Question Type-01: মহাকর্ষীয় বলের সূত্রের ব্যবহার

➲ **Formula & Concept:**

♦ নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রঃ m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু d দূরত্বে থেকে পরস্পরকে F বলে আকর্ষণ করলে, $F = G.\frac{m_1 m_2}{d^2}$

এখানে, G মহাকর্ষীয় ধ্রুবক এর মান, $G=6.673\times10^{-11}Nm^2kg^{-2}$

ভেক্টর আকারে সূত্রটি হলো: $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12} = -\frac{Gm_1 m_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$

এখানে, $\vec{F}_{21}$ হচ্ছে দ্বিতীয় বস্তুর উপর প্রথম বস্তুর সদিক বল (আকর্ষণ), $\vec{r}_{12}$ হচ্ছে প্রথম বস্তু হতে দ্বিতীয় বস্তুর সদিক দূরত্ব।

➤ $F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$; [এই বল মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।]

➤ একাধিক বলের জন্য অবশ্যই ভেক্টর যোগ(লব্ধি) করতে হবে।

01. A space craft from the earth is moving towards the moon, find a location from the earth where at the gravitational force is zero. [Mass of the earth = 6×10^{24} kg, Mass of the moon = 7.4×10^{22} kg, distance between the earth and the moon = 3.8×10^8 m] **[IUT'20-21]**

(a) 3.12×10^8 m (b) 3.42×10^8 m (c) 3.02×10^8 m (d) 3.42×10^7 m

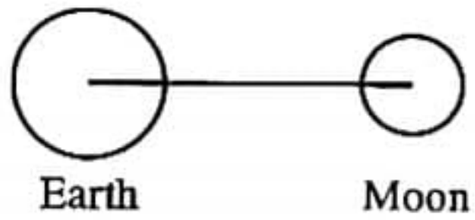
Solution: (b); $\frac{GM_E m}{x^2} = \frac{GM_{Moon} m}{(d-x)^2}$

$\Rightarrow \frac{6\times10^{24}}{x^2} = \frac{7.4\times10^{22}}{(d-x)^2}$

$\Rightarrow \frac{d-x}{x} = \frac{1}{9} \Rightarrow 9d - 9x = x \Rightarrow 9d = 10x$

$\Rightarrow x = \frac{9d}{10} = \frac{9}{10} \times 3.8 \times 10^8 m$

$= 3.4217 \times 10^8$ m



$M_E = 6 \times 10^{24}$ kg

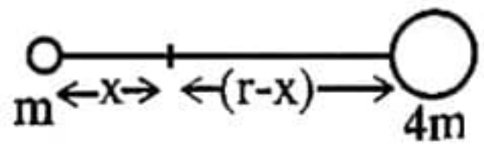
$M_{Moon} = 7.4 \times 10^{22}$ kg

$d = 3.8 \times 10^8$ m

02. Two bodies of masses m and 4m are placed at a distance r. The gravitational potential at a point on the line joining them, where the gravitational field is zero, is: **[IUT'19-20]**

(a) $-\frac{4Gm}{r}$ (b) $-\frac{6Gm}{r}$ (c) $-\frac{9Gm}{r}$ (d) zero

Solution: (c); $\frac{Gm}{x^2} = \frac{G(4m)}{(r-x)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{x^2}} = \sqrt{\frac{4}{(r-x)^2}} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{r-x} \Rightarrow 3x = r \ \therefore x = \frac{r}{3}$



$\therefore V = -\frac{Gm}{\left(\frac{r}{3}\right)} - \frac{G(4m)}{r-\frac{r}{3}} = -\left(\frac{3Gm}{r} + \frac{12Gm}{2r}\right) = -\left(\frac{6Gm+12Gm}{2r}\right) = -\frac{9Gm}{r}$

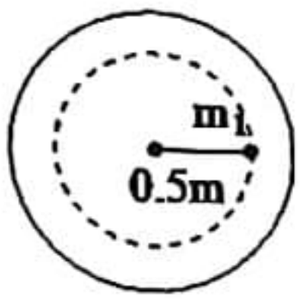
03. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এর মাত্রা সমীকরণ কোনটি? **[RUET'10-11]**

(a) $LM^{-1}T^{-2}$ (b) $L^3M^{-1}T^{-2}$ (c) $L^{-1}M^3T^{-2}$ (d) $L^2M^{-2}T^{-2}$ (e) $LM^{-}T^{-2}$

সমাধান: (b); $G = \frac{Fd^2}{M^2} = \frac{MLT^{-2}.L^2}{M^2} = L^3M^{-1}T^{-2}$

04. একটি সুষম গোলকের ভর 1×10^4kg এবং ব্যাসার্ধ 1m । গোলক কর্তৃক গোলকের কেন্দ্র হতে 0.5m দূরত্বে অবস্থিত m_1 ভরের একটি কণার উপর মহাকর্ষ বলের মান কত? [$G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$] **[BUET'16-17]**

সমাধান:



কণাটির উপর মহাকর্ষ বল $= \frac{GMm_1}{R^3} r = 6.673 \times 10^{-11} \times \frac{10^4 \times 0.5}{1^3} \times m_1 = 3.3365 \times 10^{-7} m_1 N$

05. মহাকর্ষ ধ্রুবক 'G' এর মাত্রা লিখ। **[BUTEX'10-11]**

সমাধান: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \Rightarrow G = \frac{Fr^2}{m_1m_2} \Rightarrow \frac{[MLT^{-2}][L^2]}{[M^2]} = [L^3M^{-1}T^{-2}]$ [বলের মাত্রা MLT^{-2}]

06. তাপমাত্রা বাড়লে মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান কি হবে? **[BUTEX'09-10]**

সমাধান: কোন পরিবর্তন হবে না।

07. পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং তাদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব 38.6×10^4km। চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কোথায় কোন বস্তুর উপর উভয়ের টান সমান হবে? **[RUET'08-09]**

সমাধান: ধরি, পৃথিবী থেকে x দূরত্বে টান সমান হবে।

পৃথিবীর ভর $= M$; চন্দ্রের ভর $= \frac{M}{81}$; বস্তুর ভর $= m$

এখন, পৃথিবী বস্তুটিকে F_1 বলে টানলে $F_1 = \frac{GMm}{x^2}$

চন্দ্র বস্তুটিকে F_2 বলে টানলে, $F_2 = \frac{G.\frac{M}{81}.m}{(38.6\times10^4\times10^3-x)^2}$

$F_1 = F_2$ বলে, $\frac{1}{81\,(38.6\times10^7-x)^2} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = (38.6 \times 10^7 - x)^2\,81 \Rightarrow x = 9(38.6 \times 10^7 - x)$

$\Rightarrow 10x = 9 \times 38.6 \times 10^7 \therefore x = 34.74 \times 10^7$m

08. পৃথিবী ও সূর্য সমান বলে একে অপরকে আকর্ষণ করে। তবুও পৃথিবী সূর্যের চারিদিকে ঘোরে কেন? **[RUET'06-07]**

সমাধান: পৃথিবী ও সূর্য পরস্পরকে সমান মহাকর্ষ বলে আকর্ষণ করে। এই মহাকর্ষ বল পৃথিবীর ঘোরার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়। এই মহাকর্ষ বল সূর্যের বিশাল ভরের জন্য এর উপর কোনো ত্বরণ তৈরী করতে পারে না। সেই জন্য সূর্য পৃথিবীর চারদিকে ঘোরে না।

Question Type-02: অভিকর্ষজ ত্বরণের সূত্র সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

M ভর বিশিষ্ট এবং R ব্যাসার্ধের পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত কোন বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণঃ $g = \frac{GM}{R^2}$ । আবার ঘনত্বের সাপেক্ষে মান নির্ণয় করলে, $g = \frac{4}{3}\pi R\rho G$.

◆ অভিকর্ষজ ত্বরণের বিভিন্ন মান

➢ ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অবস্থিত কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} g$

➢ ভূ-পৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অবস্থিত কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right) = \frac{4}{3}G\pi(R-h)\rho$

➢ λ অক্ষাংশে অবস্থিত ভূ-পৃষ্ঠের কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$; এখানে, ω = পৃথিবীর কৌণিক বেগ বিষুব অঞ্চলে, $\lambda = 0°$; বিষুব অঞ্চলে, $g' = g - \omega^2 R(\cos 0°)^2 = g - \omega^2 R$

আবার, মেরু অঞ্চলে, $\lambda = 90°$; মেরু অঞ্চলে, $g' = g$

01. যদি পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং 'h' গভীরতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান যথাক্রমে g এবং g′ হয়, তবে g এবং g′ এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। মনে কর, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R. **[Ans: a] [CKRUET'21-22]**

(a) $g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ (b) $g' = g\left(\frac{R}{R-h}\right)$ (c) $g' = g\left(\frac{R-h}{R}\right)^2$ (d) $g' = g(R-h)$ (e) $g' = g(R+h)$

02. What is the height above the earth where the value of acceleration due to gravity is 40% of that on the earth's surface? (Radius of the earth, $R = 6.38 \times 10^6$m) **[IUT'20-21]**

(a) 4.7×10^6 m (b) 4.7×10^5 m (c) 3.7×10^6 m (d) 3.7×10^5 m

Solution: (c); $0.4 = \frac{R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{R+h}{R} = \frac{1}{\sqrt{0.4}} \Rightarrow 1 + \frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{0.4}} \Rightarrow h = 3.7 \times 10^6$ m

03. An object has a mass of 36 kg and weight 360 N at the surface of the Earth. If this object is transported to an altitude that is twice the Earth's radius, what is the objects mass and weight, respectively? **[IUT'20-21]**

(a) 9 kg and 90 N (b) 36 kg and 90 N (c) 4 kg and 90 N (d) 36 kg and 40 N

Solution: (b); $g' = \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{4R^2} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM}{4R^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow W' = \frac{360}{4} \Rightarrow W' = 90N$

Here, mass of the object remains same.

04. The height at which the acceleration due to gravity becomes $\frac{g}{9}$ (where g = the acceleration due to gravity on the surface of the earth) in terms of R, the radius of the earth, is **[IUT'19-20]**

(a) $\frac{R}{2}$ (b) $\sqrt{2}\,R$ (c) 2R (d) $\frac{R}{\sqrt{2}}$

Solution: (c); $\frac{1}{9} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{R}{R+h} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3R = R + h \Rightarrow h = 2R$

05. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6m এবং পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8ms^{-2}$। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 6.4×10^7m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? **[KUET'18-19]**

(a) $-186.2ms^{-2}$ (b) $-9.8ms^{-2}$ (c) $0.081ms^{-2}$ (d) $8.05ms^{-2}$ (e) $9.8ms^{-2}$

সমাধানঃ (c); $\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = g' = 0.081ms^{-2}$

06. ভূপৃষ্ঠের কত গভীরে অভিকর্ষণ ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠের মানের এক চতুর্থাংশ হবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6.4×10^3 km) **[KUET'17-18, BUET'02-03]**

(a) 8.4×10^3 km (b) 4.8×10^3 km (c) 4.0×10^3 km (d) 5.2×10^3 km (e) 6.8×10^3 km

সমাধান: (b); $\frac{g'}{g} = 1 - \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{h}{6.4 \times 10^3 km} \therefore h = 4.8 \times 10^3$km

07. The weight of an object on the Moon is one sixth of its weight on Earth. The ratio of the kinetic energy of a body on Earth moving with speed V to that of same body moving with speed V on the Moon is: **[Ans: c] [IUT'17-18]**

(a) 6:1 (b) 1:6 (c) 1:1 (d) 36:1

08. ভূ-পৃষ্ঠ হতে 1000km উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km] **[KUET'16-17]**

(a) $3.8ms^{-2}$ (b) $7.33ms^{-2}$ (c) $8.1ms^{-2}$ (d) $9.8ms^{-2}$ (e) $13.1ms^{-2}$

সমাধান: (b); $g_h = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g \Rightarrow g_h = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g = \frac{(6.4 \times 10^6)^2}{(6.4 \times 10^6 + 1 \times 10^6)^2} \times 9.8 = 7.33ms^{-2}$

09. একই ঘনত্বের দুটি গ্রহের ব্যাসার্ধের অনুপাত 2: 1 হলে এদের পৃষ্ঠে g এর অনুপাত কত হবে? **[BUTEX'16-17]**

(a) 2: 1 (b) 1: 2 (c) 4: 1 (d) 1: 4

সমাধান: (a); $g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3}\pi\rho GR \therefore \frac{g_1}{g_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{1}$

10. পৃথিবাতে একটি বস্তুর ওজন 180kg। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{9}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ হলে, মঙ্গলগ্রহের বস্তুটির ওজন কত? **[KUET'15-16]**

(a) $100\ \text{kg} - \text{wt}$ (b) $180\text{kg} - \text{wt}$ (c) $80\text{kg} - \text{wt}$ (d) $1620\text{kg} - \text{wt}$ (e) $20\text{kg} - \text{wt}$

সমাধান: (c); $\frac{W_m}{W_e} = \frac{\frac{GM_m}{R_m^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \left(\frac{M_m}{M_e}\right)\left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{1}{9} \times 4 \Rightarrow W_m = 180 \times \frac{4}{9} = 80\ \text{kg} - \text{wt}$

11. যদি পৃথিবীর ভরের দ্বিগুণ ভর ও 3 গুণ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন গ্রহ থাকে তাহলে উক্ত গ্রহের তলে 1 kg ভরের ওজন কত হবে?

(a) 1.1 N (b) 2.2 N (c) 4.4 N (d) none of these **[BUTEX'15-16]**

সমাধান: (b); $\frac{g'}{g} = \frac{M'R^2}{R'^2M} = \frac{2M(R^2)}{(3R)^2M} = \frac{2}{9} \Rightarrow g' = \left(9.8 \times \frac{2}{9}\right)\text{ms}^{-2} = 2.2\text{ms}^{-2}\ \therefore W = mg' = (1 \times 2.2)\text{N} = 2.2\text{N}$

12. পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 80 গুণ এবং তাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 12800km এবং 3200km। চন্দ্র পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? **[KUET'14-15]**

(a) $163\ \text{cms}^{-2}$ (b) $1.7\ \text{ms}^{-2}$ (c) $196\ \text{cms}^{-2}$ (d) $1.9\ \text{ms}^{-2}$ (e) $1.64\ \text{ms}^{-2}$

সমাধান: (c); $g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_m}{g_e} = \frac{M_m R_e^2}{M_e R_m^2} \Rightarrow \frac{g_m}{9.8} = \frac{1 \times 12800^2}{80 \times 3200^2} \Rightarrow g_m = 1.96\text{ms}^{-2} = 196\text{cms}^{-2}$

13. পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে- **[BUET'12-13]**

(a) $\frac{R^2}{M}$ (b) $\frac{M}{R^2}$ (c) MR^2 (d) $\frac{M}{R}$

সমাধান: (b); $g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g}{G} = \frac{M}{R^2}$

14. মহাশূন্যযানে ওজনহীন অনুভবের কারণ- **[Ans: c] [BUTEX'12-13]**

(a) জড়তাহীনতা (b) মাধ্যাকর্ষণ হীনতা

(c) ত্বরান্বিত বলের অনুপস্থিতির জন্য (d) মহাকাশযানের মুক্তভাবে পতিত হওয়ার জন্য

15. কোনটি পৃথিবীর ভরের সঠিক সূত্র? **[RUET'11-12]**

(a) $M = \frac{gR^2}{G^2}$ (b) $M = \frac{GR^2}{g}$ (c) $M = \frac{gR^2}{G}$ (d) $M = \frac{g^2R}{G}$ (e) $M = \frac{GR}{g^2}$

সমাধান: (c); $g = \frac{GM}{R^2} \therefore M = \frac{gR^2}{G}$

16. ভূ-পৃষ্ট থেকে কত উঁচুতে গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 25% হবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^6\text{m}$) **[KUET'10-11]**

(a) 100 km (b) 25 km (c) 640 km (d) 6400 km (e) 64,000 km

সমাধান: (d); $\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R}{R+h} \Rightarrow \frac{R+h}{R} = 2 \Rightarrow 1 + \frac{h}{R} = 2 \Rightarrow \frac{h}{R} = 1$

$\therefore h = R \therefore h = 6.4 \times 10^6\text{m} = 6400\ \text{km}$

17. ভূপৃষ্ঠে একজন লোক 3m লাফাতে পারে। চন্দ্রপৃষ্ঠে কত উচুতে লাফাতে পারবে? **[Ans: d][RUET'10-11]**

(a) 3m (b) 6m (c) 9m (d) 18m (e) None

সমাধান: (d); চন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর $\frac{1}{6}$ গুণ।

যেহেতু মোট শক্তি এক, তাই, $mg_{earth}h_{earth} = mg_{moon}h_{moon} \Rightarrow g_{earth} \times 3\text{m} = \frac{g_{earth}}{6} \times h_{moon}\ \therefore h_{moon} = 18\text{m}$

18. পৃথিবীর ঘূর্ণন বেগ বর্তমান ঘূর্ণন বেগের কতগুণ হলে নিরক্ষীয় অঞ্চলে কোনো বস্তু ভারহীন হবে? **[BUTEX'20-21]**

সমাধান: আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$ এবং নিরক্ষীয় অঞ্চলে, $\lambda = 0\ \therefore g' = g - \omega^2 R$

এখন, পৃথিবীর বর্তমান ঘূর্ণনবেগ সমকৌণিক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \times 3600}$ [এখানে, T = পৃথিবীর নিজ অক্ষের ওপর আবর্তনকাল = 24 ঘন্টা]

$= \frac{\pi}{43200}\text{rads}^{-1}$; কিন্তু নিরক্ষীয় অঞ্চলে বস্তু ভারহীন হতে হলে $g' = 0$ হতে হবে।

$\therefore g' = g - \omega_d^2 R = 0 \Rightarrow \omega_d^2 = \frac{g}{R} \Rightarrow \omega_d = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9.8}{6.4 \times 10^6}} = 1.237437 \times 10^{-3}\ \text{rads}^{-1}$

$\therefore \frac{\omega_d}{\omega} = 17.0159 \approx 17 \Rightarrow \omega_d = 17 \times \omega$

অর্থাৎ, পৃথিবীর ঘূর্ণনবেগ এর বর্তমান ঘূর্ণনবেগের প্রায় 17 গুণ হলে নিরক্ষীয় অঞ্চলে কোনো বস্তু ভারহীন হবে।

19. মনে কর পৃথিবীর কেন্দ্র দিয়ে এর ব্যাসের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি টানেল খনন করা হলো। দেখাও যে, এই টানেলে একটি পাথর ফেললে এর গতি সরল দোলন গতি হবে। পাথরটির সরল দোলনগতির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ঘনত্ব= $5.5 \times 10^3 kgm^{-3}$) **[RUET'19-20]**

সমাধান: ভূপৃষ্ঠে $g = \frac{4}{3}\pi R\rho G$; যেখানে R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও ρ পৃথিবীর গড় ঘনত্ব।

ভূপৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $a = \frac{4}{3}\pi\,(R-h)\rho G$ এক্ষেত্রে $(R-h)$ হল পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ঐ বিন্দুর সরণ। একে x দ্বারা প্রতিস্থাপন করে পাই, $a = -\frac{4}{3}\pi x\rho G$ [∵ ত্বরণ, সরণের বিপরীত মুখী]

পাথরের ভর m হলে ক্রিয়াশীল বল $F = ma = -\frac{4}{3}\pi\rho Gmx = -kx$ [∵ $k = \frac{4}{3}\pi\rho mG$ = ধ্রুবক]

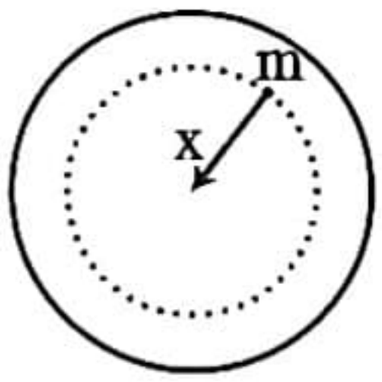
$\Rightarrow a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$, যা সরল দোলন গতির সমীকরণ।

∴ পাথরের পর্যায়কাল $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\rho mG}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\rho G}} = 5068.64\ s$

20. কল্পনা কর যে, পৃথিবীর ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করা হল। একটি বস্তুকে সুরঙ্গের এক প্রান্ত থেকে ছেড়ে দেয়া হল এবং বস্তুটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে লাগলো। পৃথিবীকে একটি সুষম গোলক মনে করে এবং বাধাদানকারী সকল বল উপেক্ষা করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $5 \times 10^5 m$ দূরত্বে বস্তুটির ত্বরণ ও দোলনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর।[দেয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 m$ এবং $g = 9.8 ms^{-2}$] **[BUET'16-17]**

সমাধান: পৃথিবীর কেন্দ্র হতে x দূরত্বে ভূপৃষ্ঠের গভীরে কোনো বিন্দুতে, m ভরের কোনো বস্তুর উপর কার্যকর মহাকর্ষ বল

$F_g = \frac{-GmM_{earth}}{R_e^3}\,x$ [কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ বল বলে (–) sign]



$\Rightarrow ma = \frac{-GmM_{earth}}{R_e^3}\,x$

$\Rightarrow a = \frac{-GM_{earth}}{R_e^3}\,x$ ------ (i)

S. H. M. এর জন্য, $a = -\omega^2 x$ ------ (ii)

(i) ও (ii) নং তুলনা করে পাই,

$\omega^2 = \frac{GM_{earth}}{R_e^3} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GmM_{earth}}{R_e^3}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R_e}}\ \left[\therefore g = \frac{GM_e}{R_e^2}\right]$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R_e}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{6.4\times10^6}{9.8}} = 5077.58\ s.$

$a = -\omega^2 x = -\frac{g}{R_e}\,x = -\frac{9.8}{6.4\times10^6} \times 5 \times 10^5 m/s^2 = -0.77 m/s^2$

21. পৃথিবী পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 80 kg-wt। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে লোকটির ওজন কত হবে? (পৃথিবী এবং চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত 4:1) **[KUET'04-05]**

সমাধান: $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}; g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}; \frac{g_m}{g_e} = \left(\frac{M_m}{M_e}\right) \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \left(\frac{1}{81}\right) \times \left(\frac{4}{1}\right)^2 = \frac{16}{81}$

$\Rightarrow \frac{mg_m}{mg_e} = \frac{16}{81} \Rightarrow mg_m = \frac{16}{81} \times mg_e = \frac{16}{81} \times 80 = 15.8\ kg - wt$ (Ans.)

22. পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি লোকের ওজন 90 kg হলে মঙ্গল পৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে? মঙ্গল এর ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{9}$ অংশ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। **[CUET'03-04]**

সমাধান: আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$g_e = \frac{GM_e}{R_e^2},\ g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad \therefore \frac{g_m}{g_e} = \frac{M_m R_e^2}{M_e R_m^2}$ | $\frac{M_m}{M_e} = \frac{1}{9};\ \frac{R_m}{R_e} = \frac{1}{2} \therefore \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = 4$

$\Rightarrow \frac{g_m}{g_e} = \frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{9} \Rightarrow g_m = \frac{4}{9}g_e \Rightarrow W_m = \frac{4}{9}W_e \quad \therefore W_m = \frac{4}{9} \times 90 \times 9.8 = 392N$ (Ans.)

Question Type-03: মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

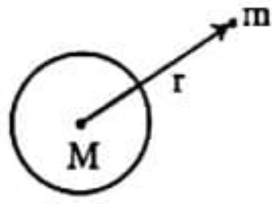
➢ M ভরের বস্তুর কেন্দ্র হতে r দূরত্বে প্রাবল্য, $E = \frac{GM}{r^2}$ এবং বিভব, $V = -\frac{GM}{r}$

➢ পৃথিবীর বা অন্য কোন গ্রহে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য = অভিকর্ষজ ত্বরণ

◆ প্রাবল্য ও বিভবের মধ্যে সম্পর্ক:

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুর দূরত্ব r হলে এবং সেই বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব V ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য E হলে, $E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow V = \int -\vec{E}.d\vec{r}$

➢ m ভরের বস্তুর মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি, $E_p = m \times V = -G\frac{mM}{r}$



◆ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে বস্তুকে স্থানান্তর করতে কৃত কাজ,

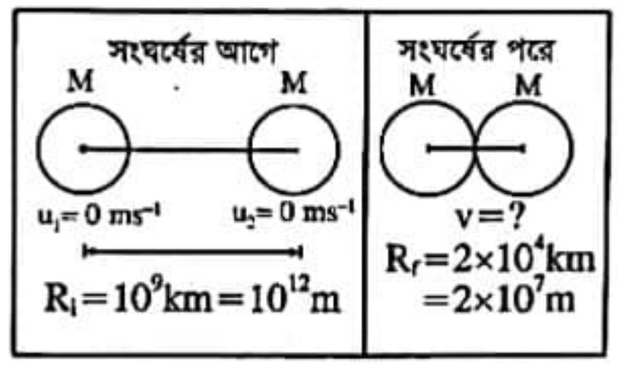
$W = E_{p2} - E_{p1} = GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ | এখানে, r_1 = আদি অবস্থান এবং r_2 = শেষ অবস্থান

◆ নিরেট ও ফাঁপা গোলকের বিভিন্ন অবস্থানে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব:

অবস্থান	প্রাবল্যের মান	বিভব
নিরেট বা ফাঁপা গোলকের বাহিরে	$E = \frac{GM}{r^2}$	$V = -\frac{GM}{r}$
নিরেট গোলকের ভিতরে	$E = \frac{GM}{a^3}r$	$V = -\frac{GM(3a^2-r^2)}{2a^3}$
ফাঁপা গোলকের ভিতরে	0	$V = -\frac{GM}{a}$

এখানে, M = গোলকের ভর, a = গোলকের ব্যাসার্ধ এবং r = গোলকের কেন্দ্র হতে কোনো বিন্দুর দূরত্ব।

01. প্রতিটি 2×10^{30}kg ভরের দুটি তারা মুখোমুখি সংঘর্ষের জন্য এক অপরের দিকে ধাবমান। নিকটবর্তী হওয়ার পূর্বে তারা দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব ছিল 10^9km এবং তাদের গতি ছিল নগণ্য। সংঘর্ষের সময়ে তাদের বেগ কত হবে? প্রতিটি তারার ব্যাসার্ধ 10^4km। ধরে নাও যে, সংঘর্ষ না হওয়া পর্যন্ত তারা দুটি অবিকৃত থাকবে। [$G = 6.67 \times 10^{-11}Nm^2kg^{-2}$] **[BUET'19-20]**



সমাধান: $E_{initial} = \frac{-GM^2}{R_i} + \frac{1}{2} \times 2m(0)^2$; $E_{final} = \frac{-GM^2}{R_f} + \frac{1}{2} \times 2m(v)^2$

$\therefore E_{initial} = E_{final} \Rightarrow \frac{-GM^2}{R_i} = \frac{GM^2}{R_f} + Mv^2 \Rightarrow \frac{-GM}{R_i} + \frac{GM}{R_f} = v^2$

$\Rightarrow v = \sqrt{GM\left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i}\right)} = 2.58 \times 10^6 ms^{-1}$

02. পৃথিবীর পৃষ্ঠে একটি নাইট্রোজেন অণুর বেগ 0°C তাপমাত্রায় উক্ত গ্যাসের r.m.s বেগের সমান। যদি নাইট্রোজেন অণুটি অন্যান্য অণুর সাথে সংঘর্ষ ছাড়া সোজা উপরের দিকে উঠে, তাহলে অণুটি কত উচ্চতায় উঠবে? [দেওয়া আছে, নাইট্রোজেন অণুর ভর $m = 4.65 \times 10^{-26}$ kg এবং Boltzmann ধ্রুবক, $K = 1.38 \times 10^{-23}JK^{-1}$] **[BUET'19-20]**

সমাধান: $C_{rms} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = 493.01\ ms^{-1}$; শক্তির সংরক্ষণশীলতা অনুসারে, $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{R+h}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (493.01)^2 = \frac{6.673\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6} - \frac{6.673\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6+h}$ $\therefore h = 12457\ m = 12.457\ km$ (Ans.)

03. ভূ-পৃষ্ঠ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি রকেটকে $5\ kms^{-1}$ দ্রুতিতে উৎক্ষেপণ করা হল। রকেটটি ঠিক ফিরবার মুহূর্তে ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় পৌঁছাবে তা বের কর। **[BUET'05-06]**

[পৃথিবীর ভর $= 6.0 \times 10^{24}\ kg$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^6\ m$, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$]

সমাধান: $E_{initial} = E_{final}$

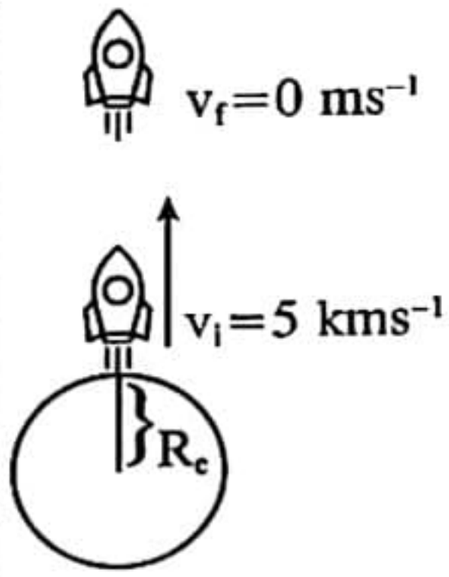
$\Rightarrow \frac{-GM_em}{R_e} + \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m(0)^2 - \frac{GmM_e}{R_e+h}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}v_i^2 = GM_e\left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_e+h}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}v_i^2 - \frac{GM_e}{R_e} = \frac{GM_e}{R_e+h}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (5 \times 10^3)^2 - \frac{6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6} = \frac{-6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6+h}$

$\Rightarrow h = 1.599 \times 10^6 m$

$\therefore$ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে খাড়া দূরত্ব $= 1.599 \times 10^6 m$ **(Ans.)**



Question Type-04: কেপলারের সূত্র সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

♦ গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্রঃ

➢ উপবৃত্ত সূত্রঃ প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।

➢ ক্ষেত্রফল সূত্রঃ গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

যদি t সময়ে ব্যাসার্ধ রেখাটি A ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে তবে, $\frac{dA}{dt} =$ ধ্রুবক।

➢ সময়ের সূত্রঃ প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য থেকে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, $T^2 \propto R^3$

♦ $T^2 \propto R^3$; [এখানে, T = গ্রহের পর্যায়কাল এবং R = গ্রহের কক্ষপথের গড় ব্যাসার্ধ] $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \times R^3$

01. The Earth is revolving around the Sun on an orbit of radius $1.5 \times 10^8 km$. If the time of one revolution is $3.156 \times 10^7 s$, what is the mass of the Sun? ($G = 6.67 \times 10^{11} Nm^2 kg^{-2}$). **[IUT'16-17]**

(a) $3.0 \times 10^{30} kg$ (b) $1.5 \times 10^{10} kg$ (c) $2.0 \times 10^{30} kg$ (d) $2.5 \times 10^{30} kg$

Solution: (c); $\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow M = \frac{v^2r}{G} = \frac{\omega^2r^3}{G} = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2} = 2 \times 10^{30} kg$

02. The moon has a period of 27.3 days and has a mean distance of $3.90 \times 10^5 km$ from the centre of Earth. What is the period of an artificial satellite that is in an orbit $6.70 \times 10^3 km$ from the centre of Earth? **[IUT'14-15]**

(a) 90.52 min (b) 78.52 min (c) 88.52 min (d) 82.52 min

Solution: (c); $T^2 \propto R^3 \ \therefore T_2^2 = T_1^2 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 = 27.3^2 \times \left(\frac{6.7\times10^3}{3.9\times10^5}\right)^3 = 0.0037788 \ \therefore T_2 = 88.52\ min$

03. The sun is considered to be a satellite of our galaxy, the Milky-way. The sun revolves around the center of the galaxy with a radius of $2.2 \times 10^{20} m$. The period of one revolution 2.5×10^8 years. What is the mass of the galaxy? [Gravitational constant $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$] **[IUT'14-15]**

(a) $1.01 \times 10^{41} kg$ (b) $2.22 \times 10^{41} kg$ (c) $2.00 \times 10^{40} kg$ (d) $3.25 \times 10^{41} kg$

Solution: (a); $M = 4\pi^2\frac{(R+h)^3}{GT^2} = 4\pi^2\frac{(2.2\times10^{20})^3}{6.67\times10^{-11}\times(2.5\times10^8\times365\times24\times3600)^2} = 1.01 \times 10^{41} kg$

04. সূর্যের ভরের সঠিক সমীকরণ কোনটি? **[RUET'12-13]**

(a) $M = \frac{4\pi r^3}{GT^2}$ (b) $M = \frac{4\pi r^2}{GT^2}$ (c) $M = \frac{4\pi^2r^2}{GT^2}$ (d) $M = \frac{4\pi^2r^3}{GT^3}$ (e) $M = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$

সমাধান: (e); $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$

Alternative: $m_e.\omega^2 r = \frac{GMm_e}{r^2}$ (মহাকর্ষ বল কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়) $\Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2}r^3 = GM \ \therefore M = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$

Question Type-05: মুক্তিবেগ সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

➤ $V_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$; মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, যদি গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে নিক্ষিপ্ত হয়, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।
মূলত: R = পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে নিক্ষেপণ বিন্দুর দূরত্ব।

01. একটি উপগ্রহ পৃথিবী তলের কাছ দিয়ে ঘুরছে। এটিকে অসীমে পাঠাতে হলে এর গতি বাড়াতে হবে- **[BUTEX'16-17]**

(a) 20% (b) 30% (c) 40% (d) 60%

সমাধান: (c); পৃথিবী তলের কাছ দিয়ে ঘুরলে $v = \sqrt{gR}$; অসীমে পাঠাতে হলে অতিক্রান্ত বেগ, $v_e = \sqrt{2gR}$

∴ গতি বাড়াতে হবে $= \frac{\sqrt{2gR}-\sqrt{gR}}{\sqrt{gR}} \times 100\% = 41.42\% \approx 40\%$

02. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 m$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 ms^{-2}$ হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুর মুক্তি বেগ কত হবে?

(a) $1.12 \times 10^4 ms^{-1}$ (b) $11.2 \times 10^4 ms^{-1}$ (c) $2.11 \times 10^4 ms^{-1}$ (d) $21.12 \times 10^4 ms^{-1}$ (e) None

সমাধান: (a); মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 1.12 \times 10^4 ms^{-1}$.

03. মুক্তি বেগের সমীকরণ কোনটি? **[RUET'13-14, 09-10]**

(a) $v_E = \sqrt{2gR}$ (b) $v_E = 2gR$ (c) $v_E = \sqrt{2}gR$ (d) $v_E = \frac{\sqrt{2}}{gR}$ (e) None

সমাধান: (a) ; $\frac{1}{2}m(v_e)^2 = \frac{GMm}{R} \Rightarrow v_e^2 = \frac{2GM}{R} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \Rightarrow v_e = \sqrt{2gR}$

04. মঙ্গল গ্রহে মুক্তি বেগের মান কত? **[Ans. c] [BUTEX'12-13]**

(a) $11.2 Kms^{-1}$ (b) $14.5 Kms^{-1}$ (c) $5.1 Kms^{-1}$ (d) $3.2 Kms^{-1}$

05. $5 \times 10^{24} kg$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 m$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2.0 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ হল- (দেয়া আছে, $G = 6.7 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$) **[BUET'11-12]**

(a) 9.0 J (b) $2.2 \times 10^8 J$ (c) $1.1 \times 10^8 J$ (d) $1.1 \times 10^6 J$

সমাধান: (c); মুক্তিবেগ, $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.7 \times 10^{-11} \times 5 \times 10^{24}}{6.1 \times 10^6}} = 10480.27\ ms^{-1}$

∴ প্রয়োজনীয় শক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10480.27)^2 = 1.1 \times 10^8 J$

06. পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ত্বরণ $980\ cms^{-2}$ এবং একটি বস্তুর মুক্তি বেগ $11.2\ kms^{-1}$। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কত?

(a) 6400km (b) 640km (c) 64000km (d) None of these **[CUET'10-11]**

সমাধান: (a); $v_E = \sqrt{2gR} \Rightarrow {v_E}^2 = 2gR \ \therefore R = \frac{{v_E}^2}{2g} = \frac{(11.2 \times 10^3)^2}{2 \times 980 \times 10^{-2}} = 6.4 \times 10^6 m = 6400km$

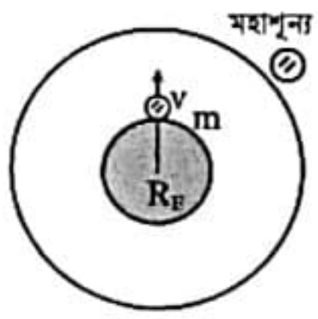
07. দেখাও যে, কোন বস্তুকে ন্যূনতম $11.2\ kms^{-1}$ বেগে মহাশূন্যের দিকে ছুড়ে মারলে বস্তুটি পৃথিবীর অভিকর্ষজ বলের আকর্ষণ কাটিয়ে উঠতে পারে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^6 m$ **[RUET'17-18]**

সমাধান: $E_{initial} = E_{final}$

$\Rightarrow \frac{-GMm}{R_E} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \Rightarrow \frac{-GM}{R_E} + \frac{1}{2}v^2 = 0$

মহাশূন্যে $E_{final} = 0$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R_E}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6}} ms^{-1} = 11.2\ kms^{-1}$



০৪. পৃথিবার ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 m$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 ms^{-2}$ হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুর মুক্তিবেগ কত হবে? **[RUET'13-14, 09-10, CUET'13-14, KUET'05-06]**

সমাধান: মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 1.12 \times 10^4 ms^{-1}$

09. মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং এর ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ। মঙ্গল গ্রহের ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি মহাশূন্যযানকে ন্যূনতম কত বেগে উৎক্ষেপণ করলে মহাশূন্যযানটি মঙ্গল গ্রহের মধ্যাকর্ষণ বলের বাইরে চলে যেতে পারবে? [পৃথিবীর ভর 5.975×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.371 \times 10^6 m$, G = 6.673×10^{-11} Nm^2kg^{-2}] **[BUET'03-04]**

সমাধান: আমরা জানি, $v_m = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$

$= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 0.11 \times 5.975 \times 10^{24}}{0.532 \times 6.37 \times 10^6}} = 5087.62 ms^{-1}$

এখানে, $M = 5.975 \times 10^{24}$ kg
$R = 6.3171 \times 10^6$ m
$G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}
$M_m = 0.11M$ kg
$R_m = 0.532$ R m, $V_m = ?$

Question Type-06: উপগ্রহের গতি সংক্রান্ত

➲ **Formula & Concept:**

➢ ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় আবর্তনরত কোন কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$; [যেহেতু $GM = gR^2$]।

উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠের খুব নিকটে অবস্থান করলে $R + h \approx R$ ধরা যায়, সেক্ষেত্রে, $v = \sqrt{\frac{gR^2}{R}} = \sqrt{gR}$

➢ আবর্তনকাল T হলে রৈখিক বেগ, $v = \frac{2\pi}{T}(R + h) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v}(R + h) = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} = 2\pi \times \frac{(R+h)^{\frac{3}{2}}}{R\sqrt{g}}$

➢ h উচ্চতায় আবর্তনরত উপগ্রহের আবর্তনকাল T হলে, $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R$

➢ কৃত্রিম উপগ্রহটি m ভরবিশিষ্ট এবং এর বেগ v হলে, কাক্ষিক গতিশক্তি = $\frac{1}{2}mv^2$

➢ কার্যকর স্যাটেলাইটের স্থিতিশক্তি E_p এবং গতিশক্তি E_k হলে, $E_p = \frac{-GMm}{r} = -2E_k = 2E_{Total}$

➢ $|E_k| = |E_{Total}| = \left|\frac{E_p}{2}\right|$ এবং $E_{Total} = \frac{-GMm}{2r}$

◆ প্রয়োজনীয় মানসমূহঃ

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m; মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3 kgm^{-3}$; পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$kg ; সূর্যের ভর $= 2 \times 10^{30}$kg

01. একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় $8\ kms^{-1}$ বেগে ঘুরছে, যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8\ ms^{-2}$। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। **[CUET'15-16]**

(a) 1600km (b) 4000km (c) 14400km (d) 8000km

সমাধান: (a); $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{g_h(R + h)} \Rightarrow R + h = 8000km \Rightarrow h = 1600km$

02. পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km ঊর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারিদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে? দেওয়া আছে $g = 9.8\ ms^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6380km$। **[RUET'14-15]**

(a) $4.55 kms^{-1}$ (b) $7.50 kms^{-1}$ (c) $5.75\ kms^{-1}$ (d) $5.57 kms^{-1}$ (e) None

সমাধান: (b); $v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = 7.50\ kms^{-1}$

03. একটি ভূপৃষ্ঠের উপগ্রহের পর্যায়কাল কত? **[BUTEX'14-15]**

(a) 0 hr. (b) 24 hrs. (c) 12 hrs. (d) 365 days

সমাধান: (b); ভূমির উপগ্রহের সংজ্ঞা।

04. On July 19, 1969, Apollo 11's orbit around the moon was adjusted to an average orbit of 111 km. The radius of the moon is 1785 km, and the mass of the moon is 7.3×10^{22}kg. How many minutes did Apollo 11 take to orbit the moon once? [$G = 6.67 \times 10^{-11}Nm^2ত g^{-2}$] **[IUT'14-15]**

(a) 2.31×10^2 min (b) 1.23×10^2 min (c) 1.35×10^2 min (d) 1.56×10^2 min

Solution: (b); $\frac{mv^2}{R+h} = \frac{GMm}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2(R+h)^2}{T^2} = \frac{GM}{(R+h)} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM}$

$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{(1785\times10^3+111\times10^3)^3}{6.67\times10^{-11}\times7.3\times10^{22}}} = 7.43 \times 10^3\,s = 1.23 \times 10^2$ min

05. উপগ্রহে একটি সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল কত? **[Ans: c] [BUTEX'12-13]**

(a) শূন্য (b) 25 (c) অসীম (d) ববের ভরের উপর নির্ভরশীল

06. একটি স্যাটেলাইটের ঘূর্ণনের সময়কাল হল T. এর গতিশক্তির সমানুপাতিক হল- **[BUET'10-11]**

(a) $\frac{1}{T}$ (b) $\frac{1}{T^2}$ (c) $\frac{1}{T^3}$ (d) $T^{-\frac{2}{3}}$

সমাধান: (d); $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 4\pi^2\frac{R^2}{T^2}$; $R^3 \propto T^2 \therefore R^2 \propto T^{\frac{4}{3}} \therefore E \propto \frac{T^{\frac{4}{3}}}{T^2} \therefore E \propto T^{-\frac{2}{3}}$

07. 200 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ট থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে 6000 MJ গতিশক্তি দেয়া হলো। উপগ্রহটি কত উচ্চতায় পৃথিবীকে পরিভ্রমণ করবে? পৃথিবীর ভর 6×10^{24}kg, ব্যাসার্ধ 6400 km এবং $G = 6.6 \times 10^{-11}Nm^2kg^{-2}$. **[BUET'20-21]**

সমাধান: $\frac{1}{2}mv^2 = 6000 \times 10^6J \Rightarrow mv^2 = 2 \times 6000 \times 10^6J \Rightarrow v^2 = \frac{2\times6000\times10^6}{200} = 6 \times 10^7m^2s^{-2}$

এখন, $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{GM}{r} = v^2 \Rightarrow r = \frac{GM}{v^2} = \frac{6.6\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6\times10^7}m = 6.6 \times 10^6m = 6600km.$

$\therefore$ উচ্চতা, $h = 6600km - 6400km = 200$ km (Ans.)

08. পৃথিবী থেকে 2600 কিলোমিটার উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ ঘন্টায় কত হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 কিলোমিটার, ভর = 6×10^{24} কেজি এবং $G = 6.67 \times 10^{-11}$ নিউটন-মি^{২}/কেজি^{২}] **[KUET'19-20]**

সমাধান: কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6400\times10^3+2600\times10^3}} = 6668.33ms^{-1} = \frac{6668.33\times10^{-3}km}{3600^{-1}hr} = 24006\ km\ hr^{-1}$

09. 80 kg ওজনের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় স্থাপন করলে তা প্রতি 24 ঘন্টায় 2 বার একই স্থান পর্যবেক্ষণ করতে পারবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও তার ভর 6×10^{21} Ton] **[BUET'17-18]**

সমাধান: দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400$ km $= 6.4 \times 10^6$ m

পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{21}$ Ton $= 6 \times 10^{21} \times 10^3$ kg $= 6 \times 10^{24}$ kg

কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল $T = \frac{24}{2}$ hours $= 12$ hours $= 12 \times 3600s = 43200$ s

ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $= h$

আমরা জানি, $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}(R+h)^3 \Rightarrow \frac{T^2GM}{4\pi^2} = (R+h)^3 \Rightarrow R + h = \left(\frac{T^2GM}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow h = \left(\frac{T^2GM}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R = \left\{\frac{(43200)^2\times6.673\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{4\times\pi^2}\right\}^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6m = h = 20.24976 \times 10^6$ m (Ans.)

10. একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 700km উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এর আনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6300\ \text{km}$ এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$] **[RUET'17-18]**

সমাধান: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = R\sqrt{\frac{g}{R+h}} = 6.3 \times 10^6 \times \sqrt{\frac{9.8}{6.3\times10^6+7\times10^5}} = 7454.26\ \text{ms}^{-1}$

11. একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজানা ভরের একটি গ্রহের চারদিকে 8.0×10^6 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। গ্রহপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $8.0\ \text{ms}^{-2}$ হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত? **[BUET'14-15]**

সমাধান: 8.0×10^6m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথ = কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যাসার্ধ; R = গ্রহের ব্যাসার্ধ

আমরা জানি, $(R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{gR^2T^2}{4\pi^2} \Rightarrow (8\times10^6)^3 = \frac{8\times R^2\times(2.4\times60\times60)^2}{4\times\pi^2} \Rightarrow R = 5.81776 \times 10^6\text{m}$ (Ans.)

12. একটি রিমোট সেন্সিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারিদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণন কাল নির্ণয় কর। $[R_e = 6400\ \text{km}, g = 9.8\ \text{ms}^{-2}]$ **[BUET'10-11]**

সমাধান: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} \Rightarrow v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}} \Rightarrow v = 7769.31\ \text{ms}^{-1}$ (Ans.)

$vt = 2\pi(R+h) \Rightarrow t = \frac{2\pi(R+h)}{v} \Rightarrow t = 5377.98\ \text{sec} \Rightarrow t \approx 89.633\ \text{min}$ (Ans.)

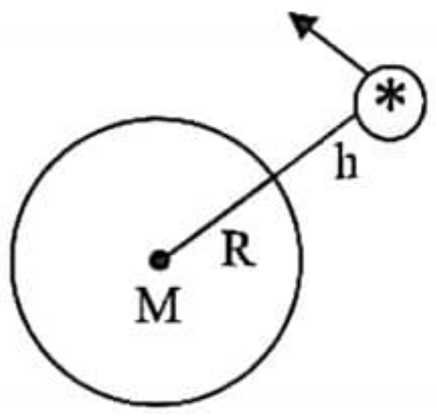
13. পৃথিবী থেকে 1600 km উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির প্রতিঘণ্টায় বেগ কত? $[M_E = 6\times10^{24}\ \text{kg}, R_E = 6.4\times10^6\text{m}, G = 6.67\times10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}]$ **[BUTEX'07-08]**

সমাধান: আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E+h}} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6+1600\times10^3}} = 7072.84\ \text{ms}^{-1} = 25462.2\ \text{kmh}^{-1}$

14. আমাদের পৃথিবীর ব্যাস 12800 km। একটি উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষে $7.8\ \text{kms}^{-1}$ গতি বেগে ঘুরে। বৃত্তাকার কক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.0\ \text{ms}^{-2}$ হলে- **[CUET'04-05]**

(ক) বৃত্তাকার কক্ষের উচ্চতা

(খ) একবার পূর্ণ ঘূর্ণনের সময়কাল নির্ণয় কর।



সমাধান: $mg = \frac{mv^2}{R+h} \Rightarrow R+h = \frac{v^2}{g} \Rightarrow h = -R + \frac{v^2}{g} = -6400 + \frac{(7.8)^2}{9\times10^{-3}} = 360\ \text{km}$

$\therefore h = 360\ \text{km}.$ (Ans.)

$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2\pi\times6760}{7.8} = 5445.44\text{sec}.$ (Ans.)

15. পৃথিবীর ভর ও G এর মান যথাক্রমে 6×10^{24}kg ও $6.7\times10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ এবং ব্যাসার্ধ 6.4×10^6m হলে, ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা ও বেগ কত? **[RUET'03-04]**

সমাধান: $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R = \left(\frac{6.7\times10^{-11}\times6\times10^{24}\times86400^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - 6.4\times10^6 = 3.596\times10^7\text{m}$

$v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} = \left(\frac{6.7\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6\times6\times35.96\times10^6}\right) = 3080\ \text{ms}^{-1}$ (Ans.)

16. ভূ-পৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষবৃত্ত বরাবর বৃত্তাকার পথে আবর্তনশীল এটি ভূস্থির যোগাযোগ উপগ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত? উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় ঘুরছে? **[BUET'01-02]**

সমাধান: বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $R+h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}\times(86400)^2}{4\times9.87}\right)^{\frac{1}{3}}$

$= 4.23\times10^7\text{m} \therefore h = 4.23\times10^7 - 6.4\times10^6 \therefore h = 3.59\times10^7\text{m}$