[N.B: * চিহ্ন দেওয়া প্রশ্নগুলো পুরাতন সিলেবাসের।]

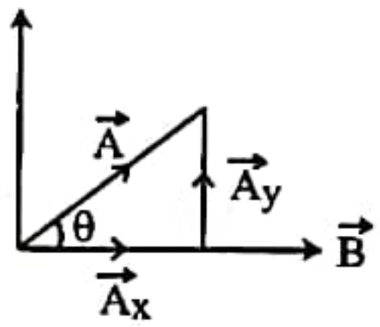
# BUET Admission Test 2014-2015

## গণিত

01. $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টর এর লম্ব দিক বরাবর $\vec{A} = -\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর এর অংশক $\vec{W}$ নির্ণয় কর। অতঃপর $\vec{W}$ ভেক্টরের উপর $\vec{A}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

সমাধান: $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর অভিক্ষেপ $= A\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{B} = \frac{8}{\sqrt{29}}$

$\vec{B}$ বরাবর একক ভেক্টর $= \frac{1}{\sqrt{29}}(2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k})$ $\therefore \vec{A}_x = \frac{8}{29}(2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k})$




Note: $\vec{A} = \overrightarrow{Ax} + \overrightarrow{Ay}$

$\therefore \vec{A}_y = \vec{A} - \vec{A}_x = \left(-1 - \frac{16}{29}\right)\hat{i} + \left(-1 + \frac{32}{29}\right)\hat{j} + \left(2 - \frac{24}{29}\right)\hat{k} = \frac{1}{29}(-45\hat{i} + 3\hat{j} + 34\hat{k})$

$\therefore \vec{W} = \frac{1}{29}(-45\hat{i} + 3\hat{j} + 34\hat{k})$

$\vec{W}$ ভেক্টরের উপর $\vec{A}$ এর অভিক্ষেপ $A_y = \frac{\sqrt{3190}}{29}$

02. মনে কর R বাস্তব সংখ্যার সেট; $A, B \subset R, f: A \to B$ যেখানে $f(x) = \frac{3x+2}{7x-3}$. ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক। $f^{-1}$ ও নির্ণয় কর।

সমাধান: Given, $f(x) = \frac{3x+2}{7x-3}$; $x = \frac{3}{7}$ হলে, $f(x) =$ undetermined $\therefore$ ডোমেন $= R\setminus\left\{\frac{3}{7}\right\}$ (Ans.)

আবার, $f(x) = y = \frac{3x+2}{7x-3} \Rightarrow 7xy - 3y = 3x + 2 \Rightarrow x(7y - 3) = 3y + 2 \Rightarrow x = \frac{3y+2}{7y-3}$.....(i)

$y = \frac{3}{7}$ হলে, $x =$ undetermined $\therefore$ রেঞ্জ $= R\setminus\left\{\frac{3}{7}\right\}$ (Ans.)

এখন, যেকোন, $x_1, x_2 \in A$ এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি, $\frac{3x_1+2}{7x_1-3} = \frac{3x_2+2}{7x_2-3}$ বা, $x_1 = x_2$ হয়

$\therefore$ ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক। যেহেতু প্রতিটি ডোমেনের জন্য একটি ভিন্ন রেঞ্জ আছে।

(i) হতে, $x = \frac{3y+2}{7y-3} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{3y+2}{7y-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{7x-3}$ (Ans.)

03. যদি $x^3 - px^2 - qx - r = 0$ সমীকরণের মূলগুলি a, b, c হয় তবে $a^3 + b^3 + c^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $x^3 - px^2 - qx - r = 0$; $a + b + c = p$; $ab + bc + ca = -q$; $abc = r$

Now, $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)\{(a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca)\} + 3abc$

$= p\{(p)^2 - 3(-q)\} + 3r = p(p^2 + 3q) + 3r$ (Ans.)

04. তিনটি একই রকমের বাক্সের প্রতিটিতে দুইটি একই রকমের ড্রয়ার আছে। প্রথম বাক্সের দুইটি ড্রয়ারের প্রতিটিতে একটি করে পেন্সিল, দ্বিতীয় বাক্সের প্রতি ড্রয়ারে একটি করে কলম এবং তৃতীয় বাক্সের একটি ড্রয়ারে একটি পেন্সিল ও আর একটি ড্রয়ারে একটি কলম আছে। লটারী করে একটি বাক্স নির্বাচন করা হল ও নির্বাচিত বাক্সের একটি ড্রয়ার খুলে পেন্সিল পাওয়া গেল। পেন্সিলটি যে প্রথম বাক্সের তার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান: $P = \frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}}{\frac{1}{3}\left(\frac{2}{2}+\frac{0}{2}+\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$ (Ans.)

05.* পাশের ধারাটির n-তম পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর: $\frac{14}{1.4.2.5} + \frac{68}{4.7.5.8} + \frac{158}{7.10.8.11} + \cdots\cdots\cdots$

সমাধান: $u_n = \frac{18n^2-4}{(9n^2+3n-2)(9n^2-3n-2)} = \frac{(9n^2+3n-2)+(9n^2-3n-2)}{(9n^2+3n-2)(9n^2-3n-2)} = \frac{1}{(9n^2-3n-2)} + \frac{1}{(9n^2+3n-2)}$

$= \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} + \frac{1}{(3n+1)(3n-2)} \Rightarrow S_n = c - \frac{1}{3(3n-1)} - \frac{1}{3(3n-2)} \Rightarrow \frac{14}{1\times4\times2\times5} = c - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{3.1}$

$\therefore c = \frac{17}{20}$ $\therefore S_n = \frac{17}{20} - \frac{1}{3(3n-1)} - \frac{1}{3(3n-2)}$ (Ans.)

06. C কেন্দ্রবিশিষ্ট $x^2+y^2+6x-4y+4=0$ বৃত্তটি x- অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। x- অক্ষের খন্ডিতাংশ AB এবং ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: $x^2+y^2+6x-4y+4=0;\ \text{Here}, g=3, f=-2, c=4$

$AB=2\sqrt{g^2-c}=2\sqrt{3^2-4}=2\sqrt{5}$ (Ans.)

A ও B বিন্দুর কোটি 0।

Now, $x^2+6x+4=0 \Rightarrow x=\frac{-6\pm2\sqrt{5}}{2}\ \therefore x=-3\pm\sqrt{5};\ C\equiv(-3,2)$

এখন, $\Delta ABC=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}-3 & 2 & 1\\ -3+\sqrt{5} & 0 & 1\\ -3-\sqrt{5} & 0 & 1\end{vmatrix}$

$=\frac{1}{2}[-3(0-0)-2(-3+\sqrt{5}+3+\sqrt{5})+1(0-0)]=\frac{1}{2}\times(-2)[2\sqrt{5}]=-2\sqrt{5}$

$\therefore |\Delta ABC|=2\sqrt{5}$ বর্গ একক (Ans.)

07. $2x-3y+4=0$ এবং $2y-3x-1=0$ সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণগুলির সমদ্বিখণ্ডক সমূহ যথাক্রমে x-অক্ষকে P, R এবং y-অক্ষকে Q, S বিন্দুতে ছেদ করে। একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা সমদ্বিখণ্ডক সমূহের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং PS রেখার সমান্তরাল।

সমাধান: $\frac{2x-3y+4}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\pm\frac{-3x+2y-1}{\sqrt{(-3)^2+2^2}} \Rightarrow 2x-3y+4=-3x+2y-1$ [+ চিহ্ন নিয়ে]

$\Rightarrow 5x+5=5y \Rightarrow \boxed{y=x+1} \Rightarrow x-y=-1$ .....(i)

আবার, $2x-3y+4=3x-2y+1$ [– চিহ্ন নিয়ে] $\Rightarrow \boxed{x+y=3}$ .....(ii)

$\therefore P\equiv(-1,0), R\equiv(3,0); Q\equiv(0,1), S\equiv(0,3)$

(i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু $\equiv(1,2)$

PS রেখা: $\frac{y-y_1}{y_1-y_2}=\frac{x-x_1}{x_1-x_2} \Rightarrow \frac{y-0}{0-3}=\frac{x+1}{-1-0} \Rightarrow \frac{y}{-3}=\frac{x+1}{-1} \Rightarrow y=3x+3 \Rightarrow 3x-y+3=0$

$\therefore$ PS রেখার সমান্তরাল ও (1, 2) বিন্দুগামী রেখা: $3x-y=3-2=1 \Rightarrow 3x-y-1=0$ (Ans.)

08. যে কণিকের আড় অক্ষ $x-2y+1=0$, উপকেন্দ্র (1,1), উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{2}$ এবং নিয়ামকের উপর একটি বিন্দু (2,–3) তার সমীকরণ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: নিয়ামকের সমীকরণ: $2x+y=2\times2-3=1 \Rightarrow 2x+y-1=0$

$\frac{SP}{PM}=e \Rightarrow SP^2=e^2.PM^2 \Rightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2.\frac{(2x+y-1)^2}{2^2+1^2}$

$\Rightarrow x^2+y^2-2x-2y+2=\frac{2}{5}(4x^2+y^2+1+4xy-4x-2y)$

$\Rightarrow 5x^2+5y^2-10x-10y+10=8x^2+2y^2+8xy-8x-4y+2$

$\Rightarrow 3x^2-3y^2+8xy+2x+6y-8=0$ (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্ব: (1,1) বিন্দুগামী $x-2y+1=0$ এর উপর লম্ব।

$\therefore 2x+y=2\times1+1 \Rightarrow \boxed{2x+y=3}$ (Ans.)

09. সমাধান কর: $\cot x+\cot2x+\cot3x=\cot x\cot2x\cot3x$.

সমাধান: $\cot x+\cot2x+\cot3x=\cot x.\cot2x.\cot3x$

$\Rightarrow \frac{1}{\tan x}+\frac{1}{\tan2x}+\frac{1}{\tan3x}=\frac{1}{\tan x}.\frac{1}{\tan2x}.\frac{1}{\tan3x} \Rightarrow \frac{\tan2x.\tan3x+\tan x.\tan3x+\tan x.\tan2x}{\tan x.\tan2x.\tan3x}=\frac{1}{\tan x.\tan2x.\tan3x}$

$\Rightarrow \tan3x.\tan2x.\tan x(1-\tan3x.\tan2x-\tan2x.\tan x-\tan x.\tan3x)=0$

$\text{Now}, \tan(x+2x+3x)=\frac{\tan x+\tan2x+\tan3x-\tan x.\tan2x.\tan3x}{1-\tan x.\tan2x-\tan2x.\tan3x-\tan3x.\tan x}$

$\Rightarrow \tan(6x).0=\tan x+\tan2x+\tan3x-\tan x.\tan2x.\tan3x$

$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin2x}{\cos2x}+\frac{\sin3x}{\cos3x}=\frac{\sin x.\sin2x.\sin3x}{\cos x.\cos2x.\cos3x} \Rightarrow \frac{\sin x.\cos3x+\sin2x.\cos x}{\cos x.\cos2x}=\tan3x\left(\frac{\sin x.\sin2x-\cos x.\cos2x}{\cos x.\cos2x}\right)$

$\Rightarrow \frac{\sin3x}{\cos x.\cos2x}=-\tan3x\left(\frac{\cos3x}{\cos x.\cos2x}\right)=\frac{-\sin3x}{\cos2x.\cos x} \Rightarrow 2.\sin3x=0 \Rightarrow \sin3x=0;\ 3x=n\pi\ \therefore x=\frac{1}{3}n\pi$ (Ans.)

10. যদি $\tan\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-P}{1+p}}\tan\frac{\alpha}{2}$, show that $\cos\alpha=\frac{\cos\theta-P}{1-P\cos\theta}$.

সমাধান: Given, $\tan\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-p}{1+p}}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

এখন, $\cos\alpha=\frac{1-\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}=\frac{1-\frac{1+p}{1-p}.\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\frac{1+p}{1-p}.\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{1-p-(1+p)\tan^2\frac{\theta}{2}}{1-p+(1+p)\tan^2\frac{\theta}{2}}$

আবার, $\frac{\cos\theta-p}{1-p\cos\theta}=\frac{\frac{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}-p}{1-p.\frac{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}}=\frac{1-p-(1+p)\tan^2\frac{\theta}{2}}{1-p+(1+p)\tan^2\frac{\theta}{2}}$ $\therefore \cos\alpha=\frac{\cos\theta-p}{1-p\cos\theta}$ [Showed]

11. যদি $y=(x+\sqrt{1+x^2})^m+(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}$ হয়, তবে $(1+x^2)y_2+xy_1-m^2y$. এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $y=(x+\sqrt{1+x^2})^m+(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}$

$\Rightarrow y_1=m(x+\sqrt{1+x^2})^{m-1}\times\left(1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)-m(x+\sqrt{1+x^2})^{-m-1}\times\left(1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$

$=\frac{m}{\sqrt{1+x^2}}(x+\sqrt{1+x^2})^m-\frac{m}{\sqrt{1+x^2}}(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}$

$\Rightarrow y_2=m\left[(x+\sqrt{1+x^2})^{m-1}\times m\times\left(1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)\times\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}+(x+\sqrt{1+x^2})^m\times(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}\times 2x\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$-m\left[(x+\sqrt{1+x^2})^{-m-1}\times(-m)\times\left(1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)\times\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}+(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}\times 2x\times(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=\frac{m^2}{1+x^2}(x+\sqrt{1+x^2})^m-\frac{1}{2}(x+\sqrt{1+x^2})^m\times(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}\times m+\frac{m^2}{1+x^2}(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}$

$+\frac{1}{2}(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}\times(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}\times m$

$\therefore(1+x^2)y_2=m^2\left[(x+\sqrt{1+x^2})^m+(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}\right]-x\times\left[\frac{m}{\sqrt{1+x^2}}(x+\sqrt{1+x^2})^m-\frac{m}{\sqrt{1+x^2}}(x+\sqrt{1+x^2})^{-m}\right]$

$\therefore(1+x^2)y_2=m^2y-xy_1$ $\therefore(1+x^2)y_2+xy_1-m^2y=0$ (Ans.)

12. একটি নলাকার আবদ্ধ টিনের তৈরি পাত্রের তরল পদার্থ ধারণ ক্ষমতা 1 litre (1000 $cm^3$). পাত্রটির উচ্চতা ও ব্যাসার্ধ কত হলে পাত্রটি তৈরি করতে ন্যূনতম টিনের প্রয়োজন হবে?

সমাধান: $\pi r^2h=1\Rightarrow h=\frac{1}{\pi r^2}$

ক্ষেত্রফল $=2\pi r(r+h)=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+2\pi r.\frac{1}{\pi r^2}=2\pi r^2+\frac{2}{r}$

ক্ষেত্রফল এর 1st derivative $=4\pi r-\frac{2}{r^2}=0\Rightarrow 4\pi r=\frac{2}{r^2}\Rightarrow r^3=\frac{1}{2\pi}$ .....(i)

$\Rightarrow\pi r^2=\frac{1}{2r}\Rightarrow\frac{1}{h}=\frac{1}{2r}$ $\therefore h=2r$ .....(ii)

(i) হতে, $r=\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}=5.419cm$ (Ans.)

$\therefore h=10.838cm$ (Ans.)

13. যোগজ নির্ণয় কর: $\int\frac{x^2+1}{x^4+1}dx$

সমাধান: $\int\frac{x^2+1}{x^4+1}dx=\int\frac{1+\frac{1}{x^2}}{x^2+\frac{1}{x^2}}dx=\int\frac{1+\frac{1}{x^2}}{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+(\sqrt{2})^2}dx=\frac{1}{\sqrt{2}}\tan^{-1}\left(\frac{x-\frac{1}{x}}{\sqrt{2}}\right)+c$ (Ans.)

14. ভূমির সাথে $\alpha$ কোণে হেলানো একটি সমতলের উপর একটি 20 kg ওজনের বস্তুকে তল ও ভূমির সমান্তরালে 10kg-wt মানের দুইটি সমান বল প্রয়োগে স্থির অবস্থায় রাখা হয়েছে। তলের উপর ক্রিয়ারত বলের পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান: এখন, $R=20\cos\alpha+10\sin\alpha$ .....(i)

আর, $20\sin\alpha=10+10\cos\alpha\Rightarrow 2\sin\alpha=1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$

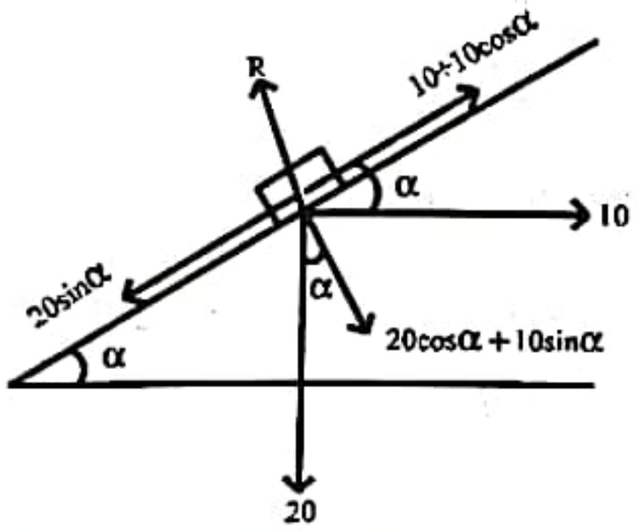
$\Rightarrow 2.2\sin\frac{\alpha}{2}.\cos\frac{\alpha}{2}=2\cos^2\frac{\alpha}{2}\Rightarrow\cos\frac{\alpha}{2}\left(\cos\frac{\alpha}{2}-2\sin\frac{\alpha}{2}\right)=0$

$\therefore\cos\frac{\alpha}{2}=0$ অথবা, $\cos\frac{\alpha}{2}=2\sin\frac{\alpha}{2}$

$\frac{\alpha}{2}=\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}$

$\therefore\alpha=\pi$ [যা অসম্ভব] $\therefore\alpha=53.13°$

$\therefore$ (i) হতে $R=20\ kg-wt$ (Ans.)



15. একটি স্থির মসৃণ পুলির উপর দিয়ে ঝুলানো একটি হালকা রশির এক প্রান্তে 51kg ওজনের একটি বস্তু সংযুক্ত আছে। রশির অপর প্রান্ত বেয়ে সুষম ত্বরণে একটি বালক 4s এ 4.9 m উপরে উঠে। বস্তুটি যদি স্থির অবস্থায় থাকে তবে বালকটির ওজন নির্ণয় কর। [$g = 9.8 m/s^2$]

সমাধান: $u = 0 ms^{-1},\ t = 4s, h = 4.9m$

Now, $s = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 4.9 = 0 \times 4 + \frac{1}{2} \times a \times 4^2 \quad \therefore a = 0.6125$

Now, $51 \times 9.8 = m(9.8 + 0.6125) \therefore m = 48kg - wt$ (Ans.)

16. একজন ছাত্র ভর্তি পরীক্ষায় চারটি বিষয় Math, Phy, Chem, Eng এ অংশগ্রহণ করে। তার পাশের সম্ভাব্যতা Math এ $\frac{4}{5}$, Phy এ $\frac{3}{4}$, Chem এ $\frac{5}{6}$ এবং Eng এ $\frac{2}{3}$. যোগ্যতা অর্জনের জন্য তাকে অবশ্যই Math এ এবং ন্যূনতম অন্য যে কোন দুই বিষয়ে পাশ করতে হবে। ভর্তি পরীক্ষায় তার যোগ্যতা অর্জনের সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান: (i) Phy – এ ফেল: $\frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$

(ii) Che – এ ফেল: $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{15}$

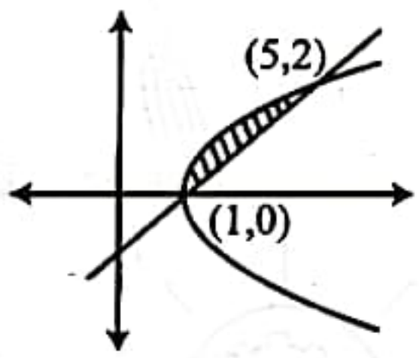
(iii) Eng – এ ফেল: $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

(iv) সবগুলোতে পাশ: $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \quad \therefore$ সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{9} + \frac{1}{15} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{61}{90}$ (Ans.)

17. $y^2 = x - 1$ পরাবৃত্ত এবং $2y = x - 1$ সরলরেখা দিয়ে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: $y^2 = x - 1; 2y = x - 1 \Rightarrow y^2 = 2y \Rightarrow y = 0, 2 \therefore x = 1, 5$

$\therefore$ ছেদবিন্দুদ্বয় $(1, 0)$ ও $(5, 2)$




$\therefore \Delta = \int_1^5 (y_1 - y_2)dx = \int_1^5 \left\{\sqrt{x-1} - \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)\right\} dx$

$= \left[\frac{(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2}\right]_1^5 = \frac{19}{12} - \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$ বর্গ একক (Ans.)

18. $\lim_{x \to 0} \frac{1-e^{2x}}{\ln(1-x)}$ এর মান বের কর।

সমাধান: $\lim_{x \to 0} \frac{1-e^{2x}}{\ln(1-x)} \left[\frac{0}{0} \text{form}\right] = \lim_{x \to 0} \frac{-2e^{2x}}{\frac{1}{1-x}(-1)} = \lim_{x \to 0} \{2e^{2x}(1-x)\} = 2$ (Ans.)

19. 'a' এর বাস্তব মান কত হলে $x^3 + 3ax^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো সমান্তর প্রগমনে থাকবে? সমীকরণটির মূলগুলোও নির্ণয় কর।

সমাধান: $x^3 + 3ax^2 + x + 1 = 0$

ধরি, মূলগুলো: $(\alpha - d), \alpha, (\alpha + d) \therefore 3\alpha = -3a \therefore \alpha = -a \ldots\ldots\ldots (i)$

আবার, $(\alpha - d)(\alpha).(\alpha + d) = -1 \Rightarrow (\alpha^2 - d^2)\alpha = -1 \Rightarrow \alpha^3 - \alpha d^2 = -1 \ldots\ldots\ldots (ii)$

আবার, $(\alpha - d).\alpha + \alpha.(\alpha + d) + \alpha^2 - d^2 = 1 \Rightarrow \alpha^2 - \alpha d + \alpha^2 + \alpha d + a^2 - d^2 = 1$

$\Rightarrow 3\alpha^2 - d^2 = 1 \quad \Rightarrow 2\alpha^2 + (\alpha^2 - d^2) = 1 \Rightarrow 2\alpha^2 + \frac{-1}{\alpha} = 1 \Rightarrow 2\alpha^3 - 1 = \alpha \Rightarrow 2\alpha^3 - \alpha - 1 = 0$

$\therefore \alpha = 1$; (i) নং হতে, $a = -1$ (Ans.)

(ii) হতে, $1 - d^2 = -1 \Rightarrow d = \sqrt{2} \quad \therefore$ মূলগুলো, $1 - \sqrt{2},\ 1,\ 1 + \sqrt{2}$ (Ans.)

20. শূন্য ব্যতীত k এর এমন একটি মান নির্ণয় কর যা নিচে উল্লেখিত ফাংশনকে $x = 0$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন করবে। তোমার উত্তরের যৌক্তিকতা ব্যাখ্যা কর।

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan kx}{x}, & x < 0 \\ 3x + 2k^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

সমাধান: Given, $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan kx}{x}, & x < 0 \\ 3x + 2k^2, & x \geq 0 \end{cases}$

**1st part:** L.H.L $= \lim_{x \to 0^-} \frac{\tan kx}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{\tan kx}{kx} \times k = k$

R.H.L $= \lim_{x \to 0^+} (3x + 2k^2) = 2k^2$; **Again,** $f(0) = 3 \times 0 + 2k^2 = 0 + 2k^2 = 2k^2$

For continuity of $f(x)$ at $x = 0,\ 2k^2 = k \ \therefore k = 0, \frac{1}{2}$ ; So, $k = \frac{1}{2}$ As k is nonzero.

**2nd part:** if $k = \frac{1}{2}$; $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan\frac{x}{2}}{x}, & x < 0 \\ 3x + \frac{1}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$

Now, $\lim_{x \to 0^-} \frac{\tan\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \to 0^+} \left(3x + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ and, $f(0) = \frac{1}{2}$

$\therefore \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$. So, $f(x)$ is continuous at $x = 0$ when $k = \frac{1}{2}$

## পদার্থবিজ্ঞান

21. সমমন্দনে চলমান একটি ট্রেন প্রথম $\frac{1}{4}$km অতিক্রম করে 20s এবং দ্বিতীয় $\frac{1}{4}$ km 30 s এ। ট্রেনটি সম্পূর্ণভাবে থামতে আর কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে?

সমাধান: মনে করি, আদিবেগ u এবং ত্বরণ a | Here, $\frac{1}{4}\text{km} = 250\text{m}$

এখন, $S = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 250 = u.20 + \frac{1}{2}.a.20^2 \Rightarrow 250 = 20u + 200a$ ... ... ... (i)

আবার, $2 \times 250 = u(20 + 30) + \frac{1}{2} \times a \times (20 + 30)^2 \Rightarrow 500 = 50u + 1250a$ ... ... ... (ii)

(i) ও (ii) সমাধান করে, $u = \frac{85}{6}ms^{-1}$ এবং $a = -\frac{1}{6}ms^{-2}$

∴সম্পূর্ণভাবে থামতে আরও অতিক্রম করবে $\left(\frac{u^2}{2|a|} - 500\right) = 102.0833\text{m}$ (Ans.)

22. 4, 5 এবং 6 একক ভরের তিনটি কণার স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (4, 0, -1), (3, -2, 3) এবং (2, 1, 4) হলে z অক্ষের সাপেক্ষে তাদের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান: 4 একক ভরের, $I_z = 4 \times (4^2 + 0^2) = 64$ (Ans.)

5 একক ভরের, $I_z = 5 \times (3^2 + (-2)^2) = 65$ (Ans.)

6 একক ভরের, $I_z = 6 \times (2^2 + 1^2) = 30$ (Ans.)

আবার, 4 একক ভরের চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = 4$ (Ans.)

5 একক ভরের চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{65}{5}} = \sqrt{13}$ (Ans.)

6 একক ভরের চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{30}{6}} = \sqrt{5}$ (Ans.)

23. একটি লাউড স্পিকারের শঙ্কু (cone) 262 Hz. কম্পাঙ্কে সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের বিস্তার $A = 1.5 \times 10^{-4}\text{m}$ এবং $t = 0$ সময়ে সরণ $x = A$ হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের গতি বর্ণনাকারী সমীকরণটি নির্ণয় কর। শঙ্কুর বেগ ও ত্বরণকে সময়ের ফাংশন হিসাবে প্রকাশ কর।

সমাধান: We know, $x = A\sin(2\pi ft + \delta)$ | [Given, $f = 262\text{Hz}$ & $A = 1.5 \times 10^{-4}\text{m}$]

$t = 0$ তে, $x = A\sin(\delta) \Rightarrow A = A\sin(\delta) \Rightarrow \sin(\delta) = 1 \therefore \delta = \frac{\pi}{2}$

$\therefore x = A\sin\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.)

$\therefore V = \frac{d}{dt}(x) = 524\pi A\cos\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.)

$\therefore a = \frac{d}{dt}(v) = -524^2.\pi^2.A\sin\left(524\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ যেখানে, $A = 1.5 \times 10^{-4}m$ (Ans.)

24. 5m দৈর্ঘ্য এবং 1mm ব্যাস বিশিষ্ট তারে 25kg ভরের ফলে দৈর্ঘ্য 0.1mm প্রসারিত হলে তারটির সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান: We know, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি, $w = \frac{1}{2} \times$পীড়ন $\times$ বিকৃতি

∴ মোট সঞ্চিত শক্তি $= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি $\times$ আয়তন

$= \frac{1}{2} \times \frac{25 \times 9.8}{\pi\left(\frac{1 \times 10^{-3}}{2}\right)^2} \times \frac{0.1 \times 10^{-3}}{5} \times \pi \times \left(\frac{1 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 \times 5 = \frac{1}{2} \times 25 \times 9.8 \times 0.1 \times 10^{-3} = 0.01225\text{ J}$ (Ans.)

**Alternate:** $w = \frac{1}{2}Fl = \frac{1}{2} \times 25 \times 9.8 \times 0.1 \times 10^{-3} = 0.01225\text{J}$ (Ans.)

25. $1.34 \times 10^{-4}$kg এবং $4.4 \times 10^{-3}$m ব্যাস বিশিষ্ট একটি কাঁচের বল $0.943 \times 10^{3}$kg/m$^3$ ঘনত্ব বিশিষ্ট তেলের মধ্য দিয়ে সুষম বেগে 6.4s সময়ে 0.381m নীচে পড়ে। তেলের সান্দ্রতার সহগের মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $v = \frac{s}{t} = \frac{0.381}{6.4} = 0.0595 ms^{-1}$

We know, $\eta = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9v} \Rightarrow \eta = \frac{2\times(2.2\times10^{-3})^2 \times \left(\frac{1.34\times10^{-4}}{\frac{4}{3}\pi\times(2.2\times10^{-3})^3} - 0.943\times10^3\right)\times 9.8}{9\times0.0595} = 0.03724\ Nsm^{-2}$ (Ans.)

26. অণুর ব্যাস 2Å ধরে $10^{-6}$mm পারদ চাপ বিশিষ্ট একটি গ্যাস চেম্বারের অণুর গড় মুক্তপথ নির্ণয় কর। STP তে এক গ্রাম গ্যাসের অণু 22.4 L আয়তন দখল করে। ধরে নাও যে চেম্বারটির তাপমাত্রা 273 K.

সমাধান: এখানে, $PV = nRT$

$\because$ তাপমাত্রা স্থির $P_1V_1 = P_2V_2 \ \therefore V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = 1.7024 \times 10^{10} L = 1.7024 \times 10^{7} m^3$ মোলার আয়তন

$\therefore$একক আয়তনে অণুর সংখ্যা $n = \frac{N_A}{1.7024\times10^7} = \frac{6.023\times10^{23}}{1.7024\times10^7} = 3.5379 \times 10^{16} m^{-3}$

$\therefore \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2}\times\pi\times(2\times10^{-10})^2\times3.5379\times10^{16}} = 159.0485$ m.

27. একটি 75mm ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট (একক) লেন্সের মুভি ক্যামেরার সাহায্যে 27m দূরত্বে দাঁড়ানো এক ব্যক্তির ছবি নেয়া হলো। লোকটি 180cm লম্বা হলে ফিল্মের মধ্যে প্রতিবিম্বের উচ্চতা কত হবে?

সমাধান: $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{27} + \frac{1}{v} = \frac{1}{75\times10^{-3}} \Rightarrow v = -0.0752 \therefore m = \left|\frac{v}{u}\right| = \frac{1}{359}$

Again, $m = \frac{h'}{h} \Rightarrow h' = h \times m = 180 \times \frac{1}{359} = \frac{180}{359}$cm (Ans.)

28. প্রতিটি 220V এ চার্জিত সমআকারের আটটি ছোট গোলাকার ফোঁটাকে মিলিত করে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত করা হল। বড় ফোঁটার বিভব কত হবে?

সমাধান: ধরি, প্রতিটি গোলকের চার্জ Q। এখন, $8 \times \left(\frac{4}{3}\pi\right)r^3 = \left(\frac{4}{3}\pi\right)R^3; R = 2r$ ..... (i)

We know, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \times \frac{q}{r}$

বড় ফোটার বিভব V′ এবং প্রতিটি ছোট ফোটার বিভব V হলে, $\frac{V'}{V} = \frac{q'}{q} \times \left(\frac{r}{R}\right) = \frac{8q}{q} \times \left(\frac{r}{2r}\right) = \frac{8}{2} = 4$

$\therefore V' = 4V = 4 \times 220V = 880V$ (Ans.)

29. দুটি $\pi/2$ rad দশা পার্থক্যের সদৃশ অগ্রগামী তরঙ্গ একই দিকে ধাবিত হচ্ছে। যদি তরঙ্গ দুটির প্রত্যেকটির বিস্তার $y_m$ হয় তবে লব্ধি তরঙ্গটির বিস্তার কত?

সমাধান: $A_R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\alpha)} = \sqrt{y_m^2 + y_m^2 + 2y_m^2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{2y_m^2 + 0} = \sqrt{2}\,y_m$ (Ans.)

30. 220 V এ কার্যরত 100 W এর একটি বাতির ফিলামেন্টের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত ইলেকট্রনের সংখ্যা নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, ইলেকট্রনের চার্জ, $e = 1.6 \times 10^{-19}$C.

সমাধান: We know, $P = VI \Rightarrow I = \frac{P}{v} = \frac{100}{220}$ .....(i)

Now, $I = \frac{q}{t} \Rightarrow \frac{100}{220} = \frac{q}{1} \Rightarrow q = \frac{100}{220}$

ধরি, 1s এ প্রবাহিত $e^-$ সংখ্যা = n

Now, $n \times 1.6 \times 10^{-19} = q = \frac{100}{220} \ \therefore n = 2.84 \times 10^{18}$ টি (Ans.)

31. একটি দ্বিযোজী ধাতুর নমুনার আয়তন $4.0 \times 10^{-5}$ m$^3$. ধাতুটির ঘনত্ব 9.0 g/cm$^3$ এবং মোলার ভর 60 g/mol. ঐ নমুনাটিতে পরিবহন ইলেকট্রনের সংখ্যা কত? [অ্যাভোগেড্রো সংখ্যা $= 6.02 \times 10^{23}$ mol$^{-1}$]

সমাধান: We know, $\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho v = 9 \times (4 \times 10^{-5}) \times 10^6(g) = 360g$

মোলার ভর = 60g/mol $\therefore 360g = \frac{360}{60} = 6mol$

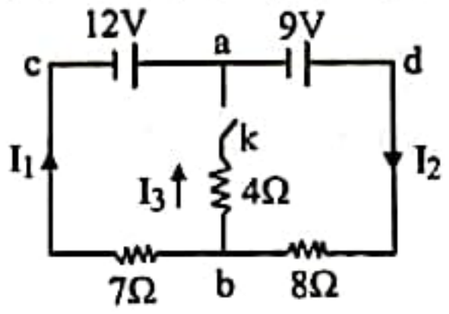
$\therefore$ নমুনাটিতে পরিবহন $e^-$ এর সংখ্যা $= 2 \times 6 \times 6.02 \times 10^{23} = 7.224 \times 10^{24}$ (Ans.)

32. একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজানা ভরের একটি গ্রহের চারদিকে $8.0 \times 10^6$ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। গ্রহপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $8.0\ m/s^2$ হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান: $(R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{gR^2T^2}{4\pi^2}\ \left[g = \frac{GM}{R^2}\right]$

$\Rightarrow (8.0 \times 10^6)^3 = \frac{8.0 \times R^2 \times (2.4 \times 3600)^2}{4\pi^2} \Rightarrow R = 5.818 \times 10^6 m$ (Ans.)

33. চিত্রে প্রদর্শিত সার্কিটে সুইচ k খোলা অবস্থায় কারেন্ট $I_1, I_2$ এবং $I_3$ এর মান নির্ণয় কর।



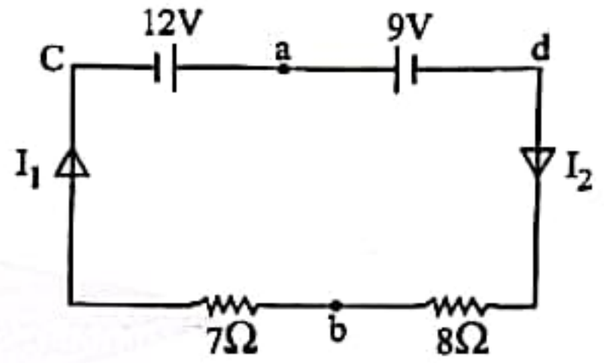

সমাধান: সুইচ k খোলা অবস্থায়, $I_3 = 0A$

কার্শফের ভোল্টেজ law apply করে পাই,

$7I_1 - 12 + 9 + 8I_1 = 0$ [Here, $I_1 = I_2$ কেননা একটিই পথে কারেন্ট যাচ্ছে]

$\Rightarrow 15I_1 - 3 = 0 \ \therefore I_1 = I_2 = 0.2$ Amp

Ans: $I_1 = I_2 = 0.2$Amp and $I_3 = 0$ Amp




34. 2.35 m লম্বা এবং 1.63 mm ব্যাস বিশিষ্ট এলুমিনিয়ামের তারের ভিতর দিয়ে 1.24 A বিদ্যুৎ প্রবাহিত হচ্ছে। এই তারে কি পরিমাণ শক্তি ব্যয় হচ্ছে? [এলুমিনিয়াম এর রোধক, $\rho = 2.80 \times 10^{-8}\ \Omega$ m]

সমাধান: We know, $R = \rho.\frac{L}{A} = 2.8 \times 10^{-8} \times \frac{2.35}{\pi\left(\frac{1.63 \times 10^{-3}}{2}\right)^2} = 0.03153\Omega$

$\therefore$ প্রতি সেকেন্ডে ব্যয়িত শক্তি = ক্ষমতা = $I^2R = (1.24)^2 \times 0.03153$ W $= 0.04848$ watt (Ans.)

35. একটি 2.0 cm প্রস্থ এবং 1.0 mm পুরুত্বের কপারের পাতকে $B = 1.5$ Weber/$m^2$ চুম্বকক্ষেত্রে রাখা হল। এই পাতের ভিতর দিয়ে 200 A বিদ্যুৎ প্রবাহিত করা হলে এর প্রস্থ বরাবর কী পরিমাণ হল বিভব পার্থক্য সৃষ্টি হবে? [কপারের মুক্ত ইলেক্ট্রনের সংখ্যা, $n = 8.4 \times 10^{28}$ electrons/$m^3$]

সমাধান: $V_{Hall} = \frac{IBd}{nAe} = \frac{IBd}{n \times (d.t) e} = \frac{IB}{nte} = \frac{200 \times 1.5}{8.4 \times 10^{28} \times 1 \times 10^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 2.23 \times 10^{-5}$volt (Ans.)

36. নীল LED হতে নিঃসৃত আলো একটি অপবর্তন গ্রেটিং এর উপর লম্বভাবে আপতিত হয়। এই অপবর্তন গ্রেটিং এ 25.4 mm প্রস্থে সমব্যবধানে: $1.26 \times 10^4$ টি রেখা টানা আছে। কেন্দ্রীয় অক্ষ হতে কত ডিগ্রী কোণে দ্বিতীয় চরম (second-order maxima) উৎপন্ন হবে? [নীল আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = 450 \times 10^{-9}$ m]

সমাধান: প্রতিটি রেখার প্রস্থ $= \frac{25.4 \times 10^{-3}}{1.26 \times 10^4} m = 2.01587 \times 10^{-6} m$

Now, $d\sin(\alpha) = n\lambda \Rightarrow 2.01587 \times 10^{-6} \times \sin(\alpha) = 2 \times 450 \times 10^{-9} \ \therefore \alpha = 26.51°$ (Ans.)

37. 1.2 atm চাপ এবং 310K তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন 4.3 L. রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংকুচিত করে আয়তন 0.76 L করা হল। গ্যাসটির (ক) চূড়ান্ত চাপ এবং (খ) চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [গ্যাসটিকে আদর্শ গ্যাস হিসাবে বিবেচনা করা যায় $\gamma = 1.4$]

সমাধান: $P_2V_2^\gamma = P_1V_1^\gamma \ \Rightarrow P_2 = P_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\gamma = 1.2 \times \left(\frac{4.3}{0.76}\right)^{1.4} = 13.5799$ atm (Ans.)

Again, $T_2V_2^{\gamma-1} = T_1V_1^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = 310 \times \left(\frac{4.3}{0.76}\right)^{1.4-1} = 620.0456K$ (Ans.)

38. একটি বর্ণের আলো দিয়ে আলোকিত একটি দ্বি-চির পরীক্ষায় চিরদ্বয় থেকে কিছু দূরে স্থাপিত পর্দার ডোরা পাওয়া যায়। যদি পর্দাটিকে চিরের দিকে $5 \times 10^{-2}$ m সরানো হয় তাহলে ডোরার ব্যবধানের পরিবর্তন হয় $3 \times 10^{-5}$ m. যদি চির দুটোর মধ্যবর্তী দূরত্ব $10^{-3}$ m হয় তবে ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: ডোরার ব্যবধান x হলে, $x = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda \Delta D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{\Delta x - a}{\Delta D} = \frac{(3 \times 10^{-5}) \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^{-7} m$ (Ans.)

39. কোন একটি 1.8 eV কার্যঅপেক্ষক বিশিষ্ট ধাতুতে 400 nm তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট আলো আপতিত হলে (ক) নির্গত হওয়া ইলেক্ট্রনগুলোর নিবৃত্তি বিভব কত হবে? (খ) নির্গত ইলেক্ট্রনগুলোর সর্বোচ্চ গতিবেগ কত?

সমাধান: $\frac{hc}{\lambda} = \varphi + E_{k(max)} \Rightarrow \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} = 1.8 \times 1.6 \times 10^{-19} + E_{k(max)}$

$\therefore E_{k(max)} = e.V = 2.089 \times 10^{-19} \ \therefore V = 1.3059697$ volt (Ans.)

Again, $E_{k(max)} = \frac{1}{2}m(V_{max})^2 = 2.089 \times 10^{-19} \ \therefore V_{max} = 6.7767 \times 10^5 ms^{-1}$ (Ans.)

40. $U^{238}$ এর অর্ধায়ু $1.42 \times 10^{17}$ s. 1 g $U^{238}$ থেকে প্রতি সেকেন্ডে কতগুলো পরমাণু ভেঙ্গে যাবে?
[ অ্যাভোগেড্রো সংখ্যা, $N_A = 6.02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$]
সমাধান: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = 4.88 \times 10^{-18} s^{-1}$
We know, $\frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda \times \frac{1}{238} \times 6.023 \times 10^{23} = 12349.68$ টি [N = মোট প্রথমিক পরমাণু সংখ্যা]

## রসায়ন

41. কোন একটি উভয়মূখী বিক্রিয়ায় $\Delta n = \frac{1}{2}$ হলে, কত ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রায় $K_P$ এর মান $K_C$ এর মানের আটগুণ হবে? দেওয়া আছে, $R = 0.0821\ L\ atm\ mol^{-1}\ K^{-1}$.
সমাধান: We know, $K_p = K_c(RT)^{\Delta n} \Rightarrow (RT)^{\Delta n} = \left(\frac{K_p}{K_c}\right) \Rightarrow (R.T)^{\frac{1}{2}} = 8 \Rightarrow R.T = 8^2 = 64$
$\Rightarrow T = \frac{64}{0.0821} = 779.5371K = 506.537^oC$

42. হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন ২য় শক্তিস্তর থেকে ১ম শক্তিস্তরে লাফ দেওয়ার ফলে সৃষ্ট বর্ণালী রেখার তরঙ্গ দের্ঘ্য($\lambda$) Å এ নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, $R_H = 109677\ cm^{-1}$.
সমাধান: We know, $\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{(n_1)^2} - \frac{1}{(n_2)^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 109677 \times \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \Rightarrow \lambda = 1.21569 \times 10^{-7} m$
$\Rightarrow \lambda = 1.21569 \times 10^3 Å$ (Ans.)

43. 3.78g নাইট্রিক এসিডকে 400mL পানিতে দ্রবীভূত করা হল। মোলারিটিতে এই দ্রবণের ঘনমাত্রা কত হবে? আর কি পরিমাণ পানি এই দ্রবণে যোগ করলে এর ঘনমাত্রা 0.1M হবে?
সমাধান: $HNO_3$ এর আণবিক ভর $= 1 + 14 + (16 \times 3) = 63 g/mole$ $\therefore S = \frac{n}{v} = \frac{(3.78 \div 63)}{400 \times 10^{-3}} = 0.15M$ (Ans.)
Now, $S_1V_1 = S_2V_2 \Rightarrow S_2 = \frac{S_1V_1}{V_2} = \frac{0.15 \times 400}{0.1} = 600mL$
$\therefore$ পানি যোগ করতে হবে $= (600 - 400) = 200mL$ (Ans.)

44. দেখাও যে একটি প্রথম ক্রমবিক্রিয়ার ক্ষেত্রে বিক্রিয়াটির 99.9% শেষ হতে যে সময় লাগে তা বিক্রিয়াটির অর্ধেক শেষ হওয়ার সময়ের প্রায় 10 গুণ।
সমাধান: We know, $t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{c_0}{c}\right)$; 99.9% শেষ হতে, $t_1 = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{c_0}{0.001 \times c_0}\right) = \frac{1}{\lambda}\ln(1000)$
আবার, অর্ধেক শেষ হতে, $t_2 = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{c_0}{0.5c_0}\right) = \frac{1}{\lambda}\ln(2)$
Now, $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\ln(1000)}{\ln(2)} = 9.965 \approx 10$ (Showed)

45. 15.82g ভেজালযুক্ত ক্যালসিয়াম কার্বনেট হাইড্রোক্লোরিক এসিডের সঙ্গে বিক্রিয়া করে 37°C তাপমাত্রা ও 750 mm (Hg) চাপে $2.53dm^3$ কার্বন ডাইঅক্সাইড উৎপন্ন করে। ঐ ক্যালসিয়াম কার্বনেটে ভেজালের পরিমাণ নির্ণয় কর।
সমাধান: $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + H_2O + CO_2$
$n_{CO_2}$ নির্ণয়: $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{\frac{750}{760} \times 2.53}{0.0821 \times 310} = 0.098098$
এখন, $\frac{n_{CaCO_3}}{n_{CO_2}} = \frac{1}{1} \therefore n_{CaCO_3} = 1 \times 0.098098 \Rightarrow \frac{W}{m} = n = 0.098098 \therefore W = 9.80987g$
$\therefore$ ভেজালের পরিমাণ $= (15.82 - 9.80987)g = 6.010127g$ (Ans.)

46. (a) একটি ইলেকট্রন উচ্চশক্তি স্তর থেকে নিম্নশক্তি স্তরে লাফ দিলে কী ঘটে?
(b) কোন বিক্রিয়ায় প্রভাবক (অনুঘটক) যোগ করলে কী ঘটে?
(c) বোরের পরমাণু মডেল অনুসারে নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান ইলেকট্রনের কৌণিক ভরবেগ-এর সমীকরণ লিখ।
(d) নিম্নলিখিতগুলি কী ধরনের বিক্রিয়া? পারিপার্শ্বিক অবস্থার উপর বিক্রিয়াগুলির প্রতিক্রিয়া কি?
(i) $C\ (graphite) + O_2\ (g) \rightarrow CO_2\ (g) : \Delta H = -395\ kJ$
(ii) $H_2\ (g) + I_2\ (s) \rightarrow 2HI\ (g) : \Delta H = +52\ kJ$

সমাধান: (a) এই দুই শক্তিস্তরের শক্তির পার্থক্যর সমান পরিমাণ শক্তি বিশিষ্ট তাড়িৎ চৌম্বক বিকিরণ নিঃসরণ হয়।

(b) বিক্রিয়ার সক্রিয়ণ শক্তি হ্রাস বা বৃদ্ধি পায় ফলে বিক্রিয়ার হার হ্রাস/বৃদ্ধি পায়।

(c) $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ ; যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।

(d) i) সংযোজন / দহন বিক্রিয়া।

বৈশিষ্ট্য: (i) চাপের প্রভাব নেই (ii) তাপমাত্রা বাড়ালে বিক্রিয়ার পশ্চাৎ বেগ বৃদ্ধি পাবে, সাম্যাবস্থা বাম দিকে সরে যাবে (যেহেতু তাপোৎপাদী বিক্রিয়া)।

ii) $\underset{(g)}{H_2} + \underset{(g)}{I_2} \rightleftharpoons 2HI(g); \Delta H = +52KJ$; এটি সংযোজন বিক্রিয়া।

বৈশিষ্ট্য: (i) তাপহারী বিক্রিয়া (ii) চাপের প্রভাব নেই (iii) তাপমাত্রা বাড়ালে সাম্যাবস্থা ডান দিকে সরে যাবে।

47. (a) নীচের গ্যাসগুলোর কোনটি এসিড বৃষ্টির জন্য দায়ী? এর প্রধান উৎস কি?

$CO_2$ , $NO_2$, $H_2S$, CO

(b) K, Li, Cs এবং Rb কে তাদের ধাতব ধর্মের নিম্নক্রমানুসারে সাজাও।

(c) C, F, N এবং O কে তাদের আয়নিক বিভবের উচ্চক্রমানুসারে সাজাও।

সমাধান: $NO_2$ এসিড বৃষ্টির জন্য দায়ী।

(a) $N_2 + O_2 \rightarrow NO$; $NO + O_2 \rightarrow NO_2$

$\therefore NO_2$ এর প্রধান উৎস হল বায়ু। কেননা, বায়ুতেই $N_2$ ও $O_2$ বিদ্যমান থাকে।

(b) $Cs > Rb > K > Li$ (c) $C < O < N < F$

48. রাজাম্ল কিভাবে প্লাটিনামকে দ্রবীভূত করে বিক্রিয়াসহ লিখ।

সমাধান: রাজম্লের বিক্রিয়া: $HNO_3 + 3HCl \rightarrow NOCl + 2H_2O + 2[Cl]$

$Pt + 4[Cl] \rightarrow PtCl_4$

$2HCl + PtCl_4 \rightarrow \underset{\text{ক্লোরো প্লাটিনিক এসিড}}{H_2PtCl_6}$

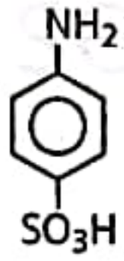
49. প্রধান কোয়ান্টাম সংখ্যা n = 3 হলে অন্যান্য কোয়ান্টাম সংখ্যাগুলো কি কি?

সমাধান:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $n = 3$ | $l = 0$<br>$l = 1$<br>$l = 2$ | $m = 0$<br>$m = 0,1,-1$<br>$m = 0,1,-1,2,-2$ | $S = \pm\frac{1}{2}$ |

50. (a) আণবিক সংকেত $C_4H_{10}O$ দিয়ে গঠিত সকল সমাণুক অ্যালকোহল এর গাঠনিক সংকেত লিখ এবং এদের প্রত্যেকের শ্রেণিবিন্যাস উল্লেখ কর।

(b) নিম্নের যৌগটির বিভিন্ন নাম লিখ:




সমাধান: (a) $C_4H_{10}O$ এর সমাণুঃ

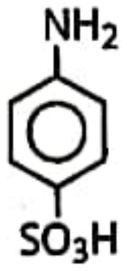
$H_3C - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$ [n-বিউটানল]

$H_3C - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - OH$ [Iso-বিউটানল]

$H_3C - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}}} - OH$ [নিও-বিউটানল]

$H_3C - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3$ [Secondary alcohol বা, বিউটানল-২]

(b)

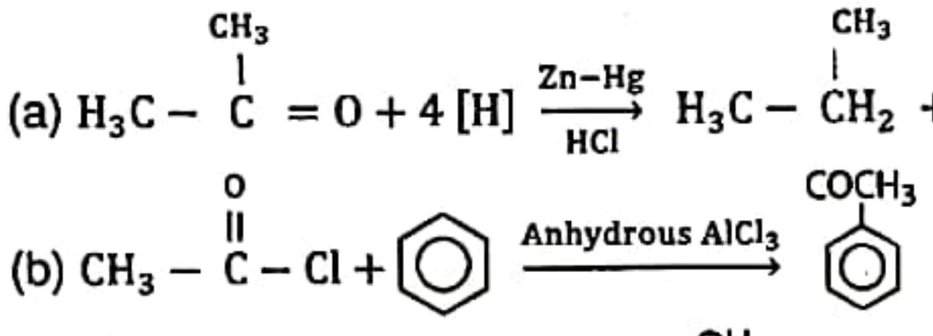


১। সালফানিলিক এসিড

২। প্যারা-অ্যামিনো বেনজিন সালফোনিক এসিড

৩। 4-অ্যামিনো বেনজিন সালফোনিক এসিড

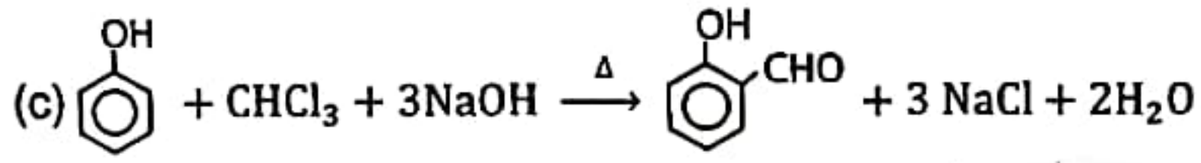
51. নিম্নলিখিত বিক্রিয়াগুলোর নাম লিখ:



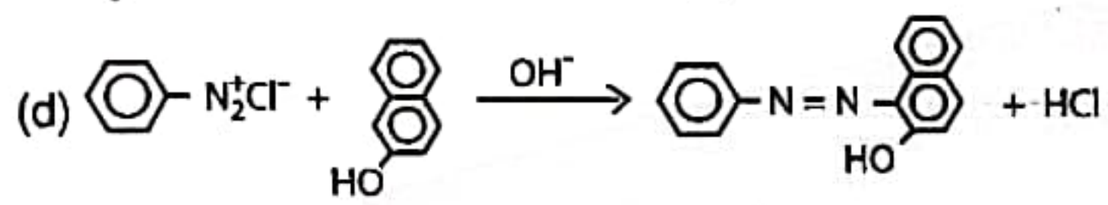
(a) $H_3C-\overset{CH_3}{\overset{|}{C}}=O+4[H]\xrightarrow[HCl]{Zn-Hg}H_3C-\overset{CH_3}{\overset{|}{CH_2}}+H_2O$



(b) $CH_3-\overset{O}{\overset{||}{C}}-Cl+C_6H_6\xrightarrow{\text{Anhydrous } AlCl_3}C_6H_5COCH_3+HCl$



(c) $C_6H_5OH+CHCl_3+3NaOH\xrightarrow{\Delta}C_6H_3(OH)(CHO)+3NaCl+2H_2O$



(d) $C_6H_5N_2^+Cl^-+C_{10}H_7OH\xrightarrow{OH^-}C_6H_5N=NC_{10}H_6OH+HCl$



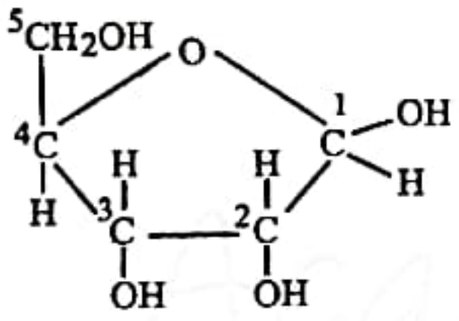
(e) $CH_3-CONH_2+Br_2+4KOH\xrightarrow{\Delta}CH_3NH_2+2KBr+K_2CO_3+2H_2O$

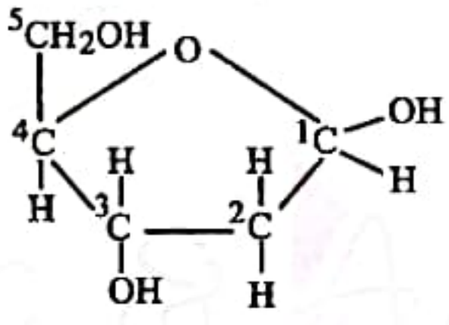
সমাধান: (a) ক্লিমেনসন বিজারণ (b) ফিডেলক্রাফট অ্যাসাইলেশন (c) রাইমার-টাইম্যান বিক্রিয়া

(d) কাপলিং বিক্রিয়া (e) হফম্যান ডিগ্রেডেশন বিক্রিয়া

52. DNA ও RNA সুগারের নাম ও কাঠামো লিখ।

সমাধান:





(RNA)→ β-D রাইবোজ স্যুগার (DNA)→ β-D ডিঅক্সি রাইবোজ স্যুগার

53. নিম্নলিখিতগুলো হতে ইলেক্ট্রন আকর্ষী ও কেন্দ্রাকর্ষী বিকারক পৃথক করঃ

$CH_3CH_2^+$, $NO_2^+$, $AlCl_3$, $CH_3CH(CH_3)^-$, $BF_3$, $H_2O$, $NH_3$, $CH_3CH_2OH$, $F^-$, $Br^+$

সমাধান: ইলেকট্রন আকর্ষী বিকারক: $CH_3CH_2^+$, $NO_2^+$, $AlCl_3$, $BF_3$, $Br^+$

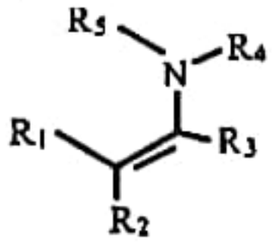
কেন্দ্রাকর্ষী বিকারক: $CH_3CH(CH_3)^-$, $H_2O$, $NH_3$, $F^-$, $CH_3CH_2OH$

54. প্রান্তীয় অ্যালকাইনগুলো কোন অম্লীয় বেশিষ্ট্য প্রদর্শন করে?

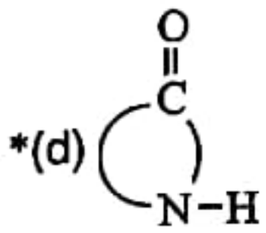
সমাধান: প্রান্তীয় অ্যালকাইনগুলোর প্রান্তীয় c পরমাণু sp সংকরিত হয়। ফলে σ বন্ধনে আবদ্ধ অরবিটালে s চরিত্র বেশি হয় এবং অরবিটালের আকার ক্ষুদ্র হয়। $F \propto \frac{1}{d^2}$ সূত্রানুসারে প্রান্তীয় c পরমাণু তখন বন্ধন $e^-$ জোড়ের উপর বেশি আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। ফলে $H^+$ আয়ন মুক্ত হয় এবং অম্লীয় বৈশিষ্ট প্রকাশ পায়।

55. নীচের কার্যকরী মূলক সম্বলিত যৌগসমূহের প্রত্যেকটির একটি উদাহরণ দাও:

(a) ইনামিন (b) কিটিন (c) আইসোথায়োসায়ানেট (d) ল্যাকটাম (e) হেমিঅ্যাসিটাল

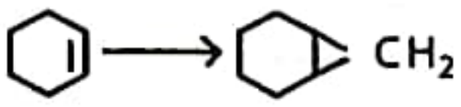
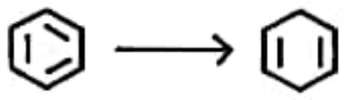
সমাধান: (a) 

*(b) $>C=C=O$ (c) $R-SCN$ উদাহরণ: $C_2H_5-SCN$

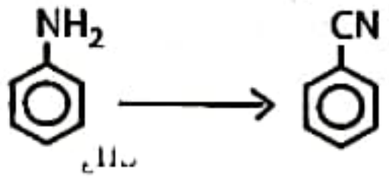
*(d) 

(e) $R_1-\overset{H}{\overset{|}{C}}(OR_2)-OH$

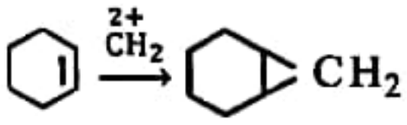
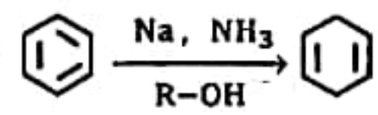
56. নিচের প্রতিটি বিক্রিয়া থেকে উৎপাদ পেতে বিক্রিয়ায় ব্যবহৃত শর্ত/কেমিক্যালগুলোর নাম উল্লেখ কর:

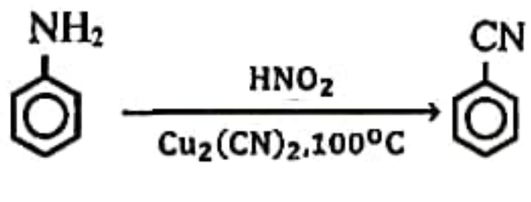
(a)  (b) 

(c) $2CH \equiv CH \rightarrow CH_2 = CH - \underset{Cl}{C} = CH_2$

(d) 

(e) $CH_3CH_2 - CH_2OH \rightarrow CH_3 - \underset{OH}{CH} - CH_3$

সমাধান: (a)  (b)  (Birch Reduction)

*(c) $2CH \equiv CH \xrightarrow{HCl} H_2C = CH - \underset{Cl}{C} = CH_2$ (d) 

(e) $H_3CCH_2 - CH_2 - OH \xrightarrow[\Delta]{AlCl_3} H_3C - \underset{OH}{CH} - CH_3$

57. নিম্নের তড়িৎ রাসায়নিক কোষসমূহের অর্ধকোষ বিক্রিয়া ও সামগ্রিক কোষ বিক্রিয়া দেখাও:

(a) $Zn \mid Zn^{++}(aq) \mid Cl^-(aq) \mid Hg_2Cl_2(s) \mid Hg$

(b) $Pb \mid PbSO_4(s),\ H_2SO_4(aq) \mid PbO_2, Pb$

সমাধান:

(a) $Zn \mid Zn^{++}(aq) \mid Cl^-(aq) \mid Hg_2Cl_2 \mid Hg$

জারণ অর্ধকোষ বিক্রিয়া: $Zn(s) \rightarrow Zn^{++}(aq) + 2e^-$ [জারণ]

বিজারণ অর্ধকোষ বিক্রিয়া: $2Hg^+(aq) + 2e^- \rightarrow 2Hg$ [বিজারণ]

সামগ্রিক কোষ বিক্রিয়া: $Zn(s) + 2Hg^+(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2Hg$

(b) $Pb \mid PbSO_4, H_2SO_4(aq) \mid PbO_2, Pb$

জারণ অর্ধকোষ : $Pb(s) + H_2SO_4(aq) \rightarrow PbSO_4(aq) + 2H^+ + 2e^-$

বিজারণ অর্ধকোষ: $PbO_2 + 2H^+ + 2e^- + H_2SO_4(aq) \rightarrow PbSO_4 + 2H_2O$

সামগ্রিক বিক্রিয়া: $Pb + PbO_2 + 2H_2SO_4 \rightarrow 2PbSO_4 + 2H_2O$

58. নিম্নের বিক্রিয়াসমূহ পূর্ণ কর:

(a) $CuSO_4 + KI =$ (b) $KMnO_4 + H_2C_2O_4 + H_2SO_4 =$

(c) $Al_2O_3 + NaOH =$ (d) $MnO_4^- + Cl^- + H^+ =$ (e) $Cl_2 + Na_2SO_3 + H_2O =$

সমাধান: (a) $2CuSO_4 + 4KI = Cu_2I_2 + 2K_2SO_4 + I_2$

(b) $2KMnO_4 + 5H_2C_2O_4 + 3H_2SO_4 = K_2SO_4 + 2MnSO_4 + 10CO_2 + 8H_2O$

(c) $Al_2O_3 + 2NaOH = 2NaAlO_2 + H_2O$

(d) $2MnO_4^- + 10Cl^- + 16H^+ = 2Mn^{2+} + 5Cl_2 + 8H_2O$

(e) $Cl_2 + Na_2SO_3 + H_2O = 2HCl + Na_2SO_4$

59. $H_2 + Br_2 = 2HBr$ বিক্রিয়াটি একটি 0.250L পাত্রে সম্পন্ন করা হল। 0.01s এ $Br_2$ এর পরিমাণের পরিবর্তন -0.00 mol হলে বিক্রিয়াটির হার নির্ণয় কর।

সমাধান: $r = -\frac{dC}{dt} = -\frac{\Delta c}{\Delta t} = -\frac{-0.001}{0.250 \times .01} Ms^{-1} = 0.4\ Ms^{-1}$ (Ans.)

60. একটি বিদ্যুৎ শক্তি কেন্দ্রে বার্ষিক 2.4% রম্বিক সালফার সম্বলিত $3.1 \times 10^7$kg কয়লা পোড়ানো হয়। STP তে উৎপন্ন $SO_2$ গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: $3.1 \times 10^7$kg কয়লতে S আছে $= 3.1 \times 10^7 \times \frac{2.4}{100}$ kg $= 744000$kg

Now, $S + O_2 \rightarrow SO_2$ $\therefore n_s = n_{SO_2} = \frac{744000 \times 10^3}{32} = 23250000$ mole

$\therefore V_{SO_2} = (22.4 \times 23250000)L = 520800000L$ (Ans.)