

MIST : 2021-22

পরীক্ষার্থীদের প্রতি নির্দেশনাবলী:-

- পরীক্ষায় মোট প্রশ্ন ২০ টি, প্রতিটি প্রশ্নের মান ৫ করে মোট মার্ক্স ১০০ এবং সময় ১২০ মিনিট।
- পুরো প্রশ্নপত্রে লিখিত প্রশ্ন , কোন MCQ প্রশ্ন নেও।
- সেকেন্ড টাইমাররা নিচের Second Time অপশনে ক্লিক করবে।
- পরীক্ষার প্রশ্ন দুই অংশে বিভক্ত। প্রথম অংশেঃ সংক্ষিপ্ত সিলেবাস এবং দ্বিতীয় অংশে এক্সট্রা সিলেবাসের প্রশ্ন রয়েছে।
- লিখিত প্রশ্ন তোমরা পরীক্ষার সময় খাতায় উত্তর করবে এবং সলভ করতে পারলে Done ও না করলে পারলে স্কিপ অপশনে ক্লিক করবে।
- ক্যালকুলেটর ব্যবহার করা যাবে।
- নিচের Start অপশনে ক্লিক করলে পরীক্ষা শুরু হয়ে যাবে। এরপর সব উত্তর করে সাবমিট করলে সাথে সাথে সলভ দেখতে পারবে এবং নিজের উত্তরপত্র যাচাই করতে পারবে।।

Part-A : Short Syllabus

1. $\vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{F} = 6\hat{i} + 9\hat{j} - 3\hat{k}$

(5 points)

হলে টর্কের মান নির্ণয় কর।

[P-1.2, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

এখন,

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 4 & -1 \\ 6 & 9 & -3 \end{vmatrix} = \hat{i}(-12 + 9) - \hat{j}(-6 + 6) + \hat{k}(18 - 24)$$

$$\vec{\tau} = -3\hat{i} - 0\hat{j} - 6\hat{k}$$

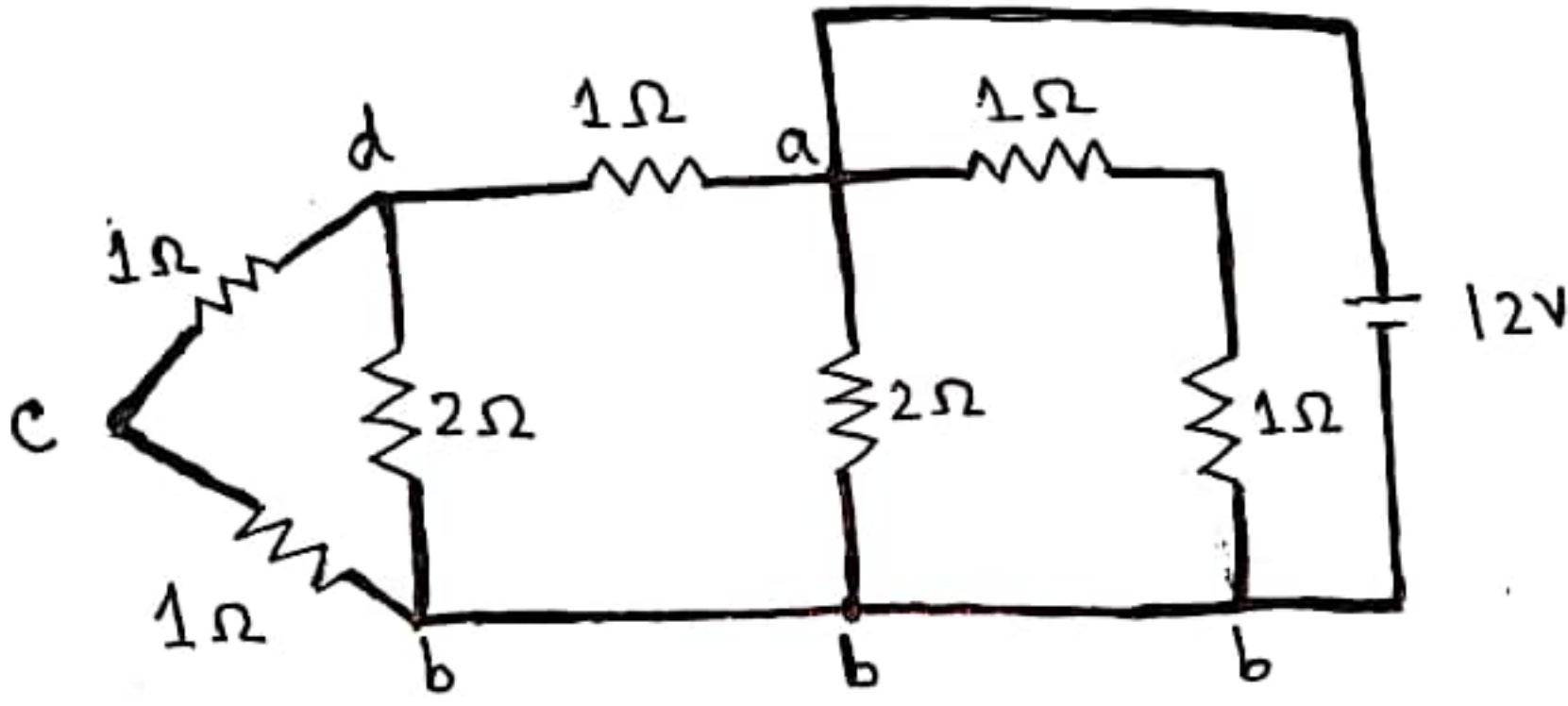
এবং টর্কের মান হবে,

$$|\vec{\tau}| = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}Nm$$

- সূত্রের জন্য 1 এবং সঠিক মানের জন্য=4।

2. নিচের বর্তনীতে 12V ব্যাটারী থেকে প্রবাহিত বিদ্যুৎ প্রবাহ I এর মান কত?

(5 points)

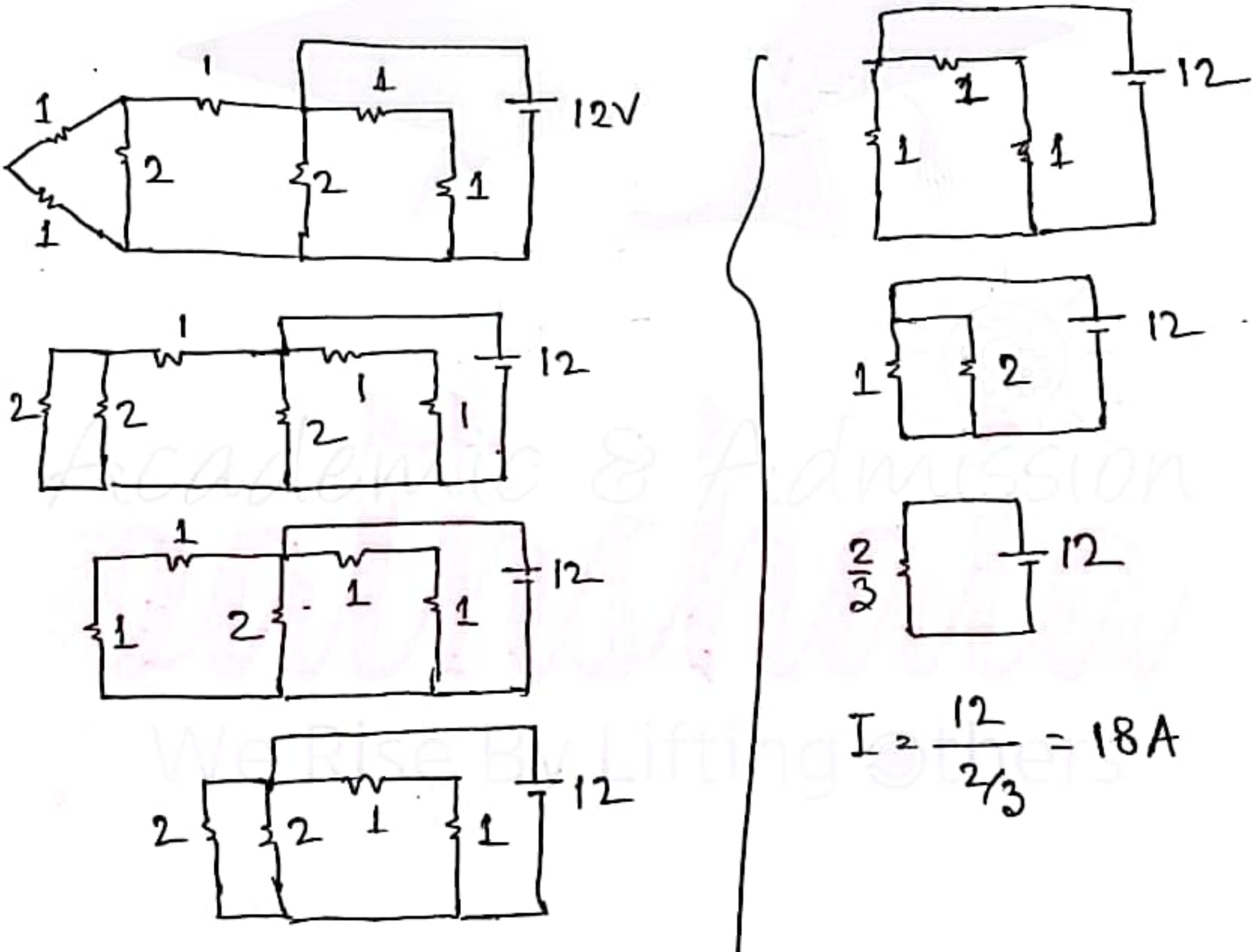


[P-2.3, MIST : 2021-22(Written)]

● Done

○ Skip

Explanation:



• তুল রোধে মার্জ=2 এবং $I=3$ ।

3. 600Kg ভরের একটি গাড়ি 10ms^{-1} আদি বেগে এসে 400Kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে (5 points) ধাক্কা দিয়ে উভয় একসাথে চলা শুরু করল এবং 25m দূরত্ব যাবার পর থেকে গেল। তবে বাধাদানকারী বলের মান নির্ণয় কর।

[P-1.4, MIST : 2021-22(Written)]

● Done

○ Skip

Explanation:

সুত্রানুসারে,

$$m_1 u_1 + 0 = (m_1 + m_2)v \Rightarrow v = \frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2}$$
$$\Rightarrow v = \frac{600 \times 10}{600 + 400} = 6 \text{ms}^{-1}$$

25m দূরত্ব যাবার পর থেমে গেলে,

$$v^2 = u^2 + 2as \Rightarrow 0^2 = 6^2 + 2 \times a \times 25 \Rightarrow a = -0.72 \text{ms}^{-2}$$

অতএব, বাধাদানকারী বল, $F = ma = 1000 \times 0.72 = 720 \text{N}$

- মিলিত বেগের জন্য=1 এবং স্বরণের জন্য=2 এবং বলের জন্য=2

4. একটি সেকেন্ড দোলক পাহাড়ের পাদদেশে ঠিক সময় দেয় কিন্তু পাহাড়ের উপরে একটি (5 points) স্থানে প্রতি 2ঘন্টায় 8sec ধীরে চলে। পৃথিবীর ব্যাস, 12800 কিলোমিটার।

(i) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(ii) দোলনকাল ঠিক রাখার জন্য দোলকের দৈর্ঘ্য কীরকম পরিবর্তন করতে হবে - তা বের কর।

[P-1.8, MIST : 2021-22(Written)]

● Done

○ Skip

Explanation:

সমাধান: (i) প্রথমতে, পাহাড়ের উপর ঘড়ি 2 ঘন্টায় 8s সেকেন্ড ধীরে চলে।

সুতরাং 24 ঘন্টায় ধীরে চলে $\frac{8 \times 24}{2} = 96$ সেকেন্ড।

এখন পাহাড়ের পাদদেশে দোলনকাল T এবং পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল T' হলে $\frac{T'}{T} = \frac{86400}{86400 - 96} = \frac{900}{899}$

পাহাড়ের উচ্চতা h, পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে $\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \dots \dots \dots (i)$

আমরা জানি, $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2} = 1 + \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{T'}{T} - 1$

$\Rightarrow h = R \times \left(\frac{T'}{T} - 1\right) = \frac{12800}{2} \times 10^3 \times \left(\frac{900}{899} - 1\right) = 7119.02 \text{ m (Ans.)}$

(ii) পাদদেশে দোলকের দৈর্ঘ্য l

পাহাড়ের চূড়ায় l' করলে T দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে।

আমরা জানি, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ সুতরাং $L \propto g$

সুতরাং $\frac{l'}{l} = \frac{g'}{g} \Rightarrow \frac{l-l'}{l} = 1 - \frac{g'}{g} = 1 - \frac{(899)^2}{(900)^2}$ [(i) হতে $\frac{g'}{g} = \left(\frac{T}{T'}\right)^2 = \left(\frac{899}{900}\right)^2$]

$= 1 - 0.9977790123 = 2.220987 \times 10^{-3} = 2.220987 \times 10^{-3} \times 100\% = 0.22209877\% \text{ (Ans.)}$

এখানে, 0.22209877% হ্রাস করতে হবে।

- i এর জন্য 2.5 এবং ii এর জন্য 2.5

5. ইয়ং এর দ্বি-চিড় পরীক্ষায় 5000\AA তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো প্রয়োগ করা হল। চিড়দ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.1mm । চিড় হতে পর্দার দূরত্ব 2m । দশম উজ্জ্বল ও দশম অন্ধকার ডোরার মধ্যকার কোণিক অবস্থান বের কর। (5 points)

● Done

○ Skip

Explanation:

$$a \sin \theta = n \lambda$$

$$0.1 \times 10^{-3} \sin \theta = 10 \times 5000 \times 10^{-10}$$

$$\theta = 2.8659^\circ$$

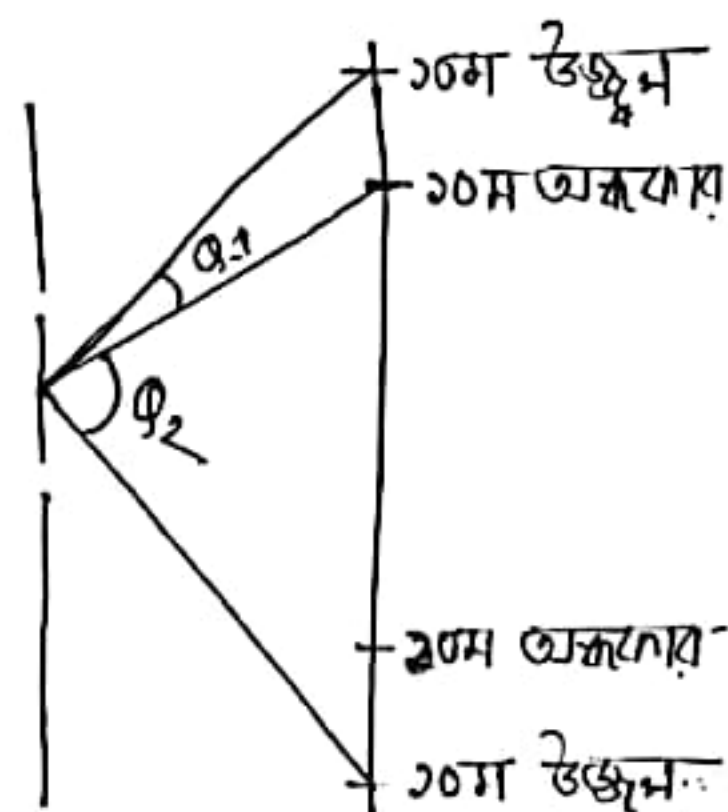
$$a \sin \theta' = (2n-1) \frac{\lambda}{2}$$

$$0.1 \times 10^{-3} \sin \theta' = \frac{(2 \times 10 - 1) \times 5000 \times 10^{-10}}{2}$$

$$\theta' = 2.72^\circ$$

$$\theta_1 = \theta - \theta' = 0.143^\circ$$

$$\theta_2 = \theta + \theta' = 5.5859^\circ$$



• সূত্র-1 এবং দুটি মানের জন্য=4

6. (a) 27°C তাপমাত্রায় এক মোল কোন গ্যাসকে সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় এমনভাবে প্রসারিত করা হয় যেন আয়তন দ্বিগুন হয়। রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসটিকে আবার আগের অবস্থায় আনা হয়। সম্পূর্ণ প্রক্রিয়াটিতে কৃতকাজ কত? $\gamma=1.4$, $R=8.4 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ (5 points)

(a) ভূপৃষ্ঠে একটি বকেটের দৈর্ঘ্য 100m। গতিশীল অবস্থায় একজন পর্যবেক্ষক বকেটের গতি 99m পরিমাপ করলেন। বকেটের গতি কত ছিল।

[P-2.1, MIST : 2021-22(Written)]

● Done

○ Skip

Explanation:

(a) সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় কৃতকাজ, $V_2=2V_1$

$$w_1 = nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = 1 \times 8.4 \times 300 \times \ln 2 = 1746.73 \text{ j}$$

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায়, $T_1=300\text{K}$ এবং $V_2=V_1/2$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \times \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 395.86$$

কৃতকাজ,

$$W_2 = \frac{nR}{1-\gamma} (T_2 - T_1) = \frac{1 \times 8.314}{1-1.4} \times (395.86 - 300) = -2013.06 \text{ j}$$

মোট কাজ=1746.73-2013.06=-266.33 j

(b)

এখানে স্থির দৈর্ঘ্য, $L_0=100\text{m}$ এবং চলমান দৈর্ঘ্য, $L=99\text{m}$

$$L = L_0 \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \Rightarrow 99 = 100 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - 0.99^2 \Rightarrow v = 4.2 \times 10^7 \text{ms}^{-1}$$

- a এর জন্য 2.5 এবং b এর জন্য 2.5

7. (a) একজন ব্যক্তি শ্বাস-প্রশ্বাসে 1.12 L বায়ু সেবন করলে-

(5 points)

(i) সে মোট কতগুলো অনু সেবন করে?

(ii) 27°C তাপমাত্রায় ঐ অনুগুলোর গড় গতিশক্তি কত?

(b) কত তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর বর্গমূল গড় বর্গবেগ -100°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর বর্গমূল গড় বর্গবেগ এর সমান হবে?

[P-1.10, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

(a)

$$(i) n = V/22.4 = N/N_A$$

$$n = 1.12/22.4 = 0.05 \text{ mol}$$

$$\text{আবার, } n = N/N_A \Rightarrow N = nN_A = 0.05 \times 6.02 \times 10^{23} = 3.01 \times 10^{22} \text{ টি}$$

$$(ii) E_k = f/2 \text{ KT}$$

অনুগুলোর গড় রৈখিক গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{3}{2} \text{KT} = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.21 \times 10^{-21} \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

অনুগুলোর মোট গড় গতিশক্তি হবে,

$$E_k = \frac{5}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 1.035 \times 10^{-20} \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

(b)

$$(a) \quad c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

I তাপমাত্রায় O_2 এর,

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{32 \times 10^{-3}}}$$

$-100^\circ\text{C} = 173\text{K}$ তাপমাত্রায় H_2 এর,

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3R \times 173}{2 \times 10^{-3}}}$$

প্রশ্নমতে,

$$C_{rms-O_2} = C_{rms-H_2} \Rightarrow T = 2768K$$

বলা যায়, $T=2768K=2495^\circ C$

- a এর i-1 এবং ii-1 করে এবং b এর জন্য 3.

8. বোরের মডেল অনুযায়ী ইলেক্ট্রনের শক্তি $E=-R_H/n^2$ সমীকরণ থেকে হিসাব করা যায়, যেখানে $R_H=2.18 \times 10^{-18} \text{ j}$ এবং n হল প্রধান কোয়ান্টাম সংখ্যা। যদি ইলেক্ট্রন তৃতীয় শক্তিস্তর ($n=3$) থেকে নিম্নতর শক্তিস্তরে স্থানান্তরিত হয় এবং বামার সিরিজের বর্ণালি তৈরি করে তবে, (5 points)

(i) ফোটনের বিকিরিত শক্তির সমীকরণ লিখ।

(ii) ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ন্যানোমিটারে নির্ণয় কর।

[C-1.2, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

$$(i) E = -R_H/n^2$$

$$E_1 = -R_H/3^2 \text{ এবং } E_2 = -R_H/2^2$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 5R_H/36$$

(ii) সূত্রানুসারে,

$$\Delta E = \frac{5R_H}{36} \Rightarrow \frac{ch}{\lambda} = \frac{5R_H}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \times 10^8 \times 6.34 \times 10^{-34}}{\lambda} = \frac{5 \times 2.18 \times 10^{-18}}{36}$$

$$\Rightarrow \lambda = 656.91 \text{ nm}$$

- i এর জন্য 2 এবং ii এর জন্য 3 মার্ক্স পাবে।

9. (a) 690 Torr চাপ ও $17^\circ C$ তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন 25.8 L হয়। তবে, 1.85 atm চাপে ও $137K$ তাপমাত্রায় গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় কর। (5 points)

(b) $2NO + Cl_2 \rightleftharpoons 2NOCl$ বিক্রিয়ার $25^\circ C$ তাপমাত্রায় $K_p = 1.3 \times 10^3 \text{ atm}^{-1}$ হলে K_c এর মান বের কর।

[C-2.1, 1.4, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

(a) সূত্রানুসারে,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{T_1 P_2}$$
$$V_2 = \frac{\frac{690}{760} \times 25.8 \times 345}{(17 + 273) \times 1.85} = 15.063L$$

(b) $2NO + Cl_2 = 2NOCl$; $n = 2 - (2 + 1) = -1$

সূত্র, $K_P = K_C(RT)^{\Delta n}$

$$\Rightarrow 1.3 \times 10^3 = K_c(0.0821 \times 298)^{-1} \Rightarrow K_c = 3.1 \times 10^3 \frac{L}{mol}$$

• a এর জন্য 3 এবং b এর জন্য 2 পাবে।

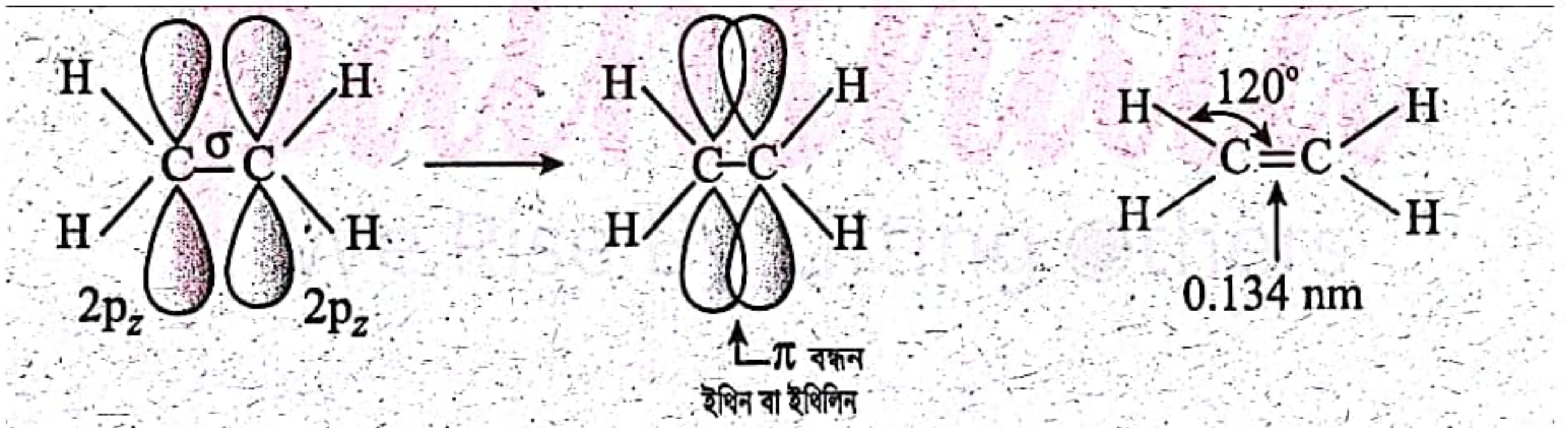
10. ইথিন গাঠনিক সংকেতের চিত্র আঁক যেখানে sp^2 অরবিটাল এবং হাইড্রোজেনের অধিক্রমণ ঘটে। পাই ও সিগমা বন্ধন গুলো চিহ্নিত কর। C-C বন্ধন দূরত্ব ও বন্ধন কোণ নির্ণয় কর। (5 points)

[C-2.2, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:



• সঠিক চিত্র-3 এবং বন্ধন দূরত্বের সঠিক মানের জন্য -1 ও কোণের জন্য -1 পাবে।

11. HCl দ্রবণের $P^H=2$ হলে প্রতি লিটারে কি পরিমাণ অম্ল আছে তা বের কর। (5 points)

[C-1.4, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

এখানে,

$$P^H = -\log[H^+] = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} = [HCl]$$

$L=1$ এবং $S=10^{-2}M$ হলে, $n_{HCl}=1 \times 10^{-2} \text{ mol}$

এবং $w_{HCl}=nM=10^{-2} \times 36.5 \text{ g}=0.3659 \text{ g}$

- সঠিক পরিমাণ বের করতে পারলেই=5

12. (a) বেনজিনের ওজনোলাইসিস বিক্রিয়া লিখ।

(5 points)

(b) $2NO_2(g)+7H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)+4H_2O(g)$ - ; সাম্যঙ্কক K_c বের কর।

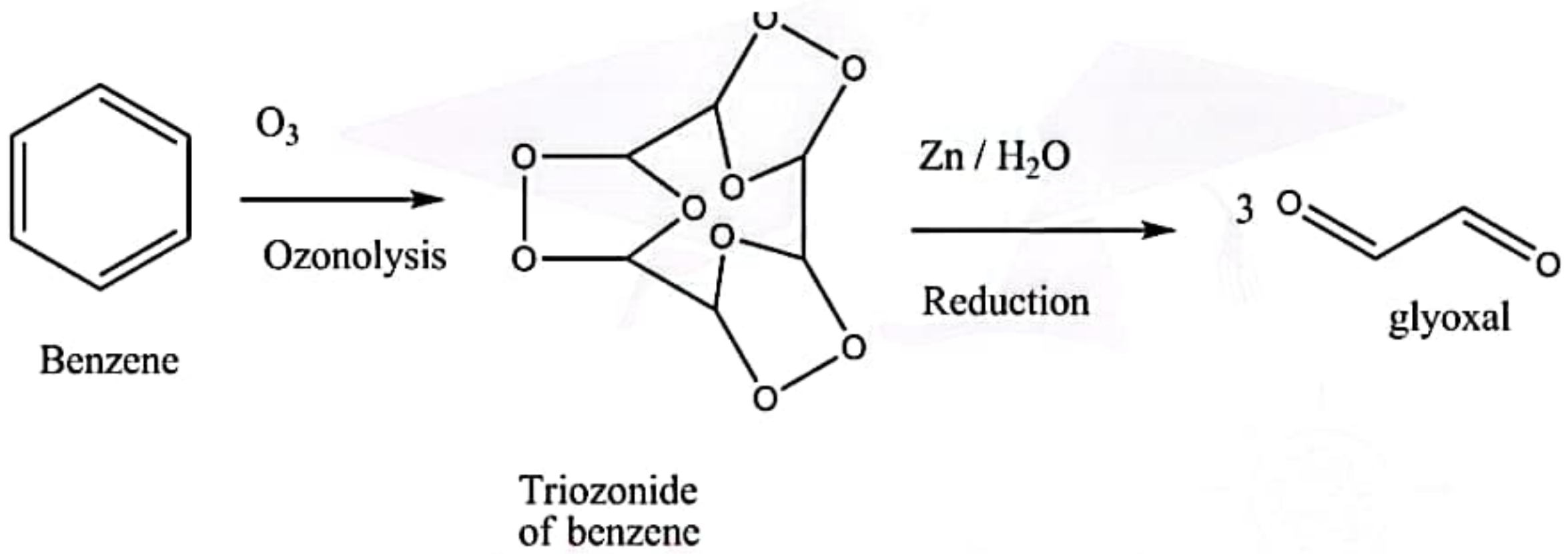
[C-2.2, MIST : 2021-22(Written)]

● Done

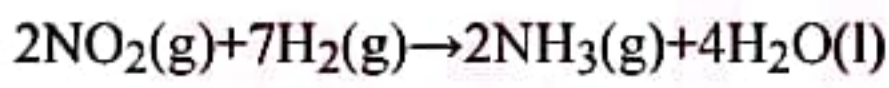
○ Skip

Explanation:

(a)



(b) মনে করি, বিয়োজন মাত্রা= a এবং পাত্রের আয়তন= V



$t=0$; 2 7 0 0

$t=eq$,

NO_2 - $(2-2a)$, H_2 - $(7-7a)$, NH_3 - $2a$ এবং H_2O - $4a$

তবে,

$$K_c = \frac{\left(\frac{2a}{V}\right)^2 \times \left(\frac{4a}{V}\right)^4}{\left[\frac{2(1-a)^2}{V}\right]^2 \times \left[\frac{7(1-a)^2}{V}\right]^7}$$
$$K_c = \frac{2^8 a^6}{7^7 (1-a)^9} \times V^3$$

- a এর সঠিক বিক্রিয়ার জন্য 3 এবং b এর সঠিক সমীকরণের জন্য 2।

13. যদি,

(5 points)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ and } AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

হয় তবে B এর ভুক্তিসমূহ ধাপানুযায়ী বের কর।

[M-1.1, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

এখানে $A_{11}=1, A_{12}=-2, A_{21}=-3, A_{22}=4$ এবং $|A|=-2$

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{and, } A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

আবার,

$$AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}AB = A^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

- ধাপ অনুযায়ী বের করার উপর মার্ক্স এবং সঠিক মান=5

14. (-3,6) বিন্দু হতে $2x-y-8=0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক ও লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। (5 points)

[M-1.3, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

(-3,6) বিন্দু হতে $2x-y-8=0$ সরলরেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ;

$-x-2y+k=0$ যা (-3,6) বিন্দুগামী।

$$\Rightarrow -(-3) - 2(6) + k = 0 \Rightarrow k = +9$$

লম্ব রেখার সমীকরণ: $-x-2y+9=0$

আবার,

$2x-y-8=0$ ও $-x-2y+9=0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দু-ই পাদবিন্দু=(5,2)

এবং, (-3,6) ও (5,2) বিন্দুঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব-ই হল লম্ব দূরত্ব।

$$= \sqrt{(5 - (-3))^2 + (2 - 6)^2} = 4\sqrt{5}$$

- পাদবিন্দুর জন্য =2 এবং লম্ব দূরত্বের জন্য=3

15. যোগজীকরণ কর।

(5 points)

$$\int \frac{\cos x}{3 + \cos^2 x} dx$$

[M-1.10, MIST : 2021-22(Written)]

- Done
- Skip

Explanation:

$$3 + \cos^2 x = 3 + 1 - \sin^2 x = 2^2 - \sin^2 x$$

ধরি,

$$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos x}{2^2 - \sin^2 x} dx &= \int \frac{1}{2^2 - u^2} du \\ &= \frac{1}{4} \log \left| \frac{2 + \sin x}{2 - \sin x} \right| + c \end{aligned}$$

- সঠিক মান=5

16. $\sin\theta$ এর কোন মানের জন্য $7\sec\theta - 3\tan\theta$ এর মান সর্বনিম্ন হবে?

(5 points)

[M-1.9, MIST : 2021-22(Written)]

- Done
- Skip

Explanation:

এখানে,

$$f(x) = 7\sec\theta - 3\tan\theta$$

$$\Rightarrow f'(x) = 7\sec\theta \cdot \tan\theta - 3\sec^2\theta$$

সর্বনিম্ন মানের শর্তানুসারে,

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 7\tan\theta = 3\sec\theta$$

$$\Rightarrow 7 \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{\cos\theta} \Rightarrow \sin\theta = \frac{3}{7}$$

- সঠিক মান=5

17. $x^2+px+q=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য 1 হলে প্রমাণ কর যে, $p^2+4q^2=(1+2q)^2$ (5 points)

[M-2.4, MIST : 2021-22(Written)]

- Done

Skip

Explanation:

ধরি,

$x^2+px+q=0$ সমীকরণের দুটি মূল হলো a ও b ।

তবে, $a+b=-p$ এবং $ab=q$

প্রশ্নমতে,

$$a - b = 1 \Rightarrow (a - b)^2 = 1 \Rightarrow (a + b)^2 - 4ab = 1$$
$$\Rightarrow (-p)^2 - 4q = 1 \Rightarrow p^2 = 1 + 4q$$

$$L.H.S \Rightarrow p^2 + 4q^2 = (1 + 4q) + 4q^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2q + (2q)^2 = (1 + 2q)^2 = R.H.S$$

• সঠিক প্রসেস=5

18. (a) প্রমাণ কর যে,

(5 points)

$$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{17}{19}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{127}{11}\right)$$

(b) মান নির্ণয় কর।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

[M-1.9, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

(a) ধরি,

$$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\cot^{-1}\left(\frac{17}{19}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{19}{17}\right)$$

এখন,

$$L.H = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{17}{19}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{19}{17}\right)$$
$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{3}{4} + \frac{19}{17}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{19}{17}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{127}{11}\right)$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^3 \cos x}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \left(2 \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)}{x^3 \cos x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- a এর জন্য 2 এবং b এর জন্য 3।

19. θ কোণে ক্রিয়ারত P,Q মানের বলদ্বয়ের লব্ধি $(2m+1)\sqrt{P^2+Q^2}$, উক্ত কোণটি $(\pi/2 - \theta)$ হলে লব্ধির মান $(2m-1)\sqrt{P^2+Q^2}$ হয়। প্রমাণ কর যে,

$$\tan\theta = \frac{m-1}{m+1}$$

[M-2.7, MIST : 2021-22(Written)]

● Done

○ Skip

Explanation:

যখন দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ θ হবে,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta$$

Given,

$$R = (2m+1)\sqrt{P^2 + Q^2}$$

তুলনা করে,

$$P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta = (2m+1)^2(P^2 + Q^2)$$

$$\Rightarrow 2PQ \cos \theta = (P^2 + Q^2)\{(2m+1)^2 - 1\}$$

$$= (P^2 + Q^2)(4m^2 + 4m + 1 - 1)$$

$$\Rightarrow PQ \cos \theta = 2(P^2 + Q^2)m(m+1)$$

$$= 2m(m+1)(P^2 + Q^2)\dots(1)$$

যখন দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ $(90^\circ - \theta)$ হবে,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos(90^\circ - \theta)$$

$$= P^2 + Q^2 + 2PQ \sin \theta$$

$$\Rightarrow P^2 + Q^2 + 2PQ \sin \theta = (2m-1)^2(P^2 + Q^2)$$

$$\Rightarrow 2PQ \sin \theta = (P^2 + Q^2)\{(2m-1)^2 - 1\}$$

$$\Rightarrow PQ \sin \theta = 2(P^2 + Q^2)m(m-1)$$

$$= 2m(m-1)(P^2 + Q^2)\dots(2)$$

Dividing (2) by (1) we have ,

$$\tan\alpha = \frac{m-1}{m+1}$$

- সঠিক প্রসেস ঠিক থাকতে হবে। মান=5

20. p এর মান কত হলে $x^2/p + y^2/5^2=1$ উপবৃত্তটি (6,4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? (5 points)
উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা এবং উপকেন্দ্রের অবস্থান বের কর।

[M-2.6, MIST : 2021-22(Written)]

Done

Skip

Explanation:

$x^2/p + y^2/5^2=1$ উপবৃত্তটি (6,4) বিন্দুগামী হলে,

$$\frac{6^2}{p} + \frac{4^2}{5^2} = 1 \Rightarrow \frac{6^2}{p} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$
$$\Rightarrow p = \frac{25}{9} \times 6^2 = 100 \Rightarrow p = 100$$

এখন, $a=10$ ও $b=5$ হল।

উৎকেন্দ্রিকতা,

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{5^2}{10^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

এবং উপকেন্দ্রদ্বয় $(\pm ae, 0) = (\pm 5\sqrt{3}, 0)$

- p এর মানের জন্য=2, উৎকেন্দ্রিকতার জন্য =1 এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের জন্য=2

Part-B : Extra Syllabus

Academic Admission
We Rise By Lifting Others