

BUET Admission Test 2002-2003

গণিত

*01. যোগফল নির্ণয় করঃ $1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + \dots$ upto n terms.

$$\text{সমাধান: } n \text{ তম পদ, } u_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1}{6}(n + 2n^2 + 2n^3)$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{6} \sum n + \frac{1}{2} \sum n^2 + \frac{1}{3} \sum n^3 = \frac{1}{6} \frac{n(n+1)}{2} + \frac{1}{2} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{1}{3} \frac{n^2(n+1)^2}{4} \\ &= \frac{1}{2} n(n+1)\{1 + 2n + 1 + n(n+1)\} = \frac{1}{12} (n+1)(n^2 + 3n + 2) = \frac{1}{12} n(n+1)(n^2 + 2n + n + 2) \\ &= \frac{1}{12} n(n+1)(n+1)(n+2) = \frac{1}{12} n(n+1)^2(n+2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

02. $a = i + 2j - k$ এবং $b = j - i - 2k$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যকার কোণ নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: } |a| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}; \quad |b| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$$

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = 1 \times (-1) + 2 \times 1 \times (-1) \times (-2) = 3; \quad \underline{a} \text{ ও } \underline{b} \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ } \theta \text{ হলে } \underline{a} \cdot \underline{b} = |a||b|\cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{\underline{a} \cdot \underline{b}}{|a||b|} = \frac{3}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \therefore \theta = \cos^{-1} \frac{1}{2} = 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

03. সমাধান করঃ $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$

$$\text{সমাধান: } \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\frac{\pi}{4}\cos\theta + \cos\frac{\pi}{4}\sin\theta = 1$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = 2n\pi + \frac{\pi}{4} \text{ (Ans.)}$$

04. বন্দুক থেকে নিচিষ্ঠ একটি গোলা নিক্ষেপণ বিন্দু থেকে 50 yards দূরে এবং 75 feet উচু দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে আনুভূমিকভাবে অতিক্রম করে। গোলার নিক্ষেপণ গতিবেগ ও নিক্ষেপণ কোণের মান নির্ণয় কর।

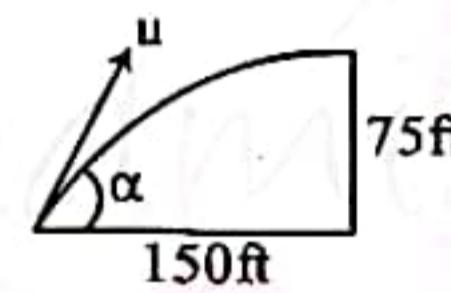
সমাধান: ধরি, গোলার গতিবেগ u এবং নিক্ষেপণ কোণ α ।

$$\therefore 50 = \frac{R}{2} = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{2g} = 50 \times 3 \Rightarrow u^2 \sin 2\alpha = 100 \times 32 \times 3 \dots \dots (\text{i})$$

$$\text{এবং } 75 = H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow u^2 \sin^2 \alpha = 150 \times 32 \dots \dots (\text{ii})$$

$$(\text{ii}) \div (\text{i}) \text{ করে, } \frac{\sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{150}{100 \times 3} \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$(\text{i}) \text{ হতে, } u^2 \sin 90^\circ = 300 \times 32 \Rightarrow u = 97.98 \text{ ms}^{-1}$$



05. যদি $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ এবং $y \neq x$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$

$$\text{সমাধান: } x\sqrt{1+x} + y\sqrt{1+x} = 0 \Rightarrow x\sqrt{1+y} = y\sqrt{1+x} \Rightarrow x^2(1+y) = y^2(1+x) \Rightarrow x^2 + x^2y = y^2 + xy^2$$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = xy^2 - x^2y \Rightarrow (x+y)(x-y) = xy(y-x) \Rightarrow (x+y) = -xy \Rightarrow x+y = -x$$

$$\Rightarrow y = \frac{-x}{1+x} = -1 + \frac{1}{1+x} \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$$

06. x এর সাপেক্ষে নিম্নের ফাংশনটি ইন্টিগ্রেট করঃ $\frac{e^x(x^2+1)}{(x+1)^2}$

$$\text{সমাধান: } \int \frac{e^x(x^2+1)}{(x+1)^2} dx = \int e^x \frac{x^2-1+2}{(x+1)^2} dx = e^x \left\{ \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{2}{(x+1)^2} \right\} dx$$

$$= \int e^x \left\{ \frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} \right\} dx = \int e^x \left\{ \frac{(x-1)}{(x+1)} + \frac{d}{dx} \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \right\} dx = e^x \frac{(x-1)}{(x+1)} + c.$$

$$[\because \int [e^x \{f(x) + f'(x)\}] dx = e^x f(x) + c] \text{ (Ans.)}$$

07. চতুর্থাংশ বিশিষ্ট একটি সমীকরণ গঠন কর যার দুটি মূল যথাক্রমে 2, 3 এবং বাকী দুটি মূল $x^2 + 4x + 5 = 0$ সমীকরণের মূল।

$$\text{সমাধান: } 2 \text{ ও } 3 \text{ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ, } x^2 - (2+3)x + 2 \times 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় চতুর্থাংশ সমীকরণটি, } (x^2 - 5x + 6)(x^2 + 4x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 5x^3 - 20x^2 - 25x + 6x^2 + 24x + 30 = 0 \Rightarrow x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 30 = 0 \text{ (Ans.)}$$



08. কারণ প্রদর্শন করে এবং বিত্তার না করে সত্য অথবা মিথ্যা উত্তর কর।

$$(i) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 7 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \\ 7 & 8 & 6 \end{vmatrix}$$

$$(ii) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & 8 & 3 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 8 & -2 \\ -4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

(iii) Cofactor (সহগুণক) of 2 in $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ is (-3)

$$(iv) \begin{vmatrix} x^2 - y^2 & x+y & x \\ x-y & 1 & 1 \\ x-y & 1 & y \end{vmatrix} = 0$$

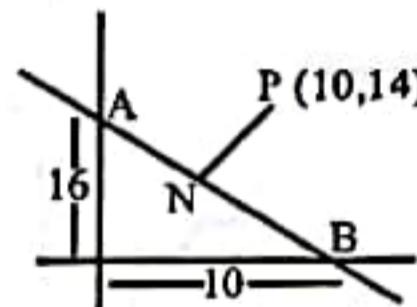
সমাধান: (i) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 7 & 6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \\ 7 & 8 & 6 \end{vmatrix}$ [(-) চিহ্ন না দেয়ায় মিথ্যা]

$$(ii) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & 8 & 3 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 8 & -2 \\ -4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$
 [সত্য]

(iii) মিথ্যা

$$(iv) \begin{vmatrix} x^2 - y^2 & x+y & x \\ x-y & 1 & 1 \\ x-y & 1 & y \end{vmatrix} = (x-y) \begin{vmatrix} x+y & x+y & x \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & y \end{vmatrix} = 0 \quad \therefore \text{সত্য}$$

09. পার্শ্বের চিত্রে AB এর উপর PN লম্ব। PN এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। আবার এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা N বিন্দুতে AB কে স্পর্শ করে।



সমাধান: AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x}{10} + \frac{y}{16} = 1$

$$\Rightarrow 16x + 10y = 160 \Rightarrow 8x + 5y = 80$$

$$\therefore PN = \frac{|8 \times 10 + 5 \times 14 - 80|}{\sqrt{8^2 + 5^2}} = \frac{70}{\sqrt{89}}$$

$$\text{বৃত্তের সমীকরণ}, (x - 10)^2 + (y - 14)^2 = \left(\frac{70}{\sqrt{89}}\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 100 + y^2 - 28y + 196 = \frac{4900}{89}$$

$$\Rightarrow 89x^2 + 89y^2 - 1780x - 2492y + 21444 = 0 \text{ (Ans.)}$$

10. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ দুবার বর্গ করে কণিকটি সনাক্ত কর। অক্ষের সমীকরণ, শীর্ষবিন্দু এবং স্থানাঙ্ক অক্ষদ্বয়ের স্পর্শ বিন্দু দেখিয়ে ছবি আঁক।

সমাধান: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{a} - \sqrt{y}$$

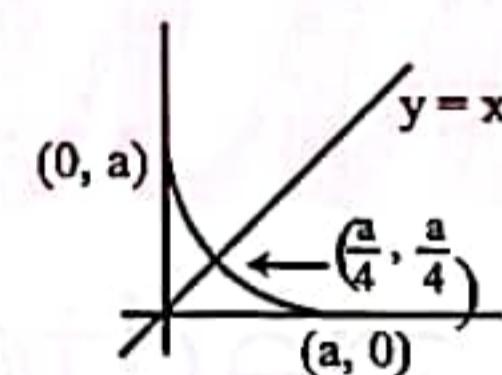
$$\Rightarrow x = a + y - 2\sqrt{ay}$$

$$\Rightarrow (x - y - a)^2 = 4ay$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + a^2 - 2xy + 2ay - 2ax = 4ay$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = 2ay + 2ax - a^2$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = a(2y + 2x - a) \quad \therefore \text{কণিকটি একটি পরাবৃত্ত।}$$



$$\text{অক্ষ } x - y = 0$$

শীর্ষ $x - y = 0$ এবং $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ এর ছেদক।

\therefore শীর্ষ-এর স্থানাঙ্ক $(\frac{a}{4}, \frac{a}{4})$, x অক্ষে ছেদবিন্দু

$(a, 0)$, Y অক্ষে ছেদবিন্দু $(0, a)$,

11. যদি $a = 2$, $b = 1 + \sqrt{3}$, $C = 60^\circ$ হয়, তবে ত্রিভুজটি সমাধান কর।

$$\text{সমাধান: } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{4+1+3+2\sqrt{3}-c^2}{2 \times 2 \times (1+\sqrt{3})}$$

$$\Rightarrow 4 + 4\sqrt{3} = 16 + 4\sqrt{3} - 2c^2$$

$$\Rightarrow 2c^2 = 12 \Rightarrow c^2 = b \Rightarrow c = \sqrt{6}$$

$$\therefore \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{6+4-1-2\sqrt{3}-3}{2 \times \sqrt{6} \times 2}$$

$$\Rightarrow \cos B = \frac{6-2\sqrt{3}}{4\sqrt{6}} \quad \therefore B = 75^\circ$$

$$\therefore A = 180 - (B + C)$$

$$\therefore A = 180 - (75 + 60) = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

12. নির্দিষ্ট ইটিগ্র্যালটি নির্ণয় করঃ $\int_2^e \left[\frac{1}{\log x} - \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx$

সমাধান: $\int_2^e \left[\frac{1}{\log x} - \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx = \int_{\log 2}^1 e^z \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z^2} \right) dz$

Let, $\log x = z$
 $\Rightarrow x = e^z \Rightarrow dx = e^z dz$

$x = 2 \text{ হলে, } z = \log 2$
 $x = e \text{ হলে, } z = 1$

$$= \int_{\log 2}^1 e^z \left\{ \frac{1}{z} + \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{z} \right) \right\} dz = \left[\frac{e^z}{z} \right]_{\log 2}^1 = e - \frac{e^{\log 2}}{\log 2} = e - \frac{2}{\log 2} \quad (\text{Ans.})$$

13. যদি $x^2 + px + q = 0$ এবং $x^2 + qx + p = 0$ সমীকরণগুলোর একটি সাধারণ মূল থাকে, তবে $2x^2 + (p+q-2)x = (p+q-2)^2$ সমীকরণের মূল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সাধারণ মূল = α

$\therefore p + q = -1 \quad [\alpha = 1]$

আবার প্রদত্ত সমীকরণ,

$\Rightarrow 2x^2 + (p+q-2)x = (p+q-2)^2$

$\therefore \alpha^2 + p\alpha + q = 0$

$\therefore 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 0$

$\therefore \alpha^2 + q\alpha + p = 0$

$\therefore 2x^2 - 3x = (-1-2)^2$

$\therefore \alpha^2 - p\alpha - q = 0$

$\therefore 2x^2 - 3x - 9 = 0$

$\therefore \alpha^2 - q\alpha - p = 0$

$\therefore x = 3, x = -\frac{3}{2} \quad (\text{Ans.})$

$\therefore \frac{\alpha^2}{p^2-q^2} = \frac{\alpha}{q-p} = \frac{1}{q-p}$

$\therefore x^2 - 6x + 3x - 9 = 0$

$\therefore x^2 - 3x = 9$

$\therefore x = 3, x = -\frac{3}{2} \quad (\text{Ans.})$

$\therefore \alpha = 1, \alpha = -(p+q)$

14. (1, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত x -অক্ষকে স্পর্শ করে। ইহার সমীকরণ ও y -অক্ষ থেকে কি পরিমাণ অংশ ছেদ করে তাহা নির্ণয় কর।

সমাধান: ব্যাসার্ধ = 2, সমীকরণ, $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 4$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$; অক্ষের ছেদাংশ = $2\sqrt{(-2)^2} - 1 = 2\sqrt{3}$ (Ans.)

15. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: $x^2 + 4x + 2y = 0$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -2y + 4$

$\Rightarrow (x+2)^2 = -2(y-2) = 4 \times \frac{-1}{2}(y-2)$

$\Rightarrow X^2 = 4aY; a = -\frac{1}{2}$

শীর্ষ বিন্দু $X = 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$

$Y = 0 \Rightarrow y-2 = 0 \Rightarrow y = 2 \quad \therefore \text{শীর্ষ } (-2, 2)$

দিকাক্ষের সমীকরণ, $y-2 = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2} \quad (\text{Ans.})$

16. $5x^2 + 9y^2 - 20x = 25$ উপবৃত্তের কেন্দ্র ও উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: $5x^2 + 9y^2 - 20x = 25$

$\Rightarrow 5(x^2 - 4x + 4) + 9y^2 = 45$

$\Rightarrow 5(x-2)^2 + 9y^2 = 45$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \quad \therefore \text{কেন্দ্র } (2, 0) \quad (\text{Ans.})$

উৎকেন্দ্রিকতা e হলে $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \quad \therefore e = \frac{2}{3}$

$x-2 = \pm ae \Rightarrow x-2 = \pm 3 \times \frac{2}{3} \Rightarrow x = 4 \text{ or, } x = 0$

$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (4, 0) \text{ ও } (0, 0)$

17. যদি $x^y \cdot y^x = a^2$ তবে $\frac{dy}{dx}$ এর মান বাহির কর।

সমাধান: $x^y \cdot y^x = a^2 \Rightarrow y \ln x + x \ln y = \ln a^2 \Rightarrow y \cdot \frac{1}{x} + \ln x \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} + \ln y = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \left(\ln x + \frac{x}{y} \right) = - \left(\ln y + \frac{y}{x} \right) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = - \frac{y}{x} \cdot \frac{y+x \ln y}{x+y \ln x} \quad (\text{Ans.})$

18. 20 খানা একই রকম টিকেটে 1 থেকে 20 পর্যন্ত লিখে একটি পাত্রে রেখে উত্তমরূপে মিশানোর পর আলগোছে ও নিরপেক্ষভাবে একটি টিকেট টানা হলে টিকেটখানি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান: 3 ও 5 এর গুণিতক একুশেণ ঘটনা A ও B হলে $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ $B = \{5, 10, 15, 20\}$

$A \cap B = \{15\} \quad \therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20} \quad (\text{Ans.})$



পদাৰ্থবিজ্ঞান

19. দেখাও যে, কোন বস্তুকে ন্যূনতম 11.2 kms^{-1} বেগে মহাশূন্যের দিকে ছুড়ে মারলে বস্তুটি পৃথিবীর অভিকর্ষজ বলের আকর্ষণ কাটিয়ে উঠতে পারবে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$.

সমাধান: মুক্তি বেগ, $v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 11200 \text{ ms}^{-1} = 11.2 \text{ kms}^{-1}$ (Ans.)

20. একটি বৃষ্টির ফোটা 30 ms^{-1} প্রাণ্তিক বেগে বায়ুর মধ্য দিয়ে পড়ছে। পানির ঘনত্ব = 10^3 kgm^{-3} এবং পানির সাপেক্ষে বায়ুর ঘনত্ব = 1.3×10^{-3} । বায়ুর সান্দুতার গুণাঙ্ক যদি $1.8 \times 10^{-5} \text{ SI}$ একক হয়, তবে বৃষ্টির ফোটাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: আমরা জানি, } v = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 g(\rho - \sigma)}{\eta} \Rightarrow 30 = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 \times 9.8 (10^3 - 1.3)}{1.8 \times 10^{-5}} \\ \therefore r = 4.98 \times 10^{-4} \text{ m (Ans.)} \quad \left| \begin{array}{l} \text{বায়ুর ঘনত্ব} = 1.3 \times 10^{-3} \rho \\ = 1.3 \times 10^{-3} \times 10^3 = 1.3 \text{ kgm}^{-3} \end{array} \right.$$

21. একজন ব্যক্তি শ্বাস-প্রশ্বাসে 1.12 litre বায়ু সেবন করলে (i) সে মোট কতগুলো অণু সেবন করে? (ii) 27°C তাপমাত্রায় এই অণুগুলোর গড় গতিশক্তি কত? সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক = $8.314 \text{ Jmole}^{-1}\text{K}^{-1}$

সমাধান: (i) অণুর সংখ্যা = $\frac{1.12}{22.4} \times 6.022 \times 10^{23} = 3.01 \times 10^{22}$ (Ans.)

(ii) গড় গতিশক্তি, $K = \frac{3}{2} \frac{RT}{N} = \frac{3}{2} \times \frac{8.314 \times 300}{6.022 \times 10^{23}} = 6.21 \times 10^{-21} \text{ Joule/molecule. (Ans.)}$

22. একটি মোটর টায়ারকে 15°C তাপমাত্রায় 2 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে পাস্প করায় টায়ারটি হঠাৎ ফেটে গেল। এর ফলে, তাপমাত্রা কত কমে যাবে তা বের কর। $\gamma = 1.4$

সমাধান: আমরা জানি, $P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2$ এখানে, $T_1 = 15^\circ\text{C} = 298\text{K}$ এবং $P_1 = 2 \text{ atm}$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} = 288 \times \left(\frac{2}{1} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} = 236.26\text{K} \text{ তাপমাত্রা হ্রাস পায়} = 288 - 236.26 = 51.74^\circ\text{C} \text{ (Ans.)}$$

23. দেখাও যে শব্দের তীব্রতা স্তর যখন 1 ডেসিবেল পরিবর্তিত হয় তখন শব্দ তীব্রতা শতকরা 26 ভাগ পরিবর্তিত হয়।

সমাধান: প্রাথমিক ও শেষ তীব্রতা স্তর যখন I_1 ও I_2 এবং তীব্রতা স্তর S_1 ও S_2 হলে,

$$S_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}, S_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}, S_2 - S_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 1.26 \Rightarrow \frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{.26}{1}$$

\therefore শতকরা পরিবর্তনের হার = 26% (Shown)

24. একটি দুই স্লিট পরীক্ষায় প্রথম সর্বনিম্নের কৌণিক অবস্থান 0.20° । স্লিট দুটির মধ্যকার দূরত্ব নির্ণয় কর। ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য = 5700A°

সমাধান: আমরা জানি, অন্ধকার বা সর্বনিম্নের জন্য

$$d \sin\theta = \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2 \sin\theta} = \frac{5700 \times 10^{-10}}{2 \sin(0.20)} = 8.16 \times 10^{-5} \text{ m (A)}$$

1ম অবমের জন্য, $n = 0$

25. একটি পোটেনসিওমিটার তারে বিদ্যুৎ প্রবাহ নিয়ন্ত্রণ করে কোন বিদ্যুৎ কোষের জন্য 6m দূরে নিষ্পন্দ বিন্দু পাওয়া গেল। কোষটির দু'প্রান্তের সাথে 3 ওহমের একটি রোধ যুক্ত করলে 4m দূরে নিষ্পন্দ বিন্দু পাওয়া যায়। কোষটির অভ্যন্তরীণ রোধ নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: } r = \frac{\ell_1 - \ell_2}{\ell_2} R = \frac{6-4}{4} R = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2} \therefore r = 1.5\Omega \quad | \quad \ell_1 = 6\text{m}, \ell_2 = 4\text{m}, R = 3\Omega, r = ?$$

- *26. একটি তাপ-যুগলের এক প্রান্ত পানি মিশ্রিত বরফে (0°C) রেখে অপর প্রান্ত 0K তাপমাত্রায় উত্পন্ন করলে যে তাপ তড়িচালক বলের সৃষ্টি হয়, তাকে $E = 240 - 0.04 \theta^2$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। তাপ-যুগলটির (i) নিরপেক্ষ তাপমাত্রা এবং (ii) উৎক্রম তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: নিরপেক্ষ তাপমাত্রা, } \frac{dE}{d\theta} = 0 = 24 - 2 \times 0.04 \theta_m \therefore \theta_m = \frac{24}{2 \times 0.04} = 300^\circ\text{C}$$

$$\text{আবার, } \theta_n = \frac{0+\theta_m}{2} \therefore \theta_n = 2\theta_m = 600^\circ\text{C}$$

27. $8.3 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$ গতিতে গতিশীল একটি প্রোটনের গতিশক্তি কত? সনাতন গতিশক্তির সাথে এর মানের তুলনা কর। [স্থির অবস্থায় প্রোটনের ভর = $1.67265 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$]

$$\text{সমাধান: } E_k = (m - m_o) C^2 = \left(\frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_o \right) C^2 = \left(\frac{1.67265 \times 10^{-27}}{\sqrt{1 - \left(\frac{8.3 \times 10^7}{3 \times 10^8} \right)^2}} - 1.67265 \times 10^{-27} \right) \times (3 \times 10^8)^2 = 6.115 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$E'_k \text{ (সনাতন)} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1.67265 \times 10^{-27} \times (8.3 \times 10^7)^2 = 5.76 \times 10^{-12} \text{ J} \therefore \frac{E_k}{E'_k} = \frac{6.115 \times 10^{-12}}{5.76 \times 10^{-12}} = 1.06 : 1$$

28. 78.4m উচু একটি চূড়া থেকে একটি পাথরকে আনুভূমিক বরাবর ছোড়া হল। পাথরটি চূড়ায় পাদদেশ থেকে 60m দূরে ভূমিতে গিয়ে পড়ল। পাথরটি কত সময় পর ভূমিতে এসে পড়ল? কি দ্রুতিতে পাথরটি ছোড়া হয়েছিল? [অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

সমাধান: ধরি, t সময় লেগেছিল $\frac{1}{2} gt^2 = 78.4 \Rightarrow t^2 = \frac{78.4 \times 2}{9.8}$

নিষ্পত্তি বেগ হলে $\therefore t = 4\text{sec}, vt = 60 \Rightarrow v = \frac{60}{4} = 15 \text{ ms}^{-1}$ (Ans.)

29. একটি কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা $\frac{1}{6}$. তাপ গ্রহকের তাপমাত্রা 65°C কমালে দক্ষতা $\frac{1}{3}$ হয়। তাপ উৎস ও তাপ গ্রহকের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, তাপ উৎস ও তাপ গ্রহকের তাপমাত্রা যথাক্রমে

$T_1\text{K}$ ও $T_2\text{K}$ তাহলে,

$$\frac{1}{6} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow 5T_1 = 6T_2 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{3} = 1 - \frac{T_2 - 65}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2 - 65}{T_1} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3T_2 - 195 = 2T_1 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(i) ও (ii)} \Rightarrow T_1 = 390\text{K} \text{ এবং } T_2 = 325\text{K} \text{ (Ans.)}$$

30. ফাঁকা মাঠে অনুষ্ঠিত কনসার্টে ব্যবহৃত একটি লাউডস্পীকার 250 watt উৎপন্ন করে। লাউডস্পীকার হতে 20m ও 30m দূরে শব্দের তীব্রতা কত হবে? এই 10m এর ব্যবধানে শব্দের ধ্বনি ডেসিবেলে কতটুকু হ্রাস পাবে?

সমাধান: আমরা জানি, $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ তীব্রতার ডেসিবেলে হ্রাস,

$$20\text{m} \text{ দূরে তীব্রতা, } I_1 = \frac{250}{4\pi \times (20)^2} = 4.9 \times 10^{-2} \text{ w m}^{-2}$$

$$30\text{m} \text{ দূরে তীব্রতা, } I_2 = \frac{250}{4\pi \times (30)^2} = 2.2 \times 10^{-2} \text{ w m}^{-2}$$

$$\therefore \text{শব্দের ধ্বনির পরিবর্তন} = d\beta$$

$$\therefore d\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{2.2}{4.9}$$

$$= -3.47 \text{ ডেসিবেল। } \therefore 3.47 \text{ dB হ্রাস পাবে।}$$

31. 1.5 প্রতিসরাঙ্ক বিশিষ্ট একটি কাঁচের উত্তল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 20cm ও 25cm হলে $\frac{4}{3}$ প্রতিসরাঙ্কের পানিতে লেন্সটির ফোকাস দূরত্ব কত হবে?

সমাধান: $w\mu_g = \frac{a\mu_g}{a\mu_w} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = 1.125$

$$\frac{1}{f_w} = (w\mu_g - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (1.125 - 1) \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} \right) \therefore f_w = 88.89\text{cm}$$

- *32. একজন নিকট দৃষ্টিসম্পন্ন ব্যক্তির নিকট বিন্দুর দূরত্ব ও দূর বিন্দুর দূরত্ব যথাক্রমে 10cm ও 15cm . কত ক্ষমতা সম্পন্ন লেন্স ব্যবহার করলে দূরের বস্তু স্পষ্ট দেখতে পাবেন এবং তখন স্পষ্ট দর্শনের নিকটতম দূরত্ব কত হবে?

সমাধান: $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{15} \Rightarrow f = -15\text{cm} = -0.15\text{m}$ ক্ষমতা $= -\frac{1}{0.15} = -6.67\text{D}$ লেন্স ব্যবহারে ফলে স্পষ্ট দর্শনের

$$\text{নিকটতম দূরত্ব } u \text{ দূরত্বে হলে, } \frac{1}{u} - \frac{1}{10} = \frac{1}{f} = -\frac{1}{0.15} \Rightarrow \frac{1}{u} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} \therefore u = 30\text{cm} \text{ (Ans.)}$$

33. দ্রুতগতি সম্পন্ন একটি বস্তুর দ্রুতি কত হলে বস্তুটির গতি শক্তি তার মোট শক্তির $\frac{1}{5}$ অংশ হবে?

সমাধান: এখানে, $\frac{E_k}{E} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{(m-m_0)c^2}{mc^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{m-m_0}{m} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{m_0}{m} = \frac{4}{5}$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{4}{5} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{3}{5} \therefore v = 0.6C = 1.8 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

34. r রোধের একটি তারকে টেনে তিনগুণ লম্বা করলে লম্বা করা তারটির রোধ কত হবে?

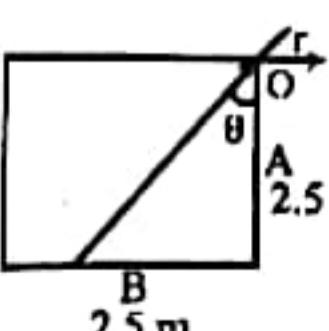
সমাধান: ধরি, প্রাথমিক ও চূড়ান্ত রোধ R_1 ও R_2 আবার, তারের আয়তন অপরিবর্তনীয়।

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \ell_2}{A_2} \times \frac{A_1}{\rho \ell_1} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \frac{A_1}{A_2} = 3 \times 3 = 9; R_2 = R_1 \times 9 = 9r \text{ (Ans.)} \mid \ell_1 A_1 = \ell_2 A_2; \frac{A_1}{A_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1} = 3$$

35. 40cm দীর্ঘ এবং 4cm ব্যাসার্ধযুক্ত 200 পাকের একটি সলিনয়েডের আবেশ-গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। $\mu = 1$

সমাধান: $L = \mu n^2 \ell A = 1 \times \mu_0 n^2 \ell A = 1 \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times \left(\frac{200}{0.4}\right)^2 \times 0.4 \times 3.14 \times (0.04)^2 = 6.31 \times 10^{-4} \text{ Henry}$ (Ans.)

36. পানিতে কানায় কানায় পূর্ণ একটি 2.5m গভীর সুইমিং পুলের তলায়, পাশের দেয়াল থেকে 2.5m দূরে একটি আলোক বাল্ব রাখা আছে। সুইমিং পুলের ধার দিয়ে পানি থেকে কত কোণ করে আলোর রশ্মি বের হবে? পানির প্রতিসরাঙ্ক $\mu = 1.33$

সমাধান:  ; এখানে, আপতন কোণ, $\theta = 45^\circ \therefore 1.33 = \frac{\sin r}{\sin 45^\circ} \therefore r = 70.13^\circ$ (Ans.)



রসায়ন

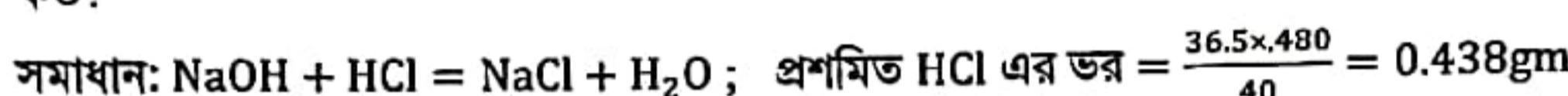
37. হিমালয়ের পাদদেশে বাতাসের চাপ 102.0 kPa এবং তাপমাত্রা 15°C. এভারেষ্টের শৃঙ্গে বাতাসের চাপ ও প্রমাণ চাপের পার্থক্য হিসাব কর।

$$\text{সমাধান: } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = P_1 \times \frac{T_2}{T_1} = 102 \times \frac{250}{288} = 88.54 \text{ kPa}$$

$$\text{প্রমাণ চাপের সাথে পার্থক্য} = 101.325 - 88.54 = 12.78 \text{ kPa (Ans.)}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 102 \text{ kPa} \\ T_1 = 288 \text{ K} \quad T_2 = 250 \text{ K} \end{array} \right.$$

38. 0.480g সোডিয়াম হাইড্রোক্সাইডের জলীয় দ্রবণ টাইট্রেট করতে যদি HCl এর 34.28 mL দ্রবণ প্রয়োজন হয়, তবে HCl দ্রবণের মাত্রা কত?



$$\therefore \text{HCl এর ঘনমাত্রা} = \frac{0.438 \times 1000}{34.28 \times 36.5} = 0.35 \text{ M (Ans.)}$$

39. (a) লেবুর রসের জলীয় দ্রবণে হাইড্রোজেন আয়নের ঘনমাত্রা $2.8 \times 10^{-5} \text{ mol L}^{-1}$

- (i) দ্রবণের pH কত? (ii) দ্রবণের প্রকৃতি কিরূপ?

$$\text{সমাধান: (a) (i) } \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(2.8 \times 10^{-5}) = 4.55 \quad (\text{ii) যেহেতু pH} < 7 \text{ তাই দ্রবণটি অল্লীয়}$$

- (b) নিচের উত্তরগুলি থেকে 20% Na₂CO₃ দ্রবণের সঠিক মোলারিটি চিহ্নিত কর।

- (i) 0.9M (ii) 1.88M (iii) 2.82M (iv) 3.76M

$$\text{সমাধান: (b) (ii) } \frac{W}{M} \times \frac{1}{V} = \frac{20}{106} \times \frac{1}{\frac{1000}{1000}} = 1.88 \text{ M}$$

40. একটি লোহার চামচকে ক্যাথোড হিসাবে ব্যবহার করে তড়িৎ বিশ্লেষ্য Ni(NO₃)₂ লবণের দ্রবণের মধ্য দিয়ে 5.0amp বিদ্যুৎ 30 মিনিট ধরে চালনা করা হল। লোহার চামচটির উপরিতলের ক্ষেত্রফল 7.0 cm² লোহার চামচের উপর সর্বত্র সমানভাবে সৃষ্টি নিকেল প্রলেপের পূরুত্ব গণনা কর। [Ni-এর পারমাণবিক ভর = 58.7 এবং নিকেল প্রলেপের আপেক্ষিক গুরুত্ব = 1.4]

$$\text{সমাধান: } W = \frac{MIt}{nF} = \left[\frac{58.7 \times 5 \times 30 \times 60}{2 \times 96500} \right] = 2.74 \text{ gm}$$

$$\text{আবার, } W = A \times t \times p \quad [t = \text{পূরুত্ব}] \Rightarrow t = \frac{W}{Ap} = \frac{2.74}{7 \times 1.4} = 0.28 \text{ cm (প্রায়)} \text{ (Ans.)}$$

41. 5mM Fe²⁺ সম্মিলিত একটি দ্রবণকে Ce⁴⁺ দিয়ে টাইট্রেট করা হল। ট্রাইটেশনের একটি পর্যায়ে 1mM Fe³⁺ তৈরি হল। 25°C তাপমাত্রায় অর্ধ কোষটির ই.এম.এফ. (E_{Fe²⁺/Fe³⁺}) হিসাব কর। দেয়া আছে- E_{Fe²⁺/Fe³⁺}^o = 0.770V.

$$\text{সমাধান: } E_{\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}^{3+}} = E_{\text{cell}}^{\text{o}} - \frac{0.0591}{n} \log \frac{[\text{Fe}^{3+}]}{[\text{Fe}^{2+}]} = -0.77 - \frac{0.0591}{1} \log \left(\frac{1}{5} \right) = -0.729 \text{ volt (Ans.)}$$

42. একটি মৌলের পরমাণুগুলির নিয়ন্ত্রিত প্রাকৃতিক প্রাচুর্য ও আইসোটোপিক ভর রয়েছে। মৌলটির গড় পারমাণবিক ভর হিসাব কর।

$$\text{সমাধান:} \quad \begin{array}{llll} \text{Abundance:} & 90.92\% & 0.26\% & 8.82\% \end{array}$$

$$\text{Isotopic mass:} \quad \begin{array}{lll} 19.99 \text{ amu} & 20.99 \text{ amu} & 21.99 \text{ amu} \end{array}$$

$$\therefore \text{গড় পারমাণবিক ভর} = \frac{90.92 \times 19.99 + 26 \times 20.99 + 8.82 \times 21.99}{100} = 20.169 \text{ amu (Ans.)}$$

43. (a) পর্যায় সারণীতে কতটি d-ব্লক মৌল আছে? পর্যায় সারণীতে এই শ্রেণির প্রথম ও শেষ মৌল দুটির নাম, সংকেত এবং পারমাণবিক সংখ্যা লিখ।

- (b) নিচের d-ব্লক মৌলগুলির কোনগুলি অবস্থান্তর ধাতু নয় এবং কেন? Co, Zn and Fe

সমাধান: (a) পর্যায় সারণীতে 37 টি d-ব্লক মৌল আছে। প্রথম মৌল ক্যান্ডিয়াম, পারমাণবিক সংখ্যা 21 সংকেত (Sc) শেষ মৌল মিটনেরিয়াম (Mt), পারমাণবিক সংখ্যা 109.

(b) Zn অবস্থান্তর মৌল নয়। কারণ Zn-এর সুস্থিত Zn²⁺ আয়নের অরণিটাল 10 টি ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ।

44. (a) নিচের গ্যাসগুলির কোনটি এসিড বৃষ্টির জন্য দায়ী? এর প্রধান উৎস কি? CO₂, NO₂, H₂S, CO

(b) এমন একটি ধাতুর নাম লিখ যা ক্ষার থেকে H₂ গ্যাস নির্গত করতে পারে। H₂ নির্গমন সম্পর্কিত রাসায়নিক সমীকরণটি লিখ।

সমাধান: (a) এসিড বৃষ্টির জন্য NO₂ দায়ী। এর প্রধান উৎস রাসায়নিক সার। 2H₂O + 4NO₂ + O₂ → 4HNO₃

(b) Pb ; 2Pb + 2NaOH + 4H₂O → 2Na₂PbO₃ + 5H₂ ↑



45. পিপেটের ব্যবহার কি? পিপেটের একটি ছবি আঁক।

সমাধান: 10mL আয়তনের দ্রবণ সূক্ষ্মভাবে মাপা যায়।

পিপেট

46. (a) নিচের কোনটি সিগমা (σ) বন্ধন নয়?

(i) $\infty\infty$

(ii) $\infty\circ$

(iii) $\infty\circ$

\checkmark (iv)

(b) নিচের কোনটি p-অর্বিটালের আকৃতি?

\checkmark (i)

(ii) O

\checkmark (iii)

(iv)

(c) অ্যামোনিয়া যৌগে নাইট্রোজেন পরমাণুর যে ধরনের সংকরণ হয়, তা চিহ্নিত কর।

(i) sp

\checkmark (ii) sp^3

(iii) sp^3d

(iv) sp^2

47. (a) নিচের কোন অরবিটালের ইলেকট্রন বিন্যাসটি গ্রহণযোগ্য?

[Ans: ii]

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

সমাধান: ছন্দের নীতি অনুযায়ী, $1s$ ও $2s$ আরবিটাল পূর্ণ হওয়ার পর $2p$ অরবিটালে সর্বাধিক অযুগ্ম অবস্থার e রয়েছে।

(b) নিচের কোন ধাতব মৌল তার $4s^1$ ইলেকট্রন ব্যবহার করে যৌগ গঠন করে?

(i) Na

(ii) Mg

(iii) Ca

\checkmark (iv) K

(c) নেসলার দ্রবণের সাহায্যে নিচের সনাক্ত করা যায়?

(i) H_2S

\checkmark (ii) NH_3

(iii) PH_3

(iv) CO_2

48. নিচের অক্সাইডগুলোর ক্ষারীয় ধর্মের উপর মন্তব্য কর। Al_2O_3 , SO_2 and Na_2O

সমাধান: Al_2O_3 : $Al_2O_3 + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2O$ (ক্ষারধর্মী)

$Al_2O_3 + 2NaOH \rightarrow 2NaAlO_2 + H_2O$ (অস্ত্রধর্ম)

$\therefore Al_2O_3$ (উভধর্মী)

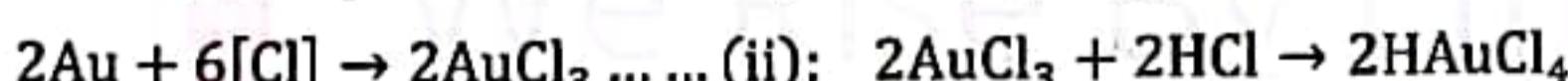
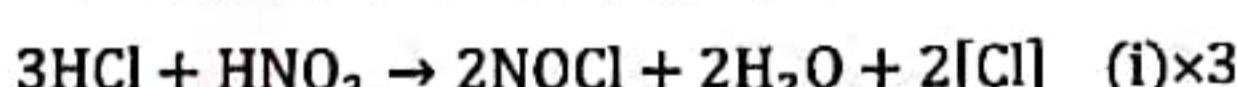
SO_2 : $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$ (অস্ত্রধর্মী) $\therefore SO_2$ (অস্ত্রধর্মী)

Na_2O : $Na_2O + H_2O \rightarrow 2NaOH$ (ক্ষারধর্মী)

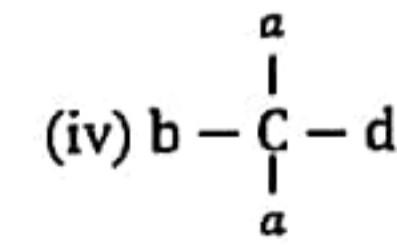
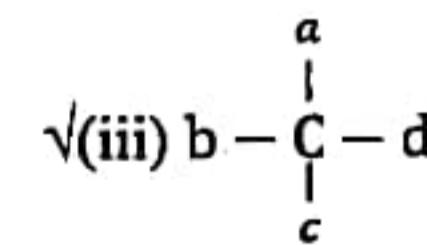
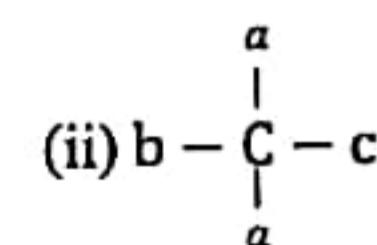
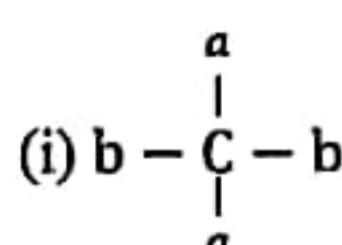
$\therefore Na_2O$ (তীব্র ক্ষারধর্মী)

49. রাসায়নিক সমীকরণের সাহায্যে রাজ অঙ্গে সোনা দ্রবীভূত হওয়ার প্রক্রিয়া বর্ণনা কর।

সমাধান: রাজ অঙ্গ 3 মোল HCl ও 1 মোল HNO_3 হতে প্রথমে জায়মান ক্লোরিন উৎপন্ন হয়। এ জায়মান ক্লোরিনের সাথে (Au) সোনা বিক্রিয়া $AuCl_3$ করে গঠন করে। এ লবণ অধিক HCl এর সাথে, যুক্ত হয়ে ক্লোরো অরিক এসিড ($HAuCl_4$) উৎপন্ন করে।



50. (a) নিচের কোন যৌগে অপ্রতিসম কার্বন আছে?



সমাধান: অপ্রতিসম গঠনের প্রতিটি যোজ্যতা ভিন্ন ভিন্ন একযোজী মূলক যুক্ত।

(b) নিচের কোনটি সর্বাধিক স্থিতিশীল কার্বোক্যাটায়ন?

(i) H_3C^+

(ii) $(CH_3)_2C^+H$

(iii) $H_2C^+ - CH_3$

\checkmark (iv) $(CH_3)_3C^+$

(c) নিচের কোন যৌগে sp^3 সংকরিত কার্বন পরমাণু নেই?

(i) $CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_3$

\checkmark (ii) $CH_2 = CH - CH = CH_2$

(iii) $CH_2 = CH - CH_2 - CH_3$

(iv) $CH_3 - CH_2 - CH = CH_2$

