

BUTEX Admission Test 2019-2020

পদার্থবিজ্ঞান : ১০×৬ = ৬০

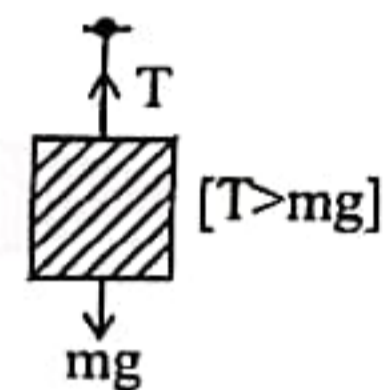
01. 0.5m উচ্চতা হতে 2.5kg ভরের একটি বস্তু একটি স্প্রিং এর উপর পতিত হল। স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 1950N/m হলে স্প্রিংটি সর্বাধিক কতটুকু সংকুচিত হবে নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: } mg(h + x) = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 2.5 \times 9.8(0.5 + x) = \frac{1}{2} \times 1950x^2 \Rightarrow 975x^2 - 24.5x - 12.25 = 0$$

$$\therefore x = 0.12535577\text{m} = 12.535577\text{cm (Ans.)}$$

02. 4000kg ভরের একটি লিফট 240kg ভরের একটি বাস্তু বহন করছে। যখন লিফটের তারের (Supporting cable) উপর উর্ধ্বমুখী টান 48000N হয় তখন উর্ধ্বমুখী ত্বরণ কত? লিফটটি স্থির অবস্থান থেকে 3s সময়ে কত উচ্চতায় উঠবে?

$$\text{সমাধান: } T - mg = ma \Rightarrow 48000 - (4000 + 240) \times 9.8 = (4000 + 240) \times a$$



$$\therefore a = 1.52075\text{ms}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

$$h = \frac{1}{2}at^2 [u = 0\text{ms}^{-1}] = \frac{1}{2} \times (1.52075) \times 3^2 = 6.843375\text{m (Ans.)}$$

03. পানি ব্যবহার করার পর কল বন্ধ করা হলো। তারপরও ফোঁটা ফোঁটা পানি পড়ছিল। পরিমাপ করে দেখা গেল প্রতিটি ফোঁটার ব্যাস $4 \times 10^{-7}\text{m}$ । এ রকম আটটি পানির ফোঁটা একত্রিত করে একটি বড় পানির ফোঁটা তৈরি করা হলো। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\text{N/m}$ হলে (i) বড় পানির ফোঁটার ব্যাস কত? (ii) পানির তাপমাত্রা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান:

$$(i) \frac{4}{3}\pi R^3 = \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \times 8 \Rightarrow R^3 = 8r^3 \therefore R = 2r \therefore D = 2d = 8 \times 10^{-7}\text{m (Ans.)}$$

$$(ii) \Delta W = ms\Delta\theta \Rightarrow T \times 4\pi(Nr^2 - R^2) = ms\Delta\theta \Rightarrow 4T\pi(Nr^2 - R^2) = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho \times s \times \Delta\theta$$

$$\therefore \Delta\theta = \frac{3T(Nr^2 - R^2)}{R^3 \rho s} = \frac{3 \times 72 \times 10^{-3} \times \{8 \times (2 \times 10^{-7})^2 - (4 \times 10^{-7})^2\}}{(4 \times 10^{-7})^3 \times 1000 \times 4200} = 0.12857^\circ\text{C (Ans.)}$$

04. একটি কার্নো চক্রের দক্ষতা $\frac{1}{6}$ । তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা 70°C কমানোর ফলে দক্ষতা হয় $\frac{1}{3}$ । কার্নোর চক্রটি এখন কোন প্রারম্ভিক এবং চূড়ান্ত তাপমাত্রা দিয়ে কার্যরত?

$$\text{সমাধান: } \frac{1}{6} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \dots \dots \dots (i)$$

$$\frac{1}{3} = 1 - \frac{T_2 - 70}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} + \frac{70}{T_1} = \frac{1}{6} + \frac{70}{T_1} \text{ [from (i)]}$$

$$\therefore \frac{70}{T_1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \therefore T_1 = 420\text{K} \therefore T_2 = T_1 \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 350\text{K}$$

$$\therefore \text{বর্তমানে প্রারম্ভিক তাপমাত্রা } 420\text{K} \text{ ও চূড়ান্ত তাপমাত্রা } (350 - 70)\text{K} = 280\text{K (Ans.)}$$

05. 0.5 tesla সুষম চৌম্বক ক্ষেত্রের সাথে 60° কোণে একটা ইলেকট্রন 10^5ms^{-1} বেগে চলতে থাকলে ইলেকট্রনটির উপর ক্রিয়াশীল বল কত?

$$\text{সমাধান: } \vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow |\vec{F}| = qvB \sin \theta$$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 10^5 \times 0.5 \times \sin 60^\circ = 6.9282 \times 10^{-15}\text{N}$$



06. ইয়ু 100Ω রোধের একটি বৈদ্যুতিক হিটার $160V, 50Hz$ কম্পাঙ্কের এসি উৎসের সাথে সংযুক্ত করল। পরে দোলা $120V$ ডিসি উৎসের সাথে সংযুক্ত করল। এসি উৎসের গড় ভোল্টেজ বের কর এবং কোন সংযোগ বেশী কার্যকরী?

সমাধান: এক্ষেত্রে AC সংযোগে $E_{rms} = 160V$

$$\therefore \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 160V \therefore E_0 = 160\sqrt{2}V$$

$$\therefore \text{গড় ভোল্টেজ} = \frac{2}{\pi} E_0 = \frac{2}{\pi} \times 160\sqrt{2} = 144.05V \text{ (Ans.)}$$

আবার, $E_{(DC)} = 120V$

$$\therefore E_{rms(AC)} > E_{(DC)} \therefore \text{AC সংযোগ বেশী কার্যকরী। (Ans.)}$$

07. যখন সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি সম্পন্ন একটি কণার অবস্থান (দূরত্ব) এর বিস্তারের অর্ধেক, তখন কণাটির মোট শক্তির কত অংশ গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি হবে?

সমাধান: মোট শক্তি $E_T = \frac{1}{2}kA^2$ [$k =$ বল ধ্রুবক, $A =$ বিস্তার]

$$\text{স্থিতিশক্তি } E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times k \times \frac{A^2}{4} = \frac{1}{4}E_T$$

$$\therefore \text{গতিশক্তি, } E_K = E_T - E_p = \frac{3}{4}E_T$$

\therefore মোট শক্তির এক চতুর্থাংশ স্থিতিশক্তি ও তিন চতুর্থাংশ গতিশক্তিতে রূপান্তর হবে।

08. $0^\circ C$ তাপমাত্রার $1kg$ বরফকে $100^\circ C$ তাপমাত্রার বাষ্পে পরিণত করা হলো। এন্ট্রপির পরিবর্তন নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: } \Delta S = \frac{ml_f}{T_1} + m \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{ml_v}{T_2} = \frac{1 \times 336000}{273} + 1 \times 4200 \times \ln \frac{373}{273} + \frac{1 \times 2268000}{373} = 8622.046 \text{ JK}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

09. একটি বল $60m$ উঁচু হতে মাটিতে পতিত হলে এটি 75% শক্তি হারিয়ে ফেললে এটি প্রতিফলিত হয়ে কত উচ্চতায় উঠবে?

সমাধান: $mgh' = 0.25 \times mgh$ [অবশিষ্ট শক্তি = 25%]

$$\therefore h' = 0.25h = 15m \text{ (Ans.)}$$

10. 0.40\AA তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের X-ray ফোটন একটা নিশ্চল ইলেকট্রনকে আঘাত করলে 90° কোণে বিক্ষিপ্ত হয়। বিক্ষিপ্ত ফোটনের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: } \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \theta) \Rightarrow \lambda' = 0.4 \times 10^{-10} + \frac{6.626 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \times (1 - \cos 90^\circ) \\ = 4.2427 \times 10^{-11}m = 0.42427\text{\AA} \text{ (Ans.)}$$

রসায়ন : $50 \times 6 = 60$

11. $27^\circ C$ তাপমাত্রায় ও $760mm(Hg)$ চাপে $0.5g$ A গ্যাস $300mL$ আয়তন দখল করে। একই তাপমাত্রায় $770mm(Hg)$ চাপে $0.6g$ B গ্যাস $400mL$ আয়তন দখল করে। একই তাপমাত্রা ও চাপে A ও B গ্যাসের মধ্যে কোনটির ব্যাপনের হার বেশী?

$$\text{সমাধান: } \frac{r_A}{r_B} = \sqrt{\frac{M_B}{M_A}} = \sqrt{\frac{\frac{W_B RT}{P_B V_B}}{\frac{W_A RT}{P_A V_A}}} = \sqrt{\frac{W_B P_A V_A}{W_A P_B V_B}} = \sqrt{\frac{0.6 \times 760 \times 300}{0.5 \times 770 \times 400}} = 0.94$$

$\therefore r_A < r_B \therefore$ B গ্যাসের ব্যাপনের হার বেশি।

12. বিক্রিয়া হারের উপর তাপমাত্রার প্রভাব $K = Ae^{-E_a/RT}$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এখানে K হল বিক্রিয়া হার ধ্রুবক ও E_a হল সক্রিয় শক্তি। K এর মান $0^\circ C$ তাপমাত্রায় $0.237 \times 10^{-4} L mol^{-1} s^{-1}$ ও $25^\circ C$ তাপমাত্রায় $2.64 \times 10^{-4} L mol^{-1} s^{-1}$ হলে সক্রিয় শক্তি নির্ণয় কর।



$$\text{সমাধান: } K = Ae^{-E_a/RT}$$

$$\therefore K_1 = Ae^{-E_a/RT_1} \Rightarrow \ln K_1 = \ln A - \frac{E_a}{RT_1} \dots \dots \dots (i)$$

$$\therefore K_2 = Ae^{-E_a/RT_2} \Rightarrow \ln K_2 = \ln A - \frac{E_a}{RT_2} \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow \ln \frac{K_1}{K_2} = \frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \Rightarrow \ln \frac{0.237 \times 10^{-4}}{2.64 \times 10^{-4}} = \frac{E_a}{8.314} \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{273} \right)$$

$$\Rightarrow E_a = 65215.58 \text{ J mol}^{-1} = 65.21558 \text{ kJ mol}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

13. 1.5g লোহার আকরিককে লঘু H_2SO_4 এর দ্রবীভূত করে দ্রবণের আয়তন 200mL করা হলো। এ দ্রবণ থেকে 25mL নিয়ে টাইট্রেশন করতে 0.02M ঘনমাত্রার 22.5mL $K_2Cr_2O_7$ দ্রবণ প্রয়োজন হলো। আকরিকে লোহার শতকরা পরিমাণ কত?

$$\text{সমাধান: } n_{K_2Cr_2O_7} = 0.02 \times 22.5 \times 10^{-3} \text{ mol} = 4.5 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

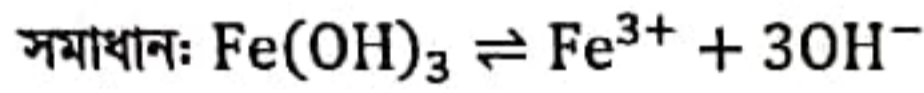
$$\therefore n_{FeSO_4} = 6 \times n_{K_2Cr_2O_7} = 6 \times 4.5 \times 10^{-4} = 2.7 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\therefore m_{Fe} = 55.85 \times 2.7 \times 10^{-3} \text{ gm} = 0.150795 \text{ gm}$$

$$\therefore 200 \text{ mL এ Fe আছে} = \frac{0.150795 \times 200}{25} \text{ g} = 1.20636 \text{ g}$$

$$\therefore \text{Fe আছে} = \frac{1.20636}{1.5} \times 100\% = 80.424\%$$

14. $Fe(OH)_3$ এর সম্পৃক্ত দ্রবণে OH^- আয়নের ঘনমাত্রা $6.6 \times 10^{-4} \text{ gL}^{-1}$ হলে, $Fe(OH)_3$ এর K_{sp} নির্ণয় কর।



$$[OH^-] = 6.6 \times 10^{-4} \text{ gL}^{-1} = \frac{6.6 \times 10^{-4}}{17} \text{ molL}^{-1} = 3.88 \times 10^{-5} \text{ molL}^{-1}$$

$$\therefore [Fe^{3+}] = \frac{[OH^-]}{3} = 1.3 \times 10^{-5} \text{ molL}^{-1}$$

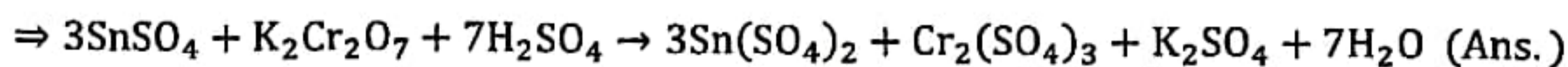
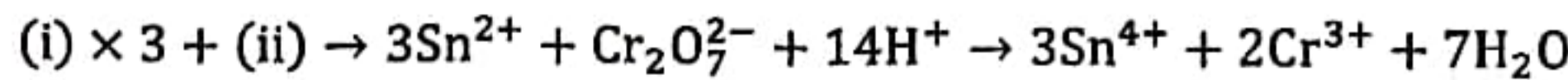
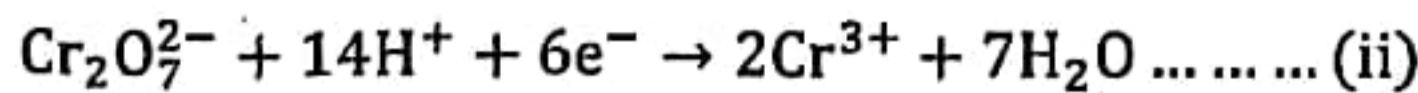
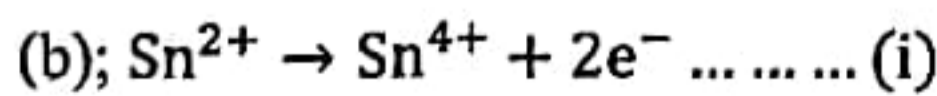
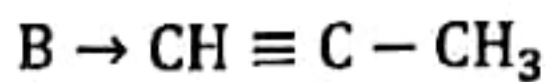
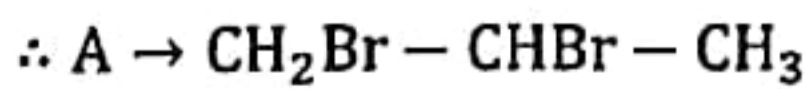
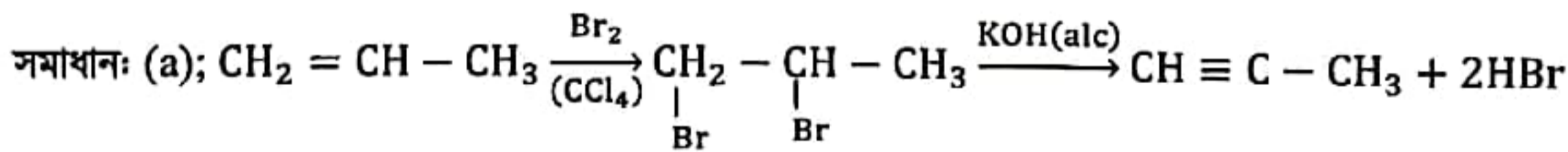
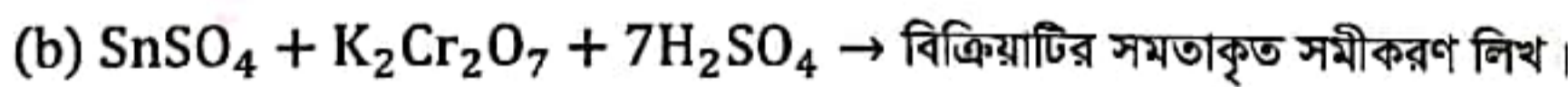
$$\therefore K_{sp} = [Fe^{3+}][OH^-]^3 = 1.3 \times 10^{-5} \times (3.88 \times 10^{-5})^3 = 7.59 \times 10^{-19} \text{ mol}^4 \text{ L}^{-4} \text{ (Ans.)}$$

15. 4.05 pH এর একটি বাফার দ্রবণ প্রস্তুত করতে 500mL পানিতে 1.2g CH_3COOH এর সাথে কত গ্রাম CH_3COONa যোগ করার প্রয়োজন পড়বে? [$K_a = 1.8 \times 10^{-5}$]

$$\text{সমাধান: } pH = pK_a + \log \frac{[\text{salt}]}{[\text{acid}]} \Rightarrow 4.05 = -\log(1.8 \times 10^{-5}) + \log \frac{W}{\frac{82}{60}}$$

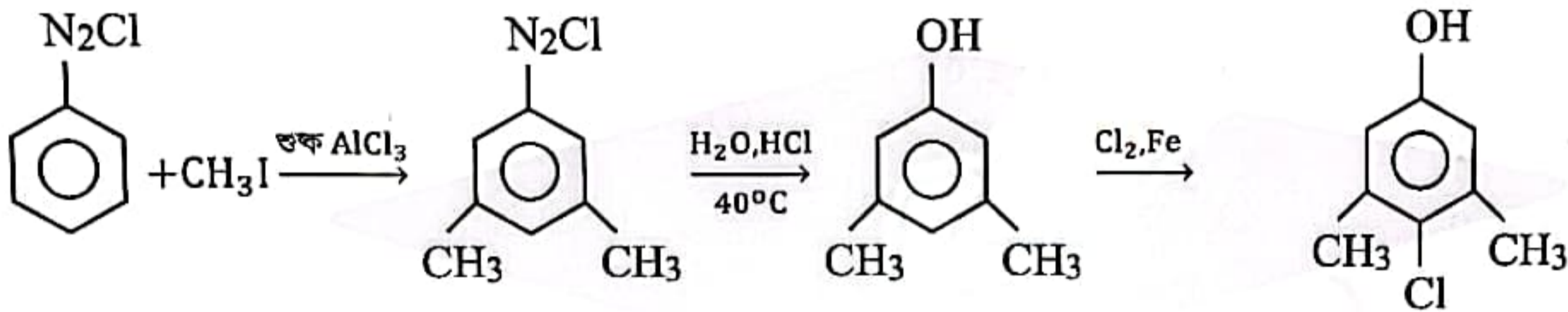
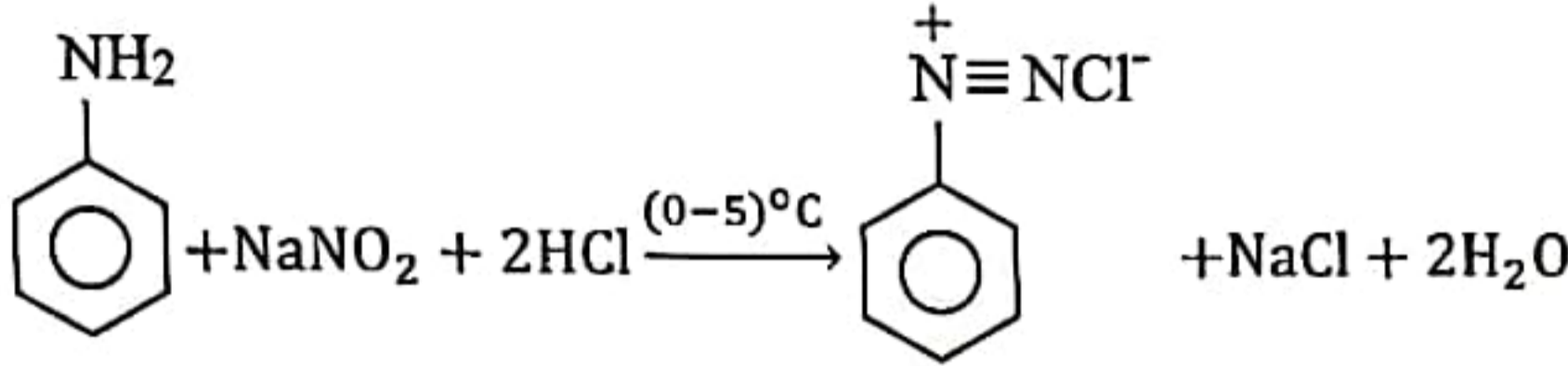
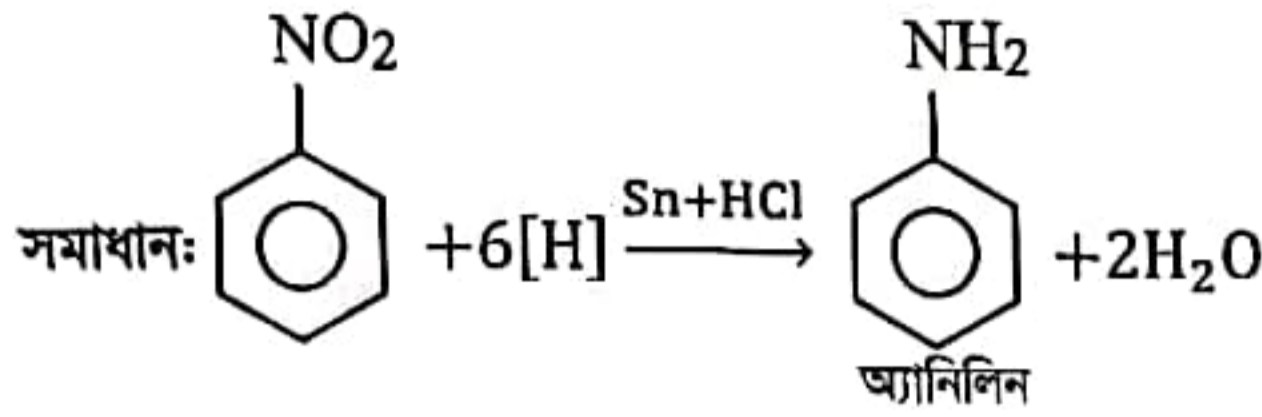
$$\therefore W = 0.3312 \text{ g } CH_3COONa \text{ (Ans.)}$$

16. (a) A ও B নির্ণয় কর, যখন $C_3H_6 \xrightarrow{Br_2(CCl_4)} A \xrightarrow{KOH(alc)} B$





17. নাইট্রোবেনজিন থেকে ডেটল তৈরীর বিক্রিয়ার ধাপসমূহ দেখাও।



ক্রোরো জাইলিনল (ডেটলের প্রধান উপাদান)

18. 25°C তাপমাত্রায় এবং 20.0 atm চাপে নিচের বিক্রিয়াটিতে সাম্যাবস্থায় 16.0 mol% NH₃ থাকে। উক্ত অবস্থায় এ বিক্রিয়াটির K_p এর

মান নির্ণয় কর। $\frac{1}{2}\text{N}_2 + \frac{3}{2}\text{H}_2 \rightleftharpoons \text{NH}_3$

সমাধান: $\frac{1}{2}\text{N}_2 + \frac{3}{2}\text{H}_2 \rightleftharpoons \text{NH}_3$

শুরুতে: 1 3 0
সাম্যাবস্থায়: 1-α 3(1-α) 2α

মোট মোল = 1 - α + 3 - 3α + 2α = 4 - 2α

প্রশ্নমতে, 2α = (4 - 2α) × 0.16 ∴ α = 0.275862

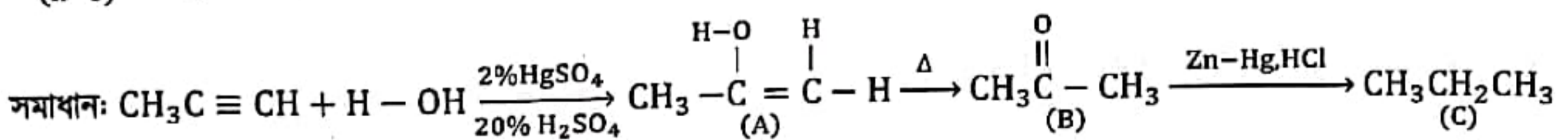
∴ P_{N₂} = $\left(\frac{1-\alpha}{4-2\alpha}\right) \times P = 4.2 \text{ atm}$

P_{H₂} = $\frac{3-3\alpha}{4-2\alpha} \times P = 12.6 \text{ atm}$

P_{NH₃} = $\frac{2\alpha}{4-2\alpha} \times P = 3.2 \text{ atm}$

∴ K_p = $\frac{P_{\text{NH}_3}}{P_{\text{N}_2}^{\frac{1}{2}} \times P_{\text{H}_2}^{\frac{3}{2}}} = \frac{3.2}{\sqrt{4.2} \times \sqrt{12.6^3}} = 0.035 \text{ atm}^{-1} \text{ (Ans.)}$

19. $\text{C}_n\text{H}_{2n-2} \xrightarrow[20\% \text{ H}_2\text{SO}_4]{\text{H}_2\text{O}, 2\% \text{ HgSO}_4} \text{A} \xrightarrow{\Delta} \text{B} \xrightarrow[\text{HCl}]{\text{Zn.Hg}} \text{C}$; প্রদত্ত বিক্রিয়াটি সম্পন্ন কর।
(n=3)



20. K₄[Fe(CN)₆] দ্রবণ দ্বারা Cu²⁺ ও Zn²⁺ কে কিভাবে সনাক্ত করা যায়- তা প্রয়োজনীয় সমীকরণসহ লিখ।

সমাধান: Zn²⁺ শনাক্তকরণ: $2\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + \text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6](\text{aq}) \rightarrow \text{Zn}_2[\text{Fe}(\text{CN})_6] \downarrow + 4\text{K}^+(\text{aq})$
সাদা অধঃক্ষেপ

Cu²⁺ শনাক্তকরণ: $2\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + \text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6](\text{aq}) \rightarrow \text{Cu}_2[\text{Fe}(\text{CN})_6] \downarrow + 4\text{K}^+(\text{aq})$
লালচে বাদামি



গণিত : ১০×৬ = ৬০

21. ΔABC এ $a = \sqrt{3} + 1$, $b = \sqrt{3} - 1$ এবং $C = 60^\circ$ হলে A , B এবং c এর মান বের কর।

সমাধান: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = (\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2 - 2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) \cos 60^\circ$

$\therefore c^2 = 6 \therefore c = \sqrt{6}$ (Ans.)

$\therefore A = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) = 105^\circ$ (Ans.)

$\therefore B = 180^\circ - 105^\circ - 60^\circ = 15^\circ$ (Ans.)

22. $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $f'(x) = 6x^2 - 42x + 36 = 0 \therefore x = 1, 6$

$f''(x) = 12x - 42$

$f''(1) = -30 < 0$

$f''(6) = 30 > 0$

$\therefore f_{\max} = f(1) = -3$ (Ans.)

$\therefore f_{\min} = f(6) = -128$ (Ans.)

23. যদি $x^2 + px + q = 0$ এবং $x^2 + qx + p = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকে তবে $2x^2 + (p + q - 2)x = (p + q - 2)^2$ সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সাধারণ মূল α ।

$\therefore \alpha^2 + p\alpha + q = 0 \dots \dots \dots$ (i)

$\alpha^2 + q\alpha + p = 0 \dots \dots \dots$ (ii)

(i) - (ii) $\Rightarrow (p - q)\alpha + (q - p) = 0 \therefore \alpha = 1$

$\therefore 1 + p + q = 0 \therefore p + q = -1$

$\therefore 2x^2 + (p + q - 2)x = (p + q - 2)^2 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 9$

$\therefore x = 3, -\frac{3}{2}$ (Ans.)

24. (a) x এর সাপেক্ষে $\sin(x + y)^2$ এর অন্তরীকরণ কর।

(b) $\sqrt{-3 + \sqrt{-3 + \sqrt{-3 + \dots \infty}}}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: (a); $y = \sin(x + y)^2$

$\frac{dy}{dx} = \cos(x + y)^2 \times 2(x + y) \times \left(1 + \frac{dy}{dx}\right)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2(x+y) \cos(x+y)^2}{1 - 2(x+y) \cos(x+y)^2}$ (Ans.)

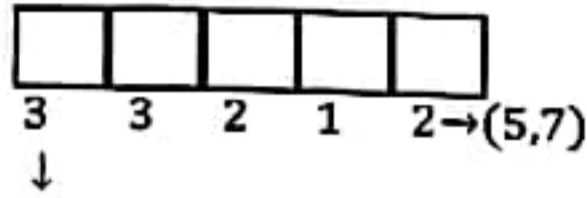
(b); Let, $x = \sqrt{-3 + \sqrt{-3 + \sqrt{-3 + \dots \infty}}} \Rightarrow x = \sqrt{-3 + x} \Rightarrow x^2 - x + 3 = 0$

$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{11}i}{2}$ (Ans.)



25. প্রত্যেক অংক প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে 6, 5, 4, 7, 0 দ্বারা পাঁচ অংক বিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

সমাধান:



0 এবং 5 ও 7 এর মধ্যে একটি সহ মোট দুইটি বাদ

$$\therefore \text{মোট উপায়} = 3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 36 \text{ (Ans.)}$$

26. $(x + a)^n$ এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি সংখ্যা যথাক্রমে 729, 7290 এবং 30375 হলে a এর মান বের কর।

সমাধান: $(x + a)^n = x^n + \frac{nx^n a}{x} + \frac{n(n-1)x^n a^2}{2x^2} + \dots + a^n$

প্রথমতে, $x^n = 729$

$$\frac{nx^n a}{x} = 7290 \Rightarrow \frac{na}{x} = \frac{7290}{729} = 10 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\frac{(n^2 - n)a^2 x^n}{2x^2} = 30375$$

$$\therefore \frac{(n^2 - n)a^2}{x^2} = \frac{2 \times 30375}{729} = \frac{250}{3} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(ii)} \div \text{(i)}^2 \Rightarrow \frac{n^2 - n}{n^2} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{n-1}{n} = \frac{5}{6} \Rightarrow 6n - 6 = 5n \therefore n = 6$$

$$\therefore x = \sqrt[6]{729} = 3 \therefore a = \frac{10x}{n} = \frac{10 \times 3}{6} = 5 \therefore a = 5 \text{ (Ans.)}$$

27. $y = 1 + \frac{1}{x+2}$ বক্ররেখা x -অক্ষকে P বিন্দুতে এবং y -অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করলে PQ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: $y = 1 + \frac{1}{x+2}$

x অক্ষকে ছেদ করলে $y = 0$

$$\therefore 1 + \frac{1}{x+2} = 0 \Rightarrow x + 2 = -1 \therefore x = -3 \therefore P \text{ বিন্দু } (-3, 0)$$

y অক্ষকে ছেদ করলে $x = 0$

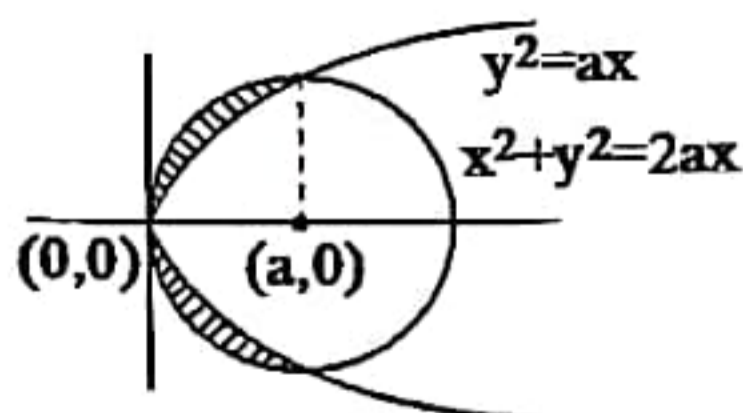
$$\therefore y = 1 + \frac{1}{0+2} = \frac{3}{2} \text{ অর্থাৎ বক্র রেখাটি } y \text{ অক্ষকে } Q \left(0, \frac{3}{2}\right) \text{ বিন্দুতে ছেদ করে।}$$

$$\therefore PQ \text{ সরলরেখার সমীকরণ: } y - 0 = \frac{\frac{3}{2} - 0}{0 - (-3)} (x + 3)$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{6} (x + 3) = \frac{1}{2} (x + 3) \therefore x - 2y + 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

28. $x^2 + y^2 = 2ax$ এবং $y^2 = ax$ বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতম অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:



$$x^2 + y^2 = 2ax \Rightarrow x^2 = 2ax - ax = ax \Rightarrow x^2 - ax = 0$$

$$\therefore x(x - a) = 0 \therefore x = 0, a$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \text{Area} &= 2 \int_0^a (\sqrt{2ax - x^2} - \sqrt{ax}) dx = 2 \int_0^a (\sqrt{a^2 - (x-a)^2} - \sqrt{ax}) dx \\
 &= 2 \times \left[\frac{x-a}{2} \sqrt{2ax - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x-a}{a} - \frac{2}{3} \sqrt{ax^3} \right]_0^a \\
 &= 2 \left[0 + 0 - \frac{2}{3} \sqrt{a} \times a\sqrt{a} - 0 + \frac{\pi}{2} \times \frac{a^2}{2} + 0 \right] \\
 &= \frac{\pi a^2}{2} - \frac{4}{3} a^2 = a^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3} \right) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

29. একই বেগে নিক্ষেপিত একটি প্রক্ষেপকের নির্দিষ্ট পাল্লা R এর জন্য দুটি বিচরণ পথের সর্বাধিক উচ্চতা h, h' হলে, দেখাও যে, $R = 4\sqrt{hh'}$ ।

সমাধান: $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$ [ধরি, নিক্ষেপন বেগ u ও কোণ θ]

$$= \frac{2u^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

আবার, $h = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$ $\therefore h' = \frac{u^2 \sin^2(90^\circ - \theta)}{2g} = \frac{u^2 \cos^2 \theta}{2g}$

$$\therefore 4\sqrt{hh'} = 4 \sqrt{\frac{u^4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{4g^2}} = \frac{2u^2 \cos \theta \sin \theta}{g} = R$$

$$\therefore R = 4\sqrt{hh'} \text{ (Showed)}$$

30. (a) Prove that, $\sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{5}{13} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{16}{65} \right) = \frac{\pi}{2}$

(b) Find the value of $\int_1^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x dx$.

সমাধান:

$$(a) \sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{65}$$

$$= \tan^{-1} \frac{4}{\sqrt{5^2 - 4^2}} + \tan^{-1} \frac{5}{\sqrt{13^2 - 5^2}} + \tan^{-1} \frac{16}{\sqrt{65^2 - 16^2}}$$

$$= \tan^{-1} \frac{4}{3} + \tan^{-1} \frac{5}{12} + \tan^{-1} \frac{16}{63} = \tan^{-1} \frac{\frac{4}{3} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{4}{3} \times \frac{5}{12}} + \tan^{-1} \frac{16}{63}$$

$$= \tan^{-1} \frac{63}{16} + \cot^{-1} \frac{63}{16} = \frac{\pi}{2} \text{ (Proved)}$$

$$(b) \int x \tan^{-1} x dx = \tan^{-1} x \int x dx - \int \left(\frac{d}{dx} \tan^{-1} x \int x dx \right) dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \int \frac{x^2}{2(1+x^2)} dx = \frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \int \left(\frac{x^2+1-1}{1+x^2} \right) dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \int dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$$

$$\therefore \int_1^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x dx = \left[\frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} x \right]_1^{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} = \frac{5}{12} \pi + \frac{1-\sqrt{3}}{2} \text{ (Ans.)}$$



ইংরেজি : ৪×৫ = ২০

31. Write a synonym of the following words.

- (a) Allay (b) Brittle (c) Gluttony (d) Obliterate (e) Slump

Answer: (a) Alleviate (b) Fragile (c) Overeating

- (d) Abolish (e) Recession/Collapse/Depression

32. (a) Happiness consists _____ contentment. (Use preposition)

(b) Add two _____ two. (Use preposition)

(c) Just now he (have) his dinner. (Use the correct verb)

(d) What is the noun of the word 'Maintain'?

(e) Who wrote the poem "The rime of the Ancient Mariner"?

Answer: (a) in

(b) with

(c) Just now he has had his dinner.

(d) Maintenance

(e) Samuel Taylor Coleridge.

33. (a) She was wearing _____ ugly dress to _____ wedding. (Use appropriate articles in the gaps)

(b) "How will they get here?" (Turn into reported speech)

(c) Do the word. (Change it into passive mood)

(d) "Uneasy lies the head _____ (Complete the proverb)

(e) What does the phrase "Go dutch" mean?

Answer: (a) an ; the

(b) It was asked how they would get there.

(c) Let the word be done.

(d) that wears a crown.

(e) Sharing the cost of something.

34. Transform the sentences as directed.

(a) Only Allah can help us. (Make it negative)

(b) My hair grows very fast. (Make it exclamatory)

(c) Let the boy be warned. (Make it active)

(d) I read them for pleasure. (Make it complex)

(e) I am sure that he will succeed. (Make it simple)

Answer: (a) None but Allah can help us.

(b) How fast my hair grows!

(c) Warn the boy.

(d) I read them so that I can get pleasure.

(e) I am sure of this success.