Question Type-01. সরল ছন্দিত স্পন্দনের অন্তরক সমীকরণ

➲ **Formula & Concept:**

- সরল ছন্দিত স্পন্দনের অন্তরক সমীকরণ: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ [ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক]
- সরল ছন্দিত স্পন্দনের অন্তরক সমীকরণ: $\frac{d^2x}{dt^2}$ এর সহগ 1 হয়।

01. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কোন কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ $4\frac{d^2x}{dt^2} + 100x = 0$ হলে এর কৌণিক কম্পাংক কত হবে?

(a) 2rad s^{-1} (b) $4\ \text{rads}^{-1}$ (c) $5\ \text{rads}^{-1}$ (d) $100\ \text{rads}^{-1}$ **[BUTEX'16-17]**

সমাধান: (c); $4\frac{d^2x}{dt^2} + 100x = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 25x = 0 \ \therefore \omega^2 = 25 \Rightarrow \omega = 5\ \text{rads}^{-1}$

02. $\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = 0$ সমীকরণ থেকে কৌণিক কম্পাঙ্কের মান নির্ণয় কর। **[BUTEX'18-19]**

সমাধান: $\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = 0 \Rightarrow a = -3^2x$

$a = -\omega^2 x$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $\omega = 3\text{rads}^{-1}$ [Ans.]

$\frac{dx}{dt} = v, \frac{d^2x}{dt^2} = a$

03. সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ডিফারেন্সিয়াল সমীকরণ লিখ। **[BUTEX'10-11]**

সমাধান: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

Question Type-02. সরল ছন্দিত স্পন্দন

➲ **Formula & Concept:**

- কৌণিক বেগ বা কম্পনাংক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; [k= বলধ্রুবক, m = কণার ভর]
- দোলন কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; [উল্লম্ব/ আনুভূমিক যে কোনো স্প্রিং এর জন্য]
- কম্পাংক, $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

বিষয়	সরণ (x)	বেগ (v)	ত্বরণ (a)
সময়ের ফাংশন	$A\sin(\omega t + \delta)$	$\omega A\cos(\omega t + \delta)$	$-\omega^2 A\sin(\omega t + \delta)$
অবস্থানের ফাংশন	x	$\pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$	$-\omega^2 x$
সর্বোচ্চ মান	A	$\lvert\pm\omega A\rvert$ [যখন, $x = 0$] $= \omega A$	$\lvert\pm\omega^2 A\rvert$ [যখন, $x = \pm A$] $= \omega^2 A$

এই অংকগুলো সমাধান করার সময় ক্যালকুলেটর Radian Mode এ নিতে হবে।

01. একটি ওজন মাপার স্প্রিং নিক্তির উপর দাঁড়ানোর পর তুমি লক্ষ্য করলে যে সাম্যাবস্থায় আসার পূর্বে নিক্তির কাঁটাটি সাম্যাবস্থার দুইপাশে কয়েকবার দোল খায়। দোলনকাল 0.8 sec হলে এবং তোমার ভর 64 kg হলে নিক্তির স্প্রিং ধ্রুবক কত? **[CKRUET'21-22]**

(a) 3747.00 N/m (b) 3848.00 N/m (c) 3947.84 N-m (d) 3947.84 N/m (e) 3497.84 N/m

সমাধান: (d); $k = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 64 \times \left(\frac{2\pi}{0.8}\right)^2 \text{Nm}^{-1} = 64 \times \left(\frac{5}{4} \times 2\pi\right)^2 \text{Nm}^{-1} = 3947.84176\ \text{Nm}^{-1}$

02. সাম্যাবস্থান থেকে একটি সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার কী পরিমাণ সরণ হলে কণাটির বেগ সর্বোচ্চ বেগের অর্ধেক হবে? **[CKRUET'21-22]**

(a) $\pm\frac{A}{2}$ (b) $\pm\frac{A}{\sqrt{2}}$ (c) $\pm A\sqrt{2}$ (d) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$ (e) $\pm\frac{2}{\sqrt{3}}A$

সমাধান: **(d)**; $\frac{\omega A}{2} = \sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow \frac{A^2}{4} = A^2 - x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{3A^2}{4} \therefore x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$

03. সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন একটি বস্তুর বেগ 3 ms^{-1} সরণ তখন 4 meter। আবার, বেগ যখন 4 ms^{-1} সরণ তখন 3 meter। দোলনের বিস্তার ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। **[CKRUET'20-21]**

(a) 5 m, 6.28 sec (b) 5 m, 628 sec (c) 5 m, 62.8 sec (d) 5.25 m, 6.28 sec (e) 5.5 m, 6.28 sec

সমাধান: **(a)**; $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$3 = \omega\sqrt{A^2 - 4^2}$ ..... (i); $4 = \omega\sqrt{A^2 - 3^2}$ ..... (ii)

$\frac{(i)^2}{(ii)^2} \Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{A^2-16}{A^2-9} \Rightarrow 9A^2 - 81 = 16A^2 - 256 \Rightarrow 7A^2 = 175 \Rightarrow A^2 = 25 \Rightarrow A = 5m$

$\therefore \omega = \frac{3}{\sqrt{5^2-4^2}} = \frac{3}{\sqrt{9}} = \frac{3}{3} = 1\ rads^{-1} \therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\ s = 6.28s$

04. সাম্যাবস্থান থেকে একটি সরল দোলন গতি সম্পন্ন বস্তু কণার কী পরিমাণ সরণ হলে এর বেগ (v) সর্বোচ্চ বেগের v_{max} অর্ধেক হবে? [A = বিস্তার] **[CKRUET'20-21]**

(a) $\pm\sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}}$ (b) $\pm\frac{A}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{1}{2}A^2\sin^2(\omega+\delta)$ (d) $\frac{v_{max}}{\omega A}$ (e) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$

সমাধান: **(e)**; $v = \frac{1}{2}v_{max} \Rightarrow \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{1}{2}\omega A \Rightarrow A^2 - x^2 = \frac{A^2}{4}$

$\Rightarrow 4A^2 - 4x^2 = A^2 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4}A^2 \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$

05. When a person of mass 70 kg enters into a car, then center of gravity of the car descends by 0.4 cm. If mass of the car is 1000 kg, then calculate the frequency of vibration of the car when it is empty. **[IUT'20-21]**

(a) 1.085 s^{-1} (b) 2.085 s^{-1} (c) 2.485 s^{-1} (d) 1.185 s^{-1}

Solution: (b); $mg = ke \Rightarrow 70 \times 9.8 = k \times (0.4 \times 10^{-2}) \Rightarrow k = 1.715 \times 10^5\ Nm^{-1}$

$\therefore f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_{car}}} = 2.085\ s^{-1}$

06. A particle performs simple harmonic motion with amplitude A. Its angular speed is tripled at the instant that it is at a distance $\frac{2A}{3}$ from equilibrium position. The new amplitude of the motion is: **[IUT'19-20]**

(a) 3A (b) $A\sqrt{3}$ (c) $\frac{7A}{3}$ (d) $\frac{A}{3}\sqrt{41}$

Solution: **(c)**; $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$; At, $x = \frac{2A}{3}$ then $v = \omega\sqrt{A^2 - \frac{4A^2}{9}} = \frac{\omega}{3}\sqrt{5A^2}$

Now, the speed got tripled, so the new amplitude = A'

$\omega\sqrt{(A')^2 - \frac{4A^2}{9}} = 3.\frac{\omega}{3}\sqrt{5A^2} \Rightarrow \sqrt{(A')^2 - \frac{4A^2}{9}} = \sqrt{5A^2} \Rightarrow (A')^2 = 5A^2 + \frac{4A^2}{9} \Rightarrow A'^2 = A^2\left(\frac{45+4}{9}\right) \Rightarrow A' = \frac{7A}{3}$ **(Ans.)**

07. A student measures the maximum speed of a block undergoing simple harmonic oscillations of amplitude A on the end of an ideal spring. If the block is replaced by one with twice the mass but the amplitude of its oscillations remains the same, then the maximum speed of the block will- **[IUT'18-19]**

(a) decrease by a factor of 4 (b) decrease by a factor of 2

(c) decrease by a factor of $\sqrt{2}$ (d) remain the same

Solution: (c); $k = m\omega^2 \therefore m_1\omega_1^2 = m_2\omega_2^2$ [Spring is not replaced] ; $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

$\therefore \omega_2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}\omega_1 = \sqrt{\frac{m_1}{2m_1}}\omega_1 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$

Now, $v_{max} = \omega A \therefore v_{max\,(1)} = \omega_1 A = \sqrt{2}\omega_2 A = \sqrt{2}\,v_{max\,(2)} \therefore v_{max\,(2)} = \frac{v_{max\,(1)}}{\sqrt{2}}$

08. সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর বিস্তার 0.01m এবং কম্পাঙ্ক 12Hz। বস্তুটির সরণ 5×10^{-3}m হলে এর গতিবেগ কত? **[KUET'17-18]**

(a) $0.755\ ms^{-1}$ (b) $65.3\ cms^{-1}$ (c) $6.52\ ms^{-1}$ (d) $66.22\ cms^{-1}$ (e) $0.564\ ms^{-1}$

সমাধান: **(b);** $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi f\sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi \times 12 \times \sqrt{0.01^2 - (5 \times 10^{-3})^2}$
$= 0.653\ ms^{-1} = 65.3\ cms^{-1}$

09. The displacement of a particle varies according to the relation $x = 4\ (\cos\pi t + \sin\pi t)$. The amplitude of the particle is- **[IUT'17-18]**

(a) -4 (b) 4 (c) $4\sqrt{2}$ (d) 8

Solution: (c); $x = 4(\cos\pi t + \sin\pi t) = 4\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\pi t + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\pi t\right)$
$= 4\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\pi t + \cos\frac{\pi}{4}\sin\pi t\right) = 4\sqrt{2}\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ ∴Amplitude $4\sqrt{2}$ (Ans.)

10. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোন কণার সর্বোচ্চ বেগ $0.02ms^{-1}$। কণাটির বিস্তার 5mm হলে কণাটির পর্যায়কাল কত? **[KUET'16-17]**

(a) 1.26 sec. (b) 1.36 sec. (c) 1.48 sec. (d) 1.52 sec. (e) 1.57 sec.

সমাধান: **(e);** $v_{max} = A\omega = 0.02 \Rightarrow \omega = \frac{0.02}{A} = \frac{0.02}{5\times10^{-3}} = 4$; $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = 1.57s$

11. একটি তরঙ্গের দুটি বিন্দুর দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ হলে পথ পার্থক্য কত? **[BUTEX'16-17]**

(a) $\frac{\lambda}{4}$ (b) $\frac{\lambda}{2}$ (c) λ (d) 2λ

সমাধান: **(a);** $\frac{\text{পথ পার্থক্য}}{\text{দশা পার্থক্য}} = \frac{\lambda}{2\pi}$ ∴ পথ পার্থক্য $= \frac{\lambda}{4}$

12. The equation of motion of particle experiencing simple harmonic motion is $x = 10\sin\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$ m. What is the velocity of the particle at $t = 1$ s? **[IUT'16-17]**

(a) $88.17ms^{-1}$ (b) $78.57ms^{-1}$ (c) $98.87ms^{-1}$ (d) $88.87ms^{-1}$

Solution: (d); $v = \frac{dx}{dt} = 100\cos\left(10\,t - \frac{\pi}{6}\right) = 100\cos\left[\left(10 \times 0.1 - \frac{\pi}{6}\right) \times \frac{180}{\pi}\right] = 88.87\ ms^{-1}$

13. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10\sin\left(12t - \frac{\pi}{3}\right)$ যেখানে y এর একক মিটার, t এর একক সেকেন্ড এবং দশার একক রেডিয়ান। 6.28 sec সময়ে বস্তুটির ত্বরণ কত? **[KUET'15-16]**

(a) $1.25\ kms^{-2}$ (b) $1.24\ ms^{-2}$ (c) $1.39\ kms^{-2}$ (d) $1.44\ ms^{-2}$ (e) $-26.30\ ms^{-2}$

সমাধান: **(a);** $a = -\omega^2 x = -12^2 \times 10\sin\left(12t - \frac{\pi}{3}\right) = -144 \times 10\sin\left(12 \times 6.28 - \frac{\pi}{3}\right)$
$= 1247.08\ ms^{-2} = 1.25\ kms^{-2}$

14. সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর সমীকরণ $Y = 10\sin(12t - \frac{\pi}{6})$; এখানে Y এর একক মিটার, t এর একক সেকেন্ড এবং দশা ধ্রুবকের একক rad। বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি কত? **[KUET'14-15]**

(a) $10ms^{-1}$ (b) $12ms^{-1}$ (c) $\frac{\pi}{6}ms^{-1}$ (d) $120\ ms^{-1}$ (e) $120\ cms^{-1}$

সমাধান: **(d);** $\omega = 12rads^{-1}, A = 10m; v_{max} = \omega A = 120ms^{-1}$

15. A 50gm mass vibrating up and down at the end of a spring has its position given by $y = 0.150\sin 3t$ (m) for 't' is in second. What is the force acting on the mass to give this motion? **[IUT'14-15]**

(a) $-0.0875\sin 3t$ (N) (b) $-0.0575\sin 3t$ (N) (c) $-0.0675\sin 3t$ (N) (d) $-0.675\sin 3t$ (N)

Solution: (c); $a = \frac{d^2y}{dt^2} = -0.15 \times 3^2\sin 3t\ ms^{-2}$
∴ $F = ma = -0.05 \times 0.15 \times 9\sin 3t\ (N) = -0.0675\sin 3t\ (N)$

16. একটি বস্তু $x = 2\cos(50t)$ অনুসারে সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে, যেখানে x এর পরিমাপ মিটারে এবং t এর পরিমাপ সেকেন্ডে। ইহার সর্বোচ্চ বেগ ms^{-1} এককে হবে- **[BUET'12-13]**

(a) $100\sin(50t)$ (b) $100\cos(50t)$ (c) 100 (d) 200

সমাধান: (c) ; $A = 2 \Rightarrow \omega = 50$, $v_{max} = A\omega = 2 \times 50 = 100ms^{-1}$

17. কোন্ কম্পাঙ্কের সরল দোলনগতির ত্বরণ a এবং সরণ x - এর সম্পর্কটি $a = -\omega^2 x$ সমীকরণের সাথে সম্পর্কিত?

(a) ω (b) $2\pi\omega$ (c) $\frac{\omega}{2\pi}$ (d) $\frac{2\pi}{\omega}$

সমাধান: (c); $a = -\omega^2 x;\ \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$

18. কোন সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3cm এবং সর্বোচ্চ বেগ $6.24 cms^{-1}$ হলে, কণাটির পর্যায়কাল কত?

(a) 5s (b) 1s (c) 3s (d) 6s (e) 4s **[KUET'11-12]**

সমাধান: $v_{max} = \omega A \Rightarrow \omega = \frac{v_{max}}{A} = \frac{6.24}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{6.24}{3} \therefore T = 3s$

19. 1.00×10^{-20} kg ভরের একটি কণার সরল ছন্দিত গতির দোলনকাল 1.00×10^{-5} s এবং তার সর্বোচ্চ গতিবেগ $1.00 \times 10^3\ ms^{-1}$। কণাটির (a) কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং (b) সর্বোচ্চ সরণ নির্ণয় কর। **[BUET'18-19]**

সমাধান: (a); $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1\times10^{-5}} = 200000\pi\ rads^{-1}$

(b) $v_{max} = \omega A \Rightarrow 1.00 \times 10^3 = 200000\pi A;\ A = 1.5915 \times 10^{-3} m$ (Ans.)

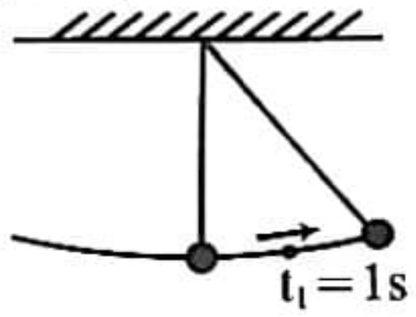
20. সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কাল 12 sec হলে সাম্যবস্থান হতে উহার বিস্তারের অর্ধেক সরণে কত সময় লাগবে? **[BUTEX'18-19]**

সমাধান: $T = 12s\ \ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12}\ rads^{-1} = \frac{\pi}{6}\ rads^{-1}$

$\frac{A}{2} = A\sin(\omega t) \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) \Rightarrow \frac{\pi}{6}t = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6} \Rightarrow t = 6n + (-1)^n.1$

$t_1 = 6\times0 + (-1)^\circ.1s = 1s;\ t_2 = (6\times1-1)s = 5s$

$t_3 = (6\times2+1)s = 13s;\ t_4 = (6\times3-1)s = 17s$



21. একটি লাউড স্পিকারের শঙ্কু (cone) 262 Hz. কম্পাঙ্কে সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের বিস্তার $A = 1.5 \times 10^{-4} m$ এবং $t = 0$ সময়ে সরণ $x = A$ হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের গতি বর্ণনাকারী সমীকরণটি নির্ণয় কর। শঙ্কুর বেগ ও ত্বরণকে সময়ের ফাংশন হিসাবে প্রকাশ কর। **[BUET'14-15]**

সমাধান: আমরা জানি, $x = A\sin(2\pi ft + \delta)$; [দেওয়া আছে, $f = 262Hz\ \&\ A = 1.5 \times 10^{-4} m$]

$t = 0$ তে, $x = A\sin(\delta) \Rightarrow A = A\sin(\delta) \Rightarrow \sin(\delta) = 1 \therefore \delta = \frac{\pi}{2}$

$\therefore x = A\sin\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.) $\therefore V = \frac{d}{dt}(x) = 524\pi A\cos\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.)

$\therefore a = \frac{d}{dt}(v) = -524^2.\pi^2.A\sin\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.)

22. যখন 1kg আদর্শ ভর একটি চলমান প্লাটফর্মের উপর রাখা হয় তখন তার স্পন্দনের হার 125 vib min^{-1} অজানা ভরের জন্য স্পন্দনের হার 243 vib min^{-1} হবে? চলমান প্লাটফর্মের ভর অগ্রাহ্য কর। **[BUET'10-11]**

সমাধান: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \therefore \frac{1}{n_1} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \ldots\ldots\ldots\ldots (i);\ \frac{1}{n_2} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) ÷ (ii) $\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{243}{125} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \therefore m_2 = 0.2646kg$ (Ans.)

23. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার সমীকরণ $y = 10\sin\ (\omega t + \delta)m$, পর্যায়কাল 30 sec এবং আদি সরণ 0.05m হলে, কণাটির (ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক (খ) আদি দশা নির্ণয় কর। **[CUET'09-10]**

সমাধান: (ক) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{30} = 0.20944\ rads^{-1}$ (Ans.)

(খ) $t = 0$ তে $y = 0.05 \therefore 10\sin(\omega.0 + \delta) = 0.05 \Rightarrow \sin\delta = 0.005\ \ \therefore \delta = 0.287\ deg = 5 \times 10^{-3} rad$(Ans.)

24. সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 20\sin(\omega t + \delta)$ cm। এই গতির পর্যায়কাল 30s এবং আদি সরণ 5cm হলে কণাটির কৌণিক কম্পাংক, আদি দশা ও 10s পরের দশা নির্ণয় কর। **[RUET'07-08]**

সমাধান: সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ ঃ $y = 20\sin(\omega t + \delta)$ এই গতির পর্যায়কাল, $T = 30s$, আদিসরণ, $y_0 = 5cm$; আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{30} = 0.2094 rads^{-1}$ (Ans.)

আদি দশা δ হলে, $y_0 = 20(\sin(\omega\times0) + \delta)$

$\Rightarrow \sin\delta = \frac{y_0}{20} = \frac{5}{20} = 0.25 \Rightarrow \delta = \sin^{-1}0.25 = 14.48^\circ = 0.2527 rad$ (Ans.)

25. কোন স্প্রিং এর এক প্রান্তে 40gm ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে আন্দোলিত হবার সময় বস্তুটি তার সাম্যাবস্থা থেকে সর্বাধিক 12cm দূরে সরে যাচ্ছে এবং বস্তুটির পর্যায়কাল 1.5 sec। স্প্রিং ধ্রুবক এবং সাম্যাবস্থা থেকে 6cm দূরের অবস্থানে বস্তুটির দ্রুতি কত ? **[CUET'07-08]**

সমাধান: $k = m\omega^2 = 40 \times 10^{-3} \times \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 = 0.702\ N/M$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.5} = \frac{4\pi}{3} rads^{-1} \therefore v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{4\pi}{3}\sqrt{(0.12)^2 - (0.06)^2} = 0.435 ms^{-1}$ (Ans.)

10s পরের দশা $\omega t + \delta = \omega \times 10 + \delta = (0.2094 \times 10 + 0.2527) rad = 2.3467\ rad$ (Ans.)

26. সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল একটি বস্তুর বিস্তার $0.5m$ দোলনকাল $2s$ এবং বেগ $1.11 ms^{-1}$. বস্তুটির সরণ কত? **[BUTEX'07-08]**

সমাধান: আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow 1.11 = \frac{2\times3.14}{2}\sqrt{(0.5)^2 - x^2} \Rightarrow x = 0.354m$

27. একটি বস্তুর ছন্দিত গতি $x = 10.0 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right) m$ সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। $t = 2s$ সময়ে উক্ত বস্তুর (ক) সরণ (খ) বেগ ও (গ) ত্বরণ নির্ণয় কর। **[RUET'03-04]**

সমাধান: (ক) সরণ, $x = 10 \cos\left(10\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 7.07m$

(খ) বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = -10 \times 5\pi \times \sin(5\pi t + \frac{\pi}{4})$ $t = 2$ হলে, $\therefore v = -111.07 ms^{-1}$

(গ) ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = -10 \times 5\pi \times 5\pi \cos\ (5\pi t + \frac{\pi}{4})$; $t = 2$ হলে, $a = -1744.71 ms^{-1}$ (Ans.)

28. একটি ওজন মাপার স্প্রিং নিক্তির উপর দাড়ানোর পর তুমি লক্ষ্য করলে যে সাম্যাবস্থায় আসার পূর্বে নিক্তির কাঁটাটি সাম্যাবস্থার দুপাশে কয়েকবার দোল খায়। দোলনকাল 0.8 সেকেন্ড হলে এবং তোমার ভর $64kg$ হলে নিক্তির স্প্রিং ধ্রুবক কত? **[BUET'01-02]**

সমাধান: $k = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 64 \times \left(\frac{2\pi}{0.8}\right)^2 = 3947.84 Nm^{-1}$ (Ans.)

29. একটি বস্তুর সরল ছন্দিত গতি $x = 6.0 \cos(3\pi t + \pi/3)$ m সমীকরণ দ্বারা বিবৃত করা যায়।
$t = 2sec$ সময়ে (i) সরণ (ii) বেগ এবং (iii) ত্বরণ বের কর। **[BUET'00-01]**

সমাধান: (i) $x = 6.0 \cos\left(3\pi \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) m = 3m$ (Ans.)

(ii) $v = \frac{dx}{dt} = -6 \sin\left(3\pi \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) \times 3\pi = -48.98 ms^{-1}$ (Ans.)

(iii) $a = -6 \times 3\pi \times 3\pi \cos\left(3\pi \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) = -266.548 ms^{-1}$ (Ans.)

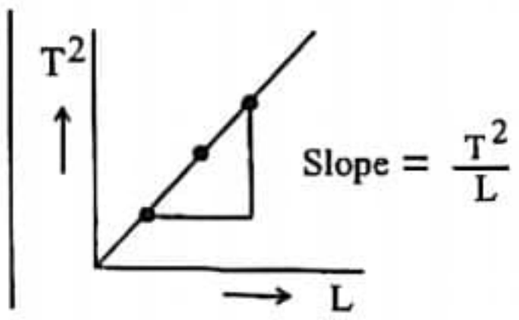
Question Type-03. সরলদোলক

➲ **Formula & Concept:**

♦ সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4-degree এর কম হলে,

➢ সরল দোলকের দোলন কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, L = কার্যকর দৈর্ঘ্য।

➢ সরল দোলকের সাহায্যে g নির্ণয়ঃ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ or, $g = \frac{4\pi^2}{T^2/L} = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$



♦ কার্যকর ত্বরণ হল ববের/দোলকের উপর ত্বরণ

(i) একটি লিফটের a ত্বরণ উপরের দিকে হলে এর মধ্যে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}$ [কার্যকর ত্বরণ = $g + a$]

(ii) একটি লিফট a ত্বরণ নিচের দিকে হল এর মধ্যে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}$ [কার্যকর ত্বরণ = $g - a$]

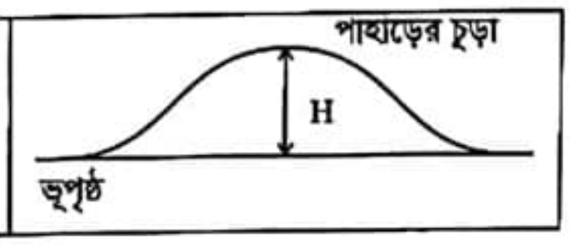
(iii) মহাকাশে যেখানে $g \to 0$, সেখানে, $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$

- সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে, $T = 2$ sec
- একটি সেকেন্ড দোলক দিনে x sec ধীরে বা দ্রুত চললে পরিবর্তিত দোলনকাল, $T = \frac{2\times86400}{86400\mp x}$

- কখন (+) sign হবে → যদি বলা থাকে,
  (i) x sec দ্রুত চলে (ii) x sec লাভ করে
  (iii) x টি অর্ধদোলন বেশি দেয় (iv) $\frac{x}{2}$ টি দোলন বেশি দেয়
  এই সকল ক্ষেত্রে দোলক দ্রুত চলবে
- (−) sign এর ক্ষেত্রে উল্টা হবে

◆ পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়:

$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{R+H}{R}\right)^2} = 1 + \frac{H}{R} \therefore \boxed{H = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) \times R}$; $T_1 = 2s$ এবং $R = 6400km$



01. ভূপৃষ্ঠ থেকে একটি সেকেন্ড দোলক কত উচ্চতার পাহাড়ে উঠালে সারাদিনে ১ মিনিট ধীরে চলবে। **[CKRUET'21-22]**

(a) 1.45 km (b) 2.45 km (c) 3.45 km (d) 4.45 km (e) 5.45

সমাধান: **(d)**; $h = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) R = \left(\frac{86400}{86400-60} - 1\right) \times 6400 \text{ km} = 4.447 \text{ km} \approx 4.5 \text{ km}$

02. In an experiment, the value of $\frac{L}{T^2}$ at a place was found 0.25 ms^{-2}. Calculate the value of g at that place. **[IUT'21-22]**

(a) 9.87 ms^{-2} (b) 9.81 ms^{-2} (c) 9.83 ms^{-2} (d) 9.85 ms^{-2}

Solution: (a); $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{L}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = 4(3.1416)^2 \times 0.25 \text{ ms}^{-2} = 9.8696 \text{ ms}^{-2} \approx 9.87 \text{ ms}^{-2}$

03. Two pendulums having 2 sec time period, one is on the earth and the other is on the moon have the length ratio of 81:16. If the value of g on the earth's surface is 9.81 ms^{-2}, find the value of g on the moon's surface. **[IUT'21-22]**

(a) 1.538 ms^{-2} (b) 1.638 ms^{-2} (c) 1.938 ms^{-2} (d) 1.338 ms^{-2}

Solution: (c); $T_1 = T_2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_2}} \Rightarrow \frac{L_1}{g_1} = \frac{L_2}{g_2} \Rightarrow g_2 = g_1 \times \frac{L_2}{L_1} = 9.81 \times \frac{16}{81} \text{ms}^{-2} = 1.938 \text{ ms}^{-2}$

04. The length of a simple pendulum executing simple harmonic motion is increased by 21%. The percentage increase in the time period of the pendulum of increased length is **[IUT'19-20]**

(a) 11% (b) 21% (c) 42% (d) 10%

Solution: (d); $T \propto \sqrt{L} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1.21 \therefore \frac{T_2}{T_1} = 1.1 \therefore 10\%$ increase.

05. সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% কমালে, উক্ত দোলকের দিনে কত সময় পরিবর্তিত হবে? **[KUET'18-19]**

(a) 433s সময় বৃদ্ধি পাবে (b) 433s সময় হারাবে (c) 216s সময় বৃদ্ধি পাবে
(d) 216s সময় সময় হারাবে (e) সময় অপরিবর্তিত থাকবে

সমাধান: **(a);** $T \propto \sqrt{L}$; $\frac{T'}{2} = \sqrt{\frac{99}{100}} \Rightarrow T' = \sqrt{\frac{99}{100}} \times 2 \Rightarrow \frac{2\times86400}{86400+n} = \sqrt{\frac{99}{100}} \times 2 = n \approx 433$

06. একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য কতগুণ বাড়াতে হবে? **[KUET'17-18, SUST'07-08]**

(a) 1.25 গুণ (b) 1.52 গুণ (c) 1.35 গুণ (d) 1.53 গুণ (e) 1.57 গুণ

সমাধান: **(a);** $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{\left(1+\frac{1}{2}\right)T}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{\ell'}{\ell} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{\ell'-\ell}{\ell} = \frac{5}{4} = 1.25 \therefore$ 1.25 গুণ বৃদ্ধি করতে হবে।

07. On a planet with an unknown value of g, the period of a 0.65 m long pendulum is 2.8 s. What is g for this planet? **[IUT'16-17, 14-15]**

(a) $2.27 ms^{-2}$ (b) $2.95\ ms^{-2}$ (c) $3.95 ms^{-2}$ (d) $3.27 ms^{-2}$

Solution: (d); $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = 3.27\ ms^{-2}$

08. একটি দোলকের দোলনকাল 2sec এর বেশি। ফলে তা দৈনিক 20 sec ধীরে চলে। এর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে ঠিক 2 sec দোলনকালে দুলবে? **[CUET'15-16, CUET'10-11]**

(a) 20% (b) 199% (c) 0.046% (d) 200%

সমাধান: (c); $T_2 = \frac{86400\times2}{86400-20} = \frac{4320}{4319}\times 2$

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 1.00046$ ∴ দৈর্ঘ্য কমাতে হবে $= (1.00046 - 1)\times 100\% = 0.046\%$

09. দুটি স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে 9.8 ও $9.78 ms^{-2}$ হলে, ঐ দুই স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত হবে? **[RUET'14-15]**

(a) 0.005m (b) 0.003m (c) 0.001m (d) 0.004m (e) None

সমাধান: (e); $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; $L_1 - L_2 = \frac{g_1 - g_2}{\pi^2} = 0.002m$

10. একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ পরিবর্তন করলে তার দোলনকাল দ্বিগুণ হবে? **[BUET'13-14]**

(a) twice (b) half (c) 4 times (d) ¼ times

সমাধান: (c); $T \propto \sqrt{L}$; $L \propto T^2$ ∴ $2^2 = 4$ গুণ করতে হবে।

11. যদি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 22.5% বাড়ানো হয়, তাহলে দোলনকাল কত হবে? **[KUET'13-14]**

(a) 3.6s (b) 2.21 s (c) 3.6min (d) 2.21min (e) 2.5s

সমাধান: (b); $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \therefore T_2 = T_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = 2\times\sqrt{\frac{1.225}{1}} = 2.215$

12. ধরি দুইটি সরল দোলক A এবং B। যদি A এর দৈর্ঘ্য B এর দ্বিগুণ এবং B এর দোলনকাল 3s হয় তবে A এর দোলনকাল কত? **[RUET'13-14]**

(a) 5.24s (b) 4.24s (c) 4.55s (d) 3.45s (e) None

সমাধান: (b); $T \propto \sqrt{L} \therefore \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \therefore T_A = T_B \times \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} = 3\times\sqrt{2} = 4.24s.$

13. মহাকাশে একজন নভোচারীর কাছে একটি সরল দোলকের দোলনকাল হবে- **[BUET'11-12]**

(a) 84.6 min (b) 2 sec (c) ∞ (d) 0

সমাধান: (c); $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; মহাকাশে $g = 0$ ∴ $T = \infty$

14. একটি সেকেন্ড দোলক এর দৈর্ঘ্য তিনগুণ বৃদ্ধি করলে দোলনকাল কত হবে? **[KUET'11-12]**

(a) 4s (b) 5s (c) 6s (d) 16s (e) 25s

সমাধান: (a); $T_1 = 2$ sec; $T_2 = ?$; $L_2 = (3+1)L_1$ [3 গুণ বাড়িয়েছি, 3 গুণ করিনি।] $= 4L_1$

$T \propto \sqrt{L} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow \frac{2}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{4L_1}} \Rightarrow \frac{2}{T_2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \therefore T_2 = 4$ sec (Ans.)

15. একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। **[RUET'11-12]**

(a) 1.5 m (b) 2 m (c) 1 m (d) 3 m (e) 2.5 m

সমাধান: (c); $g = 4\pi^2\frac{L}{T^2}$ ∴ $L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8\times2^2}{4\times9.86} \approx 1$ m

16. কুমিল্লায় অবস্থিত একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে অবস্থিত দোলকের চেয়ে 10% বেশী হলে, কোন বস্তুকে রাজশাহী থেকে কুমিল্লা নেয়া হলে তার ওজন কত হবে? **[RUET'10-11]**

(a) 10% বেশী (b) 10% কম (c) সমান থাকবে (d) $10^{1/2}$ কম (e) $10^{1/2}$ বেশী

সমাধান: **(a)**; $T = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_2}} \therefore \frac{L_1}{g_1} = \frac{L_2}{g_2} \Rightarrow g_2 = \frac{L_2}{L_1} \times g_1 = \frac{L_1 + 10\% \times L_1}{L_1} \times g_1 = \frac{11}{10} g_1$

$\therefore W_2 = \frac{11}{10} W_1 = W_1 + \frac{W_1}{10}$ $\therefore$ 10% বেশী

17. A second-pendulum reads correct time on the earth surface. What will be the time period of it if it is placed on the moon's surface? The radius and mass of the earth is 4 times and 81 times that of the moon respectively.

(a) 5.4 sec (b) 4.5 sec (c) 2.5 sec (d) 3.5 sec **[IUT'10-11]**

Solution: (b); $g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{4^2}{81} = \frac{16}{81} \times 9.8 = 1.9358\ ms^{-2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore T_m = T_e\sqrt{\frac{g_e}{g_m}} = 2\sqrt{\frac{81}{16}} = 2 \times \frac{9}{4} = 4.5s$

18. A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 98 cm। কোন বস্তুকে A স্থান থেকে B স্থানে নিয়ে গেলে এর ওজন বাড়বে না কমবে? নির্ণয় কর। **[BUTEX'21-22]**

সমাধান: দেওয়া আছে, $L_A = 98$ cm এবং $L_B = 96$ cm

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g}$ $\therefore l \propto g$

$\Rightarrow L \propto W\ [W = mg] \therefore \frac{L_A}{L_B} = \frac{W_A}{W_B} \Rightarrow W_A = \frac{L_A}{L_B} \times W_B = \frac{98}{96} \times W_B = 1.02083\ W_B$ $\therefore W_A > W_B$

অতএব, কোন বস্তুকে A স্থান থেকে B স্থানে নিয়ে গেলে এর ওজন কমবে।

19. অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8ms^{-2}$ এর জন্য একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। অভিকর্ষজ ত্বরণ 10% কমিয়ে উক্ত দোলকের দোলনকাল ঠিক রাখতে হলে দৈর্ঘ্যের কি পরিবর্তন হবে? **[KUET'19-20]**

সমাধান: সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য, $L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.9929m = 99.29cm$

আবার, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \therefore$ T স্থির থাকলে $L \propto g$

$\therefore$ g 10% কমলে Lও 10% কমবে $\therefore$ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন $= 99.29 \times 10\% = 9.929cm$ (Ans.)

20. একটি সেকেন্ড দোলক ঘড়ি পাহাড়ের পাদদেশে ঠিক সময় দেয় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় উঠালে 2 ঘণ্টায় 8 সেকেন্ড সময়ের পার্থক্য দেখায়। পৃথিবীর ব্যাস 12800 km হলে- **[BUET'17-18]**

(i) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(ii) পাহাড়ের চূড়ায় সঠিকভাবে কাজ করতে হলে দোলকের দৈর্ঘ্য কত % পরিবর্তন করতে হবে?

সমাধান: **(i)** প্রশ্নমতে, পাহাড়ের উপর ঘড়ি 2 ঘণ্টায় 8s সেকেন্ড ধীরে চলে।

সুতরাং 24 ঘণ্টায় ধীরে চলে $\frac{8 \times 24}{2} = 96$ সেকেন্ড।

এখন, পাহাড়ের পাদদেশে দোলনকাল T এবং পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল T′ হলে $\frac{T'}{T} = \frac{86400}{86400-96} = \frac{900}{899}$

পাহাড়ের উচ্চতা h, পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g′ হলে $\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ ..... (i)

আমরা জানি, $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2} = 1 + \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{T'}{T} - 1$

$\Rightarrow h = R \times \left(\frac{T'}{T} - 1\right) = \frac{12800}{2} \times 10^3 \times \left(\frac{900}{899} - 1\right) = 7119.02$ m (Ans.)

(ii) পাদদেশে দোলকের দৈর্ঘ্য l

পাহাড়ের চূড়ায় l' হলে T দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে।

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; সুতরাং $L \propto g$

সুতরাং, $\frac{l'}{l} = \frac{g'}{g} \Rightarrow \frac{l-l'}{l} = 1 - \frac{g'}{g} = 1 - \frac{(899)^2}{(900)^2}$ $\left[\text{(i)হতে } \frac{g'}{g} = \left(\frac{T}{T'}\right)^2 = \left(\frac{899}{900}\right)^2\right]$

$= 1 - 0.9977790123 = 2.220987 \times 10^{-3}$ $= 2.220987 \times 10^{-3} \times 100\% = 0.22209877\%$

∴ দৈর্ঘ্য 0.222% হ্রাস করতে হবে।

21. পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল $2sec$। একে চন্দ্রপৃষ্ঠে নিলে এর দোলনকাল হয় $4.5sec$। পৃথিবীর ভর ও চন্দ্রের ভরের অনুপাত 81 হলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর। **[RUET'11-12, 03-04]**

সমাধান: $T_e = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_e}}; T_m = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_m}}; \frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m}{g_e}} = \sqrt{\frac{GM_m/R_m^2}{GM_e/R_e^2}}$

$\Rightarrow \frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{M_m}{M_e}}.\frac{R_e}{R_m} \Rightarrow \frac{R_e}{R_m} = \frac{T_e}{T_m}\sqrt{\frac{M_e}{M_m}} = \frac{2}{4.5} \times \sqrt{81} = \frac{2\times9}{4.5} = 4 \;\therefore R_e : R_m = 4:1$

22. যদি কোন স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1m হয়, তবে যে দোলক সেই স্থানে প্রতি মিনিটে ২০ বার দোল দেয়, তার দৈর্ঘ্য বের কর। **[RUET'10-11]**

সমাধান: $T_1 = 2s; T_2 = \frac{60}{20} = 3s; \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow L_2 = \frac{9}{4}L_1 = 2.25m$

23. একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে 95cm এবং চট্টগ্রামে 100cm। কোন বস্তুর ওজন রাজশাহীতে $95gm - wt$ হলে, চট্টগ্রামে উহার ওজন কত? **[RUET'09-10, 06-07, CUET'04-05]**

সমাধান: $\frac{W_R}{W_c} = \frac{mg_R}{mg_c} = \frac{g_R}{g_c}$; এখন, $2\pi\sqrt{\frac{l_R}{g_R}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_c}{g_c}}$ বা, $\frac{l_R}{g_R} = \frac{l_c}{g_c}$ বা, $\frac{g_R}{g_c} = \frac{l_R}{l_c}$

$\therefore \frac{W_R}{W_c} = \frac{l_R}{l_c} = \frac{95}{100}$ বা, $W_c = W_R \times \frac{100}{95} = \frac{95\times100}{95} = 100gm - wt$ (Ans.)

24. সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল কত? **[BUTEX'09-10]**

সমাধান: $2s$

25. একটি স্থির লিফটের মধ্যে রাখা একটি সরল দোলকের দোলনকাল T । যদি দোলকটি উপরের দিকে $\frac{g}{4}$ ত্বরণ নিয়ে উঠে, তাহলে দোলকটির দোলনকাল কত হবে? **[RUET'08-09, BUET'03-04]**

সমাধান: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ (স্থির লিফটে) $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+\frac{g}{4}}}; \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{\frac{5g}{4}}{g}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore T' = \frac{2}{\sqrt{5}}T$; দোলনকাল $\frac{2}{\sqrt{5}}$ গুণ হবে।

26. সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে, উক্ত দোলক দিনে কত সময় হারাবে? **[BUET'07-08]**

সমাধান: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{86400-x}{86400} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow \frac{86400-x}{86400} = \sqrt{\frac{L_1}{\frac{101L_1}{100}}}$ $\left| L_2 = L_1 + \frac{L_1}{100} \therefore L_2 = \frac{101}{100}L_1\right.$

$\Rightarrow \frac{86400-x}{86400} = 0.995 \Rightarrow 86400 - 86400 \times 0.995 = x \;\therefore x = 428.79s$

27. একটি সেকেন্ড পেন্ডুলাম বিশিষ্ট ঘড়ি প্রতিদিন আধা মিনিট $(30\,sec)$ লাভ করে। পেন্ডুলামটি সঠিক সময় দিতে হলে উহার সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের কি পরিমাণ হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটাতে হবে? $(g = 980\ cms^{-2})$. **[RUET'07-08]**

সমাধান: আমরা জানি, $T_1n_1 = T_2n_2$; যেখানে T দোলনকাল এবং n অর্ধদোলনসংখ্যা প্রকাশ করে।

$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{86400+30}{86400} \Rightarrow \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{86430}{86400} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{86430}{86400}\right)^2 = 1.0006945 \Rightarrow L_1 = 1.0006945L_2$

∴ দৈর্ঘ্য বাড়াতে হবে $= \frac{L_1-L_2}{L_2} = 0.0006945 = 0.06945\%$ (Ans.)

28. একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 225% বাড়ানো হলে এর দোলনকাল কত হবে নির্ণয় কর। **[RUET'06-07, BUTEX'05-06]**

সমাধান: এখানে একটা বিষয় লক্ষ্যণীয় -সেটা হল ভাষাগত বিষয়। যদি বলা হত দৈর্ঘ্য বেড়ে 225% হল, তাহলে বর্তমান দৈর্ঘ্য $\frac{225L}{100}$ (L = আদি দৈর্ঘ্য) কিন্তু এখানে বলা হয়েছে দৈর্ঘ্য 225% বৃদ্ধি পেল/বাড়ানো হল,

কাজেই বর্তমান দৈর্ঘ্য = L এর $\frac{225}{100}$ + L; [L = আদি দৈর্ঘ্য, ℓ = বৃদ্ধি প্রাপ্ত দৈর্ঘ্য। কাজেই বর্তমান দৈর্ঘ্য, $L' = L + \ell$]

উপরের ভাষাগত ভুল বোঝা পরিষ্কার হয়ে গেলে এখন দেখ অংকটা কত সহজঃ

ধরি, আদি দৈর্ঘ্য = L

$\therefore$ বর্তমান দৈর্ঘ্য, $L' = L + L$ এর 225% $= L + \frac{225L}{100} = \frac{325L}{100}$

$\therefore \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$; $\left[\because T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{3.25L}{L}} \Rightarrow T' = 2\times\sqrt{3.25} = 3.6056s\ \text{(Ans.)}\right.$

29. কোন সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 200% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে? **[RUET'06-07, BUTEX'05-06]**

সমাধান: $T_1 = 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \ldots\ldots\ldots$ (i); $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(ii) $\div$ (i) $\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow T_2 = 2\sqrt{\frac{3L_1}{L_1}} = 2\sqrt{3}\,\text{sec}$ (Ans.)

$L_2 = L_1 + L_1$ এর 200%
$= L_1(1 + 2) = 3L_1$

30. একটি লিফটের ছাদ থেকে একটি সরল দোলক ঝুলানো আছে। লিফট চলার সময় এই দোলকের দোলনকাল লিফটের স্থির অবস্থার তুলনায় যদি অর্ধেক হয়, তবে লিফটের ত্বরণের দিক ও মান নির্ণয় কর। **[KUET'05-06]**

সমাধান: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{1}{4} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (i) $\therefore g_2 > g_1$

$\therefore$ লিফটটির ত্বরণের দিক উর্ধ্বমুখী এবং ত্বরণ a হলে, $g_2 = g + a$

$\therefore \frac{g}{g+a} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4g = g + a \Rightarrow a = 3g = 3 \times 9.8 = 29.4ms^{-2}$ (Ans.)

31. একটি সেকেন্ড দোলক ভূপৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। চন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে? পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ। পৃথিবীতে কত সময় অতিক্রান্ত হলে চন্দ্রে দোলকটি 1 ঘণ্টা দেখাবে। দোলকটিকে (a) সমবেগে চলন্ত লিফটে নিলে (b) ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহের অভ্যন্তরে নিলে এবং (c) পৃথিবীর কেন্দ্রে নিলে কি হবে? **[RUET'05-06, BUTEX'01-02]**

সমাধান: $\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} \ldots\ldots\ldots$ (i)

আমরা জানি, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$; $g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$

(i) নং হতে পাই, $\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{M_e R_m^2}{M_m R_e^2}} = \sqrt{\frac{81\,M_m \times R_m^2}{M_m \times (4R_m)^2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$

$\therefore$ চাঁদে দোলনকাল, $T_m = \frac{9}{4} \times T_e = \frac{9}{4} \times 2s = 4.5s$

এখানে, $M_e = 81\ M$; $R_e = 4\ R_m$

চাঁদে 2 টি অর্ধদোলন দেয় = 4.5 s এ

$\therefore$ 3600 " " " $= \frac{4.5\times3600}{2}$ s "

$= 8100\ s = 2.25\ hr$

$\therefore$ চাঁদে 1 ঘণ্টা দেখালে পৃথিবীতে 2.25 hr অতিবাহিত হবে।

(a) দোলকটিকে সমবেগে চলন্ত লিফটে নিলে দোলনকালের কোন পরিবর্তন হবে না।

(b) দোলকটিকে ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহে নিয়ে গেলে দোলনকাল অসীম হবে। কারণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-g}} = \infty$ হবে।

(c) পৃথিবীর কেন্দ্রে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$ অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্রে দোলনকাল অসীম হবে।

32. একটি পাহাড়ের পাদদেশে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয়। এটিকে পাহাড়ের সর্বোচ্চ শৃঙ্গে নিয়ে গেলে প্রতিদিন 2 মিনিট ধীরে চলে। পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km) **[KUET'04-05]**

সমাধান: 2 min = 120 sec $\therefore$ n = 120 sec

$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{R^2}{(R+H)^2}} = \frac{R}{R+H}$; এখন, $\frac{R}{R+H} = \left(\frac{86400}{86400-n}\right)^{-1}$ $[\because R = 6400km]$ $\therefore$ H = 8.9 km (Ans.)

33. তাপের ফলে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.041 sec হলো। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘন্টায় কত ধীরে যাবে? **[RUET'04-05]**

সমাধান: এখানে, $T_1 = 2\text{sec}$ এবং $T_2 = \frac{2\times3600}{3600-n}$

$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \frac{3600-n}{3600} = \frac{2}{2.041}$ বা, $3600 - n = \frac{2\times3600}{2.041}$ বা, $n = 72.32\text{sec}$

34. একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বাড়াতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কতটুকু পরিবর্তন করতে হবে? **[CUET'03-04]**

সমাধান: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$

$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow L_2 = \frac{9}{4}L_1$

$\therefore$ আদি দৈর্ঘ্যের 125% বাড়াতে হবে। (Ans.)

$\therefore T_2 = T_1 + T_1$ এর $50\% = T_1 + \frac{T_1}{2}$

$\Rightarrow T_2 = \frac{3}{2}T_1 \quad \therefore \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{L_2-L_1}{L_1} = \frac{9-4}{4} = \frac{5}{4}\times 100\% = 125\%$

35. শীতের কারণে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য হ্রাস পেল। এর ফলে দোলকটি দিনে 200s ফাষ্ট হয়। পরিবর্তিত দোলন কাল কত হবে? **[BUTEX'02-03]**

সমাধান: ধরি, প্রাথমিক দৈর্ঘ্য = l_0 এবং চূড়ান্ত দৈর্ঘ্য = l

আমরা জানি, $\frac{T}{T_0} = \frac{86400}{86400+200} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \frac{86400}{86600} \Rightarrow T = \frac{864}{866}\times 2\text{ s} = 1.995\text{ s.}$ (Ans.)

Question Type-04. সরল ছন্দিত কণার শক্তি

➲ **Formula & Concept:**

- $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\delta) = \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t+\delta) = \frac{1}{2}K(A^2-x^2)$
- $E_p = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t+\delta) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\delta)$
- $E = E_p + E_k = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}m\,v_{max}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$
- মোট যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকবে, $x = 0$ বিন্দুতে, $E_p = 0 \therefore E_K = E = \frac{1}{2}KA^2$

  আবার, $x = A$ বিন্দুতে $E_K = 0 \therefore E_p = E = \frac{1}{2}KA^2$

লক্ষণীয়ঃ এই অংকগুলোর সমাধান করার সময় ক্যালকুলেটার Radian mode এ থাকবে।

01. $2ms^{-1}$ বেগে চলন্ত 4kg ভরের একটি বস্তু, স্প্রিংযুক্ত ভরশূন্য ও $100Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবক সম্পন্ন বাম্পারের সঙ্গে সংঘর্ষ হয়। স্প্রিংটির সর্বোচ্চ সংকোচন হল- **[BUTEX'16-17]**

(a) 0.4m (b) 0.8m (c) 1.6m (d) 2.0m

সমাধান: **(a);** বস্তুটির সমস্ত গতিশক্তি স্প্রিংএ জমা হয়।

$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{mv^2}{k}} = \sqrt{\frac{4\times2^2}{100}} = 0.4\text{m}$

02. একটি স্প্রিং এর 2cm সংকোচনের ফলে স্প্রিংটির বিভব শক্তি হয় U। যদি স্প্রিংটিকে 10cm সংকোচন করা হয় তাহলে স্প্রিং এর বিভব শক্তি হবে- **[BUTEX'14-15]**

(a) U/25 (b) U/5 (c) 5U (d) 25U

সমাধান: (d); $U = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{x_2^2}{x_1^2} \Rightarrow \frac{U_2}{U} = \frac{10^2}{2^2} \Rightarrow U_2 = 25U.$

03. একটি বস্তু 4cm বিস্তারে সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন করছে। সাম্যাবস্থা থেকে কত দূরত্বে বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি সমান হবে

(a) $\sqrt{2}$cm (b) $2\sqrt{2}$cm (c) 2cm (d) 1cm **[BUET'13-14]**

সমাধান: **(b)**; $E_k = E_p \therefore A^2 - x^2 = x^2$

$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\text{cm} \Rightarrow \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kx^2$

04. 25N বল কোন স্প্রিংকে টেনে 10 cm বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 8 cm প্রসারিত করলে কত কাজ সম্পন্ন হয়?

(a) 0.8J (b) 0.8 Nm (c) both a & b (d) None of these **[CUET'13-14]**

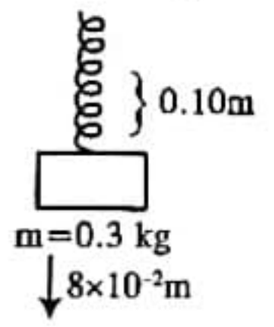
সমাধান: **(c)**; $K = \frac{F}{x} = \frac{25}{0.1} = 250\ \text{Nm}^{-1}$; $W = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times .08^2 = 0.8\text{J} = 0.8\ \text{Nm}$

05. একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 0.3 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0.10 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা থেকে আরও 8×10^{-2}m লম্বা করে ছেড়ে দেয়া হলো। (i) বস্তুর মোট শক্তি কত? (ii) সাম্যাবস্থা থেকে 5×10^{-2}m দূরে অবস্থানকালে বস্তুটির বেগ কত? **[BUET'20-21]**

সমাধান: (i) বস্তুর মোট শক্তি $= \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}.\frac{F}{e}.A^2 = \frac{1}{2} \times \frac{0.3 \times 9.8}{0.10} \times (8 \times 10^{-2})^2\text{m} = 0.094\ \text{J}$

(ii) $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \therefore \frac{1}{2} \times 0.3 \times v^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{0.3 \times 9.8}{0.10}\right) \times (5 \times 10^{-2})^2$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{0.3 \times 9.8}{0.10}\right) \times (8 \times 10^{-2})^2 \therefore v = 0.618\text{ms}^{-1}$



06. সরল ছন্দিত স্পন্দনরত একটি কণার পর্যায়কাল 4s এবং বিস্তার 4m। সাম্যবস্থান অতিক্রম করার কত সময় পরে কণাটির শক্তির অর্ধেক স্থিতিশক্তি এবং বাকি অর্ধেক গতিশক্তি হবে? **[BUTEX'20-21]**

সমাধান: দেওয়া আছে, সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার পর্যায়কাল, $T = 4s$ এবং বিস্তার, $A = 4m$

ধরি, সাম্যবস্থান অতিক্রম করার t সময় পর গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি পরস্পর সমান হবে।

আদি দশা, $\delta = 0$

$E_k = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t) \Rightarrow \cos^2(\omega t) - \sin^2(\omega t) = 0$

$\Rightarrow \cos(2\omega t) = 0 = \cos\frac{\pi}{2} \therefore t = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4 \times \frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{8} = 0.5\ \text{s}$

অর্থাৎ, সাম্যবস্থান অতিক্রম করার 0.5s পর সর্বপ্রথম কণাটির গতিশক্তি এর স্থিতিশক্তির সমান হবে।

অবশ্য কণাটি আরও 1s পর অর্থাৎ সাম্যবস্থান অতিক্রমের 1.5s পরও গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি পরস্পর সমান হবে।

যা $2wt = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ হতে দেখানো যায় [সাধারণ মূল]

07. 0.1kg ভরের একটি কণা 0.1m বিস্তারের সাথে সরল দোলন গতি সম্পন্ন করছে। যখন কণাটি সাম্যাবস্থায় থাকে, তখন তার গতিশক্তি 8×10^{-3}J। কণাটির কম্পনের আদি দশা 45° হলে এর গতির সমীকরণ বের কর। **[BUET'19-20]**

সমাধান: $E_k = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow \omega = 4\ \text{rads}^{-1}$

$y = A\sin(\omega t + \delta) \therefore y = 0.1\sin\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)\text{m}$

08. 0.5m উচ্চতা হতে 2.5kg ভরের একটি বস্তু একটি স্প্রিং এর উপর পতিত হল। স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 1950Nm^{-1} হলে স্প্রিংটি সর্বাধিক কতটুকু সংকুচিত হবে নির্ণয় কর। **[BUTEX'19-20]**

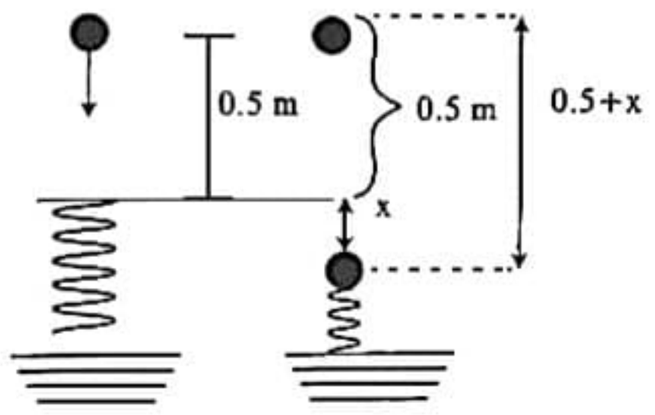
সমাধান: মোট সরণ $= (0.5 + x)\text{m}$

$\therefore mg(0.5 + x) = \frac{1}{2}kx^2$

$\Rightarrow 2.5 \times 9.8(0.5 + x) = \frac{1}{2} \times 1950x^2$

$\Rightarrow 975x^2 - 24.5x - 12.25 = 0$

$\therefore x = 0.12535577\text{m} = 12.535577\text{cm}$ (Ans.)



09. যখন সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি সম্পন্ন একটি কণার অবস্থান (দূরত্ব) এর বিস্তারের অর্ধেক, তখন কণাটির মোট শক্তির কত অংশ গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি হবে? **[BUTEX'19-20]**

সমাধানঃ মোট শক্তি $E_T = \frac{1}{2}kA^2$ [k = বল ধ্রুবক, A = বিস্তার]

স্থিতিশক্তি $E_P = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times k \times \frac{A^2}{4} = \frac{1}{4}E_T$ $\therefore$ গতিশক্তি, $E_K = E_T - E_P = \frac{3}{4}E_T$

$\therefore$ মোট শক্তির এক চতুর্থাংশ স্থিতিশক্তি ও তিন চতুর্থাংশ গতিশক্তিতে রূপান্তর হবে।

10. সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন একটি বস্তুর বেগ $3ms^{-1}$ যখন সরণ 4m এবং বেগ $4ms^{-1}$ যখন সরণ 3m. **[BUET'05-06]**

(a) দোলনের বিস্তার ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। (b) বস্তুটির ভর 50 kg হলে দোলনের মোট শক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান: (a) $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$; $3 = \omega\sqrt{A^2 - 16}$; $4 = \omega\sqrt{A^2 - 9}$; $\frac{9}{16} = \frac{A^2-16}{A^2-9}$

$\Rightarrow 9A^2 - 81 = 16A^2 - 256 \Rightarrow 7A^2 = 175$ $\therefore$ A = 5; বিস্তার = 5m (Ans.)

$\therefore 3 = \omega\sqrt{25 - 16} \Rightarrow \omega = 1$ $\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi = 6.28s$ (Ans.)

(b) $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (1)^2 \times (5)^2 = 625\,J$ (Ans.)

11. একটি বন্দুকের স্প্রিং কে 4 cm সংকুচিত করে 10 gm ভরের একটি গুলি ছোঁড়া হলো। গুলির বেগ নির্ণয় কর যখন স্প্রিংটি পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে। স্প্রিং ধ্রুবক $200\ Nm^{-1}$ । **[RUET'05-06]**

সমাধান: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = 5.66ms^{-1}$ (Ans.)

$m = 10gm = 10 \times 10^{-3}\ kg$

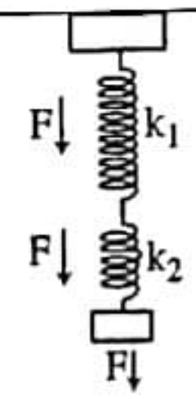
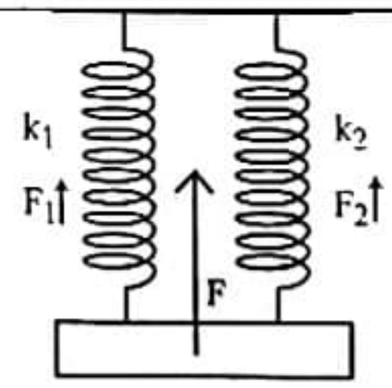
$x = 4cm = 0.04\ m$

$F = kx = 200 \times 0.04 = 8N$, $v = ?$

Question Type-05. একাধিক স্প্রিং

➲ **Formula & Concept:**

♦ স্প্রিং (অনুক্রমিক, সমান্তরাল):

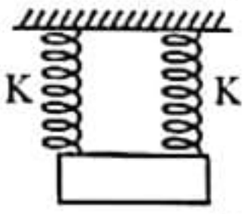
অনুক্রমিক বা শ্রেণী সমবায়	সমান্তরাল
$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$	$k_p = k_1 + k_2$
	

➢ সমান্তরাল সমবায়ের ক্ষেত্রে, $K_{net} = \sum_{i=1}^{i=n} k_i = k_1 + k_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + k_n$

➢ শ্রেণি সমবায়ের ক্ষেত্রে, $K_{net} = \left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{k_i}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{k_n}\right)^{-1}$

01. K স্প্রিং ধ্রুবক সম্পন্ন দুটি স্প্রিংকে সমান্তরাল যুক্ত করলে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক প্রত্যেকটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবকের সাপেক্ষে কত হবে?

(a) K (b) 2 K (c) $\frac{K}{2}$ (d) K^2 **[BUTEX'15-16]**

সমাধান: (b);  ; সমান্তরালে লাগালে, $K_{eq} = \sum K$ ∴ তুল্য স্প্রিংধ্রুবক $= K + K = 2K$

বিকল্পঃ এখানে, প্রসারণ নির্দিষ্ট এবং ভরটি সমানভাবে স্প্রিং দ্বারা বহন করা হয়। $\therefore \frac{w}{2} = kx \Rightarrow w = 2kx$,

যদি এখানে শুধু একটি স্প্রিং থাকতো তাহলে $w = k_s.x$ সঠিক হতো। $\therefore k_s = 2k$

02. L দৈর্ঘ্য ও K স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি স্প্রিং কে কেটে সমান চার টুকরা করা হলে প্রতি টুকরা স্প্রিংয়ের স্প্রিং ধ্রুবক হবে

(a) $\frac{K}{4}$ (b) $\frac{K}{2}$ (c) 2K (d) 4K **[BUET'10-11]**

সমাধান: (d); স্প্রিংকে কেটে সমান যত টুকরা করা হয়, প্রতিটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক মূল স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবকের তত গুণ বাড়ে।

Alternative: স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য l হলে $kl =$ ধ্রুবক। তাহলে, $KL = K_1 \times \frac{L}{4} \Rightarrow K_1 = 4K$

Question Type-06. উল্লম্ব স্প্রিং

➲ **Formula & Concept:**

- উলম্ব ভাবে ঝুলানো স্প্রিং এর সাথে m ভরের বস্তু ঝুলানো হলে যদি স্প্রিং টির e পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে, $mg = ke \Rightarrow e = \frac{mg}{k}$
- উলম্ব স্প্রিং এর দোলন কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$

01. To measure the spring constant of a Hookean spring a 500 g mass is hooked up at its end and length of the stretched spring is measured. Then the mass is increased to 550 g and observed that the spring is stretched 10 cm more. What is the spring constant? **[IUT'21-22]**

(a) 4.05 Nm^{-1} (b) 4.08 Nm^{-1} (c) 3.95 Nm^{-1} (d) 4.91 Nm^{-1}

Solution: (d); $\Delta mg = k\Delta x \therefore k = \frac{\Delta mg}{\Delta x} = \frac{0.05\times9.8}{0.1} = 4.9Nm^{-1}$

02. 10 kg ভরের একটি বস্তুকে স্প্রিং থেকে ঝুলানো হল যার স্প্রিং ধ্রুব 200 Nm^{-1} স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি (স্প্রিং এর এক প্রান্ত আটকানো আছে) হবে- **[BUET'13-14]**

(a) 0.05 m (b) 20.0 m (c) 2.4 m (d) 0.49 m

সমাধান: (d); $10 \times 9.8 = 200 \times x; x = 0.49m$

03. একটি স্প্রিং এর নিম্ন প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেয়া হল এবং তার ফলে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য 6 cm বৃদ্ধি পেল। যদি বস্তুটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দেয়া হয়, তবে তার কম্পনের পর্যায় কাল নির্ণয় কর। **[BUTEX'21-22]**

সমাধানঃ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $L = 6\ cm = 0.06\ m$, $T = ?$ $g = 9.8\ ms^{-2}$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.06}{9.8}} = 0.4916\ sec$ ∴ পর্যায়কাল, $T = 0.4916\ sec$ **(Ans.)**

Question Type-07. বিবিধ

01. সরল দোলনগতি সম্পন্ন একটি বস্তুর সরণের সাপেক্ষে ত্বরণের গ্রাফ হলো- **[BUTEX'14-15]**

(a) সরলরেখা (b) বৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

সমাধান: **(a);** $a = -\omega^2 x \Rightarrow y = mx$ যা সরলরেখার সমীকরণ।