BUET Admission Test 2017-2018

01. যদি $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = x + 2$ হয়, তাহলে ডোমেন এবং রেঞ্জসহ $f^{-1}(x)$ বের কর।

সমাধানঃ দেয়া আছে, $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = x + 2 \Rightarrow f^{-1}(x+2) = \frac{1-x}{1+x}$ [ধরি, $x + 2 = y \Rightarrow x = y - 2$]

$f^{-1}(y) = \frac{1-y+2}{1+y-2} = \frac{3-y}{y-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3-x}{x-1}$ (Ans.)

এখন, $f^{-1}(x)$ এর ডোমেন = $f(x)$ এর রেঞ্জ = $R - \{1\}$ (Ans.)

Alternate: ধরি $\frac{1-x}{1+x} = y \Rightarrow 1 - x = y + xy \Rightarrow xy + x = 1 - y \Rightarrow x = \frac{1-y}{1+y}$

সুতরাং $f(y) = \frac{1-y}{1+y} + 2 = \frac{1-y+2+2y}{1+y} = \frac{3+y}{1+y}$

এখন $f(x) = \frac{3+x}{1+x}$ সুতরাং $f(x)$ এর ডোমেন = $f^{-1}(x)$ এর রেঞ্জ = $R - \{-1\}$ (Ans.)

02. যদি $\begin{bmatrix}4\\1\\3\end{bmatrix} A = \begin{bmatrix}-4 & 8 & 4\\-1 & 2 & 1\\-3 & 6 & 3\end{bmatrix}$, হয়, তাহলে A ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, $B = \begin{bmatrix}4\\1\\3\end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix}-4 & 8 & 4\\-1 & 2 & 1\\-3 & 6 & 3\end{bmatrix}$ সুতরাং $B \times A = C$

এখন B এর ক্রম = 3×1 ; C এর ক্রম = 3×3

সুতরাং A এর ক্রম = 1×3 $[\because B_{(3\times1)} \times A_{(1\times3)} = C_{(3\times3)}]$

ধরি, $A = [x \quad y \quad z]$

$$\begin{bmatrix}4\\1\\3\end{bmatrix} \times [x \quad y \quad z] = \begin{bmatrix}-4 & 8 & 4\\-1 & 2 & 1\\-3 & 6 & 3\end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $4x = -4 \Rightarrow x = -1; 4y = 8 \Rightarrow y = 2; 4z = 4 \Rightarrow z = 1$

সুতরাং নির্ণেয় $A = [x \quad y \quad z] = [-1 \quad 2 \quad 1]$

03. যদি $\cos\alpha + \sec\alpha = \frac{5}{2}$ হয়, $\cos^n\alpha + \sec^n\alpha$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $\cos\alpha + \sec\alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos\alpha + \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\cos^2\alpha+1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2}$

$2\cos^2\alpha + 2 = 5\cos\alpha$

$2\cos^2\alpha - 5\cos\alpha + 2 = 0 \Rightarrow 2\cos^2\alpha - 4\cos\alpha - \cos\alpha + 2 = 0$

$\Rightarrow 2\cos\alpha(\cos\alpha - 2) - 1(\cos\alpha - 2) = 0 \Rightarrow (\cos\alpha - 2)(2\cos\alpha - 1) = 0$

$\Rightarrow \cos\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 2$; যেটি অসম্ভব। অথবা $2\cos\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2}$

সুতরাং নির্ণেয় মান = $\cos^n\alpha + \sec^n\alpha$ [$\cos\alpha = \frac{1}{2}$ ধরে]

$= \cos^n\alpha + \frac{1}{\cos^n\alpha} = \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^n = 2^n + \frac{1}{2^n}$

সুতরাং নির্ণেয় মান = $2^n + \frac{1}{2^n}$

04. $\left(x^2-2+\frac{1}{x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে ধ্রুবক পদের মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $\left(x^2-2+\frac{1}{x^2}\right)^6=\left(x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)^6$

$=\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right\}^6$ $[(a-b)^2=a^2-2ab+b^2]$ $=\left(x-\frac{1}{x}\right)^{12}$

ধরি, বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ ধ্রুবপদ

এখন $(r+1)$ তম পদ $=T_{r+1}={}^{12}C_r\cdot x^{12-r}\cdot(-1)^r\cdot\frac{1}{x^r}={}^{12}C_r\cdot(-1)^r\cdot x^{12-2r}$

আবার ধ্রুবক পদের জন্য $12-2r=0\Rightarrow 2r=12\Rightarrow r=6$

$\therefore$ ধ্রুবক পদ $=T_{6+1}={}^{12}C_6\cdot(-1)^6\cdot x^0={}^{12}C_6=924$ (Ans.)

05. ভেক্টর পদ্ধতিতে $3\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ এবং $2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ এর ছেদবিন্দু গামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: যেহেতু $3\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ এবং $2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ এর ছেদবিন্দু মূল বিন্দুতে, তাই মূলবিন্দুগামী যেকোন ভেক্টরই $3\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ এবং $2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ এর ছেদবিন্দু গামী হবে।

তাই সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ, $\vec{r}=<0,0,0>+t<a,b,c>\therefore x=at,y=bt,z=ct$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ যেখানে $a\neq 0,b\neq 0,c\neq 0$

06. যদি $re^{i\theta}=\frac{3+2i}{2+3i}+\frac{1+5i}{1-2i}$, তবে r ও θ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেয়া আছে, $r\cdot e^{i\theta}=\frac{3+2i}{2+3i}+\frac{1+5i}{1-2i}$

$\Rightarrow r\cdot e^{i\theta}=\frac{(3+2i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)}+\frac{(1+5i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}\Rightarrow r\cdot e^{i\theta}=\frac{6-9i+4i-6i^2}{4-9i^2}+\frac{1+2i+5i+10i^2}{1-4i^2}$

$\Rightarrow r\cdot e^{i\theta}=\frac{(6+6)+i(4-9)}{4+9}+\frac{(1-10)+i(2+5)}{1+4}$ $[\because i^2=-1]$

$\Rightarrow r\cdot e^{i\theta}=\frac{12-5i}{13}+\frac{-9+7i}{5}\Rightarrow r\cdot e^{i\theta}=\frac{12}{13}-\frac{5}{13}i-\frac{9}{5}+\frac{7}{5}i\Rightarrow r\cdot e^{i\theta}=\frac{-57}{65}+\frac{66}{65}i$

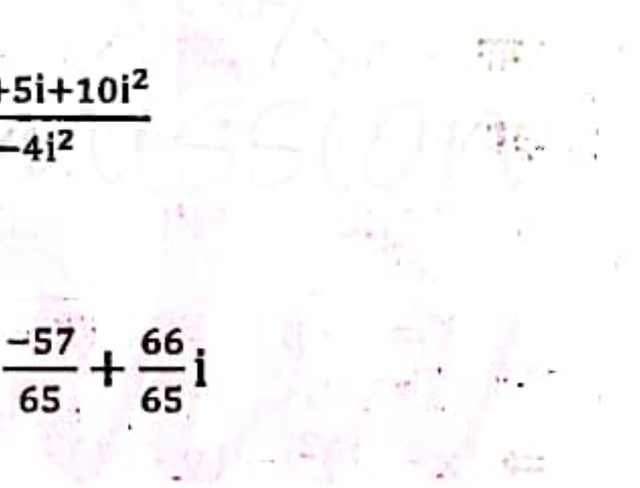
$\therefore r=\sqrt{\left(\frac{-57}{65}\right)^2+\left(\frac{66}{65}\right)^2}=\frac{\sqrt{32+19+4356}}{65}=\frac{\sqrt{7605}}{65}=\frac{39\sqrt{5}}{65}=\frac{3}{\sqrt{5}}$ (Ans.)

$\theta=\pi-\tan^{-1}\left(\frac{\frac{66}{65}}{\frac{57}{65}}\right)=\pi-\tan^{-1}\left(\frac{66}{57}\right)$ (Ans.)

07. এরূপ দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাদের প্রত্যেকটির কেন্দ্র (3, 4) এবং যারা $x^2+y^2=9$ বৃত্তকে স্পর্শ করে।

সমাধান: $x^2+y^2=9$ বৃত্তের কেন্দ্র $C_1(0,0)$ এবং ব্যাসার্ধ $r_1=3$

এখন ধরি নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ $=r_2$ এবং কেন্দ্র $C_2(3,4)$



$C_1C_2=r_2\pm r_1\Rightarrow\sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2}=r_2\pm 3$

$\Rightarrow 5=r_2\pm 3\Rightarrow r_2=5\pm 3\Rightarrow r_2=8$ [+ নিয়ে] বা, $r_2=2$ [− নিয়ে]

সুতরাং নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ $(x-3)^2+(y-4)^2=2^2=4$

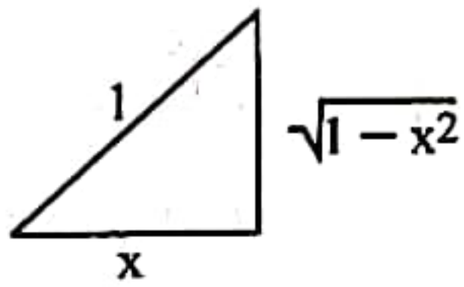
এবং $(x-3)^2+(y-4)^2=8^2=64$ (Ans.)

08. সমাধান করঃ $\cos^{-1}x - \sin^{-1}x = \sin^{-1}(1-x)$।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $\cos^{-1}(x) - \sin^{-1}x = \sin^{-1}(1-x)$

$\Rightarrow \sin^{-1}\left(\sqrt{1-x^2}\right) - \sin^{-1}(x) = \sin^{-1}(1-x)$

$\Rightarrow \sin^{-1}\left\{\sqrt{1-x^2}\cdot\sqrt{1-x^2} - x\cdot\sqrt{1-\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2}\right\} = \sin^{-1}(1-x)$



$\Rightarrow \sin^{-1}\left\{1-x^2 - x\cdot\sqrt{1-1+x^2}\right\} = \sin^{-1}(1-x)$

$\Rightarrow \sin^{-1}\{1-x^2-x\cdot x\} = \sin^{-1}(1-x)$

$\Rightarrow 1-x^2-x^2 = 1-x \Rightarrow 1-2x^2 = 1-x \Rightarrow 2x^2 = x$

$\Rightarrow 2x^2 - x = 0 \Rightarrow x(2x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$ অথবা $x = \frac{1}{2}$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $x = 0, \frac{1}{2}$ (Ans.)

09. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos x}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}\cdot 2x+\sin x}{2x}$ [$\frac{0}{0}$ আকার, L' Hospital Rule]

$= \lim\limits_{x\to 0}\left\{e^{x^2}\cdot\frac{2x}{2x}+\frac{\sin x}{2x}\right\} = \lim\limits_{x\to 0}e^{x^2} + \frac{1}{2}\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = e^0 + \frac{1}{2}\cdot 1 \left[\because \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1\right]$

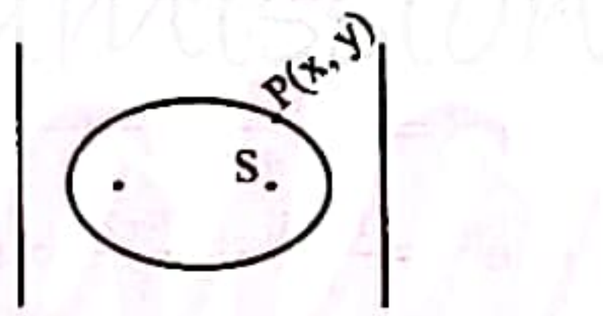
$= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (Ans.)

10. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার একটি উপকেন্দ্রের স্থানাংক $(1,-1)$, অনুরূপ দিকাক্ষ $x-y-4=0$ এবং যা $(1, 1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

সমাধানঃ ধরি উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $= e$

দেয়া আছে $S \equiv (1,-1)$; দিকাক্ষ বা নিয়ামক রেখা $\equiv x-y-4=0$

ধরি, উপবৃত্তের উপর $P(x,y)$ বিন্দু



$\therefore SP = e\cdot pm \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2} = e^2\cdot\left|\frac{x-y-4}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}\right|$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y+1)^2 = e^2\cdot\frac{(x-y-4)^2}{2}$ ..... (i)

(i) নং উপবৃত্তটি $(1, 1)$ বিন্দুগামী

সুতরাং $(1-1)^2+(1+1)^2 = e^2\cdot\frac{(1-1-4)^2}{2} \Rightarrow 0+4 = e^2\cdot\frac{16}{2} \Rightarrow e^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(i) নং থেকে পাই, $(x-1)^2+(y+1)^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{(x-y-4)^2}{2}$

$\Rightarrow 4x^2+4y^2-8x+8y+8 = x^2+y^2+16-2xy-8x+8y$

$\Rightarrow 3x^2+3y^2+2xy-8=0$ (Ans.)

11. যদি $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c} = \underline{0}$ এবং $|\underline{a}| = 3, |\underline{b}| = 5, |\underline{c}| = 7$ হয়, তাহলে $\underline{a}$ এবং $\underline{b}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

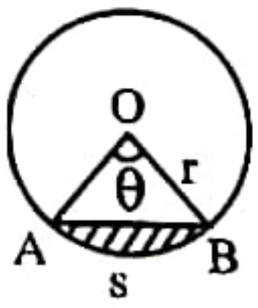
সমাধানঃ দেওয়া আছে, $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c} = 0 \Rightarrow \underline{a}+\underline{b} = -\underline{c}$

ধরি, $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \theta$

সুতরাং $(|a|)^2+(|b|)^2+2\cdot|a|\cdot|b|\cdot\cos\theta = (|c|)^2 \Rightarrow 3^2+5^2+2\times 3\times 5\cos\theta = 7^2$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{7^2-3^2-5^2}{2\times 3\times 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ (Ans.)

12. O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10 cm এবং AB চাপের দৈর্ঘ্য 14 cm। কোণ $\angle AOB$ এর মান বের কর এবং চাপ AB ও জ্যা AB দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ 

দেয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 10$ cm , AB চাপের দৈর্ঘ্য $s = 14$ cm

আমরা জানি, $s = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{s}{r} = \frac{14}{10} = 1.4^c$ [রেডিয়ান] (Ans.)

ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রফল = বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল- ΔAOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times r^2\theta - \frac{1}{2} \times r^2 \sin\theta$

$= \frac{1}{2} \times r^2(\theta - \sin\theta) = \frac{1}{2}r^2\{1.4 - \sin(1.4^c)\} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10\{1.4 - \sin(1.4^c)\}$

$= 50 \cdot \{1.4 - 0.985\}$ [Note: θ এর মান রেডিয়ানে আছে। তাই ক্যালকুলেটরে ডিগ্রি Mode থাকলে $\sin\left(1.4 \times \frac{180}{3.14}\right)$ এর মান বের করতে হবে।]

$= 50 \times 0.415 = 20.73$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

13. $y = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^m$ হলে প্রমাণ কর যে, $(1 + x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - m^2y = 0$। অতঃপর $x = 0$ বিন্দুতে $\frac{d^3y}{dx^3}$ এর মান বের কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $y = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^m$

$\frac{dy}{dx} = \frac{m \cdot \left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^m}{\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}\left\{1 + \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}\right\}$

$\frac{dy}{dx} = m \cdot \frac{\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^m}{\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}\left\{\frac{x+\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}\right\}$

$\Rightarrow \sqrt{1 + x^2} \cdot \frac{dy}{dx} = m \cdot \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^m$ ..... (i)

$\Rightarrow (1 + x^2) \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = m^2y^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow (1 + x^2) \cdot 2\frac{dy}{dx} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \cdot 2x = m^2 \cdot 2y \cdot \frac{dy}{dx}$ [x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে]

$\Rightarrow (1 + x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + x \cdot \frac{dy}{dx} - m^2y = 0$ ..... (ii) [$2\frac{dy}{dx}$ দ্বারা উভয়পক্ষ ভাগ করে]

(ii) নং কে x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$(1 + x^2) \cdot \frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot 2x + x \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - m^2\frac{dy}{dx} = 0$ ..... (iii)

$x = 0$ হলে $y = 1$

(i) নং সমীকরণে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $1 \cdot \frac{dy}{dx} = m \Rightarrow \frac{dy}{dx} = m$

(ii) নং সমীকরণে $x = 0, \frac{dy}{dx} = m, y = 1$ বসিয়ে পাই,

$(1 + 0) \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + 0 \cdot m - m^2 \times 1 = 0 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = m^2$

(iii) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই,

$(1 + 0) \cdot \frac{d^3y}{dx^3} + m^2 \times 2 \times 0 + 0 \times m^2 + m - m^2 \times m = 0 \Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = m^3 - m$ (Ans.)

14. অসীম ধারাটির যোগফল নির্ণয় করঃ $1+\frac{3}{4}+\frac{3.5}{4.8}+\frac{3.5.7}{4.8.12}+\cdots\infty$।

সমাধানঃ ধরি, $S=1+\frac{3}{4}+\frac{3\cdot5}{4\cdot8}+\frac{3\cdot5\cdot7}{4\cdot8\cdot12}+\cdots\infty$ ... (i)

আমরা জানি, $(1+x)^n=1+nx+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3+\cdots\infty$ ... (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই

$nx=\frac{3}{4}$ ... ... (iii) ; $\frac{n(n-1)}{2\cdot1}\cdot x^2=\frac{3\cdot5}{4\cdot8}$ ... ... (iv)

(iv) নং সমীকরণকে (iii) নং সমীকরণের বর্গ দ্বারা ভাগ করে পাই

$\frac{n(n-1)x^2}{2\times n^2x^2}=\frac{3\cdot5\cdot4\cdot4}{4\cdot8\cdot3\cdot3}\Rightarrow\frac{n^2-n}{n^2}=\frac{5}{3}\Rightarrow1-\frac{1}{n}=\frac{5}{3}\Rightarrow\frac{1}{n}=\frac{-2}{3}\Rightarrow n=\frac{-3}{2}$ ... ... (v)

(iii) $\Rightarrow nx=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{-3}{2}\times x=\frac{3}{4}\Rightarrow x=\frac{-1}{2}$ ... ... (vi)

সুতরাং নির্ণেয় যোগফল $S=(1+x)^n=\left(1-\frac{1}{2}\right)^{\frac{-3}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{-3}{2}}=2^{\frac{3}{2}}=\left(\sqrt{2}\right)^3=2\sqrt{2}$ (Ans.)

15. $A(5,3)$, $B(-2,0)$ এবং $C(1,1)$ বিন্দু তিনটি একটি বৃত্তের উপর অবস্থিত হলে বৃত্তের কেন্দ্র ও ত্রিভুজ ABC এর ভরকেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

বৃত্তের কেন্দ্র $O(x_1,y_1)$ হলে, $OA=OC\Rightarrow\sqrt{(x_1-5)^2+(y_1-3)^2}=\sqrt{(x_1-1)^2+(y_1-1)^2}$

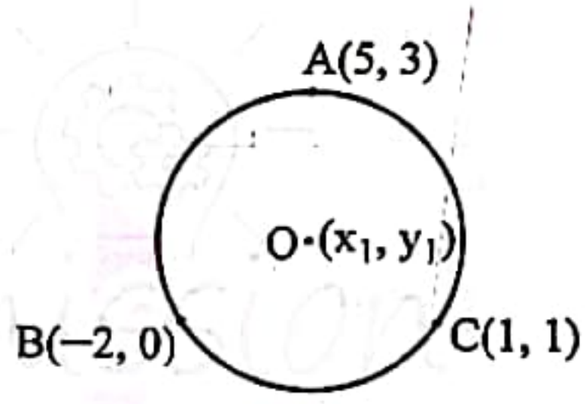
$\Rightarrow x_1^2+y_1^2-10x_1-6y_1+34=x_1^2+y_1^2-2x_1-2y_1+2$

$\Rightarrow -8x_1-4y_1+32=0\ \Rightarrow 2x_1+y_1-8=0$ ... ... (i)

এবং $OA=OB\Rightarrow\sqrt{(x_1-5)^2+(y_1-3)^2}=\sqrt{(x_1+2)^2+(y_1-0)^2}$

$\Rightarrow x_1^2+y_1^2-10x_1-6y_1+34=x_1^2+y_1^2+4x_1+4$

$\Rightarrow -14x_1-6y_1+30=0\ \Rightarrow 7x_1+3y_1-15=0$



(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই, $x_1=-9;\ y_1=26$

এখন ΔABC এর ভরকেন্দ্র $O(x_2,y_2)$ হলে $x_2=\frac{5+1-2}{3};\ y_2=\frac{3+1+0}{3}\therefore O\equiv(-9,26)$ and $D\equiv\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$

Alternate: $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$; $34+10g+6f+c=0$

$4-4g+c=0$; $2+2g+2f+c=0$; $g=9, f=-26, c=32$

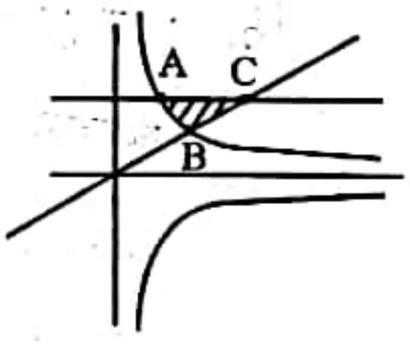
$\therefore O\equiv(-9,26); D\equiv\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$

সুতরাং মধ্যবর্তী দূরত্ব $OD=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{\left(-9-\frac{4}{3}\right)^2+\left(26-\frac{4}{3}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{961}{9}+\frac{5476}{9}}=\frac{\sqrt{6437}}{3}=26.74$ (প্রায়) (Ans.)

16. $x=\frac{1}{y^2}$, $x=y$ এবং $y=2$ রেখাগুলির দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ক্ষেত্রটির চিত্র অংকন কর।

সমাধানঃ $x=\frac{1}{y^2}\Rightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt{x}}$



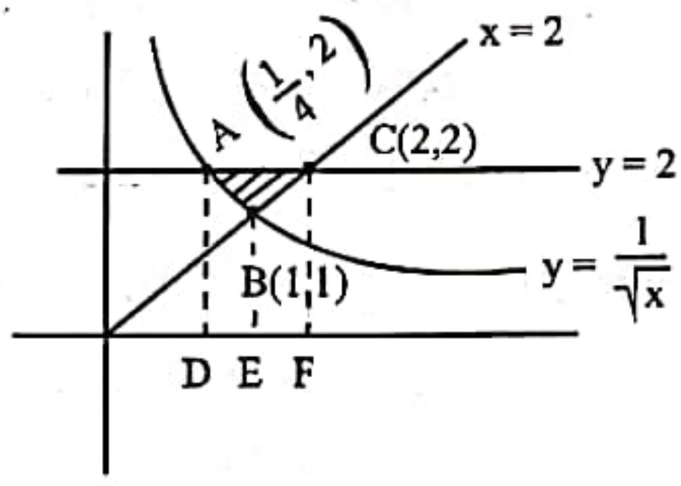
আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ADEFC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল – ADEB ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল – BEFC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \int_{\frac{1}{4}}^{2} 2 \cdot dx - \int_{\frac{1}{4}}^{1} \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot dx - \int_{1}^{2} x \cdot dx$

$= 2 \cdot [x]_{\frac{1}{4}}^{2} - 2 \cdot \left[\sqrt{x}\right]_{\frac{1}{4}}^{1} - \left[\frac{x^2}{2}\right]_{1}^{2}$

$= 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{4}\right) - 2 \cdot \left(\sqrt{1} - \sqrt{\frac{1}{4}}\right) - \frac{1}{2} \cdot (2^2 - 1^2)$

$= 2 \cdot \frac{7}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 3 = 1$ বর্গ একক (Ans.)



বিকল্প পদ্ধতিঃ $x = \frac{1}{y^2}$ ও $x = y$ এর ছেদবিন্দু, $\frac{1}{y^2} = y \Rightarrow y^3 = 1 \Rightarrow y = 1 \therefore x = \frac{1}{y^2} = 1$

সুতরাং, আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \int_{1}^{2} \left(y - \frac{1}{y^2}\right) dy = \left[\frac{y^2}{2} + \frac{1}{y}\right]_{1}^{2} = \left(2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1\right)$ বর্গ একক $= 1$ বর্গ একক।

17. EXAMINATION শব্দটির ব্যঞ্জনবর্ণগুলিকে একত্রে না রেখে কত রকমে সাজানো যায়?

সমাধানঃ EAI OXMNT
A I N

শব্দটিতে মোট বর্ণ $= 11$ টি

একই রকম বর্ণ A $= 2$ টি, I $= 2$ টি, N $= 2$ টি

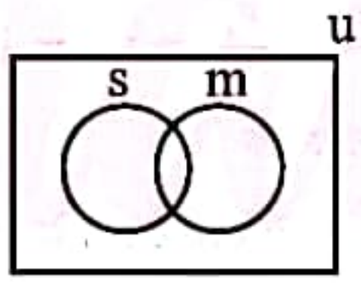
সুতরাং শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{2! \times 2! \times 2!}$

শব্দটিতে 5 টি ব্যাঞ্জনবর্ণ আছে যার মধ্যে 2 টি একইরকম। সুতরাং ব্যাঞ্জনবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2! \times 2!} \times \frac{5!}{2!}$। সুতরাং ব্যাঞ্জনবর্ণগুলিকে একত্রে না রেখে বিন্যাস সংখ্যা

$= \frac{11!}{2! \times 2! \times 2!} - \frac{7!}{2! \times 2!} \times \frac{5!}{2!} = 4914000$ (Ans.)

18. গণিত ও পরিসংখ্যান বিষয়ে 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 40 জন গণিতে ফেল করে এবং উভয় বিষয়ে 10 জন ফেল করে। নিরপেক্ষভাবে একজন ছাত্রকে বাছাই করলে তার পরিসংখ্যানে পাস ও গণিতে ফেল হওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

সমাধানঃ মোট পরীক্ষার্থী $= n(u) = 200$



পরিসংখ্যানে ফেল করে $= n(s) = 20$

গণিতে ফেল করে $n(m) = 40$

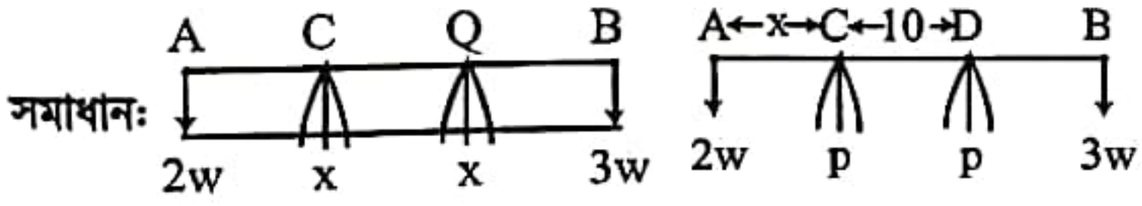
গণিত ও পরিসখ্যান উভয় বিষয়ে ফেল করে $n(s \cap m) = 10$

পরিসংখ্যানে পাস ও গণিতে ফেল করা পরীক্ষার্থী সংখ্যা $n(s' \cap m) = n(m) - n(m \cap s) = 40 - 10 = 30$

সুতরাং সম্ভাবনা $p(s' \cap m) = \frac{n(s' \cap m)}{n(u)} = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$ (Ans.)

19. 20 cm দৈর্ঘ্যের হালকা AB দণ্ডটি 10 cm ব্যবধানে দুইটি পেরেকের উপর আনুভূমিক ভাবে অবস্থিত। A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 2W ও 3W ওজন ঝুলানো হলে, পেরেক দুইটির কোন অবস্থানের জন্য এদের উপর চাপ সমান হবে?

সমাধানঃ



দন্ডের দৈর্ঘ্য AB $= 20$ cm

ধরি, পেরেক দুটির উপর সমান চাপ $= p$

সুতরাং $p + p = 2w + 3w \Rightarrow 2p = 5w \Rightarrow p = \frac{5w}{2}$ ..... (i)

ধরি A প্রান্ত থেকে খুটিদ্বয়ের দূরত্ব $x, x + 10$

A বিন্দুতে বলের ভ্রামকের সূত্রানুযায়ী, $2w \times 0 + 3w \times AB = p \times AC + p \times AD$

$\Rightarrow 0 + 3w \times 20 = \frac{5w}{2} \times x + \frac{5w}{2} \times (x + 10)$

$\Rightarrow 3w \times 20 = \frac{5w}{2} \times (2x + 10) \Rightarrow 2x + 10 = 24 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$

সুতরাং পেরেক দুটি A প্রান্ত থেকে 7 cm ও 17 cm দূরে স্থাপন করতে হবে।

20. স্থিরাবস্থা থেকে একটি বাসকে $3ms^{-2}$ সমত্বরণে চলতে দেখে বাসটিকে ধরার উদ্দেশ্যে একজন লোক বাসের পেছনে কিছুদূর থেকে 12 m/sec সমবেগে দৌড়াতে আরম্ভ করে। বাস থেকে লোকটি সর্বোচ্চ কত দূরে থাকলে বাসটিকে ধরতে পারবে?

সমাধানঃ A —x— B ——— C

ধরি, B বিন্দু থেকে বাসটি $3ms^{-2}$ ত্বরণে t সময়ে C বিন্দুতে পৌছায়। লোকটি A বিন্দু থেকে $12ms^{-1}$ বেগে দৌড়িয়ে t সময়ে C বিন্দুতে পৌছায়।

A ও B এর দূরত্ব x হলে, $12t - \frac{1}{2}3t^2 = x \Rightarrow -3t^2 - 24t = 2x \Rightarrow 3t^2 + 24t + 2x = 0 \ldots\ldots\ldots (i)$

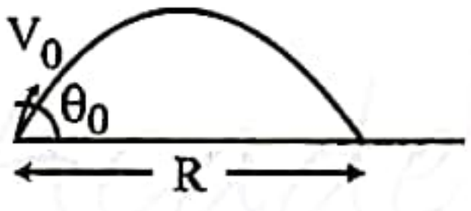
এখন লোকটি বাসকে ধরতে হলে t এর মান বাস্তব হতে হবে।

সুতরাং (i) নং সমীকরণের নিশ্চায়ক ≥ 0

$\Rightarrow (24)^2 - 4 \times 3 \times 2x \geq 0 \Rightarrow 24 \times 24 \geq 4 \times 3 \times 2x \Rightarrow x \leq 24$

সুতরাং লোকটি সর্বোচ্চ 24 মি. দূর থেকে বাসকে ধরতে পারবে।

21. একটি ক্রিকেট বলের ওজন 0.65 kg। একজন ফিল্ডার বলটিকে স্বল্পতম সময়ে 100 m দূরত্বে থাকা উইকেট রক্ষকের কাছে পৌছাতে চাইলে, ন্যূনতম কত km/h গতিতে বলটি ছুঁড়তে হবে? এই গতিতে ছুঁড়লে কতক্ষণ পর তা উইকেট রক্ষকের কাছে গিয়ে পৌছাবে?

সমাধানঃ 

দেয়া আছে, $R = 100$ m

আমরা জানি $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \Rightarrow v_0^2 = Rg\,cosec\,2\theta_0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{Rg\,cosec\,2\theta_0} \ldots\ldots\ldots (i)$

এখন (i) নং সমীকরণ থেকে

$(v_0)_{min} = \sqrt{Rg}$ যখন $cosec\,2\theta_0 = 1 \Rightarrow \sin 2\theta_0 = 1 \Rightarrow 2\theta_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{4}$

সুতরাং ন্যূনতম বেগ $(v_0)_{min} = \sqrt{100 \times 9.8} = 14\sqrt{5}\ ms^{-1} = 14\sqrt{5} \times \frac{3600}{1000} kmh^{-1}$

$= 112.7\ kmh^{-1}$ (Ans.)

প্রয়োজনীয় সময় $T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{2 \times 14\sqrt{5} \times \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{9.8} = 4.52$ s (Ans.)

22. 1 টি ক্রেন প্রতিটি 50 kg ওজনের 12 টি সিমেন্টের ব্যাগ সমদ্রুতিতে 160 m উঁচু একটি নির্মানাধীন ভবনের ছাদে ওঠাতে 1 min 10 sec সময় নেয়। ক্রেনটির ক্ষমতা অশ্বশক্তিতে বের কর।

সমাধানঃ আমরা জানি ক্ষমতা $P = Fv$

এখানে, $F = Nmg = 12 \times 50 \times 9.8\ N = 5880N$

$v = \frac{s}{t} = \frac{160\ m}{70\ s} = \frac{16}{7}\ ms^{-1}$

সুতরাং নির্ণেয় $P = Fv = \left(5880 \times \frac{16}{7}\right)$ W

$= 13440$ W $= \frac{13440}{746}$ HP $= 18.02$ HP

$N = 12$
$m = 50$ kg
$g = 9.8\ ms^{-2}$
$s = 160$ m
$t = (1 \times 60 + 10)$ s $= 70s$

23. 80 kg ওজনের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় স্থাপন করলে তা প্রতি 24 ঘন্টায় 2 বার একই স্থান পর্যবেক্ষণ করতে পারবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও তার ভর 6×10^{21} Ton]

সমাধানঃ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$

পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{21}\ Ton = 6 \times 10^{21} \times 10^3\ kg = 6 \times 10^{24}\ kg$

কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল $T = \frac{24}{2}\ hours = 12\ hours = (12 \times 3600)s = 43200\ s$

ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $= h$

আমরা জানি, $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}(R+h)^3 \Rightarrow \frac{T^2GM}{4\pi^2} = (R+h)^3 \Rightarrow R+h = \left(\frac{T^2GM}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow h = \left(\frac{T^2GM}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R = \left\{\frac{(43200)^2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{4 \times \pi^2}\right\}^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 m = h = 20.24976 \times 10^6\ m$

24. একটি সেকেন্ড দোলক ঘড়ি পাহাড়ের পাদদেশে ঠিক সময় দেয় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় উঠালে 2 ঘন্টায় 8 সেকেন্ড সময়ের পার্থক্য দেখায়। পৃথিবীর ব্যাস 12800 km হলে-

(i) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(ii) পাহাড়ের চূড়ায় সঠিকভাবে কাজ করতে হলে দোলকের দৈর্ঘ্য কত % পরিবর্তন করতে হবে?

সমাধানঃ (i) প্রশ্নমতে, পাহাড়ের উপর ঘড়ি 2 ঘন্টায় 8s সেকেন্ড ধীরে চলে।

সুতরাং 24 ঘন্টায় ধীরে চলে $\frac{8 \times 24}{2} = 96$ সেকেন্ড।

এখন পাহাড়ের পাদদেশে দোলনকাল T এবং পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল T′ হলে $\frac{T'}{T} = \frac{86400}{86400-96} = \frac{900}{899}$

পাহাড়ের উচ্চতা h, পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g′ হলে $\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ ... ... (i)

আমরা জানি, $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2} = 1 + \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{T'}{T} - 1$

$\Rightarrow h = R \times \left(\frac{T'}{T} - 1\right) = \frac{12800}{2} \times 10^3 \times \left(\frac{900}{899} - 1\right) = 7119.02\ m$ (Ans.)

(ii) পাদদেশে দোলকের দৈর্ঘ্য l

পাহাড়ের চূড়ায় l' করলে T দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে।

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সুতরাং $L \propto g$

সুতরাং $\frac{l'}{l} = \frac{g'}{g} \Rightarrow \frac{l-l'}{l} = 1 - \frac{g'}{g} = 1 - \frac{(899)^2}{(900)}$ [(i) হতে $\frac{g'}{g} = \left(\frac{T}{T'}\right)^2 = \left(\frac{899}{900}\right)^2$]

$= 1 - 0.9977790123 = 2.220987 \times 10^{-3} = 2.220987 \times 10^{-3} \times 100\% = 0.22209877\%$

25. 2 mm ব্যাসের একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে কত kN বল প্রয়োগ করতে হবে? এর ফলে তারের ব্যাসের কতটা পরিবর্তন হবে? [ইস্পাতের Young's Modulus $2 \times 10^{11}\ N/m^2$ এবং Poisson's ratio is 0.25]

সমাধানঃ আমরা জানি, $F = \frac{YAl}{L}$

$= 2 \times 10^{11} \times \pi \times (1 \times 10^{-3})^2 \times 0.15 = 94247.78\ N$ (Ans.)

আবার আমরা জানি, $\sigma = \frac{\Delta d \times L}{d \times l}$

$\Rightarrow \Delta d = \sigma \times d \times \frac{l}{L} = 0.25 \times 2 \times 10^{-3} \times 0.15$

$\Rightarrow \Delta d = 7.5 \times 10^{-5}\ m$

∴ তারের ব্যাস কমে যাবে, $\Delta d = 7.5 \times 10^{-5}\ m$ (Ans.)

দেওয়া আছে, $Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

$\sigma = 0.25$

$\frac{l}{L} = 15\% = 0.15$

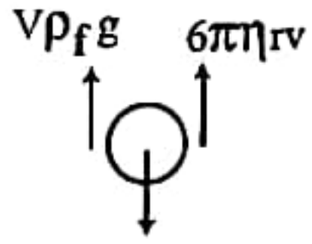
$d = 2 \times 10^{-3}\ m = 2\ mm$

$r = \frac{d}{2} = 1 \times 10^{-3}\ m$

26. পানির গভীরতা মাপার জন্য, একটি জলাশয়ের পানির পৃষ্ঠ থেকে 0.005 m ব্যাসার্ধের এবং 2.5×10^3 kg/m^3 ঘনত্বের একটি বল ছেড়ে দেয়া হল। 10 s পর বলটি জলাশয়ের তলায় পড়ল। যদি 9 s এ বলটি প্রান্তিক বেগ অর্জন করে থাকে, তাহলে জলাশয়ের গভীরতা নির্ণয় কর। [পানির সান্দ্রতা $\eta = 1.6 \times 10^{-3}\text{Nsm}^{-2}$ এবং ঘনত্ব 1000kgm^{-3}]

সমাধান: দেওয়া আছে, $r = 0.005\text{ m}$, $\rho_s = 2.5 \times 10^3\text{ kg/m}^3$, $t = 10\text{s}$

$\rho_f = 1000\text{ kgm}^{-3}$, $\eta = 1.6 \times 10^{-3}\text{Nsm}^{-2}$, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$



বলের উপর প্রযুক্ত নীট বল $F = V(\rho_s - \rho_f) - 6\pi\eta rv$

সুতরাং $F = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow V(\rho_s - \rho_f)g - 6\pi\eta rv = m\frac{dv}{dt}$

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_s - \rho_f)g - 6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_s\frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \frac{2r^2(\rho_s-\rho_f)g}{9\eta} - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\frac{dv}{dt}$

$\Rightarrow v = v_T - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\frac{dv}{dt}$ ..... (i) [যেখানে, $v_T = \frac{2r^2(\rho_s-\rho_f)g}{9\eta}$]

এখন $ds = vdt \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^{10} vdt \Rightarrow [s]_0^s = \int_0^{10}\left(v_T - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\frac{dv}{dt}\right)dt$

$\Rightarrow (s-0) = \int_0^{10} v_T dt - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\int_0^{v_T} dv$ [$t = 0$ সময়ে $v = 0$; $t = 10$ সময়ে $v = v_T$]

$\Rightarrow s = v_T[t]_0^{10} - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\cdot[v]_0^{v_T} \Rightarrow s = v_T \times 10 - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\cdot v_T$

$= v_T \cdot \left(10 - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\right) = \frac{2\times r^2(\rho_s-\rho_f)g}{9\eta}\left(10 - \frac{2r^2\rho_s}{9\eta}\right)$

$= \frac{2\times(0.005)^2\times(2500-1000)\times 9.8}{9\times 1.6\times 10^{-3}}\left\{10 - \frac{2\times(0.005)^2\times 2500}{9\times 1.6\times 10^{-3}}\right\}$

$= 51.04 \times (10 - 8.68) = 67.344\text{m}$

সুতরাং হ্রদের গভীরতা $= 67.344\text{ m}$

27. একটি 8 kg ভরের চাকার চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm হলে এর জড়তার ভ্রামক কত হবে? চাকাটিতে 3 rad/s^2 কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, চাকার ভর $m = 8\text{ kg}$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ $k = 25\text{ cm} = 0.25\text{ m}$

জড়তার ভ্রামক $I = mk^2 = 8 \times (0.25)^2 = 0.5\text{ kgm}^2$

কৌণিক ত্বরণ $\alpha = 3\text{ rads}^{-2}$

প্রযুক্ত টর্ক $\tau = I\alpha = 0.5 \times 3 = 1.5\text{ Nm}$ (Ans.)

28. কত ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ $-100°\text{C}$ তাপমাত্রার হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমান হবে?

সমাধান: আমরা জানি, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow M = \frac{3R}{C_{rms}^2}T$

সুতরাং $M \propto T$

এখন $M_{O_2} = 32\text{g}$, $T_{O_2} = ?$, $M_{H_2} = 2\text{g}$

$T_{H_2} = -100°\text{C} = -100 + 273 = 173\text{ K}$

সুতরাং $\frac{M_{O_2}}{T_{O_2}} = \frac{M_{H_2}}{T_{H_2}} \Rightarrow T_{O_2} = \frac{M_{O_2}}{M_{H_2}} \times T_{H_2} \Rightarrow T_{O_2} = \frac{32}{2} \times 173 \Rightarrow T_{O_2} = 2768\text{ K}$ (Ans.)

29. কোন স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। যদি সে স্থানের তাপমাত্রা কমে 18°C হয়, তবে বায়ুস্থিত জলীয় বাষ্পের কত শতাংশ ঘনীভূত হয়ে তরল পানি হবে? [26°C এবং 18°C- এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.21 mm এবং 15.48 mm পারদ স্তম্ভের সমান]

সমাধানঃ আমরা জানি আপেক্ষিক আর্দ্রতা $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

দেওয়া আছে, 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $= 25.21\ mm$

26°C তাপমাত্রায় বর্তমান জলীয় বাষ্পের চাপ $= f_i$

এখন $R = \frac{f_i}{F} \times 100\% \Rightarrow f_i = \frac{70}{100} \times 25.21 = 17.647\ mm$

এখন 18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $f_f = 15.48\ mm$

অর্থাৎ বর্তমান বাষ্প চাপ > সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ। সুতরাং কিছু বাষ্প ঘনীভূত হবে।

এখন জলীয় বাষ্পের ভর বাষ্পচাপের সমানুপাতিক।

সুতরাং ঘনীভূত হবে $= \frac{f_i - f_f}{f_i} = \frac{17.647 - 15.48}{17.647} \times 100\% = 12.28\%$ (Ans.)

30. সূর্যের আলোতে একটি উত্তল লেন্স রেখে লেন্স থেকে 30 cm দূরে একটি পর্দায় সবচেয়ে স্পষ্ট ও উজ্জ্বল আলোর স্পট পাওয়া গেল। লেন্সটির প্রত্যেক পৃষ্ঠের বক্রতার ব্যাসার্ধ 30 cm হলে পানিতে তার ক্ষমতা নির্ণয় কর। [পানির প্রতিসরাংক 4/3]

সমাধানঃ সূর্য অর্থাৎ অসীম দূরত্ব থেকে আলোক রশ্মি লেন্সে আপতিত হলে লেন্সের ফোকাস দূরত্বে প্রতিবিম্ব গঠিত হয়। সুতরাং বায়ুতে লেন্সের ফোকাস দূরত্ব $f_a = 0.3\ m$

সুতরাং $p_a = \frac{1}{f_a} = \frac{10}{3} D$

এখন আমরা জানি, $\frac{1}{f_a} = \left(\frac{\mu_g}{\mu_a} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{0.3} = \left(\frac{\mu_g}{1} - 1\right)\left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{-0.3}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{0.3} = (\mu_g - 1)\frac{2}{0.3} \Rightarrow \mu_g = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

এখন $p_w = \frac{1}{f_w} = \left(\frac{\mu_g}{\mu_w} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \left(\frac{3\times3}{2\times4} - 1\right)\left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{-0.3}\right)$

$p_w = \frac{1}{8} \times \frac{2}{0.3} = \frac{5}{6} \Rightarrow p_w = \frac{5}{6} D$ (Ans.)

31. ইয়ং-এর দ্বি-চিড় পরীক্ষায় চিড় দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.18 mm। চিড়গুলো থেকে 90 cm দূরে পর্দায় কোনো একটি একবর্ণী আলোর সাহায্যে ডোরা সৃষ্টি করা হলে, যদি 3rd উজ্জ্বল ডোরাটি কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ডোরা থেকে 8.1 mm দূরত্বে অবস্থিত হয়, তাহলে আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বের কর।

সমাধানঃ আমরা জানি, $\Delta x = \frac{nD\lambda}{d}$

$\lambda = \frac{\Delta x d}{nD} = \frac{8.1\times10^{-3}\times1.8\times10^{-4}}{3\times0.9}$

$= 5.4 \times 10^{-7} m = 540\ nm$ (Ans.)

দেওয়া আছে, $d = 0.18\ mm$

$= 0.18 \times 10^{-3} m = 1.8 \times 10^{-4} m$

$D = 90\ cm = 0.9\ m,\ n = 3$

$\Delta x = 8.1\ mm = 8.1 \times 10^{-3}\ m,\ \lambda = ?$

32. একটি সিলিন্ডারে 300 K তাপমাত্রায় ও 10^6 Pa চাপে 0.001 m^3 গ্যাস আছে। গ্যাসটিকে প্রথমে সমোষ্ণ প্রসারণ করা হল এবং পরে রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় আবারও প্রসারণ করা হল, প্রতি ক্ষেত্রেই প্রসারণের অনুপাত 1:2। প্রসারণে মোট কাজের পরিমাণ বের কর।

সমাধান: সমোষ্ণ প্রসারণে কৃতকাজ $W_1 = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

এখন, $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^6 \times 0.001}{8.314 \times 300} = 0.4$ mole

সুতরাং $W_1 = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0.4 \times 8.314 \times 300\ln\left(\frac{2}{1}\right) = 691.54$ J

এখন রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1.4-1} = 227.357$K

সুতরাং রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় কৃত কাজ $W_2 = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_2) = \frac{0.4 \times 8.314}{1.4-1} \times (300 - 227.357) = 603.95$ J

সুতরাং মোট কাজ $W = W_1 + W_2 = 1295.49$ J (Ans.)

33. এন্ট্রপি বলতে কি বুঝ? $100°C$ তাপমাত্রার 4 kg পানিকে $100°C$ তাপমাত্রার বাষ্পে পরিণত করা হল। এন্ট্রপির বৃদ্ধি বের কর।

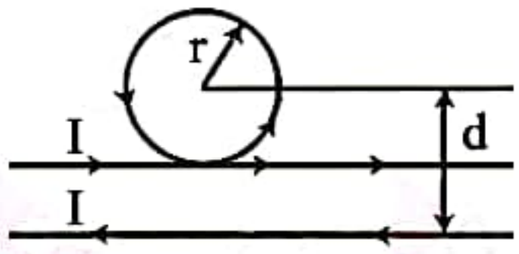
সমাধান: এনট্রপি হচ্ছে এমন একটি আবদ্ধ কিন্তু পরিবর্তনশীল সিস্টেমের বিশৃঙ্খলার পরিমাপ যে সিস্টেমে শক্তি শুধুমাত্র একটি শৃঙ্খল অবস্থা থেকে একটি বিশৃঙ্খল অবস্থার দিকে একাধিক পরিবহন করা যায়।

দেওয়া আছে, $m = 4kg$, $l_v = 2.26 \times 10^6 Jkg^{-1}$, $T = 100°C = 373K$, $\Delta Q = mlv$

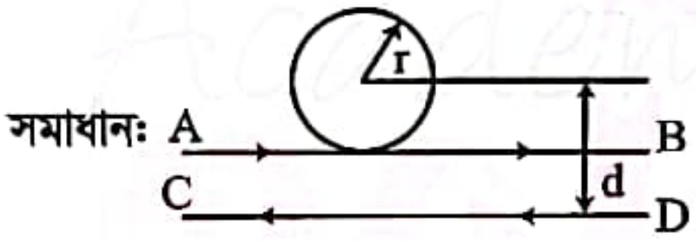
এন্ট্রপির পরিবর্তন $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{4 \times 2.26 \times 10^6}{373} = 24235.924\ JK^{-1}$ (Ans.)

34. একটি লম্বা পরিবাহী তারে, $r = 0.15m$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার কুণ্ডলী তৈরি করে উহার বাকি অংশ সোজা রাখা হল। অন্য একটি লম্বা পরিবাহী উক্ত কুণ্ডলীর কেন্দ্র $d = 0.25m$ দূরে সমান্তরালে থেকে একই পরিমাণ বিদ্যুৎ চিত্রের ন্যায় বিপরীত দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। কুণ্ডলীর কেন্দ্রে $4.72\ \mu T$ চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করতে প্রতিটি পরিবাহীতে বিদ্যুৎ প্রবাহ কত হবে?

$[\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ TmA^{-1}]$



সমাধান:



কুণ্ডলীর কারণে চৌম্বকক্ষেত্র $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2r}$; দিক কাগজ তলের সাথে লম্বভাবে উপরের দিকে

AB তারের কারণে চৌম্বকক্ষেত্র $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$; দিক কাগজ তলের সাথে লম্বভাবে উপরের দিকে

CD তারের কারণে চৌম্বকক্ষেত্র $B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$; দিক কাগজ তলের সাথে লম্বভাবে নিচের দিকে

সুতরাং নীট চৌম্বকক্ষেত্র $B = B_1 + B_2 - B_3 \Rightarrow 4.72 \times 10^{-6} = \frac{\mu_0 I}{2r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$

$\Rightarrow 4.72 \times 10^{-6} = \frac{4 \times \pi \times 10^{-7} \times I}{2}\left(\frac{1}{0.15} + \frac{1}{\pi \times 0.15} - \frac{1}{\pi \times 0.25}\right) \Rightarrow I = 1A$ (Ans.)

35. একটি সমান্তরাল পাত ধারকের প্রতিটি পাতের ক্ষেত্রফল $200\ cm^2$এবং বায়ুতে পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.4 cm হলে এর (i) ধারকত্ব নির্ণয় কর। (ii) যদি ধারকটি 500 V বৈদ্যুতিক উৎসের সাথে সংযোগ করা হয়, তবে ধারকে কত শক্তি সঞ্চিত হবে?

সমাধান: $A = 200\ cm^2 = 200 \times 10^{-4}m = 0.02m^2$

$d = 0.4cm = 0.4 \times 10^{-2}m = 4 \times 10^{-3}m$

$V = 500V$

(i) ধারকত্ব $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8.84 \times 10^{-12} \times 0.02}{4 \times 10^{-3}} = 4.43 \times 10^{-11}F$

(ii) $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 4.43 \times 10^{-11} \times 500 \times 500 = 5.53 \times 10^{-6}J$ (Ans.)

36. একটি 1.5 kW ইলেক্ট্রিক কেতলীতে 2 লিটার পানি নিয়ে গরম করলে তা 6 min 20 sec পর ফুটতে শুরু করে। প্রথমে কেতলীতে পানির তাপমাত্রা কত ছিল? কেতলীতে পানি ফোটাতে কত unit বিদ্যুৎ খরচ হয়েছে? (তাপক্ষয় নগণ্য ধরা যেতে পারে)

সমাধান: এখন, $pt = ms\Delta\theta \Rightarrow pt = ms(\theta - \theta_0)$

$\Rightarrow \theta - \theta_0 = \frac{pt}{ms} = \frac{1.5\times10^3\times380}{2\times4200} = 67.86$

$\Rightarrow \theta_0 = \theta - 67.86 = 32.14°C$

সুতরাং নির্ণেয় আদি তাপমাত্রা $\theta_0 = 32.14°C$

$E = Pt = 1.5 \times \frac{380}{3600}$ unit $= 0.158$ unit

সুতরাং বিদ্যুৎ খরচ হয়েছে $= 0.158$ unit

$v = 2L = 2 \times 10^{-3}m^3$

$m = v\rho = 2 \times 10^{-3} \times 10^3 = 2kg$

$p = 1.5 \times 10^3W$

$t = (6 \times 60 + 20)s = 380s = \frac{380}{3600}$ hr

$\theta_0 = ?$

$\theta = 100°C$

$s = 4200Jkg^{-1}K^{-1}$

37. একটি পরিবর্তী প্রবাহকে $I = 100 \sin 629t$ অ্যাম্পিয়ার দ্বারা প্রকাশ করা হলে, তড়িৎ প্রবাহের শীর্ষমান, কম্পাঙ্ক এবং বর্গমূলীয় গড় মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $I = 100 \sin 629t$ ... ... (i) ; $I = I_0 \sin \omega t$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং তুলনা করে পাই $I_0 = 100$ A (Ans.)

$\omega = 629 \Rightarrow 2\pi f = 629 \Rightarrow f = 100$Hz (Ans.)

$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 70.71$ A (Ans.)

38. 0.40 nm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একটি ফোটন স্থিরাবস্থায় থাকা একটি ইলেকট্রনের সাথে সংঘর্ষের পর ফোটনটি পূর্বের গতিপথের সাপেক্ষে $150°$ কোণে বিক্ষিপ্ত হয়। বিক্ষিপ্ত ফোটনের বেগ ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, বিক্ষিপ্ত ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= \lambda'$

সুতরাং $\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \Rightarrow \lambda' = \lambda_0 + \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta)$

$= 4 \times 10^{-10} + \frac{6.626\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times3\times10^8}(1 - \cos 150°)$

$= 4.045 \times 10^{-10}m = 0.4045$ nm (Ans.)

বিক্ষিপ্ত ফোটনের বেগ $= c = 3 \times 10^8 ms^{-1}$ (Ans.)

দেওয়া আছে,

$\lambda_0 = 0.4nm = 4 \times 10^{-10}m$

$m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

$h = 6.626 \times 10^{-34}Js$

$\theta = 150°$

39. একটি ইলেক্ট্রন (নিশ্চল ভর 9.1×10^{-31} kg) আলোর দ্রুতির 90% দ্রুতিতে চলছে। আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে ইলেক্ট্রনটির গতিশক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান: ইলেকট্রনের নিশ্চল ভর $m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$kg

ইলেকট্রনের বেগ $v = 90 \times \frac{1}{100} \times c \Rightarrow v = 0.9c$

ইলেকট্রনের গতিশক্তি $= mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 - m_0c^2 \left[\because m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right]$

$= m_0c^2\left\{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right\} = 1.2941 \times 9.1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2$

$= 1.0599 \times 10^{-13}J = 0.66244$ MeV (Ans.)

40. কোন তেজস্ক্রিয় পদার্থের অর্ধায়ু 1000 বছর। কত বছর পর উহার তেজস্ক্রিয়তা ক্ষয়প্রাপ্ত হয়ে 1/ 10 th হবে? ঐ তেজস্ক্রিয় পদার্থের গড় আয়ু কত হবে?

সমাধানঃ দেওয়া আছে $T_{\frac{1}{2}} = 1000$ years

আমরা জানি, গড় আয়ু $\tau = \frac{T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)} = \frac{1000}{0.693} = 1442.69$ years (Ans.)

ক্ষয়ধ্রুবক, $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}$; $N = N_0 \times \frac{1}{10}$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_0}{10} = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}t} \Rightarrow -\ln(10) = \frac{-\ln(2)}{1000} t \times \ln(e)$$

$$\Rightarrow t = 1000 \times \frac{\ln(10)}{\ln(2)} = 3321.928 \text{ years (Ans.)}$$

41. নির্দিষ্ট আয়তনের বিশুদ্ধ অক্সিজেন গ্যাস একটি ছোট ছিদ্র দিয়ে নিঃসরিত হতে 80 seconds সময় লাগে। একই অবস্থায় সমান আয়তনের 20% অজানা গ্যাস মিশ্রিত অক্সিজেন নিঃসরণের জন্য 85 second সময় লাগে। অজানা গ্যাসটির আণবিক ভর নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $M_{O_2} = 32g$, $t_{O_2} = 80$ sec , $t_{\text{মিশ্রণ}} = 85$ sec

$X_{O_2} = 0.8$, $X_{\text{অজানা}} = 0.2$, $M_{\text{অজানা}} = W$

$M_{\text{মিশ্রণ}} = X_{O_2} \times M_{O_2} + X_{\text{অজানা}} \times M_{\text{অজানা}} = 0.8 \times 32 + 0.2 \times W = 25.6 + 0.2 \times W$

আমরা জানি, $\sqrt{\frac{M_{O_2}}{M_{\text{মিশ্রণ}}}} = \frac{t_{O_2}}{t_{\text{মিশ্রণ}}} \Rightarrow \frac{M_{O_2}}{M_{\text{মিশ্রণ}}} = \left(\frac{t_{O_2}}{t_{\text{মিশ্রণ}}}\right)^2 \Rightarrow \frac{32}{0.2W+25.6} = \left(\frac{80}{85}\right)^2$

$\Rightarrow 0.2W + 25.6 = 36.125 \Rightarrow 0.2W = 10.525 \Rightarrow W = 52.625g$ (Ans.)

∴ নির্ণেয় অজানা গ্যাসের আণবিক ভর $= 52.625 gmol^{-1}$

42. অ্যামোনিয়া অক্সিজেনের সাথে নিম্নের সমীকরণ অনুযায়ী বিক্রিয়া করে।

$$4NH_3(g) + 5O_2(g) = 4NO(g) + 6H_2O(g)$$

কোনো মুহূর্তে অ্যামোনিয়া $0.24\ molL^{-1}s^{-1}$ হারে বিক্রিয়া করলে বিক্রিয়াটির হার সমীকরণটি লিখ এবং $H_2O(g)$ উৎপাদনের হার বাহির কর।

সমাধানঃ বিক্রিয়াটিঃ $4NH_3(g) + 5O_2(g) = 4NO(g) + 6H_2O(g)$

বিক্রিয়ার হার সমীকরণ ঃ বিক্রিয়ার হার $= \frac{-1}{4}\frac{\Delta[NH_3]}{\Delta t} = \frac{-1}{5}\frac{\Delta[O_2]}{\Delta t} = \frac{1}{4}\frac{\Delta[NO]}{\Delta t} = \frac{1}{6}\frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t}$

দেওয়া আছে $\frac{-\Delta[NH_3]}{\Delta t} = 0.24$; $\frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t} = ?$

সমীকরণ থেকে পাই, $\frac{-1}{4}\frac{\Delta[NH_3]}{\Delta t} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t} = \frac{6}{4}\left(\frac{-\Delta[NH_3]}{\Delta t}\right) = \frac{6}{4} \times 0.24 = 0.36\ molL^{-1}s^{-1}$

43. 400 mL 0.1 M NaOH এর সাথে 600 mL 0.2 M এসিটিক এসিড যোগ করে একটি বাফার দ্রবণ প্রস্তুত করা হল। বাফার দ্রবণের pH কত? (এসিটিক এসিডের জন্যঃ $pK_a = 4.76$)।

সমাধানঃ $V_{NaOH} = 400$ mL $= 0.4$L , $S_{NaOH} = 0.1$ M

$V_{CH_3COOH} = 600$ mL $= 0.6$L , $S_{CH_3COOH} = 0.2$ M

$CH_3COOH + NaOH \rightarrow CH_3COONa + H_2O$

এখানে, $V_{CH_3COOH} \times S_{CH_3COOH} > V_{NaOH} \times S_{NaOH}$ সুতরাং NaOH লিমিটিং বিক্রিয়ক

দ্রবণে CH_3COONa এর মোলসংখ্যা $n_{CH_3COONa} = V_{NaOH} \times S_{NaOH} = 0.4 \times 0.1 = 0.04$

দ্রবণে CH_3COOH এর মোলসংখ্যা $n_{CH_3COOH} = V_{CH_3COOH} \times S_{CH_3COOH} - V_{NaOH} \times S_{NaOH}$

$= 0.6 \times 0.2 - 0.4 \times 0.1 = 0.08$

$\therefore pH = pk_a + \log\frac{n_{CH_3COONa}}{n_{CH_3COOH}} = 4.76 + \log\left(\frac{0.04}{0.08}\right) = 4.46$ (Ans.)

44. (a) একটি লেড-এসিড ব্যাটারী চার্জ করা হচ্ছে। পজিটিভ পাত ও নেগেটিভ পাতের বিক্রিয়াগুলি লিখ। কোন পাতটি অ্যানোড?

সমাধানঃ চার্জিং এর সময় পজিটিভ পাত অ্যানোড এবং নেগেটিভ পাত ক্যাথোড।

(−) ক্যাথোডে বিজারণঃ $PbSO_4 + H^+(aq) + 2e^- \rightarrow Pb(s) + HSO_4^-(aq)$

(+) অ্যানোডে জারণঃ $PbSO_4(s) + 2H_2O(l) \rightarrow PbO_2(s) + 3H^+(aq) + HSO_4^-(aq) + 2e^-$

মোট বিক্রিয়াঃ $2PbSO_4(s) + 2H_2O(l) \rightarrow Pb(s) + PbO_2(s) + 2H^+(aq) + 2HSO_4^-(aq)$

(b) একটি 5 litre আয়তনের পাত্র 4 gm হাইড্রোজেন ও 7 gm নাইট্রোজেন গ্যাস দ্বারা ভর্তি করা হল। তাপমাত্রা 50°C হলে, পাত্রে চাপ কত?

সমাধানঃ $n_{H_2} = \frac{W_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{4}{2} = 2 \text{ mole}$

$n_{N_2} = \frac{W_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{7}{28} = 0.25 \text{ mole}$

$n = n_{N_2} + n_{H_2} = 0.25 + 2 = 2.25 \text{ mole}, \ V = 5L$

$T = 50°C = 323K, \ R = 0.0821 \text{ Latm mole}^{-1}K^{-1}$

$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} = \frac{2.25 \times 0.0821 \times 323}{5} = 11.933 \text{ atm (Ans.)}$

45. Au তড়িৎদ্বারের মধ্য দিয়ে $AuCl_4^-$ আয়নের দ্রবণে অপরিবর্তনীয় তড়িৎ প্রবাহিত করা হল। 10.0 মিনিট পর ক্যাথোডের ভর 1.314 gm বৃদ্ধি পেলে তড়িৎ প্রবাহের মান বাহির কর। (Au এর পারমাণবিক ভর = 197)

সমাধানঃ ক্যাথোড বিক্রিয়াঃ $Au^{3+} + 3e^- \longrightarrow Au$

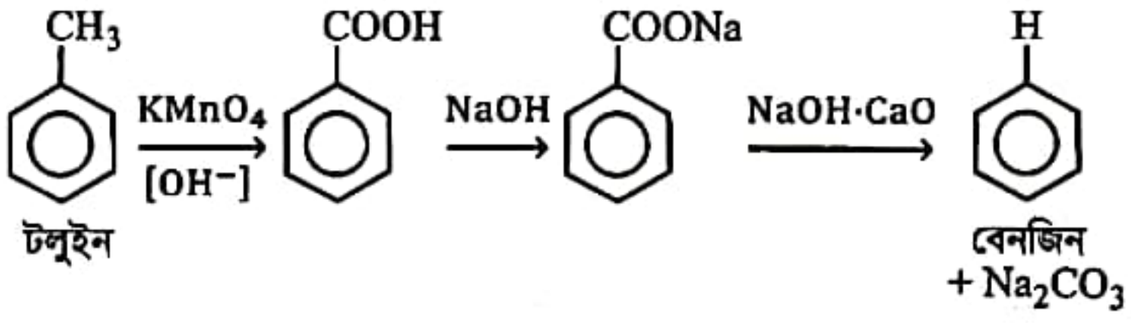
বিক্রিয়া থেকে দেখা যায় $e_{Au} = 3$, মোলসংখ্যা $n_{Au} = \frac{W}{m} = \frac{1.314}{197}$ mole

অতিক্রান্ত সময় $t = 10min = 10 \times 60 \text{ sec}$, তড়িৎ প্রবাহ = I

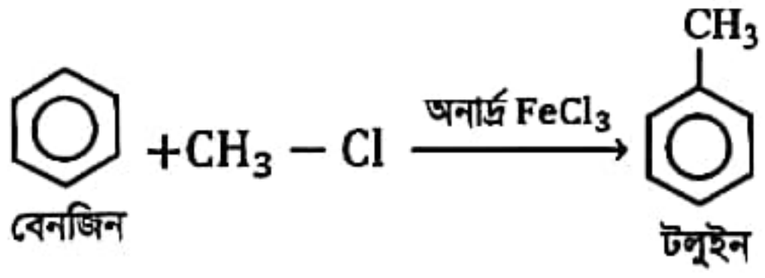
আমরা জানি, $It = n_{Au}e_{Au}F \Rightarrow I \times 10 \times 60 = \frac{1.314}{197} \times 3 \times 96500 \Rightarrow I = 3.22 \text{ A (Ans.)}$

46. টলুইনকে কিভাবে বেনজিনে এবং বেনজিনকে টলুইনে পরিণত করা যায়? রাসায়নিক বিক্রিয়ার মাধ্যমে দেখাও।

সমাধানঃ টলুইন থেকে বেনজিনঃ



বেনজিন থেকে টলুইনঃ



47. কোনো যৌগে ℓ শোষণ দৈর্ঘ্যের কোনো সেলে আপতিত রশ্মির 10 শতাংশ আলো শোষণ করে। সেলের শোষণ দৈর্ঘ্য পাঁচ গুণ বেশী হলে আপতিত রশ্মির কত অংশ শোষিত হবে?

সমাধান: আমরা জানি, $\log\frac{I_0}{I} \propto \ell$

১ম ক্ষেত্রে, $I_i = 0.9I_{0_i}$ & $\ell_i = \ell$

২য় ক্ষেত্রে, $\ell_f = \ell_i + 5 \times \ell_i = 6\ell_i = 6\ell$

আমরা জানি, $\frac{\log\left(\frac{I_{0_i}}{I_i}\right)}{\log\left(\frac{I_{0_f}}{I_f}\right)} = \frac{\ell_i}{\ell_f} \Rightarrow \log\left(\frac{I_{0_f}}{I_f}\right) = \frac{\ell_f}{\ell_i} \times \log\left(\frac{I_{0_i}}{I_i}\right) = \frac{6\ell}{\ell} \times \log\left(\frac{I_{0_i}}{0.9 \times I_{0_i}}\right) = 6 \times \log\left(\frac{1}{0.9}\right)$

$\log\left(\frac{I_{0_f}}{I_f}\right) = 0.2745 \Rightarrow \frac{I_{0_f}}{I_f} = 1.8816 \Rightarrow I_f = 0.5314\, I_{0_f}$

সুতরাং পরিবর্তিত শতকরা শোষণ $= \left(\frac{I_{0_f} - I_f}{I_{0_f}}\right) \times 100\% = \left(\frac{I_{0_f} - 0.5314 I_{0_f}}{I_{0_f}}\right) \times 100\%$

$= (1 - 0.5314) \times 100\% = 46.86\%$ (Ans.)

48. Ca^{2+} আয়নকে $CaCO_3$ হিসাবে সম্পূর্ণরূপে অধঃক্ষিপ্ত করতে 200 mL আয়তনের একটি পানির নমুনায় 0.025M ঘনমাত্রার 5.0 mL Na_2CO_3 দ্রবণ প্রয়োজন হল। পানির নমুনাটির ক্ষরতা ppm-এ হিসাব কর।

সমাধান: $Na_2CO_3 \longrightarrow 2Na^+ + CO_3^{2-}$

$CO_3^{2-} + Ca^{2+} \longrightarrow CaCO_3$

বিক্রিয়া থেকে লেখা যায় $n_{Na_2CO_3} = n_{CO_3^{2-}} = n_{CaCO_3}$

সুতরাং $n_{CaCO_3} = V_{Na_2CO_3} \times S_{Na_2CO_3} = 5 \times 10^{-3} \times 0.025 = 1.25 \times 10^{-4}$ mole

সুতরাং পানির নমুনার ক্ষরতা $s = \frac{n_{CaCO_3}}{V_{H_2O}} = \frac{1.25 \times 10^{-4}}{200 \times 10^{-3}} = 6.25 \times 10^{-4}$ M

$= 6.25 \times 10^{-4}$ mole $L^{-1} = 6.25 \times 10^{-4} \times 100 gL^{-1} = 0.0625 gL^{-1}$

$= 0.0625 \times 10^3$ mg$L^{-1} = 62.5$ mg$L^{-1} = 62.5$ ppm (Ans.)

49. একটি 1.0 L আয়তনের শুষ্ক বাতাসের নমুনায় 25°C তাপমাত্রায় ও 786 mm Hg চাপে 0.925 gm N_2 এবং অজানা পরিমাণ অক্সিজেন, আর্গন ও কার্বন ডাইঅক্সাইড সহ অন্যান্য গ্যাস আছে। এই তাপমাত্রায় বাতাসের নমুনায় N_2 এর আংশিক চাপ কত?

সমাধান: $P = \frac{786}{760}$ atm; $T = 25°C = 298K$; $V = 1L$

$n_{total} = \frac{PV}{RT} = \frac{786 \times 1}{760 \times 0.0821 \times 298} = 0.04227$ mol

$n_{N_2} = \frac{W}{m} = \frac{0.925}{28} = 0.03304$ mol

N_2 এর আপেক্ষিক চাপ $P_{N_2} = \frac{n_{N_2}}{n_{total}} \times P = \frac{0.03304}{0.04227} \times \frac{786}{760}$ atm $= 0.81$ atm (Ans.)

50. (a) নিচের অ্যানায়ন গুলোর সংকেত লিখ।

(i) এসিটেট (ii) আয়ডেট (iii) পারক্লোরেট (iv) অক্সালেট (v) আর্সিনেট

সমাধান: (i) $CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O^-$ (ii) $O = \overset{\overset{O}{\|}}{I} - O^-$ (iii) $O = \overset{\overset{O}{\|}}{\underset{\underset{O}{\|}}{Cl}} - O^-$

(iv) $\begin{array}{l} \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O^- \\ | \\ C - O^- \\ \| \\ O \end{array}$ (v) $\begin{array}{c} O \\ \| \\ O^- - As - O^- \\ | \\ O^- \end{array}$

(b) নিচের সঙ্কর ধাতুগুলোতে উপস্থিত ধাতুসমূহের নাম লিখ।

(i) স্টেইনলেস স্টীল (ii) নিটিনোল (iii) ব্রাস (iv) ব্রোঞ্জ (v) সোল্ডার

সমাধানঃ

(i) আয়রন, ক্রোমিয়াম, নিকেল, মলিবডেনাম, টাইটিনিয়াম, কপার (ii) নিকেল, টাইটিনিয়াম

(iii) কপার, জিংক (iv) কপার, টিন (v) লেড, টিন, ইন্ডিয়াম

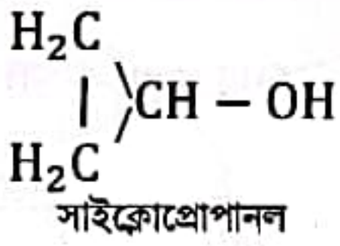
51. তিনটি যৌগ E, F এবং G এর আণবিক সংকেত C_3H_6O। E অ্যালকোহল, F কিটোন এবং G অ্যালডিহাইড। E, F এবং G যৌগের সম্ভাব্য গাঠনিক সংকেত সমূহ লিখ।

সমাধানঃ E এর সমাণুঃ $\overset{3}{C}H_3 - \overset{2}{C}(OH) = \overset{1}{C}H_2$

প্রোপ-1-ইন-2-অল

$\overset{3}{C}H_2 = \overset{2}{C}H - \overset{1}{C}H_2 - OH$

প্রোপ-2-ইন-1-অল



সাইক্লোপ্রোপানল

F এর সমাণুঃ $CH_3 - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - CH_3$

প্রোপানোন

G এর সমাণুঃ $CH_3 - CH_2 - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - H$

প্রোপান্যাল

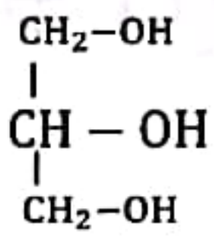
52. (a) একটি নাইট্রোজেনযুক্ত সার ও একটি ফসফরাসযুক্ত সারের নাম গাঠনিক সংকেতসহ লিখ।

সমাধানঃ (a); নাইট্রোজেনযুক্ত সার: ইউরিয়াঃ $NH_2 - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - NH_2$

ফসফরাসযুক্ত সার: টিএসপিঃ $Ca(H_2PO_4)_2$

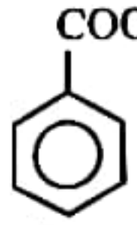
(b) লিপস্টিক এ ব্যবহৃত ময়শ্চারাইজার এর গাঠনিক সংকেত লিখ।

সমাধানঃ ময়শ্চারাইজার : গ্লিসারলঃ



(c) চিপস, চানাচুর ইত্যাদি তৈরিতে ব্যবহৃত একটি প্রিজারভেটিভ এর গাঠনিক সংকেত লিখ।

সমাধানঃ প্রিজারভেটিভঃ



সোডিয়াম বেনজোয়েট

(d) গ্লাস ক্লিনারে কোন ক্ষার ব্যবহার করা হয়।

সমাধানঃ ক্ষারঃ NH_4OH

53. এক লিটার 2.10 আপেক্ষিক গুরুত্ব বিশিষ্ট H_2SO_4 এ কি পরিমাণ পাতিত পানি যোগ করলে উহা 1.40 আপেক্ষিক গুরুত্ব বিশিষ্ট H_2SO_4 এ পরিণত হবে?

সমাধান: আপেক্ষিক গুরুত্ব $= \frac{\text{দ্রবণের ঘনত্ব}}{4^\circ C \text{ তাপমাত্রায় পানির ঘনত্ব}} = \frac{\text{দ্রবণের ভর}}{\text{দ্রবণের আয়তন} \times 4^\circ C \text{ তাপমাত্রায় পানির ঘনত্ব}}$

এখানে, $V_{\text{দ্রবণ}} = 1\ L = 10^{-3} m^3$, $d_1 = 2.1$, $d_2 = 1.4$, $V_{\text{অতিরিক্ত পানি}} = ?$

এখন, $d_1 = \frac{M_{\text{দ্রবণ}}}{V_{\text{দ্রবণ}} \times 1000}$ $\therefore M_{\text{দ্রবণ}} = 2.1\ kg$

এখন, $M'_{\text{দ্রবণ}} = M_{\text{দ্রবণ}} + V_{\text{অতিরিক্ত পানি}} \times \rho_{\text{পানি}} = 2.1 + V_{\text{অতিরিক্ত পানি}} \times 1000$

$\therefore d_2 = \frac{M'_{\text{দ্রবণ}}}{(V_{\text{দ্রবণ}} + V_{\text{অতিরিক্ত পানি}}) \times 1000} \Rightarrow V_{\text{অতিরিক্ত পানি}} = 1.75 \times 10^{-3} m^3 = 1.75\ L$ (Ans.)

54. নিম্নলিখিতভাবে একটি মিশ্রণ তৈরি করা হলঃ 100 mL 0.05 M Na_2CO_3 দ্রবণ +100 mL 0.10 N H_2SO_4 দ্রবণ + 50 mL 0.1N NaOH দ্রবণ + 50 mL 0.2 N HCl দ্রবণ। মিশ্রণটির শক্তিমাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান: মিশ্রণে $[H^+] = \frac{\sum(e_{Acid} \times S_{acid} \times V_{Acid}) - \sum(e_{Base} \times S_{Base} \times V_{Base})}{\sum V_{acid} + \sum V_{Base}}$

$= \frac{e_{H_2SO_4} \times S_{H_2SO_4} \times V_{H_2SO_4} + e_{HCl} \times S_{HCl} \times V_{HCl} - e_{Na_2CO_3} \times V_{Na_2CO_3} \times S_{Na_2CO_3} - e_{NaOH} \times S_{NaOH} \times V_{NaOH}}{V_{H_2SO_4} + V_{HCl} + V_{Na_2CO_3} + V_{NaOH}}$

$= \frac{N_{H_2SO_4} \times V_{H_2SO_4} + N_{HCl} \times V_{HCl} - e_{Na_2CO_3} \times V_{Na_2CO_3} \times S_{Na_2CO_3} - N_{NaOH} \times V_{NaOH}}{V_{H_2SO_4} + V_{HCl} + V_{Na_2CO_3} + V_{NaOH}}$

$= \frac{0.1 \times 100 + 50 \times 0.2 - 2 \times 0.05 \times 100 - 0.1 \times 50}{100 + 100 + 50 + 50} = \frac{1}{60} M$

$\therefore$ শক্তিমাত্রা $pH = -\log[H^+] = -\log\left(\frac{1}{60}\right) = 1.778$ (Ans.)

55. যদি পানির গঠন তাপ 25°C তাপমাত্রায় −68370 Cal হয় তবে 60°C তাপমাত্রায় তা কত হবে? দেয়া আছে $C_P(H_2) = 6.90\ cal\ mole^{-1}\ deg^{-1}$, $C_P(O_2) = 7.05\ Cal\ mole^{-1}\ deg^{-1}$ and $C_P(H_2O) = 18.0\ Cal\ mole^{-1}\ deg^{-1}$ ।

সমাধান: $H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) = H_2O(l)$; $\Delta H_{(T_2)} = \Delta H_{(T_1)} + \Delta C_p \cdot \Delta T$

25°C তাপমাত্রায় গঠন তাপ −68370 Cal

অর্থাৎ 1 mole পানি উৎপন্ন করতে 68370 Cal তাপ উৎপন্ন হয়।

60°C তাপমাত্রায় hydrogen, oxygen কর্তৃক অতিরিক্ত গৃহীত তাপ,

$= \left(6.90 + \frac{1}{2} \times 7.05\right) \times 35\ Cal = 364.875\ Cal$

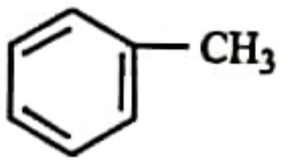
60°C তাপমাত্রায় পানি কর্তৃক গৃহীত অতিরিক্ত তাপ $= 18.0 \times 35\ Cal = 630\ Cal$

$\therefore$ অতিরিক্ত গৃহীত তাপের পরিমাণ $= (630 - 364.875)\ Cal = 265.125\ Cal$

$\therefore$ 60°C তাপমাত্রায় গঠন তাপ $= (-68370 + 265.125)\ Cal = -68104.875\ Cal.$

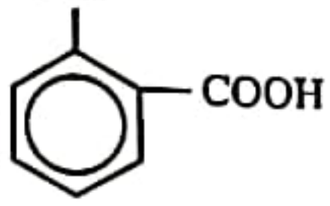
56. নিম্নের বিক্রিয়াগুলির মূল উৎপাদসমূহ লিখঃ

(a) $HCHO + HNO_3 \xrightarrow[\Delta]{}$

(b)  $+C_2H_5OH \xrightarrow[Liq{\cdot}NH_3]{Na}$

(c) $+ClCOCl \xrightarrow{AlCl_3}$

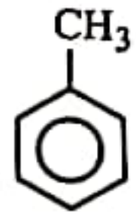
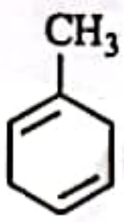
(d) $+Cl_3C-CHO \xrightarrow[\Delta]{H_2SO_4(Con.)}$

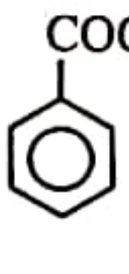
(e)  $+(CH_3-CO)_2O \xrightarrow{90°C}$

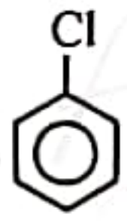
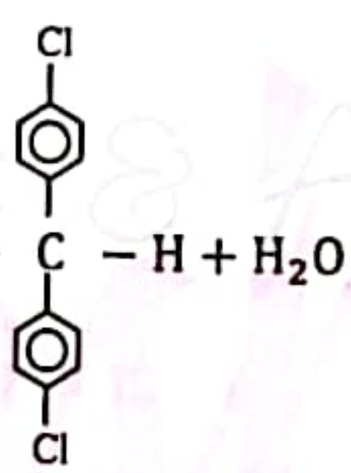
সমাধানঃ

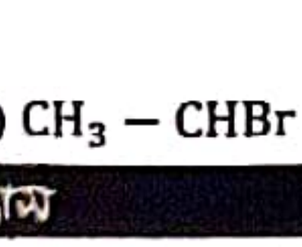
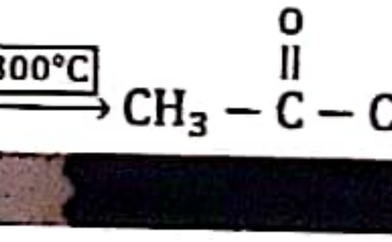
(a) $HCHO + 2HNO_3 \xrightarrow{\Delta} HCOOH + 2NO_2 + H_2O$

$3\,HCOOH + 2HNO_3 \longrightarrow 3CO_2 + 2NO + 4H_2O$

(b)  $+C_2H_5OH \xrightarrow[Liq.\ NH_3]{Na}$  ; [Birch reduction]

(c) $+ClCOCl \xrightarrow{AlCl_3}$  $+HCl$

(d)  $+Cl_3C-CHO \xrightarrow[\Delta]{H_2SO_4(con.)}$ 

(e)  $+(CH_3CO)_2O \longrightarrow CH_3-COOH +$ 

57. নিম্নের বিক্রিয়াসমূহ পূর্ণ কর।

(a) $RCH_2Br \xrightarrow[Ethanol]{KCN}$ ☐ ⟹ $RCH_2CH_2NH_2$ ⟹ RCH_2CH_2OH

(b) $CH_3CHBrCH_3 \xrightarrow{KOH\ (aq.)}$ ☐ ⟹ CH_3COCH_3

সমাধানঃ

(a) $R\,CH_2Br \xrightarrow[Ethanol]{KCN} \boxed{R-CH_2-CN} \xrightarrow{LiAlH_4} R-CH_2-CH_2-NH_2$

$R-CH_2-CH_2-NH_2 \xrightarrow{H\,NO_2} R-CH_2-CH_2OH$

(b) $CH_3-CHBr-CH_3 \xrightarrow{KOH_{(aq)}} \boxed{CH_3-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3} \xrightarrow{Cu,\ 300°C} CH_3-\overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}}-CH_3$

58. বিক্রিয়ার সাহায্যে দেখাও কি ঘটে যখনঃ

(i) কক্ষ তাপমাত্রায় কপার সালফেট দ্রবণে ধীরে ধীরে অ্যামোনিয়া দ্রবণ যোগ করলেঃ

(ii) $ZnCl_2(aq)$ এবং $CuCl_2(aq)$ অম্লীয় দ্রবণে হাইড্রোজেন সালফাইড গ্যাস চালনা করলেঃ

(iii) লোহিত তপ্ত লোহার নলের মধ্য দিয়ে $400°C$ তাপমাত্রায় উত্তপ্ত ইথাইন গ্যাস চালনা করলেঃ

(iv) অম্লীয় ফেরিক সালফেট লবণের দ্রবণে অতিরিক্ত অ্যামোনিয়াম থায়োসায়ানাইড দ্রবণ যোগ করলেঃ

সমাধানঃ

(i) $CuSO_4(aq) \xrightarrow{NH_3(g)} [Cu(NH_3)_4(H_2O)]SO_4$

Or, $CuSO_4 + NH_4OH(aq) \rightarrow (NH_4)_2SO_4 + CuSO_4.Cu(OH)_2$ [ক্ষারীয় কপার সালফেট]

(ii) $ZnCl_2(aq) + CuCl_2(aq) + 2H_2S(g) \xrightarrow{acidic} ZnS + CuS + 4HCl$

(iii) $3CH \equiv CH \xrightarrow[400°C]{Fe}$

(iv) $Fe_2(SO_4)_3 + 6NH_4SCN \xrightarrow{acidic} Fe[Fe(SCN)_6] + 3(NH_4)_2SO_4$

59. পর্যায় সারণীর তৃতীয় পর্যায়ের মৌলগুলোঃ Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar। এই তথ্য ব্যবহার করে নিম্নের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

(a) যে মৌলগুলো নাইট্রেট গঠন করে তার তালিকা দাও।

(b) এদের মধ্যে কোন মৌলদ্বয় সচরাচর প্রাপ্ত আয়নিক যৌগ উৎপন্ন করে?

(c) কোন মৌলটি সাধারণত অণু হিসাবে পাওয়া যায়?

(d) কোন মৌলের ধাতব ও অধাতব উভয় বৈশিষ্ট্য আছে?

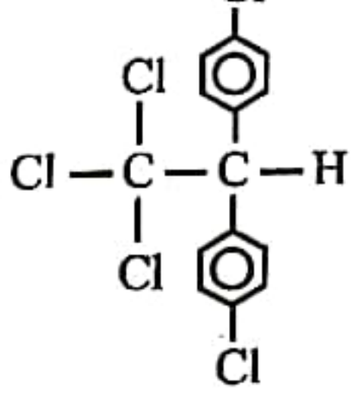
সমাধানঃ (a) Na, Mg, Al (b) Na, Mg (c) Cl, P, S (d) Si

60. (a) গাঠনিক সংকেত লিখঃ 4, 4′ –dichlorodiphenyl 1, 1, 1 –trichloroethane

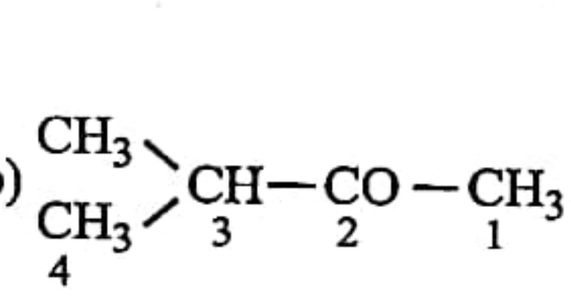
(b) IUPAC নাম লিখঃ $(CH_3)_2CH\ CO\ CH_3$

(c) কার্যকরী মূলকের গাঠনিক সংকেত লিখ।

(i) এষ্টার (ii) অ্যামাইড (iii) অ্যানহাইড্রাইড

সমাধানঃ (a) 

3-মিথাইল বিউটান-2-ওন

(b) 

(c) (i) $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OR'$ (ii) $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH_2$ (iii) $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$