



BUTEX Admission Test 2018-2019

পদার্থবিজ্ঞান : ১০×৬ = ৬০

01. (a) একটি বৈদ্যুতিক বাস্তুর গায়ে 100 W এবং 220V লেখা আছে। বাস্তুটি 220V লাইনে সংযুক্ত আছে এবং প্রতিদিন 10 ঘন্টা জ্বলে।
1kWh বৈদ্যুতিক শক্তির মূল্য 2.40 টাকা হলে অক্টোবর মাসে বিল কত আসবে?

(b) 100 m/s বেগে গতিশীল একটি বুলেট গাছের ভিতর 0.1m ঢুকে থেমে যায়। কতটুকু ঢুকানোর পর এর বেগ হ্রাস পেয়ে অর্ধেক হবে?

সমাধান: (a) কাজ $W = Pt = 100 \times 10^{-3} \times 10 = 1 \text{ kWh}$

দৈনিক বিল 2.40 টাকা, অক্টোবর মাসে বিল $31 \times 2.4 = 74.4$ টাকা (Ans.)

(b) x m ঢুকানোর পর বেগ অর্ধেক হলে, $Fx = \frac{1}{2} m (u^2 - \frac{u^2}{4}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} mu^2 \dots \dots \dots (i)$

আবার, $F \times 0.1 = \frac{1}{2} mu^2 \dots \dots \dots (ii)$

(i) & (ii) হতে পাই, $Fx = F \times 0.1 \times \frac{3}{4} \Rightarrow x = 0.075 \text{m}$ [Ans.]

02. (a) একটি হিলিয়াম (${}^4_2\text{He}$) নিউক্লিয়াসের কণা প্রতি বন্ধনশক্তি নির্ণয় কর। [একটি প্রোটনের ভর = 1.00728 amu, একটি নিউট্রনের ভর = 1.00876 amu, হিলিয়াম নিউক্লিয়াসের প্রকৃত ভর = 4.00276 amu এবং 1 amu = 931 MeV]

(b) সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কাল 12 sec হলে সাম্যবস্থান হতে উহার বিস্তারের অর্ধেক সরণে কত সময় লাগবে?

সমাধান: (a) $\Delta m = 2 \times 1.00876 + 2 \times 1.00728 - 4.00276 = 0.02932 \text{ amu}$

\therefore বন্ধনশক্তি = $\Delta m \times 931 \text{ MeV} = 27.297 \text{ MeV} \therefore$ কণা প্রতি বন্ধনশক্তি = $\frac{27.297}{4} = 6.824 \text{ MeV/nucleon}$

(b) $x = a \sin(2\pi ft) \Rightarrow \frac{a}{2} = a \sin(2\pi ft) \Rightarrow 2\pi ft = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{12f} = \frac{T}{12} = \frac{12}{12} = 1 \text{ s}$

03. (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 9x^2 = 0$ সমীকরণ থেকে কৌণিক কম্পাঙ্কের মান নির্ণয় কর।

(b) Dielectric পদার্থ কিভাবে ধারকের ধারকত্ব বৃদ্ধি করে?

সমাধান: (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = 0 \Rightarrow a = -3^2x$

$a = -\omega^2x$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $\omega = 3 \text{ rads}^{-1}$ [Ans.]

$$\left| \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = v, \frac{d^2x}{dt^2} = a \end{array} \right.$$

(b) আমরা জানি, ধারকত্ব $C = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_0 A k}{d} \therefore C \propto k$

ডায়াইলেকট্রিক পদার্থের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক k এর মান বেশী তাই ধারকের ধারকত্ব বৃদ্ধি পায়।

04. (a) একটি কার্নো ইঞ্জিন যখন 27°C তাপমাত্রায় তাপ গ্রাহকে থাকে তখন এর কর্ম দক্ষতা 50%। একে 60% দক্ষ করতে হলে এর উৎসের তাপমাত্রা কত বাড়াতে হবে?

(b) $\vec{A} \cdot \vec{A}$ এবং $\vec{A} \times \vec{A}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: (a) ধরি, উৎসের তাপমাত্রা T

গ্রাহকের তাপমাত্রা $T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$

$\eta = 1 - \frac{T_1}{T} \Rightarrow 0.5 = 1 - \frac{300}{T} \Rightarrow T = 600 \text{ K}$

$\eta = 60\%$ হলে, $0.6 = 1 - \frac{T_1}{T} = 1 - \frac{300}{T} \Rightarrow T = 750 \text{ K}$

তাপমাত্রা বাড়াতে হবে $(750 - 600) \text{ K} = 150 \text{ K}$

(b) $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}| |\vec{A}| \cos 0^\circ = |\vec{A}|^2$

$\vec{A} \times \vec{A} = |\vec{A}| |\vec{A}| \sin 0^\circ \hat{n} = \underline{0}$ (0 হল শূন্য ভেক্টর)



05. (a) $10 \times 10^{-4} T$ মানের একটি সুক্ষম চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি ইলেকট্রন 1cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে সর্বোচ্চ কত ভরবেগে ঘুরবে?
 (b) 120V এর একটি ব্যাটারির সাথে 5Ω রোধের একটি তার কুণ্ডলী যুক্ত আছে। বর্তনীর স্থির প্রবাহমাত্রা 20A থেকে শূন্যে নামতে 0.04 sec সময় লাগলে স্বকীয় আবেশের ফলে উৎপন্ন সর্বোচ্চ প্রবাহ কত?

সমাধান: (a) আমরা জানি, $Bvq = \frac{mv^2}{R}$

$\Rightarrow mv = BRq = 10 \times 10^{-4} \times 1 \times 10^{-2} \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.6 \times 10^{-24} \text{kg ms}^{-1}$ (Ans.)

(b) $I = \frac{E}{R} = \frac{120}{5} = 24A$ (Ans.)

06. (a) 10,000 kg জ্বালানীসহ একটি রকেটের ভর 15,000kg। রকেটের জ্বালানী 200kg/s হারে পুড়ে এবং গ্যাস 2000 m/s বেগে নির্গত হয়। রকেটের উপরের দিকে ধাক্কা কত?
 (b) $y = 8 \cos(5x - 30t)m$ অগ্রগামী তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য গণনা কর।

সমাধান: (a) $F = V_r \frac{dm}{dt} - Mg; \Rightarrow F = 2000 \times 200 - (15,000) \times 9.8 \Rightarrow F = 25.3 \times 10^4 N$

(b) $y = 8 \cos(5x - 30t) \dots \dots (i); y = a \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - 2\pi ft\right) \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) তুলনা করে পাই, $5x = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5} = 1.26m$

07. (a) $27^\circ C$ তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাস হঠাৎ প্রসারিত হয়ে আয়তন দ্বিগুণ হয়। চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত? [$\gamma = 1.4$]
 (b) 3kg ভরের একটি কণার গতিবেগ $\vec{u} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ । কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$ হলে মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: (a) $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \times T_1$

$\Rightarrow T_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1.4-1} \times (27 + 273) \Rightarrow T_2 = 227.36K$ [Ans.]

(b) আমরা জানি, $L = \vec{r} \times \vec{P} = (\vec{r} \times \vec{u})m \Rightarrow L = 3 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 3(-\hat{i} + \hat{j}) = -3\hat{i} + 3\hat{j}$ [Ans.]

08. 1m লম্বা এবং 1mm ব্যাসের একটি তারকে একটি হুকে বেঁধে অপর প্রান্তে বল প্রয়োগ করায় এটি 0.025cm পরিমাণ লম্বা হলো। তারটির ইয়ং এর গুণক $2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$ হলে কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়েছিল?

সমাধান: আমরা জানি, $W = \frac{Y A l^2}{2L} \Rightarrow W = \frac{2 \times 10^{11} \times \frac{1}{4} \times \pi \times (1 \times 10^{-3})^2 \times (0.025 \times 10^{-2})^2}{2 \times 1} \Rightarrow W = 4.91 \times 10^{-3} J$

09. 1.5 প্রতিসরাঙ্কের একটা উত্তল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 0.2m এবং 0.3m এবং বায়ু সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক $\frac{3}{2}$ এবং পানির প্রতিসরাঙ্ক $\frac{4}{3}$, বায়ু মাধ্যমে লেন্সের ফোকাস দূরত্ব এবং পানিতে ফোকাস দূরত্ব কত?

সমাধান: $\frac{1}{f} = (\mu - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

বায়ুতে, $f = \left\{ (1.5 - 1) \left(\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.3}\right) \right\}^{-1} = 0.24m$ (Ans.)

পানিতে, $f = \left\{ \left(\frac{1.5}{\frac{4}{3}} - 1\right) \left(\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.3}\right) \right\}^{-1} = 0.96m$ (Ans.)

10. একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000kg পানি 10m গড় উচ্চতায় উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হয় তাহলে এর অক্ষক্ষমতা নির্ণয় কর।

সমাধান: লব্ধ কার্যকর ক্ষমতা, $P_{out} = \frac{mgh}{t} = \frac{1000 \times 9.8 \times 10}{60} = 1633.33W$

প্রদত্ত ক্ষমতা $P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} \Rightarrow P_{in} = \frac{1633.33}{(1-0.4)} = 2722.22W = 3.65 \text{HP}$ (Ans.)

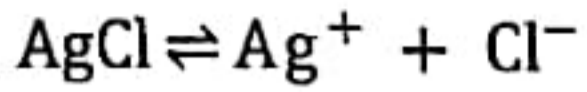


রসায়ন : ১০×৬ = ৬০

11. (a) AgCl এর দ্রাব্যতা গুণফল, $K_{sp} = 1.0 \times 10^{-10}$ হলে উহার দ্রাব্যতা 0.1M NaCl দ্রবণে কত হবে?

(b) COD এর মান BOD এর মানের চেয়ে বড় হয় কেন?

সমাধান: (a)



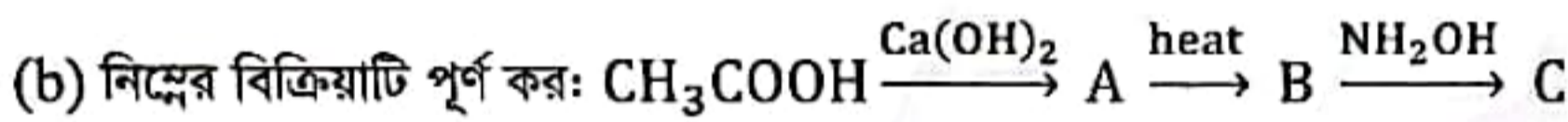
s s s+0.1

$$K_{sp} = [\text{Ag}^+][\text{Cl}^-] \Rightarrow 1 \times 10^{-10} = s \times (s + 0.1)$$

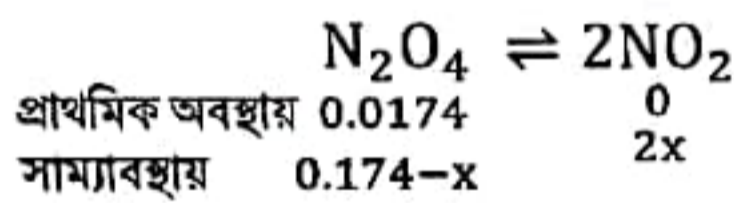
$$\Rightarrow s^2 + 0.1s - 1 \times 10^{-10} = 0 \Rightarrow s = 1 \times 10^{-9} \text{M (Ans.)}$$

(b) কোন পানির নমুনায় BOD অপেক্ষা COD এর মান বেশি। কারণ BOD শুধু পানিতে অবস্থিত জৈব অপদ্রব্য জারণের জন্য ব্যবহৃত অক্সিজেনের পরিমাণ এবং COD এর মান কোন পানির নমুনায় উপস্থিত জৈব অজৈব উভয় ধরনের মোট পদার্থ জারণের প্রয়োজনীয় O_2 এর পরিমাণ প্রকাশ করে।

12. (a) 1.6g N_2O_4 27°C তাপমাত্রায় আংশিক বিয়োজিত অবস্থায় 760mm চাপে 500mL আয়তন দখল করে। N_2O_4 এর বিয়োজন শ্রবক নির্ণয় কর।



সমাধান: (a)

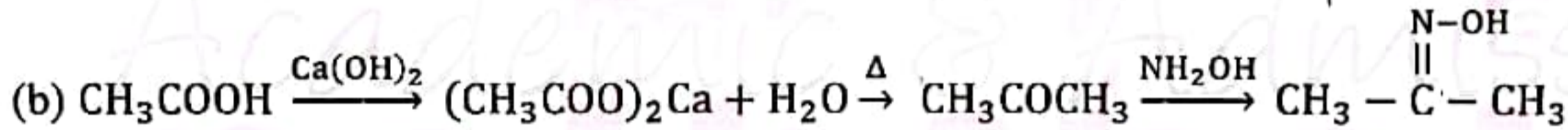


$$\therefore 0.0174 - x + 2x = 0.0203 \Rightarrow x = 0.0203 - 0.0174 = 2.9 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \text{বিয়োজন শ্রবক} = \frac{x}{0.0174} = \frac{2.9 \times 10^{-3} \times 100\%}{0.0174} = 16.67\% \text{ (Ans.)}$$

$$n_1 = \frac{1.6}{92} = 0.0174 \text{ mol}$$

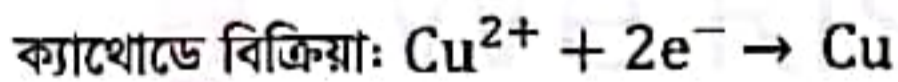
$$n_2 = \frac{PV}{RT} = \frac{1 \times 0.5}{0.0821 \times 300} = 0.0203$$



13. (a) 200mL 0.5M Cu^{2+} ক্যাথোড দ্রবণে 2amp তড়িৎ 30 min. চালনা করলে দ্রবণের ঘনমাত্রা কত হবে? [Cu = 63.5]

(b) বায়ুতে আয়তন হিসেবে 21% অক্সিজেন বিদ্যমান। 5% অদাহ্য পদার্থ আছে এমন 1 kg কয়লার দহন ঘটাতে প্রমাণ অবস্থায় কত আয়তন বায়ু প্রয়োজন?

সমাধান: (a) $Q = neF$; $n = \frac{Q}{eF} = \frac{2 \times 30 \times 60}{2 \times 96500} = 0.019 \text{ mole}$

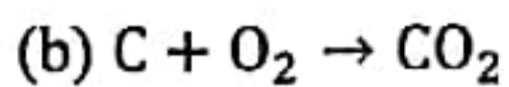


ঘনমাত্রা কমবে,

দ্রবণে মোল সংখ্যা $200 \times 10^{-3} \times 0.5 = 0.1 \text{ mole}$

পরিবর্তিত মোল সংখ্যা $(0.1 - 0.019) = 0.081$

$$\therefore \text{পরিবর্তিত ঘনমাত্রা} = \frac{0.081}{200 \times 10^{-3}} = 0.405 \text{M [Ans.]}$$



1kg কয়লায় C আছে $1000 \times .95 = 950 \text{gm} = 79.17 \text{ mole}$

1 mole C জ্বালাতে প্রয়োজন 22.4L O_2

$$\therefore 79.17 \text{ mole C জ্বালাতে প্রয়োজন } 22.4 \times 79.17 \text{L } \text{O}_2 = 1773.33 \text{L } \text{O}_2$$

$$\therefore \text{বায়ু প্রয়োজন } \frac{1773.33 \text{L}}{0.21} = 8444.44 \text{L}$$

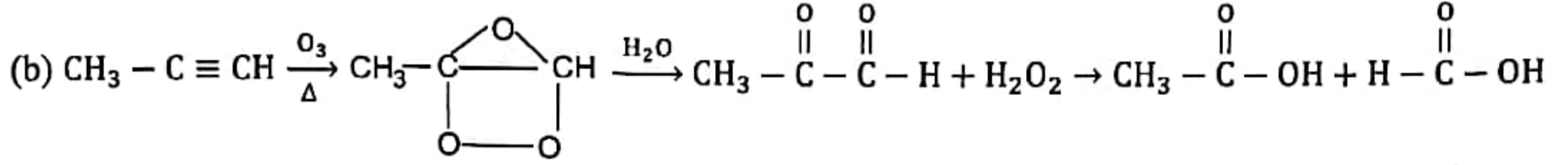


14. (a) H_2O এর সাথে CCl_4 ও $SiCl_4$ এর বিক্রিয়া লিখ।

(b) নিম্নের বিক্রিয়াটি পূর্ণ কর: $CH_3 - C \equiv CH + O_3 \xrightarrow[\Delta]{H_2O} \dots$

সমাধান: (a) $CCl_4 + 3H_2O \rightarrow H_2CO_3 + 4HCl$

$SiCl_4 + H_2O \rightarrow Si(OH)_4 + 4HCl$ (এখানে, $Si(OH)_4$ প্রকৃতপক্ষে হল H_4SiO_4 অর্থাৎ সিলিসিক এসিড)

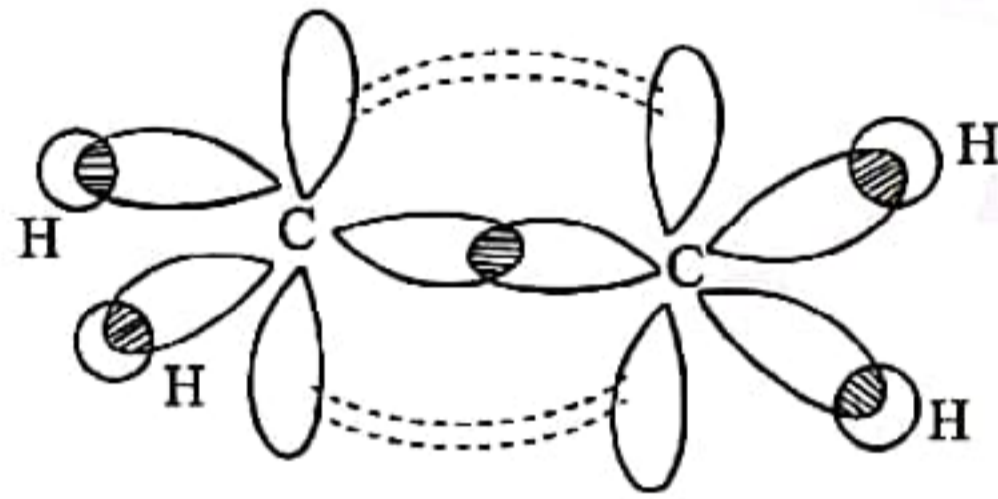
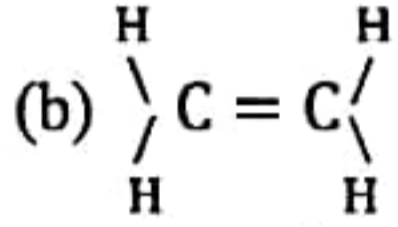


15. (a) NH_3 এর কনজুগেট অম্ল K_a এর মান 5.8×10^{-10} হলে NH_3 এর K_b এর মান কত?

(b) C_2H_4 যৌগে π - বন্ধন গঠনে কোন কোন অরবিটাল অধিক্রমণে দায়ী?

সমাধান:

(a) $K_a \times K_b = K_w \therefore K_b = \frac{K_w}{K_a} = \frac{10^{-14}}{5.8 \times 10^{-10}} = 1.72 \times 10^{-5}$



C পরমাণুর P_z অরবিটাল গুলো π বন্ধন গঠনে দায়ী।

16. উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর এবং 'a' ও 'b' নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

Group \ Period	16	17
2	W	Y
3	X	Z

(a) Z এর ইলেক্ট্রন আসক্তি Y অপেক্ষা অধিক কেন?

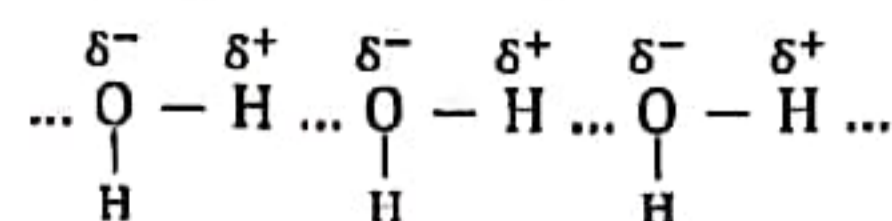
(b) স্বাভাবিক তাপমাত্রায় H_2W তরল কিন্তু H_2X গ্যাসীয় কেন?

সমাধান: (a) Z হল Cl ও Y হল F। F এর আকার ছোট, তাই চার্জ ঘনত্ব বেশি। তাই নতুন e^- কে বহিঃস্থরে আনতে তীব্র বিকর্ষণ বলের বিপরীতে কাজ করতে হয়। তাই F এর e^- আসক্তি Cl অপেক্ষা কম।

(b) W হল O; X হল S

H বন্ধনের কারণেই H_2O তরল কিন্তু H_2S গ্যাস।

O এর তড়িৎ ঋণাত্মকতা S অপেক্ষা বেশী। তাই H_2O এ O ও H এর তড়িৎ ঋণাত্মকতার পার্থক্য 1.5 হওয়ায় H - O বন্ধনের e^- সমূহকে O নিজের দিকে আকর্ষণ করে। ফলে H_2O অণুতে O প্রান্তে δ^- চার্জের সৃষ্টি হয় অপর দিকে H প্রান্তে δ^+ চার্জের সৃষ্টি হয়। H_2S এ তা হয় না। কারণ S ও H এর তড়িৎ ঋণাত্মকতার পার্থক্য মাত্র 0.4। এখন H_2O অণুসমূহ চিত্রের ন্যায় কাঠামো গঠন করে তরল অবস্থায় থাকে। পক্ষান্তরে H_2S হয় বাষ্প।



চিত্র: তরল পানি।



17. (a) 10mL. 0.2M HCl দ্রবণ 30mL. 0.4M NaOH 10mL. 0.4M NaOH

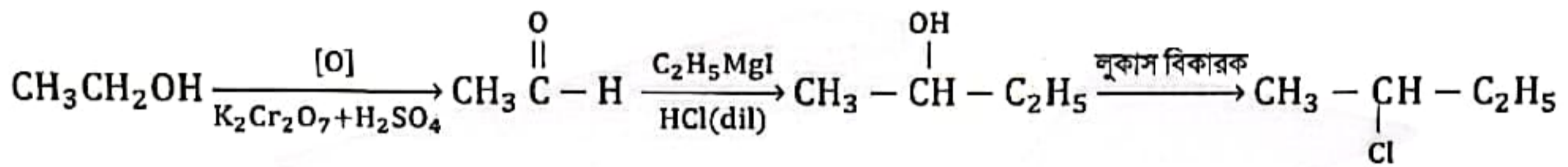
দ্রবণ তিনটিকে একত্রে মিশ্রিত করলে মিশ্রণের pH এর মান নির্ণয় কর।



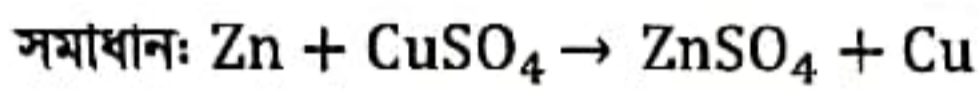
সমাধান: (a) $N = \frac{N_1V_1 + N_2V_2 + N_3V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{0.2 \times 10 - 0.4 \times 30 - 0.4 \times 10}{10 + 30 + 10}$ [এসিডের নরমালিটি ধনাত্মক ধরে] = -0.28 N

নরমালিটি ঋণাত্মক অর্থাৎ দ্রবণ ক্ষারীয়। $\therefore [\text{OH}^-] = 0.28\text{N} \therefore \text{pH} = 14 + \log(0.28) = 13.44$

(b) D হল 2° অ্যালকোহল



18. দস্তা নির্মিত পাত্রে কপার সালফেট দ্রবণ রাখা যাবে কি না ব্যাখ্যা কর। [$E_{\text{Zn}/\text{Zn}^{2+}} = 0.76\text{V}$, $E_{\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}} = 0.34\text{V}$]



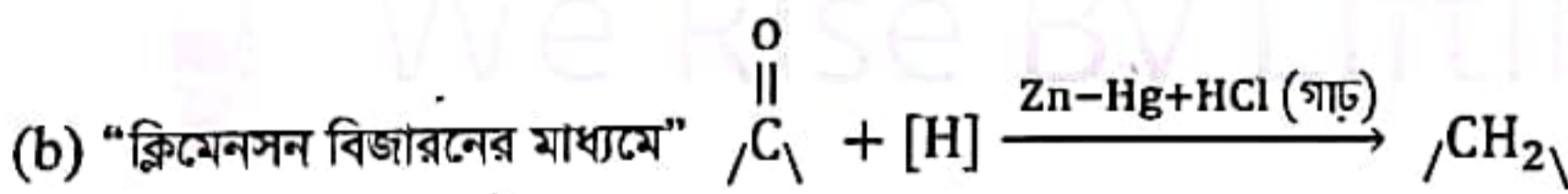
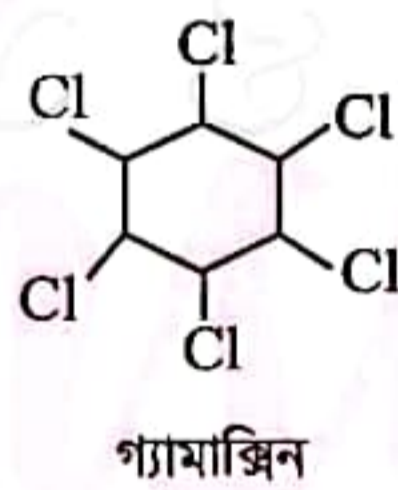
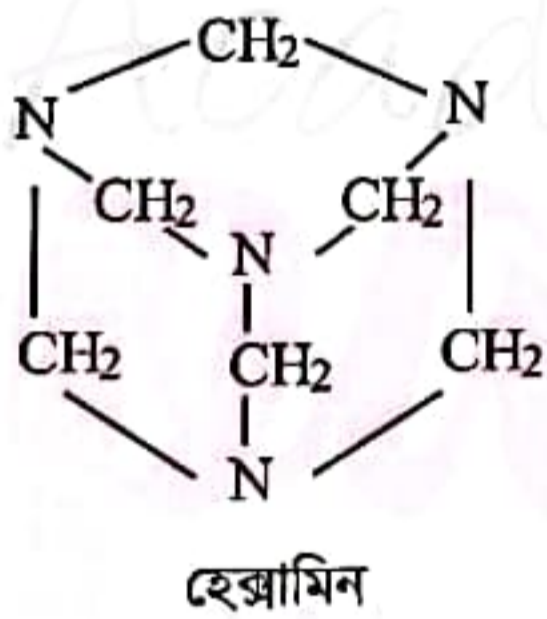
$E^\circ_{\text{cell}} = E^\circ_{\text{Zn}/\text{Zn}^{2+}} + E^\circ_{\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}} = 0.76 + 0.34 = 1.1\text{V} > 0$

\therefore বিক্রিয়া স্বতঃস্ফূর্ত, অর্থাৎ দ্রবণটি রাখা যাবে না।

19. (a) হেঞ্জামিন, গ্যামাক্সিন ও অ্যাসপিরিনের সংকেত লিখ।

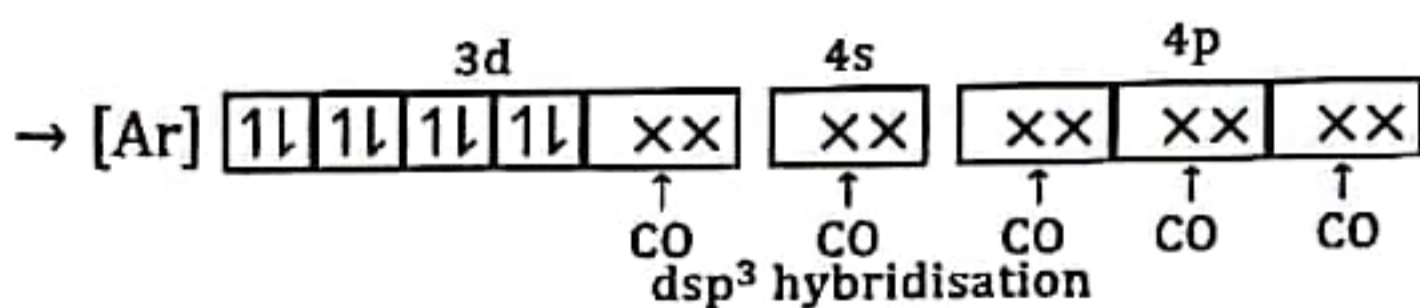
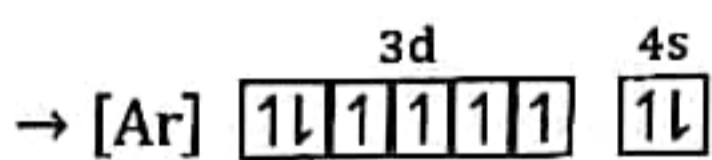
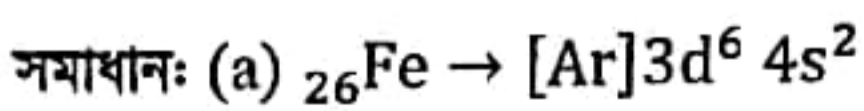
(b) কার্বনিল মূলককে মিথিলিন মূলকে রূপান্তর করা যায় কিভাবে? সমীকরণসহ লিখ।

সমাধান: (a)

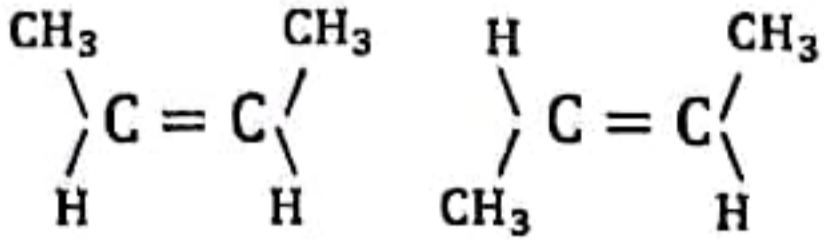
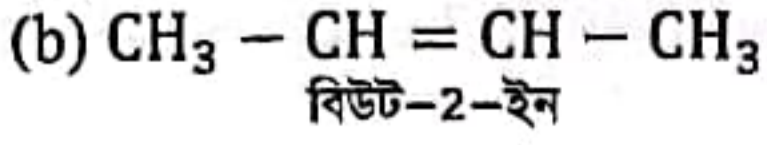


20. (a) $\text{Fe}(\text{CO})_5$ এর সংকরায়ন ও আকৃতি আলোচনা কর।

(b) বিউট -2 ইন ও 2 হাইড্রোক্সি প্রপানয়িক এসিড উভয়েরই স্টেরিও সমানুতা সম্ভব -ব্যাখ্যা কর।

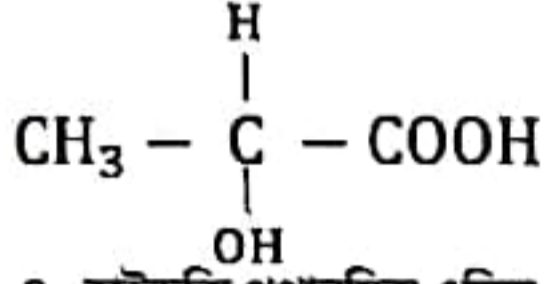


আকৃতি: ত্রিকোণাকার দ্বিপিরামিডীয়

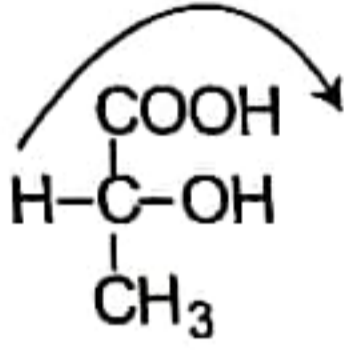


Cis সমানু

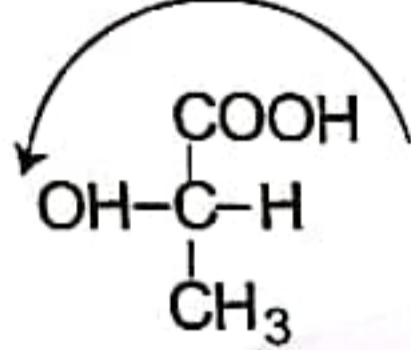
ট্রান্স সমানু



2-হাইড্রক্সি প্রপানয়িক এসিড



d ল্যাকটিক এসিড



l ল্যাকটিক এসিড

যেহেতু cis-trans সমাপুতা ও আলোক সমাপুতা উভয়েই স্টেরিও সমাপুতার অন্তর্ভুক্ত, তাই উভয়েই স্টেরিও সমাপুতা বিদ্যমান।

গণিত : $50 \times 6 = 60$

21. (a) $y = 4x + 2$ সরলরেখা $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে স্পর্শবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর।

(b) $\left(\frac{x^4}{y^3} + \frac{y^2}{2x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে y মুক্ত পদ কত?

সমাধান: (a) $y = 4x + 2 \Rightarrow 3y - 12x - 6 = 0 \Rightarrow 3y - y^2 - 6 = 0$ [$y^2 = 12x$] $\Rightarrow y^2 - 3y + 6 = 0$

যেহেতু নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 9 - 24 = -15 < 0$

সরল রেখাটি পরাবৃত্তটিকে স্পর্শ করে না।

(b) $\left(\frac{y^2}{2x} + \frac{x^4}{y^3}\right)^{10}$; $t_{r+1} = {}^{10}C_r \left(\frac{y^2}{2x}\right)^{10-r} \left(\frac{x^4}{y^3}\right)^r = {}^{10}C_r y^{20-2r-3r} x^{4r-10+r} \left(\frac{1}{2}\right)^{10-r}$

y মুক্ত পদ হলে, $20 - 2r - 3r = 0 \Rightarrow r = 4$

$\therefore t_5 = {}^{10}C_4 x^{16-10+4} \frac{1}{2^6} = \frac{105}{32} x^{10}$ [Ans.]

22. (a) $\sqrt[4]{-169}$ এর মান নির্ণয় কর।

(b) একটি ব্যাগে 4টি সাদা ও 5টি কালো বল আছে। একজন লোক নিরপেক্ষভাবে 3টি বল উঠালেন। 3টি বলই কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: (a) Let, $\sqrt[4]{-169} = x \Rightarrow x^4 = -169$

$\Rightarrow x^4 = (13i)^2 \Rightarrow x^2 = \pm 13i \Rightarrow x^2 = \frac{13}{2}(\pm 2i) \Rightarrow x^2 = \frac{13}{2}(1 \pm 2i + i^2) \Rightarrow x^2 = \frac{13}{2}(1 \pm i)^2$

$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{13}{2}}(1 \pm i)$ (Ans.)

(b) $\left| \begin{array}{l} 4\text{-সাদা} \\ 5\text{-কালো} \end{array} \right|$; $P(3\text{টি বলই কালো}) = \frac{{}^5C_3}{{}^9C_3} = \frac{5}{42}$ [Ans.]



23. (a) 176.4 মিটার উঁচু একটি টাওয়ারের শীর্ষ হতে একটি বস্তু কী গতিবেগে আনুভূমিকভাবে নিক্ষেপ করলে তা টাওয়ারের পাদদেশ থেকে 96 মিটার দূরে ভূমিতে পড়বে?

(b) $\tan(\cos^{-1} x) = \sin(\tan^{-1} 2)$ সমীকরণটির সমাধান বের কর।

সমাধান: (a) পতনকাল $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 65$

$s = V_x t \Rightarrow 96 = V_x \times 6 \Rightarrow V_x = 16 \text{ms}^{-1}$ [Ans.]

(b) $\tan(\cos^{-1} x) = \sin(\tan^{-1} 2)$

$\tan(\cos^{-1} x) = \sin\left(\sin^{-1} \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \begin{array}{c} \sqrt{5} \\ \triangle \\ 1 \end{array} 2 \Rightarrow \tan(\cos^{-1} x) = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos^{-1} x = \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

$\Rightarrow \cos^{-1} x = \cos^{-1} \frac{\sqrt{5}}{3} \begin{array}{c} 3 \\ \triangle \\ \sqrt{5} \end{array} 2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ [Ans.]

24. (a) একটি বৃত্ত X অক্ষকে মূলবিন্দুতে স্পর্শ করে এবং $(1,3)$ বিন্দু দিয়ে যায়, তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) $f(x) = \sin x \tan 2x$ ফাংশনটির পর্যায় নির্ণয় কর।

সমাধান:

(a) মনে করি কেন্দ্র, $(0, k)$

যেহেতু বৃত্তটি X অক্ষকে মূলবিন্দুতে স্পর্শ করে সুতরাং কেন্দ্র Y অক্ষে অবস্থিত এবং কেন্দ্রের কোটি = বৃত্তের ব্যাসার্ধ

শর্তমতে, $k = \sqrt{(0-1)^2 + (k-3)^2}$

$\Rightarrow k^2 = 1 + k^2 - 6k + 9 \Rightarrow 6k = 10 \Rightarrow k = \frac{5}{3}$

\therefore বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2 + \left(y - \frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$ [Ans.]

(b) $f(x) = \sin x \tan 2x$

$f(x + 2\pi) = \sin(2\pi + x) \tan 2(2\pi + x) = \sin(2\pi + x) \tan(4\pi + 2x) = \sin x \tan 2x$

$\sin x \tan 2x$ এর পর্যায় 2π

25. (a) $y = 4e^x + 9e^{-x}$ এর লঘুমান বের কর।

(b) যদি $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হয়, তবে $\frac{q}{p-\alpha}$ ও $\frac{q}{p-\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি বের কর।

সমাধান: (a) $y = 4e^x + 9e^{-x}$; $y_1 = 4e^x - 9e^{-x}$; $y_2 = 4e^x + 9e^{-x}$

$y_1 = 0$ হলে, $4e^x - 9e^{-x} = 0 \Rightarrow 4e^x = 9e^{-x}$

$\Rightarrow e^{2x} = \frac{9}{4} \Rightarrow e^x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \ln \frac{3}{2} \left[e^x \neq -\frac{3}{2} \right]$

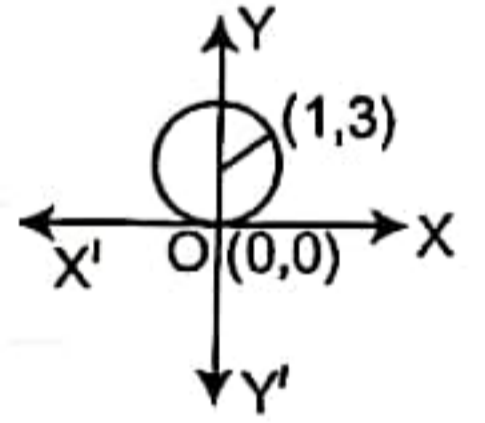
\therefore লঘুমান, $y_1 = 4e^{\ln \frac{3}{2}} + 9e^{-\ln \frac{3}{2}} = 4 \times \frac{3}{2} + 9 \times \frac{2}{3} = 6 + 6 = 12$ [Ans.]

(b) $x^2 - px + q = 0$ এর মূলদ্বয় α ও β । মান নির্ণেয় সমীকরণের মূল x ।

$\therefore x = \frac{q}{p-\alpha} \Rightarrow p - \alpha = \frac{q}{x} \Rightarrow \alpha = p - \frac{q}{x} \therefore \alpha^2 - p\alpha + q = 0$

$\Rightarrow \left(p - \frac{q}{x}\right)^2 - p\left(p - \frac{q}{x}\right) + q = 0 \Rightarrow -2pqx + q^2 + pqx + qx^2 = 0$

$\Rightarrow x^2q + pqx - 2pqx + q^2 = 0 \Rightarrow x^2q - pqx + q^2 = 0 \Rightarrow x^2 - px + q = 0$





26. মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1-\frac{x}{4}\right) - (1-x)^{\frac{1}{4}} + 1}{x^2}$

সমাধান: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1-\frac{x}{4}\right) - (1-x)^{\frac{1}{4}} + 1}{x^2} \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1-\frac{x}{4}}\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}(1-x)^{-\frac{3}{4}}(-1)}{2x} \left[\frac{0}{0}\right] [L' \text{ Hospital}]$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-1) \frac{1}{\left(1-\frac{x}{4}\right)^2} \left(-\frac{1}{4}\right) \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} \times \left(-\frac{3}{4}\right) (1-x)^{-\frac{7}{4}} (-1) (-1)}{2} [L' \text{ Hospital}]$

$= \frac{-\frac{1}{16} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times 1}{2} = \frac{1}{16} \text{ (Ans.)}$

27. (a) $\int_0^3 \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$ এর মান নির্ণয় কর।

(b) দেখাও যে, $\int_{-1}^1 x^3 \cos x dx = 0$ ।

সমাধান: (a) $\int_0^3 \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = \int_0^3 \frac{e^x(x+1-1)}{(x+1)^2} dx = \int_0^3 e^x \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}\right) dx = \left[\frac{e^x}{x+1}\right]_0^3 = \frac{e^3}{4} - 1 \text{ (Ans.)}$

(b) $\int_{-1}^1 x^3 \cos x dx$

ধরি, $f(x) = x^3 \cos x$

এখানে, $f(-x) = -x^3 \cos x = -f(x) \therefore$ ফাংশনটি অযুগ্ম তাই $\int_{-1}^1 x^3 \cos x dx = 0$

28. (a) $x + 3y - 8 = 0$ রেখা থেকে 3 একক দূরবর্তী এবং এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) 'director' শব্দটির বর্ণগুলিকে বিন্যাস কর যাতে ব্যঞ্জন বর্ণগুলি একসাথে না থাকে।

সমাধান: (a) প্রদত্ত রেখা, $x + 3y - 8 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

(ii) নং এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x + 3y + k = 0 \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 3 একক হলে, $\left|\frac{k+8}{\sqrt{1^2+3^2}}\right| = 3 \Rightarrow k+8 = \pm 3\sqrt{10} \Rightarrow k = -8 \pm 3\sqrt{10}$

\therefore সমীকরণ, $x + 3y - 8 \pm 3\sqrt{10} = 0 \text{ (Ans.)}$

(b) DIRECTOR

মোট বর্ণ 8, স্বরবর্ণ 3, ব্যঞ্জনবর্ণ 5; মোট: বিন্যাস = $\frac{8!}{2!}$

ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে আছে এরূপ বিন্যাস, $4! \times \frac{5!}{2!}$

ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে আছে এরূপ বিন্যাস, $\frac{8!}{2!} - 4! \times \frac{5!}{2!} = 18720 \text{ [Ans.]}$

29. (a) যদি $v \cos \theta = u \cos \theta$ এবং $v^2 \sin^2 \theta = u^2 \sin^2 \theta - 2gh$ হয় প্রমাণ কর যে, $v^2 = u^2 - 2gh$ ।

(b) একটি কণা u আদিবেগে, f সমত্বরণে t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়। প্রমাণ কর যে, $\frac{v-u}{v+u} = \frac{ft^2}{2s}$ ।

সমাধান: (a) দেওয়া আছে, $v \cos \theta = u \cos \theta \dots \dots \dots$ (i)

$v^2 \sin^2 \theta = u^2 \sin^2 \theta - 2gh \Rightarrow 2gh \dots \dots \dots$ (ii)

(i)² + (ii) $\Rightarrow v^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = u^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 2gh$

$\therefore v^2 = u^2 - 2gh \text{ (Proved)}$

(b) $s = ut + \frac{1}{2}ft^2 \Rightarrow 1 = \frac{ut}{s} + \frac{ft^2}{2s} \Rightarrow \frac{ft^2}{2s} = 1 - \frac{ut}{s} \dots \dots \dots$ (i)

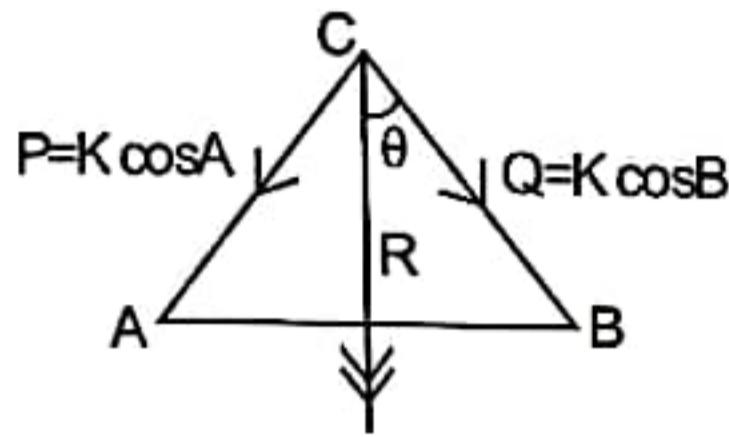
আমরা জানি, $s = \frac{u+v}{2}t \Rightarrow \frac{s}{t} = \frac{u+v}{2}$

\therefore (i) হতে পাই, $\frac{ft^2}{2s} = 1 - \frac{u}{\frac{u+v}{2}} = 1 - \frac{2u}{u+v} \Rightarrow \frac{ft^2}{2s} = \frac{u+v-2u}{u+v} = \frac{v-u}{v+u} = \frac{v-u}{v+u} \text{ (Proved)}$



30. ΔABC এর CA এবং CB বাহু বরাবর ক্রিয়াকারী দুটি বলের মান $\cos A$ এবং $\cos B$ এর সমানুপাতিক। প্রমাণ কর যে, তাদের লব্ধির মান $\sin C$ এর সমানুপাতিক তার দিক C কোণকে $\frac{1}{2}(C + B - A)$ এবং $\frac{1}{2}(C + A - B)$ অংশে বিভক্ত করে।

সমাধান:



$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos C$$

$$\text{আমরা পাই, } R^2 = k^2 \cos^2 A + k^2 \cos^2 B + 2k^2 \cos A \cos B \cos C$$

$$\Rightarrow R^2 = k^2 (\cos^2 A + \cos^2 B + 2 \cos A \cos B \cos C)$$

$$\Rightarrow R^2 = k^2 (1 - \cos^2 C) [\because \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C = 1]$$

$$\Rightarrow R^2 = k^2 \sin^2 C \Rightarrow R = k \sin C$$

$$\therefore R \propto \sin C \text{ (Proved)}$$

মনে করি, R এর দিক CB এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore R \cos \theta = k \cos B + k \cos A \cos C \quad | \quad \cos B = \cos (\pi - (A + C)) = -\cos(A + C)$$

$$\Rightarrow K \sin C \cos \theta = k \cos B + k \cos A \cos C$$

$$\Rightarrow \sin C \cos \theta = -\cos(A + C) + \cos A \cos C$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \sin A = \cos \left(\frac{\pi}{2} - A \right)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{A+B+C}{2} - A = \frac{A+B+C-2A}{2} = \frac{B-A+C}{2}$$

$$\therefore \text{অপর কোণ } \theta' = C - \theta = C - \frac{B-A+C}{2} = \frac{2C-B+A-C}{2} = \frac{C-B+A}{2} \text{ [Showed]}$$

ইংরেজি : $8 \times 5 = 20$

31. (a) I have bought a plastic brown new table. (Re-write the sentence maintaining correct order of Adjectives)
- (b) He replied to my letter without any delay. (Re-write the sentence using an Adverb in place of the underlined phrase)
- (c) What is the meaning of the word "Beckoning"?
- (d) What is the Past Participle form of the verb 'Stink'?
- (e) Your driver is better trained than mine. (Transform it into Positive Degree)

সমাধান:

(a) I have bought a new brown plastic table.

(b) He replied to my letter quickly.

(c) Pointing

(d) Stunk

(e) My driver is not trained as good as your driver.



32. (a) Read the learn. (Make it a Complex Sentence)
 (b) You will pay the dues. ____? (Make a Question Tag)
 (c) John made me do the work. (Change it into Passive Voice)
 (d) Write a correct synonym of 'obsolete'.
 (e) What is the meaning of the phrase 'Bad blood'?

সমাধান:

- (a) If you read, you will learn.
 (b) You will pay the dues. Won't you?
 (c) I was made to do the work by John.
 (d) Outdated
 (e) Ill feeling
33. (a) "Entering the house, a horrible smell came out." (Name the type of modifier of the underlined phrase in the sentence)
 (b) Do you know the solution _____ the problems? (Use appropriate preposition in the gap)
 (c) No sooner had he reached school(Complete the sentence)
 (d) Faced with a financial crisis, they were bound to sell their car. (Make it Compound Sentence)
 (e) She enjoys painting as her father did. (Name the type of underlined clause)

সমাধান:

- (a) Dangling modifier
 (b) Do you know the solution to the problems?
 (c) No sooner had he reached school, than rain started.
 (d) They were faced with a financial crisis and therefore they were bound to sell their car.
 (d) Adverbial clause
34. (a) 'Are you still hungry?' I asked my lady –guest faintly. (Make it Indirect Speech)
 (b) Prices are up. (What part of speech is the underlined word?)
 (c) Where there is _____ will there is _____ way. (Use appropriate Articles in the gaps)
 (d) What is the correct translation of the sentence? "ভালুকটি তোমার কানে কানে কি বললো?"
 (e) What Mashrafee Bin Mortaza , is loved by all Bangladesh (Use an Appositive in the blank.)

সমাধান:

- (a) I asked my lady-guest faintly if she was still hungry.
 (b) Adjective
 (c) Where there is a there is a way.
 (d) What did the bear whisper into your ear?
 (e) Mashrafee Bin Murtaza, an excellent player, is loved by all Bangladesh.