

Written

01. O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10 cm এবং AB চাপের দৈর্ঘ্য 14 cm। কোণ $\angle AOB$ এর মান বের কর এবং চাপ AB ও জ্যা AB আবক্ষ সূত্রতর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [BUET'17-18]



দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 10 \text{ cm}$, AB চাপের দৈর্ঘ্য $s = 14 \text{ cm}$

$$\text{আমরা জানি, } s = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{s}{r} = \frac{14}{10} = 1.4^{\circ} \text{ [রেডিয়ান] (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{সূত্রতর ক্ষেত্রফল} &= \text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} - \Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times r^2 \theta - \frac{1}{2} \times r^2 \sin \theta \\ &= \frac{1}{2} \times r^2 (\theta - \sin \theta) = \frac{1}{2} r^2 \{1.4 - \sin(1.4^{\circ})\} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \{1.4 - \sin(1.4^{\circ})\} \\ &= 50 \cdot \{1.4 - 0.985\} \end{aligned}$$

[Note: θ এর মান রেডিয়ানে আছে। তাই ক্যালকুলেটরে ডিসি Mode থাকলে $\sin\left(1.4 \times \frac{180}{3.14}\right)$ এর মান বের করতে হবে।]
 $= 50 \times 0.415 = 20.73 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$

02. যদি $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2}$ হয়, $\cos^n \alpha + \sec^n \alpha$ এর মান নির্ণয় কর। [BUET'17-18]

$$\text{সমাধান: } \text{দেওয়া আছে, } \cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\cos \alpha} = \frac{5}{2}$$

$$2\cos^2 \alpha + 2 = 5\cos \alpha$$

$$2\cos^2 \alpha - 5\cos \alpha + 2 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 \alpha - 4\cos \alpha - \cos \alpha + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos \alpha (\cos \alpha - 2) - 1(\cos \alpha - 2) = 0 \Rightarrow (\cos \alpha - 2)(2\cos \alpha - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \alpha - 2 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 2; \text{ যেটি অসম্ভব। অথবা } 2\cos \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{সূতরাং নির্ণেয় মান} = \cos^n \alpha + \sec^n \alpha \quad [\cos \alpha = \frac{1}{2} \text{ ধরে}]$$

$$= \cos^n \alpha + \frac{1}{\cos^n \alpha} = \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^n = 2^n + \frac{1}{2^n}$$

$$\text{সূতরাং নির্ণেয় মান} = 2^n + \frac{1}{2^n}$$

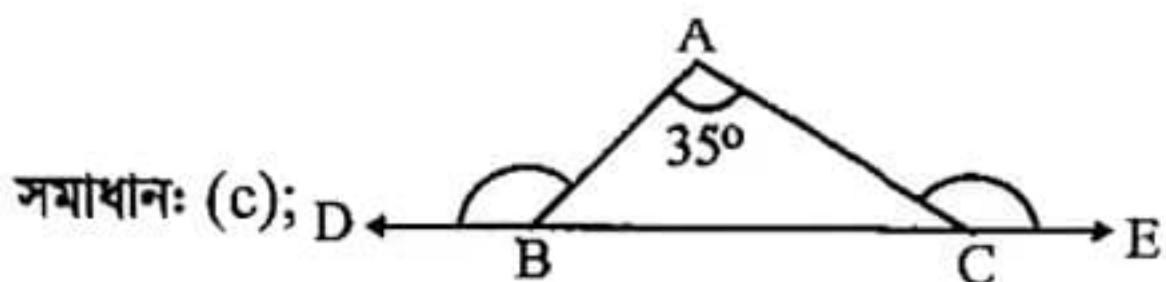
03. Prove that $4(\sin^3 25^{\circ} + \cos^3 5^{\circ}) = 3\sqrt{3} \sin 55^{\circ}$ [CUET'13-14]

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 4\sin^3 25 + 4\cos^3 5 &= 3\sin 25 - \sin 75 + \cos 15 + 3\cos 5 = 3\sin 25 - \sin 75 + \sin 75 + 3\sin 85 \\ &= 3(\sin 85 + \sin 25) = 3 \times 2\sin 55 \cos 30 = 3\sqrt{3} \sin 55 \quad [\text{Proved}] \end{aligned}$$

MCQ

01. ABC ত্রিভুজের $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 12 \text{ cm}$ এবং $\angle BAC = 35^{\circ}$, BC বাহুকে উভয়পার্শ্বে বর্ধিত করলে যে দুটি বহিঃক কোণ উৎপন্ন হয় তাদের যোগফল কত? [SUST'18-19]

- (a) 145° (b) 185° (c) 215° (d) 192° (e) 245°



সমাধান: (c); $\angle ABD = \angle A + \angle C$; $\angle ACE = \angle A + \angle B$

$$\therefore \angle ABD + \angle ACE = \angle A + \angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ + 35^\circ = 215^\circ$$

02. 2 cm দৈর্ঘ্যের একটি জ্যা কোণ বৃত্তের কেন্দ্রে $\frac{\pi}{4}$ কোণ উৎপন্ন করে। উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত cm^2 ? [SUST'17-18]

(a) 21.5

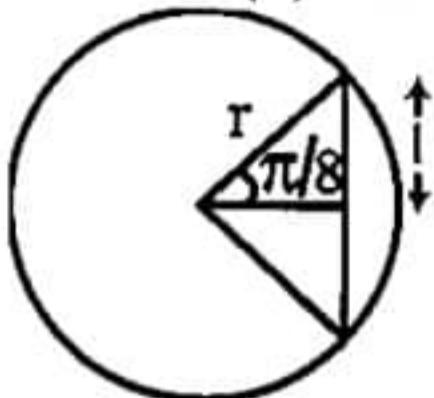
(b) 20.5

(c) 22.5

(d) 23.0

(e) 23.5

সমাধান: (a);



$$\sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 2.61 \text{ cm}; A = \pi r^2 = 21.5 \text{ cm}^2$$

03. যদি $0^\circ < \theta < 180^\circ$ হয়, তবে $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + \sqrt{2(1 + \cos\theta)}}}} = ?$ (n সংখক 2) [RUET'14-15]

(a) $2 \cos \frac{\theta}{2^{n-1}}$

(b) $2 \cos \frac{\theta}{2^n}$

(c) $2 \cos \frac{\theta}{2^{n+1}}$

(d) $2 \cos \frac{n\theta}{2}$

(e) $2 \cos \frac{\theta}{2^n}$

সমাধান: (b); When number of '2' is one then, $\sqrt{2(1 + \cos\theta)} = 2\cos\frac{\theta}{2}$

04. কোণ অভিজ্ঞের ভূমি সংলগ্ন কোণসমূহ 22.5° ও 112.5° ও অভিজ্ঞের উচ্চতা h হলে ভূমি কত? [RUET'14-15]

(a) h

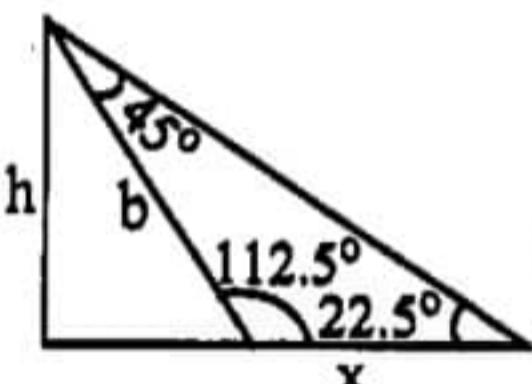
(b) 2h

(c) $\frac{h}{2}$

(d) $\frac{h}{\sqrt{2}}$

(e) None

সমাধান: (b);



ধরি, অভিজ্ঞের ভূমি x এবং মুলকোণ সংলগ্ন অপর বাহু b।

$$\text{এখন, } b \sin 112.5^\circ = h \Rightarrow b = \frac{h}{\sin 112.5^\circ}$$

$$\text{Sine rule প্রয়োগ করে, } \frac{x}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 22.5^\circ} = \frac{h}{\sin 112.5^\circ} \therefore x = 2h$$

05. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 24° কোণ উৎপন্ন করে। যদি বৃত্তের ব্যাস 49 মিটার হয় তবে বৃত্ত কলার ক্ষেত্রফল কত? [BUTex'16-17]

(a) 125.72 sq. meter (b) 124.72 sq. meter (c) 123.72 sq. meter (d) 122.72 sq. meter

সমাধান: (a); ক্ষেত্রফল = $\frac{24}{360} \times \pi \times \left(\frac{49}{2}\right)^2 \text{ m}^2 = 125.72 \text{ m}^2$

06. $\cos 2\theta = \frac{24}{25}$ হলে $\tan \theta$ এর মান কত? [BUET'13-14]

(a) ± 7

(b) $\pm \frac{5}{7}$

(c) $\pm \frac{1}{7}$

(d) $\pm \frac{7}{5}$

সমাধান: (c); $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{24}{25}$ Solving = $\tan \theta = \pm \frac{1}{7}$

07. মান নির্ণয় কর : $\sin 18^\circ + \cos 18^\circ$ [RUET'13-14]

(a) $\sin 36^\circ$

(b) $2 - \sin 47^\circ$

(c) $-\sqrt{2 \cos 27^\circ}$

(d) $\sqrt{2 \cos 27^\circ}$

(e) None

সমাধান: (e); Use Calculator. $\sin 18^\circ + \cos 18^\circ = \sqrt{2} \cos 27^\circ$.

08. $\cos 198^\circ + \sin 432^\circ + \tan 168^\circ + \tan 12^\circ$ এর মান কত? [BUTex'13-14]

(a) 0

(b) -1

(c) 1

(d) $\frac{1}{2}$

সমাধান: (a); using calculator