

অধ্যায়- ০২ : যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

Written

01. $\sqrt[4]{-169}$ এর মান নির্ণয় কর।

[BUTEX'18-19]

সমাধান: Let, $\sqrt[4]{-169} = x \Rightarrow x^4 = -169$

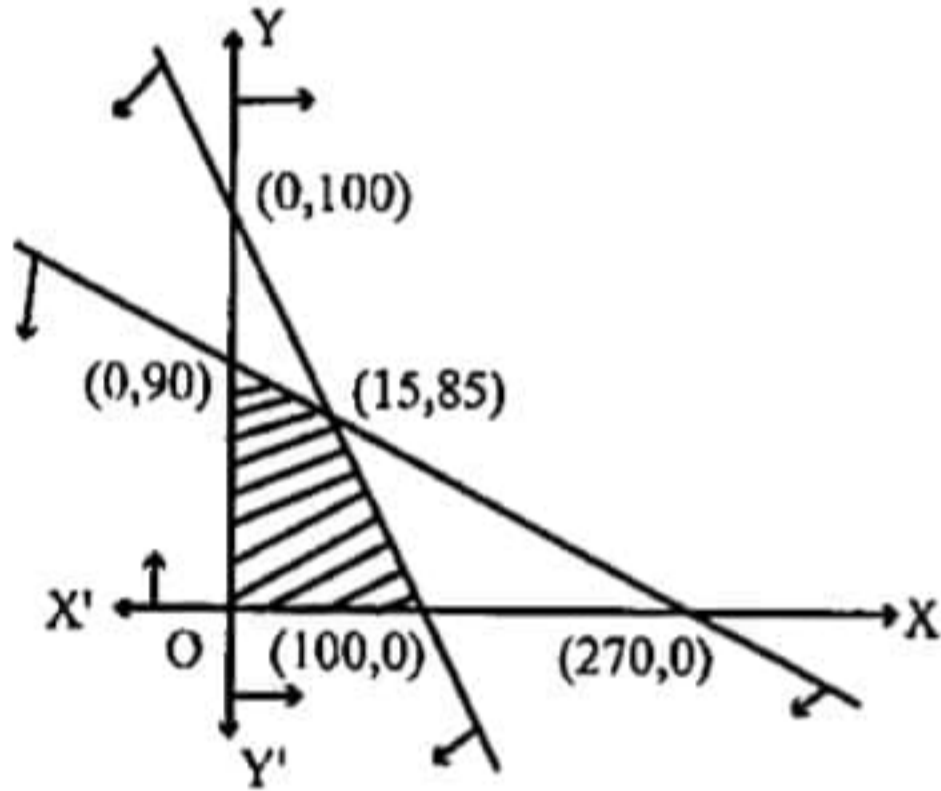
$$\Rightarrow x^4 = (13i)^2 \Rightarrow x^2 = \pm 13i \Rightarrow x^2 = \frac{13}{2}(\pm 2i) \Rightarrow x^2 = \frac{13}{2}(1 \pm 2i + i^2) \Rightarrow x^2 = \frac{13}{2}(1 \pm i^2)$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{13}{2}}(1 \pm i) \text{ (Ans.)}$$

02. একজন ব্যবসায়ী তার দোকানের জন্য রেডিও এবং টেলিভিশন মিলে 100 সেট কিনতে পারেন। রেডিও সেট এবং টেলিভিশন সেট প্রত্যেকটির ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 40 ও 120 ডলার। প্রতি রেডিও এবং টেলিভিশন সেটে লাভ যথাক্রমে 15 ও 30 ডলার। সর্বোচ্চ 10800 ডলার বিনিয়োগ করে তিনি সর্বোচ্চ কত লাভ করতে পারেন?

[CUET'07-08]

সমাধান:



ধরি, x টি রেডিও ও y টি T.V. কিনবে,

$$x + y \leq 100; 40x + 120y \leq 10800 \Rightarrow x + 3y \leq 270$$

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

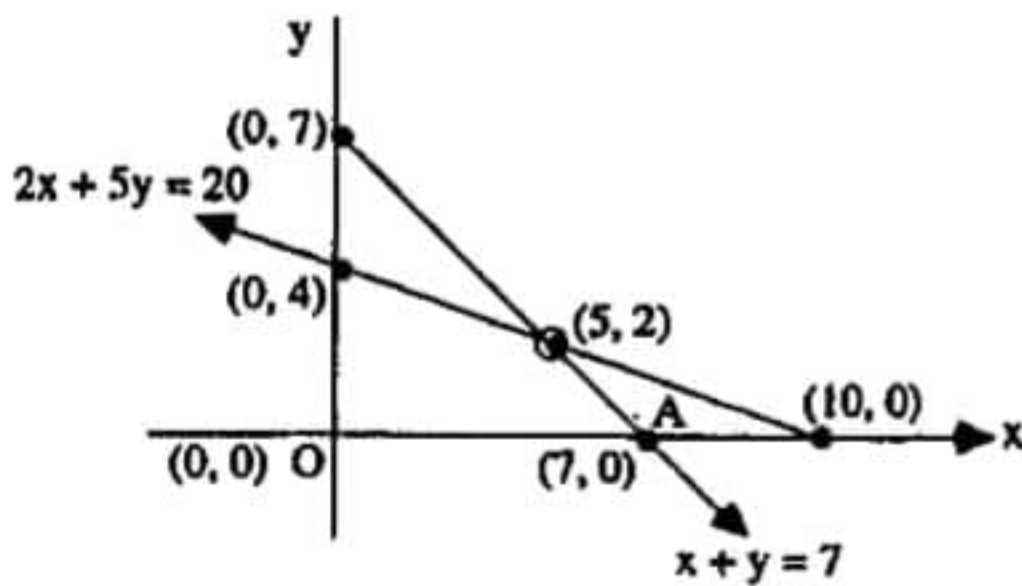
লাভ, $z = 15x + 30y$; কৌণিক বিন্দুগুলো, $(0, 0), (100, 0), (15, 85), (0, 90)$

$$\therefore \text{সর্বোচ্চ লাভ} = (15 \times 15) + (30 \times 85) = 2775 \text{ ডলার (Ans.)}$$

03. নিম্নলিখিত শর্তে $F = 3x + 4y$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর : $x + y \geq 7, 2x + 5y \geq 20, x \geq 0$ এবং $y \geq 0$ ।

সমাধান:

[CUET'04-05]



কৌণিক বিন্দুগুলো $(0,7); (5,2)$ এবং $(10,0)$

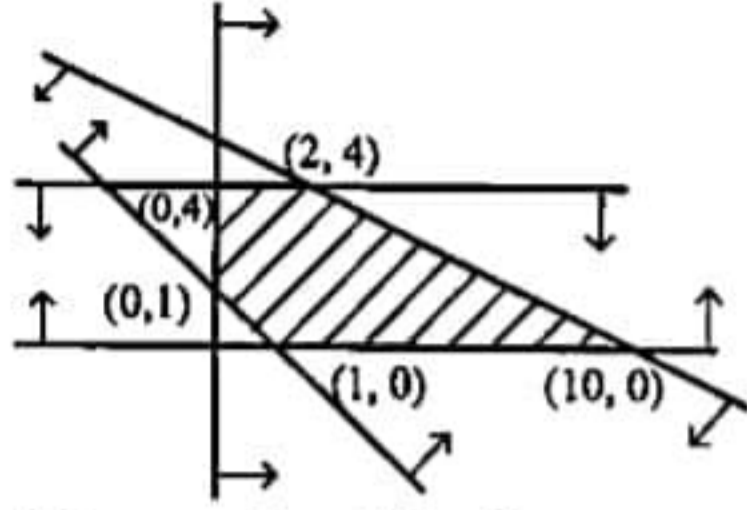
এখন, $(10,0)$ এর জন্য $F = 3 \times 10 + 4 \times 0 = 30$ যা সর্বোচ্চ।



MCQ

01. $x_1 + 2x_2 \leq 10$, $x_1 + x_2 \geq 4$, $x_2 \leq 4$, $x_1, x_2 > 0$ শর্ত সাপেক্ষে $z = x_1 + 2x_2$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [SUST'18-19]
 (a) 5 (b) 8 (c) 12 (d) 10 (e) 13

সমাধান: (d);



চিহ্নিত অংশের কৌণিক বিন্দুগুলোর মধ্যে (2, 4)ই একমাত্র গ্রহণযোগ্য বিন্দু কারণ $x_1, x_2 > 0$; $Z = x_1 + 2x_2$; $Z_{(2,4)} = 10$

02. একটি ছাপাখানায় 100 বই ছাপাতে 12,000 টাকা খরচ হয় এবং 150 বই ছাপাতে 16,000 টাকা খরচ হয়। বই ছাপানোর খরচ বইয়ের সংখ্যার সঙ্গে রৈখিকভাবে বৃদ্ধি পেলে 200 বই ছাপাতে কত টাকা খরচ হবে? [SUST'17-18]
 (a) 18,000 (b) 20,000 (c) 24,000 (d) 26,000 (e) 28,000

সমাধান: (b); সম্পর্কটি $y = mx + c$ যেখানে x বইয়ের সংখ্যা ও y খরচের পরিমাণ

$$\therefore 16000 = m \times 150 + c \text{ এবং } 12000 = m \times 100 + c$$

$$\text{সূত্রাং } m = 80; c = 4000$$

$$\text{বই সংখ্যা} = 200 \text{ হলে খরচ} = 200 \times 80 + 4000 = 20000 \text{ টাকা}$$

03. একজন ব্যবসায়ী 40 টাকা কেজি দরে পেয়ারা এবং 120 টাকা কেজি দরে আপেল কিনতে পারেন। উভয় প্রকার মিলে তিনি তার দোকানে মোট 120 কেজি ফল রাখতে পারেন। উক্ত ব্যবসায়ী পেয়ারা বিক্রি করে প্রতি কেজিতে 16 টাকা এবং আপেল বিক্রি করে প্রতি কেজিতে 32 টাকা লাভ করতে পারেন। যদি তিনি সর্বোচ্চ 12000 টাকা বিনিয়োগ করতে পারেন, তাহলে কোন প্রকারের ফল কত কেজি কিনলে তিনি সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবেন? [KUET'16-17]

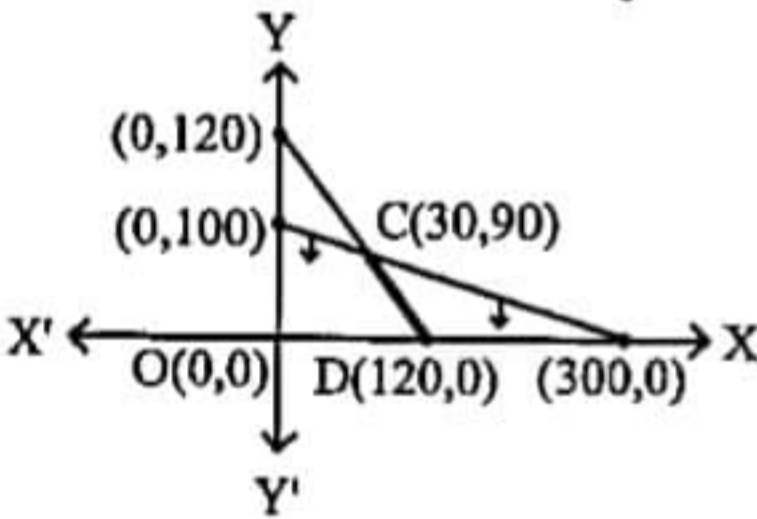
(a) 120 কেজি পেয়ারা

(b) 120 কেজি আপেল (c) 30 কেজি আপেল ও 90 কেজি পেয়ারা

(d) 90 কেজি আপেল ও 30 কেজি পেয়ারা

(e) 60 কেজি আপেল ও 60 কেজি পেয়ারা

সমাধান: (d); $x, y \geq 0$; $x + y = 120$ (i); $40x + 120y \leq 12000$ (ii); $z = 16x + 32y$



$C(30, 90)$ এর জন্য, $z = 16 \times 30 + 32 \times 90 = 3360$; $D(120, 0)$ এর জন্য, $z = 120 \times 16 = 1920$

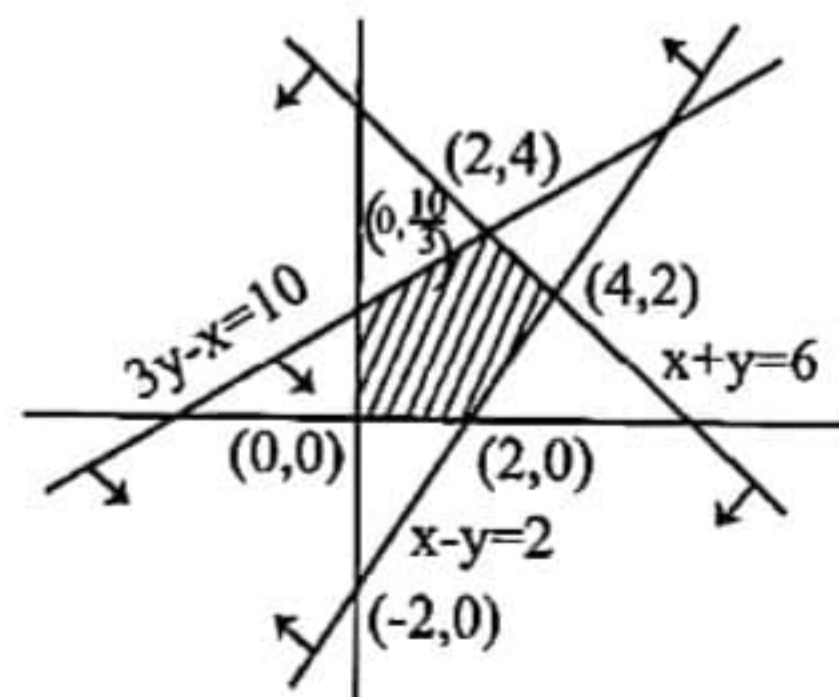
04. $x \geq 0, y \geq 0, 3y - x \leq 10, x + y \leq 6, x - y \leq 2$ শর্তানুসারে $z = 2y - x$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [BUTex'15-16]
 (a) -5 (b) -4 (c) -3 (d) -2

সমাধান: (No correct answer);

z এর সর্বোচ্চ মান $= \frac{20}{3}$

$$z = 2y - x$$

বিন্দু	$z = 2y - x$
(0,0)	0
$(0, \frac{10}{3})$	$\frac{20}{3}$
(2,4)	6
(4,2)	0
(2,0)	-2





05. A ও B প্রকার খেলনা তৈরীতে যথাক্রমে 5 ও 3 একক শ্রম এবং 3 ও 4 একক কাঁচামাল লাগে। A প্রকারের প্রতিটি থেকে 10 টাকা ও B প্রকারের প্রতিটি থেকে 12 টাকা লাভ করা সম্ভব হয় এবং কোম্পানিটি 165 একক শ্রম ও 132 একক কাঁচামাল যোগান দিতে পারে, তবে সর্বোচ্চ যে লাভ হবে তা হলো- [KUET'14-15]

(a) 330 taka (b) 360 taka (c) 420 taka (d) 448 taka (e) 650 taka

সমাধান: (c); ধরি, যথাক্রমে x ও y একক A ও B খেলনা তৈরি করতে হবে।

$$5x + 3y \leq 165; 3x + 4y \leq 132 \Rightarrow (x, y) = (24, 15)$$

$$\therefore Z_{\max} = 10x + 12y = 240 + 180 = 420 \text{ taka}$$

06. A ও B প্রকার যন্ত্র তৈরীতে যথাক্রমে 15 ও 5 একক সময় এবং 5 ও 10 একক কাঁচামাল লাগে। 105 একক সময় ও 60 একক কাঁচামাল দিয়ে সর্বোচ্চ যে লাভ হবে (যখন A এর প্রতি এককে লাভ 50 টাকা এবং তা B এর জন্য 30 টাকা), তা হলো- [Ans:a][KUET'12-13,13-14]

(a) 390 টাকা (b) 420 টাকা (c) 380 টাকা (d) 400 টাকা (e) 350 টাকা

সমাধান: ধরি, x একক A ও y একক B তৈরী করব

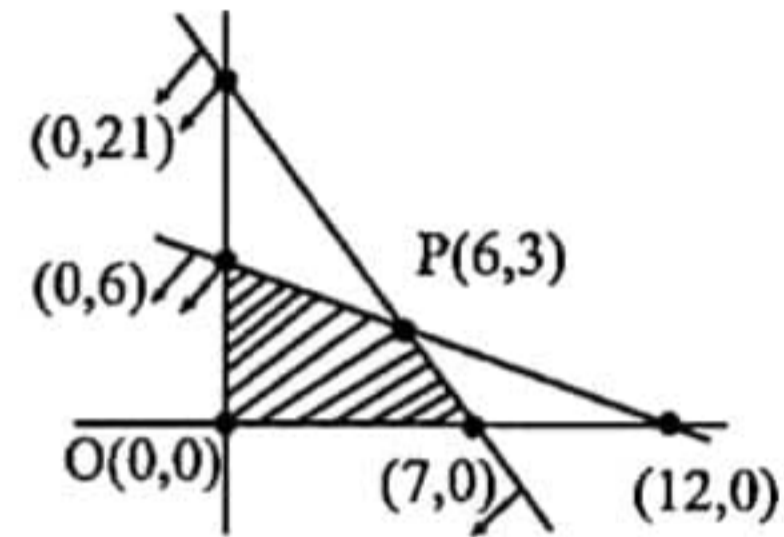
$$\therefore 15x + 5y \leq 105; 5x + 10y \leq 60; Z_{\max} = 50x + 30y$$

$$(0,0) \text{ বিন্দুতে } Z = 50 \cdot 0 + 30 \cdot 0 = 0$$

$$(0,6) \text{ বিন্দুতে } Z = 50 \cdot 0 + 30 \cdot 6 = 180$$

$$(7,0) \text{ বিন্দুতে } Z = 50 \cdot 7 + 30 \cdot 0 = 350$$

$$(6,3) \text{ বিন্দুতে } Z = 50 \cdot 6 + 30 \cdot 3 = 390 \text{ (Ans.)}$$



07. 100 রুই মাছের পোনার দাম 60 টাকা এবং 100 কাতলা মাছের পোনার দাম 30 টাকা হলে, এক ব্যক্তি 1200 টাকায় কতগুলো রুই মাছের পোনা কিনতে পারবেন? যখন মোট ক্রয়কৃত মাছের সংখ্যা সর্বাধিক 3000 হবে। [BUTex'13-14]

(a) 500 (b) 1000 (c) 1500 (d) 2000

সমাধান: (b); $0.6x + 0.3y \leq 1200; x + y \leq 3000$; Solving, $x = 1000, y = 2000$

08. $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 7, 2x + 5y \leq 20$ শর্তের সাপেক্ষে $z = 3x + 4y$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [BUTex'13-14]

(a) 21 (b) 22 (c) 23 (d) 24

সমাধান: (c); solving $\Rightarrow (5,2)$. $Z_{\max} = 3 \times 5 + 4 \times 2 = 23$

অধ্যায়- ০৩ : জটিল সংখ্যা

Written

01. $-i$ এর ঘনমূল তিনটির যোগফল নির্ণয় কর। [BUET'18-19]

সমাধান: $x = \sqrt[3]{-i} \Rightarrow x^3 = -i = i^3 \Rightarrow \left(\frac{x}{i}\right)^3 = 1 \Rightarrow \frac{x}{i} = 1, \omega, \omega^2 \Rightarrow x = i, i\omega, i\omega^2$

\therefore ঘনমূল তিনটির যোগফল $= i(1 + \omega + \omega^2) = 0$ (Ans.)

02. যদি $re^{i\theta} = \frac{3+2i}{2+3i} + \frac{1+5i}{1-2i}$, তবে r ও θ এর মান নির্ণয় কর। [BUET'17-18]

সমাধান: দেয়া আছে, $r \cdot e^{i\theta} = \frac{3+2i}{2+3i} + \frac{1+5i}{1-2i}$

$$\Rightarrow r \cdot e^{i\theta} = \frac{(3+2i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} + \frac{(1+5i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} \Rightarrow r \cdot e^{i\theta} = \frac{6-9i+4i-6i^2}{4-9i^2} + \frac{1+2i+5i+10i^2}{1-4i^2}$$

$$\Rightarrow r \cdot e^{i\theta} = \frac{(6+6)+i(4-9)}{4+9} + \frac{(1-10)+i(2+5)}{1+4} \quad [\because i^2 = -1]$$

$$\Rightarrow r \cdot e^{i\theta} = \frac{12-5i}{13} + \frac{-9+7i}{5} \Rightarrow r \cdot e^{i\theta} = \frac{12}{13} - \frac{5}{13}i - \frac{9}{5} + \frac{7}{5}i \Rightarrow r \cdot e^{i\theta} = \frac{-57}{65} + \frac{66}{65}i$$