডানপক্ষ

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (দেখানো হলো)

যখন $\cos\theta = -\frac{3}{5}$:

$\sec\theta = -\frac{5}{3}$

এবং $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{-3}$

$= \frac{-4}{3}$

এখন, বামপক্ষ $= \sec^2\theta - \tan^2\theta$

$= \left(\frac{-5}{3}\right)^2 - \left(\frac{-4}{3}\right)^2$

$= \frac{25}{9} - \frac{16}{9}$

$= \frac{25 - 16}{9} = \frac{9}{9} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (দেখানো হলো)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১০ $\text{cosec } A = \frac{a}{b}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ যেখানে $a > b > 0$।

[ক্যান্টনমেন্ট হাইস্কুল, যশোর]

ক. $\sin A + \text{cosec } A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ৪

গ. $a = 13$ এবং $b = 5$ হলে প্রমাণ কর $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin A = \frac{1}{\text{cosec } A} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$

$\therefore \sin A + \text{cosec } A = \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$

$= \frac{b^2 + a^2}{ab}$

$= \frac{a^2 + b^2}{ab}$ (Ans.)

গ আমরা জানি, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

$\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$ ['ক' থেকে]

$= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$= \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$

$= \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ [A সূক্ষ্মকোণ হওয়ায় $\cos A$ ধনাত্মক]

আমরা জানি,

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$\therefore \tan A = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{b}{a} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

$= \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ (দেখানো হলো)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ দেওয়া আছে, $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\text{cosec}A = \frac{13}{5}$ [$\because a = 13, b = 5$]

$\therefore \sin A = \frac{5}{13}$

$\cos A = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ ['খ' হতে]

$= \frac{\sqrt{169 - 25}}{13}$; [$\because a = 13, b = 5$]

$= \frac{\sqrt{144}}{13} = \frac{12}{13}$

$\therefore \sec A = \frac{13}{12}$

বামপক্ষ $= \tan A + \sec A$

$= \frac{\sin A}{\cos A} + \sec A$

$= \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} + \frac{13}{12}$

$= \frac{5}{13} \times \frac{13}{12} + \frac{13}{12}$

$= \frac{5}{12} + \frac{13}{12}$

$= \frac{5 + 13}{12}$

$= \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

= ডানপক্ষ

অত:পর, $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১১ $\tan\theta + \sec\theta = x$

ক. $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(x^2 + 1)\cos\theta + (x^2 + 1)\sin\theta = (x + 1)^2 - 2$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $x(\sec\theta - \tan\theta) = 1$ [$\because \tan\theta + \sec\theta = x$]

$\therefore \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ **(উত্তর)**

গ দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$ [$\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$]

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta}{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ [বিয়োজন-যোজন করে]

বা, $\frac{2\sin\theta}{2} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ **(প্রমাণিত)**

গ $\tan\theta + \sec\theta = x$ ..... (i)

$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ ['ক' হতে] ..... (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে $2\sec\theta = x + \frac{1}{x}$

বা, $2\sec\theta = \frac{x^2 + 1}{x}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{x^2 + 1}{2x}$

$\therefore \cos\theta = \frac{2x}{x^2 + 1}$

বামপক্ষ $= (x^2 + 1)\cos\theta \div (x^2 + 1)\sin\theta$

$= (x^2 + 1)\frac{2x}{x^2 + 1} + (x^2 + 1)\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$ ['খ' হতে]

$= x^2 + 2x - 1$

$= x^2 + 2x + 1 - 2 = (x + 1)^2 - 2$

= ডানপক্ষ

সুতরাং, $(x^2 + 1)\cos\theta + (x^2 + 1)\sin\theta = (x + 1)^2 - 2$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১২ θ একটি সূক্ষকোণ এবং এর মান $\frac{\pi}{3}$.

ক. $\cos 3\theta$-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta = \frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\theta\right)}{1 + \tan^2\frac{3}{4}\theta}$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\tan 3\theta = \frac{3\sin\theta - 4\sin^3\theta}{4\cos^3\theta - 3\cos\theta} = \sin 3\theta$. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

$\therefore \cos 3\theta = \cos(3.\frac{\pi}{3}) = \cos\pi$

$= \cos\left(2 \times \frac{\pi}{2} - 0\right)$

$= -\cos 0 = -1$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $\cos 3\theta = -1$

এখন, $4\cos^3\theta - 3\cos\theta = 4\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)^3 - 3\cos\frac{\pi}{3}$

$= 4.\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3.\frac{1}{2}$

$= 4.\frac{1}{8} - 3.\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1 - 3}{2} = \frac{-2}{2}$

$= -1$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

আবার, $\frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\theta\right)}{1+\tan^2\frac{3}{4}\theta} = \frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\cdot\frac{\pi}{3}\right)}{1+\tan^2\frac{3}{4}\frac{\pi}{3}}$ $\left[\theta=\frac{\pi}{3}\text{ বসিয়ে}\right]$

$= \frac{2\tan\left(\frac{-\pi}{4}\right)}{1+\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)^2}$

$= \frac{2\left(-\tan\frac{\pi}{4}\right)}{1+\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)^2}$ $[\because \tan(-\theta) = -\tan\theta]$

$= \frac{2\times(-1)}{1+1}$

$= \frac{-2}{2} = -1$

$\therefore \cos3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta = \frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\theta\right)}{1+\tan^2\left(\frac{3}{4}\theta\right)}$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' ও 'খ' হতে পাই,

$\cos3\theta = -1,\ 4\cos^3\theta - 3\cos\theta = -1$

এখন, $\tan3\theta = \frac{\sin3\theta}{\cos3\theta} = \frac{\sin\left(3.\frac{\pi}{3}\right)}{\cos3\theta} = \frac{0}{-1} = 0$

আবার, $\frac{3\sin\theta - 4\sin^3\theta}{4\cos^3\theta - 3\cos\theta} = \frac{3\sin\frac{\pi}{3} - 4\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^3}{-1}$

$= \frac{3.\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3}{-1}$

$= \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{4.3\sqrt{3}}{8}}{-1}$

$= \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}}{-1}$

$= 0$

এবং $\sin3\theta = \sin\left(3.\frac{\pi}{3}\right) = \sin\pi = 0$

$\therefore \tan3\theta = \frac{3\sin\theta - 4\sin3\theta}{4\cos3\theta - 3\cos\theta} = \sin3\theta$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ $5\operatorname{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\operatorname{cosec}\theta - 2 = 0$ **একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ যেখানে** $0 < \theta < 2\pi$.

ক. প্রদত্ত সমীকরণটিকে $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. $0° < \theta < 90°$ হলে $\cos2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ,

$5\operatorname{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\operatorname{cosec}\theta - 2 = 0$

বা, $5\frac{1}{\sin^2\theta} - 7\cdot\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\cdot\frac{1}{\sin\theta} - 2 = 0$

বা, $\frac{1}{\sin^2\theta}(5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta) = 0$

খ 'ক' হতে

$\frac{1}{\sin^2\theta}(5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta) = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2(1 - \cos^2\theta) = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2 + 2\cos^2\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 7\cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 6\cos\theta - \cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 3) - 1(\cos\theta - 3) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 3) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta - 3 = 0$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\therefore \cos\theta = 3$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$

কিন্তু $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{3})$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য সকল মানসমূহ $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ **(Ans.)**

গ $0° < \theta < 90°$ হলে, 'খ' হতে পাই, $\theta = 60°$

$\therefore \cos2\theta = \cos(2\times60°) = \cos120° = \cos(90° + 30°)$

$= \sin30° = -\frac{1}{2}$

আবার, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = (\cos60°)^2 - (\sin60°)^2$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1-3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

এবং $\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} = \frac{1-(\tan60°)^2}{1+(\tan60°)^2}$

$= \frac{1-(\sqrt{3})^2}{1+(\sqrt{3})^2} = \frac{1-3}{1+3} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$\therefore \cos2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$

এর সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ১৪ $\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$, **(যেখানে** $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$**) একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।**

ক. প্রদত্ত সমীকরণটিকে $\tan\theta$ এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত মান থেকে $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $\left[\because \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}\right]$

বা, $\tan^2\theta + 1 = \frac{4\tan\theta}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta + \sqrt{3} = 4\tan\theta$

$\therefore \sqrt{3}\tan^2\theta - 4\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ $\sqrt{3}\tan^2\theta - 4\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ ['ক' হতে পাই]

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta - 3\tan\theta - \tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}\tan\theta(\tan\theta - \sqrt{3}) - 1(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

বা, $(\tan\theta - \sqrt{3})(\sqrt{3}\tan\theta - 1) = 0$

হয় $\tan\theta - \sqrt{3} = 0$ অথবা, $\sqrt{3}\tan\theta - 1 = 0$

বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{3}$ বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}$ বা $\frac{\pi}{3}$ (Ans.)

গ $\theta = \frac{\pi}{6}$ হলে,

$$\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{\sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}}{\sec\frac{\pi}{6} + \tan\frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}{\frac{2+1}{\sqrt{3}}} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

এবং $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে,

$$\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}}{\sec\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}+2}{2}}{2+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2} \times \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2(2+\sqrt{3})}$$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$ হলে, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

এবং $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{1+\sqrt{3}}{2(2+\sqrt{3})}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৫ A সূক্ষকোণ এবং $\sin A = \frac{3}{5}$ হলে

ক. tanA এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\cos B = \frac{5}{13}$ এবং B সূক্ষকোণ হলে, $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\tan B + \tan A}{1 + \tan B \tan A} \neq \frac{\tan A - \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{3}{5}$

আমরা জানি, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

বা, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

$= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$

$= 1 - \frac{9}{25}$

$= \frac{16}{25}$

$\therefore \cos A = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ [A সূক্ষ্মকোণ]

$\therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

Ans. tanA এর মান $\frac{3}{4}$.

খ আমরা $\cos B = \frac{5}{13}$

$\therefore \sin^2 B + \cos^2 B = 1$

বা, $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B$

$= 1 - \frac{25}{169}$

$= \frac{144}{169}$

$\therefore \sin B = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$.

$\therefore \tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{12}{5}$

এখন, $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A} = \frac{\frac{12}{5} - \frac{3}{4}}{1 + \frac{12}{5} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{48-15}{20}}{1 + \frac{36}{20}}$

$= \frac{\frac{33}{20}}{\frac{20+36}{20}} = \frac{33}{56}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{33}{56}$ (Ans.)

গ ক ও খ থেকে আমরা পাই,

$\tan A = \frac{3}{4}$, $\tan B = \frac{12}{5}$ এবং $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A} = \frac{33}{56}$

$\therefore \frac{\tan A - \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{12}{5}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5}} = \frac{\frac{15-48}{20}}{1 - \frac{36}{20}}$

$= \frac{\frac{-33}{20}}{\frac{20-36}{20}} = \frac{-33}{-16} = \frac{33}{16}$

$\therefore \frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A} \neq \frac{\tan A - \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ (দেখানো হলো)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

সৃ ▶১৬ $\cot A + \operatorname{cosec} A = \sqrt{3}$ এবং $\theta = A + B = 90°$

ক. θ এর মান বসিয়ে প্রমাণ কর $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ ২

খ. cosA এর মান বের কর। ৪

গ. $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\theta = 90°$

বামপক্ষ, $\cos^2\theta = (\cos 90°)^2$

$= 0^2$

$= 0$

ডানপক্ষ, $1 - \sin^2\theta = 1 - (\sin 90°)^2$

$= 1 - 1^2$

$= 1 - 1$

$= 0$

$\therefore \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ **(প্রমাণিত)**

খ $\cot A + \operatorname{cosec} A = \sqrt{3}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{1}{\sin A} = \sqrt{3}$

বা, $\frac{1 + \cos A}{\sin A} = \sqrt{3}$

বা, $1 + \cos A = \sqrt{3}\ \sin A$

বা, $(1 + \cos A)^2 = (\sqrt{3}\sin A)^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $1 + 2\cos A + \cos^2 A = 3\sin^2 A$

বা, $1 + 2\cos A + \cos^2 A = 3(1 - \cos^2 A)$

বা, $1 + 2\cos A + \cos^2 A - 3 + 3\cos^2 A = 0$

বা, $4\cos^2 A + 2\cos A - 2 = 0$

বা, $4\cos^2 A + 4\cos A - 2\cos A - 2 = 0$

বা, $2\cos A(2\cos A + 2) - 1(2\cos A + 2) = 0$

বা, $(2\cos A + 2)(2\cos A - 1) = 0$

$\therefore (2\cos A + 2) = 0$ অথবা, $2\cos A - 1 = 0$

বা, $\cos A = -\frac{2}{2} = -1$ বা, $\cos A = \frac{1}{2}$

কিন্তু $\cos A = -1$ হলে, $A = 180°$ হয় যা $90°$ এর চেয়ে বৃহত্তর।

$\therefore \cos A \neq -1$

$\therefore \cos A = \frac{1}{2}$

Ans. $\cos A = \frac{1}{2}$

গ খ থেকে পাই $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং দেওয়া আছে $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বামপক্ষ $= \cos(A + B)$

$= \cos\theta$

$= \cos 90°$

$= 0.$

এখন, $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{1 - \frac{1}{4}}$

$= \sqrt{\frac{3}{4}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$. [$\because$ A সূক্ষ্মকোণ]

এবং $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

$= \frac{1}{2}$. [$\because$ B সূক্ষ্মকোণ].

$\therefore$ ডানপক্ষ $= \cos A \cos B - \sin A \sin B$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= 0$

$\therefore \cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A . \sin B$ **(প্রমাণিত)**

সৃ ▶১৭ $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$ হলে—

ক. tanA, tan B ও tan (A + B) এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

ও $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ ৪

গ. প্রাপ্ত ফলাফল হতে নিম্নের মান নির্ণয় কর,

$\frac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$ ও

$\frac{\tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{6}}{1 - \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$. ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\tan A = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$

$\tan B = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan(A + B) = \tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{2\pi + \pi}{6}\right)$

$= \tan\frac{\pi}{2} = \tan 90° = \infty$. **(Ans.)**

খ বামপক্ষ $= \tan(A - B)$

$= \tan\left(\frac{2\pi - \pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{6}$

$= \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ডানপক্ষ $= \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{3 - 1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \tan(A - B) = \frac{\tan A - A\text{an}B}{1 + \tan A.\tan B}$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

আবার বামপক্ষ $= \cos(A-B)$

$= \cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{3}$

$= \cos 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= \cos A\cos B + \sin A\sin B$

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \cos 60°\cos 30° + \sin 60°\sin 30°$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A-B) = \cos A.\cos B + \sin A.\sin B$ **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' হতে পাই,

$$\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{6}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \cos 60°.\cos 30° - \sin 60°\sin 30°$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

এবং $\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}}{0} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$= \infty + \frac{\sqrt{3}}{2} = \infty$

[অসীম এর সাথে কোনো কিছু যোগ করলে অসীম হয়]

নির্ণেয় মানদ্বয় : $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ও ∞ **(Ans.)**

১৮ ▶ $\tan\theta + \sec\theta = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}$ [ক্যান্টনমেন্ট হাইস্কুল, যশোর]

ক. $\theta = 45°$ এর জন্য রাশিটি প্রমাণ কর। ২

খ. θ এর যেকোনো মানের জন্য এটি প্রমাণ কর। ৪

গ. যদি $\tan\theta + \sec\theta = x$ হয় তাহলে $\sin\theta$ এর মান x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\theta = 45°$ হলে

বামপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

$= \tan 45° + \sec 45°$

$= 1 + \sqrt{2}$

ডানপক্ষ, $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sqrt{\frac{1+\sin 45°}{1-\sin 45°}}$

$= \sqrt{\frac{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}}$

$= \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}}$

$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}$

$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)}}$

$= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2})^2-(1)^2}}$

$= \frac{\sqrt{2}+1}{1} = \sqrt{2}+1$

$\therefore \theta = 45°$ এর জন্য, $\tan\theta + \sec\theta = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}$ **(প্রমাণিত)**

খ বামপক্ষ, $\tan\theta + \sec\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{\sin\theta+1}{\cos\theta}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \tan\theta + \sec\theta = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{\sin\theta+1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(\sin\theta+1)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয় পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1-\sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = x^2$

বা, $x^2 - x^2\sin\theta = 1 + \sin\theta$

বা, $x^2 - 1 = \sin\theta + x^2\sin\theta$

বা, $\sin\theta(x^2+1) = x^2-1$

বা, $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১৯ $\tan\theta = \frac{x}{y}$ যেখানে $x \neq y$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ

ক. প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ ২

খ. $\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $x = 4$ এবং $y = 3$ হলে প্রমাণ কর

$\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta.$ ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{x}{y}$

জানা আছে, $\sec\theta = \sqrt{1+\tan^2\theta}$

$= \sqrt{1+\left(\frac{x}{y}\right)^2} = \sqrt{1+\frac{x^2}{y^2}}$

$= \sqrt{\frac{x^2+y^2}{y^2}} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$

[θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ বলে $\sec\theta$ ধনাত্মক]

আবার, $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

$= \frac{1}{\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\therefore \cos\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ (প্রমাণিত)

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$ $\left[\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right]$

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}$ [$\frac{x}{y}$ দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x^2}{y^2}$

$\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ (Ans.)

গ 'ক' হতে $\sec\theta = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$

বামপক্ষ $= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{\frac{x}{y} + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y} - 1}{\frac{x}{y} - \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y} + 1}$

$= \frac{\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{4^2+3^2}}{3} - 1}{\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{4^2+3^2}}{3} + 1}$

$= \frac{\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{25}}{3} - 1}{\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{25}}{3} + 1}$

$= \frac{\frac{4}{3} + \frac{5}{3} - 1}{\frac{4}{3} - \frac{5}{3} + 1}$

$= \frac{\frac{4+5-3}{3}}{\frac{4-5+3}{3}}$

$= \frac{6}{3}\times\frac{3}{2} = 3$

ডানপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

$= \frac{x}{y} + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$ $\left[\because \sec\theta = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}\right]$

$= \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{4^2+3^2}}{3}$

$= \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{25}}{3} = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}$

$= \frac{4+5}{3} = \frac{9}{3} = 3$

সুতরাং, $x = 4$ এবং $y = 3$ এর জন্য $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta.$

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২০ ত্রিকোণমিতিক অভেদ সমূহের ক্ষেত্রে—

ক. secA ও tanA এর অভেদসমূহ লেখ। ২

খ. দেখাও যে, $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A.$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}}\cdot\left(\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1}\right) = 1$ ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{\cos A}$, $\tan A = \frac{1}{\cot A}$ এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$.

প্রশ্ন ▶ ২১ $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং sinA ঋণাত্মক চিহ্নবিশিষ্ট।

ক. sinA ও tanA এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}} = \operatorname{cosec} A + \cot A = \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$. ৪

গ. দেখাও যে, (i) $\tan A + \cot A = \sec A.\ \operatorname{cosec} A$

(ii) $\sec^4 A - \sec^2 A = \tan^4 A + \tan^2 A.$ ৪

উত্তর: ক. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ এবং $-\sqrt{3}$

প্রশ্ন ▶ ২২ θ স্থূলকোণ $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ এবং $\tan\theta = -\frac{1}{2}$।

ক. θ এর অবস্থান কোন চতুর্ভাগে এবং কেন? ২

খ. অপর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ সমকোণী ত্রিভুজের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

গ. অপর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ ত্রিকোণমিতিক অভেদের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\operatorname{cosec}\theta\ \sqrt{5}$; $\cos\theta = \frac{-2}{\sqrt{5}}$; $\sec\theta = \frac{-\sqrt{5}}{2}$ এবং $\cot\theta = -2$ গ. $\sqrt{5}$ এবং -2

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ২৩

$$\frac{\sin^2\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}}-\frac{\sin^2\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{3}}$$

ক. $\sin\frac{\pi}{3}$ ও $\cos\frac{\pi}{3}$ এর মান বের করে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{3}=1$ ২

খ. প্রদত্ত রাশিটির ১ম অংশ ও দ্বিতীয় অংশের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, প্রদত্ত রাশিটির সরলমান $-\frac{1}{2}$. ৪

উত্তর: খ. $\frac{4+\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)}, \frac{4-\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}-1)}$

প্রশ্ন ▶ ২৪ যদি $\sin A=\frac{b}{a}$ হয় যেখানে $a>b>0$

ক. cosec A বের কর। ২

খ. cosec A এর মান থেকে দেখাও যে, $\tan A=\frac{\pm b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}^2\theta-\cot^2\theta=1$. ৪

উত্তর: ক. $\text{cosec } A=\frac{a}{b}$

প্রশ্ন ▶ ২৫ $A=\sin\theta, B=\cos\theta$ হলে, [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক. $B-A=\sqrt{2}A$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cot\theta=\sqrt{2}+1$ ২

খ. B থেকে A এর বিয়োগফল $\sqrt{2}A$ হলে, প্রমাণ কর যে, A ও B এর যোগফল $\sqrt{2}B$ এর সমান। ৪

গ. A ও B এর যোগফল $\sqrt{2}B$ হলে প্রমাণ কর যে, B থেকে A এর বিয়োগফল $\sqrt{2}A$ হবে। ৪

প্রশ্ন ▶ ২৬ $\tan\theta=\frac{x}{y}$ হলে— [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক. দেখাও যে, $x\cos\theta-y\sin\theta=0$ ২

খ. $\frac{x\sin\theta+y\cos\theta}{x\sin\theta-y\cos\theta}$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $x\sin\theta+y\cos\theta=\pm\sqrt{x^2+y^2}$ ৪

উত্তর: খ. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

■ এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত সূত্রসমূহ:

(i) $\sin\theta=\frac{1}{\text{cosec}\theta}$ (ii) $\text{cosec}\theta=\frac{1}{\sin\theta}$

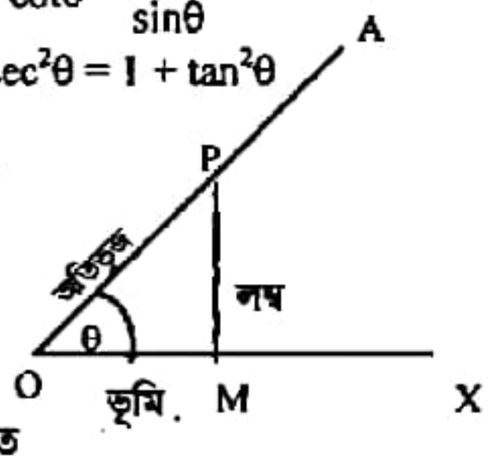
(iii) $\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$ (iv) $\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$

(v) $\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$ (vi) $\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$

(vii) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (viii) $\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

(ix) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ (x) $\sec^2\theta=1+\tan^2\theta$

(xi) $\text{cosec}^2\theta=1+\cot^2\theta$



1. sine: লম্ব এবং অতিভুজের অনুপাত

∴ sine θ বা সংক্ষেপে $\sin\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{PM}{OP}$

2. cosine: ভূমি ও অতিভুজের অনুপাত

∴ cosine θ বা সংক্ষেপে $\cos\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{OM}{OP}$

3. tangent: লম্ব ও ভূমির অনুপাত

∴ tangent θ বা সংক্ষেপে $\tan\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}=\frac{PM}{OM}$

4. cotangent: ভূমি ও লম্বের অনুপাত

∴ cotangent θ বা সংক্ষেপে $\cot\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}=\frac{OM}{PM}$

5. secant: অতিভুজ ও ভূমির অনুপাত

∴ secant θ বা সংক্ষেপে $\sec\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}=\frac{OP}{OM}$

6. cosecant: অতিভুজ ও লম্বের অনুপাত

∴ cosecant θ বা সংক্ষেপে $\text{cosec}\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}=\frac{OP}{PM}$

মনে রাখার কৌশল :

$\tan\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$, আবার $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$; এখন লম্ব ও ভূমিকে অতিভুজ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে sinθ ও cosθ এর মান পাওয়া যাবে। এখন tanθ, sinθ, cosθ উল্টিয়ে দিলে যথাক্রমে cotθ, cosecθ, secθ পাওয়া যাবে। তাহলে শুধু tanθ এর মান মনে রাখলে সবগুলোর মান বের করতে পারবে।

■ θ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ হলো:

$\sin\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{y}{r}$

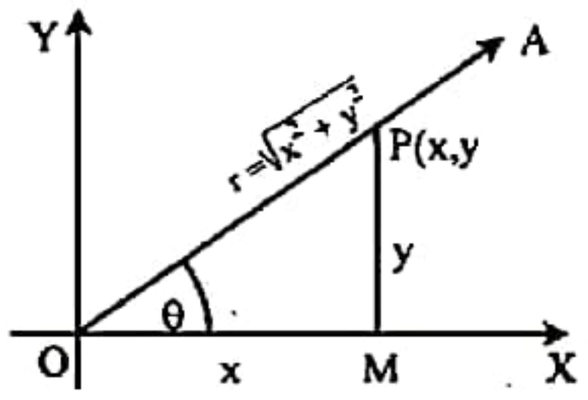
$\cos\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{x}{r}$

$\tan\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}=\frac{y}{x}$

$\cot\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}=\frac{x}{y}$

$\sec\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}=\frac{r}{x}$

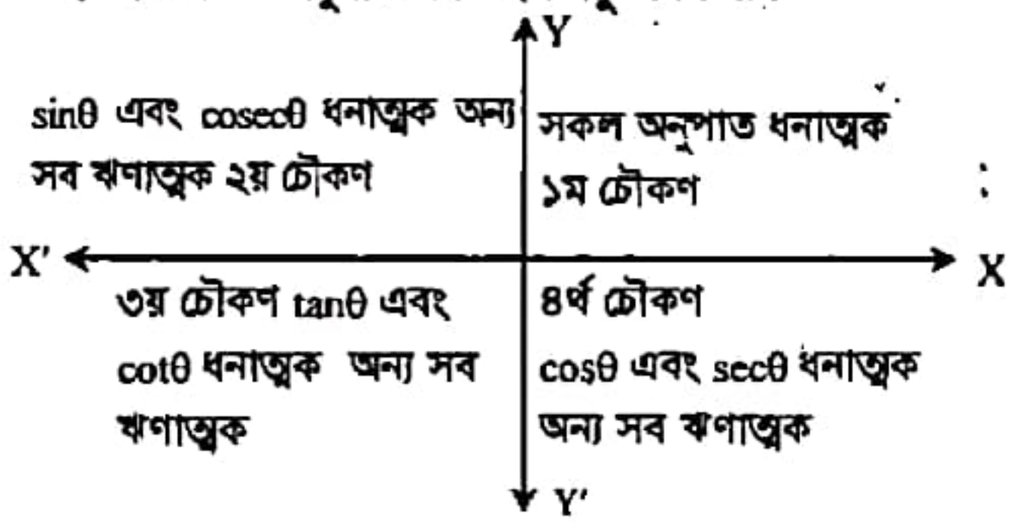
$\text{cosec}\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}=\frac{r}{y}$



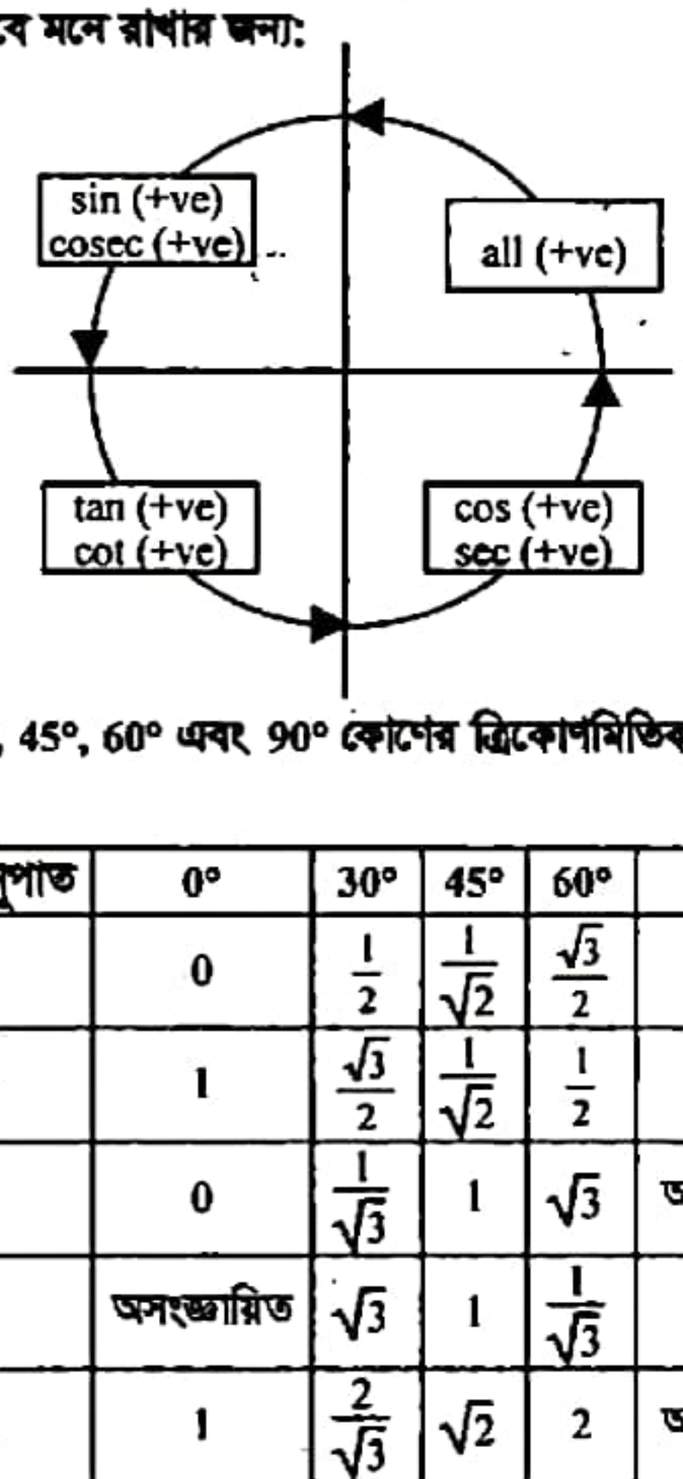
www.bdniyog.com

www.pathagar.com

■ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্নের চতুর্ভাগ নিয়ম



সহজভাবে মনে রাখার জন্য:



■ 0°, 30°, 45°, 60° এবং 90° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের তালিকা

কোণ অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cot	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
cosec	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

■ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের তালিকা মনে রাখার সহজ পদ্ধতি

0, 1, 2, 3, 4 সংখ্যাগুলোকে 4 দ্বারা ভাগ করে বর্গমূল করলে sin0°, sin30°, sin45°, sin60° ও sin90° এর মান পাওয়া যাবে। অনুরূপে, সংখ্যাগুলোকে বিপরীতক্রমে লিখে পর্যায়টি পুনরায় করলে cos0°, cos30°, cos45°, cos60° ও cos90° এর মান পাওয়া যাবে। পরবর্তীতে sin অনুপাতের মানকে cos অনুপাতের মান দ্বারা ভাগ করলে tan অনুপাতের মান পাওয়া যাবে। অথবা, 0, 1, 3 এবং 9 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 3 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে tan0°, tan30°, tan45° এবং tan60° এর মান পাওয়া যায়। (উল্লেখ্য যে, tan90° অসংজ্ঞায়িত)।

কোণ অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sin	$\sqrt{\frac{0}{4}}=0$	$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$
cos	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$	$\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{0}{4}}=0$
tan	$\sqrt{\frac{0}{3}}=0$	$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{3}{3}}=1$	$\sqrt{\frac{9}{3}}=\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত

■ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মানের সীমাবদ্ধতা

θ এর মান যত বড় বা যত ছোটই হোক না কেন,

$-1 \le \sin\theta \le 1$,

$-1 \le \cos\theta \le 1$

অর্থাৎ, cosθ, sinθ-এর সর্বনিম্ন মান –1 এবং সর্বোচ্চ মান 1।

secθ এবং cosecθ এর মান ≥1 অথবা ≤ –1.

অর্থাৎ, $\sec\theta \le -1$ অথবা $\sec\theta \ge 1$ এবং $\operatorname{cosec}\theta \le -1$ অথবা $\operatorname{cosec}\theta \ge 1$.

tanθ ও cot θ-এর মানের কোনো সীমা নির্ধারণ করা যায় না।

অনুপাতের কোনো একক থাকে না এবং sine, cosine, tangent, secant, cosecant, cotangent এই ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত তাই এদের কোনো একক নাই।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৪, ১৬, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৩, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৬, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৫, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৩, ৬৪, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭৪, ৭৮, ৮১, ৮৩, ৮৪, ৮৫
★★	৪, ৬, ৭, ১৫, ১৭, ১৮, ২৪, ২৫, ২৬, ৩৭, ৩৮, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৫৩, ৬০, ৬১, ৭১, ৭২, ৭৬, ৭৭, ৮৬, ৮৭, ৮৮, ৮৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৬, ৭, ৯, ১০, ১১, ১৪, ১৮, ১৯
★★	১, ৩, ১২, ১৫, ১৭

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অধ্যায়-৮

ত্রিকোণমিতি

অনুশীলনী-৮.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. ঋণাত্মক কোণ (–θ) এর অনুপাতসমূহ নির্ণয়।
২. বিভিন্ন প্রকার কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়।
৩. পূর্ণ সংখ্যা $n(n \le 4)$ এর জন্য $(n.\frac{\pi}{2} \pm \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় ও প্রয়োগ।
৪. সহজ ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।

১৫টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৭৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪২টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ২১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ২টি শ্রেণির কাজ ■ ১৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\sin 2A$ এর মান কত?

ক. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ. $\frac{1}{2}$
গ. 1 ঘ. $\sqrt{2}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$

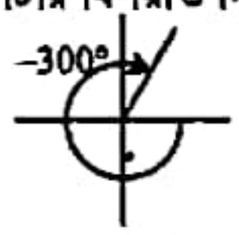
$\sin A = \sin 45^\circ \therefore A = 45^\circ$

এখন, $\sin 2A = \sin(2 \times 45^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

২. -300° কোণটি কোন চতুর্থভাগে থাকবে?

ক. প্রথম খ. দ্বিতীয়
গ. তৃতীয় ঘ. চতুর্থ **খ**

ব্যাখ্যা: ঋণাত্মক কোণ ঘড়ির কাটার দিকে ঘুরবে এবং ধনাত্মক কোণ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরবে।



৩. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে θ এর মান হবে—

i. 0°
ii. 30°
iii. 90°

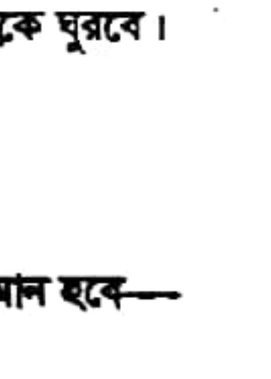
নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i,ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: (i) 0° দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় $\therefore \theta = 0^\circ$
(ii) 30° দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না।
(iii) 90° দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় $\therefore \theta = 90^\circ$

৪. পাশের চিত্র অনুসারে

i. $\tan\theta = \frac{4}{3}$
ii. $\sin\theta = \frac{5}{3}$
iii. $\cos^2\theta = \frac{9}{25}$



নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i,ii ও iii **ঘ**

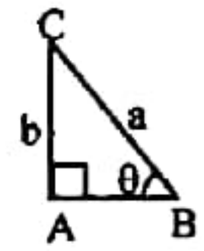
ব্যাখ্যা: এখানে, লম্ব 4 একক, ভূমি 3 একক এবং অতিভূজ $\sqrt{4^2+5^2} = 5$ একক

i. সঠিক, কারণ $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{4}{3}$

ii. সঠিক নয়, কারণ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{4}{5}$

iii. সঠিক, কারণ $\cos^2\theta = \frac{\text{ভূমি}^2}{\text{অতিভূজ}^2} = \frac{9}{25}$

নিচের চিত্রের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫. $\sin B + \cos C =$ কত?

ক. $\frac{2b}{a}$ খ. $\frac{2a}{b}$
গ. $\frac{a^2+b^2}{ab}$ ঘ. $\frac{ab}{a^2+b^2}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\sin B + \cos C = \frac{AC}{BC} + \frac{AC}{BC}$

$= \frac{b}{a} + \frac{b}{a} = \frac{2b}{a}$

৬. $\tan B$ এর মান কোনটি?

ক. $\frac{a}{a^2-b^2}$ খ. $\frac{b}{a^2-b^2}$
গ. $\frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ঘ. $\frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$

$[\because AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2+b^2}]$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৭. মান নির্ণয় কর:

(i) $\sin 7\pi$

সমাধান: $\sin 7\pi = \sin\left(14.\frac{\pi}{2}+0\right)$ এখানে, n = 14 জোড় সংখ্যা। তাই sin অপরিবর্তিত থাকবে এবং কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন হবে ঋণাত্মক।

$\therefore \sin\left(14.\frac{\pi}{2}+0\right) = -\sin = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 0

(ii) $\cos\frac{11\pi}{2}$

সমাধান: $\cos 11.\frac{\pi}{2} = \cos\left(11.\frac{\pi}{2}+0\right)$

এখানে, n = 11 বিজোড় সংখ্যা। তাই cos পরিবর্তিত হয়ে sin হবে। এবং কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন হবে ধনাত্মক।

$\therefore \cos\frac{11\pi}{2} = \cos\left(11.\frac{\pi}{2}+0\right) = \sin 0 = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 0

(iii) $\cot 11\pi$

সমাধান: $\cot 11\pi$ এখানে, n = 22 জোড় সংখ্যা। তাই cot অপরিবর্তিত থাকবে। এবং কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cot এর চিহ্ন ধনাত্মক হবে।

$\cot 11\pi = \cot\left(22.\frac{\pi}{2}+0\right) = \cot 0 =$ অসংজ্ঞায়িত।

(iv) $\tan\left(-\frac{23\pi}{6}\right)$

সমাধান: $-\tan\frac{23\pi}{6}$ [$\because \tan(-\theta) = -\tan\theta$]

$= -\tan\left(4\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

$= -\tan\left(8\times\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$

এখানে, n = 8 জোড় সংখ্য, তাই tan অপরিবর্তিত থাকবে এবং কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। তাই tan ঋণাত্মক।

$= \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{1}{\sqrt{3}}$

(v) $\operatorname{cosec}\frac{19\pi}{3}$

সমাধান: $\operatorname{cosec}\frac{19\pi}{3} = \operatorname{cosec}\left(6\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

$= \operatorname{cosec}\left(12\times\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$

এখানে, n = 12, জোড় সংখ্যা, অতএব cosec অপরিবর্তিত থাকবে এবং কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করছে বলে cosec এর চিহ্ন ধনাত্মক হবে।

$\therefore \operatorname{cosec}\frac{19\pi}{3} = \operatorname{cosec}\left(12\times\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{cosec}\frac{\pi}{3}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}}\left[\because \operatorname{cosec}\frac{\pi}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}\right]$

উত্তর: $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(vi) $\sec\left(-\frac{25\pi}{2}\right)$

সমাধান: $\sec\left(\frac{25\pi}{2}\right) = \sec\left(\frac{25\pi}{2}\right)$ [$\because \sec(-\theta) = \sec\theta$]

$= \sec\left(12\pi+\frac{\pi}{2}\right)$

$= \sec\left(24.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$

এখানে, n = 24 জোড় সংখ্যা এবং কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$\therefore \sec\left(-\frac{25\pi}{2}\right) = \sec\frac{\pi}{2} =$ অসংজ্ঞায়িত।

(vii) $\sin\frac{31\pi}{6}$

সমাধান: $\sin\frac{31\pi}{6} = \sin\left(5\pi+\frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\left(10.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$

এখানে n = 10 জোড় সংখ্যা। তাই sin অপরিবর্তীত থাকবে এবং কোণটির অবস্থান তৃতীয়-চতুর্থভাগে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$= -\sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \sin\left(10.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$

$= -\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -\frac{1}{2}$

(viii) $\cos\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$

সমাধান: $\cos\frac{25\pi}{6}$ [$\because \cos(-\theta) = \cos\theta$]

$= \cos\left(4\pi+\frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(8.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$

[n = 8 জোড় সংখ্যা, তাই cos অপরিবর্তিত থাকবে এবং $\left(8.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$ প্রথম চতুর্ভাগে থাকে বলে cos এর চিহ্ন হবে ধনাত্মক।

$= \cos\frac{\pi}{6}$

$\therefore \cos\left(8.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

৮. প্রমাণ কর যে,

(i) $\cos\frac{17\pi}{10}+\cos\frac{13\pi}{10}+\cos\frac{9\pi}{10}+\cos\frac{\pi}{10} = 0$

সমাধান: বামপক্ষ $= \cos\frac{17\pi}{10}+\cos\frac{13\pi}{10}+\cos\frac{9\pi}{10}+\cos\frac{\pi}{10}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= \cos\left(2\pi - \frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi + \frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) + \cos\frac{\pi}{10}$

$= \cos\frac{3\pi}{10} - \cos\frac{3\pi}{10} - \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10}$

$= 0$

= ডানপক্ষ

$\therefore \cos\frac{17\pi}{10} + \cos\frac{13\pi}{10} + \cos\frac{9\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10} = 0$ **(প্রমাণিত)**

(ii) $\tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12} = 1$

সমাধান: বামপক্ষ

$= \tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12}$

$= \tan15^\circ \tan 75^\circ \tan105^\circ \tan165^\circ$

$= \tan15^\circ \tan(90^\circ - 15^\circ)\tan(90^\circ + 15^\circ)\tan(180^\circ - 15^\circ)$

$= \tan15^\circ \cot15^\circ (-\cot15^\circ)(-\tan15^\circ)$

$= \tan^2 15^\circ \cot^2 15^\circ = \tan^2 15^\circ \times \frac{1}{\tan^2 15^\circ} = 1$ ডানপক্ষ

$\therefore \tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12} = 1$ **(প্রমাণিত)**

(iii) $\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 2$

সমাধান: বামপক্ষ $= \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \left(\cos\frac{\pi}{7}\right)^2 + \left(-\sin\frac{\pi}{7}\right)^2 + \left(\cos\frac{\pi}{7}\right)^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7}$

$= 2\left(\sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7}\right) = 2$ = ডানপক্ষ

$\therefore \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 2$ **(প্রমাণিত)**

(iv) $\sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6} = 1$

সমাধান:

বামপক্ষ $= \sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6}$

$= \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{3}.\left(-\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

= ডানপক্ষ

$\therefore \sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6} = 1$ **(প্রমাণিত)**

(v) $\sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$

সমাধান: বামপক্ষ $= \sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$

$= \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$[\because \cos(-\theta) = \cos\theta]$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \left(-\sin\frac{\pi}{6}\right).\cos\frac{\pi}{3}$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4}$

$= \frac{4}{4} = 1$ = ডানপক্ষ

$\therefore \sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$ **(প্রমাণিত)**

(vi) $\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\sin\theta$ ঋণাত্মক হলে দেখাও যে, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{14}{5}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\sin\theta$ ঋণাত্মক।

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{4}$

বা, $3\cos\theta = 4\sin\theta$

বা, $9\cos^2\theta = 16\sin^2\theta$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9(1 - \sin^2\theta) = 16\sin^2\theta$

বা, $9 - 9\sin^2\theta - 16\sin^2\theta = 0$

বা, $-25\sin^2\theta = -9$

বা, $\sin^2\theta = \frac{9}{25}$

বা, $\sin\theta = \pm\frac{3}{5}$

$\therefore \sin\theta = -\frac{3}{5}$ [$\because \sin\theta$ ঋণাত্মক]

আবার, $\tan\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{4}$

বা, $3\cos\theta = 4\sin\theta$

$\therefore \cos\theta = \frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5}$

এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$

$= \frac{-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}}{-\frac{5}{4} + \frac{3}{4}}$

$= \frac{\frac{-3-4}{5}}{\frac{-5+3}{4}} = \frac{-\frac{7}{5}}{-\frac{2}{4}}$

$= \frac{-7}{5} \times \frac{4}{-2} = \frac{14}{5}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{14}{5}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৯. মান নির্ণয় কর:

(i) $\cos\frac{9\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{31\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}$

সমাধান: $\cos\frac{9\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{31\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}$

$=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\pi-\frac{5\pi}{36}\right)-\sin\frac{5\pi}{36}$

$=\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{5\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}$

$=0$

∴ নির্ণেয় মান $=0$

(ii) $\cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$

সমাধান: $\cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$

$=\cot\frac{\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{7\pi}{20}\right)\cot\frac{\pi}{4}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{20}\right)$

$=\cot\frac{\pi}{20}\tan\frac{7\pi}{20}\,1.\,\cot\frac{7\pi}{20}\tan\frac{\pi}{20}$

$=\cot\frac{\pi}{20}\cdot\frac{1}{\cot\frac{7\pi}{20}}\cdot\cot\frac{7\pi}{20}\frac{1}{\cot\frac{\pi}{20}}=1$

∴ নির্ণেয় মান $=1$

(iii) $\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\frac{5\pi}{4}+\sin^2\frac{7\pi}{4}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\frac{5\pi}{4}+\sin^2\frac{7\pi}{4}$

$=\sin^2\frac{2\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{4}\right)+\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

$=\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\cos^2\frac{3\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}$

$=\left(\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}\right)+\left(\sin^2\frac{3\pi}{4}+\cos^2\frac{3\pi}{4}\right)$

$=1+1=2$

∴ নির্ণেয় মান $=2$

(iv) $\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}$

$=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)$

$=\cos^2\frac{2\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{2\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}$

$=\left(\cos^2\frac{2\pi}{8}+\sin^2\frac{2\pi}{8}\right)+\left(\cos^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}\right)$

$=1+1$

$=2$

∴ নির্ণেয় মান $=2$

(v) $\sin^2\frac{17\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{37\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\sin^2\frac{17\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{37\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\left(\sin\frac{17\pi}{18}\right)^2+\left(\sin\frac{5\pi}{8}\right)^2+\left(\cos\frac{37\pi}{18}\right)^2+\left(\cos\frac{5\pi}{8}\right)^2$

$=\sin\left(\frac{17\pi}{18}\right)^2+\cos\left(\frac{37\pi}{18}\right)^2+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\left\{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{18}\right)\right\}^2+\left\{\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{18}\right)\right\}^2+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\sin^2\frac{\pi}{18}+\cos^2\frac{\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\left(\sin^2\frac{\pi}{18}+\cos^2\frac{\pi}{18}\right)+\left(\sin^2\frac{5\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}\right)$

$=1+1$ $[\because \sin^2\theta+\cos^2\theta=1]$

$=2$

∴ নির্ণেয় মান $=2$

১০. $\theta=\frac{\pi}{3}$ হলে নিম্নোক্ত অভেদসমূহ প্রমাণ কর।

(i) $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta=\frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $=\sin 2\theta=\sin 2.\frac{\pi}{3}$ $[\because \theta=\frac{\pi}{3}]$

$=\sin\frac{2\pi}{3}$

$=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)$

$=\sin\frac{\pi}{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

মধ্যপক্ষ $=2\sin\theta\cos\theta=2\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}$ $[\because \theta=\frac{\pi}{3}]$

$=2.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan^2\frac{\pi}{3}}$ $[\because \theta=\frac{\pi}{3}]$

$=\frac{2.\sqrt{3}}{1+(\sqrt{3})^2}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{1+3}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{4}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ **(প্রমাণিত)**

(ii) $\sin 3\theta=3\cos\theta-4\sin^3\theta$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta=\frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $=\sin 3\theta$

$=\sin\left(3.\frac{\pi}{3}\right)$ $[\because \theta=\frac{\pi}{3}]$

$=\sin\pi$

$=\sin\left(2.\frac{\pi}{2}+0\right)$

$=\sin 0$

$=0$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ডানপক্ষ $= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$= 3\sin\frac{\pi}{3} - 4\sin^3\frac{\pi}{3}$ $[\because \theta = \frac{\pi}{3}]$

$= 3.\frac{\sqrt{3}}{2} - 4.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - 4.\frac{3\sqrt{3}}{8}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$= 0$

$\therefore \sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ **(প্রমাণিত)**

(iii) $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$.

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \cos 3\theta$

$= \cos 3.\frac{\pi}{3}$ $[\because \theta = \frac{\pi}{3}]$

$= \cos\pi$

$= \cos\left(2.\frac{\pi}{2} + 0\right)$

$= -\cos 0°$

$= -1$

ডানপক্ষ $= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

$= 4\cos^3\frac{\pi}{3} - 3\cos\frac{\pi}{3}$ $[\because \theta = \frac{\pi}{3}]$

$= 4.\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3.\frac{1}{2}$

$= 4.\frac{1}{8} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1-3}{2}$

$= \frac{-2}{2}$

$= -1$

$\therefore \cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$. **(প্রমাণিত)**

(iv) $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \tan 2\theta$

$= \tan 2.\frac{\pi}{3}$ $[\because \theta = \frac{\pi}{3}]$

$= \tan\frac{2\pi}{3}$

$= \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$= -\tan\frac{\pi}{3}$

$= -\sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$= \frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan^2\frac{\pi}{3}}$ $[\because \theta = \frac{\pi}{3}]$

$= \frac{2.\sqrt{3}}{1-(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{1-3}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

$= -\sqrt{3}$

$\therefore \tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ **(প্রমাণিত)**

১১. প্রদত্ত শর্ত পূরণ করে α (আলফা) এর মান নির্ণয় কর:

(i) $\cot\alpha = -\sqrt{3}\ ;\ \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

সমাধান: চতুর্থ চতুর্ভাগে $\cot\alpha = -\sqrt{3}$

$\cot\alpha = -\cot\frac{\pi}{6}$

$= \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cot\left(\frac{12\pi - \pi}{6}\right)$

$= \cot\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \alpha = \frac{11\pi}{6}$ এটি গ্রহণযোগ্য মান কারণ $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $\alpha = \frac{11\pi}{6}$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে $\frac{\sqrt{3}}{2}$ এর পরিবর্তে $-\sqrt{3}$ এবং 3π এর পরিবর্তে $\frac{3\pi}{2}$ হবে।]

(ii) $\cos\alpha = -\frac{1}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

সমাধান: দ্বিতীয় চতুর্ভাগে $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

বা, $\cos\alpha = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

বা, $\alpha = \frac{3\pi - \pi}{3}$

বা, $\alpha = \frac{2\pi}{3}$

যা $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ শর্ত পালন করে

আবার, তৃতীয় চতুর্ভাগে, $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

বা, $\cos\alpha = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$

বা, $\alpha = \frac{3\pi + \pi}{3}$

বা, $\alpha = \frac{4\pi}{3}$

যা $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ শর্ত পালন করে

নির্ণেয় মান : $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ এবং $\frac{4\pi}{3}$

(iii) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

সমাধান: $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\alpha = -\sin\frac{\pi}{3}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $\sin\alpha = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$ [∵ তৃতীয় চতুর্ভাগে sin ঋণাত্মক]

বা, $\alpha = \pi + \frac{\pi}{3}$

∴ $\alpha = \frac{4\pi}{3}$ যা, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ শর্ত পূরণ করে

∴ নির্ণেয় মান $= \frac{4\pi}{3}$

(iv) $\cot\alpha = -1;\ \pi < \alpha < 2\pi$

সমাধান: $\cot\alpha = -1$

বা, $\cot\alpha = -\cot\frac{\pi}{4}$

বা, $\cot\alpha = \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$; [চতুর্থ চতুর্ভাগে cot ঋণাত্মক]

বা, $\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{4}$

∴ $\alpha = \frac{7\pi}{4}$, যা, $\pi < \alpha < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে

∴ নির্ণেয় মান $= \frac{7\pi}{4}$

১২. সমাধান কর: $\left(\text{যখন } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

(i) $2\cos^2\theta = 1 + 2\sin^2\theta$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\cos^2\theta = 1 + 2\sin^2\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sin^2\theta = 1$

বা, $2(1-\sin^2\theta) - 2\sin^2\theta = 1$ [∵ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $2 - 2\sin^2\theta - 2\sin^2\theta = 1$

বা, $2 - 4\sin^2\theta = 1$

বা, $-4\sin^2\theta = -1$

বা, $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$

বা, $\sin\theta = \pm\frac{1}{2}$

যেহেতু $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, সুতরাং $\sin\theta = -\frac{1}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$ [∵ $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$]

∴ $\theta = \frac{\pi}{6}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}$

(ii) $2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$

বা, $2(1-\cos^2\theta) - 3\cos\theta = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta - 3\cos\theta = 0$

বা, $-(2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2) = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 4\cos\theta - \cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta + 2) - 1(\cos\theta + 2) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 2) = 0$

এখানে $\cos\theta + 2 \neq 0$ কারণ, $\cos\theta + 2 = 0$ হলে $\cos\theta = -2$ হয় যা গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং -1 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

∴ $2\cos\theta - 1 = 0$ যখন $0° < \theta < \frac{\pi}{2}$

বা, $2\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{3}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{3}$

(iii) $6\sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$6\sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

বা, $6\sin^2\theta - 8\sin\theta - 3\sin\theta + 4 = 0$

বা, $2\sin\theta(3\sin\theta - 4) - 1(3\sin\theta - 4) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(3\sin\theta - 4) = 0$

এখানে, $3\sin\theta - 4 \neq 0$ কেননা $3\sin\theta - 4 = 0$ হলে $\sin\theta = \frac{4}{3}$, যা গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ $\sin\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং -1 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

অতএব $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{6}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}$

(iv) $\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\tan^2\theta + 1}{\tan\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan^2\theta + 1 = \frac{4\tan\theta}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta + \sqrt{3} = 4\tan\theta$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta - 4\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta - 3\tan\theta - \tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}\tan\theta(\tan\theta - \sqrt{3}) - 1(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

বা, $(\tan\theta - \sqrt{3})(\sqrt{3}\tan\theta - 1) = 0$

হয় $\tan\theta - \sqrt{3} = 0$ অথবা, $\sqrt{3}\tan\theta - 1 = 0$

বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{3}$ বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{3}$ [∵ $\tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$] ∴ $\theta = \frac{\pi}{6}$ [∵ $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

যা, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ শর্ত পূরণ করে

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$

(v) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $-(2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1) = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 1) = 0$

∴ হয় $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{3}$

অথবা, $\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \cos 0$

∴ $\theta = 0$

কিন্তু $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

∴ $\theta \neq 0°$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{3}$

১৩. সমাধান কর: (যখন $0 < \theta < 2\pi$)

(i) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 0$

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta + \cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) + 1(\cos\theta - 2) = 0$

বা, $(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 2) = 0$

কিন্তু, $\cos\theta - 2 \neq 0$ কেননা $\cos\theta - 2 = 0$ হলে

$\cos\theta = 2$, যা অসম্ভব।

অতএব $2\cos\theta + 1 = 0$

বা, $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = -\frac{1}{2} = -\cos\frac{\pi}{3}$

বা, $\cos\theta = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}), \cos(\pi + \frac{\pi}{3})$ [শর্তানুসার $0 < \theta < 2\pi$]

বা, $\cos\theta = \cos\frac{2\pi}{3}, \cos\frac{4\pi}{3}$

∴ $\theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$, যা $0 < \theta < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে

∴ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ $= \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

(ii) $4(\cos^2\theta + \sin\theta) = 5$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$4(\cos^2\theta + \sin\theta) = 5$

বা, $4(1 - \sin^2\theta + \sin\theta) = 5$

বা, $4 - 4\sin^2\theta + 4\sin\theta = 5$

বা, $4\sin^2\theta - 4\sin\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $(2\sin\theta - 1)^2 = 0$

বা, $2\sin\theta - 1 = 0$ [বর্গমূল করে]

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}, \sin(\pi - \frac{\pi}{6})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}, \sin\frac{5\pi}{6}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$, যা, $0 < \theta < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে

∴ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ $= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

(iii) $\cot^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 3$.

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\cot^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 3$

বা, $\cot^2\theta + 1 + \cot^2\theta = 3$

বা, $2\cot^2\theta = 2$

বা, $\cot^2\theta = 1$

বা, $\cot\theta = \pm 1$

$\cot\theta = 1$ নিয়ে পাই

$\cot\theta = \cot\frac{\pi}{4}, \cot(\pi + \frac{\pi}{4})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\cot\theta = \cot\frac{\pi}{4}, \cot\frac{5\pi}{4}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

আবার, $\cot\theta = -1$ থেকে পাই,

$\cot\theta = -\cot\frac{\pi}{4}$

বা, $\cot\theta = \cot(\pi - \frac{\pi}{4}), \cot(2\pi - \frac{\pi}{4})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\cot\theta = \cot\frac{3\pi}{4}, \cot\frac{7\pi}{4}$

∴ $\theta = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$, যা $0 < \theta < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে।

∴ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ,

$$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

(iv) $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

বা, $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\tan^4\theta + 1 = 2\tan^2\theta$ [উভয় পক্ষকে $\tan^2\theta$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\tan^4\theta - 2\tan^2\theta + 1 = 0$

বা, $(\tan^2\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\tan^2\theta - 1 = 0$

বা, $\tan^2\theta = 1$

বা, $\tan\theta = \pm 1$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এখন, $\tan\theta = 1$ নিয়ে পাই;

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{4}, \tan(\pi + \frac{\pi}{4})$ (শর্তানুসারে)

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{4}, \tan\frac{5\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

আবার, $\tan\theta = -1$ নিয়ে পাই,

$\tan\theta = -\tan\frac{\pi}{4}$

বা, $\tan\theta = \tan(\pi - \frac{\pi}{4}), \tan(2\pi - \frac{\pi}{4})$ (শর্তানুসারে)

বা, $\tan\theta = \tan\frac{3\pi}{4}, \tan\frac{7\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ,

$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

(v) $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$(\sec^2\theta + \tan^2\theta) = \frac{5}{3}$

বা, $3(1 + \tan^2\theta + \tan^2\theta) = 5$

বা, $3 + 6\tan^2\theta - 5 = 0$

বা, $6\tan^2\theta = 2$

বা, $\tan^2\theta = \frac{1}{3}$

$\therefore \tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

এখন, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ নিয়ে পাই,

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}, \tan(\pi + \frac{\pi}{6})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}, \tan\frac{7\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$

আবার, $\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ নিয়ে পাই,

বা, $\tan\theta = -\tan\frac{\pi}{6}$

বা, $\tan\theta = \tan(\pi - \frac{\pi}{6}), \tan(2\pi - \frac{\pi}{6})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\tan\theta = \tan\frac{5\pi}{6}, \tan\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য সকল মানসমূহ,

$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

(vi) $5\text{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\,\text{cosec}\theta - 2 = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$5\text{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\,\text{cosec}\theta - 2 = 0$

বা, $\frac{5}{\sin^2\theta} - \frac{7\cos\theta}{\sin^2\theta} - 2 = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2(1 - \cos^2\theta) = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2 + 2\cos^2\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 7\cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 6\cos\theta - \cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 3) - 1(\cos\theta - 3) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 3) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta - 3 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ $\quad\quad$ $\therefore \cos\theta = 3$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$ $\quad\quad$ অথবা 3

কিন্তু $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$

$\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}, \cos(2\pi - \frac{\pi}{3})$ [শর্তানুসারে]

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$, যা প্রদত্ত সীমা $0 < \theta < 2\pi$ এর মধ্যে অবস্থিত

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য সকল মানসমূহ $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

(vii) $2\sin x\cos x = \sin x \quad (0 \le x \le 2\pi)$.

সমাধান: $2\sin x\cos x = \sin x$

বা, $(2\sin x\cos x)^2 = (\sin x)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4\sin^2 x\cos^2 x = \sin^2 x$

বা, $4\sin^2 x(1 - \sin^2 x) = \sin^2 x$

বা, $4\sin^2 x - 4\sin^4 x - \sin^2 x = 0$

বা, $-4\sin^4 x + 3\sin^2 x = 0$

বা, $-\sin^2 x(4\sin^2 x - 3) = 0$

বা, $\sin^2 x(4\sin^2 x - 3) = 0$

হয়, $\sin^2 x = 0$ $\quad\quad$ অথবা, $4\sin^2 x - 3 = 0$.

বা, $\sin x = 0$ $\quad\quad$ বা, $4\sin^2 x = 3$

বা, $\sin x = \sin 0^\circ, \sin(\pi - 0), \sin(2\pi - 0)$ $\quad\quad$ বা, $\sin^2 x = \frac{3}{4}$

বা, $\sin x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$

বা, $\sin x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x = 0, \pi, 2\pi$

বা, $\sin x = \sin\frac{\pi}{3}, \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right), \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$\therefore \sin x = \sin\frac{\pi}{3}, \sin\frac{2\pi}{3}, \sin\frac{5\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$; যা সীমা $0 \le x \le 2\pi$ এর মধ্যে অবস্থিত

$\therefore$ নির্ণেয় সীমার মধ্যে x এর সম্ভাব্য মান সমূহ:

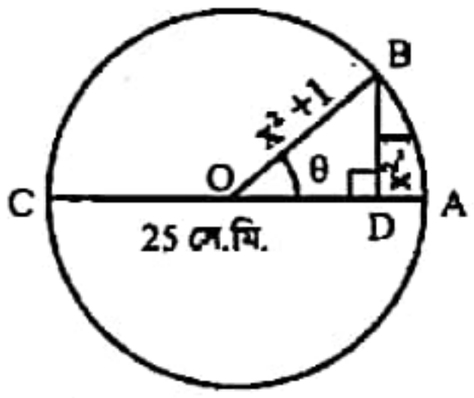
$0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৪



ক. চিত্রে ABC একটি বৃত্তাকার চাকা এবং চাকাটির AB চাপের দৈর্ঘ্য 25 সে.মি. হলে θ = কত? চাকাটি 1 বার ঘুরে কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে?

খ. ABC চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার আবর্তিত হলে চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত হবে?

গ. চিত্রে ΔBOD হলে sinθ এর মান ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\tan\theta + \sec\theta = x$.

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, চাকাটির AB চাপের দৈর্ঘ্য, S = 25 সে.মি.

চিত্র হতে পাই, ব্যাসার্ধ, r = 25 সে.মি.

সুতরাং আমরা জানি, $S = r\theta$

বা, $\theta = \frac{s}{r}$

বা, $\theta = \frac{25}{25}$ রেডিয়ান

$= 1$ রেডিয়ান

$= \frac{180^\circ}{\pi}$

$= 57.30^\circ$

∴ নির্ণেয় θ এর মান 57.30°

উত্তর: 57.30°

চাকাটি 1 বার ঘুরে অতিক্রম করবে $2\pi r$

$= 2 \times 3.1416 \times 25$ সে.মি.

= 157.08 সে.মি.

= 1.5708 মি. (প্রায়)

= 1.57 মি. (প্রায়)

∴ চাকাটি 1 বার ঘুরে দূরত্ব অতিক্রম করে 1.57 মি. (প্রায়)

খ 1 ঘণ্টা = 60 মিনিট $= 60 \times 60$ সেকেন্ড

$= 3600$ সেকেন্ড

ABC চাকাটি 1 সেকেন্ডে আবর্তিত হয় 5 বার

∴ চাকাটি 1 ঘণ্টায় আবর্তিত হবে $= (3600 \times 5)$ বার

$= 18000$ বার

∴ চাকাটি 1 ঘণ্টায় দূরত্ব অতিক্রম করবে 18000×1.57 মি. ['ক' হতে]

$= 28260$ মি.

$= 28.26$ কি.মি. (প্রায়)

সুতরাং চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় 28.26 কি.মি. (প্রায়)

Ans. 28.26 কি.মি. (প্রায়)

গ চিত্র হতে পাই, $\sin\theta = \frac{BD}{BO}$

বা, $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

∴ $\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta}$

$= \sqrt{1-\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^2}$

$= \sqrt{1-\frac{(x^2-1)^2}{(x^2+1)^2}}$

$= \sqrt{\frac{(x^2+1)^2-(x^2-1)^2}{(x^2+1)^2}}$

$= \sqrt{\frac{4x^2}{(x^2+1)^2}}$

$= \frac{2x}{x^2+1}$

এখন, $\tan\theta + \sec\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{\frac{x^2-1}{x^2+1}}{\frac{2x}{x^2+1}} + \frac{1}{\frac{2x}{x^2+1}}$

$= \left(\frac{x^2-1}{x^2+1} \times \frac{x^2+1}{2x}\right) + \left(1 \times \frac{x^2+1}{2x}\right)$

$= \frac{x^2-1}{2x} + \frac{x^2+1}{2x}$

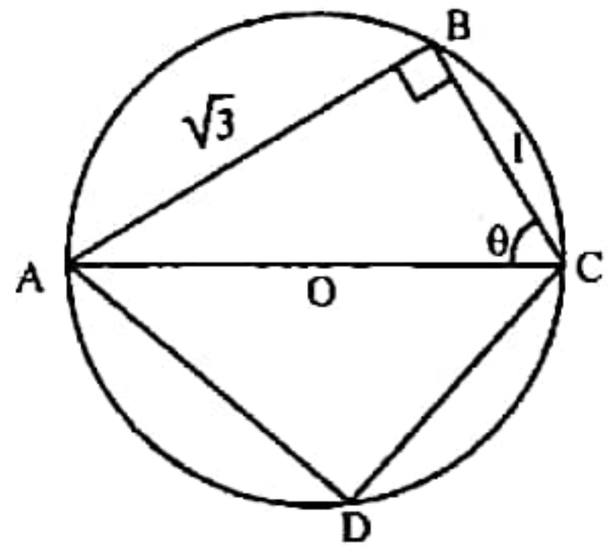
$= \frac{x^2-1+x^2+1}{2x}$

$= \frac{2x^2}{2x}$

$= x$

∴ $\tan\theta + \sec\theta = x$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৫



ক. চিত্রে O, বৃত্তের কেন্দ্র হলে ∠B এর বৃত্তীয়মান এবং AC নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$

গ. $\sec\theta + \cos\theta = P$ হলে, P এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর।

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে $\angle B = 90^\circ$

আমরা জানি, $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান।

∴ $90^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \cdot 90\right)$ "

$= \frac{\pi}{2}$ "

∴ ∠B এর বৃত্তীয়মান $\frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান। **(Ans.)**

আবার, ΔABC-এ $\angle B = 90^\circ$

∴ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $AC^2 = 3 + 1$
বা, $AC^2 = 4$
∴ $AC = 2$ একক **(উত্তর)**

ঘ O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABCD বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।
∴ $\angle A + \angle C = 180°$
এবং $\angle B + \angle D = 180°$
এখন, বামপক্ষ = $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D$
$= \tan A + \tan(180° - D) + \tan(180° - A) + \tan D$
$= \tan A + \tan(2 \times 90° - D) + \tan(2 \times 90° - A) + \tan D$
$= \tan A - \tan D - \tan A + \tan D$ [∵ ২য় চতুর্থভাগে tan ঋণাত্মক]
$= 0$
= ডানপক্ষ।
∴ $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$ **(প্রমাণিত)**

ঙ দেওয়া আছে, $\sec\theta + \cos\theta = P$ ... ... (i)
এখানে, $\sec\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$ [∵ AC = 2 এবং BC = 1]
আবার, $\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$
$\sec\theta$ এবং $\cos\theta$ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$2 + \frac{1}{2} = P$
বা, $\frac{4+1}{2} = P$ বা, $P = \frac{5}{2}$
∴ নির্ণেয় P এর মান $\frac{5}{2}$

এখন, (i) নং থেকে, $\sec\theta + \cos\theta = \frac{5}{2}$
বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \cos\theta = \frac{5}{2}$
বা, $\frac{1 + \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{2}$
বা, $2\cos^2\theta + 2 = 5\cos\theta$
বা, $2\cos^2\theta - 5\cos\theta + 2 = 0$
বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta - \cos\theta + 2 = 0$
বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) - 1(\cos\theta - 2) = 0$
বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 2) = 0$
হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta - 2 = 0$
বা, $2\cos\theta = 1$ ∴ $\cos\theta = 2$
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ কিন্তু $\cos\theta \neq 2$
কারণ, $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।
বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$
∴ $\theta = \frac{\pi}{3}$
∴ নির্ণেয় সমাধান $\theta = \frac{\pi}{3}$

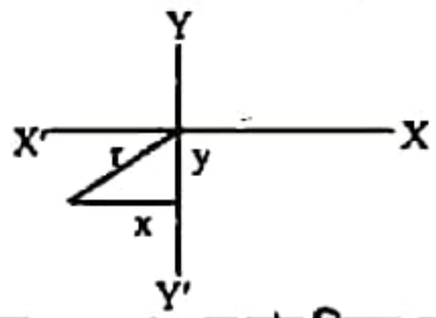
মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★ ৮.১২ $(-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | Text পৃষ্ঠা-১৬৪

- $(-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত:

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$

১.



চিত্রে $\sec(-\theta)$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\frac{r}{x}$ খ $-\frac{r}{x}$ গ $\frac{x}{r}$ ঘ $-\frac{x}{r}$ **ক**

২. $\cos(-\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)
ক -30 খ 0 গ 30 ঘ 60 **গ**

ব্যাখ্যা: $\cos(-\theta) = \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $\cos\theta = \cos 30°$ ∴ $\theta = 30°$

৩. $\sin(-\theta) = \frac{1}{2}$ হলে, θ এর মান কত রেডিয়ান? (মধ্যম)
ক $-\frac{\pi}{6}$ খ $-\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{6}$ ঘ $\frac{\pi}{3}$ **ক**

৪. $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ঘ**

৫. $\cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (সহজ)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ঘ**

৬. $\tan(-\theta) = -\tan\theta$ হলে—
i. $\tan(-60°) = -\sqrt{3}$
ii. $\tan^2(-60°) = 3$
iii. $\sec^2(-60°) = 4$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\sec^2(-60°) = 1 + \tan^2(-60°) = 4$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৭-৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
$\operatorname{cosec}(-\theta) = \frac{2}{\sqrt{3}}$।

৭. θ এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)
ক -60 খ 0 গ 45 ঘ 60 **ক**

ব্যাখ্যা: $\operatorname{cosec}(-\theta) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ বা, $\operatorname{cosec}(-\theta) = \operatorname{cosec} 60°$ ∴ $\theta = -60°$

৮. $\sin\theta$ এর মান কত? (সহজ)
ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **ক**

৯. $\operatorname{cosec}^2(-\theta) + \sin^2\theta =$ কত? (মধ্যম)
ক $-\frac{25}{12}$ খ $-\frac{12}{25}$ গ $\frac{12}{25}$ ঘ $\frac{25}{12}$ **ঘ**

★★★ ৮.১৩ $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ এবং $\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | Text পৃষ্ঠা-১৬৪

- $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ এবং $\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$	$\operatorname{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$	$\sec(90° - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$
$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$	$\cot(90° - \theta) = \tan\theta$

$\sin(90° + \theta) = \cos\theta$	$\operatorname{cosec}(90° + \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$	$\sec(90° + \theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\tan(90° + \theta) = -\cot\theta$	$\cot(90° + \theta) = -\tan\theta$

১০. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)
ক $\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{9}{4}$ **খ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১১. $\sec\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\sqrt{2}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{2}$ — গ

১২. $\sec\left(\frac{\pi}{4}\right)$ সমান নিচের কোনটি?

ক $\tan\frac{\pi}{4}$ খ $\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{4}\right)$

গ $\cot\frac{\pi}{4}$ ঘ $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ — খ

১৩. $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\sqrt{3}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\sqrt{3}$ খ 0 গ $\sqrt{3}$ ঘ 1 — ক

১৪. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{2}$ — ক

১৫. $\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{3}$ — গ

১৬. $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $\tan\theta$ খ $\cot\theta$ গ $-\tan\theta$ ঘ $-\cot\theta$ — খ

১৭. $\sec\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ — ক

১৮. $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ — খ

১৯. $\cot\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1 খ $\sqrt{3}$ গ -1 ঘ $-\sqrt{3}$ — গ

ব্যাখ্যা: $\cot\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\cot\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=-\tan\frac{\pi}{4}=-1$

২০. $\sec\frac{3\pi}{4}$ সমান–

i. $\sec\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$।

ii. $-\operatorname{cosec}\frac{\pi}{4}$।

iii. $-\sqrt{2}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২১-২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$A=\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

২১. A সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $-\cot x$ খ $-\tan x$ গ $\cot x$ ঘ $\tan x$ — ক

২২. $x=$ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক -6θ খ -30 গ 30 ঘ 60 — গ

ব্যাখ্যা: $-\cot x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\therefore x=60°$

★★★ ৮.১৪ $(\pi+\theta)$ এবং $(\pi-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ। পৃষ্ঠা-১৬৬

- $(180°-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(180°-\theta)=\sin\theta$	$\operatorname{cosec}(180°-\theta)=\operatorname{cosec}\theta$
$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$	$\sec(180°-\theta)=-\sec\theta$
$\tan(180°-\theta)=-\tan\theta$	$\cot(180°-\theta)=-\cot\theta$

- $(180°+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(180°+\theta)=-\sin\theta$	$\operatorname{cosec}(180°+\theta)=-\operatorname{cosec}\theta$
$\cos(180°+\theta)=-\cos\theta$	$\sec(180°+\theta)=-\sec\theta$
$\tan(180°+\theta)=\tan\theta$	$\cot(180°+\theta)=\cot\theta$

২৩. $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 — ক

২৪. $\tan(\pi+x)=\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, x এর মান কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{6}$ খ $\frac{\pi}{4}$ গ $\frac{\pi}{3}$ ঘ $\frac{\pi}{2}$ — ক

ব্যাখ্যা: $\tan x=\frac{1}{\sqrt{3}}=\tan\frac{\pi}{6}\therefore x=\frac{\pi}{6}$

২৫. $\tan(\pi-30°)=$ কত? (সহজ)

ক $-\tan 30°$ খ $\tan 30°$ গ $\cot 30°$ ঘ $\tan 60°$ — ক

২৬. $\tan\theta=\sqrt{3}$ হলে—

i. $\tan(\pi+\theta)=\sqrt{3}$। ii. $\tan(\pi-\theta)=-\sqrt{3}$। iii. $\theta=\frac{\pi}{6}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

ব্যাখ্যা: iii. সঠিক নয় কারণ, $\tan\theta=\sqrt{3}=\tan\frac{\pi}{3}\therefore\theta=\frac{\pi}{3}$

২৭. $\tan\frac{5\pi}{6}$ সমান —

i. $\tan\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ ii. $-\tan\frac{\pi}{6}$ iii. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

ব্যাখ্যা: i. সঠিক নয় কারণ, $\tan\frac{5\pi}{6}=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৮-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$A=\cos(\pi+x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$।

২৮. A এর মান নিচের কোনটির সমান? (সহজ)

ক $-\cos x$ খ $\cos x$ গ $\sin x$ ঘ $\sec x$ — খ

২৯. $x=$ কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{4}$ ঘ $\frac{\pi}{6}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: $-\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{\pi}{6}\therefore x=\frac{\pi}{6}$

★★ ৮.১৫ $\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$ এবং $\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ। Text পৃষ্ঠা-১৬৮

- $(270°-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(270°-\theta)=-\cos\theta$	$\operatorname{cosec}(270°-\theta)=-\sec\theta$
$\cos(270°-\theta)=-\sin\theta$	$\sec(270°-\theta)=-\operatorname{cosec}\theta$
$\tan(270°-\theta)=\cot\theta$	$\cot(270°-\theta)=\tan\theta$

- $(270°+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(270°+\theta)=-\cos\theta$	$\operatorname{cosec}(270°+\theta)=-\sec\theta$
$\cos(270°+\theta)=\sin\theta$	$\sec(270°+\theta)=\operatorname{cosec}\theta$
$\tan(270°+\theta)=-\cot\theta$	$\cot(270°+\theta)=-\tan\theta$

৩০. $\cot\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$ — গ

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৩১. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right) = -\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

৩২. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে —

i. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right) = -\cos\theta$।

ii. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$।

iii. $\theta = \frac{\pi}{4}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

★★★ ৮.১৬ $(2\pi-\theta)$ এবং $(2\pi+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | Text পৃষ্ঠা-১৬৯

$(2\pi-\theta)$ এবং $(2\pi+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ

- $(360°-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$

$\sin(360°-\theta) = -\sin\theta$	$\operatorname{cosec}(360°-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\cos(360°-\theta) = \cos\theta$	$\sec(360°-\theta) = \sec\theta$
$\tan(360°-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(360°-\theta) = -\cot\theta$

- $(360°+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$

$\sin(360°+\theta) = \sin\theta$	$\operatorname{cosec}(360°+\theta) = \operatorname{cosec}\theta$
$\cos(360°+\theta) = \cos\theta$	$\sec(360°+\theta) = \sec\theta$
$\tan(360°+\theta) = \tan\theta$	$\cot(360°+\theta) = \cot\theta$

৩৩. $\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

৩৪. $\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{1}{2}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **গ**

৩৫. $\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **গ**

৩৬. $\tan\left(360°+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক -1 খ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ 1 **ঘ**

৩৭. $\cot\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $-\sqrt{3}$ **ঘ**

৩৮. $\sec\left(2\pi-\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\sqrt{2}$ খ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{2}$ **ঘ**

৩৯. $\operatorname{cosec}\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **গ**

৪০. $\sec(2\pi-\theta) = \sqrt{2}$ হলে—

i. $\sec(2\pi-\theta) = -\sec\theta$

ii. $\theta = \frac{\pi}{4}$

iii. $\sec\theta = \operatorname{cosec}\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

★★★ ৮.১৭ যেকোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | Text পৃষ্ঠা-১৭৩

- n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে $(n \times 90° \pm \theta)$ কোণের মান নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়।
- প্রদত্ত কোণকে এমন দুইটি অংশে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ সূক্ষ্মকোণ (θ) এবং অপর অংশ $90°$ বা $\frac{\pi}{2}$ এর n গুণিতক $\left(n \times 90°\text{ বা, } n \times \frac{\pi}{2}\right)$।
- n জোড় সংখ্যা হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের কোনো পরিবর্তন হবে না।
- n বিজোড় সংখ্যা হলে, sin, cos, tan, cot, sec, cosec অনুপাতগুলো পরিবর্তিত হয়ে যথাক্রমে cos, sin, cot, tan, cosec, sec হবে।
- $(n \times 90° \pm \theta)$ কোণটির অবস্থান যে চতুর্ভাগে ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের যে চিহ্ন তা অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

৪১. $\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\theta\right)$ = কত? (মধ্যম)

ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $-\sin\theta$ ঘ $-\cos\theta$ **খ**

৪২. $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right)$ সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\sec\theta$ খ $-\sec\theta$ গ $\operatorname{cosec}0$ ঘ $-\operatorname{cosec}\theta$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right) = \sec\left(\frac{17\pi}{2}\right) = \sec\left(17\times\frac{\pi}{2}+0\right) = \operatorname{cosec}0$

৪৩. $\sin(19\pi+\theta)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $-\sin\theta$ ঘ $-\cos 0$ **গ**

৪৪. $\cot\left(\frac{21\pi}{2}-\theta\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\tan\theta$ খ $\cot\theta$ গ $-\tan\theta$ ঘ $-\cot\theta$ **ক**

৪৫. $\tan\left(17\pi-\frac{\pi}{4}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ক 1 খ -1 গ $\sqrt{3}$ ঘ $-\sqrt{3}$ **খ**

৪৬. $\sin\left(\frac{17\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $-\sqrt{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{2}$ **গ**

৪৭. $\operatorname{cosec}\left(\frac{15\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক -2 খ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ 2 **গ**

৪৮. $\theta = \frac{7\pi}{3}$ হলে $\sec^2\theta - 1$ এর মান কত? (কঠিন)

ক -3 খ $-\sqrt{3}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ 3 **ঘ**

৪৯. $\cos\frac{\pi}{15} + \cos\frac{16\pi}{15}$ = কত? (কঠিন) [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক -1 খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ 0 ঘ 1 **গ**

৫০. $\cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক -2 খ -1 গ 0 ঘ 1 **ঘ**

৫১. $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে $2\cos^2\theta - 1$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $-\frac{1}{2}$ খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ক**

৫২. $\theta = \frac{5\pi}{3}$ হলে, $\cos^2\theta - 2$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{4}{7}$ খ $\frac{7}{4}$ গ $-\frac{7}{4}$ ঘ $-\frac{4}{7}$ **গ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৫৩. $\theta = \frac{3\pi}{2}$ হলে $1 + \sin^2\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ক -1 খ 0 গ $\sqrt{2}$ ঘ 2 **ঘ**

৫৪. $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে –

i. $n = 1$ হলে $-\cot\theta$ পাওয়া যাবে।

ii. $n = 9$ হলে, $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$

iii. $n = 12$ হলে, $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \cot\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৫৫. $\theta = \frac{3\pi}{2}$ হলে —

i. $\tan(\theta + 60°) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

ii. $\sec(\theta - 45°) = -\sqrt{2}$

iii. $\operatorname{cosec}\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = -2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৫৬. $\theta = 360°$ হলে—

i. $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ii. $\cot\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

iii. $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৫৭. $\theta = \pi$ হলে —

i. $\tan^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 3$

ii. $\sec^2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 2$

iii. $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৫৮. $\theta = \frac{14\pi}{2}$ হলে —

i. $\operatorname{cosec}\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$

ii. $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

iii. $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৫৯-৬১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \sqrt{3}$ যেখানে n বিজোড়।

৫৯. $n = 3$ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $-\cot\theta$ খ $\cot\theta$ গ $\tan\theta$ ঘ $-\tan\theta$ **খ**

৬০. θ এর মান কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{6}$ ঘ $-\frac{\pi}{6}$ **খ**

৬১. $\theta = -\frac{\pi}{6}$ হলে n এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 6 **খ**

ব্যাখ্যা: $\tan\left(\frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{3}$ বা, $\frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ $\therefore n = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬২-৬৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\theta = \frac{\pi}{2}$ এবং $\psi = \pi$ হলে

৬২. $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\psi - \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $-\sqrt{2}$ **ঘ**

৬৩. $\operatorname{cosec}\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - \tan\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

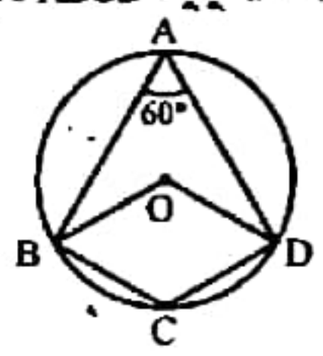
ক 0 খ $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$ **খ**

৬৪. $\sec\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ 1 গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}} + 1$ **গ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৬৫-৭৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।



৬৫. $\sin(A + C)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক -1 খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **খ**

ব্যাখ্যা: $\sin(A + C) = \sin 180° = \sin(2 \times 90° + 0°) = 0$

৬৬. $\sin \angle BOD$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ 0 গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ 1 **গ**

ব্যাখ্যা: $\sin \angle BOD = \sin 2A = \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

৬৭. $\cos(A + B + C + D)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক -1 খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\cos(A + B + C + D) = \cos 360°$
$= \cos(4 \times 90° + 0°) = \cos 0° = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৮-৭০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \frac{13\pi}{2}$ এবং $B = \frac{19\pi}{2}$ হলে

৬৮. $\operatorname{cosec}\left(A + \frac{\pi}{3}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 1 গ -1 ঘ -2 **ক**

৬৯. $\cot\left(B + \frac{\pi}{6}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ঘ**

৭০. $\sin\left(A + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(B + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 0 খ $\frac{2}{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 1 **গ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶১ $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$, $\cos(11\pi\pm\theta)$, $\tan\left(17\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$, $\cot(18\pi\pm\theta)$ কয়েকটি অনুপাত। ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৭১

ক. $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$ কে θ কোণের অনুপাতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos(11\pi\pm\theta)=\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$ ৪

গ. প্রমাণ কর, $\frac{\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)}{\cos(11\pi\pm\theta)}=\frac{\tan\left(\frac{17\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(18\pi-\theta)}$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$

এখানে, n = 11, বিজোড় সংখ্যা। তাই sin পরিবর্তিত হয়ে cos হবে।

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\cos\theta.$

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2}-\theta\right)=-\cos\theta.$

$\therefore \sin\left(11\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)=-\cos\theta$ **Ans.**

খ $\cos(11\pi\pm\theta)=\cos\left(22.\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 22 জোড় সংখ্যা। তাই cos অপরিবর্তিত থাকবে।

আবার, $\left(22.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\cos\theta.$

আবার, $\left(22.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2}-\theta\right)=-\cos\theta.$

'ক' থেকে পাই

$\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)=-\cos\theta$

$\therefore \cos(11\pi\pm\theta)=\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$ **(দেখানো হলো)**

গ এখানে, $\tan(17.\frac{\pi}{2}+\theta)$ এক্ষেত্রে n = 17 বিজোড় সংখ্যা।

তাই tan পরিবর্তিত হয়ে cot হবে।

$(17.\frac{\pi}{2}+\theta)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে। ফলে tan ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \tan(17.\frac{\pi}{2}+\theta)=-\cot\theta$

আবার, $\cot(18\pi-\theta)$

এক্ষেত্রে n = 18 যা জোড় সংখ্যা। তাই cot অপরিবর্তিত থাকবে।

$(36.\frac{\pi}{2}-\theta)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে বলে cot ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cot(18\pi-\theta)=-\cot\theta$

$$\text{বামপক্ষ}=\frac{\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)}{\cos(11\pi\pm\theta)}=\frac{-\cos\theta}{-\cos\theta}=1$$

$$\text{ডানপক্ষ}=\frac{\tan\left(\frac{17\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(18\pi-\theta)}=\frac{-\cot\theta}{-\cot\theta}=1$$

$$\therefore \frac{\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)}{\cos(11\pi\pm\theta)}=\frac{\tan\left(\frac{17\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(18\pi-\theta)}$$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২ 135°, 150°, 120° তিনটি কোণ। ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৬৬

ক. কোণগুলোকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. কোণ তিনটির সাহায্যে যথাক্রমে secant, cosecant ও cotangent এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sec^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)+\operatorname{cosec}^2\left(\frac{5\pi}{6}\right)-\cot^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ এর সরলমান কত? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $135^\circ=\left(135\times\frac{\pi}{180}\right)^c=\left(\frac{3\pi}{4}\right)^c$

$150^\circ=\left(150\times\frac{\pi}{180}\right)^c=\left(\frac{5\pi}{6}\right)^c$

$120^\circ=\left(120\times\frac{\pi}{180}\right)^c=\left(\frac{2\pi}{3}\right)^c$

খ $\sec(135^\circ)=\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sec\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ ['ক' হতে পাই]

$=-\operatorname{cosec}\frac{\pi}{4}$

$=-\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $=-\sqrt{2}$

$\operatorname{cosec}(150^\circ)=\operatorname{cosec}\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$ ['ক' হতে পাই]

$=\sec\frac{\pi}{3}$

$=2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 2

$\cot(120^\circ)=\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\cot\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$ ['ক' হতে পাই]

$=-\tan\frac{\pi}{6}$

$=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

গ $\sec^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)+\operatorname{cosec}^2\left(\frac{5\pi}{6}\right)-\cot^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$=\left\{\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right\}^2+\left\{\operatorname{cosec}\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right\}^2-\left\{\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right\}^2$

$=(-\sqrt{2})^2+(2)^2-\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ ['খ' থেকে পাই]

$=2+4-\frac{1}{3}$

$=\frac{6+12-1}{3}=\frac{17}{3}=5\frac{2}{3}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৩ যদি $A = 60°$ হয় তাহলে

ক. $\sin 50A$, $\sin 2A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. নিম্নলিখিত সূত্রগুলো যাচাই কর।

$$\sin 2A = 2\sin A \cos A = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$$

এবং প্রমাণ কর $\sin 3A = 0$ ৪

গ. যদি $\cos\theta + \sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin 2A$ হয় তাহলে $\theta = ?$ যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = 60°$

$\therefore \sin 50A = \sin(50 \times 60)°$
$= \sin(3000)°$
$= \sin(33 \times 90° + 30°)$
$= \cos 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

আবার, $\sin 2A = \sin(2 \times 60)°$
$= \sin(120)°$
$= \sin(90° + 30°)$
$= \cos 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$.

খ ক হতে পাই বামপক্ষ $= \sin 2A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

মধ্যপক্ষ, $2\sin A \cos A = 2\sin 60° \cos 60°$ $[\because A = 60°]$
$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ, $\frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A} = \frac{2\tan 60°}{1 + \tan^2 60°}$ $[\because A = 60°]$
$= \frac{2\sqrt{3}}{1 + (\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{1 + 3}$
$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin 2A = 2\sin A \cos A = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$ **(প্রমাণিত)**

এবং $\sin 3A = \sin(3 \times 60°)$ $[\because A = 60°]$
$= \sin 180°$
$= \sin(2 \times 90° + 0°)$
$= \sin 0°$
$= 0$

$\therefore \sin 3A = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\cos\theta + \sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin 2A$

বা, $\cos\theta + \sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2}$ [খ হতে $\sin 2A$ এর মান বসিয়ে].

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45°$

$\therefore \theta = 45°$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 45°$

প্রশ্ন ▶৪ $\sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos(-300°)$ একটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।

ক. রাশিটির কোণগুলো কোনটি কোন চতুর্ভাগে আছে? ২

খ. রাশিটির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\tan^2\theta + \cot^2\theta$ এর মান খ এ প্রাপ্ত মানের দ্বিগুণ হয় তাহলে θ এর সম্ভাব্য সকল মান নির্ণয় কর যেখানে $0° \le \theta \le 360°$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $780° = (8 \times 90° + 60°)$
১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।
$390° = (4 \times 90° + 30°)$
১ম চর্তুভাগে অবস্থিত।
$330° = (3 \times 90° + 60°)$
৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।
$300° = (3 \times 90° + 30°)$
৪র্থ চর্তুভাগে অবস্থিত।

খ $\sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos(-300°)$
$= \sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos 300°$ $[\because \cos(-\theta) = \cos\theta]$
$= \sin(8 \times 90° + 60°) \cos(4 \times 90° + 30°)$
$- \sin(3 \times 90 + 60°) \cos(3 \times 90° + 30°)$
$= \sin 60° \cos 30° - (-\cos 60°) \sin 30°$
$= \sin 60° \cos 30° + \cos 60° \sin 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4}$
$= \frac{4}{4} = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 1. **(Ans.)**

গ 'খ' ব্যবহার করে, প্রশ্নমতে আমরা পাই

$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2 \times 1$

বা, $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

বা, $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\frac{\tan^4\theta + 1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\tan^4\theta + 1 = 2\tan^2\theta$

বা, $\tan^4\theta - 2\tan^2\theta + 1 = 0$

বা, $(\tan^2\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\tan^2\theta = 1$

বা, $\tan\theta = \pm 1$

$\therefore$ এখন, $\tan\theta = +1$ নিয়ে পাই,
$\tan\theta = \tan 45°$
$= \tan(2 \times 90° + 45°)$
$\therefore \tan\theta = \tan 45° = \tan 225°$
$\therefore \theta = 45°$ ও $225°$

$\tan\theta = -1$ নিয়ে পাই,
$\tan\theta = -\tan 45°$
$= \tan(2 \times 90° - 45°)$
$= \tan(4 \times 90° - 45°)$
$\therefore \tan\theta = \tan 135° = \tan 315°$
$\therefore \theta = 135°$ ও $315°$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

∴ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মান সমূহ
45°, 135°, 225° ও 315° (Ans.)

২৫ ▶৫ যদি $\cot\theta = \frac{12}{5}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হয়, তাহলে

ক. $\cos\theta$ ও $\sec\theta$ এর মান বের কর। ২

খ. $\left\{\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}\right\}\frac{26}{51} = k$ হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\sec A + \cos A = \frac{5}{2}k$ হয় তাহলে A = ?
যেখানে $0° < A < 90°$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot\theta = \frac{12}{5}$ ∴ $\tan\theta = \frac{5}{12}$

আমরা জানি, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$$= 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2 = 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144}$$

∴ $\sec\theta = \pm\frac{13}{12}$

∴ $\cos\theta = \pm\frac{12}{13}$

কিন্তু $\cos\theta$ ঋণাত্মক, ∴ $\cos\theta = -\frac{12}{13}$

এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = -\frac{13}{12}$

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{5}{12}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12}\cos\theta = \frac{5}{12} \times \frac{-12}{13}$

বা, $\sin\theta = -\frac{5}{13}$

এখন, প্রদত্ত রাশিটি

$$\left\{\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}\right\}\frac{26}{51} = \left(\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}\right)\frac{26}{51}$$

[∵ $\cos(-\theta) = \cos\theta$ এবং $\sec(-\theta) = \sec\theta$]

$$= \left(\frac{-\frac{5}{13} - \frac{12}{13}}{-\frac{13}{12} + \frac{5}{12}}\right)\frac{26}{51}$$

$$= \left(\frac{\frac{-5-12}{13}}{\frac{-13+5}{12}}\right)\frac{26}{51}$$

$$= \left(\frac{-17}{13} \times \frac{12}{-8}\right) \times \frac{26}{51}$$

$$= \frac{51}{26} \times \frac{26}{51}$$

= 1.

∴ নির্ণেয় k এর মান = 1

গ দেওয়া আছে, $\sec A + \cos A = \frac{5}{2} \times k$

বা, $\frac{1}{\cos A} + \cos A = \frac{5}{2}$ [খ থেকে পাই k এর মান বসিয়ে]

বা, $\frac{1 + \cos^2 A}{\cos A} = \frac{5}{2}$

বা, $1 + \cos^2 A = \frac{5}{2}\cos A$

বা, $2 + 2\cos^2 A = 5\cos A$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2 A - 5\cos A + 2 = 0$

বা, $2\cos^2 A - 4\cos A - \cos A + 2 = 0$

বা, $2\cos A(\cos A - 2) - 1(\cos A - 2) = 0$.

বা, $(2\cos A - 1)(\cos A - 2) = 0$

হয়, $2\cos A - 1 = 0$

বা, $\cos A = \frac{1}{2}$

বা, $\cos A = \cos 60°$

বা, $A = 60°$

অথবা, $\cos A - 2 = 0$
কিন্তু $\cos A = 2$ গ্রহণযোগ্য নহে, কারণ $\cos A$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং −1 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

∴ নির্ণেয় সমাধান, A = 60°.

২৬ ▶৬ $\sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{37\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8}$ একটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।

ক. দেখাও যে, $\sin^2\frac{17\pi}{18} = \sin^2\frac{\pi}{18}$ ২

খ. প্রদত্ত রাশির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, প্রদত্ত রাশি $= \cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30} + \cos^2\frac{16\pi}{15} + \cos^2\frac{47\pi}{30}$ ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ $= \sin^2\frac{17\pi}{18}$

$$= \left\{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{18}\right)\right\}^2$$

$$= \sin^2\frac{\pi}{18} = \text{ডানপক্ষ}।$$

∴ $\sin^2\frac{17\pi}{18} = \sin^2\frac{\pi}{18}$ (দেখানো হলো)

খ প্রদত্ত রাশি $= \sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{37\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8}$

$$= \left[\sin\left(\pi - \frac{\pi}{18}\right)\right]^2 + \left[\sin\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right)\right]^2 + \left[\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{18}\right)\right]^2 + \cos^2\frac{3\pi}{8}$$

$$= \sin^2\frac{\pi}{18} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8}$$

$$= \left(\sin^2\frac{\pi}{18} + \cos^2\frac{\pi}{18}\right) + \left(\sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8}\right)$$

= 1 + 1 [∵ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

= 2 (Ans.)

গ প্রদত্ত রাশি $= \sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{37\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8} = 2$

['খ' থেকে পাই]

এখন, $\cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30} + \cos^2\frac{16\pi}{15} + \cos^2\frac{47\pi}{30}$

$$= \cos^2\frac{\pi}{15} + \left\{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{15}\right)\right\}^2 + \left\{\cos\left(\pi + \frac{\pi}{15}\right)\right\}^2 + \left\{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{15}\right)\right\}^2$$

$$= \cos^2\frac{\pi}{15} + \sin^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{\pi}{15} + \sin^2\frac{\pi}{15}$$

$$= 2\cos^2\frac{\pi}{15} + 2\sin^2\frac{\pi}{15}$$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$= 2\left(\sin^2\frac{\pi}{15}+\cos^2\frac{\pi}{15}\right) = 2.1[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= 2$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30} + \cos^2\frac{16\pi}{15} + \cos^2\frac{47\pi}{30}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৭ $\sin^2\frac{2\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$ এবং $\tan\frac{\pi}{4} + \cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি যাদেরকে যথাক্রমে p ও q দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

ক. $\sin\frac{5\pi}{6}$ ও $\sin\frac{10\pi}{6}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $p - q$ এর সাংখ্যিক মান 0 হবে। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin\frac{5\pi}{6}$

$= \sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

আবার, $\sin\frac{10\pi}{6}$

$= \sin\left(\frac{\pi}{2}\times 3+\frac{\pi}{6}\right)$

$= -\cos\frac{\pi}{6}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Ans.)

খ প্রশ্নমতে,

$q = \tan\frac{\pi}{4} + \cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{7\pi}{20}\right)\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{20}\right)$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}\tan\frac{7\pi}{20}.\cot\frac{\pi}{4}.\cot\frac{7\pi}{20}\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}.\frac{1}{\cot\frac{7\pi}{20}}.1.\cot\frac{7\pi}{20}.\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}.\frac{1}{\cot\frac{7\pi}{20}}.\cot\frac{7\pi}{20}.\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}.\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \frac{1}{\tan\frac{\pi}{20}}.\tan\frac{\pi}{20} = 1 + 1 = 2$

$\therefore$ q এর মান 2 (Ans.)

গ প্রশ্নমতে,

$p = \sin^2\frac{2\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$

$= \sin^2\frac{2\pi}{7} + \sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\pi+\frac{\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{7}\right)$

$= \sin^2\frac{2\pi}{7} + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\pi+\frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{7}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{2\pi}{7} + \cos^2\frac{2\pi}{7} + \left(-\sin\frac{\pi}{7}\right)^2 + \cos^2\frac{2\pi}{7}$

$= \sin^2\frac{2\pi}{7} + \cos^2\frac{2\pi}{7} + \sin^2\frac{2\pi}{7} + \cos^2\frac{2\pi}{7}$

$= 1 + 1 \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= 2$

এখন, $p - q$

$= 2 - 2$ [(খ) থেকে পাই $q = 2$]

$= 0$

$\therefore$ $p - q$ এর সাংখ্যিক মান 0 হবে। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৮ ঘূর্ণায়মান রশ্মি OA এর আদি অবস্থান OX থেকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে ঘুরে প্রথম চতুর্ভাগ $\angle XOA = \theta$ এবং একই দিকে আরও ঘুরে $\angle AOA' = \frac{\pi}{2}$ কোণ উৎপন্ন করে। OA রশ্মির উপর P(x, y) যে কোন বিন্দু। OA' এর উপর Q এমন একটি বিন্দু যেন OP = OQ. P ও Q হতে X-অক্ষের উপর PM ও QN লম্ব।

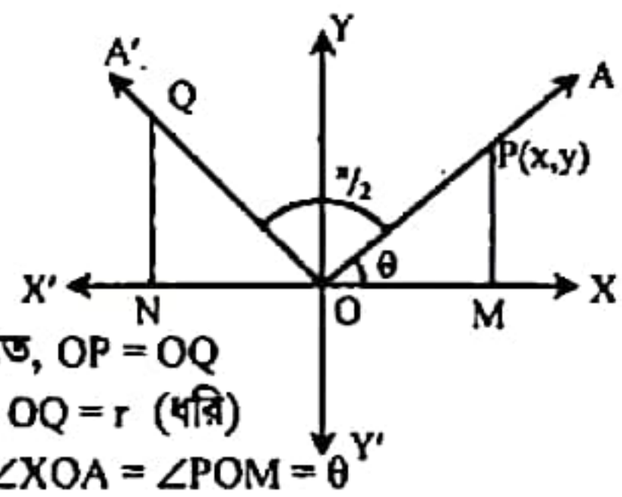
ক. প্রদত্ত তথ্য থেকে ΔPOM ও ΔQON সহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. দেখাও যে, ΔPOM ও ΔQON সর্বসম। ৪

গ. দেখাও যে, $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \cos\theta$ এবং $\sin^2\frac{2\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ প্রশ্নমতে, OP = OQ

$\therefore$ OP = OQ = r (ধরি)

প্রশ্নমতে, $\angle XOA = \angle POM = \theta$

$\because$ $\angle AOA' = 1$ সমকোণ

$\therefore$ $\angle MOY = \angle AOA' = 1$ সমকোণ

বা, $\angle POM + \angle POY = \angle POY + \angle QOY$

বা, $\angle POM = \angle QOY = \theta \quad [\because \angle POM = \theta]$

আবার, QN ∥ YO এবং OQ তাদের ছেদক

$\therefore$ $\angle OQN =$ একান্তর $\angle QOY$

$\therefore$ $\angle POM = \angle QOY = \angle OQN = \theta$

এখন, ত্রিভুজ POM ও QON এর মধ্যে

$\angle PMO = \angle QNO = 1$ সমকোণ

$\angle POM = \angle QON$

এবং OP = OQ = r

$\therefore$ ΔPOM ও ΔQON সর্বসম। (দেখানো হলো)

গ যেহেতু, ΔPOM ও ΔQON সর্বসম [(খ)-এ প্রাপ্ত]

$\therefore$ $|QN| = |OM| = x$

এবং $|ON| = |PM| = y$

অর্থাৎ $ON = -y$, $QN = x$

$\therefore$ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $Q(-y, x)$

$\therefore$ আমরা পাই, $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \frac{QN}{OQ} = \frac{x}{r} = \cos\angle OQN = \cos\theta$

$\therefore$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \cos\theta$ ..... (i) (দেখানো হলো)

এখন, $\sin^2\frac{2\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= \sin^2\frac{2\pi}{7} + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{7}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{2\pi}{7} + \cos^2\frac{2\pi}{7}$ $\left[\begin{array}{l}\text{(i) নং হতে পাই-}\\ \sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta\end{array}\right]$

$= 1 \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$\therefore \sin^2\frac{2\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 1$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৯ $3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 7 = 0$

ক. $\tan\theta = \sqrt{3}, 0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে θ এর মান বের কর। ২

খ. $0 < \theta < 2\pi$ এর জন্য সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. $\theta = \frac{23\pi}{6}$ কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? উক্ত কোণের জন্য সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম চতুর্ভাগে, $\tan\theta = \sqrt{3} = \tan\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

এটি গ্রহণযোগ্য মান কারণ $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$

আবার ৩য় চতুর্ভাগে $\tan\theta = \sqrt{3} = \tan\left(\frac{\pi}{2}\times 2 + \frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan\frac{4\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{4\pi}{3}$

এটি গ্রহণযোগ্য মান কারণ $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ (Ans.)

খ প্রদত্ত সমীকরণ:

$3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 7 = 0$

বা, $3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 3 + 4 = 0$

বা, $3\tan^2\theta + 3 - 4\sqrt{3}\sec\theta + 4 = 0$

বা, $3(\tan^2\theta + 1) - 4\sqrt{3}\sec\theta + 4 = 0$

বা, $3\sec^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 4 = 0$

বা, $(\sqrt{3}\sec\theta)^2 - 2(\sqrt{3}\sec\theta).2 + 2^2 = 0$

বা, $(\sqrt{3}\sec\theta - 2)^2 = 0$

বা, $\sqrt{3}\sec\theta - 2 = 0$

বা, $\sqrt{3}\sec\theta = 2$

বা, $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

১ম চতুর্ভাগে $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

ইহা গ্রহণযোগ্য মান কারণ $0 < \theta < 2\pi$

৪র্থ চতুর্ভাগে $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \cos\left(\frac{\pi}{2}\times 4 - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6}$

ইহা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$

$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ (Ans.)

গ $\theta = \frac{23\pi}{6} = \frac{\pi}{2}\times 8 - \frac{\pi}{6}$

$\therefore$ কোণটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

প্রদত্ত সমীকরণে $\theta = \frac{23\pi}{6}$ বসিয়ে,

$3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 7$

$= 3\tan^2\frac{23\pi}{6} - 4\sqrt{3}\sec\frac{23\pi}{6} + 7$

$= 3\left\{\tan\left(\frac{\pi}{2}\times 8 - \frac{\pi}{6}\right)\right\}^2 - 4\sqrt{3}\sec\left(\frac{\pi}{2}\times 8 - \frac{\pi}{6}\right) + 7$

$= 3\left(-\tan\frac{\pi}{6}\right)^2 - 4\sqrt{3}\sec\frac{\pi}{6} + 7$

$= 3\tan^2\frac{\pi}{6} - 4\sqrt{3}\sec\frac{\pi}{6} + 7$

$= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 4\sqrt{3}.\frac{2}{\sqrt{3}} + 7$

$= 3.\frac{1}{3} - 4.2 + 7$

$= 1 - 8 + 7$

$= 8 - 8 = 0$

$\therefore$ উক্ত কোণের জন্য সমীকরণটির সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ▶ ১০ $\tan\theta = \frac{5}{12}$ হলে

ক. $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\sin\theta$ এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sin\theta$ ঋণাত্মক হলে $\frac{-\sin(-\theta)+\cos(-\theta)}{\sec(-\theta)+\tan(-\theta)}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$= 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2 \quad \left[\because \tan\theta = \frac{5}{12}\right]$

$= 1 + \frac{25}{144}$

$= \frac{169}{144}$

$\therefore \sec\theta = \pm\sqrt{\frac{169}{144}} = \pm\frac{13}{12}$ (Ans.)

খ $\sec\theta = \frac{13}{12}$ হলে:

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} = \frac{12}{13}$

দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12}.\cos\theta$

$= \frac{5}{12}.\frac{12}{13} = \frac{5}{13}$

আবার, $\sec\theta = -\frac{13}{12}$ হলে:

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} = -\frac{12}{13}$$

দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12}\cos\theta$

$$= \frac{5}{12}\cdot\left(\frac{-12}{13}\right)$$

$$= \frac{-5}{13}$$

∴ $\sin\theta$ এর সম্ভাব্য মানসমূহ হল $\frac{5}{13}$ ও $\frac{-5}{13}$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\sin\theta$ ঋণাত্মক হওয়ায় θ কোণের অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে।

∴ $\cos\theta$ ও $\sec\theta$ এর মান ঋণাত্মক হবে।

প্রদত্ত রাশি $= \frac{-\sin(-\theta) + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan(-\theta)}$

$$= \frac{-(-\sin\theta) + \cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{\frac{-5}{13} - \frac{12}{13}}{\frac{-13}{12} - \frac{5}{12}}$$

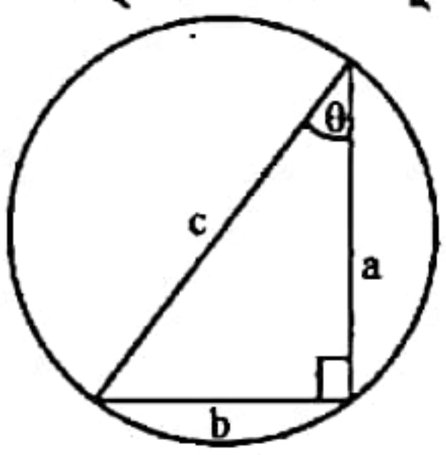
[∵ θ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত সুতরাং $\sin\theta$, $\cos\theta$ ও $\sec\theta$-এর মান ঋণাত্মক হবে]

$$= \frac{\frac{-17}{13}}{\frac{-18}{12}} = -\frac{17}{13} \times \frac{-12}{18} = \frac{34}{39}$$

∴ প্রদত্ত রাশির মান $\frac{34}{39}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১১ নিম্নে একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত ত্রিভুজ দেখানো হয়েছে।



ক. θ-কোণের tangent এবং Secant কে বাহুগুলির অনুপাত আকারে লেখ। ২

খ. ত্রিভুজের বাহুগুলিকে $b + c = a\sqrt{3}$ দ্বারা সম্পর্কিত করা হলে θ নির্ণয় কর। ৪

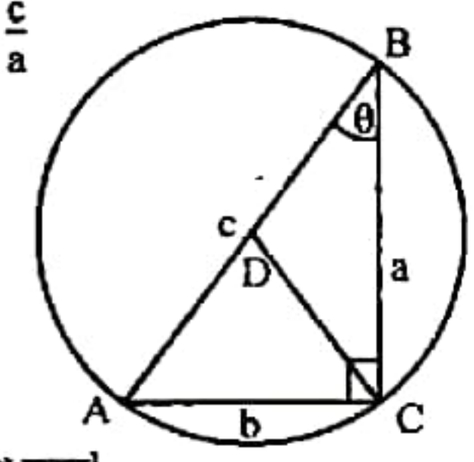
গ. a-এর মান 1 মিটার হলে, a দ্বারা খন্ডিত চাপের দৈর্ঘ্য কত হবে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{b}{a}$

$$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{c}{a}$$

খ পাশের চিত্র থেকে,



$$\frac{a}{c} = \cos\theta$$

$$\frac{b}{c} = \sin\theta$$

এখন, $b + c = a\sqrt{3}$

বা, $\frac{b}{c} + 1 = \sqrt{3}\frac{a}{c}$ [উভয়পক্ষে c দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\sin\theta + 1 = \sqrt{3}\cos\theta$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 = 3\cos^2\theta$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 - 3\cos^2\theta = 0$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 - 3(1 - \sin^2\theta) = 0$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 - 3 + 3\cdot\sin^2\theta = 0$

বা, $4\sin^2\theta + 2\sin\theta - 2 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + 2\sin\theta - \sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta + 1) - (\sin\theta + 1) = 0$

বা, $(\sin\theta + 1)(2\sin\theta - 1) = 0$

হয়, $\sin\theta + 1 = 0$

বা, $\sin\theta = -1$ (যা গ্রহণযোগ্য নয়)

অথবা, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$

∴ $\theta = 30°$ **(Ans.)**

গ এখন উপরের চিত্র থেকে, $\cos\theta = \frac{a}{c}$

এখানে, $\theta = 30°$

বা, $c = \frac{a}{\cos\theta}$

$a = 1$মি.

$$c = \frac{1}{\cos 30°}$$

$$c = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$c = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ মি.}$$

এখন উপরের চিত্র থেকে ΔABC- এর D, AB- এর মধ্যবিন্দু।

(D বৃত্তের কেন্দ্র ও AB বৃত্তের ব্যাস)।

$AD = \frac{c}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = CD = r.$ (r বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

সুতরাং $\angle DCB = \angle DBC = 30°$ [কোনো ত্রিভুজের সমান দুইবাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান।]

অতএব, $\angle BDC = \theta = 120° = \frac{120 \times \pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$

এখন আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $s = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{2\pi}{3}$

∴ $s = 1.21$ মি. **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১২ এক ব্যক্তির কাছে একটি সাইকেল এবং একটি কোণ মাপার যন্ত্র (থিওডেলাইট) আছে। তিনি একটি সরলরৈখিক নদীর এক পাড়ে দাঁড়িয়ে অপর পাড়ের একটি টাওয়ারের উচ্চতা মাপতে চান। এই কাজটি করার জন্য তিনি ওই স্থানে একটি খুঁটি গেড়ে সাইকেলটি নিয়ে পাড় বরাবর যাত্রা করলেন। এক মিনিট সাইকেল চালানোর পর তিনি তার কোণ মাপার যন্ত্রটি বের করলেন। যাত্রাস্থানের সাথে টাওয়ারের মধ্যবর্তী স্থানের কোণ পেলেন 65° এবং টাওয়ারের পাদ বিন্দু ও শীর্ষের মধ্যবর্তী কোণ পেলেন 16.5°। সাইকেলের চাকা প্রতি সেকেন্ডে 3 পাক ঘোরে।

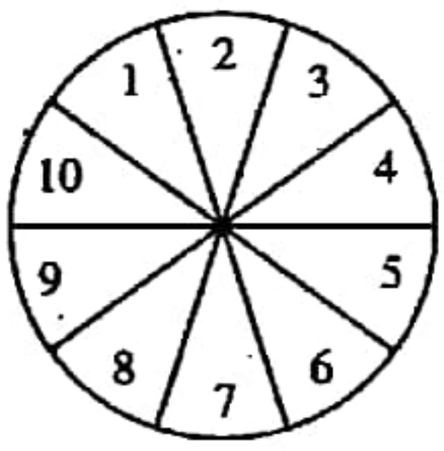
ক. একটি বৃত্তকে সমান 10 ভাগে বিভক্ত করা হলে প্রতি ভাগে কোণের মান কত? ২

খ. সাইকেলের প্রতিটি চাকায় 25cm দৈর্ঘ্যের মোট 30টি স্পোক ব্যবহার করা হলে, পর পর দুটি স্পোকের মধ্যবর্তী সর্বোচ্চ দূরত্ব কত? ৪

গ. টাওয়ারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



আমরা জানি,

বৃত্ত কেন্দ্রে 360° কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং বৃত্তটিকে সমান 10 ভাগে ভাগ করলে, প্রতিভাগ কেন্দ্রে $= \frac{360°}{10} = 36°$ কোণ তৈরি করে। (উত্তর)

খ উপরের চিত্র থেকে 10টি স্পোকের মাঝে 10টি মধ্যবর্তী স্থান সুতরাং 30টি স্পোকের মাঝে 30টি মধ্যবর্তী ফাঁকা স্থান। 30টি মধ্যবর্তী ফাঁকা স্থান পরিধিকে 30টি ভাগে ভাগ করে।

স্পোকের দৈর্ঘ্য = বৃত্তাকার চাকার ব্যাসার্ধ = 25cm.

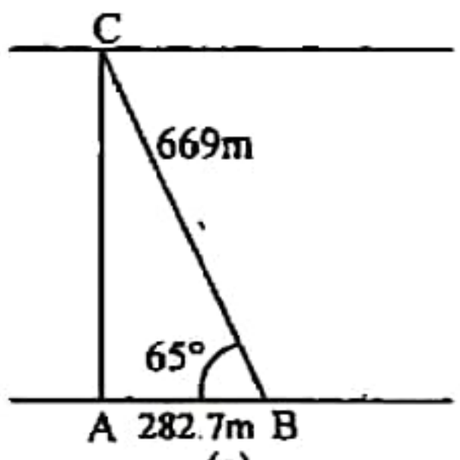
সুতরাং প্রত্যেক স্পোকের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\text{পরিধি}}{30}$

$= \frac{2\pi r}{30}$

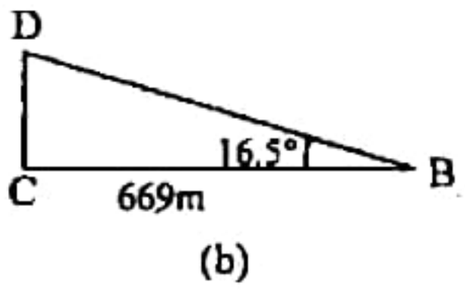
$= \frac{2 \times \pi \times 25}{30}$ cm

= 5.23 cm (Ans.)

গ



(a)



(b)

উপরের চিত্র (a) থেকে নদীর A বিন্দুতে খুঁটি ও C বিন্দুতে টাওয়ার। ব্যক্তিটি সাইকেল নিয়ে যাত্রা করে B বিন্দুতে আসে।

সুতরাং AB = 60 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

= 60 × প্রতি সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

= 60 × 3 × চাকার পরিধি

= 60 × 3 × 2πr

= 60 × 3 × 2π × (0.25) m.

= 282.7 m.

ΔABC-এ cos∠ABC

বা, $BC = \frac{AB}{\cos\angle ABC} = \frac{282.7}{\cos 65°} = 669$ m

এখন চিত্র (b) হতে ΔBCD তে, $\tan\angle CBD = \frac{CD}{BC}$

বা, CD = BC tan ∠CBD

= 669 × tan 16.5°

= 198 m. (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৩ মনে কর তুমি একটি ডুবো জাহাজ বা সাবমেরিনের ক্যাপ্টেন। সমুদ্রতল থেকে 10m গভীর দিয়ে সাবমেরিনটি চলছিল। হঠাৎ 500m দূরে তুমি একটি যুদ্ধ জাহাজের অবস্থান বুঝতে পারলে এবং সমুদ্রের আরও গভীরে ডাইভ দিলে।

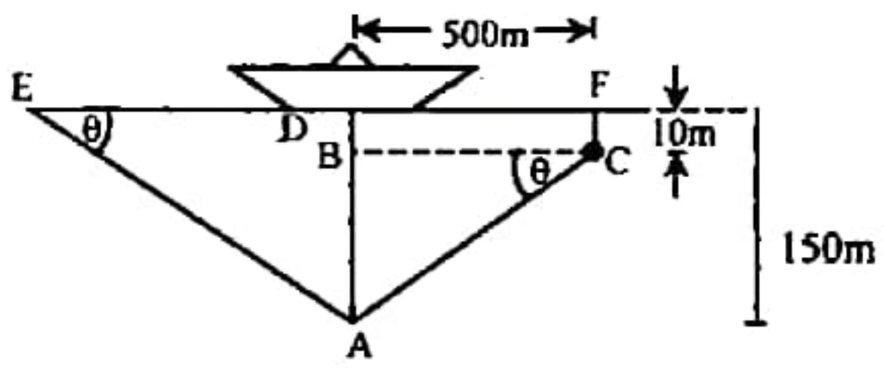
ক. কত ডিগ্রী কোণে ডাইভ দিলে তুমি 150m গভীরে থেকে যুদ্ধ জাহাজটিকে ফাঁকি দিয়ে চলে যেতে পারবে? ২

খ. কোণের ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে পরিমাপ যথাক্রমে D ও R হলে এদের মধ্যে একটি সম্পর্ক স্থাপন কর। ৪

গ. ডুবো জাহজটি যুদ্ধ জাহাজ অতিক্রম করার পর পানির লেভেলের সাথে এক রেডিয়ান কোণে উপরের দিকে ডাইভ দিলে সমুদ্র পৃষ্ঠে পৌছানোর পর যুদ্ধ জাহাজ থেকে কত দূরে থাকবে? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে C বিন্দুতে সাবমেরিন ও D বিন্দুতে যুদ্ধজাহাজ।

এখানে, BC = 500m, AD = 150m.

AB = AD – BD = AD – CF = 150 – 10 = 140m

এখন, ΔABC-এ $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{140}{500}$

বা, tan ∠ACB = 0.28

∴ ∠ACB = 15.64° (Ans.)

খ আমরা জানি, 1 রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ

বা, 1 রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi} \times 90°$

বা, R রেডিয়ান $= \left(\frac{180}{\pi} \times R\right)°$

যেহেতু একই কোণের ভিন্ন দুই পদ্ধতিতে কোণের মাপ D° ও R^c,

সুতরাং $D° = \left(\frac{180}{\pi} \times R\right)°$

বা, $D = \frac{180}{\pi} \times R$

বা, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ চিত্র থেকে, AD = 150 m

ডুবোজাহাজ সমুদ্রতলের সাথে ∠AED কোণে ডাইভ দিয়ে E বিন্দুতে উঠলে $\angle AED = 1^c = \frac{2}{\pi}$ সমকোণ = 57.3°

ΔAED- এ

$\tan\theta = \frac{AD}{DE}$

বা, $DE = \frac{AD}{\tan\theta}$

বা, $DE = \frac{150}{\tan 57.3°}$

∴ DE = 96.31 মি.

সুতরাং ডুবোজাহাজ যুদ্ধজাহাজ থেকে 96.31 মি. দূরে থাকবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৪ $\tan\frac{3\pi}{28}\ \tan\frac{5\pi}{28}\tan\frac{7\pi}{28}\tan\frac{9\pi}{28}\tan\frac{11\pi}{28}$

একটি ত্রিকোণমিতিক রাশি যাকে P দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

ক. $\frac{3\pi}{28}$ কে ডিগ্রীতে প্রকাশ কর। ২

খ. P এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sqrt{2} = P.\ \sec\alpha;\ \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ হলে tanα এর মান নির্ণয় করে দেখাও যে, $\tan3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}$ ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

π রেডিয়ান = 180°

1 " $= \left(\frac{180}{\pi}\right)°$

$\therefore \frac{3\pi}{28}$ " $= \left(\frac{180}{\pi}\times\frac{3\pi}{28}\right)°$

$= \left(\frac{540}{28}\right)°$

খ প্রশ্নমতে,

$P = \tan\frac{3\pi}{28}\tan\frac{5\pi}{28}\tan\frac{7\pi}{28}\tan\frac{9\pi}{28}\tan\frac{11\pi}{28}$

$= \left(\tan\frac{3\pi}{28}\tan\frac{11\pi}{28}\right)\left(\tan\frac{5\pi}{28}.\tan\frac{9\pi}{28}\right)\tan\frac{7\pi}{28}$

$= \tan\frac{3\pi}{28}.\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{28}\right)\tan\frac{5\pi}{28}\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{5\pi}{28}\right)\tan\frac{\pi}{4}$

$= \tan\frac{3\pi}{28}.\cot\frac{3\pi}{28}\tan\frac{5\pi}{28}.\cot\frac{5\pi}{28}.\tan\frac{\pi}{4}$

$= \left(\tan\frac{3\pi}{28}.\cot\frac{3\pi}{28}\right)..\left(\tan\frac{5\pi}{28}.\cot\frac{5\pi}{28}\right).1$

$\left[\because \tan\frac{\pi}{4} = \tan 45° = 1\right]$

= 1. 1. 1

= 1

∴ P এর মান 1 (Ans.)

গ প্রশ্নমতে,

$\sqrt{2} = P.\sec\alpha$

বা, $\sqrt{2} = 1\sec\alpha$ [(ঘ)-থেকে পাই P = 1]

বা, $\sec\alpha = \sqrt{2}$

আমরা জানি,

$\sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1$

বা; $\tan^2\alpha = \sec^2\alpha - 1$

$= (\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$

∴ $\tan\alpha = \pm\sqrt{1} = 1$ [∵ $0 < \alpha < \pi/2$ সুতরাং α, ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং tanα এর মান ঋণাত্মক গ্রহণযোগ্য নয়]

∴ $\alpha = \tan^{-1}(1) = 45°$

বামপক্ষ = $\tan 3\alpha = \tan(3.45°) = \tan 135°$

$= \tan(90° + 45°) = -\cot 45° = -1$

ডানপক্ষ = $\frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}$

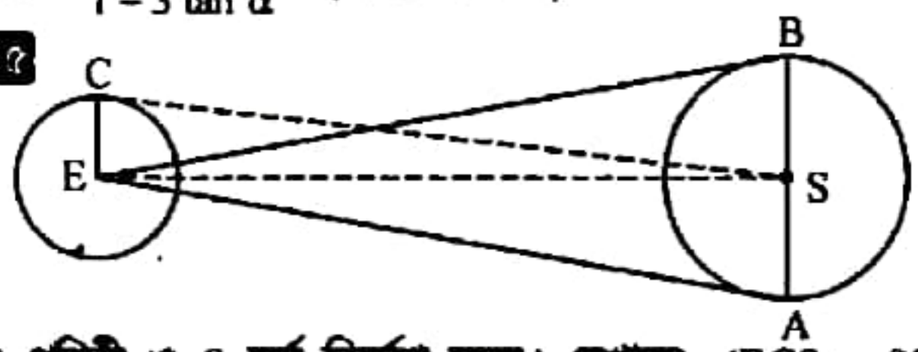
$= \frac{3\tan45° - \tan^3 45°}{1 - 3\tan^2 45°}$

$= \frac{3.1 - (1)^3}{1 - 3(1)^2} = \frac{3-1}{1-3} = \frac{2}{-2} = -1$

= বামপক্ষ

∴ $\tan3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১৫



চিত্রে E পৃথিবী ও S সূর্য নির্দেশ করে। যেখানে ∠ECS = 90°, ∠CSE = 0.00244° এবং ∠AEB = 32′4″. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 3956.6 মাইল হলে

ক. 32′4″ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব কত? ৪

গ. সূর্যের ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 32′4″

$= 32' + \left(\frac{4}{60}\right)' = \left(\frac{1924}{60}\right)'$

$= \left(\frac{1924}{60\times60}\right)° = \left(\frac{481}{900}\right)°$

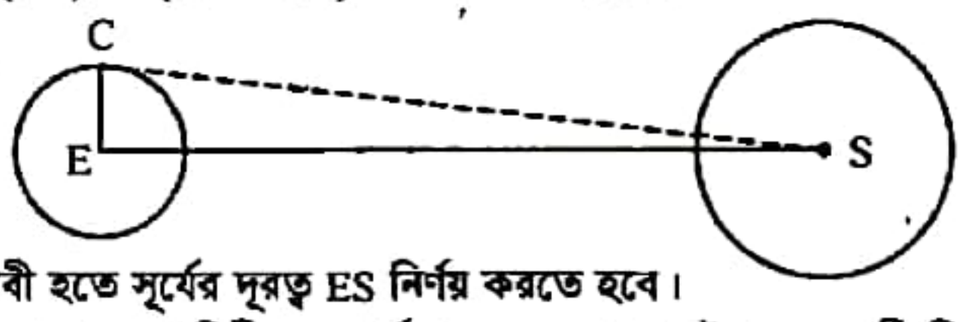
আমরা জানি,

180° = π রেডিয়ান

∴ 1° = $\frac{\pi}{180}$ "

∴ $\left(\frac{481}{900}\right)° = \left(\frac{\pi}{180}\times\frac{481}{900}\right)$ রেডিয়ান = $\frac{481\pi}{162000}$ রেডিয়ান

খ



পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্ব ES নির্ণয় করতে হবে।

দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ CE = 3956.6 মাইল সমকোণী ত্রিভুজ ΔCES- এ ∠ECS = 90°

∠CSE = 0.00244° (দেওয়া আছে)

এখন $\sin\angle CSE = \frac{CE}{ES}$

বা, $ES = \frac{CE}{\sin\angle CSE}$

$= \frac{CE}{\sin 0.00244°} = \frac{3956.6}{\sin 0.00244°}$

= 92,908,393.97 ≈ 92,908,394 মাইল

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব প্রায় 92,908,394 মাইল। (Ans.)

ঘ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর কেন্দ্রে, সূর্যের ব্যাস কর্তৃক উৎপন্ন কোণ,

$$\theta = \angle AEB = 32'4'' = \frac{481\pi}{162000} \text{ রেডিয়ান [(ক)-এ প্রাপ্ত]}$$

পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব, r = 92908394 মাইল [(খ)-এ প্রাপ্ত]

সূর্যের ব্যাস, S নির্ণয় করতে হবে

আমরা জানি,

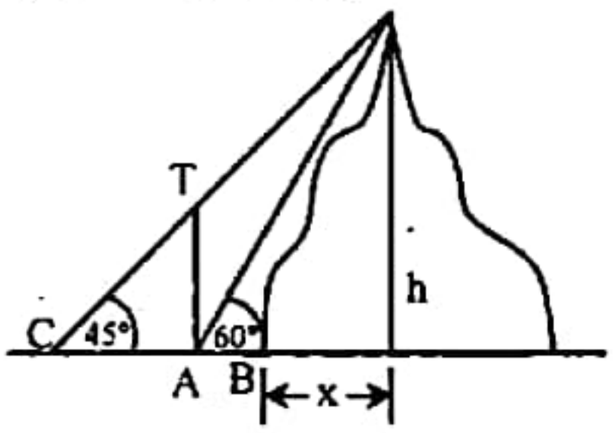
S = চাপের দৈর্ঘ্য = সূর্যের ব্যাস, AB

$= r\theta$

$= 92908394 \times \frac{481\pi}{162000}$ মাইল

= 866,632.3 মাইল (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৬



পর্বতের পাদবিন্দু B হতে 400 ফুট দূরে A তে অবস্থিত একজন ব্যক্তি পরিমাপ করে দেখলেন যে, পর্বতের চূড়া ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। তিনি A বিন্দু থেকে সোজা 500 ফুট দূরে C তে গিয়ে পরিমাপ করে দেখলেন যে, পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণ 45°.

ক. 60°45′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. পর্বতের উচ্চতা h নির্ণয় কর। ৪

গ. A বিন্দুতে একটি টাওয়ার AT অবস্থিত যার শীর্ষবিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক আনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, C বিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণের সমান হলে AT টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $60°45' = 60° + \left(\frac{45}{60}\right)° = \left(\frac{3645}{60}\right)° = \left(\frac{729}{12}\right)°$

আমরা জানি, $180° = \pi$ রেডিয়ান

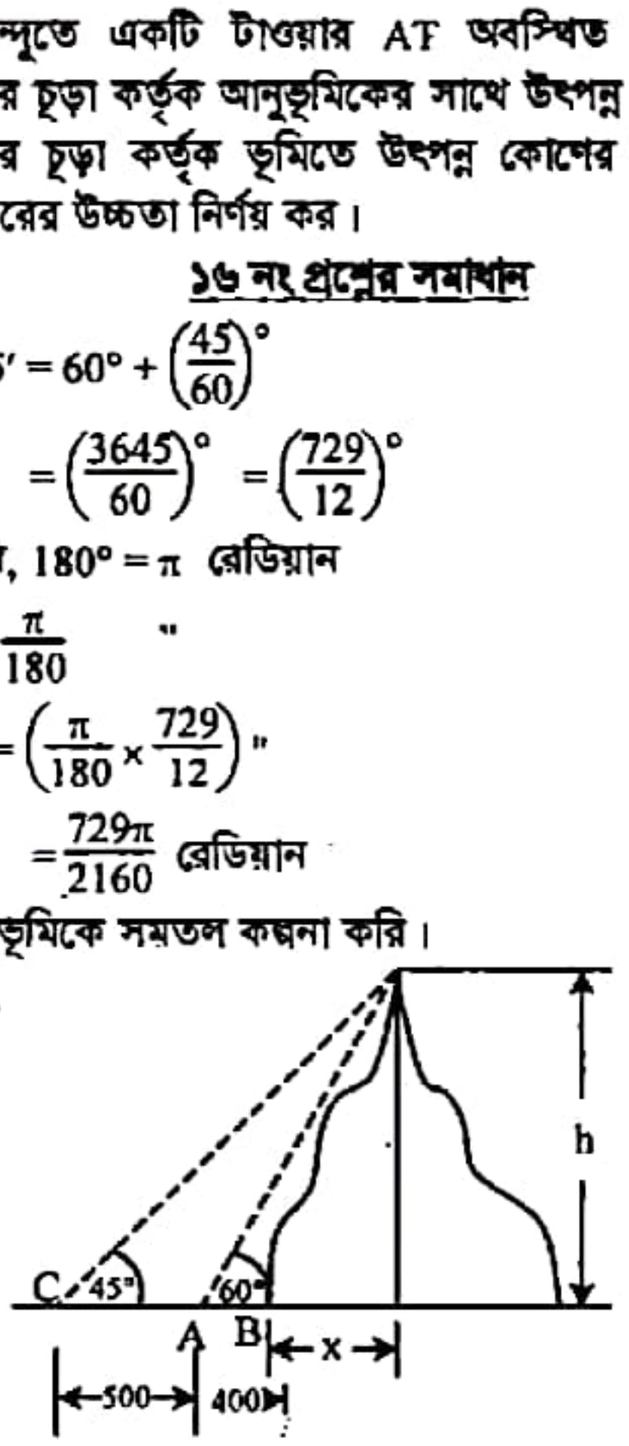
$$1° = \frac{\pi}{180}''$$

$$\therefore \left(\frac{729}{12}\right)° = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{729}{12}\right)''$$

$$= \frac{729\pi}{2160} \text{ রেডিয়ান}$$

খ আমরা ভূমিকে সমতল কল্পনা করি।

চিত্রানুসারে,



$$\tan 60° = \frac{h}{x + 400} \text{ বা, } h = (x + 400) \tan 60 \text{ —— (i)}$$

এবং

$$\tan 45° = \frac{h}{x + 400 + 500} \Rightarrow h = (x + 900) \tan 45° \text{ — (ii)}$$

(i) ও (ii)নং সমীকরণ অনুসারে,

$(x + 400) \tan 60° = (x + 900) \tan 45°$

বা, $x.\tan 60° + 400 \tan 60° = x \tan 45° + 900 \tan 45°$

বা, $x = \frac{900 \tan 45° - 400 \tan 60°}{\tan 60° - \tan 45°} = 283$ ফুট

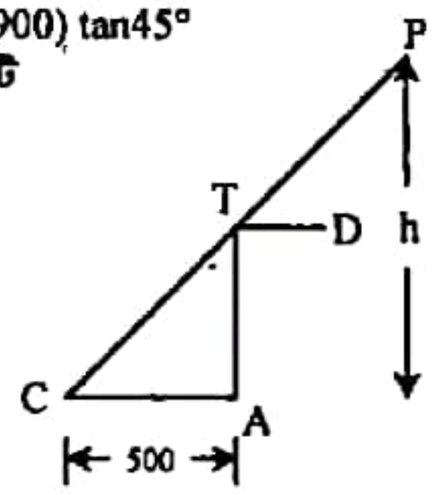
(i)নং থেকে পাই,

$h = (x + 900) \tan 45°$

$= (283 + 900) \tan 45°$

= 1183 ফুট

গ



প্রশ্নমতে AT একটি টাওয়ার যার শীর্ষবিন্দু T তে পর্বতের চূড়া কর্তৃক আনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, C বিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণের সমান

অর্থাৎ $\angle PTD = \angle PCA$

বা, $\angle PTD = \angle TCA$

∴ C বিন্দুতে টাওয়ারের চূড়া কর্তৃক ভূমির সাথে উৎপন্ন কোণ = C বিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণ = 45°

এখন চিত্রানুসারে, CA = 500 ফুট

$$\therefore \tan \angle TCA = \frac{TA}{CA}$$

বা, $TA = CA \tan \angle TCA$

$= CA \tan 45°$

= CA = 500 ফুট

∴ টাওয়ারের উচ্চতা 500 ফুট (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৭ যদি $6 \sin^2\theta - 11 \sin\theta + 4 = 0$ যখন $(0° \le \theta \le 90°)$

ক. θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. একটি বৃত্তাকার বস্তুর একটি চাপ তার কেন্দ্রে উক্ত θ কোণ উৎপন্ন করে এবং যার ব্যাসার্ধ 84 সে. মি.। বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য যত সে.মি., একটি চাকা 0.44 কি. মি. পথ যেতে তত বার ঘুরে। চাকাটির ব্যাসার্ধ বের কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $6 \sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

বা, $6\sin^2\theta - 3 \sin\theta - 8 \sin\theta + 4 = 0$

বা, $3\sin\theta (2\sin\theta - 1) - 4(2\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(3\sin\theta - 4) = 0$

হয়, $\sin\theta = \frac{1}{2}$ অথবা, $\sin\theta = \frac{4}{3}$ [যা অসম্ভব]

$\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin 30°$

∴ $\theta = 30°$

খ দেওয়া আছে, বৃত্তাকার বস্তুর ব্যাসার্ধ, r = 84 সে. মি.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণ, $\theta = 30°$ ['ক' হতে পাই]

$$= \left(30° \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{\pi^c}{6}$$

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য s নির্ণয় করতে হবে।

আমরা জানি, $s = r\theta$

$$= 84 \times \frac{\pi}{6}$$

$$= 84 \times \frac{22}{7.\times 6}$$

$$= 44$$

∴ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = 44 সে. মি. **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, চাকাটি 44 বার ঘুরলে যায় 0.44 কি. মি. = 440 মিটার

∴ চাকাটি 1 বার ঘুরলে যায় $= \frac{440}{44}$ মিটার $\doteq$ 10 মিটার

মনে করি, চাকার ব্যাসার্ধ = r

∴ চাকার পরিধি = $2\pi r$

আমরা জানি, কোনো চাকা 1 বার ঘুরে তার পরিধির সমান পথ অতিক্রম করে।

∴ $2\pi r = 10$

বা, $r = \frac{10}{2\pi} = \frac{10}{2 \times \frac{22}{7}}$

∴ $r = 1.59$

∴ চাকাটির ব্যাসার্ধ 1.59 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ $\text{cosec}\theta \cot\theta = 2\sqrt{3}$ $[0° < \theta < 90°]$ **একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।**

ক. দেখাও যে, $\cos\theta = 2\sqrt{3}\sin^2\theta$ ২

খ. θ এর মান বের কর। ৪

গ. একটি বালক বৃত্তাকার পথে 2 সেকেন্ডে θ কোণের একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। বৃত্তের ব্যাস 180 মিটার হলে চাপের দৈর্ঘ্য ও পরিধি কত? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $\text{cosec}\theta \cot\theta = 2\sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta}\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 2\sqrt{3}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} = 2\sqrt{3}$

বা, $\cos\theta = 2\sqrt{3}\sin^2\theta$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$\cos\theta = 2\sqrt{3}\sin^2\theta$

বা, $\cos\theta = 2\sqrt{3}(1-\cos^2\theta)$ $[\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$

বা, $\cos\theta = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\cos^2\theta$

বা, $2\sqrt{3}\cos^2\theta + \cos\theta - 2\sqrt{3} = 0$

বা, $2\sqrt{3}\cos^2\theta + 4\cos\theta - 3\cos\theta - 2\sqrt{3} = 0$

$\left[\begin{matrix}2\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3}) = -4.3 = -12 \\ 4 \times (-3) = -12\end{matrix}\right]$

বা, $2\cos\theta(\sqrt{3}\cos\theta + 2) - \sqrt{3}(\sqrt{3}\cos\theta + 2) = 0$

বা, $(\sqrt{3}\cos\theta + 2)(2\cos\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $\sqrt{3}\cos\theta + 2 = 0$

বা, $\cos\theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$, যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং −1 ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

∴ $2\cos\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30°$

বা, $\theta = 30°$

∴ নির্ণেয় সমাধান $\theta = 30°$.

গ দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস D = 180 মিটার

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{D}{2} = \frac{180}{2} = 90$ মিটার

কোণ, $\theta = 30° = 30 \times \frac{\pi^c}{180}$

আমরা জানি,

চাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$

$$= 90 \times 30 \times \frac{\pi^c}{180} \text{ মিটার}$$

$$= 15\pi \text{ মিটার}$$

$$= 15 \times 3.1416 \text{ মিটার}$$

$$= 47.124 \text{ মিটার।}$$

ও পরিধি = $2\pi r$

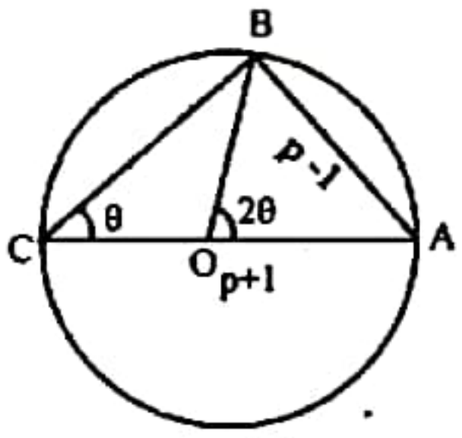
$$= 2 \times 3.1416 \times 90 \text{ মিটার}$$

$$= 565.488 \text{ মিটার}$$

∴ চাপের দৈর্ঘ্য 47.124 মিটার

এবং পরিধি = 565.488 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৯



ক. চিত্রে বর্ণিত ABC চাকাটির AB চাপের দৈর্ঘ্য 20π ও ব্যাস 60 সেন্টিমিটার হলে θ = কত? ২

খ. $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ প্রমাণ কর। ΔABC হতে ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ব্যবহার করে দেখাও যে, $\tan\theta + \sec\theta = \sqrt{p}$. চাকার পরিধি কত? ৪

গ. চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার আবর্তিত হলে চাকাটির গতিবেগ ঘন্টায় কত হবে? ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ব্যাস (ABC বৃত্তের) D = 60 সেন্টিমিটার

∴ ব্যাসার্ধ, $= \frac{60}{2} = 30$ সেন্টিমিটার

AB চাপের দৈর্ঘ্য = 20π সেন্টিমিটার

আমরা জানি,

চাপ = ব্যাসার্ধ × উৎপন্ন কোণ

বা, $s = r \times 2\theta$

∴ $\theta = \frac{s}{2r}$

$$= \frac{20\pi}{2 \times 60} = \frac{\pi^c}{6}$$

$$= \left(\frac{\pi}{6} \times \frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

$$= \left(\frac{180}{6}\right)^\circ$$

$$= 30°$$

∴ নির্ণেয় $\theta = 30°$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ঘ ক ব্যবহার করে পাই,

বামপক্ষ $= \tan 2\theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{2\tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ}$

$= \dfrac{2.\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \dfrac{\dfrac{2}{\sqrt{3}}}{1-\dfrac{1}{3}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \times \dfrac{3}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore \tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ (প্রমাণিত)

Δ ABC হতে পাই, $\sin\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \dfrac{p-1}{p+1}$

$\therefore \cos\theta = \dfrac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \dfrac{2\sqrt{p}}{p+1}$

[$\because BC^2 = (p+1)^2 - (p-1)^2 = 4p$]

$\therefore \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{p+1}{2\sqrt{p}}$

$\therefore \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\dfrac{p-1}{p+1}}{\dfrac{2\sqrt{p}}{p+1}} = \dfrac{p-1}{2\sqrt{p}}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

$= \dfrac{p-1}{2\sqrt{p}} + \dfrac{p+1}{2\sqrt{p}}$

$= \dfrac{p-1+p+1}{2\sqrt{p}}$

$= \dfrac{2p}{2\sqrt{p}} = \sqrt{p}$

$\therefore \tan\theta + \sec\theta = \sqrt{p}$ (প্রমাণিত)

আমরা জানি,

পরিধি $= 2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 30$

$= 188.496$ সেন্টিমিটার

গ চাকাটির পরিধি $= 188.496$ সেন্টিমিটার

$= 1.88496$ মিটার

যেহেতু চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার আবর্তিত হয়। সুতরাং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে এর পরিধির 5 গুণ দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি অতিক্রম করে $= 5 \times 1.88496 = 9.4248$ মিটার।

$\therefore$ প্রতি ঘন্টায় বা 3600 সেকেন্ডে চাকাটি অতিক্রম করে

$= 3600 \times 9.4248$ মিটার

$= 33929.28$ মিটার

$= 33.92928$ কিলোমিটার

$\therefore$ গাড়ীটির গতিবেগ ঘন্টায় 33.92928 কিলোমিটার (প্রায়) (Ans.)

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin A = \dfrac{3}{5}$

$\therefore \cos A = \sqrt{1-\sin^2 A} = \sqrt{1-\dfrac{9}{25}}$

$= \sqrt{\dfrac{16}{25}} = \dfrac{4}{5}$ [A ধনাত্মক বলে cosA ধনাত্মক]

আবার $\cos B = \dfrac{12}{13}$

$\therefore \sin B = \sqrt{1-\cos^2 B} = \sqrt{1-\dfrac{144}{169}}$

$= \sqrt{\dfrac{25}{169}}$

$= \dfrac{5}{13}$ [B ধনাত্মক বলে sinB ধনাত্মক]

Ans. $\dfrac{4}{5}, \dfrac{5}{13}$

খ আমরা জানি, $\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{5}{4} = \dfrac{3}{4}$

$\tan B = \dfrac{\sin B}{\cos B} = \dfrac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \dfrac{5}{13} \times \dfrac{13}{12} = \dfrac{5}{12}$

এবং প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\tan A + \tan B}{1-\tan A \tan B} = \dfrac{\frac{3}{4}+\frac{5}{12}}{1-\frac{3}{4}.\frac{5}{12}}$

$= \dfrac{\frac{9+5}{12}}{1-\frac{15}{48}} = \dfrac{\frac{14}{12}}{\frac{48-15}{48}} = \dfrac{14}{12} \times \dfrac{48}{33} = \dfrac{56}{33}$

$\therefore$ মানগুলি, $\dfrac{3}{4}, \dfrac{5}{12}, \dfrac{56}{33}$.

গ দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ $r = 2(\tan A + \tan B)$

$= 2\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{12}\right) = 2\left(\dfrac{9+5}{12}\right)$

$= 2 \times \dfrac{14}{12} = \dfrac{7}{3}$

চাপ $s = \dfrac{\tan A + \tan B}{1-\tan A \tan B}$

$= \dfrac{56}{33}$. ['খ' হতে]

ধরি কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ θ, তাহলে আমরা জানি,

$s = r\theta$

বা, $\theta = \dfrac{s}{r} = \dfrac{\frac{56}{33}}{\frac{7}{3}} = \dfrac{56}{33} \times \dfrac{3}{7}$

$= \dfrac{8}{11}$ রেডিয়ান

$= 0.7272$ রেডিয়ান $\left[\because 1 \text{ রেডিয়ান} = \dfrac{180^\circ}{\pi}\right]$

বা, 41.67°

$\therefore$ উৎপন্ন কোণ, 0.7272 রেডিয়ান বা, 46.67°.

সৃজনশীল ▶ ২১ যদি $\sin A = \dfrac{3}{5}$, $\cos B = \dfrac{12}{13}$ হয় এবং A ও B ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ।

ক. cosA এবং sinB এর মান কত? ২

খ. tanA, tanB, $\dfrac{\tan A + \tan B}{1-\tan A \tan B}$ এর মান বের কর। ৪

গ. যদি কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 2(\tan A + \tan B)$ এবং চাপ $s = \dfrac{\tan A + \tan B}{1-\tan A \tan B}$ তাহলে কেন্দ্রে কি পরিমাণ কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

সৃজনশীল ▶ ২২ যদি $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$ হয় তবে

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \dfrac{m+n}{2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\sec\theta = \sqrt{mn}\,\text{cosec}^2\theta$ ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sin\theta = m$ ..... (i)

$\tan\theta - \sin\theta = n$ ..... (ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই, $2\tan\theta = m + n$

$\therefore \tan\theta = \frac{m+n}{2}$ **(প্রমাণিত)**

খ বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$

$= 4\tan\theta\sin\theta \quad [\because 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2]$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta\sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta(1-\cos^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \tan^2\theta.\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}.\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)}$

$= 4\sqrt{mn}$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ 'ক' হতে, $\tan\theta = \frac{m+n}{2}$

বা, $2\tan\theta = m + n$ ..... (i)

আবার, দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

$\tan\theta - \sin\theta = n$

(–) (+) (–)

(–) করে $2\sin\theta = m - n$

$\therefore 2\sin\theta = m - n$ ..... (ii)

(i) × (ii) হতে,

$2\tan\theta \times 2\sin\theta = (m+n)(m-n)$

বা, $4\tan\theta\sin\theta = m^2 - n^2$

বা, $4\tan\theta\sin\theta = 4\sqrt{mn}$ ['খ' হতে]

বা, $\tan\theta\sin\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}.\sin\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\sin^2\theta.\sec\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\frac{\sec\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta} = \sqrt{mn}$

$\therefore \sec\theta = \sqrt{mn}\operatorname{cosec}^2\theta$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২৩ $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ এবং θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ।

ক. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে $\cos^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ ৪

গ. $\tan\theta$ ধনাত্মক হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2}$ ৪

উত্তর: ক. $\cos^2\theta = \frac{3}{5}$;

প্রশ্ন ▶ ২৪ $\sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{37\pi}{18} + \cos^2\frac{5\pi}{8}$ এবং $\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$ দুইটি ত্রিকোণোমিতিক রাশি।

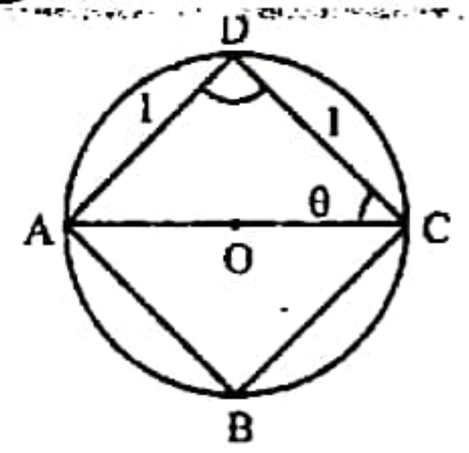
ক. দেখাও যে, $\sin^2\frac{17\pi}{18} = \sin^2\frac{\pi}{18}$ ২

খ. প্রথম রাশিটির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, রাশি দুইটির মান সমান। ৪

উত্তর: খ. 2

প্রশ্ন ▶ ২৫



ABCD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AC ব্যাস।

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$ ৪

গ. $\sec\theta + \cos\theta = p$ হলে p এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

উত্তর: ক. $\sqrt{2}$ একক; **গ.** $p = \frac{3}{\sqrt{2}}, \theta = \frac{\pi}{4}$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ২৬ একটি ত্রিভুজের কোণগুলি সমান্তর শ্রেণিভুক্ত এবং বৃহত্তর কোণটি ক্ষুদ্রতর কোণটির দ্বিগুণ।

ক. ক্ষুদ্রতর কোণটি A হলে অপর কোণ দুইটি কত? ২

খ. কোণগুলি রেডিয়ানে ও ষাটমূলক পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$ এর একটি সমাধান বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ব্যতিত অপর কোণের সমান। যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

উত্তর: ক. $\frac{3A}{2}$, $2A$; **খ.** 40°, 60° ও 80°.

প্রশ্ন ▶ ২৭ কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 মি. বৃত্তটির পরিধির সমান উচ্চতাবিশিষ্ট টাওয়ার বৃত্তটির কেন্দ্রে $\frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।

ক. বৃত্তটিতে 28 মি. দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণের পরিমাণ রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. বৃত্তটির কেন্দ্র হতে টাওয়ারের দূরত্ব কত?

গ. বৃত্তটির ব্যাসের 10 ভাগের 1 ভাগ সমান পরিধিবিশিষ্ট একটি চাকা সেকেন্ডে 5 বার ঘুরে 21 কি. মি. দূরত্ব অতিক্রম করতে কত মিনিট লাগবে?

উত্তর : ক. 2 রেডিয়ান; **খ.** 50.79 মি. (প্রায়); **গ.** 25 মিনিট।

internet linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm08qbs.pdf

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

■ এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত সূত্রসমূহ

- **(– θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত**

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$

- **(90° – θ) কোণ বা 'পূরক কোণ' এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(90°-\theta) = \cos\theta$	$\operatorname{cosec}(90°-\theta) = \sec\theta$
$\cos(90°-\theta) = \sin\theta$	$\sec(90°-\theta) = \operatorname{cosec}\theta$
$\tan(90°-\theta) = \cot\theta$	$\cot(90°-\theta) = \tan\theta$

- **(90° + θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(90°+\theta) = \cos\theta$	$\operatorname{cosec}(90°+\theta) = \sec\theta$
$\cos(90°+\theta) = -\sin\theta$	$\sec(90°+\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\tan(90°+\theta) = -\cot\theta$	$\cot(90°+\theta) = -\tan\theta$

- **(180° – θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(180°-\theta) = \sin\theta$	$\operatorname{cosec}(180°-\theta) = \operatorname{cosec}\theta$
$\cos(180°-\theta) = -\cos\theta$	$\sec(180°-\theta) = -\sec\theta$
$\tan(180°-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(180°-\theta) = -\cot\theta$

- **(180° + θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(180°+\theta) = -\sin\theta$	$\operatorname{cosec}(180°+\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\cos(180°+\theta) = -\cos\theta$	$\sec(180°+\theta) = -\sec\theta$
$\tan(180°+\theta) = \tan\theta$	$\cot(180°+\theta) = \cot\theta$

- **(270° – θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(270°-\theta) = -\cos\theta$	$\operatorname{cosec}(270°-\theta) = -\sec\theta$
$\cos(270°-\theta) = -\sin\theta$	$\sec(270°-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\tan(270°-\theta) = \cot\theta$	$\cot(270°-\theta) = \tan\theta$

- **(270° + θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(270°+\theta) = -\cos\theta$	$\operatorname{cosec}(270°+\theta) = -\sec\theta$
$\cos(270°+\theta) = \sin\theta$	$\sec(270°+\theta) = \operatorname{cosec}\theta$
$\tan(270°+\theta) = -\cot\theta$	$\cot(270°+\theta) = -\tan\theta$

- **(360° – θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(360°-\theta) = -\sin\theta$	$\operatorname{cosec}(360°-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
$\cos(360°-\theta) = \cos\theta$	$\sec(360°-\theta) = \sec\theta$
$\tan(360°-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(360°-\theta) = -\cot\theta$

- **(360° + θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (0° < θ < 90°)**

$\sin(360°+\theta) = \sin\theta$	$\operatorname{cosec}(360°+\theta) = \operatorname{cosec}\theta$
$\cos(360°+\theta) = \cos\theta$	$\sec(360°+\theta) = \sec\theta$
$\tan(360°+\theta) = \tan\theta$	$\cot(360°+\theta) = \cot\theta$

- **(n × 90° ± θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত**

n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে (n × 90° ± θ) কোণের মান নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়।

(১) প্রদত্ত কোণকে এমন দুইটি অংশে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ সূক্ষ্মকোণ (θ) এবং অপর অংশ 90° বা $\frac{\pi}{2}$ এর n গুণিতক ($n \times 90°$ বা, $n \times \frac{\pi}{2}$)।

অর্থাৎ, প্রদত্ত কোণ = $n \times 90° \pm \theta$

বা, " " = $n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta$

২(ক) n জোড় সংখ্যা হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের কোনো পরিবর্তন হবে না।

অর্থাৎ sin অনুপাত sin ই থাকবে

এবং cos " cos ই " ইত্যাদি।

(খ) n বিজোড় সংখ্যা হলে,

sin অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে cos হবে।

cos " " " sin "

tan " " " cot "

cot " " " tan "

sec " " " cosec "

cosec " " " sec "

(৩) (n × 90° ± θ) কোণটির অবস্থান যে চতুর্ভাগে ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের যে চিহ্ন তা অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৬, ১০, ১১, ১৩, ১৫, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৪, ২৬, ২৭, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৬, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৪, ৪৭, ৪৯, ৫০, ৫৫, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬৮, ৬৯, ৭০
★★	৫, ৭, ৮, ৯, ১৪, ১৭, ১৮, ২৩, ২৫, ২৯, ৩০, ৩৭, ৪৫, ৪৬, ৫৮, ৬২, ৬৩, ৬৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৫, ৭, ৯, ১০, ১১, ১৩, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮
★★	৪, ৬, ১২, ১৪, ১৯

www.bdniyog.com

www.pathagar.com