Question Type-01: কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্ক সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

➢ কার্তেসীয় স্থানাংক (x, y) এর পোলার রূপ (r, θ) যেখানে, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$; [স্থানাংকটি 1st Quadrant এর হলে]

$\theta = \pi - \tan^{-1}\frac{|y|}{|x|}$; [স্থানাংকটি 2nd Quadrant এর হলে]

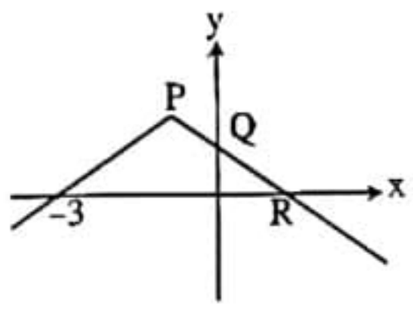
$\theta = -\pi + \tan^{-1}\frac{|y|}{|x|}$; [ঋণাত্মক কোণ] অথবা $\theta = \pi + \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|$ [ধনাত্মক কোণ] [স্থানাংকটি 3rd Quadrant এর হলে]

$\theta = -\tan^{-1}\frac{|y|}{|x|}$; [ঋণাত্মক কোণ] অথবা $\theta = 2\pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|$ [ধনাত্মক কোণ] [স্থানাংকটি 4th Quadrant এর হলে]

➢ (r, θ) পোলার স্থানাংকের কার্তেসীয় রূপ (x, y) হলে, $x = r\cos\theta$ এবং $y = r\sin\theta$

MCQ

01. Following figure shows the graph of $y = f(x), x \in \mathbb{R}$. The graph consists of two-line segments that meet at the point P. The graph cut the y-axis at the point Q and the x-axis at the points $(-3, 0)$ and R. Find the coordinates of the points Q and R. **[IUT'20-21]**



(a) Q (1, 0), R (1, 1) (b) Q (0, 1), R (1, 0) (c) Q (1, 1), R (1, 0) (d) Q (1, 1), R (1, 1)

Solution: (b); Point R lies on x-axis $\therefore y = 0$ and point Q lies on y-axis $\therefore x = 0$

Here, 1 one has filled the conditions $\therefore Q(0,1), R(1,0)$

02. OP রেখাংশকে ঘড়ির কাঁটার দিকে $\frac{\pi}{6}$ কোণে ঘুরানোতে নতুন অবস্থান হলো OQ। P এর স্থানাঙ্ক $(-\sqrt{3}, -3)$ হলে Q এর পোলার স্থানাঙ্ক হবে- **[KUET'14-15]**

(a) $\left(-2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6}\right)$ (b) $\left(-2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ (c) $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ (d) $\left(2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6}\right)$ (e) $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$

সমাধান: (d); $P \equiv (-\sqrt{3}, -3) \equiv \left(2\sqrt{3}, \frac{4\pi}{3}\right) \therefore Q \equiv \left(2\sqrt{3}, \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) \equiv \left(2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6}\right)$

03. $r = a\sin\theta$ পোলার সমীকরণের কার্তেসীয় সমীকরণ কত ? **[BUTEX'12-13]**

(a) $ax^2 + y^2 - y = 0$ (b) $x^2 + y^2 + ay = 0$

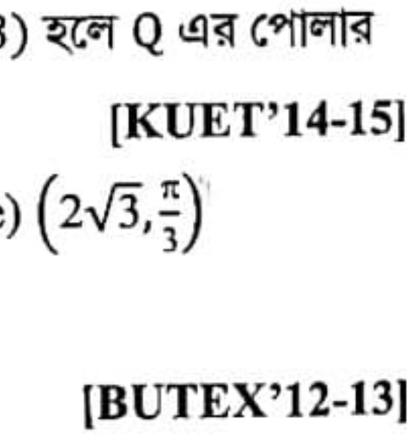
(c) $x^2 + y^2 - ay = 0$ (d) $x^2 + ay^2 - y = 0$

সমাধান: (c); $r = a\sin\theta \Rightarrow r^2 = ar\sin\theta \Rightarrow x^2 + y^2 = ay$ [$r^2 = x^2 + y^2$ ও $y = r\sin\theta$]

$\Rightarrow x^2 + y^2 - ay = 0$

Question Type-02. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব সম্পর্কিত

➲ **Formula & Concept:**



➢ x অক্ষ হতে $P(x, y)$ বিন্দুর লম্ব দূরত্ব $= |y|$

➢ y অক্ষ হতে $P(x, y)$ বিন্দুর লম্ব দূরত্ব $= |x|$

➢ যদি (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) দ্বিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় দুইটি বিন্দু হয়, তাহলে বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ একক।

➢ যদি (r_1, θ_1) এবং (r_2, θ_2) দ্বিমাত্রিক পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় দুইটি বিন্দু হয় তাহলে বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_1 \sim \theta_2)}$ একক। **[Note:** ~ চিহ্ন পার্থক্য নির্দেশ করে।]

01. If point (a, 5) has equal distances from both the y-axis and a point (7, 2), then the of value of a is?
(a) 49 (b) 29 (c) 49/29 (d) 29/7 **[IUT'11-12, 14-15]**

Solution: (d): $\sqrt{(a-7)^2+(5-2)^2} = a \Rightarrow a^2 - 14a + 58 = a^2 \Rightarrow a = \frac{58}{14} = \frac{29}{7}$

02. X অক্ষের উপর অবস্থিত P বিন্দু হতে (0,2) এবং (6,4) বিন্দু দুইটি সমদূরবর্তী হলে P এর স্থানাঙ্ক কত? **[BUTEX'13-14]**
(a) (2,0) (b) (3,0) (c) (5,0) (d) (4,0)

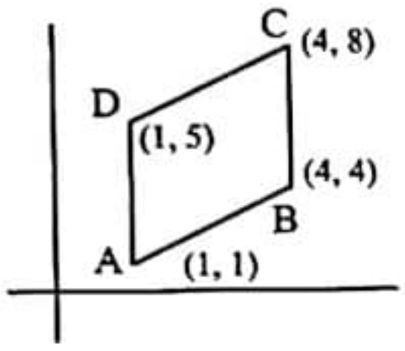
সমাধান: (d) ; $P \equiv (a, 0)$; $a^2 + 4 = (6-a)^2 + 4^2$
solving $a = 4$ (or use distance formula for every options.)

03. $x - 3y - 2 = 0$ রেখার উপর P একটি বিন্দু এবং তা (2,3)ও $(6, -5)$ বিন্দু দুটি হতে সমদূরবর্তী। P বিন্দুটির স্থানাঙ্ক হল-
(a) (12,4) (b) (14,2) (c) (14,4) (d) (16,4) **[BUET'11-12]**

সমাধান: (c); P এর স্থানাঙ্ক (x, y) $\therefore (x-2)^2 + (y-3)^2 = (x-6)^2 + (y+5)^2$
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 + 9 = x^2 + y^2 - 12x + 10y + 36 + 25$
$\Rightarrow 8x - 16y - 48 = 0$ ..... (i) [সহজ উপায়ঃ এখানে শুধুমাত্র (14,4) বিন্দুটি দ্বারাই সমীকরণটি সিদ্ধ হয়]
আবার, $x - 3y - 2 = 0$ ..... (ii); (i) ও (ii) হতে, $(x, y) = (14, 4)$

04. একটি সামান্তরিকের কৌণিক বিন্দুগুলি (1,1), (4,4), (4,8) এবং (1, 5) হলে এর যে কোন একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে-
(a) $3\sqrt{2}$ (b) 4 (c) $\sqrt{10}$ (d) None **[CUET'10-11]**

সমাধান: (c);



$\therefore AC = \sqrt{(1-4)^2 + (1-8)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$
$BD = \sqrt{(4-1)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ $\therefore$ একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{10}$

Written

05. $(-1, -4)$, (5,0) এবং (11,4) বিন্দু তিনটি কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু কিনা তা যাচাই কর। **[RUET'03-04]**
সমাধান: A $(-1, -4)$, B (5,0), C (11,4); $AB^2 = 52$, $BC^2 = 52$, $AC^2 = 208$
$AB = 2\sqrt{13}; BC = 2\sqrt{13}, AC = 4\sqrt{13}$ $\therefore AB + BC = AC$। সুতরাং, সমদ্বিবাহু ত্রিভূজের শীর্ষবিন্দু নয়। **(Proved)**

Question Type-03: বিভাগ বিন্দু ও অনুপাত সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

অন্তর্বিভক্তঃ

➢ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে,
$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$; $y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$

➢ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $k: 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে, $x = \frac{kx_2 + x_1}{k+1}$; $y = \frac{ky_2 + y_1}{k+1}$

➢ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দু (x, y) হলে, $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

বহির্বিভক্তিঃ

➢ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে,
$x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$; $y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$

➢ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $k: 1$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে, $x = \frac{kx_2 - x_1}{k-1}$; $y = \frac{ky_2 - y_1}{k-1}$

♦ **Shortcut:**

$A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ এর সংযোগ সরলরেখাকে-

➢ $ax + by + c = 0$ সরলরেখাটি যদি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তাহলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{ax_1+by_1+c}{ax_2+by_2+c}$

➢ x অক্ষ [$y = 0$ রেখা] যদি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তাহলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{y_1}{y_2}$ [কোটিদ্বয়ের অনুপাত]

➢ y অক্ষ [$x = 0$ রেখা] যদি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তাহলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1}{x_2}$ [ভুজদ্বয়ের অনুপাত]

Note: অনুপাতে $(+ ve)$ হলে বহির্বিভক্তি এবং অনুপাত $(-ve)$ হলে অন্তর্বিভক্তি নির্দেশ করে।

MCQ

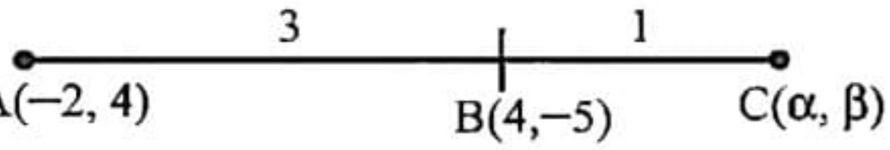
01. (2,3) এবং (4,5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশটি (3,4) বিন্দুতে যে অনুপাতে বিভক্ত হয় তা হল- **[BUTEX'16-17]**

(a) 2:3 (b) 4:3 (c) 1:1 (d) 3:2

সমাধান: (c); $\frac{4m_1+2m_2}{m_1+m_2} = 3 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1}$

Written

02. A ও B বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(-2, 4)$ এবং $(4, -5)$ । AB রেখা C বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হল যেন $AB = 3BC$ হয়। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। **[RUET'18-19]**

সমাধানঃ 

শর্তমতে, $AB = 3BC \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{3}{1}$ $\therefore \boxed{AB:BC = 3:1}$; B, AC কে 3 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$\therefore \frac{3\alpha-2}{3+1} = 4 \Rightarrow 3\alpha - 2 = 16 \Rightarrow \boxed{\alpha = 6}$

আবার, $\frac{3\beta+4}{3+1} = -5 \Rightarrow 3\beta + 4 = -20 \Rightarrow \boxed{\beta = -8}$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(6, -8)$ (Ans.)

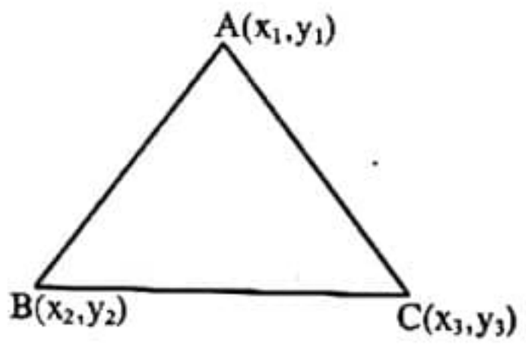
Question Type-04: ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

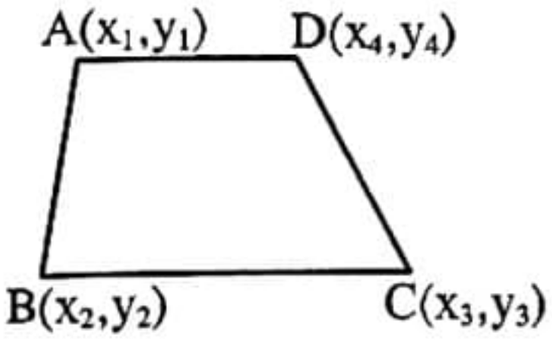
♦ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলঃ

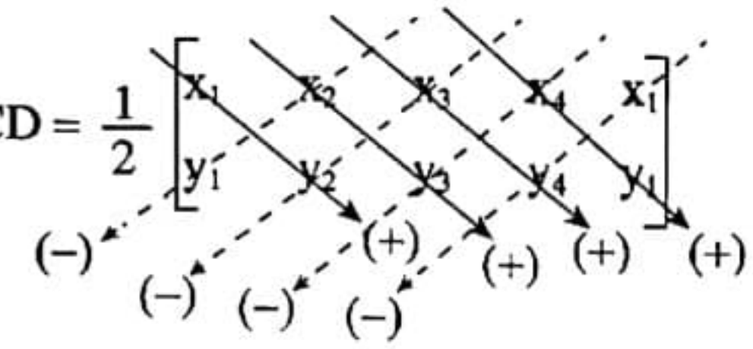
$\Delta ABC = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক



♦ চর্তুভুজের ক্ষেত্রফলঃ



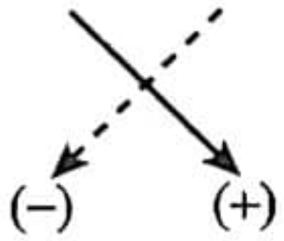
চর্তুভূজ ABCD = $\frac{1}{2}$ 

$= \frac{1}{2}[x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_1y_4]$

♦ **n বাহুবাশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফলঃ**

যেকোন n -বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের প্রান্ত বিন্দুগুলো যথাক্রমে $A_1(x_1,y_1)$, $A_2(x_2,y_2)$, $A_3(x_3,y_3)$, ..., $A_n(x_n,y_n)$ হলে,

বহুভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & \dots & x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & \dots & y_n & y_1 \end{bmatrix}$



প্রথম বিন্দু, দ্বিতীয় বিন্দু, তৃতীয় বিন্দু, n-তম বিন্দু, প্রথম বিন্দু

তিনটি বিন্দু (x_1,y_1); (x_2,y_2); (x_3,y_3) সমরেখ হলে এদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হবে শূন্য।

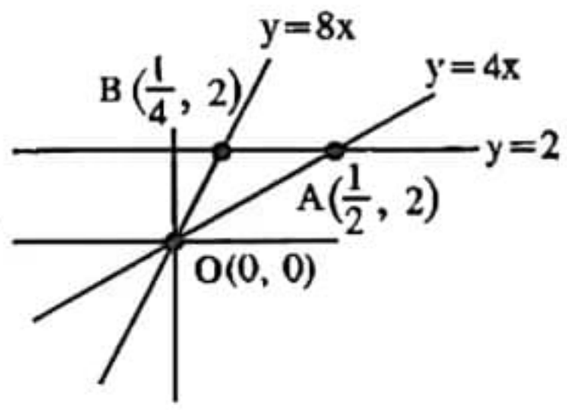
অর্থাৎ, $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

MCQ

01. $y = 4x, y = 8x$ এবং $y = 2$ রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? **[CKRUET'21-22]**

(a) $\frac{1}{2}$ su (b) $\frac{1}{4}$ su (c) $\frac{1}{8}$ su (d) 2 su (e) $\frac{1}{3}$ su

সমাধান: **(b)**; $y = 4x$ এবং $y = 8x$ এর ছেদবিন্দু O (0,0); $y = 4x$ এবং $y = 2$ এর ছেদবিন্দু $A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ এবং $y = 8x$ এবং $y = 2$ এর ছেদবিন্দু $B\left(\frac{1}{4}, 2\right)$



$\therefore \Delta OAB = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left|\frac{1}{2}\times 2 - 2\times\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{2}\left|1-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ sq.units

02. 16 বর্গ একক ক্ষেত্রফলের একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু সমূহের স্থানাংক $A(-4,6), B(-1,-2)$ এবং $C(a,-2)$হলে a এর মান কত? **[KUET'18-19]**

(a) -1 (b) 2 (c) -3 (d) 4 (e) 3

সমাধানঃ (e); $16 = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & 6 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ a & -2 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow a = 3$

03. $P(1,2)$ বিন্দু হতে $2x - y + 5 = 0$ ও $x + y - 4 = 0$ রেখার উপর যথাক্রমে PQ ও PR লম্ব টানা হলো। ΔPQR এর ক্ষেত্রফল হলো- **[KUET'17-18]**

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{5}{4}$ (e) $\frac{7}{2}$

সমাধানঃ (c); $PQ = \left|\frac{2.1-2+5}{\sqrt{5}}\right| = \sqrt{5}$, $PR = \left|\frac{1+2-4}{\sqrt{2}}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\tan\angle QPR = \left|\frac{-\frac{1}{2}-1}{1+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 1}\right| = \left|\frac{3}{1}\right| = 3$

$\therefore \Delta PQR = \frac{1}{2}\, PQ.\, PR.\sin\angle PQR = \frac{1}{2}\sqrt{5}.\frac{1}{\sqrt{2}}.\sin(\tan^{-1}3) = \frac{3}{4}$

04. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহের পোলার স্থানাংক যথাক্রমে $(0,0)$ $\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$ ও $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল বর্গ এককে হবে- **[KUET'13-14]**

(a) $1+\sqrt{3}$ (b) $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ (c) $1-\sqrt{3}$ (d) $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$ (e) 2

সমাধান: (d); $\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right) = (1,1)$ $\left(2,\frac{\pi}{3}\right) = (1,\sqrt{3})$ $\therefore \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & \sqrt{3} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

05. x এর যে মানের জন্য $(1,-x)$, $(1,\ x)$ এবং $(x^2,-1)$ বিন্দুগুলো একই রেখায় অবস্থান করবে-

(a) $-1,\ 0,\ 1$ (b) $2,\ 3,\ 4$ (c) $-3,\ 2,\ 3$ (d) $-4,\ 3,\ 4$ **[BUET'12-13]**

সমাধান: **(a)**; যদি ৩ টি বিন্দু একই রেখায় অবস্থান করে তাহলে,

$$\begin{vmatrix}1 & -x & 1\\ 1 & x & 1\\ x^2 & -1 & 1\end{vmatrix}=0\Rightarrow\begin{vmatrix}0 & -2x & 0\\ 1-x^2 & x+1 & 0\\ x^2 & -1 & 1\end{vmatrix}=0\ [r_1=r_1-r_2, r_2=r_2-r]$$

$\Rightarrow 0-0+1[0-(-2x)(1-x^2)][C_3$ বরাবর বিস্তৃতি

$\Rightarrow 2x(1-x)(1+x)=0$

$\therefore x=0$ অথবা, $1-x=0\Rightarrow x=1$ অথবা, $1+x=0\Rightarrow x=-1;\ x=-1,0,1$

06. $A(1,3), B(-3,5)$ ও $C(a,7)$, 5 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হলে C বিন্দুগামী মধ্যমার দৈর্ঘ্য হলো-

[KUET'11-12]

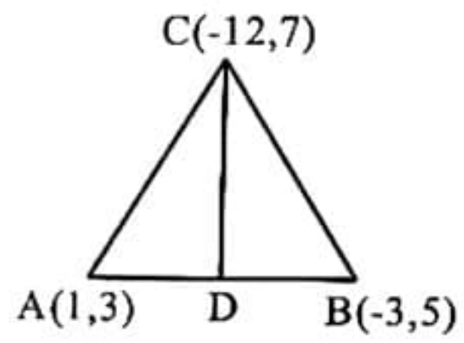
(a) 7 (b) 9 (c) $\sqrt{27}$ (d) $\sqrt{130}$ (e) $\sqrt{147}$

সমাধান: (d); প্রশ্নমতে, $5=\frac{1}{2}\{1(5-7)+(-3)(7-3)+a(3-5)\}$

$\Rightarrow 10=-2-12-2a\ \therefore a=0-12$

এখানে, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক বা, $\left(\frac{1-3}{2},\frac{3+5}{2}\right)$ বা, $(-1,4)$

$\therefore CD=\sqrt{(-12+1)^2+(7-4)^2}=\sqrt{130}$



07. If the points $(2,2-2x)$, $(1,2)$ and $(2,b-2x)$ are collinear, the value of b is– **[IUT'10-11]**

(a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) -2

Solution: (c); $\begin{vmatrix}2 & 2-2x & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & b-2x & 1\end{vmatrix}=0\Rightarrow\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2-2x & 2 & b-2x\\ 2 & 1 & 2\end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow 4-b+2x+2b-4x-4+4x+2-2x-4=0\Rightarrow b=2$

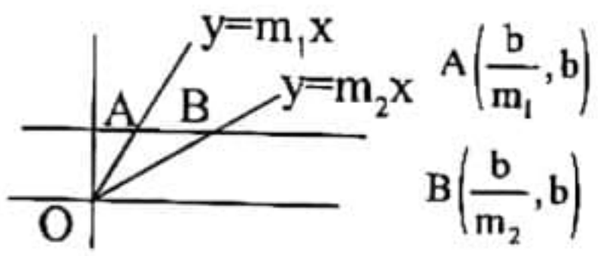
Written

08. দেখাও যে, $y=m_1x, y=m_2x$ এবং $y=b$ রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=\frac{b^2}{2}\left(\frac{1}{m_1}-\frac{1}{m_2}\right)$।

সমাধান: $y=m_1x, y=m_2x, y=b$ **[BUTEX'08-09, BUET' 13-14]**

ছেদবিন্দু, $y=b, x=\frac{y}{m_1}=\frac{b}{m_1}; y=b, x=\frac{y}{m_2}=\frac{b}{m_2}$

$x=0, y=0; (0,0), \left(\frac{b}{m_1},b\right)$ ও $\left(\frac{b}{m_2},b\right)$ হল ছেদবিন্দুত্রয়।



$\therefore \Delta OAB=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ \frac{b}{m_1} & b & 1\\ \frac{b}{m_2} & b & 1\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\left[\frac{b^2}{m_1}-\frac{b^2}{m_2}\right]=\frac{b^2}{2}\left[\frac{1}{m_1}-\frac{1}{m_2}\right]$ **(Showed)**

09. $(1,2), (4,4)$ এবং $(2,8)$ যথাক্রমে ত্রিভুজ ABC এর বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু। ABC ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, $D\equiv(1,2), E\equiv(4,4), F\equiv(2,8)$ **[BUET'01-02]**

$\therefore \Delta DEF=\frac{1}{2}(1\times4+4\times8+2\times2-2\times4-4\times2-8\times1)=8$ বর্গ একক

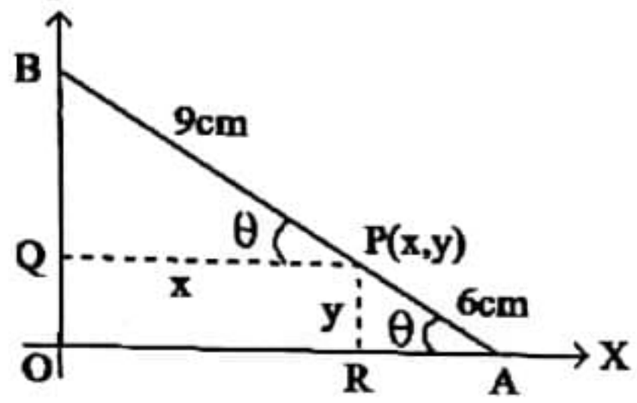
যেহেতু D, E, F হল মধ্যবিন্দু সেহেতু, $\Delta ABC=4\times\Delta DEF=32$ বর্গ একক

Question Type-05: সঞ্চারপথের সমীকরণ সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept :** প্রশ্নে প্রদত্ত শর্তসমূহ ব্যবহার করে একটি সেটের সকল বিন্দুর জন্য x ও y এর মধ্যে সাধারণ সম্পর্ক বের করতে হবে। x ও y সম্বলিত এই সমীকরণ টিই হবে সঞ্চারপথ।

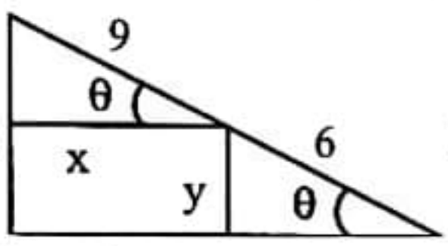
MCQ

01. A rod AB of length 15 cm rests in between two coordinate axes in such a way that the end point A lies on x-axis and end point B lies on y-axis. A point P (x, y) is taken on the rod in such a way that AP = 6 cm. If the rod moves with its ends always touching the coordinate axes, find the equation of the locus of the point P. **[IUT'17-18]**



(a) $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{36}=1$ (b) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{81}=1$ (c) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ (d) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$

Solution: (b);



$y = 6\sin\theta$ ... (i); $x = 9\cos\theta$ ... (ii)

$\frac{(i)^2}{6}+\frac{(ii)^2}{9} \Rightarrow \frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{36}=1$ (Ans.)

02. ধরি $P(x,y), Q(3,5), R(7,-3)$ একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু। যদি $\angle QGR = \frac{\pi}{2}$ হয়, যেখানে G ভর কেন্দ্র, তাহলে G এর সঞ্চার পথ হলো- **[KUET'15-16]**

(a) $x^2+y^2-2x-10y-109=0$ (b) $x^2+y^2+2x+10y-109=0$
(c) $x^2+y^2-2x+10y+109=0$ (d) $x^2+y^2-10x-2y-109=0$
(e) $x^2+y^2-10x+2y-109=0$

সমাধান: (No Answer); $G = \left(\frac{x+3+7}{3}, \frac{y+5-3}{3}\right)$

$\therefore$ QG এর ঢাল $m_1 = \frac{5-\frac{y+2}{3}}{3-\frac{x+10}{3}} = \frac{13-y}{-x-1}$ $\therefore$ RG এর ঢাল $m_2 = \frac{-3-\frac{y+2}{3}}{7-\frac{x+10}{3}} = \frac{-11-y}{11-x}$

প্রশ্নমতে, $\frac{13-y}{-x-1}\times\frac{-11-y}{11-x} = -1 \Rightarrow (13-y)(11+y) = -(1+x)(11-x)$

$\Rightarrow 143+13y-11y-y^2 = -11+x-11x+x^2 \Rightarrow x^2+y^2-10x-2y-154=0$

03. (1,0) বিন্দু এবং $x+1=0$ সরলরেখা থেকে সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সেট যে সঞ্চারপথ গঠন করে তার সমীকরণ হবে-

(a) $x^2=2y$ (b) $y^2=4x$ (c) $x^2=4y$ (d) $y^2=2x$ **[BUET'11-12]**

সমাধান: **(b);** $\frac{(x+1)^2}{1} = (x-1)^2+(y-0)^2 \Rightarrow x^2+2x+1 = x^2-2x+1+y^2 \Rightarrow y^2=4x$

Written

04. একটি সেট এমনভাবে গঠন করা হয়েছে যে, y-অক্ষ রেখা হতে এর যে কোন বিন্দুর দূরত্ব মূল বিন্দু থেকে তার দূরত্বের অর্ধেক। বিন্দুটির সঞ্চারপথ নির্ণয় কর। **[KUET'04-05]**

সমাধান: $x = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}$ বা, $2x = \sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow 3x^2-y^2 = 0$ **(Ans.)**

Question Type-06: ঢাল সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

AB সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\theta(0° \le \theta < 180° ; \theta \neq 90°)$ কোণ উৎপন্ন করলে, তার ঢাল $m = \tan\theta$ ।

➢ (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$

➢ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার ঢাল, $m = -\frac{a}{b} = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}}$

MCQ

01. $(3, -1)$ ও $(4, -2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা x অক্ষের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করবে? **[RUET'14-15]**

(a) 30° (b) 75° (c) 105° (d) 135° (e) 150°

সমাধান: (d); ঢাল, $\tan\theta = \frac{-2+1}{4-3} = -1 \ \therefore \theta = 135°$

02. $2x + y = 3$ রেখার ঢাল, নিম্নের কোন সরলরেখার ঢালের সমান নয়? **[BUTEX'14-15]**

(a) $2x + y = 5$ (b) $x + 2y = 9$ (c) $x = \frac{-y}{2} + 3$ (d) $x = \frac{-y}{2} - 3$

সমাধান: (b); $2x + y = 3$ এর ঢাল $= -\frac{2}{1} = -2$; $x + 2y = 9$ এর ঢাল $= -\frac{1}{2}$

Written

03. $y + x = 0$ সরল রেখাটি x-অক্ষের সহিত কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করে? **[BUTEX'09-10]**

সমাধান: $\tan^{-1}(-1) = 135°$

04. $A(1,2), B(-3,1), C(-2,-3)$ I $D(2,-2)$ চারটি বিন্দু। ABCD কি একটি ট্রাপিজিয়াম? **[RUET'05-06]**

সমাধান: AB এর ঢাল $= \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$; CD এর ঢাল $= \frac{-2+3}{2+2} = \frac{1}{4} \ \therefore$ AB ∥ CD

AD এর ঢাল $= \frac{-2-2}{2-1} = -4$; BC এর ঢাল $= \frac{1+3}{-3+2} = -4 \ \therefore$ AD ∥ BC ∴ ABCD ট্রাপিজিয়াম নয়।

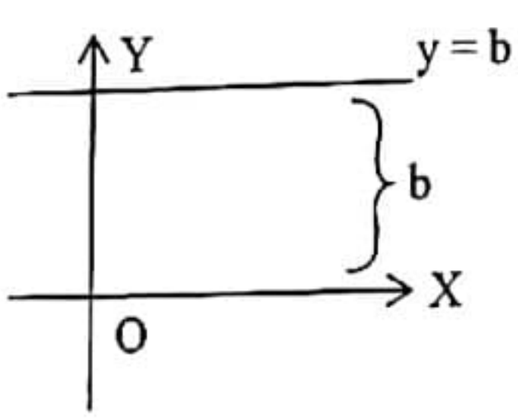
Question Type-07: বিভিন্ন ধরনের সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

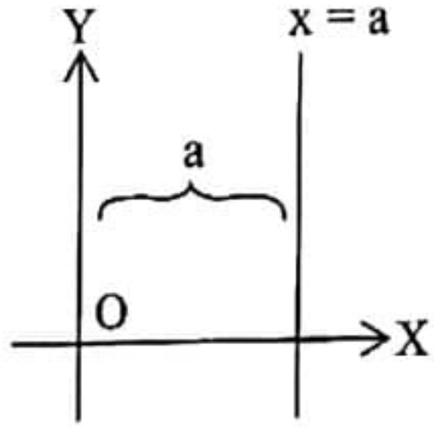
➲ **Formula & Concept:**

➢ x-অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ এবং y-অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$

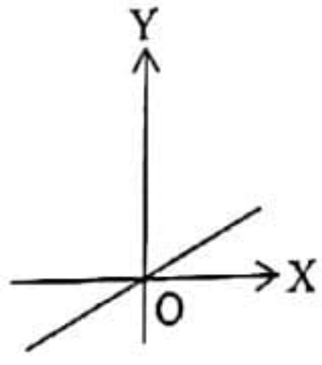
➢ (a) একটি সরলরেখা x-অক্ষের সমান্তরাল এবং তার y-অক্ষের খণ্ডিতাংশ b হলে, রেখাটির সমীকরণ, $y = b$

(b) একটি সরলরেখা y-অক্ষের সমান্তরাল এবং তার x-অক্ষের খণ্ডিতাংশ a হলে, রেখাটির সমীকরণ, $x = a$

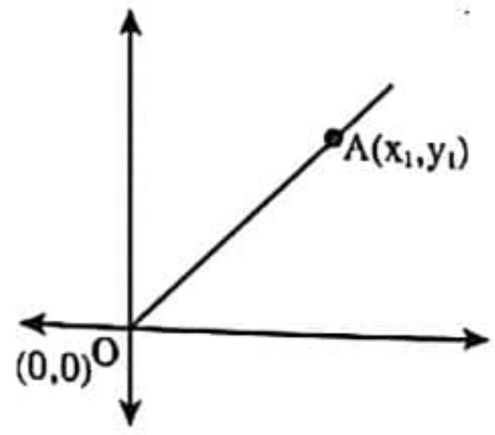




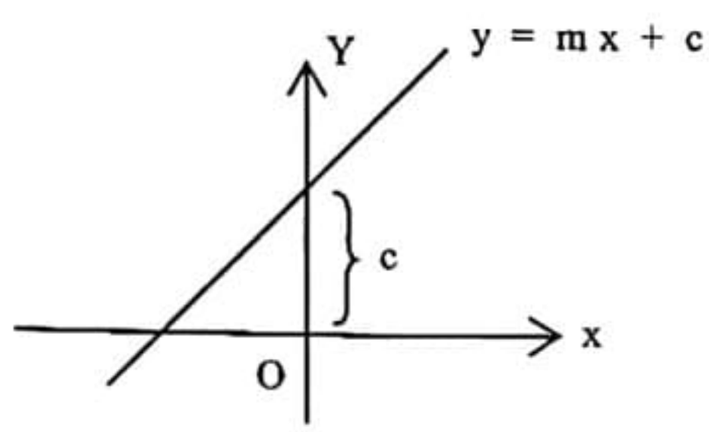
➢ একটি সরলরেখা মূলবিন্দুগামী এবং ঢাল m তবে রেখাটির সমীকরণ, $y = mx$



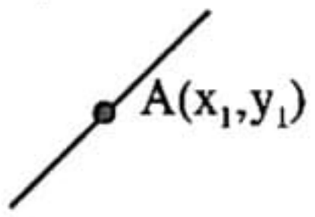
➢ একটি সরলরেখা মূলবিন্দু (0,0) এবং $A(x_1, y_1)$ [নির্দিষ্ট বিন্দু] বিন্দুগামী হয় তাহলে তার সমীকরণ, $y = \frac{y_1}{x_1}x$



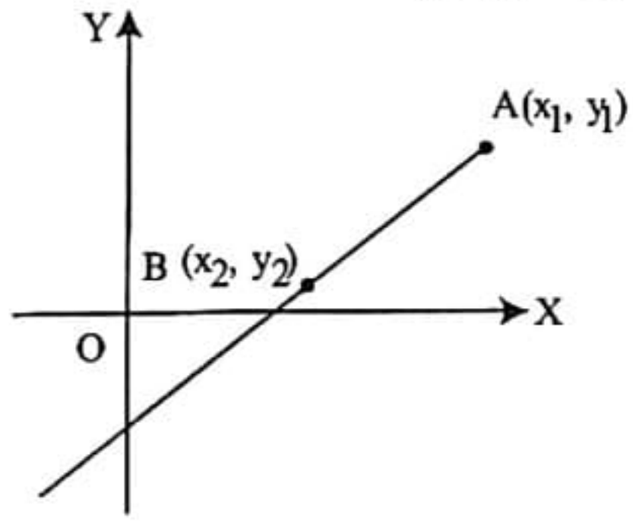
➢ একটি সরল রেখার ঢাল m এবং y- অক্ষের খণ্ডিতাংশ c, তবে সরলরেখাটির সমীকরণ হবে, $y = mx + c$



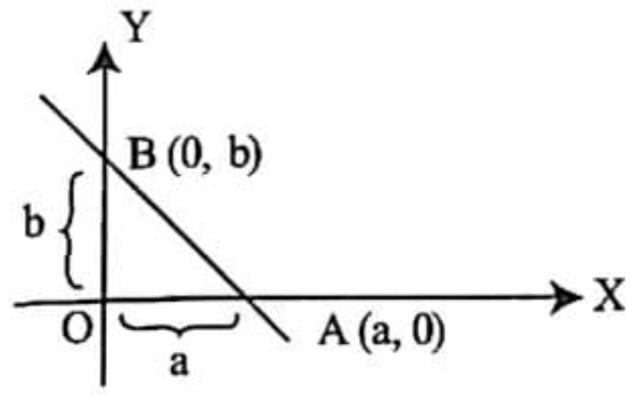
➢ একটি সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুগামী তবে রেখাটির সমীকরণ হবে, $y - y_1 = m(x - x_1)$



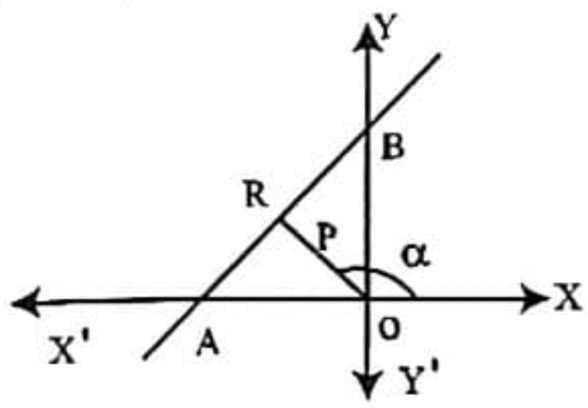
➢ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ হলে, AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$



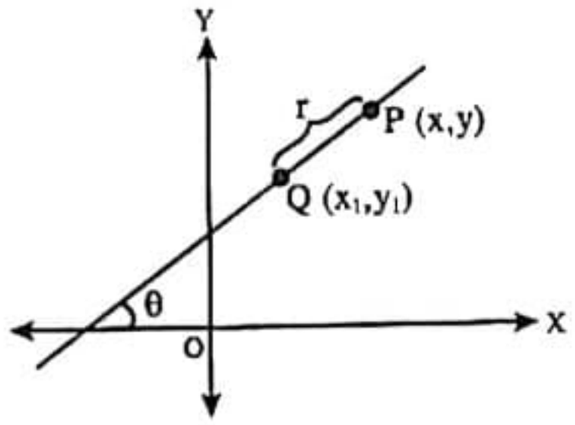
➢ একটি সরলরেখার x এবং y-অক্ষের ছেদক অংশ যথাক্রমে a এবং b হলে রেখাটির সমীকরণ হবে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$



➢ মূলবিন্দু থেকে যে রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য P এবং উক্ত লম্ব x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে α কোণ তৈরি করে, এরূপ রেখার সমীকরণ, $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$



➢



যদি একটি সরলরেখার উপরস্থ $Q(x_1, y_1)$ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হয় এবং উক্ত বিন্দু থেকে কোন চলমান বিন্দু $P(x,y)$ এর দূরত্ব r (variable) হয় তাহলে সরলরেখাটির সমীকরণ, $\frac{x-x_1}{\cos\theta} = \frac{y-y_1}{\sin\theta} = \pm r$

যেখানে, θ হলো সরলরেখাটির x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ।

♦ **Note:**

➢ x অক্ষের উপর $y = 0$

➢ y অক্ষের উপর $x = 0$

➢ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (α, β) হলে (α, β) দ্বারা উভয় সমীকরণই সিদ্ধ হবে এবং সমীকরণদ্বয় সমাধান করলে (α, β) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক পাওয়া যাবে।

MCQ

01. Alal and Dulal shopped at the same store. Alal bought 5 kg of apples and 2 kg of bananas and paid altogether 22 Tk Dulal bought 4 kg of apples and 6 kg of bananas and paid together 33 Tk. Find the cost of 1 kg of bananas. **[IUT'20-21]**

(a) 3.5 TK (b) 4.5 Tk (c) 6.0 TK (d) 7.66 Tk

Solution: (a); Let, the price of apples be x tk/kg and price of bananas be y tk/kg.

Now, $5x + 2y = 22$ ... (i), $4x + 6y = 33$ ... (ii)

Solving (i) & (ii) $\Rightarrow x = 3\text{tk/kg}, y = \frac{7}{2} = 3.5\text{ tk/kg}$ ∴ price of 1kg of bananas is 3.5 tk.

02. A equation of a straight line having slope m and x-intercept b is- **[IUT'17-18]**

(a) $y = m(x - b)$ (b) $x = my + b$ (c) $y = mx + b$ (d) $y = mx - b$

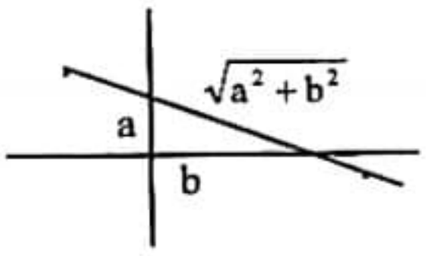
Solution: (a); Let st. line be $y = mx + c$

$\Rightarrow mx = y - c \Rightarrow x = \frac{y}{m} - \frac{c}{m}$ but $\frac{c}{m} = b \Rightarrow c = bm$ ∴ $y = mx - bm \Rightarrow y = m(x - b)$ (Ans.)

03. একটি সরলরেখা $(-1, 3)$ এবং $(4, -2)$ বিন্দু দিয়ে গেলে অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশটুকুর দৈর্ঘ্য হবে? **[BUET'12-13]**

(a) $2\sqrt{3}$ (b) $3\sqrt{2}$ (c) 2 (d) $2\sqrt{2}$

সমাধান: (d); $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$



$(-1,3) \rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{3}{b} = 1$ ... (i); $(4, -2) \rightarrow \frac{4}{a} - \frac{2}{b} = 1$ ... (ii)

(i) & (ii) $\Rightarrow a = 2, b = 2$ ∴ দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

04. যাদ $P(1,2)$ বিন্দুগামী সরল রেখা, যেটি OP এর উপর লম্ব, অক্ষদ্বয়কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে $OA^2 + 4OB^2$ এর মান হলো-

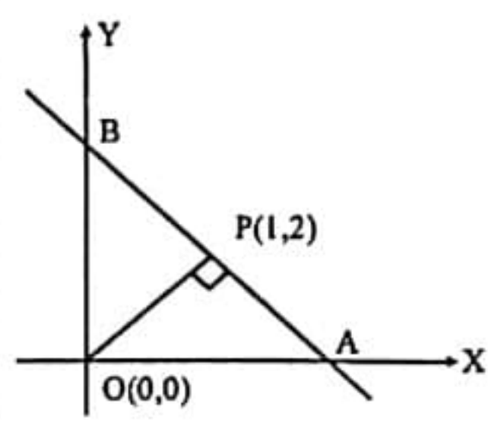
[KUET'12-13]

(a) 9 (b) 17 (c) 21 (d) 50 (e) 75

সমাধান: (d); OP এর ঢাল $= \frac{2-0}{1-0} = 2$ $\therefore$ AB এর ঢাল $= -\frac{1}{2}$

$\therefore$ AB এর সমীকরণ$(y-2) = \left(-\frac{1}{2}\right)(x-1)$

$\Rightarrow x + 2y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{\frac{5}{2}} = 1$



$OA = 5, OB = \frac{5}{2} \therefore OA^2 + 4OB^2 = 5^2 + 4\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 50$

05. একটি সরল রেখা $(1,-2)$ বিন্দুগামী ও অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশ ও একই চিহ্ন খন্ডিত করলে রেখাটির ঢাল হলো-

(a) 45° (b) 60° (c) 30° (d) 135° (e) 120°

[KUET'11-12]

সমাধান: (d); ধরি, সরল রেখাটির সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$

বা, $x + y = a$ ইহা $(1,-2)$ বিন্দুগামী $1 - 2 = a$ বা, $a = -1$

$\therefore$ a এর মান বসিয়ে সরল রেখাটির সমীকরণ $x + y = -1$

রেখাটির ঢাল $= -1$ অতএব, ঢাল $135°$

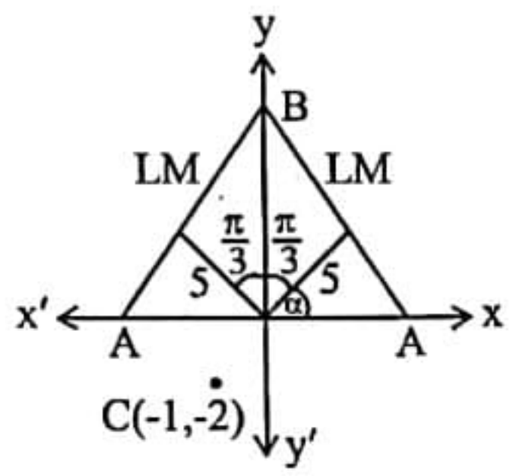
Written

06. LM সরলরেখাটি মূলবিন্দু হতে 5 একক দূরবর্তী এবং x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। মূলবিন্দু হতে LM এর উপর অঙ্কিত লম্ব y অক্ষের যোগবোধক দিকের সাথে $\frac{\pi}{3}$ কোণ উৎপন্ন করে। C বিন্দুর স্থানাংক $(-1,-2)$ হলে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[KUET'19-20]

সমাধান: LM ১ম চতুর্ভাগে উভয় অক্ষকে ছেদ করলে,

LM এর উপর লম্ব কর্তৃক x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ $\alpha = 90° - 60° = 30°$



লম্বের দৈর্ঘ্য $p = 5$ একক

$\therefore LM = x\cos\alpha + y\sin\alpha = p \Rightarrow x\cos 30° + y\sin 30° = 5 \Rightarrow \frac{x}{\frac{10}{\sqrt{3}}} + \frac{y}{10} = 1$

$\therefore A\left(\frac{10}{\sqrt{3}}, 0\right), B(0,10), C(-1,-2)$

$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \frac{10}{\sqrt{3}} & 0 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \left|\frac{1}{2}\left(\frac{10}{\sqrt{3}}(10+2) + 1(0+10)\right)\right|$

$= 5 + 20\sqrt{3}$ বর্গ একক (Ans.)

LM ২য় চতুর্ভাগে উভয় অক্ষকে ছেদ করলে, $\alpha = 90° + 60° = 150°$

$\therefore LM = x\cos 150° + y\sin 150° = p \Rightarrow \frac{x}{-\frac{10}{\sqrt{3}}} + \frac{y}{10} = 1$

$\therefore A\left(-\frac{10}{\sqrt{3}}, 0\right), B(0,10), C(-1,-2)$

$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -\frac{10}{\sqrt{3}} & 0 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \left|\frac{1}{2}\left(-\frac{10}{\sqrt{3}}(10+2) + 1(0+10)\right)\right| = 20\sqrt{3} - 5$ বর্গ একক **(Ans.)**

07. যাদ $3x + by + 1 = 0$ এবং $ax + 6y + 1 = 0$ সরল রেখাদ্বয় (5, 4) বিন্দুতে ছেদ করে, তবে a এবং b এর মান নির্ণয় কর। যদি প্রথম রেখাটি x-অক্ষকে A বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় রেখাটি y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। **[KUET'19-20]**

সমাধান: রেখাদ্বয় (5,4) বিন্দুগামী বলে,

$3.5 + b.4 + 1 = 0 \Rightarrow 4b = -16 \therefore b = -4$

$a.5 + 6.4 + 1 = 0 \Rightarrow 5a = -25 \therefore a = -5$

প্রথম রেখা: $3x - 4y + 1 = 0 \Rightarrow 3x - 4y = -1 \Rightarrow \frac{x}{\frac{-1}{3}} + \frac{y}{\frac{1}{4}} = 1 \ \therefore A \equiv \left(\frac{-1}{3}, 0\right)$

দ্বিতীয় রেখা: $-5x + 6y + 1 = 0 \Rightarrow -5x + 6y = -1 \Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{5}} + \frac{y}{\frac{-1}{6}} = 1 \therefore B \equiv \left(0, \frac{-1}{6}\right)$

AB এর সমীকরণ, $y - 0 = \frac{-\frac{1}{6} - 0}{0 + \frac{1}{3}}\left(x + \frac{1}{3}\right) \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3x+1}{3} \Rightarrow -6y = 3x + 1 \therefore 3x + 6y + 1 = 0$ (Ans.)

08. $y = 1 + \frac{1}{x+2}$ বক্ররেখা x-অক্ষকে P বিন্দুতে এবং y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করলে PQ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: $y = 1 + \frac{1}{x+2}$ **[BUTEX'19-20]**

x অক্ষকে ছেদ করলে $y = 0$

$\therefore 1 + \frac{1}{x+2} = 0 \Rightarrow x + 2 = -1 \therefore x = -3 \therefore$ P বিন্দু $(-3,0)$

y অক্ষকে ছেদ করলে $x = 0$

$\therefore y = 1 + \frac{1}{0+2} = \frac{3}{2}$ অর্থাৎ বক্র রেখাটি y অক্ষকে $Q\left(0, \frac{3}{2}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ PQ সরলরেখার সমীকরণ: $y - 0 = \frac{\frac{3}{2} - 0}{0 - (-3)}(x + 3)$

$\Rightarrow y = \frac{3}{6}(x + 3) = \frac{1}{2}(x + 3) \therefore x - 2y + 3 = 0$ (Ans.)

09. লম্বরূপে (perpendicular) সরলরেখার সমীকরণ লেখ। **[BUTEX'09-10]**

সমাধান: $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

10. একটি টেক্সটাইল ইন্ডাষ্ট্রিতে 200 এবং 400 একক পণ্য তৈরি করতে যথাক্রমে 800 টাকা এবং 1200 টাকা ব্যয় হয়। ব্যয় ধ্রুবক এবং পণ্যের মধ্যকার রৈখিক সম্পর্ক নির্ণয় কর এবং তা থেকে 300 একক পণ্য তৈরির ব্যয় নির্ণয় কর। **[BUTEX'05-06]**

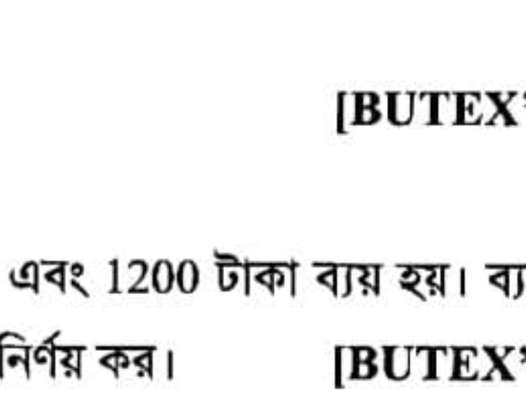
সমাধান: $800 = m \times 200 + c$ ..... (i) এবং $1200 = m \times 400 + c$ ..... (ii)

(i) ও (ii) থেকে : $800 = 200\,m + 1200 - 400\,m \Rightarrow 200\,m = 400 \Rightarrow m = 2$

$\therefore c = 800 - 400 = 400 \therefore$ রৈখিক সম্পর্কটি হবে $y = 2x + 400$

$x = 300$ একক পণ্যের জন্য খরচ $y = 2 \times 300 + 400 = 1{,}000$ টাকা (Ans.)

11. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে $\frac{50}{\sqrt{3}}$ বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ গঠন করে এবং মূলবিন্দু হতে রেখাটির উপর অঙ্কিত লম্ব x-অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর। **[BUTEX'02-03]**



সমাধান: ধরি, সরল রেখার সমীকরণ ঃ $x\cos 30^0 + y\sin 30° = p$

$\Rightarrow x\cos 30^0 + y\sin 30° = p \Rightarrow x.\frac{\sqrt{3}}{2} + y.\frac{1}{2} = p$

$\therefore \frac{1}{2} \times a \times b = \frac{50}{\sqrt{3}}$

$a \times b = \frac{100}{\sqrt{3}}$; $a = \frac{p}{\cos 30°} = \frac{2p}{\sqrt{3}}$; $b = \frac{p}{\sin 30°} = 2p$

$\therefore a = \frac{2p}{\sqrt{3}}, b = 2p$ হলে $\frac{2p}{\sqrt{3}}.2p = \frac{100}{\sqrt{3}} \Rightarrow p = 5 \ \therefore$ রেখাটির সমীকরণ, $\sqrt{3}x + y = 10$ **(Ans.)**

Question Type-08: দুইটি সমীকরণ (x ও y এর একঘাত) একই সরলরেখা নির্দেশ করার শর্ত

➲ **Formula & Concept:**

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ একই সরলরেখা নির্দেশ করার শর্ত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

MCQ

01. $2x + 3y = 7$ এবং $3ax - 5by + 15 = 0$ সমীকরণ দুটি একই সরলরেখা প্রকাশ করলে a ও b ধ্রুবকের মান কত হবে?

(a) $\left(-\frac{5}{7}, \frac{3}{7}\right)$ (b) $\left(-\frac{5}{7}, \frac{9}{7}\right)$ (c) $\left(-\frac{10}{7}, \frac{9}{7}\right)$ (d) $\left(-\frac{10}{7}, \frac{3}{7}\right)$ **[BUET'10-11]**

সমাধান: (c); $\frac{2}{3a} = \frac{3}{-5b} = \frac{7}{15} \Rightarrow a = -\frac{30}{21} = -\frac{10}{7}; b = \frac{9}{7}$

Written

02. $3x + \sqrt{3}y + 2 = 0$ এবং $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ একই সরলরেখা হলে, α এবং p এর মান নির্ণয় কর। **[CUET'04-05]**

সমাধান: যেহেতু সমীকরণদ্বয় একই সরলরেখা প্রকাশ করে, $\frac{\cos\alpha}{3} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{3}} = -\frac{p}{2}$

১ম ও ২য় অনুপাত থেকে, $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore \alpha = 30^\circ$ অথবা, 210°

$\alpha = 30^\circ$ হলে, $\frac{\sin 30^\circ}{\sqrt{3}} = -\frac{p}{2} \therefore p = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\alpha = 210^\circ$ হলে, $\frac{\sin 210^\circ}{\sqrt{3}} = -\frac{p}{2} \therefore p = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \alpha = 30^\circ$ অথবা, 210° এবং $p = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ অথবা, $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

Question Type-09: তিনটি রেখা সমবিন্দু হবার শর্ত

➲ **Formula & Concept:**

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$
$a_2x + b_2y + c_2 = 0$
$a_3x + b_3y + c_3 = 0$

সরলরেখাত্রয় সমবিন্দু হবার শর্ত, $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

MCQ

01. For what value of k will the three lines $x - y + 5 = 0, x + y - 1 = 0$, and $kx - y + 13 = 0$ be concurrent? **[IUT'11-12, 18-19]**

(a) 1 (b) 5 (c) 7 (d) 3

Solution: (b); $x - y + 5 = 0$ ..... (i) $x + y - 1 = 0$ .... (ii)

Solving (i) & (ii) We get, intersecting point $(-2, 3) \therefore k \times (-2) - 3 + 13 = 0 \Rightarrow k = 5$

02. k এর মান কত হলে, $x - y + 5 = 0, x + y - 1 = 0, kx - y + 13 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হবে? **[BUTEX'15-16]**

(a) 1 (b) 5 (c) 7 (d) 3

সমাধান: (b); $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ k & -1 & 13 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 13 - 1 + 13 + k + 5(-1 - k) = 0$

$\Rightarrow 25 + k - 5 - 5k = 0 \Rightarrow 4k = 20 \Rightarrow k = 5$

03. a এর মান কত হলে $3x + 2y - 5 = 0, ax + 4y - 9 = 0$ এবং $x + 2y - 7 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু?

(a) –7 (b) 5 (c) 3 (d) 7

সমাধান: (d); $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -5 \\ a & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -7 \end{vmatrix} = 0$; Solving, $a = 7$ **[KUET'09-10, BUET'01-02, 08-09, 12-13, 13-14]**

Question Type-10: $\frac{x-x_1}{\cos\theta}=\frac{y-y_1}{\sin\theta}=\pm r$ সূত্র সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:** একটি নির্দিষ্ট বিন্দু (x_1, y_1) দিয়ে যায় এবং x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে এমন সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x-x_1}{\cos\theta}=\frac{y-y_1}{\sin\theta}=r$, যেখানে (x, y) বিন্দু হতে (x_1, y_1) বিন্দুর দূরত্ব r।

MCQ

01. $(-2, 4)$ বিন্দুগামী একটি সরল রেখার ঢাল $\frac{3}{4}$ হলে রেখার উপর উক্ত বিন্দু হতে 10 একক দূরবর্তী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[CKRUET'21-22]

(a) $(-6, -10)$ (b) $(6, 10)$ (c) $(10, 6)$ (d) $(-10, -6)$ (e) $(-6, 10)$

সমাধান: (b); এখানে, $m=\tan\theta=\frac{3}{4}\therefore\sin\theta=\frac{3}{5};\cos\theta=\frac{4}{5}$

$\therefore\frac{x-x_1}{\cos\theta}=\frac{y-y_1}{\sin\theta}=\pm r\Rightarrow\frac{x+2}{\frac{4}{5}}=\frac{y-4}{\frac{3}{5}}=\pm10\Rightarrow\frac{x+2}{4}\times5=\pm10\Rightarrow x+2=\pm8\Rightarrow x=\pm8-2\therefore x=6,-10$

$\therefore\frac{y-4}{\frac{3}{5}}=\pm10\Rightarrow y-4=\pm6\Rightarrow y=\pm6+4\Rightarrow y=10,-2\therefore(6,10)$ ও $(-10,-2)$

Question Type-11: সমান্তরাল ও লম্ব হবার শর্ত ও সমীকরণ নির্ণয়

➲ **Formula & Concept:**

♦ সমান্তরাল হবার শর্ত:

$a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ সরলরেখাদ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে, $m_1=-\frac{a_1}{b_1}$ এবং $m_2=-\frac{a_2}{b_2}$.

সরলরেখাদ্বয় সমান্তরাল হবার শর্ত, $\boxed{m_1=m_2}$ বা, $\boxed{\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}}$

♦ সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয়:

➢ $ax+by+c=0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $\boxed{ax+by+k=0}$ [x ও y এর সহগ ও চিহ্ন একই থাকবে এবং c এর পরিবর্তে নতুন ধ্রুবক k বসবে]

➢ $ax+by+c=0$ রেখার সমান্তরাল এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $\boxed{ax+by=ax_1+by_1}$ [x ও y এর সহগ ও চিহ্ন একই থাকবে, বামপক্ষে প্রাপ্ত রাশিমালার (x, y) এর পরিবর্তে (x_1, y_1) বসিয়ে ডানপক্ষে লিখতে হবে]

লম্ব হবার শর্ত: $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$

সরলরেখাদ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে $m_1=-\frac{a_1}{b_1}$ এবং $m_2=-\frac{a_2}{b_2}$.

সরলরেখাদ্বয় লম্ব হবার শর্ত, $\boxed{m_1m_2=-1}$ [তাদের ঢালের গুণফল $=-1$] $\therefore\boxed{a_1a_2+b_1b_2=0}$

♦ লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয়:

➢ $ax+by+c=0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ, $\boxed{bx-ay+k=0}$ [x ও y এর সহগ interchange করতে হবে, x বা y এর যেকোন একটির চিহ্ন বিপরীত করতে হবে এবং c এর স্থানে নতুন ধ্রুবক k যোগ করতে হবে]

➢ $ax+by+c=0$ এর লম্ব এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $\boxed{bx-ay=bx_1-ay_1}$ [x ও y এর সহগ interchange করতে হবে, x ও y এর যেকোন একটির চিহ্ন বিপরীত করতে হবে এবং বামপক্ষের রাশিমালাতে (x, y) এর পরিবর্তে (x_1, y_1) বসিয়ে ডানপক্ষে লিখতে হবে।]

01. যদি $3x-4y+7=0$ এবং $2x+ky+5=0$ সরল রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হয় তবে k এর মান কত?

[CKRUET'21-22]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $-\frac{3}{2}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{2}{3}$ (e) $\frac{4}{5}$

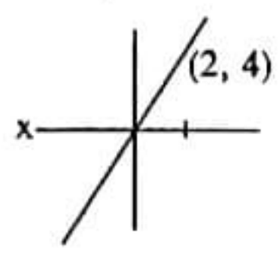
সমাধান: (c); $3x-4y+7=0$ ... (i) এবং $2x+ky+5=0$ ... (ii)

$\therefore \frac{3}{4}\times\left(-\frac{2}{k}\right)=-1 \Rightarrow \frac{6}{4k}=1 \Rightarrow \frac{3}{2k}=1 \Rightarrow k=\frac{3}{2}$

02. A line intersects another perpendicular line at (2, 4) that goes through the origin. Find the equation of the first line.

[IUT'21-22]

(a) $x+2y=10$ (b) $7x-y=10$ (c) $2x-y=0$ (d) $x+y=6$



Solution: (a); Equation of second line, $y=\frac{4}{2}x \Rightarrow 2x-y=0$

The equation of first line: $x+2y=2+2\times 4 \Rightarrow x+2y=1$

03. (α,β) বিন্দুগামী $y=\frac{\alpha x}{\beta}$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ- **[CKRUET'20-21]**

(a) $\alpha x+\beta y=\alpha^2+\beta^2$ (b) $\alpha x+\beta y=2\alpha\beta$ (c) $\alpha y+\beta x=2\alpha\beta$

(d) $\alpha y+\beta x=\alpha^2+\beta^2$ (e) None of them

সমাধান: (c); $y=\frac{\alpha x}{\beta} \Rightarrow \beta y=\alpha x \Rightarrow \alpha x-\beta y=0$

রেখাটির লম্ব রেখার সমীকরণ, $\beta x+\alpha y=\beta\alpha+\alpha\beta$ $[(\alpha,\beta)$ বিন্দুগামী$] \Rightarrow \beta x+\alpha y=2\alpha\beta$

04. The locus of the center of the circles such that the point (2, 3) is the midpoint of the chord: $5x+2y=16$ is

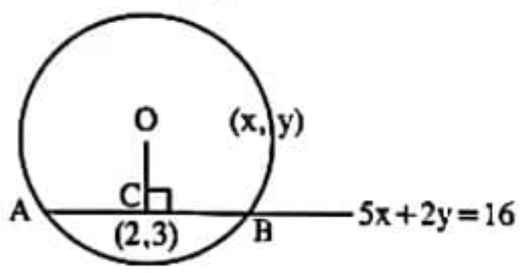
[IUT'20-21]

(a) $2x-5y=11$ (b) $2x+5y-11=0$ (c) $2x+5y+11=0$ (d) None of these

Solution:(d);

OC; $2x-5y+k=0$

$(2,3)$ বিন্দুগামী $\therefore k=11 \therefore 2x-5y+11=0$



Alternative: Slope of AB or $5x+2y=16$ is $m_{AB}=-\frac{5}{2}$

Say, $O(x,y)$ is the variable coordinate of the center.

Now, $OC \perp AB \therefore m_{OC}\times m_{AB}=-1 \Rightarrow \left(\frac{y-3}{x-2}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-1 \Rightarrow 5y-15=2x-4 \therefore 2x-5y+11=0.$

05. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $A(0,0), B(1,5)$ এবং $C(-2,2)$ হলে A বিন্দুগামী BC রেখার উপর লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। **[BUET'08-09, KUET'09-10, 17-18]**

(a) $2x=y$ (b) $x+y=0$ (c) $3x+5y=0$ (d) $x+5y=2$ (e) $7x+y=3$

সমাধান: (b); ঢাল BC $=\frac{5-2}{1-2}=1$ $\therefore$ eq^n, $y-0=-1(x-0)=-x \therefore x+y=0$

06. $A(2,1)$ ও $B(5,2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজন রেখাকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে এরূপ রেখার সমীকরণ হলো- **[KUET'16-17]**

(a) $5x+2y=6$ (b) $7x+3y=9$ (c) $9x+5y=11$ (d) $3x+y=12$ (e) $3x+11y=15$

সমাধান: (d); AB এর মধ্যবিন্দু $\left(\frac{7}{2},\frac{3}{2}\right)$

AB এর সমীকরণ $y-1=\frac{1-2}{2-5}(x-2) \Rightarrow y-1=\frac{1}{3}(x-2) \Rightarrow x-3y=-1$

$\therefore$ লম্বদ্বিখন্ডকের সমীকরণ, $3x+y=3\left(\frac{7}{2}\right)+\frac{3}{2} \Rightarrow 3x+y=12$

07. $x-3y+4=0, x-6y+5=0$ এবং $x+ay+2=0$ রেখাত্রয় সমবিন্দুগামী হলে তৃতীয় রেখার সাথে লম্ব এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কত? **[KUET'15-16, 10-11, 03-04]**

(a) $2x+5y=0$ (b) $7x+y=0$ (c) $4x+3y=0$ (d) $3x-y=0$ (e) $-4x+9y=0$

সমাধান: (d); রেখাত্রয় সমবিন্দুগামী হলে, $\begin{vmatrix}1 & -3 & 4\\ 1 & -6 & 5\\ 1 & a & 2\end{vmatrix}=0 \Rightarrow 1(-12-5a)+(-3)(5-2)+4(a+6)=0$

$\Rightarrow -12-5a-9+4a+24=0 \Rightarrow -a+3=0 \Rightarrow a=3$

$\therefore x+3y+2=0$ রেখার লম্ব এবং মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $3x-y=0$

08. যদি $\frac{3}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট একটি সরলরেখা $ax+3y-7=0$ সরলরেখার উপর লম্ব হয়, তবে a এর মান হল- **[CUET'15-16]**

(a) None of them (b) 3 (c) 2 (d) -2

সমাধান: (c); $\left(\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{a}{3}\right)=-1 \Rightarrow a=2$

09. $(-4,6)$ ও $(2,8)$ বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব-দ্বিখন্ডক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। **[RUET'14-15]**

(a) $y=\frac{1}{3}x$ (b) $y=3x$ (c) $y=-3x+4$ (d) $x=3y+7$ (e) None

সমাধান: (c); মধ্যবিন্দু $(-1,7)$ $\therefore$দ্বিখন্ডক $y-7=-3(x+1) \therefore 3x+y-4=0$

10. (a,b) ও $(-a,-b)$ বিন্দু দুইটির মধ্য দিয়ে গমনকারী সরল রেখার উপর লম্ব (–b, a) বিন্দু দিয়ে যায়, এরূপ রেখার সমীকারণ-

(a) $ax+by+a^2+b^2=0$ (b) $ax+by=a^2+b^2$ **[RUET'13-14]**

(c) $ax+by-ab=0$ (d) $ax+by=0$ (e) None

সমাধান: (d) ; (a,b) ও $(-a,-b)$ বিন্দুগামী সরলরেখা, $\frac{x-a}{a+a}=\frac{y-b}{b+b}$

$\Rightarrow \frac{x-a}{a}=\frac{y-b}{b} \Rightarrow bx-ab=ay-ab \Rightarrow bx-ay=0.$

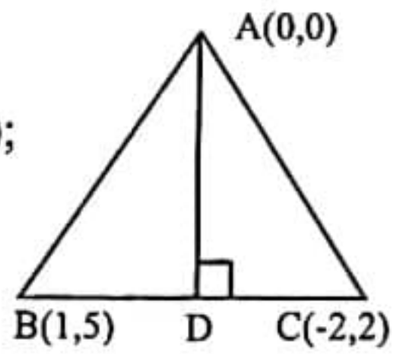
$\therefore$ উক্ত সরলরেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ, $ax+by=k$ রেখাটি $(-b,a)$ বিন্দুগামী হলে, $a(-b)+b\times a=k,$

$\therefore k=0. \therefore ax+by=0.$

11. ABC ত্রিভূজের শীর্ষ বিন্দুগুলির স্থানাংক যথাক্রমে $A(0,0); B(1,5)$ এবং $C(-2,2)$ হলে A বিন্দুগামী BC রেখার উপর লম্বের সমীকরণ হলো- **[KUET'12-13]**

(a) $2x+5=0$ (b) $2x+y=0$ (c) $3x+7y=0$ (d) $11y=2x$ (e) $x+y=0$

সমাধান: (e);



BC এর ঢাল, $m_1=\frac{2-5}{-2-1}=\frac{-3}{-3}=1$

$\therefore$ AD এর ঢাল $=-\frac{1}{m_1}=-1 \therefore$ AD এর সমীকরণ: $(y-0)=(-1)(x-0) \Rightarrow x+y=0$

12. k এর মান কত হলে $2x-y+7=0$ এবং $3x+ky-5=0$ রেখা দুটি পরস্পর লম্ব হবে? **[SUST'08-09, BUTEX'12-13]**

(a) 6 (b) 8 (c) 10 (d) 12

সমাধান: (a); $2x-y+7=0 \Rightarrow y=2x+7 \ldots\ldots\ldots$ (i) $\therefore$ (i) এর ঢাল= 2 [$y=mx+c$ এর সাথে তুলনা করে।

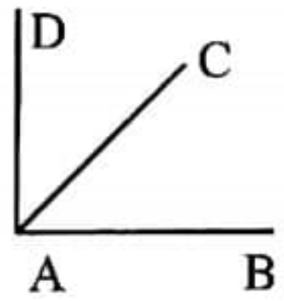
$3x+ky-5=0 \Rightarrow y=\left(-\frac{3}{k}\right)x+\frac{5}{k} \ldots\ldots\ldots$ (ii)

$\therefore$ (ii) এর ঢাল $=-\frac{3}{k}$; লম্ব হতে হলে, $(2)\left(-\frac{3}{k}\right)=-1 \Rightarrow -\frac{6}{k}=-1 \Rightarrow k=6$

13. AB এবং AC রেখা দুটির সমীকরণ যথাক্রমে $3x + 2y - 12 = 0$ ও $2x - y - 12 = 0$ AB রেখার উপর লম্ব AD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[BUTEX'06-07]

সমাধান: $3x + 2y - 12 = 0$; $2x - y - 12 = 0$, দুটিকে সমাধান করে পাই-



$\therefore (x, y) = \left(\frac{36}{7}, -\frac{12}{7}\right)$ AB এর ঢাল, $= -\frac{3}{2}$

$\therefore$ AD এর ঢাল $= \frac{2}{3}$

$y + \frac{12}{7} = \frac{2}{3}\left(x - \frac{36}{7}\right) \Rightarrow \frac{7y+12}{7} = \frac{2}{3}\left(\frac{7x-36}{7}\right) \Rightarrow 21y + 36 = 14x - 72 \Rightarrow 14x - 21y - 108 = 0$

14. P (x, y) বিন্দুটি একটি সরল রেখার উপর অবস্থিত যা Q (2, 3) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং A (–1, 2) B(–5, 4) বিন্দুগামী রেখার উপর লম্ব। দেখাও যে, $2x - y - 1 = 0$।

[BUTEX'05-06]

সমাধান: AB রেখার ঢাল $= \frac{4-2}{-5+1} = -\frac{1}{2}$; PQ রেখার ঢাল $= 2$

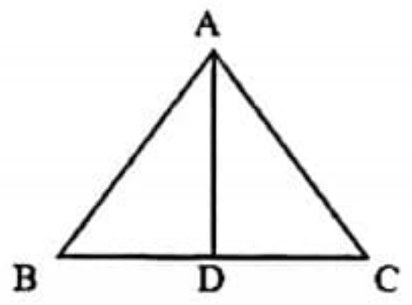
P(x, y) ও Q(2, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণঃ $\frac{y-3}{x-2} = 2$

$\Rightarrow (y - 3) = 2(x - 2) \Rightarrow 2x - 4 = y - 3 \Rightarrow 2x - y - 1 = 0$ (দেখানো হল)

15. Δ ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A(6, 2), B(–3,8) এবং C(–5, –3) হলে, A বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী উচ্চতা নির্দেশক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[KUET'04-05]

সমাধান: $m_{BC} = \frac{8+3}{-3+5} = \frac{11}{2} \therefore m_{AD} = -\frac{2}{11}$



$\therefore$ AD রেখার সমীকরণ, $y - 2 = -\frac{2}{11}(x - 6)$

$\Rightarrow 11y - 22 = -2x + 12 \Rightarrow 2x + 11y - 34 = 0$ (Ans.)

16. P(4,11) ও Q(–2,2) দুইটি বিন্দু। PQ সরল রেখার লম্ব সমদ্বিখকের সমীকরণ নির্ণয় কর। **[KUET'03-04, RUET'04-05]**

সমাধান: PQ রেখার সমীকরণ, $\frac{x-4}{4+2} = \frac{y-11}{11-2}$

$\Rightarrow \frac{x-4}{6} = \frac{y-11}{9} \Rightarrow 9x - 36 = 6y - 66$

$9x - 6y + 30 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$6x + 9y + k = 0$; ইহা $\left(1, \frac{13}{2}\right)$বিন্দুগামী

$9.\frac{13}{2} + k = 0 \therefore k = -\frac{129}{2}$

$\therefore 6x + 9y - \frac{129}{2} = 0$

$\Rightarrow 12x + 18y - 129 = 0$ (Ans.)

বিকল্প: $\sqrt{(x-4)^2 + (y-11)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 22y + 121 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 \Rightarrow 12x + 18y = 129$ (Ans.)

17. k-এর মান কত হলে $5x + 4y - 1 = 0$ এবং $2x + ky - 7 = 0$ রেখা দুটি সমান্তরাল হবে? **[BUTEX'04-05]**

সমাধান: $5x + 4y - 1 = 0$ এর ঢাল $\frac{-5}{4}$

$2x + ky - 7 = 0$ এর ঢাল $\frac{-2}{k} \therefore \frac{-5}{4} = \frac{-2}{k}$; $k = \frac{8}{5}$

অথবা, ratio method, $\frac{5}{2} = \frac{4}{K} \Rightarrow K = \frac{8}{5}$

18. (–3, 6) বিন্দু হতে $2x - y - 8 = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক ও লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। **[CUET'03-04]**

সমাধান: (–3,6) বিন্দু হতে $2x - y - 8 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ:

$x + 2y = -3 + 12 \Rightarrow x + 2y - 9 = 0 \cdots$ (i)

আবার, $2x - y - 8 = 0$ ..... (ii)

(i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু (5,2) $\therefore$ লম্ব দূরত্ব $= \sqrt{\{5 - (-3)\}^2 + (2 - 6)^2} = 4\sqrt{5}$

Question Type-12: দুইটি সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ সংক্রান্ত

Formula & Concept: এই সমস্যাগুলোতে দুইটি সরলরেখার সমীকরণ দেওয়া থাকে। তাদের ছেদবিন্দুগামী (এবং অপর একটি শর্তের সাপেক্ষে) আরেকটি সরলরেখার সমীকরণ বের করতে বলা হয়। এই সমস্যাগুলোর জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতিদ্বয় ব্যবহার করা যেতে পারে।

(i) ছেদবিন্দু নির্ণয় করে সমাধান:

এই পদ্ধতিতে প্রদত্ত সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু নির্ণয় করতে হয়। এরপর, ঐ ছেদবিন্দুগামী এবং অপর শর্তটি মেনে চলা সরলরেখার সমীকরণই নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ।

(ii) ছেদবিন্দু নির্ণয় না করে সমাধান: এই পদ্ধতিতে আমরা পাশের সূত্রটি ব্যবহার করবো।

$L_1(x,y) = a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $L_2(x,y) = a_2x + b_2y + c_2 = 0$

সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$

বা, $L_1 + k.L_2 = 0$ [অথবা, $a_2x + b_2y + c_2 + k(a_1x + b_1y + c_1) = 0$ বা $L_2 + k.L_1 = 0$]

Note: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এবং (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2} = \frac{a_1\alpha+b_1\beta+c_1}{a_2\alpha+b_2\beta+c_2}$

MCQ

01. Find the equation of the line passing through the point of intersection of the lines $4x + 7y - 3 = 0$ and $2x - 3y + 1 = 0$ that has the equal intercepts on the axes. **[IUT'16-17]**

(a) $13x + 13y = 6$ (b) $13x + 13y = 1$ (c) $6x + 6y = 13$ (d) $6x + 6y = 1$

Solution: (a); Passing point $= \left(\frac{1}{13}, \frac{5}{13}\right)$; $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow \frac{1}{13a} + \frac{5}{13a} = 1 \Rightarrow a = \frac{6}{13}$

$\therefore$ line $\rightarrow 13x + 13y = 6$

Written

02. একটি সরলরেখার সমীকরণ বের কর যা $ax + by = 0$ এবং $bx - ay + c = 0$ রেখা দুইটির ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x - অক্ষের সমান্তরাল হয়। **[RUET'08-09]**

সমাধান: $ax + by = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots$ (i); $bx - ay + c = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) ও (ii) এর ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$ax + by + k(bx - ay + c) = 0 \Rightarrow (a + kb)x + (b - ka)y + kc = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots$ (iii)

$\therefore$ (iii) নং সরলরেখা x অক্ষের সমান্তরাল $\therefore a + kb = 0 \Rightarrow k = -\frac{a}{b}$

(iii) হতে, $\left(b + \frac{a}{b}a\right)y - \left(\frac{a}{b} \times c\right) = 0 \Rightarrow (b^2 + a^2)y - ac = 0$ [Ans]

03. এমন দুটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $7x + 13y - 87 = 0$ এবং $5x - 8y + 7 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশ ছেদ করে। **[BUTEX'01-02]**

সমাধান: $7x + 13y - 87 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i); $5x - 8y + 7 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে $\frac{x}{91-696} = \frac{y}{-435-49} = \frac{1}{-56-65} \Rightarrow x = \frac{-605}{-121} = 5, y = \frac{-484}{-121} = 4$

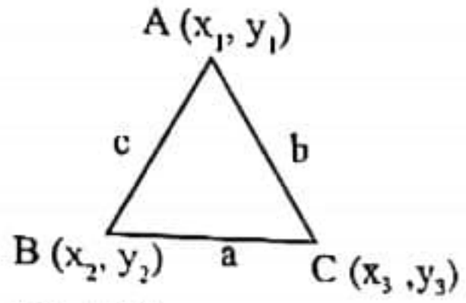
$\therefore$ তাদের ছেদবিন্দু (5,4) ; ধরি, নির্ণেয় রেখাটি $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

প্রশ্নমতে, $a = \pm b$ $\therefore \frac{x}{a} \pm \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x \pm y = a$ যেহেতু এটি (5,4) বিন্দু

নির্ণেয় রেখাটির সমীকরণ $x + y = 9$ ও $x - y = 1$ **(Ans.)**

Question Type-13: ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয় সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**



[a,b,c হলো BC, AC ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য]

➢ ভরকেন্দ্র $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

➢ পরিকেন্দ্র বের করার ক্ষেত্রে বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ: $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ব্যবহার করা খুবই সুবিধাজনক।

➢ অন্তঃকেন্দ্র $\left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}\right)$ [লক্ষণীয়: বাহুর দৈর্ঘ্য এর সাথে বিপরীত শীর্ষের স্থানাঙ্ক গুণ করতে হবে।]

➢ লম্বকেন্দ্র বের করার ক্ষেত্রে ঢালের ধারণা $(m_1m_2 = -1)$ ব্যবহার করতে হবে।

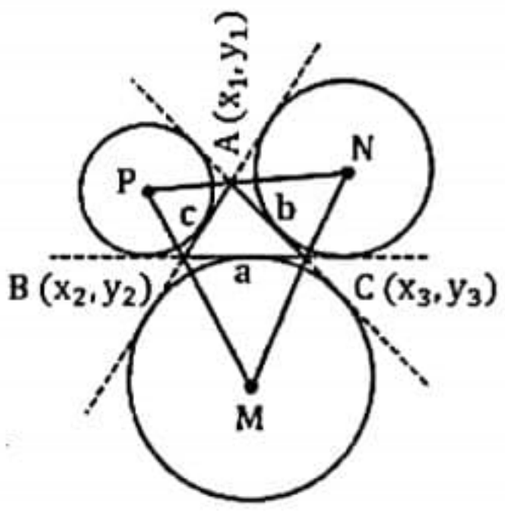
➢ বহিঃকেন্দ্র বের করার ক্ষেত্রে ΔABC এর $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$

$BC = a$, $CA = b$ এবং $AB = c$ হলে, বহিঃকেন্দ্রত্রয়,

$M \equiv \left(\frac{-ax_1+bx_2+cx_3}{-a+b+c}, \frac{-ay_1+by_2+cy_3}{-a+b+c}\right)$

$N \equiv \left(\frac{ax_1-bx_2+cx_3}{a-b+c}, \frac{ay_1-by_2+cy_3}{a-b+c}\right)$

$P \equiv \left(\frac{ax_1+bx_2-cx_3}{a+b-c}, \frac{ay_1+by_2-cy_3}{a+b-c}\right)$



মনে রাখবে, যে বহিঃবৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করা হচ্ছে তা ত্রিভুজটির যে বাহুকে স্পর্শ করেছে তার দৈর্ঘ্যের সামনে (−) চিহ্ন দিতে হবে (অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয়ের সূত্রে)।

যেমন, M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি a বাহুকে স্পর্শ করেছে তাই M এর স্থানাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয়ের সূত্রে a এর সামনে (−) চিহ্ন দিতে হবে। অনুরূপভাবে N এর জন্য b এবং P এর জন্য c এর সামনে (−) চিহ্ন দিতে হবে (অন্তঃকেন্দ্রের সূত্রে)।

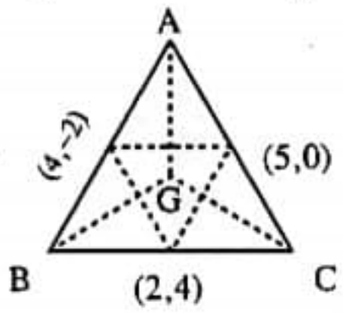
MCQ

01. ABC ত্রিভুজের BC, CA, AB বাহুগুলির মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 4), (5, 0) এবং (4, −2)। ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? **[CKRUET'21-22]**

(a) $\left(\frac{11}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (b) $\left(\frac{22}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (c) $(11, 2)$ (d) $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (e) $\left(3, -\frac{2}{3}\right)$

সমাধান: (a); একটি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র এবং ত্রিভুজটির বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুর সংযোগে গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র একই।

∴ ভরকেন্দ্রের স্থানাংক, $G\left(\frac{4+2+5}{3}, \frac{-2+4+0}{3}\right) \equiv \left(\frac{11}{3}, \frac{2}{3}\right)$



Written

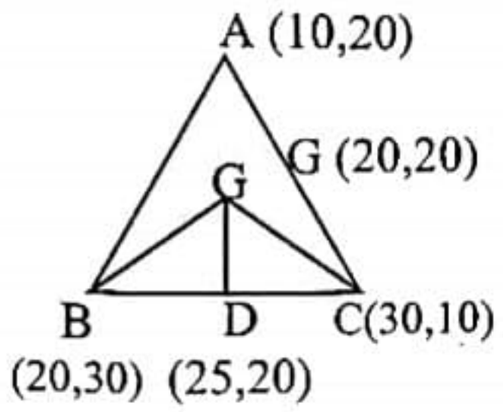
02. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু সমূহের স্থানাংক যথাক্রমে (10, 20), (20,30) ও (30,10) ঐ G ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র হলে, GBC ত্রিভুজের GD মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। **[RUET'04-05]**

সমাধান: G এর স্থানাংক $\left(\frac{60}{3}, \frac{60}{3}\right) \equiv (20,20)$

D এর স্থানাংক (25, 20)

∴ GD মধ্যমার দৈর্ঘ্য,

$\sqrt{(25-20)^2 + (20-20)^2} = \sqrt{25} = 5$. **(Ans.)**



Question Type-14: সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:** $ax + by + c_1 = 0$ ও $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ একক

MCQ

01. $3x + 4y = 7$ রেখার সমান্তরাল এবং $(1, -2)$ বিন্দু হতে 7.5 একক দূরে অবস্থিত সরল রেখার সমীকরণ কোনটি? **[KUET'14-15]**

(a) $3x + 4y = 7$ (b) $4x + 3y = 9$ (c) $7x + y = 11$ (d) $4x + 3y = 20.5$ (e) $3x + 4y = 32.5$

সমাধান: (e); $3x + 4y = k$; $\frac{|3-8-k|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 7.5 \Rightarrow |k + 5| = 37.5 \Rightarrow k = 32.5, -42.5 \therefore 3x + 4y = 32.5$

02. What is the distance between $4x + 3y + 16 = 0$ and $4x + 3y + 26 = 0$? **[IUT'08-09, 10-11, 14-15]**

(a) 10 (b) 2 (c) 5 (d) 20

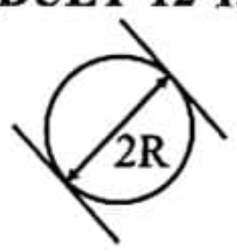
Solution: (b); $d = \frac{10}{5} = 2$

03. কোন বৃত্তের সমান্তরাল দুইটি স্পর্শকের সমীকরণে $2x - 4y - 9 = 0$ এবং $6x - 12y + 7 = 0$ হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? **[BUET'12-13]**

(a) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (b) $\frac{17}{3\sqrt{5}}$ (c) $\frac{17}{5\sqrt{3}}$ (d) $\frac{17}{6\sqrt{5}}$

সমাধান: (d); স্পর্শকদ্বয়ের দূরত = 2R; স্পর্শক: $2x - 4y - 9 = 0$ ... (i)

$6x - 12y + 7 = 0 \Rightarrow 2x - 4y + \frac{7}{3} = 0$ ..... (ii) $\therefore 2R = \left|\frac{\frac{7}{3}-(-9)}{\sqrt{2^2+(-4)^2}}\right| \Rightarrow 2R = \frac{\frac{34}{3}}{2\sqrt{5}} \Rightarrow R = \frac{17}{6\sqrt{5}}$



04. $4y = 3(x - 4)$ এবং $4y = 3(x - 1)$ রেখা দুইটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব কত? **[BUET'10-11, RUET'11-12]**

(a) $\frac{9}{4}$ (b) $\frac{15}{9}$ (c) $\frac{9}{5}$ (d) None

সমাধান: (c) $4y = 3(x - 4), 4y = 3(x - 1), d = \frac{c_1 \sim c_2}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{3\times4-3\times1}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{9}{5}$

Written

05. $x + 3y - 8 = 0$ রেখা থেকে 3 একক দূরবর্তী এবং এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। **[BUTEX'18-19]**

সমাধান: প্রদত্ত রেখা, $x + 3y - 8 = 0$ ..... (i)

(ii) নং এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x + 3y + k = 0$ ..... (ii)

(i) ও (ii) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 3 একক হলে, $\left|\frac{k+8}{\sqrt{1^2+3^2}}\right| = 3 \Rightarrow k + 8 = \pm 3\sqrt{10} \Rightarrow k = -8 \pm 3\sqrt{10}$

$\therefore$ সমীকরণ, $x + 3y - 8 \pm 3\sqrt{10} = 0$ **(Ans.)**

Question Type-15: রেখার সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়

➲ **Formula & Concept:** (x_1, y_1) বিন্দুটি $ax + by + c = 0$ রেখার-

- ধনাত্মক পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি $ax_1 + by_1 + c > 0$ হয় এবং ঋণাত্মক পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি $ax_1 + by_1 + c < 0$ হয়।
- একই পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি $ax_1 + by_1 + c$ ও $ax_2 + by_2 + c$ একই চিহ্নবিশিষ্ট হয়।
- বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি $ax_1 + by_1 + c$ ও $ax_2 + by_2 + c$ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

MCQ

01. On which side of the line $4x - 3y - 10 = 0$, does the point $(3, -2)$ lie? **[IUT'19-20]**

(a) Positive (b) Negative (c) On the line (d) Undefined

Solution: (a); $f(x, y) = 4x - 3y - 10$; $f(3, -2) = 4.3 - 3(-2) - 10 = +8 > 0$

$\because f(3, -2) > 0 \therefore (3, -2)$ Point lies on the positive side of the straight line.

[**Note:** Actually, a straight line doesn't have positive/negative side. If one side of a straight line is considered to be positive then the opposite side will be negative. This sign is not universal. This is why the sign of $f(3, -2)$ is taken to be the standard here.]

Question Type-16: লম্ব দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:** (α, β) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব: $d = \frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ একক

MCQ

01. $(1, 2)$ বিন্দু হতে $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ রেখার উপর একটি লম্ব অঙ্কিত করা হল। মূলবিন্দু হতে ঐ লম্বের দূরত্ব কত?

(a) $\frac{-2-\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$ (d) None of them **[CUET'14-15]**

সমাধান: (b); $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ, $\sqrt{3}x + y + c = 0$

যা (1,2) বিন্দু দিয়ে যায় বিধায় $C = -(\sqrt{3} + 2)$ ∴লম্বের সমীকরণ, $\sqrt{3}x + y - (2 + \sqrt{3}) = 0$

∴মূলবিন্দু হতে লম্বদূরত্ব, $p = \frac{|\sqrt{3}.0+0-(2+\sqrt{3})|}{\sqrt{3+1}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$

02. $4x + 3y = c$ এবং $12x - 5y = 2(c + 3)$ রেখাদ্বয় মূলবিন্দু হতে সমদূরবর্তী। c এর মান হবে- **[BUET'13-14]**

(a) 14 (b) 12 (c) 8 (d) 10

সমাধান: (d) ; $\frac{c}{5} = \pm\frac{2(c+3)}{13}$ Solving $\Rightarrow c = 10, -\frac{30}{23}$

03. একটি সরলরেখার সমীকরণ বের কর যা (3, 6) বিন্দু দিয়ে গমন করে এবং মূল বিন্দু থেকে যার দূরত্ব 6 একক। **[CUET'13-14]**

(a) $4x + 3y - 30 = 0$ (b) $4x - 3y - 30 = 0$ (c) $3x + 4y - 30 = 0$ (d) None of these

সমাধান: (a); সমীকরণ: $y - 6 = m(x - 3)$

$\therefore \frac{6-3m}{\sqrt{m^2+1}} = \pm 6 \therefore 3m^2 + 4m = 0; m = 0, -\frac{4}{3}$

$\therefore (m = 0)$ হলে, $y - 6 = 0, m = -\frac{4}{3}$ হলে, $4x + 3y - 30 = 0$

04. (1,2) বিন্দু হইতে $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ রেখার উপর লম্ব অঙ্কিত করা হইল। মুলবিন্দু হইতে এই লম্বের দূরত্ব কত?

(a) $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$ (d) $\frac{1+\sqrt{3}}{5}$ (e) $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$

সমাধান: (b); $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ; $\sqrt{3}x + y + k = 0$; যা (1, 2) বিন্দুগামী

$\therefore \sqrt{3} + 2 + k = 0 \therefore$ সমীকরণ $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} - 2 = 0$ ..... (i) **[KUET'05-06, 10-11]**

এখন, (0,0) হতে (i) এর লম্ব দূরত্ব $\frac{|-\sqrt{3}-2|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$

05. y – অক্ষের উপরিস্থিত যে বিন্দুগুলো হতে $3y = 4x - 10$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্ব 4 একক হয়, তবে তাদের স্থানাংক কত?

(a) (0,10) and $(0, -\frac{10}{3})$ (b)(0,10) and $(0, \frac{10}{3})$

(c) $(0, -10)$ and $(0, \frac{10}{3})$ (d) None of these

সমাধান: (c) মনেকরি, বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, b)$; প্রদত্ত রেখা, $4x - 3y - 10 = 0$ **[CUET'10-11]**

প্রশ্নমতে, $\left|\frac{4.0-3b-10}{\sqrt{16+9}}\right| = 4 \Rightarrow -3b - 10 = \pm 20 \Rightarrow -3b = 30, -10 \therefore b = -10, \frac{10}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক $(0, -10); \left(0, \frac{10}{3}\right)$

06. মূল বিন্দু হতে $x\sec\theta - y\,\mathrm{cosec}\,\theta = k$ এবং $x\cos\theta - y\sin\theta = k\cos 2\theta$ রেখাদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে 2 cm এবং 3 cm। k এর মান নির্ণয় কর। **[BUET'19-20]**

সমাধান: $\frac{k}{\sqrt{\sec^2\theta+\mathrm{cosec}^2\theta}} = 2 \Rightarrow \frac{k^2}{\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{1}{\sin^2\theta}} = 4 \Rightarrow \frac{k^2\sin^2\theta\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta} = 4$

$\Rightarrow 4k^2\sin^2\theta\cos^2\theta = 16 \Rightarrow (k\sin 2\theta)^2 = 4^2 \ldots\ldots\ldots$ (i)

$\left|\frac{-k\cos 2\theta}{\sqrt{\cos^2\theta+\sin^2\theta}}\right| = 3 \Rightarrow (k\cos 2\theta)^2 = 3^2 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) + (ii) করে পাই, $k^2(\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta) = 25 \Rightarrow k = \pm 5$

07. $\frac{x}{\varphi} + \varphi y = 1, \varphi > 0$ রেখাটি মূল বিন্দু হতে $\frac{1}{\sqrt{3}}$ একক দূরত্বে থাকলে φ এর মান নির্ণয় কর। **[RUET'18-19]**

সমাধান: মূলবিন্দু (0, 0) হতে রেখাটির দূরত্ব, $P = \frac{\left|\frac{0}{\varphi}+0\times\varphi-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{\varphi^2}+\varphi^2}}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\varphi^2}+\varphi^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\varphi^2}{1+\varphi^4} = \frac{1}{3}$ [বর্গ করে] $\Rightarrow 3\varphi^2 = \varphi^4 + 1 \Rightarrow \varphi^4 - 3\varphi^2 + 1 = 0 \quad \therefore \varphi^2 = \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

যেহেতু, $\varphi > 0 \therefore \varphi = \sqrt{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}}$ বা, $\varphi = 0.618$ (প্রায়) ও 1.618 (প্রায়) (Ans.)

08. $(-2,1)$ বিন্দু হতে $3x + 4y = 8$ রেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। **[BUTEX'10-11]**

সমাধান: $(-2,1)$ বিন্দু হতে $3x + 4y = 8$ রেখার লম্ব দূরত্ব $= \frac{|3\times(-2)+4\times1-8|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|-6+4-8|}{5} = \frac{|-10|}{5} = 2$ একক।

09. (7, 17) বিন্দুগামী এবং (1, 9) বিন্দু হতে 6 একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। **[RUET'06-07]**

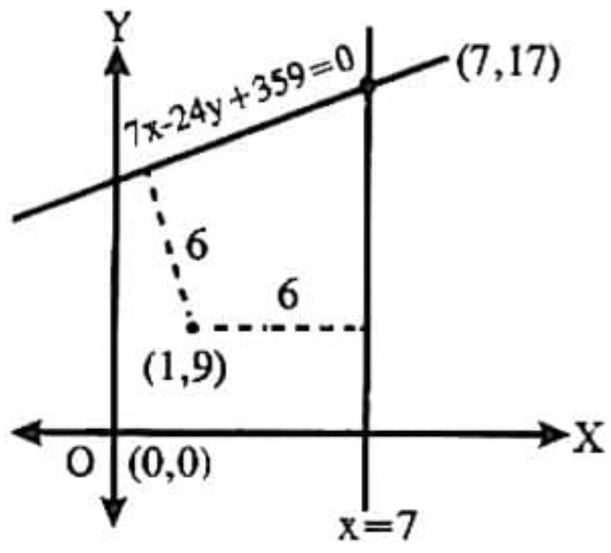
সমাধান: (7, 17) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণঃ $(y - 17) = m(x - 7) \Rightarrow mx - y - (7m - 17) = 0$

প্রশ্নমতে, $\frac{m.1-9-(7m-17)}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = \pm 6 \Rightarrow (m - 9 - 7m + 17)^2 = 36(m^2 + 1)$

$\Rightarrow (-6m + 8)^2 = 36(m^2 + 1) \Rightarrow (3m - 4)^2 = 9(m^2 + 1)$

$\Rightarrow 9m^2 - 24m + 16 = 9m^2 + 9 \Rightarrow 24m = 7 \therefore m = \frac{7}{24}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণঃ $(y - 17) = \frac{7}{24}(x - 7) \Rightarrow 7x - 24y + 359 = 0$

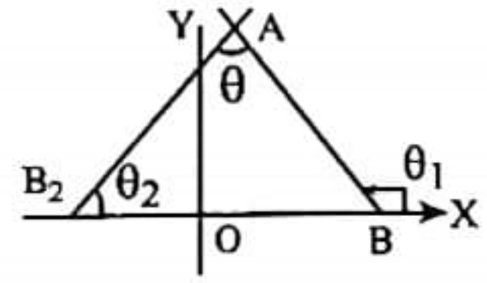


এখানে, (7, 17) বিন্দুগামী এবং (1, 9) হতে 6 একক দূরবর্তী দুইটি সরলরেখা হবার কথা। কিন্তু সমাধান করার পর দেখা গিয়েছে m এর একটি মান এসেছে। এই ফলাফলের অর্থ হলো একটি m এর মান নির্ণয়যোগ্য হলেও অপর m এর মান mathematically নির্ণয়যোগ্য নয় বা অপর রেখার m অসংজ্ঞায়িত বা অপর সরলরেখা y অক্ষের সমান্তরাল এবং (7, 17) বিন্দুগামী।

$\therefore$ অপর সরলরেখার সমীকরণ $x = 7$ **(Ans.)**

Question Type-17: দুটি রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:** $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয় যথাক্রমে, $m_1 = -\frac{a_1}{b_1}$ এবং $m_2 = -\frac{a_2}{b_2}$ এবং রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,



$\tan\theta = \pm\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2} = \pm\frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1a_2 + b_1b_2} = \pm p$ ধরি, $p > 0$

(+) চিহ্ন নিলে $[\tan\theta = +p]$ পাওয়া যাবে সূক্ষ্মকোণ এবং (−) চিহ্ন নিলে $[\tan\theta = -p]$ পাওয়া যাবে স্থূলকোণ।

MCQ

01. মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং $3y = 2x$ রেখার সাথে $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ কোণ উৎপন্ন করে এরূপ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

(a) $y = \frac{2}{3}x, y = \frac{1}{8}x$ (b) $y = \frac{1}{3}x, y = \frac{2}{5}x$ (c) $y = \frac{3}{2}x, y = \frac{7}{4}x$

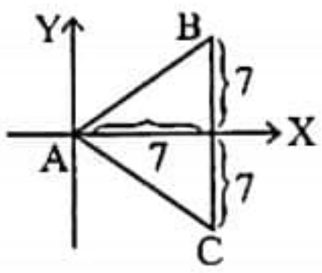
(d) $y = \frac{7}{4}x, y = \frac{1}{8}x$ (e) $y = \frac{1}{3}x, y = \frac{3}{5}x$ **[KUET'18-19]**

সমাধানঃ (d); $\frac{1}{2} = \pm\frac{\frac{2}{3} - m}{1 + \frac{2m}{3}}$; (+ve) নিয়ে পাই, $\Rightarrow m = \frac{1}{8}$; (−ve) নিয়ে পাই, $\Rightarrow m = \frac{7}{4} \therefore y = \frac{1}{8}x$ ও $y = \frac{7}{4}x$.

02. $x + y = 0, x - y = 0, x = 7$ রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের কোণ তিনটি হবে? **[BUTEX'16-17]**

(a) $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ (b) $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ (c) $45^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ (d) None

সমাধান: **(d);** কোণগুলো হচ্ছে $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$



03. $y - \sqrt{3}x + 1 = 0$ এর $\sqrt{3}y - x + 3 = 0$ রেখা দুইটির মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ- **[BUTEX'13-14]**

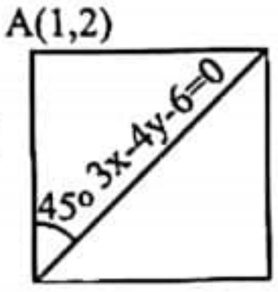
(a) 45° (b) 30° (c) 60° (d) 80°

সমাধান: (b); $\varphi = \tan^{-1}\left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1+1}\right| = 30^\circ$

Written

04. A(1,2) শীর্ষবিশিষ্ট বর্গের একটি কর্ণ $3x - 4y - 6 = 0$ হলে, A বিন্দুগামী বাহুদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর। **[BUET'18-19]**

সমাধান:



A(1,2) বিন্দু দ্বারা $3x - 4y - 6 = 0$ রেখা সিদ্ধ নয়।

রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{3}{4}$; $\tan 45^\circ = \pm\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2} \Rightarrow 1 = \pm\frac{\frac{3}{4} - m_2}{1 + \frac{3m_2}{4}} \therefore m_2 = 7, -\frac{1}{7}$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখা, $(y - 2) = 7(x - 1)$ এবং $(y - 2) = -\frac{1}{7}(x - 1)$

05. দুটি সরলরেখা $(-1, 2)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা $3x - y + 7 = 0$ রেখার সাথে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তাদের সমীকরণ হতে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে অবস্থান করে। **[BUET'16-17]**

সমাধান: ধরি, সরলরেখাদ্বয় $y - 2 = m(x + 1)$; $3x - y + 7 = 0$ এর ঢাল $= 3$

$\tan 45° = \pm\frac{m-3}{1+3m} \Rightarrow 1 = \pm\frac{m-3}{1+3m} \Rightarrow 1 + 3m = \pm(m - 3)$

'+' নিয়ে $\Rightarrow m - 3 = 1 + 3m \therefore m = -2$; '−' নিয়ে $\Rightarrow -m + 3 = 1 + 3m \therefore m = \frac{1}{2}$

$m = -2$ হলে, রেখাটি $y - 2 = -2(x + 1) \therefore 2x + y = 0$

$m = \frac{1}{2}$ হলে, রেখাটি $y - 2 = \frac{1}{2}(x + 1) \therefore x - 2y + 5 = 0$

যেহেতু, রেখাদ্বয়ের ঢাল -2 ও $\frac{1}{2}$ এবং $-2.\frac{1}{2} = -1 \therefore$ রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।

06. দুইটি রেখা $x\sin\alpha - y\cos\alpha + c = 0$ এবং $x\cos\alpha - y\sin\alpha + c = 0$ এর অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। রেখাদুটি x-অক্ষের সাথে যে দুইটি কোণ তৈরি করে, সেইগুলো নির্ণয় কর। **[RUET'12-13]**

সমাধান: $m_1 = -\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \tan\alpha$; $m_2 = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cot\alpha$

$\tan\alpha = \pm\frac{\tan\alpha - \cot\alpha}{1+\tan\alpha\cdot\cot\alpha} = \pm\frac{\tan^2\alpha - 1}{2\tan\alpha} = \pm\frac{1}{\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}} = \pm\cot 2\alpha$

1st রেখার ঢাল $\tan\alpha$, $\therefore$ x অক্ষের সাথে সৃষ্ট কোণ α

2nd রেখার ঢাল $\cot\alpha = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ $\therefore$ x অক্ষের সাথে সৃষ্ট কোণ $\frac{\pi}{2} - \alpha$

বিকল্প: $m_1 = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$; $m_2 = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cot\alpha$; ধরি, অন্তর্গত কোণ φ

এখন, $\tan\varphi = \pm\frac{m_1 - m_2}{1+m_2m_1} = \pm\frac{\tan\alpha - \cot\alpha}{1+1} = \pm\frac{1}{\frac{2\tan\alpha}{-(1-\tan^2\alpha)}} = \pm\frac{1}{\tan 2\alpha} = \pm\cot 2\alpha \therefore \tan\varphi = \pm\cot 2\alpha$

$'+'$ নিয়ে, $\tan\varphi = \cot 2\alpha \Rightarrow \tan\varphi = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \therefore \varphi = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$

$'-'$ নিয়ে, $\tan\varphi = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) \therefore \varphi = \frac{\pi}{2} + 2\alpha$; $m_1 = \tan\alpha \therefore$ ১ম রেখা x-অক্ষের সাথে α কোণ তৈরি করে।

$m_2 = \cot\alpha = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \therefore$ ২য় রেখা x-অক্ষের সাথে $\frac{\pi}{2} - \alpha$ কোণ তৈরি করে।

07. দুইটি সরলরেখা (3, 4) বিন্দু দিয়ে যায় এবং $x - y + 4 = 0$ রেখার সাথে $60°$ কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর। **[RUET'05-06]**

সমাধান: (3, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $y - 4 = m(x - 3)$; $x - y + 4 = 0$ রেখার ঢাল $= 1$

$\therefore \tan 60° = \pm\frac{1-m}{1+m} \Rightarrow \sqrt{3} = \pm\frac{1-m}{1+m}$

'(+)' নিয়ে $\sqrt{3} + \sqrt{3}m = 1 - m \Rightarrow m = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \Rightarrow m = \sqrt{3} - 2$

$\therefore y - 4 = (\sqrt{3} - 2)(x - 3) \Rightarrow (2 - \sqrt{3})x + y = 10 - 3\sqrt{3}$ [Ans]

'(−)' নিয়ে $\sqrt{3} + \sqrt{3}m = -1 + m \Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}$

$\therefore y - 4 = (-\sqrt{2} - \sqrt{3})(x - 3) \Rightarrow (2 + \sqrt{3})x + y = 10 + 3\sqrt{3}$

08. $2x + 3y - 1 = 0$ এবং $x - 2y + 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত সূক্ষকোণ নির্ণয় কর। **[KUET'04-05]**

সমাধান: $\tan\theta = \pm\left(\frac{m_1 - m_2}{1+m_2m_1}\right) = \pm\left(\frac{-\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{1+\left(\frac{-2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}\right) = \pm\left(\frac{\frac{-4-3}{6}}{\frac{2}{3}}\right)\left[m_1 = -\frac{2}{3}\ ; m_2 = \frac{1}{2}\right]$

$= \pm\left(\frac{-7}{6} \times \frac{3}{2}\right) = \pm\left(\frac{-7}{4}\right)$ $\tan\theta = \frac{7}{4}$

[সূক্ষ্মকোণের জন্য] $\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{7}{4} = 60.255°$

Question Type-18: প্রতিবিম্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:** প্রতিবিম্ব নির্ণয় সংক্রান্ত: যার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব নির্ণয় করতে হবে তাকে দর্পণ ধরে নিতে হবে।

➢ $P(\alpha, \beta)$ বিন্দুর x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব হবে $P'(\alpha, -\beta)$

➢ $P(\alpha, \beta)$ বিন্দুর y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব হবে $P'(-\alpha, \beta)$

➢ $f(x,y) = ax + by + c = 0$ এর সাপেক্ষে $g(x,y) = a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এর প্রতিবিম্ব হবে,
$(a^2 + b^2)g(x,y) - 2(aa_1 + bb_1)f(x,y) = 0$

➢ $y = x$ রেখার সাপেক্ষে $P(\alpha, \beta)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব হবে $P'(\beta, \alpha)$

➢ $ax + by + c = 0$ রেখার সাপেক্ষে (α, β) এর প্রতিবিম্ব (x,y) হলে, $x = \alpha - \frac{2a(a\alpha+b\beta+c)}{a^2+b^2}$; $y = \beta - \frac{2b(a\alpha+b\beta+c)}{a^2+b^2}$

➢ একটি রেখার লম্ব রেখার সাপেক্ষে ঐ রেখাটির প্রতিবিম্ব রেখাটি নিজেই।

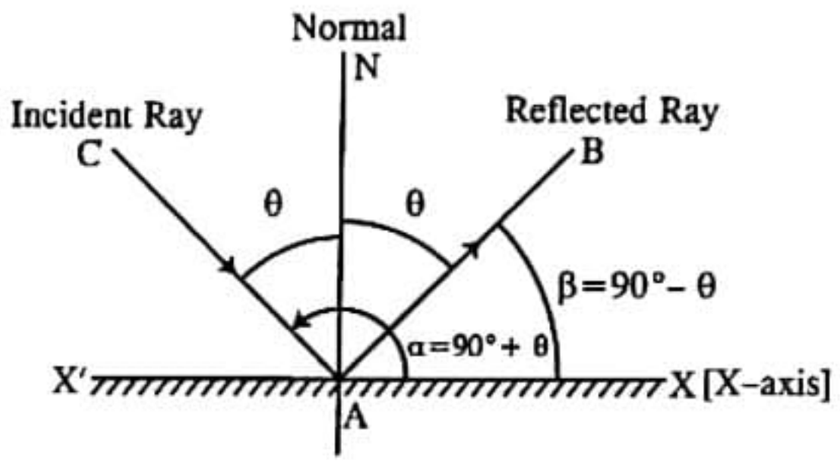
♦ **Note:** আপতন রশ্মির ঢাল, $m = \tan\alpha = \tan(90° + \theta)$

$\therefore m = -\cot\theta$ এখন প্রতিফলিত রশ্মির ঢাল,

$m_1 = \tan\beta = \tan(90° - \theta) \Rightarrow m_1 = \cot\theta = -(-\cot\theta)$

$\therefore \boxed{m_1 = -m}$

অতএব, যদি একটি 'm' ঢালের আলোক রশ্মি x- অক্ষের উপর একটি রেখা বরাবর আপতিত হয়ে প্রতিফলিত হয় তাহলে প্রতিফলিত রশ্মির ঢাল হলো '$-m$'।



MCQ

01. If a thin light-ray falls upon the X-axis along the line $5x + 5y = 3$ and gets fully reflected, what will be equation of the line of the reflected ray? **[IUT'21-22]**

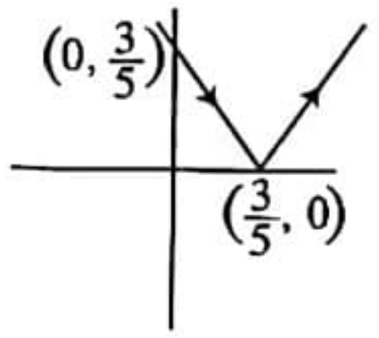
(a) $3x - 3y = 7$ (b) $5x - 5y = 7$ (c) $3x - 3y = 5$ (d) $5x - 5y = 3$

Solution: (d); The equation of the straight line: $5x + 5y = 3$

$\Rightarrow \frac{x}{\frac{3}{5}} + \frac{y}{\frac{3}{5}} = 1$ and $m = -\frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}} = -1$

$\therefore$ Equation of the reflected straight line along x-axis: $y - 0 = -m\left(x - \frac{3}{5}\right)$

$\Rightarrow y = 1\left(x - \frac{3}{5}\right) \Rightarrow y = x - \frac{3}{5} \Rightarrow 5y = 5x - 3 \Rightarrow 5x - 5y = 3$



02. The combined equation of straight lines that can be obtained by reflecting the lines $y = |x - 2|$ in the y-axis is- **[IUT'20-21]**

(a) $y^2 + x^2 + 4x + 4 = 0$ (b) $y^2 + x^2 - 4x + 4 = 0$

(c) $y^2 - x^2 + 4x - 4 = 0$ (d) $y^2 - x^2 - 4x - 4 = 0$

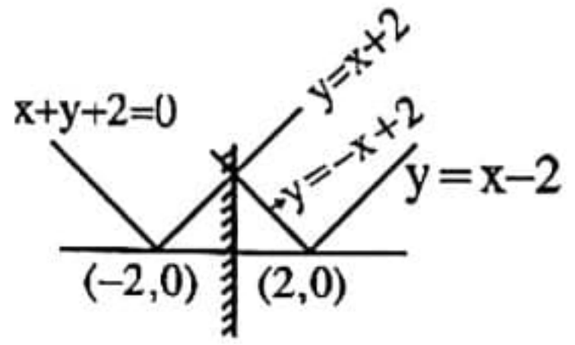
Solution: (d); Equation of the straight line, $y = |x - 2| \therefore y = \pm(x - 2)$

Equation of the reflected straight lines with respect to y axis, $y = \pm(-x - 2)$

$\therefore x + y + 2 = 0$ and $x - y + 2 = 0$

$\therefore$ Combined equation: $(x + 2 + y)(x + 2 - y) = 0$

$\Rightarrow (x + 2)^2 - y^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - y^2 = 0 \therefore y^2 - x^2 - 4x - 4 = 0$



03. A ray of light coming from the point (1,2) is reflected at a point A on the x- axis and then passes through the point (5,3). Find the coordinates of the point A. **[IUT'16-17]**

(a) $(13, 0)$ (b) $(\frac{13}{5}, 0)$ (c) $\left(\frac{11}{5}, 0\right)$ (d) $\left(\frac{9}{5}, 0\right)$

Solution: (b); Co-ordinate $(x, 0) \therefore \frac{2-0}{1-x} = -\frac{3-0}{5-x}$; $x = \frac{13}{5}$

04. Assume that the point A(5,6) is a reflection of the point B(−1,8) in a line, when a mirror is placed along the line. The equation of the line is- **[IUT'14-15]**

(a) $3x - y - 23 = 0$ (b) $x + 3y - 23 = 0$ (c) $3x - y + 1 = 0$ (d) $x + 3y - 1 = 0$

Solution: (c); Straight line passing through A(5,6) & B(–1,8) is,

$\frac{x-5}{5+1} = \frac{y-6}{6-8} \Rightarrow 2x + 6y - 46 = 0 \Rightarrow x + 3y - 23 = 0$

Perpendicular to this line, the equation of any straight line would be: $3x - y + k = 0$

For the mirror, the line passes through $\left(\frac{5-1}{2}, \frac{6+8}{2}\right)$ or (2, 7)

$\therefore 6 - 7 + k = 0 \Rightarrow k = 1 \ \therefore 3x - y + 1 = 0$

05. Which of the following point is the reflection (image) of the point $(3, -3)$ in the line $2y = x + 1$?

(a) $(1, -1)$ (b) $(5, -5)$ (c) $(1, -5)$ (d) $(-1,5)$ **[IUT'13-14, 14-15]**

Solution: (d); The perpendicular-bisector of $x - 2y + 1 = 0$

Passing through the point $(3, -3)$ is $2x + y = 6 - 3 = 3 \Rightarrow 2x + y - 3 = 0$.

Solving the equation, $(x, y) = (1,1)$

$\therefore$ The mid-point of the line segment connecting the point & its image is (1, 1)

$\therefore$ The image is $(2 \times 1 - 3, 2 \times 1 + 3) = (-1, 5)$

Written

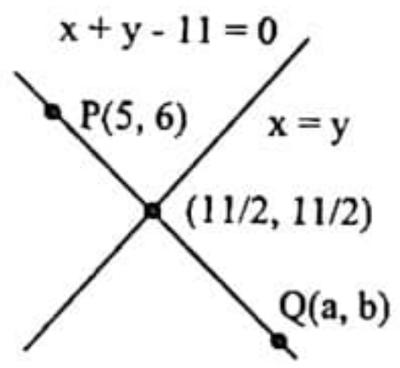
06. $y = x$ সরলরেখা ভিত্তিক P (5,6) বিন্দুর প্রতিবিম্বের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। **[BUET'01-02]**

সমাধান: $y = x$ - এর উপর লম্ব সরলরেখা $x + y = k$, যা P(5,6) বিন্দুগামী হলে, $k = 11$

$x + y - 11 = 0$ ও $y = x$ এর ছেদবিন্দুতে $2y - 11 = 0 \Rightarrow y = \frac{11}{2}, x = y = \frac{11}{2}$

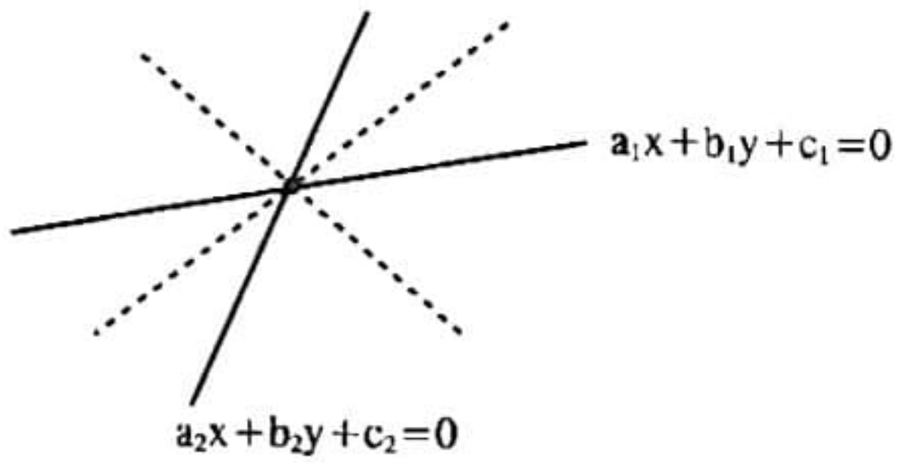
$\therefore$ ছেদ বিন্দু$\left(\frac{11}{2}, \frac{11}{2}\right)$, প্রতিবিম্ব Q(a, b) হলে,

PQ এর মধ্যবিন্দু $\left(\frac{5+a}{2}, \frac{6+b}{2}\right) = \left(\frac{11}{2}, \frac{11}{2}\right) \Rightarrow a = 6, b = 5$, প্রতিবিম্ব (6,5)



Question Type-19: কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ এবং কোণের সাপেক্ষে বিভিন্ন বিন্দুর অবস্থান সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**



$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ,

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

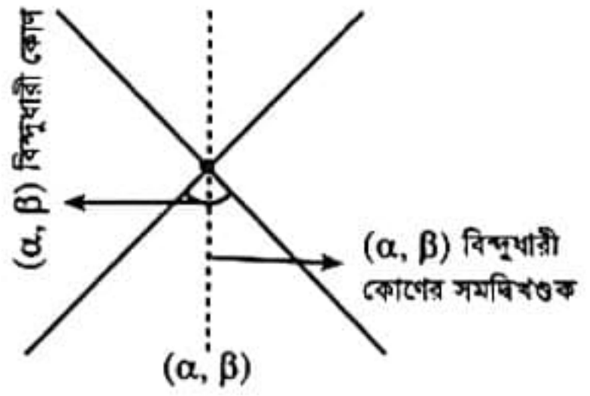
♦ সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্ণয়:

- ➢ $a_1a_2 + b_1\,b_2 > 0$ [(+)ve] হলে, (i) এর (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ
  [এক্ষেত্রে (i) এর (−)চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ]
- ➢ $a_1\,a_2 + b_1b_2 < 0$ [(−)ve] হলে, (i) এর (−) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ
  এক্ষেত্রে (i) এর (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ

♦ (α, β) বিন্দুধারা কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয়:

ধরি, $f(x,y) = a_1x + b_1y + c_1$; $g(x,y) = a_2x + b_2y + c_2$

তাহলে, $f(\alpha,\beta) = a_1\alpha + b_1\beta + c_1$; $g(\alpha,\beta) = a_2\alpha + b_2\beta + c_2$



- ➢ $f(\alpha,\beta) \times g(\alpha,\beta) > 0$ [+ve] হলে (i) এর (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণই হবে (α,β) বিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক।
- ➢ $f(\alpha,\beta) \times g(\alpha,\beta) < 0$ [−ve] হলে (i) এর (−) চিহ্নবিশিষ্ট সমীকরণই হবে (α,β) বিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক।
- ➢ $f(\alpha,\beta) \times g(\alpha,\beta) \times (a_1a_2 + b_1b_2) > 0$ [+ve] হলে (α,β) বিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত স্থূলকোণে অবস্থিত।
- ➢ $f(\alpha,\beta) \times g(\alpha,\beta) \times (a_1a_2 + b_1b_2) < 0$ [−ve] হলে (α,β) বিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত।

♦ মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ: [চিত্র: পূর্বের চিত্রে (α,β) এর স্থানে মূলবিন্দু (0,0) বসাও]

- ➢ c_1 ও c_2 একই চিহ্ন বিশিষ্ট বা $c_1c_2 > 0$ [+ve] হলে, (i) নং সমীকরণের (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ নিলে মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক পাওয়া যায়।
- ➢ c_1 ও c_2 বিপরীতচিহ্ন বিশিষ্ট বা $c_1c_2 < 0$ [−ve] হলে, (i) নং সমীকরণের (−) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ নিলে মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক পাওয়া যায়।
- ➢ $c_1 \times c_2 \times (a_1a_2 + b_1b_2) > 0$ [+ve] হলে মূলবিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত স্থূলকোণে অবস্থিত।
- ➢ $c_1 \times c_2 \times (a_1a_2 + b_1b_2) < 0$ [−ve] হলে মূলবিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত।

MCQ

01. $y = 3x + 1$ এবং $3y - x = 4$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণগুলির সমদ্বিখণ্ডক y-অক্ষকে P এবং Q বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এর দূরত্ব নির্ণয় কর। **[CKRUET'21-22]**

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $-\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$ (e) $\frac{1}{3}$

সমাধান: (a); $y = 3x + 1 \Rightarrow 3x - y + 1 = 0$ ... (i) এবং $3y - x = 4 \Rightarrow x - 3y + 4 = 0$ ... (ii)

$\therefore \frac{3x - y + 1}{\sqrt{9+1}} = \pm\frac{x - 3y + 4}{\sqrt{1+9}} \Rightarrow 3x - y + 1 = \pm(x - 3y + 4)$

এখন, (+) নিয়ে $\Rightarrow 3x - y + 1 = x - 3y + 4 \Rightarrow 2x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow \frac{x}{\frac{3}{2}} + \frac{y}{\frac{3}{2}} = 1 \therefore P\left(0, \frac{3}{2}\right)$

আবার, (−) নিয়ে $\Rightarrow 3x - y + 1 = -x + 3y - 4 \Rightarrow 4x - 4y = -5$

$\Rightarrow \frac{x}{-\frac{5}{4}} + \frac{y}{\frac{5}{4}} = 1 \therefore Q\left(0, \frac{5}{4}\right) \therefore PQ = \left|\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right| = \frac{1}{4}$ unit

02. $4y - 3x = 3$ এবং $3y - 4x = 5$ রেখা দুইটির অন্তর্গত স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ কোনটি?

[CUET'09-10, BUTEX'16-17]

(a) $x - y + 2 = 0$ (b) $-x + y + 2 = 0$ (c) $x + y + 2 = 0$ (d) $x + y - 2 = 0$

সমাধান: (c); $4x - 3y + 5 = \pm 3x - 4y + 3$

$a_1a_2 + b_1b_2 > 0$

$\therefore$ (+) চিহ্ন নিয়ে পাই স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore 4x - 3y + 5 - 3x + 4y - 3 = 0 \Rightarrow x + y + 2 = 0$

03. $2x-3y+4=0$ এবং $2y-3x-1=0$ সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণগুলির সমদ্বিখন্ডক সমূহ যথাক্রমে x-অক্ষকে P,R এবং y-অক্ষকে Q, S বিন্দুতে ছেদ করে। একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা সমদ্বিখন্ডক সমূহের ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং PS রেখার সমান্তরাল। **[BUET'14-15]**

সমাধান: $\frac{2x-3y+4}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\pm\frac{-3x+2y-1}{\sqrt{(-3)^2+2^2}} \Rightarrow 2x-3y+4=-3x+2y-1$ [+ চিহ্ন নিয়ে]

$\Rightarrow 5x+5=5y \Rightarrow \boxed{y=x+1} \Rightarrow x-y=-1$ .....(i)

আবার, $2x-3y+4=3x-2y+1$ [– চিহ্ন নিয়ে] $\Rightarrow \boxed{x+y=3}$ .....(ii)

$\therefore P\equiv(-1,0), R\equiv(3,0); Q\equiv(0,1), S\equiv(0,3)$

(i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $\equiv(1,2)$

PS এর ঢাল: $\frac{3-0}{0+1}=3$

$\therefore$ PS এর সমান্তরাল ও (1, 2) বিন্দুগামী রেখা: $y-2=3(x-1) \therefore 3x-y=1$ (Ans.)

04. $3x+4y=11$ এবং $12x-5y=2$ রেখাদ্বয়ের অন্তবর্তী সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[KUET'06-07, 13-14, BUET'06-07, CUET'07-08, 13-14]

সমাধান: নির্ণেয় সমদ্বিখন্ডক, $\frac{3x+4y-11}{\sqrt{3^2+4^2}}=\pm\frac{12x-5y-2}{\sqrt{12^2+5^2}}$ যেহেতু, $a_1a_2+b_1b_2>0$

$\therefore$ (−ve) নিয়ে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক পাওয়া যাবে।

$\therefore \frac{3x+4y-11}{5}=-\frac{12x-5y-2}{13} \Rightarrow 39x+52y-143=-60x+25y+10$

$\Rightarrow 99x+27y-153=0 \Rightarrow 11x+3y-17=0$ [Ans.]

05. $y=2x+1$ ও $2y-x=4$ রেখা দুইটির অন্তর্ভূক্ত কোণ দুইটির সমদ্বিখন্ডকদ্বয় y অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। P ও Q - এর দূরত্ব কত? **[BUTEX'03-04, CUET'08-09]**

সমাধান: $\frac{2x-y+1}{\sqrt{2^2+1^1}}=\pm\frac{x-2y+4}{\sqrt{1^2+2^2}} \therefore x+y-3=0$ এবং $3x-3y+5=0; x=0;$ হলে, $y=3, y=\frac{5}{3}$

$\therefore P(0.3); Q\left(0,\frac{5}{3}\right) \therefore PQ=\sqrt{0^2+\left(3-\frac{5}{3}\right)^2}=\frac{4}{3}$. **(Ans)**

06. ABCD বর্গের A ও B এর স্থানাংক যথাক্রমে (0, 0) ও (5, 8) D এর স্থানাংক নির্ণয় কর। **[RUET'06-07]**

সমাধান: AB রেখার সমীকরণ, $8x-5y=0$ ... ... (i)

$\therefore$ BC রেখার সমীকরণ, $5x+8y-89=0$ ... ... (ii)

$\therefore$ AD রেখার সমীকরণ, $5x+8y=0$ ... ... (iii)

$\therefore$ AC কর্ণের সমীকরণ, $(8x-5y)=\pm(5x+8y)$

(+) নিয়ে, $3x-13y=0$ ... ... (iv); (−) নিয়ে, $13x+3y=0$ ... ... (v)

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাংক, $(13,3)$ অথবা, $(-3,13)$ [(ii) এর সাথে, (iv) ও (v) সমাধান করে]

$\therefore$ CD রেখার সমীকরণ, $8x-5y-89=0$ ... ... (vi); $8x-5y+89=0$ ... ... (vii)

$\therefore$ D বিন্দুর স্থানাংক $(8,-5)$ অথবা $(-8,5)$ [CD এবং AD রেখা সমাধান করে] **(Ans.)**