BUET Admission Test 2019-2020

গণিত (২০ টি প্রশ্ন × ১০ = ২০০ নম্বর)

01. দুটি ম্যাট্রিক্স A এবং B দেয়া আছে। AB ও BA এর মধ্যে কোন সম্পর্ক থাকলে তা নির্ণয় কর। B^{-1} কে x ও A এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

$$A = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & x & 0 \\ -x & -x & x \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} x & 2x & -2x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix}$$

সমাধানঃ $AB = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & x & 0 \\ -x & -x & x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & 2x & -2x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix} = x\begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot x\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$

$= x^2\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{bmatrix}$

অনুরূপভাবে, $BA = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{bmatrix} \therefore AB = BA$

$\therefore BA = x^2I \Rightarrow \frac{1}{x^2}A = B^{-1}I \Rightarrow B^{-1} = \frac{A}{x^2} = \begin{bmatrix} \frac{3}{x} & -\frac{4}{x} & \frac{2}{x} \\ -\frac{2}{x} & \frac{1}{x} & 0 \\ -\frac{1}{x} & -\frac{1}{x} & \frac{1}{x} \end{bmatrix} \therefore B^{-1} = \frac{A}{x^2}$

02. $\underline{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\underline{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টর দুটির উপর লম্ব একটি ভেক্টর নির্ণয় কর যার মান 5 একক।

সমাধানঃ $\underline{a} \times \underline{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1-6) - \hat{j}(2+3) + \hat{k}(-4-1) = -5\hat{i} - 5\hat{j} - 5\hat{k}$

$\therefore \hat{\eta} = \frac{\underline{a}\times\underline{b}}{|\underline{a}\times\underline{b}|} = \pm\frac{-5\hat{i}-5\hat{j}-5\hat{k}}{5\sqrt{3}} \therefore \hat{\eta} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ $\therefore$ নির্ণেয় ভেক্টর $= 5\hat{\eta} = \pm\frac{5}{\sqrt{3}}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$

03. মূল বিন্দু হতে $x\sec\theta - y\,\text{cosec}\,\theta = k$ এবং $x\cos\theta - y\sin\theta = k\cos 2\theta$ রেখাদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে 2cm এবং 3cm। k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $\frac{k}{\sqrt{\sec^2\theta+\text{cosec}^2\theta}} = 2 \Rightarrow \frac{k^2}{\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{1}{\sin^2\theta}} = 4 \Rightarrow \frac{k^2\sin^2\theta\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta} = 4$

$\Rightarrow 4k^2\sin^2\theta\cos^2\theta = 16 \Rightarrow (k\sin 2\theta)^2 = 4^2 \ldots\ldots\ldots (i)$

$\left|\frac{-k\cos2\theta}{\sqrt{\cos^2\theta+\sin^2\theta}}\right| = 3 \Rightarrow (k\cos 2\theta)^2 = 3^2 \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) + (ii) করে পাই, $k^2(\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta) = 25 \Rightarrow k = \pm 5$

04. একটি বৃত্ত $(-1,-1)$ এবং $(3,2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং এর কেন্দ্র $x^2+y^2-6x-4y-7=0$ বৃত্তের $(1,-2)$ বিন্দুতে স্পর্শকের উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

$2-2g-2f+c=0 \ldots\ldots\ldots (i)$

$13+6g+4f+c=0 \ldots\ldots\ldots (ii)$

$x^2+y^2-6x-4y-7=0$ বৃত্তের $(1,-2)$ বিন্দুতে স্পর্শক,

$x-2y-3(x+1)-2(y-2)-7=0 \Rightarrow x+2y+3=0 \ldots\ldots\ldots (iii)$

(iii) এর উপরে নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র $(-g,-f)$ অবস্থিত।

$-g-2f+3=0 \Rightarrow g+2f=3 \ldots\ldots\ldots (iv)$

(i), (ii), (iv) সমাধান করে, $g=-4, f=\frac{7}{2}, c=-3$

$\therefore$ বৃত্তের সমীকরণ, $x^2+y^2-8x+7y-3=0$ (Ans.)

05. 1,2,3,4,5,6,7,8 চিহ্নিত আটটি কাউন্টার থেকে কমপক্ষে 1 টি বিজোড় ও 1 টি জোড় কাউন্টার নিয়ে একবারে 4 টি কাউন্টার নিলে সমাবেশ সংখ্যা কত হবে?

সমাধান:

জোড় (4 টি)	বিজোড় (4 টি)	সমাবেশ সংখ্যা
1	3	${}^4C_1 \times {}^4C_3 = 16$
2	2	${}^4C_2 \times {}^4C_2 = 36$
3	1	${}^4C_3 \times {}^4C_1 = 16$

$\therefore$ মোট সমাবেশ সংখ্যা $= 68$ টি

06. $\cos x + \cos y = a$ এবং $\sin x + \sin y = b$ হলে $\cos(x+y)$ এর মান কত?

সমাধান: $\cos x + \cos y = a \Rightarrow 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} = a \ldots\ldots\ldots (i)$

$\sin x + \sin y = b \Rightarrow 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} = b \ldots\ldots\ldots (ii)$

$[(i)]^2 \div [(ii)]^2$ করে পাই, $\frac{\cos^2\frac{x+y}{2}}{\sin^2\frac{x+y}{2}} = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \frac{\cos^2\frac{x+y}{2}-\sin^2\frac{x+y}{2}}{\cos^2\frac{x+y}{2}+\sin^2\frac{x+y}{2}} = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \therefore \cos(x+y) = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

07. $a\tan\theta + b\sec\theta = c$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে প্রমাণ কর যে, $\tan(\alpha+\beta) = \frac{2ac}{a^2-c^2}$।

সমাধান: $a\tan\theta + b\sec\theta = c \Rightarrow a\tan\theta - c = -b\sec\theta \Rightarrow a^2\tan^2\theta + c^2 - 2ca\tan\theta = b^2 + b^2\tan^2\theta$

$\Rightarrow (a^2-b^2)\tan^2\theta - 2ca\tan\theta + c^2 - b^2 = 0$

$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{2ca}{a^2-b^2}$; $\tan\alpha\tan\beta = \frac{c^2-b^2}{a^2-b^2}$

$$L.H.S = \tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = \frac{\frac{2ca}{a^2-b^2}}{1\frac{c^2-b^2}{a^2-b^2}} = \frac{2ca}{a^2-b^2-c^2+b^2} = \frac{2ca}{a^2-c^2} = R.H.S. \text{ (Proved)}$$

08. $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{x+1}\right)$ ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

সমাধান: $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{x+1}\right)$

$-1 \le \frac{2x}{x+1} \le 1 \Rightarrow \frac{2x}{x+1} \le 1 \Rightarrow 2x \le x+1 \Rightarrow x \le 1$

$-1 \le \frac{2x}{x+1} \Rightarrow -x-1 \le 2x \Rightarrow 3x \ge -1 \Rightarrow x \ge -\frac{1}{3}$

$\therefore$ ডোমেন $= \left\{x: -\frac{1}{3} \le x \le 1\right\} = \left[-\frac{1}{3}, 1\right]$; রেঞ্জ $= \left[\cos^{-1}\left(\frac{2\times1}{1+1}\right), \cos^{-1}\left\{\frac{2\left(-\frac{1}{3}\right)}{-\frac{1}{3}+1}\right\}\right] = [0, \pi]$

09. যদি $\tan(\ln y) = x$ হয়, তবে $y_2(0)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $\tan(\ln y) = x \Rightarrow \ln y = \tan^{-1}x \Rightarrow y = e^{\tan^{-1}x}$

$y_1 = \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$; $y_2 = \frac{1}{(1+x^2)^2}e^{\tan^{-1}x} + e^{\tan^{-1}x}\frac{(-2x)}{(1+x^2)^2}$

$\text{at } x = 0, y_2(0) = \frac{1}{1}\times e^0 + e^0 \times \frac{0}{1} = 1 \therefore y_2(0) = 1 \text{ (Ans.)}$

10. $\lim_{x\to0}\frac{e^x+e^{-x}-2}{x}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $\lim_{x\to0}\frac{e^x+e^{-x}-2}{x}\left[\frac{0}{0}\text{ form}\right] = \lim_{x\to0}\frac{e^x-e^{-x}}{1}$ [L'Hospital Rule] $= 0$(Ans.)

Alternate: $\lim_{x\to0}\frac{e^x+e^{-x}-2}{x} = \lim_{x\to0}\frac{e^x+\frac{1}{e^x}-2}{x} = \lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-2e^x+1}{xe^x} = \lim_{x\to0}\frac{(e^x-1)}{x}\frac{(e^x-1)}{e^x}$

$= \lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{e^x} = 1\times0\left[\because \lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x} = 1\right] = 0$

11. $\int_{-1}^{1} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$ এর মান নির্ণয় কর।

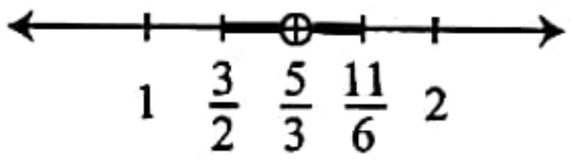
সমাধানঃ ধরি, $x = 2\sin\theta \Rightarrow dx = 2\cos\theta\,d\theta$ | $x = 1$ হলে, $\theta = \frac{\pi}{6}$; $x = -1$ হলে, $\theta = -\frac{\pi}{6}$

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 4\sin^2\theta \times 2\cos\theta \times 2\cos\theta\,d\theta = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 16\sin^2\theta\cos^2\theta\,d\theta = 4\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 2\theta\,d\theta$$

$$= 2\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1-\cos 4\theta)d\theta = 2\left[\theta - \frac{\sin 4\theta}{4}\right]_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = 2\left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{4}\left\{\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}\right] = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

12. $\frac{1}{|3x-5|} > 2$ অসমতাটি কখন অসংজ্ঞায়িত? অসমতাটি সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যা রেখাতে দেখাও।

সমাধানঃ অসমতাটি $3x - 5 = 0$ বা, $x = \frac{5}{3}$ হলে অসংজ্ঞায়িত।



$$|3x-5| < \frac{1}{2}\,; x \neq \frac{5}{3} \Rightarrow -\frac{1}{2} < 3x-5 < \frac{1}{2};\ x \neq \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} < 3x < \frac{11}{2}\,;\ x \neq \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} < x < \frac{11}{6}\,;\ x \neq \frac{5}{3}$$

$\therefore$ সমাধান সেট $= \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, \frac{11}{6}\right)$

13. $\frac{z+i}{z+2}$ বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর, যখন এটি সম্পূর্ণ কাল্পনিক।

সমাধানঃ $\frac{z+i}{z+2} = \frac{x+iy+i}{x+iy+2} = \frac{x+i(y+1)}{(x+2)+iy} = \frac{x(x+2-iy)+iy(x+2-iy)+i(x+2-iy)}{(x+2+iy)(x+2-iy)}$

$$= \frac{x^2+2x-ixy+ixy+2iy+y^2+ix+2i+y}{(x+2)^2+y^2} = \frac{x^2+2x+y^2+y+i(2y+x+2)}{(x+2)^2+y^2}$$

সম্পূর্ণ কাল্পনিক হলে, $\frac{x^2+y^2+2x+y}{(x+2)^2+y^2} = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x + y = 0$

$\therefore$ এটা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ, যা একটি বৃত্ত নির্দেশ করে।

14. $y = 3x + 6x^2 + 10x^3 + \cdots \infty$ হলে, দেখাও যে, $x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3^2}\cdot\frac{4}{2!}y^2 + \frac{1.4.7}{3^3.3!}y^3 - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

সমাধানঃ $y = 3x + 6x^2 + 10x^3 + \cdots \Rightarrow 1 + y = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \cdots = (1-x)^{-3}$

$$\Rightarrow (1+y)^{-\frac{1}{3}} = (1-x)^{-3\times\left(-\frac{1}{3}\right)} \Rightarrow 1 - x = (1+y)^{-\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow 1 - x = 1 - \frac{1}{3}y + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}-1\right)}{2!}y^2 + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}-1\right)\left(-\frac{1}{3}-2\right)}{3!}y^3 + \cdots$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3^2}\cdot\frac{4}{2!}y^2 + \frac{1.4.7}{3^3.3!}y^3 - \cdots \text{(showed)}$$

15. y এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে $(2y+1)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে y^{r-1} এর সহগ C_r এবং $C_{r+2} = 4C_r$ হলে, r এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $(2y+1)^{10} = (1+2y)^{10}\,; T_{r+1} = {}^{10}C_r \cdot 2^r \cdot y^r$

$\therefore y^{r-1}$ এর সহগ $= {}^{10}C_{r-1} \cdot 2^{r-1}$

$C_r = {}^{10}C_{r-1}2^{r-1}$ এবং $C_{r+2} = {}^{10}C_{r+2-1} \cdot 2^{r+2-1} = {}^{10}C_{r+1} \cdot 2^{r+1}$

We know, if ${}^nC_x = {}^nC_y \Rightarrow x + y = n$

Then $C_{r+2} = 4C_r \Rightarrow {}^{10}C_{r+1}2^{r+1} = 4 \cdot {}^{10}C_{r-1}2^{r-1} \Rightarrow {}^{10}C_{r+1} = {}^{10}C_{r-1} \Rightarrow r + 1 + r - 1 = 10 \therefore r = 5$

16. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, 2)$, উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{2}$ এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ $y + 4 = 0$। এর উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যও নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $\sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = \frac{1}{2}\left|\frac{y+4}{1}\right| \Rightarrow x^2 + y^2 + 4 - 4y = \frac{1}{4}(y^2 + 16 + 8y)$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4y^2 - 16y + 16 = y^2 + 8y + 16 \Rightarrow 4x^2 + 3y^2 - 24y = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 3(y^2 - 8y + 4^2) = 48 \Rightarrow \frac{x^2}{12} + \frac{(y-4)^2}{4^2} = 1 \text{ এখানে, } 4^2 > 12$$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2\times 12}{4} = 6$ একক

17. $\phi(x) = \cot^{-1}(1 + x + x^2)$ হলে, দেখাও যে, $\phi(2) + 2\phi(1) = \phi(0)$।

সমাধান: $\phi(0) = \cot^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$; $\phi(2) = \cot^{-1}(7) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$; $\phi(1) = \cot^{-1}(3) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

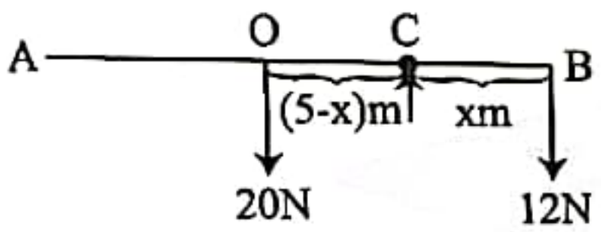
$2(\phi(1)) = 2\tan^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{9}} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

$\text{L.H.S} = \phi(2) + 2\phi(1) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{7}+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{28}} = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4} = \text{R.H.S (Showed)}$

18. 10m লম্বা এবং 20N ওজনের একটি সুষম দণ্ড AB দন্ডের উপরস্থিত C বিন্দুতে মুক্তভাবে ঝুলানো আছে। এর B প্রান্তে 12N ওজন রাখলে দণ্ডটি আনুভূমিকের সাথে সমান্তরালে থাকে। C বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় কর। দণ্ডটির A ও B প্রান্তে আরও 5N করে ওজন যোগ করলে দণ্ডটি আনুভূমিক অবস্থায় রাখার জন্য C বিন্দুকে মূল অবস্থান থেকে কতটা সরাতে হবে তা নির্ণয় কর।

সমাধান:



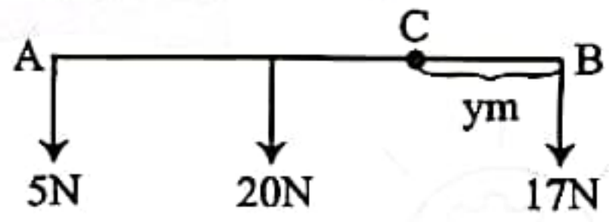
চিত্র হতে, $AB = 10\text{m}, OB = 5\text{m}$

$12 \times x = 20 \times (5 - x) \Rightarrow 12x = 100 - 20x \therefore x = \frac{100}{32}\text{m} = 3.125\text{m}$

$\therefore$ C বিন্দুর অবস্থান B হতে 3.125m ভেতরে।

ধরি, B প্রান্ত থেকে ym ভেতরে C এর অবস্থান।

$17y = 20 \times (5 - y) + 5 \times (10 - y) \therefore y = 3.571\text{m}$



$\therefore$ C বিন্দুকে মূল বিন্দু থেকে A এর দিকে $(3.571 - 3.125)\text{m} = 0.446\text{m}$ সরাতে হবে।

19. এক ব্যক্তি তার 50m দূরে একটি বাসকে স্থিরাবস্থা হতে সুষম ত্বরণে যাত্রা শুরু করতে দেখে। ঐ মুহূর্তে সে সমবেগে বাসের দিকে দৌড় শুরু করে এবং এক মিনিটে বাসটিকে ধরে। লোকটির বেগ ও বাসটির ত্বরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: লোকের বেগ v ও বাসের ত্বরন a হলে,

$0 + 60 \times a = v \Rightarrow 60a = v \Rightarrow a = \frac{v}{60}$ [ধরি, বাস ধরার সময় বাস ও ব্যক্তির বেগ সমান]

$60v = 50 + 0 + \frac{1}{2} \times a \times 3600 \therefore v = 1.67\text{ms}^{-1}$ এবং $a = 0.0278\text{ms}^{-2}$

20. একটি শ্রেণিতে 20 জন ছাত্রী ও 15 জন ছাত্র আছে। 4 টি সৌজন্যমূলক টিকেট লটারীর মাধ্যমে 4 জনকে দেয়া হবে। (a) 4 জন ছাত্রীর টিকেট গুলো পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (b) 2 জন ছাত্র ও 2 জন ছাত্রীর টিকেটগুলো পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: (a) Probability (4 জন ছাত্রী) $= \frac{^{20}C_4}{^{35}C_4} = \frac{57}{616}$

(b) Probability (2 জন ছাত্র ও 2 জন ছাত্রী) $= \frac{^{20}C_2 \times ^{15}C_2}{^{35}C_4} = \frac{285}{748}$

পদার্থবিজ্ঞান (২০ টি প্রশ্ন × ১০ = ২০০ নম্বর)

21. $\hat{i} + \hat{j}$ ভেক্টরের দিকে $\underline{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ ভেক্টরের উপাংশ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, $\underline{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$; $\underline{B} = \hat{i} + \hat{j}$; $\hat{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j})$

$\therefore$ নির্ণেয় উপাংশ $= \hat{b}\frac{\underline{A}.\underline{B}}{|\underline{B}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j}).\frac{1}{\sqrt{2}}.(2 + 3) = \frac{5}{2}(\hat{i} + \hat{j})$

22. 0.56 kg ভর বিশিষ্ট একটি মিটার স্কেলের 20 cm চিহ্নিত দাগের লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে মিটার স্কেলটির ঘূর্ণন জড়তা নিরূপণ কর। স্কেলটিকে পাতলা রড হিসেবে বিবেচনা কর।

সমাধান: ঘূর্ণন জড়তা $= I_G + Mh^2 = \frac{Ml^2}{12} + Mh^2 = \frac{0.56 \times 1^2}{12} + 0.56 \times (0.3)^2\ \text{kg-m}^2 = 0.097\ \text{kg-m}^2$

23. ভূমি হতে 1 m উচ্চতায় অবস্থিত একটি পানির কল থেকে ফোঁটায় ফোঁটায় পানি পড়ছে। প্রথম ফোঁটা যখন ভূমিতে পড়ে তখন তৃতীয় ফোঁটা কলের মুখে বের হয়ে আসে। এই অবস্থায় ভূমি হতে দ্বিতীয় ফোঁটার উচ্চতা কত?

সমাধান: প্রথম ফোঁটার পতনকাল $= \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2}{9.8}}\text{sec}$

$\therefore$ ভূমি হতে দ্বিতীয় ফোঁটার উচ্চতা $= 1 - \left(\frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{2}{9.8}}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times 9.8\ \text{m} = 0.75\ \text{m}$

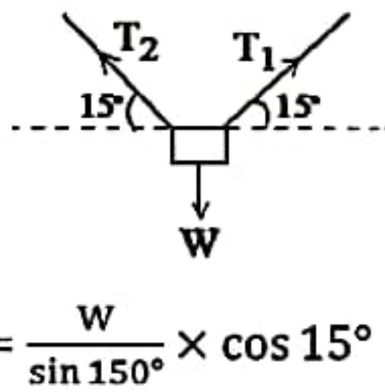
24. প্রতিটি $2 \times 10^{30}\text{kg}$ ভরের দুটি তারা মুখোমুখি সংঘর্ষের জন্য একে অপরের দিকে ধাবমান। নিকটবর্তী হওয়ার পূর্বে তারা দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব ছিল 10^9km এবং তাদের গতি ছিল নগণ্য। সংঘর্ষের সময়ে তাদের বেগ কত হবে? প্রতিটি তারার ব্যাসার্ধ 10^4km। ধরে নাও যে, সংঘর্ষ না হওয়া পর্যন্ত তারা দুটি অবিকৃত থাকবে। $[G = 6.67 \times 10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}]$

সমাধান: তারকাদের মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকবে।

$\therefore -\frac{GM \times M}{10^9 \times 10^3} = -\frac{GM \times M}{(10^4 + 10^4) \times 10^3} + 2 \times \frac{1}{2} Mv^2 \Rightarrow v^2 = GM\left(\frac{1}{2\times10^7} - \frac{1}{10^{12}}\right) = 6.674 \times 10^{12}$

$\therefore v = 2.58 \times 10^6\ \text{ms}^{-1}$ (Ans.)

25. সমান দৈর্ঘ্য ও $r = 0.5\text{cm}$ ব্যাসার্ধের দুটি ইস্পাত তারের সাহায্যে 45 kg ভরের একটি ট্রাফিক লাইট ঝুলানো আছে। যদি তার দুটি অনুভূমিকের সাথে $15°$ কোণ তৈরি করে, তাহলে ট্রাফিক লাইটের ওজনের জন্য তার দুটির দৈর্ঘ্য বিকৃতির পরিমাণ কত হবে? দেওয়া আছে, ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$।

সমাধান: 

; লামির উপপাদ্য অনুসারে, $\frac{W}{\sin 150°} = \frac{T_1}{\sin(90+15°)} = \frac{T_2}{\sin(90+15°)}$

$\Rightarrow T_1 = \frac{W}{\sin 150°} \times \cos 15° = 851.9465\ \text{N}\ ; T_2 = 851.9465\ \text{N}$

আমরা জানি, $Y = \frac{T/A}{l/L} \Rightarrow \frac{l}{L} = \frac{T/A}{Y} = \frac{851.9465}{\pi\times(5\times10^{-3})^2\times2\times10^{11}} \Rightarrow \frac{l}{L} = 5.4427 \times 10^{-5}$

26. 150 g ভরের একটি ক্রিকেট বল 12m/s বেগে গতিশীল হয়ে একটি ব্যাট দ্বারা আঘাত করার ফলে বলটি 20 m/s বেগে ফিরে আসে। বলটির উপর ক্রিয়ারত বলের আঘাতের সময়কাল 0.01 s, বলটির উপর ব্যাটের গড় বল নির্ণয় কর।

সমাধান: $m(v-u) = Ft \Rightarrow F = \frac{m(v-u)}{t} = \frac{0.15\times(12+20)}{0.01}\ \text{N} = 480\ \text{N}$

27. পৃথিবীর পৃষ্ঠে একটি নাইট্রোজেন অণুর বেগ 0°C তাপমাত্রায় উক্ত গ্যাসের r.m.s বেগের সমান। যদি নাইট্রোজেন অণুটি অন্যান্য অণুর সাথে সংঘর্ষ ছাড়া সোজা উপরের দিকে উঠে, তাহলে অণুটি কত উচ্চতায় উঠবে? [দেওয়া আছে, নাইট্রোজেন অণুর ভর $m = 4.65 \times 10^{-26}\ \text{kg}$ এবং Boltzmann ধ্রুবক, $K = 1.38 \times 10^{-23}\text{JK}^{-1}$]

সমাধান: $C_{rms} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = 493.01\ \text{ms}^{-1}$

শক্তির সংরক্ষণশীলতা অনুসারে, $\frac{1}{2}\ mv^2 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{R+h}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (493.01)^2 = \frac{6.673\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6} - \frac{6.673\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6.4\times10^6+h}$

$\therefore h = 12457\ \text{m} = 12.457\ \text{km}$ (Ans.)

28. 0.1kg ভরের একটি কণা 0.1m বিস্তারের সাথে সরল দোলন গতি সম্পন্ন করছে। যখন কণাটি সাম্যাবস্থায় থাকে, তখন তার গতিশক্তি $8 \times 10^{-3}\text{J}$। কণাটির কম্পনের আদি দশা $45°$ হলে এর গতির সমীকরণ বের কর।

সমাধান: $E_k = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow \omega = 4\ \text{rad/sec}$

$y = A\sin(\omega t + \delta)\ \therefore y = 0.1\sin\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$

29. $y = 0.10 \sin \pi \left(100t - \frac{x}{7.5}\right)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ যা $10^{-3} kgm^{-3}$ ঘনত্বের একটি মাধ্যমের মধ্য দিয়ে চলমান। প্রতি একক বর্গ মিটার ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত তরঙ্গ শক্তি নির্ণয় কর। ধরে নাও যে, সকল পরিমাপের একক MKS unit এ আছে।

সমাধান: $y = 0.10 \sin \left(100\pi t - \frac{\pi x}{7.5}\right) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 100\pi \Rightarrow f = 50\ Hz$

এবং $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{7.5} \Rightarrow \lambda = 15\ m \therefore v = f\lambda = 750\ ms^{-1} \therefore I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v = 370.11\ Wm^{-2}$

30. একটি উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব 0.2m এবং এটি গ্লাসের তৈরি যার প্রতিসরনাঙ্ক 1.50। এটিকে 1.33 প্রতিসরনাঙ্ক বিশিষ্ট পানিতে ডুবালে লেন্সটির ফোকাস দূরত্বের পরিবর্তন নির্ণয় কর।

সমাধান: $\frac{1}{f} = \left(\frac{\mu_g}{\mu_{surrounding}} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) ; \frac{1}{0.2} = (1.5 - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \ldots . (i) ; \frac{1}{f_w} = \left(\frac{1.5}{1.33} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \ldots . (ii)$

$(i) \div (ii) \Rightarrow \frac{f_w}{0.2} = \frac{0.5}{\frac{1.5}{1.33} - 1} \Rightarrow f_w = 0.782m$

$\therefore$ পরিবর্তন $= 0.782 - 0.2 = 0.582m$

31. একটি প্রত্যাবর্তী ইঞ্জিন তাপের $1/6^{th}$ অংশকে কাজে রূপান্তর করে। যখন উৎসের তাপমাত্রা ঠিক রেখে গ্রাহকের তাপমাত্রা $62°C$ কমানো হয়, তখন ইঞ্জিনের দক্ষতা দ্বিগুণ হয়। গ্রাহক এর তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, গ্রাহকের তাপমাত্রা T_1 ও উৎসের তাপমাত্রা T_2।

$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{6} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$

আবার, $\frac{2}{6} = 1 - \frac{T_1 - 62}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = 1 - \frac{T_1}{T_2} + \frac{62}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{62}{T_2}$

$\therefore T_2 = 372\ K = 99°C\ \&\ T_1 = 310K = 37°C \therefore$ গ্রাহকের তাপমাত্রা $37°C$।

32. বাতাসে ভাসমান একটি সাবানের ফিল্মের উপর লম্বভাবে 624 nm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো আপতিত হয়। ফিল্ম হতে প্রতিফলনের সম্পূর্ণ গঠনমূলক ব্যতিচারের জন্য ফিল্মের (i) সর্বনিম্ন এবং (ii) দ্বিতীয় সর্বনিম্ন পুরুত্ব কত? [বাতাসে ফিল্মের প্রতিসরনাংক 1.35]

সমাধান: পথ পার্থক্য, $\Delta x = 2\mu t - \frac{\lambda}{2}$; গঠনমূলক ব্যতিচারের ক্ষেত্রে, $\Delta x = n\lambda$

$\therefore 2\mu t - \frac{\lambda}{2} = n\lambda$

দশা পার্থক্য বা $\frac{\lambda}{2}$ পথ পার্থক্যের ক্ষেত্র (প্রতিসরিত রশ্মির ক্ষেত্রে $2\mu t$ এবং প্রতিফলিত রশ্মির ক্ষেত্রে $\frac{\lambda}{2}$) ছাড়া বাকি অংশে উভয় রশ্মি একই দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore$ পথ পার্থক্য, $\Delta x = 2\mu t - \frac{\lambda}{2}$

গঠনমূলক ব্যতিচারের ক্ষেত্রে, $\Delta x = n\lambda \ \therefore 2\mu t - \frac{\lambda}{2} = n\lambda \Rightarrow t = \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda}{2\mu}$

(i) সর্বনিম্ন পুরুত্বের ক্ষেত্রে, $n = 0 \ \therefore t = 0.116\mu m$

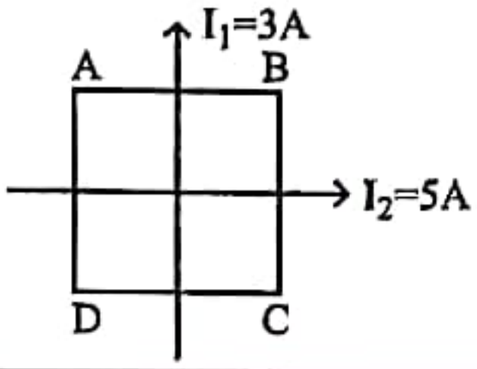
(ii) দ্বিতীয় সর্বনিম্ন পুরুত্বের ক্ষেত্রে, $n = 1 \ \therefore t = 0.347\mu m$

33. একটি ধারকের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 mm হলে এর মধ্যে রাখা 10 টি ইলেকট্রন বহনকারী একটি তেলের ফোটার ভারসাম্য রক্ষা করতে কত বিভব প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, তেলের ফোটার ভর $3 \times 10^{-16} kg$.

সমাধান: $mg = qE \Rightarrow 3 \times 10^{-16} \times 9.8 = 10 \times 1.6 \times 10^{-19} \times E \therefore E = 1837.5\ NC^{-1}$

$V = Ed = (1837.5 \times 5 \times 10^{-3})V = 9.1875V$

34. ABCD একটি বর্গক্ষেত্র যার কর্ণের দৈর্ঘ্য $10\sqrt{2}$ cm। B ও D বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্রের মান ও দিক নির্ণয় কর।



সমাধানঃ $AB = BC = 2a$ হলে, $AB\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \Rightarrow \frac{AB}{2} = a = 5cm = 0.05m$

B বিন্দুতে চৌম্বকক্ষেত্র $= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} = \frac{\mu}{2\pi a}(I_1 - I_2)$

$= \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\times\pi\times 0.05}(5-3)T \odot = 8 \times 10^{-6}\, T \odot$ (কাগজের তলের লম্ব বরাবর উপরের দিকে)

অনুরূপভাবে, D বিন্দুতে চৌম্বকক্ষেত্র $= 8 \times 10^{-6}\, T \otimes$ (কাগজের তলের লম্ব বরাবর নিচের দিকে)

35. একটি কুন্ডলীর তলের সাথে লম্বভাবে অতিক্রান্ত চৌম্বক ফ্লাক্সের ভিন্নতার মাত্রা $\varphi(t) = (3t^3 + 4t^2 + 2t - 5)$ weber রূপে প্রকাশ করা যায়। যদি কুন্ডলীর রোধের মান 5Ω হয়, তাহলে $t = 4s$ সময়ে কুন্ডলীর আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -(9t^2 + 8t + 2)V$; at $t = 4sec, \varepsilon = -178V$

Again, $\varepsilon = IR \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{178}{5}A = 35.6\, A$

36. যখন 250 nm তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট আলো একটি ফটোসেলের ক্যাথোডে আপতিত হয়, তখন নিবৃত্তি বিভব 4V। যদি আপতিত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য 300 nm এ বৃদ্ধি করা হয় তাহলে নিবৃত্তি বিভব নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{hc}{\lambda_0} + eV_{0_1} \ldots\ldots (i)$; $\frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_0} + eV_{0_2} \ldots\ldots (ii)$

$(i) - (ii) \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2} = e(V_{0_1} - V_{0_2}) \Rightarrow 6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{250\times10^{-9}} - \frac{1}{300\times10^{-9}}\right)$

$= 1.609 \times 10^{-19}(4 - V_{0_2}) \therefore V_{0_2} = 3.176382846\, V$

37. একটি স্থির কাঠামো s এ তে স্বর্ণের ঘনত্ব $19.3 \times 10^3 kg/m^3$ চলমান। কাঠামো s' এ অবস্থানরত একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্বর্ণের ঘনত্ব কত হবে, যদি চলমান কাঠামোর বেগ x অক্ষ বরাবর 0.9c হয়। যেখানে c হল আলোর বেগ।

সমাধানঃ $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$; $m_0 = 19.3 \times 10^3$ kg হলে $m = 44277.237$ kg ; $L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{19}}{10}$ m

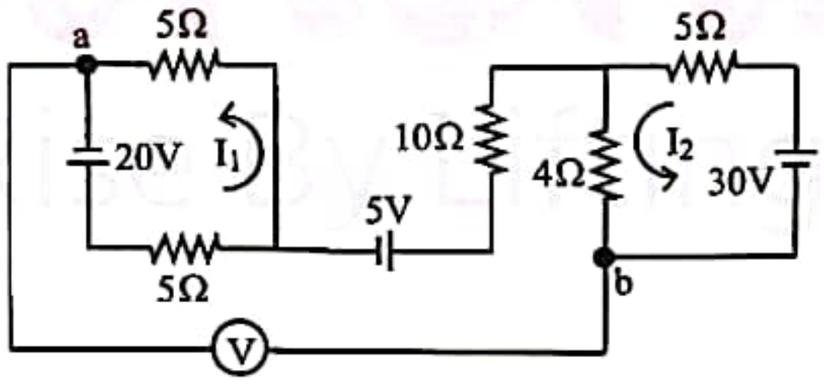
$\therefore$ পরিবর্তিত ঘনত্ব $= \frac{m}{L\times1\times1}\, kgm^{-3} = 101.578 \times 10^3\, kgm^{-3}$

38. তেজস্ক্রিয় আইসোটোপের $8.60\ \mu Ci$ পরিমাণ একটি ডোজ একজন রোগীকে ইঞ্জেনকশনের মাধ্যমে প্রদান করা হল। আইসোটোপটির অর্ধ জীবন 3h। আইসোটোপটির কতগুলো আদি নিউক্লিয়াস ইঞ্জেকশনের মাধ্যমে প্রদান করা হয়েছিল?

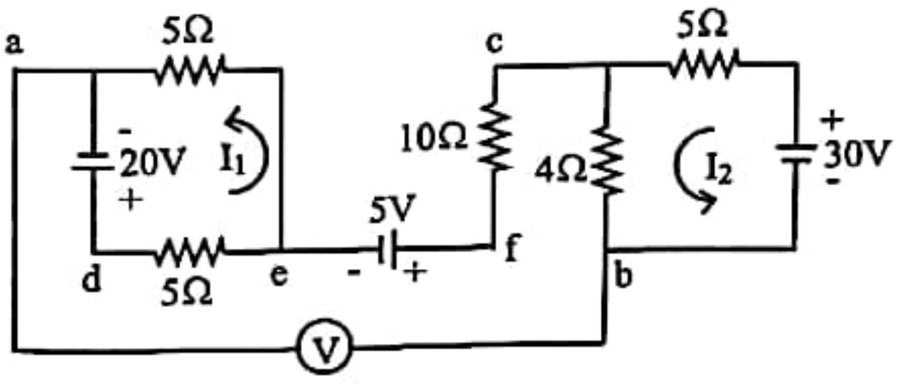
সমাধানঃ $\frac{dN}{dt} = \lambda N \Rightarrow 8.6 \times 10^{-6} \times 3.7 \times 10^{10} = \frac{\ln 2}{3\times3600} \times N [\because 1Ci = 3.7 \times 10^{10} Bq]$

$\therefore N = 4.958 \times 10^9$ টি।

39. চিত্রে প্রদর্শিত বর্তনীতে ভোল্টমিটারের পাঠ কত হবে নির্ণয় কর। ধর যে, ভোল্টমিটারটি যথাযথ পোলারিটিতে সংযোগ করা হয়েছে।



সমাধানঃ $I_1 = \frac{20}{5+5}A = 2A$; $I_2 = \frac{30}{5+4}A = \frac{10}{3}A$



Voltage at a = 0V

Voltage at d = 20V

Voltage at e $= \{20 - (5 \times 2)\}V = 10V$

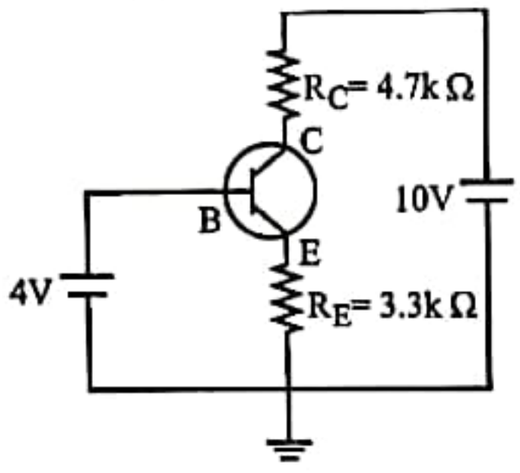
No current flow occurs through ec path.

$\therefore$ Voltage at c $= (10 + 5)V = 15V$

Voltage at b $= \left\{15 - \left(4 \times \frac{10}{3}\right)\right\}V = \left(15 - \frac{40}{3}\right)V = \frac{5}{3}V$ = Voltmeter reading

Shortcut: $-V_{ab} = \left[(-2 \times 5) - \left\{5 - \left(4 \times \frac{10}{3}\right)\right\}\right]V = \left(-15 + \frac{40}{3}\right)V = -\frac{5}{3}V \therefore V_{ab} = \frac{5}{3}V$

40. নীচের বর্তনীর কালেকটর বিভব V_C নির্ণয় কর যখন ট্রানজিস্টরটি active mode এ ক্রিয়াশীল আছে (অর্থাৎ, বেইজ-এমিটার জাংশন সম্মুখী ঝোঁক এবং কালেকটর-বেইজ জাংশন বিমুখী ঝোঁক) দেওয়া আছে, $V_{BE} = 0.7\ V$ এবং $\beta = 100$.



সমাধান: এখানে, $V_C = V_{CE} + I_E R_E$

বামপাশের বদ্ধ বর্তনীতে, $V_{BE} = 4 - 3300 \times I_E \Rightarrow 0.7 = 4 - 3300 \times I_E$

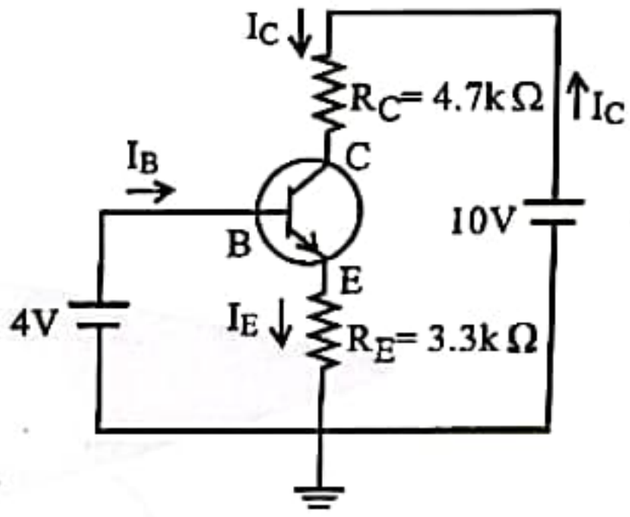
$\therefore I_E = 1 \times 10^{-3} A$

$\beta = \frac{I_C}{I_B} \Rightarrow I_C = 100\, I_B$

$\therefore I_C + I_B = I_E \Rightarrow 101 I_B = I_E \Rightarrow I_B = 9.9 \times 10^{-6} A$

$I_C = 9.9 \times 10^{-4}\ A$

আবার, ডান পাশের বদ্ধ বর্তনীতে, $10 - I_C R_C - V_C = 0 \therefore V_C = 5.347\ V$



রসায়ন (২০ টি প্রশ্ন × ১০ = ২০০ নম্বর)

41. বোরের মডেল অনুযায়ী ইলেক্ট্রনের শক্তি $E = -R_H/n^2$ সমীকরণ থেকে হিসাব করা যায়, যেখানে $R_H = 2.18 \times 10^{-18} J$ এবং n হল প্রধান কোয়ান্টাম সংখ্যা। যদি ইলেকট্রন $n = 3$ শক্তিস্তর থেকে নিম্ন শক্তিস্তরে স্থানান্তরের ফলে উৎপন্ন ফোটন Balmer series এ একটি লাইন বর্ণালী তৈরি করে, তাহলে-

(i) বিকিরিত ফোটনের শক্তির সমীকরণটি বের কর।

(ii) উক্ত সমীকরণের সাহায্যে উৎপন্ন ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ন্যানোমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান: (i) $E_1 = -\frac{R_H}{3^2}$; $E_2 = -\frac{R_H}{2^2}$; $\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{R_H}{4} - \frac{R_H}{9}$

$\therefore$ বিকিরিত শক্তির সমীকরণ, $\Delta E = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = \frac{5}{36} R_H$

(ii) বিকিরিত শক্তি $= \frac{5}{36} R_H = 3.0278 \times 10^{-19}\ J$; $E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 656.52\ nm$

42. এক মোল অ্যাসিটিক এসিড ও এক মোল সোডিয়াম অ্যাসিটেট সম্বলিত এক লিটার দ্রবণে 4g NaOH দ্রবীভূত করা হল। উৎপাদিত মিশ্রণটির pH নির্ণয় কর। [অ্যাসিটিক এসিডের বিয়োজন ধ্রুবক $= 1.8 \times 10^{-5}$]

সমাধান: $pH = pK_a + \log\frac{n_{CH_3COONa}}{n_{CH_3COOH}} = -\log(1.8 \times 10^{-5}) + \log\frac{1+\frac{4}{40}}{1-\frac{4}{40}} = 4.832$

43. (a) রাসায়নিক নিরাপত্তায় MSDS এর পূর্ণাঙ্গরূপ কি?

(b) ক্রোমিক এসিড মিশ্রণের উপাদানসমূহের নাম লিখ।

(c) প্রাইমারি স্ট্যান্ডার্ড পদার্থ এবং সেকেন্ডারি স্ট্যান্ডার্ড পদার্থ সনাক্ত কর।

$H_2C_2O_4$		Na_2CO_3	

(d) ল্যাবরেটরিতে গুণগত বিশ্লেষণে H_2S গ্যাসের বিকল্প রাসায়নিক দ্রব্যটির নাম লিখ।

(e) প্রদত্ত দ্রাবকগুলোর মধ্যে কোনটি কম ক্ষতিকর: xylene, toluene?

সমাধান: (a) Material Safety Data Sheet

(b) গাঢ় H_2SO_4 ও $K_2Cr_2O_7$

(c) $H_2C_2O_4$ (সেকেন্ডারি) [কেলাসিত $H_2C_2O_4$ ($H_2C_2O_4.2H_2O$) প্রাইমারি স্ট্যান্ডার্ড পদার্থ]
Na_2CO_3 (প্রাইমারি)

(d) থায়ো অ্যাসিটামাইড (CH_3CSNH_2) (e) টলুইন।

44. একটি ক্যালরিমিটারে 50 mL 0.5M HCl দ্রবণ এবং 50 mL 0.5M NaOH দ্রবণ মেশানো হল। ফলে ক্যালরিমিটার এবং দ্রবণ উভয়ের তাপমাত্রা 25.4°C থেকে 27.2°C এ উন্নীত হল। ক্যালরিমিটারের তাপধারণ ক্ষমতা (frest capacity) 335 J/°C। দ্রবণের ঘনত্ব এবং আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে 0.597 g/mL এবং 4.184 J/g°C হলে প্রশমন তাপ নির্ণয় কর।

সমাধান: ক্যালরিমিটারের গৃহীত তাপ $= (335 \times 1.8)\text{J} = 603\text{ J}$

দ্রবণের গৃহীত তাপ $= ms\Delta\theta = (0.597 \times 100 \times 10^{-3} \times 4184 \times 1.8)\text{J} = 449.61264\text{ J}$

প্রশমন বিক্রিয়ায় উৎপন্ন তাপ $= 1052.61264\text{ J}$

প্রশমন বিক্রিয়ায় উৎপন্ন $H_2O = 0.5 \times \frac{50}{1000}\text{ mole} = 0.025\text{ mole}$

$\therefore$ প্রশমন তাপ $= \frac{1052.61264}{0.025}\text{J mol}^{-1} = 42.104\text{ kJ mol}^{-1}$

45. পাতলা সালফিউরিক এসিডে অশুদ্ধ 0.14 g লোহা গলানো হল। উক্ত দ্রবণ 20cm^3 0.02 mol/dm^3 $K_2Cr_2O_7$ এর সাথে বিক্রিয়া করে।

(a) Fe^{2+} আয়ন এবং $Cr_2O_7^{2-}$ আয়নের সমতাপূর্ণ আয়নিক সমীকরণ লিখ।

(b) অবিশুদ্ধ লোহার নমুনায় ভরের সাপেক্ষে লোহার শতকরা হার নির্ণয় কর। [লোহার পারমাণবিক ভর $Fe = 56$]

সমাধান: (a) $6Fe^{2+} + Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ \rightarrow 6Fe^{3+} + 2Cr^{3+} + 7H_2O$

(b) $Cr_2O_7^{2-} + 6Fe^{2+} + 14H^+ \rightarrow 2Cr^{3+} + 6Fe^{3+} + 7H_2O$

$\therefore 1\text{ mol } K_2Cr_2O_7 \equiv 6\text{mol } Fe^{2+}$

$\therefore n_{K_2Cr_2O_7} = 0.02 \times 20 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-4}\text{mol}$

$\therefore\ n_{Fe^{2+}} = 6 \times 4 \times 10^{-4}\text{mol} = 2.4 \times 10^{-3}\text{mol} \therefore W_{Fe^{2+}} = 0.1344\text{g}$

$\therefore$ বিশুদ্ধতা $= \frac{0.1344}{0.14} \times 100\% = 96\%$

46. তোমার কাছে সনাক্তকারী চিহ্ন ছাড়া $Zn^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}$ এবং Al^{3+} এর চারটি ভিন্ন ভিন্ন জলীয় দ্রবণ রয়েছে। তাদেরকে সনাক্ত করার জন্য একটি মাত্র বিকারকের নাম লিখ এবং সনাক্তকারী বিকিয়াসমূহ দেখাও।

সমাধান: বিকারকটি হলো NH_4OH (অ্যামোনিয়া দ্রবণ)

$Zn^{2+}(aq) + 2NH_4OH(aq) \rightarrow \underset{\text{[সাদা]}}{Zn(OH)_2(s)} + 2NH_4^+(aq)$

$Fe^{2+}(aq) + 2NH_4OH(aq) \rightarrow \underset{\text{[সবুজ]}}{Fe(OH)_2(s)} + 2NH_4^+(aq)$

$Fe^{3+}(aq) + 3NH_4OH(aq) \rightarrow \underset{\text{[বাদামি]}}{Fe(OH)_3(s)} + 3NH_4^+(aq)$

$Al^{3+}(aq) + 3NH_4OH(aq) \rightarrow \underset{\text{[সাদা জেলির মতো ভাসমান]}}{Al(OH)_3(s)} + 3NH_4^+(aq)$

47. 1 L আয়তনের একটি পাত্রে যখন 0.1mol PCl_5 কে উত্তপ্ত করা হয়, সাম্যমিশ্রণের মোট চাপ হয় $4.38 \times 10^5\text{Nm}^{-2}$ তাপমাত্রা $T = 450\text{K}$ এ সাম্যধ্রুবক, K_p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

$PCl_5 \rightleftharpoons PCl_3 + Cl_2$

(0.1) 0 0

$(0.1 - \alpha)$ α α

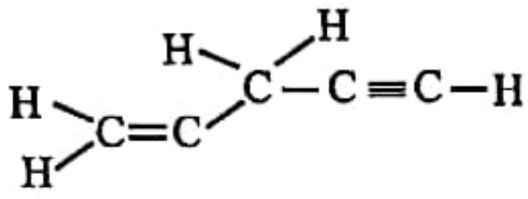
$\therefore\ n = 0.1 - \alpha + \alpha + \alpha = (0.1 + \alpha)$

আমরা জানি, $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{4.38\times10^5\times1\times10^{-3}}{8.314\times450} = 0.11707\text{ mol}$

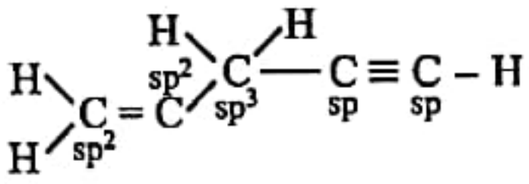
শর্তমতে, $0.1 + \alpha = 0.11707 \Rightarrow \alpha = 0.01707$

$\therefore\ K_P = \frac{P_{PCl_3}.P_{Cl_2}}{P_{PCl_5}} = \frac{\left(\frac{\alpha}{0.1+\alpha}\right)\left(\frac{\alpha}{0.1+\alpha}\right)\times P_{total}^2}{\left(\frac{0.1-\alpha}{0.1+\alpha}\right)\times P_{total}} = \frac{\left(\frac{\alpha^2}{0.1+\alpha}\right)\times P_{total}}{(0.1-\alpha)} = 13145.70\text{Nm}^{-2} = 0.129738\text{ atm}$

48. নিচের জৈব অণুর সংকরণসমূহ সনাক্ত কর এবং সেই সাথে মোট σ বন্ধন ও π বন্ধন এর সংখ্যা নির্ণয় কর।



সমাধান:



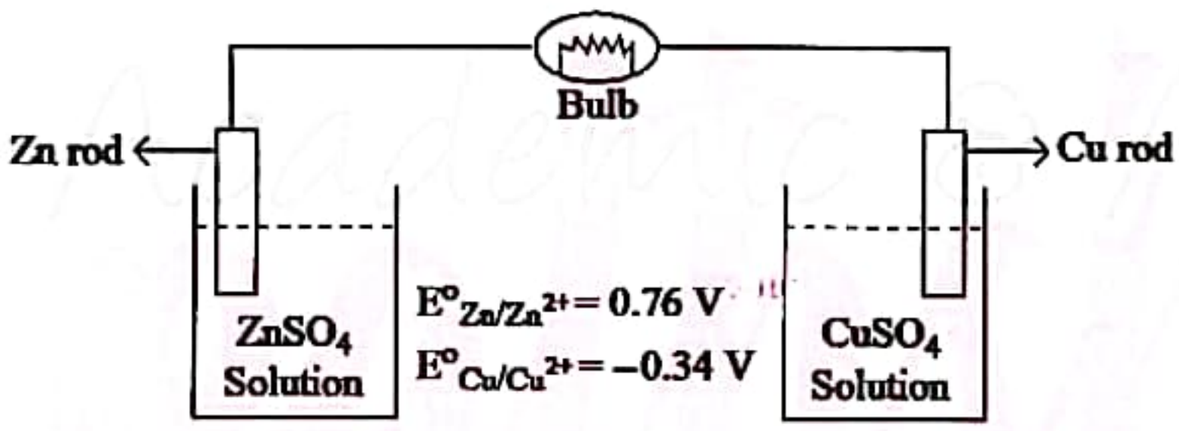
মোট σ-বন্ধন → 9 টি ; মোট π-বন্ধন → 3 টি

49. নীচের ছকে বর্ণিত খাদ্য/কৃষি পণ্যসমূহ সংরক্ষণের জন্য প্রদেয় তালিকা থেকে উপযুক্ত প্রিজারভেটিভ নির্বাচন কর। প্রদেয় প্রিজারভেটিভের তালিকা: লবণ (NaCl), ভিনেগার, চিনি, CO_2 এবং γ- রশ্মি

(i) Hilsha Fish (ইলিশ মাছ)	
(ii) Pickle (আচার)	
(iii) Jelly (জেলী)	
(iv) Soft drink (কোমল পানীয়)	
(v) Crop seed (শস্য বীজ)	

সমাধান: (i) লবণ (NaCl) (ii) ভিনেগার (iii) চিনি (iv) CO_2 (v) γ-রশ্মি

50. নিচের কোষটি ব্যবহারের পূর্বে এর মধ্যে 250 mL এর 0.35M $CuSO_4$ দ্রবণ ছিল। বাল্বের রোধ 50Ω হলে 20 ঘন্টা ব্যবহারের পর $CuSO_4$ দ্রবণের ঘনমাত্রা কত হবে?



সমাধান: $V = E^o = E^o_{Zn/Zn^{2+}} + E^o_{Cu^{2+}/Cu} = 0.76 + 0.34 = 1.1V$

$V = IR \Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{1.1}{50} A$

$n = \frac{It}{eF} = \frac{1.1\times20\times3600}{50\times2\times96500} mole = 8.207253886 \times 10^{-3} mole$

$CuSO_4$ দ্রবণের ঘনমাত্রা কমবে।

∴ পরিবর্তিত ঘনমাত্রা $= \frac{0.35\times0.25-n}{0.25} M = 0.31717\ M$

51. একটি কেমিক্যাল ইন্ডাস্ট্রিতে অবস্থিত ফ্লু গ্যাস ডিসালফিউরাইজেশন (FGD) প্ল্যান্টে SO_2 অপসারণের জন্য সংগঠিত বিক্রিয়াসমূহ উল্লেখ কর।

সমাধান: $CaCO_3(s) + SO_2(g) \xrightarrow{\Delta} CaSO_3(s) + CO_2(g)$

$CaO + SO_2 \rightarrow CaSO_3$

$2CaSO_3(s) + O_2(g) + 4H_2O(l) \rightarrow 2[CaSO_4.2H_2O](s)$ [gypsum]

$CaO + CO_2 \rightarrow CaCO_3$

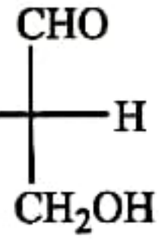
$CaO + 2NO_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow Ca(NO_3)_2$

52. (a) N_2, O_2, H_2 পরমাণুগুলো IR রেডিয়েশন শোষণ করে না কেন?

(b) নীচের ফ্লুইডগুলোর pH মানের সীমা লিখ:

(i) মুখের লালা (ii) পাকস্থলীর রস

(c) পাশের যৌগের ইনানসিওমার লিখ:



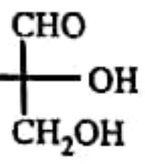
(d) গ্লুকোজ অণুতে কয়টি কাইরাল কার্বন আছে?

(e) নিচের যৌগগুলো থেকে প্রাইমারী বায়ু দূষক সনাক্ত কর: $NO_2, CO, SO_2, H_2S, O_3$

সমাধান: (a) কারণ, তাদের অযুগল e^- নেই।

(b) (i) $6.35 - 6.68$ (ii) $1.4 - 2.0$

(c)



(d) 4টি

(e) প্রাইমারি: CO, SO_2, H_2S

53. অ্যালভেওলি নামক ছোট থলে থেকে অক্সিজেন রক্তে ব্যাপিত হয়। অ্যালভেওলির গড় ব্যাসার্ধ 5.0×10^{-3} cm এবং এর ভিতরের বাতাসে অক্সিজেনের পরিমাণ 14 mol%. যদি অ্যালভেওলির ভেতরের চাপ 1 atm ও শরীরের তাপমাত্রা 98.6°F হয়, তবে একটি অ্যালভেওলির ভেতর অক্সিজেন অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর।

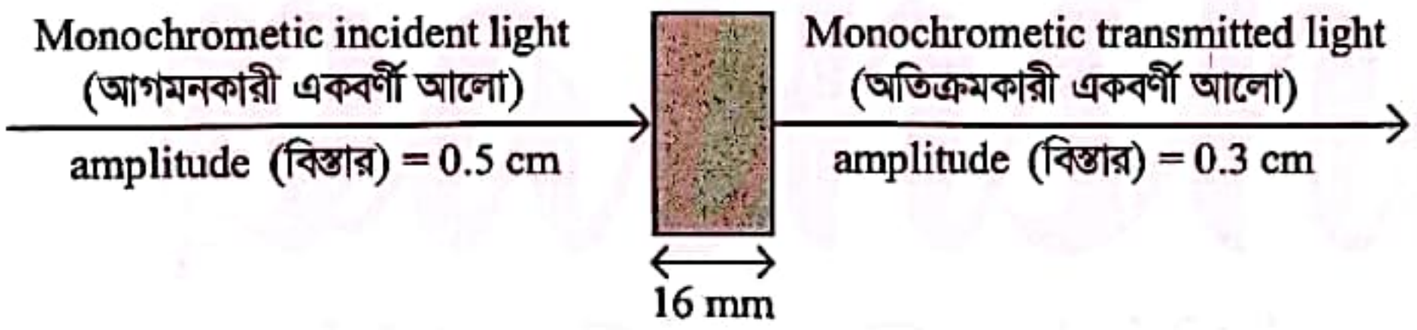
সমাধান: $PV = nRT \Rightarrow 101325 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (5 \times 10^{-5})^3 = n \times 8.314 \times 310$

$\left[\because T = \frac{98.6-32}{9} \times 5 + 273 = 310\right]$

$\therefore \quad n = 2.058465159 \times 10^{-11}$ mole

$\therefore$ অক্সিজেন অণু সংখ্যা $= \frac{14}{100} \times n \times N_A = 1.735738992 \times 10^{12}$ টি

54. নীচের চিত্রটি একটি নমুনার দ্রবণের spectroscopic বিশ্লেষণ। নমুনাটির মোল প্রতি শোষণ ক্ষমতা $2L\ g^{-1}cm^{-1}$ হলে, এর ঘনমাত্রা কত?



সমাধান: $A = \log\frac{1}{T} = \varepsilon cl\ ;\ T = \frac{I}{I_o} = \frac{a^2}{a_o^2} = \left(\frac{0.3}{0.5}\right)^2 = 0.36$

$\log\left(\frac{1}{0.36}\right) = 16 \times 10^{-1} \times 2 \times c \Rightarrow c = 0.1386554685\ gL^{-1}$

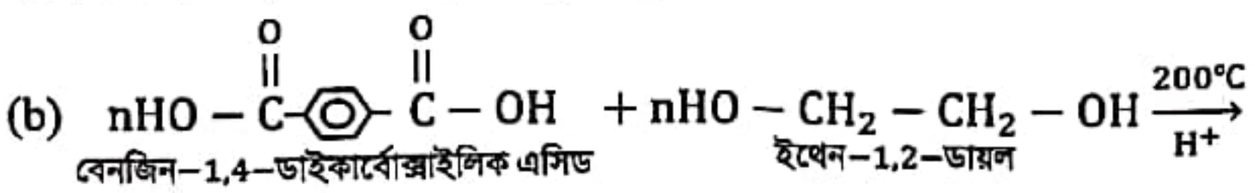
55. (a) নাইলন 66 তৈরীর জন্য দুটি মনোমারের নাম ও গাঠনিক সংকেত লিখ।

(b) টেরিলিন একটি পলিমার যা ইথেন-1, 2-ডায়ল ও বেনজিন-1, 4-ডাইকার্বোক্সাইলিক এসিড দ্বারা তৈরী হয়। বিক্রিয়াটি লিখ।

সমাধান: (a) অ্যাডিপিক এসিড $HOOC - (CH_2)_4 - COOH$

হেক্সামিথিলিন ডাইঅ্যামিন $H_2N - (CH_2)_6 - NH_2$

(b)



56. বিউটানল-2 এর দুটি বিক্রিয়া নিম্নরূপ: $X \xleftarrow[\text{acid}]{\text{Oxidizing agent}} CH_3CH_2CH(OH)CH_3 \xrightarrow{\text{Conc.}H_3PO_4} Y$

(a) X জৈব যৌগের নাম ও গাঠনিক সংকেত লিখ।

(b) X যৌগ তৈরীর সঠিক জারক ও এসিডের নাম লিখ।

(c) Y দুটি আইসোমারের মিশ্রণ। এদের গাঠনিক সংকেত লিখ।

সমাধান: (a) $CH_3\overset{\underset{\text{বিউট-2-ওন}}{\overset{O}{\|}}}{C}H_2 - C - CH_3$

(b) জারক- $K_2Cr_2O_7$, এসিড- H_2SO_4

(c) $CH_3CH = CH - CH_3$ ও $CH_3 - CH_2 - CH = CH_2$

57. (a) নীচের যৌগসমূহের গাঠনিক সংকেত লিখ এবং আলোক সমাণু যৌগ/যৌগসমূহ সনাক্ত কর।

টারটারিক এসিড, ল্যাকটিক এসিড

(b) নীচের যৌগ/আয়নগুলো থেকে ইলেক্ট্রোফাইল ও নিউক্লিওফাইল সনাক্ত কর:

$AlCl_3, H_2O,\ CH_2 = CH_2, NO_2^+, HCHO$

সমাধান: (a) টারটারিক এসিড $\overset{HO-CH-COOH}{\underset{HO-CH-COOH}{|}}$; ল্যাকটিক এসিড $H_3C - \overset{H}{\underset{OH}{\overset{|}{C}}} - COOH$; উভয়েই আলোক সক্রিয়।

(b) ইলেক্ট্রোফাইল: $AlCl_3, NO_2^+,\ HCHO$

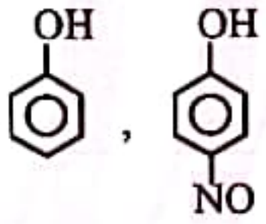
নিউক্লিওফাইল: $H_2O,\ H_2C = CH_2$

58. শূন্যস্থান পূরণ কর:

(a) $\square + O_2 \xrightarrow[KOH]{KMnO_4} \overset{COOH}{\underset{COOH}{|}}$

(b) $\square + \square \rightarrow HO-\langle\bigcirc\rangle-N-\langle\bigcirc\rangle=O$

(c) $CH_3 - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - \overset{H}{\overset{|}{N}} - CH_3 + H_2O \xrightarrow{H^+} \square + \square$

সমাধান: (a) $HC \equiv CH$ (b)  (c) $CH_3COOH,\ CH_3NH_2$

59. (a) গরুর দুধে খাদ্য ক্যালরি (kcal/100g) কত থাকে?

(b) গরুর দুধের মিষ্টতা কোন উপাদান এর উপর নির্ভর করে?

(c) গরুর দুধের প্রধান উপাদান কি?

(d) পর্যায় সারণিতে d-ব্লক মৌলসমূহের সংখ্যা কতটি?

(e) রাসায়নিক পদার্থসমূহকে শুষ্ক অবস্থায় রাখার জন্য কোন যন্ত্র ব্যবহৃত হয়?

সমাধান: (a) 69 (b) ল্যাকটোজ (c) পানি (d) 41 টি (e) ডেসিকেটর

60. (a) বেবি পাউডারে বোরিক এসিডের কাজ কি?

(b) খাদ্যগ্রহণের পর শরীরে BMR বেড়ে যায়। BMR কি?

(c) সানস্ক্রিন লোশন তৈরীতে কোন ন্যানোপার্টিকেল ব্যবহার করা হয়?

(d) চামড়া পিকলিং এ কোন এসিড ব্যবহার করা হয়?

(e) মেহেদি পাতার নির্যাসের প্রধান উপাদানটির নাম লিখ।

সমাধান: (a) অ্যান্টিসেপটিক (b) Basal Metabolic Rate (c) ZnO (d) H_2SO_4 (e) Lawsone: