BUTEX ভর্তি পরীক্ষা ২০২১-২০২২ শিক্ষাবর্ষ

পূর্ণমান: ২০০ | Written | সময়: ২:০০ ঘন্টা

পদার্থবিজ্ঞান: ১০ × ৬ = ৬০

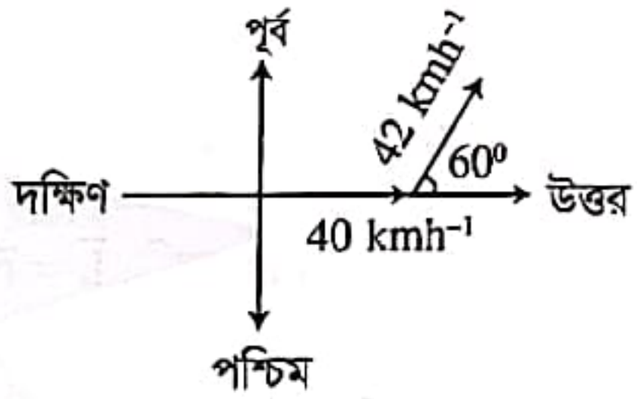
Short Syllabus

01. একটা গাড়ি 40 Kmh^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলছিল। এরপর গতি পরিবর্তন করে উত্তর দিকের সাথে 60° কোণে 42 Kmh^{-1} বেগে চলতে থাকলো। এক্ষেত্রে বেগের পরিবর্তন কত?

সমাধান: $\vec{v_1} = (40\cos 0°\hat{i} + 40\sin 0°\hat{j})kmh^{-1} = 40\,\hat{i}\,kmh^{-1}$

এবং $\vec{v_2} = (42\cos 60°\,\hat{i} + 42\sin 60°\hat{j})kmh^{-1}$

$= \left(42\times\frac{1}{2}\hat{i} + 42\times\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right) kmh^{-1} = (21\,\hat{i} + 21\sqrt{3}\hat{j})kmh^{-1}$



বেগের পরিবর্তন, $\overrightarrow{\Delta v} = \vec{v_2} - \vec{v_1} = 21\,\hat{i} + 21\sqrt{3}\hat{j} - 40\,\hat{i}$

$= (-19\hat{i} + 21\sqrt{3}\,\hat{j})\,kmh^{-1} \therefore |\overrightarrow{\Delta v}| = \sqrt{(-19)^2 + (21\sqrt{3})^2} = \sqrt{1684} = 41.036\,kmh^{-1}$

$\theta = \tan^{-1}\frac{21\sqrt{3}}{19} = 83.17° \therefore$ 83.17° কোণে দক্ষিণ দিকের সাথে। **(Ans.)**

02. একটি ধাতুর কার্যাপেক্ষক 4 eV। ঐ ধাতবপৃষ্ঠে 10^{15} Hz এর আলো আপতিত হলে, আলোক-তড়িৎ ক্রিয়ায় নির্গত ইলেক্ট্রনের সর্বোচ্চ গতিবেগ কত হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, কার্যাপেক্ষক, $W_0 = 4eV$, $f = 10^{15}$ Hz এবং $v_{max} = ?$

আমরা জানি, $E = W_0 + E_{K_{max}} \Rightarrow hf = W_0 + \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 = hf - W_0$

$\Rightarrow v_{max}^2 = \frac{2}{m}(hf - W_0) = \frac{2}{9.1\times10^{-31}} \times (6.63\times10^{-34}\times10^{-15} - 4\times1.6\times10^{-19}) = 5.054\times10^{10}$

$\therefore v_{max} = 2.248\times10^5 ms^{-1}$ **(Ans.)**

03. একটি স্প্রিং এর নিম্ন প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেয়া হল এবং তার ফলে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য 6 cm বৃদ্ধি পেল। যদি বস্তুটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দেয়া হয়, তবে তার কম্পনের পর্যায় কাল নির্ণয় কর।

সমাধান: দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $L = 6\,cm = 0.06\,m$, $T = ?$ $g = 9.8\,ms^{-2}$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.06}{9.8}} = 0.4916\,sec \therefore$ পর্যায়কাল, $T = 0.4916\,sec$ **(Ans.)**

04. A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 98 cm। কোন বস্তুকে A স্থান থেকে B স্থানে নিয়ে গেলে এর ওজন বাড়বে না কমবে? নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $L_A = 98\,cm$ এবং $L_B = 96\,cm$ আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g} \therefore l \propto g$

$\Rightarrow L \propto W\,[W = mg] \therefore \frac{L_A}{L_B} = \frac{W_A}{W_B} \Rightarrow W_A = \frac{L_A}{L_B}\times W_B = \frac{98}{96}\times W_B = 1.02083\,W_B \therefore W_A > W_B$

অতএব, কোন বস্তুকে A স্থান থেকে B স্থানে নিয়ে গেলে এর ওজন কমবে।

05. সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত একই উপাদান ও প্রস্থচ্ছেদের তৈরি তিনটি তারের দৈর্ঘ্য 1:3:5 অনুপাতে বিভক্ত। 23 অ্যাম্পিয়ার মাত্রার প্রবাহ তার তিনটিতে কিভাবে বিভক্ত হয়ে প্রবাহিত হবে?

সমাধান: $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$, $L_1 : L_2 : L_3 = 1:3:5$, $A_1 = A_2 = A_3 \therefore R = \rho\frac{L}{A} \therefore R \propto L$

$\therefore R_1 : R_2 : R_3 = L_1 : L_2 : L_3 = 1:3:5$ ধরি, $R_1 = x$, $R_2 = 3x$ এবং $R_3 = 5x \therefore V = i_1R_1 = i_2R_2 = i_3R_3$

$\Rightarrow i_1x = i_2 3x = i_3 5x \therefore i_1 = i_2 3 = i_3 5 \Rightarrow \frac{i_1}{1} = \frac{i_2}{\frac{1}{3}} = \frac{i_3}{\frac{1}{5}} \therefore i_1 : i_2 : i_3 = 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} \therefore i_1 : i_2 : i_3 = 15:5:3$

তাহলে, $i_1 = 15A, i_2 = 5A, i_3 = 3A$ **(Ans.)**

06. ইয়ং-এর দ্বি-চির পরীক্ষায় হলুদ বর্ণের ($\lambda = 5.89 \times 10^{-5}$cm) আলো ব্যবহার করলে পর্দায় 0.1 cm প্রস্থের পট্টি পাওয়া যায়। আবার অজানা বর্ণের ভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের একটি আলো ব্যবহার করলে পর্দায় 0.08 cm প্রস্থের পট্টি পাওয়া যায়। অজানা আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, $\lambda_1 = 5.89 \times 10^{-5}$ cm, $\Delta x_1 = 0.1$ cm, $\Delta x_2 = 0.08$ cm, $\lambda_2 = ?$

আমরা জানি, $\Delta x_1 = \frac{D\lambda_1}{2a}$ ... ... (i) এবং $\Delta x_2 = \frac{D\lambda_2}{2a}$ ... ... (ii)

এখন, (i) ÷ (ii) $\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \times \lambda_1 = \frac{0.08}{0.1} \times 5.89 \times 10^{-5}$ cm $= 4.712 \times 10^{-5}$cm **(Ans.)**

07. মটরের দক্ষতা 80%, এটা একটি ক্রেনকে চালনা করছে। ক্রেনের দক্ষতা 50%, যদি মটরের ক্ষমতা 4.73KW হয় তবে, ক্রেনটি 746 N ওজনের বস্তুকে কত গড় বেগে উপরে উঠাতে পারবে?

সমাধান: মটরের ক্ষমতা, $P = 4.73kW = 4730W$ এবং মটরের কার্যকরী ক্ষমতা, $P_1 = 0.8 \times 4730W = 3784W$

ক্রেনের দক্ষতা = 50%, ক্রেনের কার্যকরী ক্ষমতা, $P_2 = 0.5\, P_1 = 0.5 \times 3784\, W = 1892\, W$

এখানে, $F = 746$ N আমরা জানি, $P_2 = Fv \Rightarrow v_2 = \frac{P_2}{F} = \frac{1892}{746} = 2.536\, ms^{-1}$

08. 2 Kg ভরের একটি বস্তুর অবস্থান ভেক্টর $r = (\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})m$ এবং বেগ $v = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})ms^{-1}$। বস্তুটির কৌণিক ভরবেগের মান নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, $\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 4 & -8 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(-8+16) - \hat{j}(4-8) + \hat{k}(-8+8) = (8\hat{i} + 4\hat{j})\, kgm^2s^{-1}$

$\vec{r} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\therefore \vec{P} = m\vec{v} = 4\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k}$ $\therefore |\vec{L}| = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} kgm^2s^{-1}$ **(Ans.)**

09. 10^5 Pa চাপে এবং 25°C তাপমাত্রায় বায়ুর আয়তন 1.8 m^3। একে সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় সংকুচিত করে চাপ 5×10^5Pa করা হল। এই প্রক্রিয়ায় নির্গত তাপের পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান: $P_1V_1 = P_2V_2$, $\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$, $P_1V_1 = P_2V_2 = nRT$

সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় কৃতকাজ, $W = nRT \ln\frac{V_2}{V_1} = P_1V_1 \ln\frac{P_1}{P_2} = 1 \times 10^5 \times 1.8 \times \ln\frac{1\times10^5}{5\times10^5} = -2.897 \times 10^5$ J

$\therefore Q = W = -2.897 \times 10^5$J $\therefore$ নির্গত তাপ $= 2.897 \times 10^5$J

10. একটি ট্রানজিস্টরের জন্য $\alpha = 0.95$ এবং $I_E = 1$ mA হলে I_B বের করে। এখানে প্রতীক গুলো প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত।

সমাধান: দেওয়া আছে, $\alpha = 0.95$, $I_E = 1$ mA; আমরা জানি, $\alpha = \frac{I_c}{I_E} \Rightarrow I_c = I_E\alpha = 1 \times 0.95 = 0.95$ mA

আবার, $I_B + I_c = I_E \Rightarrow I_B = I_E - I_c = 1 - 0.95 = 0.05$ mA **(Ans.)**

রসায়ন: ১০ × ৬ = ৬০

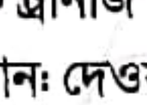
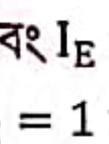
11. 350 ml 0.25M H_2SO_4 দ্রবণের সাথে 500 ml 0.1M Na_2CO_3 দ্রবণ ও 100 ml 0.05M NaOH দ্রবণ মিশ্রিত করা হলে মিশ্রনের pH এর মান 7 অপেক্ষা কম না বেশি হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও।

সমাধান: $[H^+] = \frac{\Sigma(eSV)_{acid} - \Sigma(eSV)_{base}}{\Sigma V} = \frac{2\times0.25\times350 - 2\times0.1\times500 - 1\times0.05\times100}{350+500+100} = 0.073684$ M

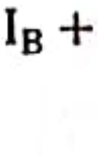
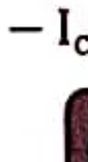
$\therefore pH = -\log[H^+] = -\log(0.073684) = 1.1326$ $\therefore$ pH<7 অর্থাৎ pH এর মান 7 অপেক্ষা কম হবে।

12. বেনজিন থেকে ডায়াজোনিয়াম ক্লোরাইড তৈরীর বিক্রিয়াগুলো বিক্রিয়কসহ লিখ।

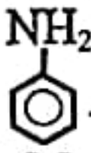
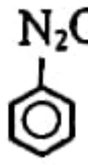
সমাধান:

(i)  + গাঢ় HNO_3 $\xrightarrow[60°C]{\text{গাঢ় } H_2SO_4}$  + H_2O

বেনজিন — নাইট্রোবেনজিন

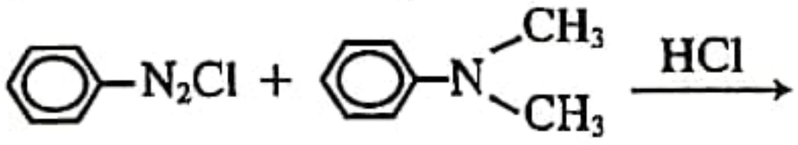
(ii)  + 6[H] $\xrightarrow{Sn+HCl}$  + $2H_2O$

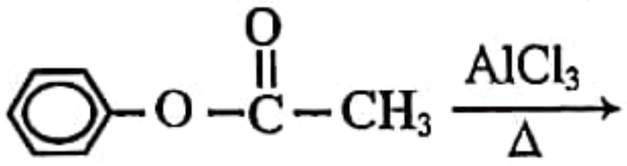
নাইট্রোবেনজিন — অ্যানিলিন

(iii)  + HNO_2 $\xrightarrow[0-5°C]{NaNO_2+HCl}$  + H_2O

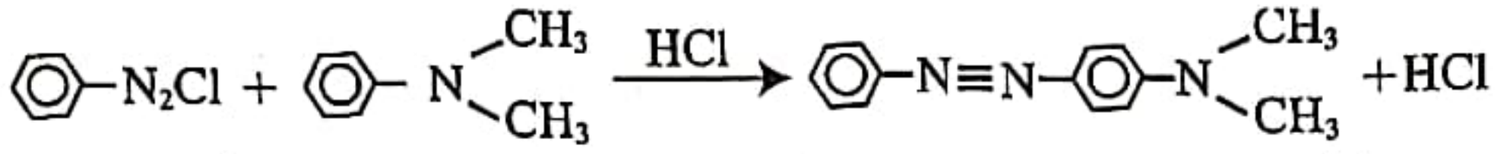
অ্যানিলিন — বেনজিন ডায়াজোনিয়াম ক্লোরাইড

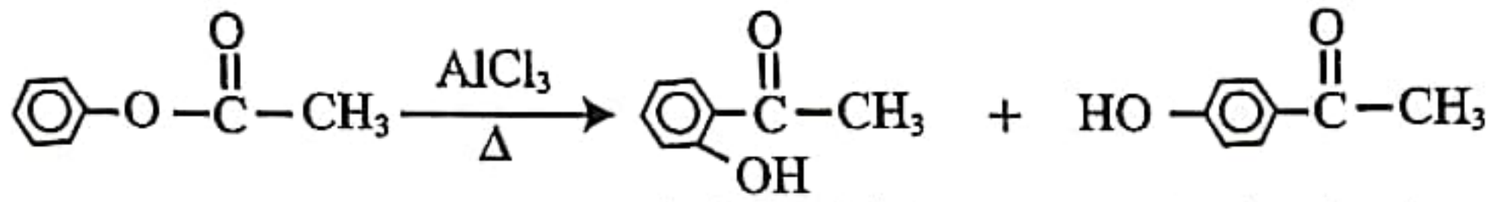
13. নিম্নলিখিত বিক্রিয়াগুলো পূর্ণ করঃ

(i)  $\xrightarrow{HCl}$

(ii)  $\xrightarrow[\Delta]{AlCl_3}$

সমাধানঃ

(i) 

(ii) 

O- হাইড্রক্সি অ্যাসিটোফিনোন p- হাইড্রক্সি অ্যাসিটোফিনোন

(ব্যাখ্যাঃ- অনার্দ্র অ্যালুমিনিয়াম ক্লোরাইডের উপস্থিতিতে ফেনলের এস্টারকে উত্তপ্ত করলে ফেনল এস্টারের আণবিক পুনর্বিন্যাস ঘটে এবং অর্থো ও প্যারা হাইড্রক্সি কিটোন উৎপন্ন হয়। এ বিক্রিয়া ফ্রিজ পুনর্বিন্যাস নামে পরিচিত। এ বিক্রিয়ায় ইথানোয়িল মূলক ($-COCH_3$) ফেনলীয় অক্সিজেন হতে বেনজিন বলয়ের অর্থো এবং প্যারা অবস্থানে স্থানান্তরিত হয়। অধিক তাপমাত্রায় ($160^\circ C$ এ) অর্থো সমাণু এবং কম তাপমাত্রায় প্যারা সমাণুর পরিমাণ বেশি হয়।)

14. $A_2(g) + B_2(g) \rightleftharpoons 2AB(g)$

বিক্রিয়াটি 2 L আয়তনের পাত্রে সম্পন্ন করা হয়। বিক্রিয়ার শুরুতে A_2 এর মোলসংখ্যা 2, B_2 এর মোলসংখ্যা 2 এবং সাম্যাবস্থায় উৎপাদের মোলসংখ্যা 3.12। K_p ও K_c এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

	$A_2(g)$	+	$B_2(g)$	$\rightleftharpoons$	$2AB(g)$
প্রাথমিক অবস্থায়:	2 mol		2 mol		0 mol
সাম্যাবস্থায় মোল:	$(2-x)$mol		$(2-x)$mol		$2x$ mol

এখানে, $2x = 3.12$ mol, $x = 1.56$ mol

$\therefore [A_2] = \frac{2-1.56}{2} = 0.22$ M; $[B_2] = \frac{2-1.56}{2} = 0.22$ M; $[AB] = \frac{3.12}{2} = 1.56$ M

$\therefore K_c = \frac{[AB]^2}{[A_2]\times[B_2]} = \frac{1.56^2}{0.22\times0.22} = 50.28$ $\therefore \Delta n = 0, \therefore K_p = K_c = 50.28$

15. Zn^{2+}, Fe^{2+} ও Fe^{3+} এর জলীয় দ্রবণকে শনাক্তকারী বিকারকের নাম লিখ ও বিক্রিয়াসমূহ দেখাও।

সমাধানঃ

আয়ন	বিকারক	বিক্রিয়া
Zn^{2+}	$K_4[Fe(CN)_6]$ পটাশিয়াম ফেরোসায়ানাইড	$2Zn^{2+} + K_4[Fe(CN)_6] \rightarrow Zn_2[Fe(CN)_6]\downarrow + 4K^+$ (পটাশিয়াম ফেরোসায়ানাইড; সাদা অধঃক্ষেপ)
	NH_4OH অ্যামোনিয়াম হাইড্রোক্সাইড	$Zn^{2+} + 2NH_4OH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + 2NH_4^+$ (অ্যামোনিয়াম হাইড্রোক্সাইড; সাদা অধঃক্ষেপ) $Zn(OH)_2\downarrow + NaOH$ (অতিরিক্ত) $\rightarrow Na_2ZnO_2(aq) + H_2O$ (সোডিয়াম হাইড্রোক্সাইড; দ্রবণীয়) $Na_2ZnO_2 + NH_4Cl \rightarrow$ সাদা অধঃক্ষেপ ফিরে আসে না (অ্যামোনিয়াম ক্লোরাইড)
Fe^{2+}	$K_4[Fe(CN)_6]$ পটাশিয়াম ফেরোসায়ানাইড	$2Fe^{2+} + K_4[Fe(CN)_6] \rightarrow Fe_2[Fe(CN)_6]\downarrow + 4K^+$ (পটাশিয়াম ফেরোসায়ানাইড; হালকা নীল অধঃক্ষেপ)
	NH_4OH অ্যামোনিয়াম হাইড্রোক্সাইড	$Fe^{2+} + 2NH_4OH \rightarrow Fe(OH)_2\downarrow + 2NH_4^+$ (অ্যামোনিয়াম হাইড্রোক্সাইড; সবুজ অধঃক্ষেপ)
Fe^{3+}	$K_4[Fe(CN)_6]$ পটাশিয়াম ফেরোসায়ানাইড	$Fe^{3+} + K_4[Fe(CN)_6] \rightarrow KFe[Fe(CN)_6]\downarrow + 3K^+$ (পটাশিয়াম ফেরোসায়ানাইড; গাঢ় নীল অধঃক্ষেপ)
		$Fe^{3+} + 3NH_4OH \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 3NH_4^+$ (অ্যামোনিয়াম হাইড্রোক্সাইড; বাদামি অধঃক্ষেপ)

16. H_2SO_4 দ্রবণে দ্রবীভূত 5g লোহার আকরিককে সম্পূর্ণ জারিত করতে 300 mL $KMnO_4$ দ্রবণের প্রয়োজন হয় যা আবার 200 mL 0.2M $H_2C_2O_4$ দ্রবণ দ্বারা প্রশমিত হয়। আকরিকে লোহার বিশুদ্ধতা কত?

সমাধান: $(ne)_{KMnO_4} = (ne)_{H_2C_2O_4} \Rightarrow 300 \times 5 \times S_{KMnO_4} = 200 \times 2 \times 0.2 \Rightarrow S_{KMnO_4} = 0.0533\ M$

আবার, $(ne)_{Fe} = (ne)_{KMnO_4} \Rightarrow n_{Fe} \times 1 = 0.3 \times 5 \times 0.0533 \Rightarrow n_{Fe} = 0.08\ mol$

$\therefore W_{Fe} = 0.08 \times 56 = 4.48g$ ∴ আকরিকে লোহার বিশুদ্ধতা $= \frac{4.48}{5} \times 100\% = 89.6\%$

17. নিচের কোষটির কোষ বিক্রিয়া লিখ এবং কোষ বিভব নির্ণয় কর।

Cell: $Zn/Zn^{2+} \parallel Ag^+/Ag$

$E^0_{Zn/Zn^{2+}} = +0.76V;\ E^0_{Ag/Ag^+} = -0.80V$

সমাধান: অ্যানোডে: $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ [জারণ অর্ধবিক্রিয়া]

ক্যাথোডে: $2Ag^+ + 2e^- \rightarrow 2Ag$ [বিজারণ অর্ধবিক্রিয়া]

সামগ্রিক বিক্রিয়া: $Zn + 2Ag^+ \rightarrow Zn^{2+} + 2Ag$

$\therefore E^0_{cell} = E^0_{Zn/Zn^{2+}} + E^0_{Ag^+/Ag} = 0.76 + 0.8 = +1.56\ v$

18. 30°C তাপমাত্রা এবং 1 atm চাপে A_2B_4 এর 20% বিয়োজিত হয়; চাপ যদি দ্বিগুণ করা হয় তাহলে বিক্রিয়ার দিক কোন দিকে হবে তা গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান: $A_2B_4 \rightleftharpoons 2AB_2$

প্রাথমিক অবস্থায় : 1 0

সাম্যাবস্থায় : $1-x$ $2x$

∴ মোট মোলসংখ্যা $= 1 - x + 2x = 1 + x$

$P_{A_2B_4} = \frac{1-x}{1+x}.P$ এবং $P_{AB_2} = \frac{2x}{1+x}.P$ এবং $K_p = \frac{(P_{AB_2})^2}{P_{A_2B_4}} = \frac{4x^2P^2}{(1+x)^2}\ \frac{1+x}{1-x}\ \frac{1}{P} = \frac{4x^2P}{1-x^2}$

১ম ক্ষেত্রে, $P_1 = 1\ atm,\ x_1 = 0.2\ \therefore K_p = \frac{4\times0.2^2\times1}{1-0.2^2} = \frac{1}{6}\ atm$

২য় ক্ষেত্রে, $P_2 = 2\ atm,\ \therefore K_p = \frac{4x_2^2\times2}{1-x_2^2} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{4x_2^2\times2}{1-x_2^2}$

$\therefore x_2 = 0.143 = 14.3\% < 20\%$; চাপ দ্বিগুণ করলে বিয়োজনমাত্রা হ্রাস পাবে।

∴ বিক্রিয়া পশ্চাৎ দিকে অগ্রসর হবে।

19. 60 cm^3 0.05M CH_3COOH দ্রবণের সাথে কত cm^3 0.1M CH_3COONa দ্রবণ যোগ করলে দ্রবণের pH 4.0 হবে?

সমাধান: হেন্ডারসন হ্যাসেলবাখ সমীকরণ অনুযায়ী, $pH = pKa + \log\frac{[CH_3COONa]}{[CH_3COOH]}$

$\Rightarrow 4 = -\log(1.8 \times 10^{-5}) + \log\frac{n_{CH_3COONa}}{n_{CH_3COOH}} \Rightarrow \frac{n_{CH_3COONa}}{n_{CH_3COOH}} = 0.18$

$\Rightarrow \frac{V_{CH_3COONa\times0.1}}{60\times0.05} = 0.18\ \therefore V_{CH_3COONa} = 5.4\ cm^3$

20. নিম্নের বিক্রিয়াগুলো সম্পূর্ণ কর: (i) $K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 + KI \rightarrow$ (ii) $KMnO_4 + FeSO_4 + H_2SO_4 \rightarrow$

সমাধান: (i) $K_2Cr_2O_7 + 7H_2SO_4 + 6KI \rightarrow 4K_2SO_4 + Cr_2(SO_4)_3 + 7H_2O + 3I_2$

(ii) $2KMnO_4 + 10FeSO_4 + 8H_2SO_4 \rightarrow K_2SO_4 + 2KMnSO_4 + 5Fe_2(SO_4)_3 + 8H_2O$

গণিত: ১০ × ৬ = ৬০

21. $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ এর চরমমান নির্ণয় কর।

সমাধান: $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1 \therefore f'(x) = 12x^3 - 6x^2 - 12x + 6 \therefore f''(x) = 36x^2 - 12x - 12$

চরম মানের জন্য, $f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^3 - 6x^2 - 12x + 6 = 0 \therefore x = -1, 1, \frac{1}{2}$ [Using Calculator]

$\therefore f(-1) = 3(-1)^4 - 2(-1)^3 - 6(-1)^2 + 6(-1) + 1 = -6$

$[f''(-1) = 36(-1)^2 - 12(-1) - 12 = 36 > 0$; লঘুমান]

$f(1) = 3(1)^4 - 2(1)^3 - 6(1)^2 + 6(1) + 1 = 2$ $[f''(1) = 36.1^2 - 12.1 - 12 = 12 > 0$; লঘুমান]

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{39}{16}$ $[f''\left(\frac{1}{2}\right) = 36\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 12.\frac{1}{2} - 12 = -9 < 0$; গুরুমান]

$\therefore$ চরম মান সমূহঃ $-6, 2, \frac{39}{16}$ [যেখানে, $\frac{39}{16}$ হলো গুরুমান এবং -6 ও 2 হলো লঘুমান]

22. যদি $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ হয়, তাহলে B ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় কর।

সমাধান: $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1}A)B = A^{-1}\begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = \frac{1}{4-6}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ **(Ans.)**

23. $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে $\Sigma\alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $3x^3 - 2x^2 + 0.x + 1 = 0$ এর মূলত্রয় $\alpha, \beta, \gamma \therefore \alpha + \beta + \gamma = \frac{2}{3} \ldots\ldots\ldots$ (i)

এবং $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii) আবার, $\alpha\beta\gamma = -\frac{1}{3} \ldots\ldots\ldots$ (iii)

$\therefore \sum\alpha^2\beta = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \alpha^2\gamma + \alpha\gamma^2 + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2 = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \alpha\beta\gamma + \alpha^2\gamma + \alpha\gamma^2 + \alpha\beta\gamma + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2$

$+\alpha\beta\gamma - 3\alpha\beta\gamma = \alpha\beta(\alpha + \beta + \gamma) + \alpha\gamma(\alpha + \beta + \gamma) + \beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma) - 3\alpha\beta\gamma$

$= (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)(\alpha + \beta + \gamma) - 3\alpha\beta\gamma = 0 - (3)\left(-\frac{1}{3}\right) = 1$ **(Ans.)**

24. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত এবং $y = 2x - 4$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: $y^2 = 4x \ldots\ldots\ldots$ (i) $\therefore x = \frac{y^2}{4} \ldots\ldots\ldots$ (ii) এবং $y = 2x - 4 \ldots\ldots\ldots$ (iii)

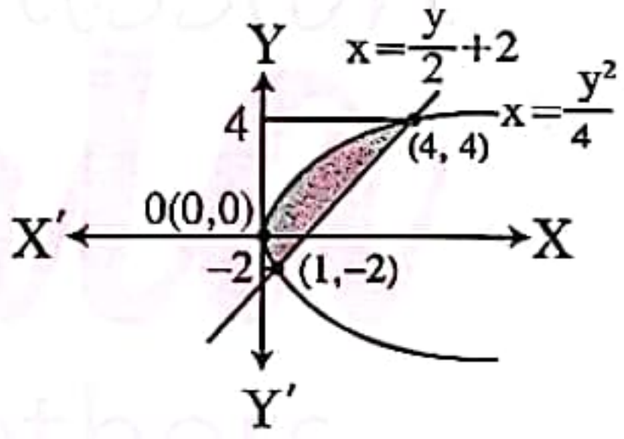
$\Rightarrow x = \frac{y}{2} + 2 \ldots\ldots\ldots$ (iv)

(iii) থেকে পাই, $2y = 4x - 8 \Rightarrow 2y = y^2 - 8 \therefore y = 4, -2 \therefore x = 4, 1$

$\therefore$ ছেদবিন্দু $(4, 4), (1, -2)$

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \int_{-2}^{4}\left(\frac{y}{2} + 2 - \frac{y^2}{4}\right)dy = \left[\frac{y^2}{4} + 2y - \frac{y^3}{12}\right]_{-2}^{4}$

$= \left[\frac{(4)^2}{4} + 2(4) - \frac{(4)^3}{12}\right] - \left[\frac{(-2)^2}{4} + 2(-2) - \frac{(-2)^3}{12}\right] = 9$ বর্গ একক **(Ans.)**



25. দেখাও যে, $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ বক্ররেখার যেকোনো স্পর্শক কর্তৃক অক্ষ দুইটি থেকে কর্তিত অংশের যোগফল একটি ধ্রুবক।

সমাধান: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a} \ldots\ldots\ldots$ (i) ধরি, (i) নং বক্ররেখার উপর যেকোনো বিন্দু $(x_1, y_1) \therefore \sqrt{x_1} + \sqrt{y_1} = \sqrt{a} \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) এর উভয়পক্ষকে x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই, $\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{y}}.\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \ldots\ldots\ldots$ (iii)

$\therefore (x_1, y_1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল, $\frac{dy}{dx}|_{(x_1y_1)} = -\frac{\sqrt{y_1}}{\sqrt{x_1}}$

$\therefore$ (i) বক্ররেখার উপরস্থ (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ, $y - y_1 = -\frac{\sqrt{y_1}}{\sqrt{x_1}}(x - x_1)$

$\Rightarrow y\sqrt{x_1} - y_1\sqrt{x_1} = x_1\sqrt{y_1} - x\sqrt{y_1} \Rightarrow x\sqrt{y_1} + y\sqrt{x_1} = x_1\sqrt{y_1} + y_1\sqrt{x_1}$

$\Rightarrow x\sqrt{y_1} + y\sqrt{x_1} = \sqrt{x_1}\sqrt{y_1}(\sqrt{x_1} + \sqrt{y_1}) \Rightarrow x\sqrt{y_1} + y\sqrt{x_1} = \sqrt{x_1}\sqrt{y_1}\sqrt{a}$ [(ii) নং হতে]

$\Rightarrow \frac{x\sqrt{y_1}}{\sqrt{x_1}\sqrt{y_1}\sqrt{a}} + \frac{y\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_1}\sqrt{y_1}\sqrt{a}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{x_1}} + \frac{y}{\sqrt{a}\sqrt{y_1}} = 1$

$\therefore$ স্পর্শকটি দ্বারা x ও y অক্ষের খন্ডিতাংশদ্বয় যথাক্রমে $\sqrt{a}\sqrt{x_1}$ ও $\sqrt{a}\sqrt{y_1}$

$\therefore$ অক্ষদ্বয়ের খন্ডিতাংশের যোগফল $= \sqrt{a}\sqrt{x_1} + \sqrt{a}\sqrt{y_1} = \sqrt{a}(\sqrt{x_1} + \sqrt{y_1}) = \sqrt{a}\sqrt{a}$ [(ii) নং হবে] $= a$; যা একটি ধ্রুবক।

26. $\int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1+x^{\frac{3}{4}}}\,dx$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $\int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1+x^{\frac{3}{4}}}dx = \int \frac{z^2(4z^3)dz}{1+z^3} = 4\int \frac{z^5 dz}{1+z^3} = 4\int \frac{z^5+z^2-z^2}{1+z^3}dz$

$= 4\int \frac{z^2(1+z^3)-z^2}{1+z^3}\,dz = 4\int (z^2 - \frac{z^2}{1+z^3})\,dz = 4\int z^2dz - \frac{4}{3}\int \frac{3z^2}{1+z^3}dz$

$= \frac{4z^3}{3} - \frac{4}{3}\ln|1+z^3| + c = \frac{4}{3}\{x^{\frac{3}{4}} - \ln|1+x^{\frac{3}{4}}|\} + c$

2 ও 4 এর ল.সা.গু =4

ধরি, $x = z^4 \;\therefore dx = 4z^3dz$

27. $\frac{1}{2}\tan^{-1}x = \tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ হলে, প্রমাণ কর $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

সমাধান: $\frac{1}{2}\tan^{-1}x = \tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}\tan^{-1}x = \tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+1.x}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}\tan^{-1}x = \tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(x)$

$\Rightarrow \frac{3}{2}\tan^{-1}x = \tan^{-1}(1) \;\Rightarrow \tan^{-1}x = \frac{2}{3}\left(\frac{\pi}{4}\right) \;\Rightarrow \tan^{-1}x = \frac{\pi}{6} \;\therefore x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বিকল্প: $\tan^{-1}x = 2\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \;\Rightarrow \tan^{-1}x = \tan^{-1}\left\{\frac{2\left(\frac{1-x}{1+x}\right)}{1-\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2}\right\}$

$\Rightarrow \tan^{-1}x = \tan^{-1}\left\{\frac{2(1-x)(1+x)}{(1+x)^2-(1-k)^2}\right\}$

$\Rightarrow \tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2(1-x^2)}{4x} \Rightarrow x = \frac{1-x^2}{2x} \Rightarrow 3x^2 = 1 \;\therefore x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ [শুদ্ধি পরীক্ষা করলে পাওয়া যায় $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলো একমাত্র সঠিক সমাধান। যদিও প্রশ্নে $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ প্রমাণ করতে বলা হয়েছে তবে তা $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হবে]

28. $2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ কনিকটিকে প্রমিত আকারে প্রকাশ কর এবং উপকেন্দ্র নির্ণয় কর।

সমাধান: $2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 4x + 4) + y^2 - 2y + 1 = 8 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{8} = 1$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{2^2} + \frac{(y-1)^2}{(2\sqrt{2})^2} = 1$; যা একটি উপবৃত্ত। $\therefore$ প্রদত্ত কনিকটিকে প্রমিত আকারে প্রকাশ করা হলো।

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}\,[\because a < b] = \sqrt{1 - \frac{4}{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রের ক্ষেত্রে, $x - 2 = 0 \;\therefore x = 2$

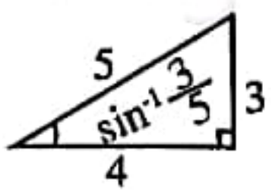
এবং $y - 1 = \pm be \Rightarrow y - 1 = \pm 2\sqrt{2}.\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y - 1 = \pm 2 \;\therefore y = 3, -1$ উপকেন্দ্রদ্বয় $(2,3), (2,-1)$

29. একটি আনত সমতলে 10 kg ওজনের একটি বস্তুকে সমতল বরাবর 2 kg ওজনের বল এবং একটি আনুভূমিক বল প্রয়োগ করে স্থিরভাবে রাখা হয়েছে। যদি ভূমির সমতলের নতি $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ হয়, তবে আনুভূমিক বলটি নির্ণয় কর।

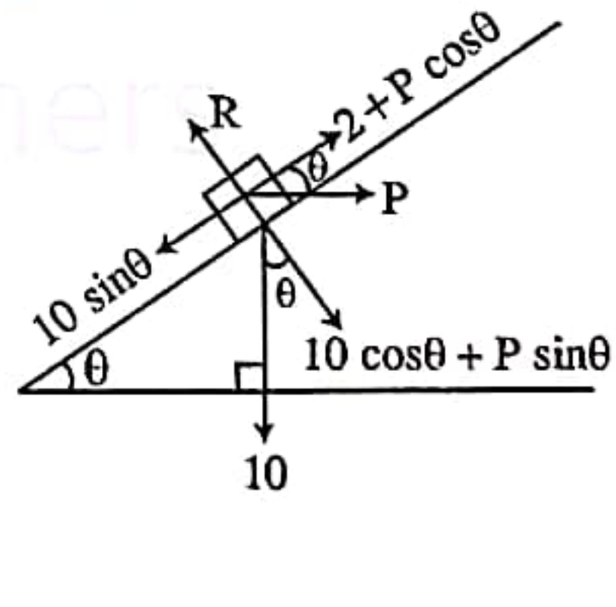
সমাধান: ধরি, আনুভূমিক বলটি P এবং তলের প্রতিক্রিয়া R

$\therefore$ চিত্র থেকে তল বরাবর বিবেচনায়,

$10\sin\theta = 2 + P\cos\theta,\; \theta = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$



$\Rightarrow P = \frac{10\sin\theta - 2}{\cos\theta} = \frac{10\left(\frac{3}{5}\right)-2}{\frac{4}{5}} \Rightarrow P = 5\text{ kg} - \text{wt}$ **(Ans.)**



30. $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$ হলে প্রমাণ কর যে, $(x^2-1)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$

সমাধান: $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x \ldots\ldots\ldots (i) \Rightarrow \frac{1}{m}\left(y^{\frac{1}{m}-1} - y^{-\frac{1}{m}-1}\right)y_1 = 2 \Rightarrow \left(\frac{y^{\frac{1}{m}}}{y} - \frac{y^{-\frac{1}{m}}}{y}\right)y_1 = 2m$

$\Rightarrow \left(y^{\frac{1}{m}} - y^{-\frac{1}{m}}\right)y_1 = 2my \Rightarrow \left(y^{\frac{1}{m}} - y^{-\frac{1}{m}}\right)^2 y_1^2 = 4m^2y^2 \Rightarrow \left\{\left(y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}}\right)^2 - 4.y^{\frac{1}{m}}.y^{-\frac{1}{m}}\right\}y_1^2 = 4m^2y^2$

$\Rightarrow \{(2x)^2 - 4\}y_1^2 = 4m^2y^2 \Rightarrow 4x^2y_1^2 - 4y_1^2 - 4m^2y^2 = 0 \Rightarrow x^2y_1^2 - y_1^2 - m^2y^2 = 0$

$\Rightarrow 2xy_1^2 + 2y_1y_2x^2 - 2y_1y_2 - 2m^2yy_1 = 0 \Rightarrow xy_1 + x^2y_2 - y_2 - m^2y = 0$

$\therefore (x^2-1)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$ [প্রমাণিত]

ইংরেজি: ৪ × ৫ = ২০

31. Answer the following questions according to the instructions:

(a) Use a connector to complete the sentence-"..... your help. I shall fail to apply for the post."

(b) Use the right form of verb given inside the bracket: "She (have) breakfast yet."

(c) May God bestow His blessings.....you. (Use appropriate preposition.)

(d) If I had a laptop, ... (Complete the sentence.)

(e) 'Prior to' means .....

Answer: (a) But for (b) has not had (c) upon

(d) I would solve it in time (e) existing or coming before in time, order, or importance

32. Change the following words as instructed in the brackets:

(a) vulnerable (synonym) (b) hungry (antonym) (c) emit (noun)

(d) acquisition (verb) (e) emancipation (antonym)

Answer: (a) endangered (b) nourished (c) emission

(d) acquire (e) chained

33. Transform the following sentences as directed:

(a) Padma Bridge is the longest bridge in Bangladesh. (comparative)

(b) No one can escape his destiny. (affirmative)

(c) Only hard working boys will succeed. (complex)

(d) I have never seen the Taj Mahal. (interrogative)

(e) Mariam said, "I can drive a car." (indirect)

Answer: (a) Padma Bridge is longer than any other bridges in Bangladesh

(b) All must admit to destiny (c) Only boys who are hard working will succeed.

(d) Have I ever seen the Taj Mahal? (e) Mariam said that she could drive a car.

34. Answer the following questions according to the instructions:

(a) Name the figure of speech of the underlined word "Blow, blow, thou winter wind,"

(b) The main character in a play, film/movie or book is called.....

(c) "Leave no room for fantasy." Here the word "room" means.....

(d) What does the phrase 'A snake in the grass' mean?

(e) Pick the correct sentence:

(i) It is quite all right. (ii) It is quiet all right.

(ii) It is quite alright. (iv) It is all right.

Answer: (a) personification (b) protagonist

(c) space

(d) They are false because they pretend to be your friend while actually harming you

(e) (i) It is quite all right.