অধ্যায়-০১: ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Question Type-01: মৌলিক তথ্যমূলক

ঐতিহাসিক নোটঃ ১৮৫০ সালে **J. J. Sylvester** ম্যাট্রিক্স শব্দটি ব্যবহার করেন। এর পর ১৮৫৮ সালে **Arthur Cayley** সুনির্ধারিত নিয়মে ম্যাট্রিক্সের তত্ত্বসমূহকে দৃঢ়ভাবে প্রতিষ্ঠা করেন।

ম্যাট্রিক্সের প্রকারভেদঃ ম্যাট্রিক্স অনেক প্রকার আছে। তবে এখানে কয়েক প্রকারের ম্যাট্রিক্সের ধারণা দেওয়া হলো।

সারি ম্যাট্রিক্স (Row Matrix) ঃ যে ম্যাট্রিক্সের একটি মাত্র সারি বিদ্যমান তাকে বলা হয় সারি ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ একটি সারি ম্যাট্রিক্স।

কলাম ম্যাট্রিক্স (Column Matrix)ঃ যে ম্যাট্রিক্সের একটি মাত্র কলাম বিদ্যমান তাকে বলা হয় কলাম ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ একটি কলাম ম্যাট্রিক্স।

বর্গ ম্যাট্রিক্স (Square Matrix)ঃ যে ম্যাট্রিক্সের সারি ও কলাম সংখ্যা সমান তাকে বলা হয় বর্গ ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 2 & 8 & 5 \\ 3 & 9 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ইত্যাদি। $\begin{bmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 2 & 8 & 5 \\ 3 & 9 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow$ প্রধান কর্ণ

শূন্য বা বিদেহী ম্যাট্রিক্স (Null Matrix)ঃ যে ম্যাট্রিক্সের প্রত্যেকটি ভুক্তি শূন্য, তাকে শূন্য ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স।

স্কেলার ম্যাট্রিক্স (Scalar Matrix)ঃ যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণ একই ধ্রুব সংখ্যা দ্বারা গঠিত এবং অন্যান্য ভুক্তিগুলো শূন্য তাকে স্কেলার ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ একটি স্কেলার ম্যাট্রিক্স।

কর্ণ ম্যাট্রিক্স (Diagonal Matrix)ঃ যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণ বরাবর ভুক্তিগুলো ব্যতীত অন্যান্য সকল ভুক্তিগুলো শূন্য, তাকে বলা হয় কর্ণ ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ একটি কর্ণ ম্যাট্রিক্স।

অভেদক ম্যাট্রিক্স (Identity Matrix)ঃ যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণ বরাবর ভুক্তিগুলো হবে শুধু 1 এবং অন্যান্য সকল ভুক্তিগুলো হবে শূন্য, তাকে বলা হয় অভেদক ম্যাট্রিক্স। একে 'I' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কোন অভেদক ম্যাট্রিক্সের 2 টি সারি ও 2 টি কলাম থাকলে একে 'I_2' দ্বারা প্রকাশ করা হয়, আবার 3 টি সারি ও 3 টি কলাম থাকলে একে 'I_3' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

যেমনঃ $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

শূন্য-এক ম্যাট্রিক্সঃ শুধু 0 ও 1 ভুক্তিবিশিষ্ট ম্যাট্রিক্সকে বলা হয় শূন্য-এক ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ একটি শূন্য-এক ম্যাট্রিক্স।

সমঘাতী ম্যাট্রিক্স (Idempotent Matrix) ঃ কোন একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে বর্গ করলে যদি ম্যাট্রিক্সটির কোন পরিবর্তন না হয় তবে ঐ ম্যাট্রিক্সকে বলা হয় সমঘাতী ম্যাট্রিক্স। অর্থাৎ A একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স হলে, A কে সমঘাতী ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^2 = A$ হয়।

Example: $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ হলে দেখাও যে, A একটি সমঘাতী ম্যাট্রিক্স।

সমাধান: $A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2.2-2(-1)-4.1 & 2.(-2)-2.3-4.(-2) & 2.(-4)-2.4-4.(-3) \\ -1.2+3.(-1)+4.1 & -1.(-2)+3.3+4.(-2) & -1.(-4)+3.4+4.(-3) \\ 1.2-2.(-1)-3.1 & 1.(-2)-2.3-3.(-2) & 1.(-4)-2.4-3.(-3) \end{bmatrix}$$

$= \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} = A$ যেহেতু, $A^2 = A$; সুতরাং A একটি সমঘাতী ম্যাট্রিক্স।

শূন্যঘাতী ম্যাট্রিক্স (Nilpotent Matrix) ঃ k একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে এবং $A^k = 0$ এবং $A^{k-1} \neq 0$ হলে A কে বলা হয় শূন্যঘাতী ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ একটি শূন্যঘাতী ম্যাট্রিক্স।

উদঘাতিক ম্যাট্রিক্স (Involutary Matrix): কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সকে বর্গ করলে যদি অভেদক ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তবে প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সকে বলা হয় উদঘাতিক ম্যাট্রিক্স। অর্থাৎ A একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স হলে, A কে উদঘাতিক ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^2 = I$ হয়।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ একটি উদঘাতিক ম্যাট্রিক্স।

কারণ, $A^2 = \begin{bmatrix} 5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

জটিল ম্যাট্রিক্স (Complex Matrix): জটিল উপাদান বিশিষ্ট ম্যাট্রিক্সকে জটিল ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 2i & 4 & i \\ 6 & i & 0 \\ 7 & -i & -1 \end{bmatrix}$ একটি জটিল ম্যাট্রিক্স।

অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স (Conjugate Matrix) ঃ কোন জটিল ম্যাট্রিক্স-এর জটিল ভুক্তিগুলোর অনুবন্ধী ভুক্তি দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্সকে বলা হয় ঐ ম্যাট্রিক্স-এর অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 5-2i & 4 & i \\ 6 & 3+i & 0 \\ 7 & 2-i & -1 \end{bmatrix}$ এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা, $\overline{A} = \begin{bmatrix} 5+2i & 4 & -i \\ 6 & 3-i & 0 \\ 7 & 2+i & -1 \end{bmatrix}$

হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স (Hermitian Matrix) ঃ কোন বর্গ জটিল ম্যাট্রিক্স-এর অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স-এর ট্রান্সপোজ যদি প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স-এর সমান হয় তবে প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সকে বলা হয় হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 5 & 2+i & i \\ 2-i & 3 & 5+i \\ -i & 5-i & -1 \end{bmatrix}$ হলে, $\overline{A} = \begin{bmatrix} 5 & 2-i & -i \\ 2+i & 3 & 5-i \\ i & 5+i & -1 \end{bmatrix}$

$$\therefore \overline{A}^t = \begin{bmatrix} 5 & 2+i & i \\ 2-i & 3 & 5+i \\ -i & 5-i & -1 \end{bmatrix} = A$$

$\therefore A = \begin{bmatrix} 5 & 2+i & i \\ 2-i & 3 & 5+i \\ -i & 5-i & -1 \end{bmatrix}$ একটি হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স।

ম্যাট্রিক্স-এর ট্রেসঃ কোন বর্গ ম্যাট্রিক্স-এর প্রধান কর্ণ বরাবর ভুক্তিগুলোর যোগফলকে বলা হয় ঐ ম্যাট্রিক্স-এর ট্রেস।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্স-এর ট্রেস $= 2 + 3 - 3 = 2$

প্রতিসম ম্যাট্রিক্স: একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স A এবং এর ট্রান্সপোজ ম্যাট্রিক্স A^T পরস্পর সমান হলে তাকে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে। প্রতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে (i,j) ও (j,i) তম ভুক্তিদ্বয় পরস্পর সমান ও সমচিহ্নযুক্ত হবে যেখানে, $i \neq j$। $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ হলে $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ অর্থাৎ $A = A^T$; সুতরাং A একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স।

বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স: একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স A এর ট্রান্সপোজ ম্যাট্রিক্স A^T এবং $A = -A^T$ হলে তাকে বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে। বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে- মূখ্যকর্ণের ভুক্তিগুলি শূন্য হয় এবং (i,j) ও (j,i) তম ভুক্তিদ্বয় পরস্পর সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হয় যেখানে $i \neq j$.

$$A\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix} \text{ হলে } A^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix} = -A$$

অর্থাৎ $A = -A^T$; সুতরাং A একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স।

Related Questions:

01. $\begin{pmatrix}5 & 6\\2 & 4\end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স এর ট্রেস (Trace) কোনটি? **[JU'20-21]**

(a) 9/8 (b) 8/9 (c) 8 (d) 9

সমাধান: (d); বিপরীত ম্যাট্রিক্স = $\begin{pmatrix}4 & -6\\-2 & 5\end{pmatrix}$ ∴ ট্রেস $= 4 + 5 = 9$

02. নিচের কোনটি বিপ্রতীসম ম্যাট্রিক্স? **[Ans: c] [RU'20-21]**

(a) $\begin{bmatrix}0 & -2 & 3\\2 & 0 & 4\\3 & -4 & 0\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}0 & -2 & 3\\2 & 1 & 4\\3 & -4 & 0\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}0 & -2 & -3\\2 & 0 & 4\\3 & -4 & 0\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}0 & -2 & -3\\2 & 0 & -4\\3 & -4 & 0\end{bmatrix}$

03. নিচের কোনটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স? **[RU'20-21]**

(a) $\begin{bmatrix}-2 & 1\\-2 & -1\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}2 & 1\\-2 & -1\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}2 & 1\\-2 & 1\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}-2 & -1\\-2 & -1\end{bmatrix}$

সমাধান: (b); $\begin{bmatrix}a & b\\c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\c & d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a^2+bc & ab+bd\\ac+dc & bc+d^2\end{bmatrix}$ ∴ $a = a^2 + bc$ ∴ $bc = a - a^2$ অর্থাৎ, bc Negative.

$2 - 2^2 = -2 = (-2)1 = -2 \Rightarrow c = c(a+d)$ ∴ $a + d = 1$

04. A ও B দুইটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স হলে $AB - BA$ একটি- **[RU'19-20]**

(a) প্রতিসম ম্যাট্রিক্স (b) কর্ণ ম্যাট্রিক্স (c) বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স (d) শূন্য ম্যাট্রিক্স

সমাধানঃ **(c)**; Let, $A = \begin{bmatrix}a & b\\b & c\end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix}p & q\\q & r\end{bmatrix}$

$\therefore AB = \begin{bmatrix}a & b\\b & c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p & q\\q & r\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ap+bq & aq+br\\bp+cq & bq+cr\end{bmatrix}$

$\therefore BA = \begin{bmatrix}p & q\\q & r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\b & c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ap+qb & bp+cq\\aq+br & bq+cr\end{bmatrix}$

$\therefore AB - BA = \begin{bmatrix}0 & aq+br-bp-cq\\bp+cq-aq-br & 0\end{bmatrix}$

∴ $AB - BA$ একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স।

05. $\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\a_{21} & a_{22} & a_{23}\\a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সে a_{ij} এর সহগুণক A_{ij} হলে, $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$ এর মান কত? [Ans: e]

(a) $a_{22}a_{11}a_{33}$ (b) $a_{21}a_{12}a_{33}$ (c) $a_{23}a_{11}a_{32}$ (d) 1 (e) 0 **[SUST'19-20]**

06. যে কর্ণ ম্যাট্রিক্সের অশূন্য ভুক্তিগুলি সমান হয়, তাকে ______বলে। **[Ans: a][JU'18-19]**

(a) স্কেলার ম্যাট্রিক্স (b) আয়তাকার ম্যাট্রিক্স (c) অভেদক ম্যাট্রিক্স (d) শুন্য ম্যাট্রিক্স

07. $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ একটি- **[Ans: d][KU'18-19]**

(i) কর্ণ ম্যাট্রিক্স (ii) স্কেলার ম্যাট্রিক্স (iii) অভেদক ম্যাট্রিক্স

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সত্য?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

08. $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ -2 & b & -3 \\ -5 & 3 & c \end{bmatrix}$ একটি বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স হলে, a, b, c এর মানগুলো- [DU'17-18]

(a) $-2, -5, 3$ (b) $0, 0, 0$ (c) $1, 1, 1$ (d) $2, 5, 3$

সমাধান: (b); বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্সের জন্য, $A^T = -A$.

09. নিচের কোনটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স? [Ans: b][RU'17-18]

(a) $\begin{bmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} b & 0 \\ -b & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & -b \\ 0 & b \end{bmatrix}$

Question Type-02: ম্যাট্রিক্সের ক্রম বা মাত্রা

- কোনো ম্যাট্রিক্সের m সংখ্যক সারি ও n সংখ্যক কলাম থাকলে উক্ত ম্যাট্রিক্সের মাত্রা বা ক্রম বা order কে '$m \times n$' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $m \times n$ কে m by n পড়া হয়।

Basic তথ্য

- দুই বা ততোধিক ম্যাট্রিক্সের যোগ বা বিয়োগ তখনই সম্ভব যদি তারা একই ক্রমের ম্যাট্রিক্স হয়।

ধরি, ম্যাট্রিক্স A এর মাত্রা 3×3

ম্যাট্রিক্স B এর মাত্রা 3×3

ম্যাট্রিক্স C এর মাত্রা 3×4

সুতরাং $A + B$ নির্ণয়যোগ্য কিন্তু $(A + C), (B + C)$ কোনটিই নির্ণয়যোগ্য নয়।

- **Transpose Matrix:** কোন ম্যাট্রিক্সের সারিগুলোকে কলাম এবং কলামগুলোকে সারিতে পরিণত করলে যে ম্যাট্রিক্স পওয়া যায় তাকে প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সের transpose matrix বা বিম্ব ম্যাট্রিক্স বলে।

∴ যে কোন ম্যাট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ হলে, A এর বিম্ব ম্যাট্রিক্স A^t বা A^T বা $A' = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}_{3\times2}$

সিদ্ধান্তঃ ম্যাট্রিক্স A এর মাত্রা $m \times n$ হলে A^t এর মাত্রা হবে $n \times m$.

- দুটি ম্যাট্রিক্সের গুণফল নির্ণয় তখনই সম্ভব যদি ১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ও ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যা সমান হয়। অর্থাৎ

ম্যাট্রিক্স A এর মাত্রা $m \times n$

ম্যাট্রিক্স B এর মাত্রা $n \times p$ হলে

AB নির্ণয়যোগ্য এবং AB এর মাত্রা হবে (A এর সারি × B এর কলাম)

অর্থাৎ AB এর মাত্রা হবে $m \times p$.

- $a \times b,\ b \times c,\ c \times d, \ldots\ldots y \times z$ মাত্রার ম্যাট্রিক্সগুলো গুণ করলে প্রাপ্ত ম্যাট্রিক্সের মাত্রা হবে, $a \times z$.

Related Questions:

01. যদি A, B, C ম্যাট্রিক্স তিনটির আকার যথাক্রমে $4 \times 5, 5 \times 4$ এবং 4×2 হয়, তবে $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্সটির আকার কি?

(a) 4×2 (b) 5×4 (c) 2×5 (d) 5×2 **[DU'20-21]**

সমাধান: (d); A এর ক্রম $4 \times 5 \therefore A^T$ এর ক্রম 5×4, B এর ক্রম 5×4, $(A^T + B)$ এর ক্রম 5×4,

C এর ক্রম $4 \times 2 \ \therefore (A^T + B)C$ এর ক্রম $= (5 \times 4).(4 \times 2) = 5 \times 2$

02. তিনটি ম্যাট্রিক্স A, B ও C এর order যথাক্রমে 2×3, 4×2, 5×4 হলে, CBA ম্যাট্রিক্সটির order কত হবে?

(a) 5×3 (b) 5×4 (c) 2×5 (d) 4×3 **[Ans: a][RU'17-18]**

03. যদি A= $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ এবং B = $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয় তবে নিচের কোনটি সত্য? **[RU'16-17]**

(a) $AB = BA$ (b) $AB = B^2$ (c) $A = 2B$ (d) $AB \neq BA$

সমাধানঃ যেহেতু, A ম্যাট্রিক্সটি 2×3 এবং B ম্যাট্রিক্সটি 3×2 মাত্রার

$\therefore$ AB ম্যাট্রিক্সটি 2×2 এবং BA ম্যাট্রিক্সটি 3×3 মাত্রার হবে। $\therefore AB \neq BA$

04. যদি A একটি $m \times n$ আকারের ম্যাট্রিক্স এবং B একটি $n \times p$ আকারের ম্যাটিক্স হয় তাহলে তাদের গুণফল AB এর আকার হবে – **[Ans: c][JU'09-10,14-15]**

(a) $n \times n$ (b) $n \times p$ (c) $m \times p$ (d) $m \times m$

05. যদি A, B ও C ম্যাট্রিক্সগুলো যোগ ও গুণনের জন্য যোগ্য হয়; তবে নিচের কোনটি সঠিক? **[Ans: d][RU'14-15]**

(a) $A(B + C) = AB + AC$ (b) $(A + B)C = AC + BC$

(c) $A(BC) = (AB)C$ (d) সবগুলোই সঠিক

Question Type-03: ম্যাট্রিক্সের গুণন

- A এবং B দুটি ম্যাট্রিক্স হলে, AB নির্ণয়যোগ্য হবে যদি A এর কলাম সংখ্যা ও B এর সারি সংখ্যা সমান হয়।
- A এবং I এর গুণফল নির্ণয় যোগ্য হলে, $AI = IA = A$.
- অভেদকে ম্যাট্রিক্স I এর ক্ষেত্রে, $I^n = I$
- $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ হলে, $A^n = \begin{bmatrix} a^n & 0 \\ 0 & a^n \end{bmatrix}$
- $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \end{bmatrix}$ হলে, $A^n = \begin{bmatrix} a^n & 0 & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & 0 & a^n \end{bmatrix}$ যখন, n ধনাত্মক জোড় পূর্ণসংখ্যা

এবং $A^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a^n \\ 0 & a^n & 0 \\ a^n & 0 & 0 \end{bmatrix}$ যখন, n ধনাত্মক বিজোড় পূর্ণসংখ্যা

যেমন: $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ হলে, $A^3 = \begin{bmatrix} 2^3 & 0 \\ 0 & 2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

যেমন: $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ হলে, $A^4 = \begin{bmatrix} 2^4 & 0 \\ 0 & 2^4 \end{bmatrix}$, $A^5 = \begin{bmatrix} 0 & 2^5 \\ 2^5 & 0 \end{bmatrix}$

Example: ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে এবং $A = \begin{bmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{bmatrix}$ হলে $A^{100} = ?$

(a) A (b) A^7 (c) A^{10} (d) All of these

সমাধান: (d); $A = \begin{bmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{bmatrix} \therefore A^{100} = \begin{bmatrix} \omega^{100} & 0 \\ 0 & \omega^{100} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{bmatrix} = A\ [\omega^3 = 1]$

$A^7 = \begin{bmatrix} \omega^7 & 0 \\ 0 & \omega^7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{bmatrix} = A$; $A^{10} = \begin{bmatrix} \omega^{10} & 0 \\ 0 & \omega^{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{bmatrix} = A$

Related Questions:

01. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে AB হলো-**[DU'03-04, 05-06, RU'08, 06-07, JU'14-15, 16-17, JU'18-19]**

(a) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$

সমাধান: (a); $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5\times 1 & 0 \\ 0 & 5\times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

02. BA এর মান নির্ণয় কর, যদি $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}$ ও $i = \sqrt{-1}$ হয়। **[CU'18-19]**

(a) $\begin{pmatrix} -1 & i \\ -i & -1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 2i & -2 \\ -2 & -2i \end{pmatrix}$

সমাধান: (d); $BA = \begin{pmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i+i & i^2-1 \\ -1+i^2 & -i-i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2i & -2 \\ -2 & -2i \end{pmatrix}$

03. ম্যাট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ হলে A^2 এর মান কত? **[RU'17-18,CU'18-19]**

(a) $-A$ (b) 0 (c) 2A (d) A

সমাধান: (d); $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4+2-4 & -4-6+8 & -8-8+12 \\ -2-3+4 & 2+9-8 & 4+12-12 \\ 2+2-3 & -2-6+6 & -4-8+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} = A$

04. $[1\ \ 3]\begin{bmatrix} y & x \\ 5 & x \end{bmatrix} = [12\ 4]$ হলে (x, y) এর মান কত? [Ans: d]**[BAU'18-19]**

(a) $(-3, -1)$ (b) $(-3,1)$ (c) $(1,1)$ (d) $(1, -3)$

05. যদি $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ এবং $N = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $MN = ?$ **[Ans: d][JU'17-18]**

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

06. $A\begin{bmatrix}3 & 0 & 4\\2 & 1 & 1\\1 & 0 & 2\end{bmatrix}\times B\begin{bmatrix}1 & 1\\-1 & 3\\1 & 2\end{bmatrix}=C[C_{ij}]$ হলে C_{32} এর মান কত? [JU'17-18]

(a) 7 (b) 3 (c) 5 (d) 4

সমাধানঃ (c); $\begin{bmatrix}3 & 0 & 4\\2 & 1 & 1\\1 & 0 & 2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1\\-1 & 3\\1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & 11\\2 & 7\\3 & 5\end{bmatrix}=C_{32}=5$

07. $[ab]$ এবং $\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সদ্বয়ের গুণফল হবে- [RU'17-18]

(a) $[a^2b^2]$ (b) $[a^2+b^2]$ (c) $\begin{bmatrix}a^2\\b^2\end{bmatrix}$ (d) মান নেই

সমাধানঃ (d); গুণনযোগ্য নহে।

08. $A=\begin{bmatrix}1 & i\\-i & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}i & -1\\-1 & -i\end{bmatrix}$ এবং $i=\sqrt{-1}$ হলে AB এর মান কত? [DU'12-13,RU'17-18]

(a) $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}i & 0\\0 & i\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}i & 1\\1 & i\end{bmatrix}$

সমাধানঃ (b); $AB=\begin{bmatrix}1 & i\\-i & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i & -1\\-1 & -i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i-i & -1+1\\1-1 & i-i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$

09. $X=\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}, Y=\begin{bmatrix}-a\\b\\c\end{bmatrix}$ এবং $Z=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & -3\end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সগুলো যদি ZX = Y, ম্যাট্রিক্স সমীকরণটি সিদ্ধ করে, তাহলে X =? [CU'16-17]

(a) $\begin{bmatrix}a\\b/2\\-c/3\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}-a\\b/2\\c/3\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}a\\-b/2\\c/3\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}-a\\-b\\-c\end{bmatrix}$ (e) $-\begin{bmatrix}-a\\b2\\c/3\end{bmatrix}$

সমাধান: (a); $ZX=Y$ বা, $(Z^{-1}Z)x=Z^{-1}Y$ বা, $X=Z^{-1}Y=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\0 & 0.5 & 0\\0 & 0 & -\frac{1}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-a\\b\\c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\\0.5b\\-\frac{c}{3}\end{bmatrix}$

বি:দ্র: Z^{-1} এর মান Calculator এ নির্ণয় কর।

10. $\begin{pmatrix}1 & 1\\3 & y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ হলে x ও y এর মান কত? [JU'14-15]

(a) −3, 8 (b) −8, 3 (c) 8, −3 (d) 3, −8

সমাধান: (d); $\begin{bmatrix}1 & 1\\3 & y\end{bmatrix}_{2\times2}\begin{bmatrix}x\\1\end{bmatrix}_{2\times1}=\begin{bmatrix}x+1\\3x+y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\1\end{bmatrix}$; এখানে, $x+1=4\Rightarrow x=3$

Again, $3x+y=1\Rightarrow x\times3+y=1 \therefore y=1-9=-8 \therefore (x,y)=(3,-8)$

11. যদি $A=\begin{pmatrix}2 & -3\\3 & 2\end{pmatrix}$ হয়, তবে A^2 মান- [DU'04-05,RU'08-09,JU'14-15]

(a) $\begin{pmatrix}-5 & 12\\-12 & 5\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}5 & -12\\-12 & 5\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}-5 & 12\\12 & -5\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}-5 & -12\\12 & -5\end{pmatrix}$

সমাধান: (d); $A=\begin{pmatrix}2 & -3\\3 & 2\end{pmatrix} \therefore A^2=\begin{pmatrix}2 & -3\\3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -3\\3 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-9 & -6-6\\6+6 & -9+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5 & -12\\12 & -5\end{pmatrix}$

12. $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ হলে A^2 এর মান কত? **[Ans: d][CU'02-03,RU'09-10,JU'14-15]**

(a) -1 (b) $+2$ (c) $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

13. A একটি বর্গ ম্যাটিক্স হলে AI =? **[Ans: b][RU'14-15]**

(a) I (b) A (c) A^{-1} (d) কোনটিই নয়

14. $S=\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$, $\alpha=\begin{pmatrix}i & 0\\0 & i\end{pmatrix}$ হলে $S\alpha^2$ হবে- **[CU'13-14]**

(a) $S^2\alpha$ (b) α^3S (c) $-S$ (d) α (e) S

সমাধান: **(c);** $\alpha^2=\begin{bmatrix}i & 0\\0 & i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i & 0\\0 & i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$; $S\alpha^2=\begin{bmatrix}-1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}=-S$

15. $P=[2\ \ 1]$ এবং $Q=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0\\4 & 5 & -3\end{bmatrix}$ হলে PQ এর মান কত? **[Ans: b][KU'13-14]**

(a) $[6\ \ -1\ \ 3]$ (b) $[6\ \ 1\ \ -3]$ (c) $\begin{bmatrix}6\\1\\-3\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}6\\-1\\3\end{bmatrix}$

সমাধান: $[2+4\quad -4+5\quad 0-3]=[6\quad 1\quad -3]$

Question Type-04: ব্যতিক্রম ম্যাট্রিক্স (Singular Matrix)

- কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান শূন্য হলে ঐ ম্যাট্রিক্সকে বলা হয় ব্যতিক্রম ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}3 & 5 & 7\\8 & 2 & 0\\3 & 5 & 7\end{bmatrix}$ হলে A এর নির্ণায়কের মান

$= 3(2\times 7-5\times 0)-5(8\times 7-3\times 0)+7(8\times 5-3\times 2)=42-280+238=0$

$\therefore$ A ম্যাট্রিক্সটি একটি ব্যতিক্রম ম্যাট্রিক্স।

Related Questions:

01. নিচের কোনটি ব্যতিক্রমী (singular) ম্যাট্রিক্স? **[CU'20-21]**

(a) $\begin{pmatrix}1 & -2\\3 & 4\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}2 & -3\\1 & 2\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}-2 & 3\\2 & 1\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}2 & 3\\4 & 6\end{pmatrix}$

সমাধান: (d); $\begin{pmatrix}2 & 3\\4 & 6\end{pmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স কারণ $\begin{vmatrix}2 & 3\\4 & 6\end{vmatrix}=12-(3\times 4)=12-12=0$

02. ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স এর ক্ষেত্রে $\beta=3,-5$ হলে, তা নিচের কোন ম্যাট্রিক্স এর জন্য সত্য? **[JU'19-20]**

(a) $\begin{bmatrix}\beta+2 & -3\\5 & \beta\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}\beta+2 & 4\\5 & \beta\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}\beta-2 & 3\\5 & \beta\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}\beta+2 & 3\\5 & \beta\end{bmatrix}$

সমাধানঃ **(d);** Option check.

03. $A = \begin{bmatrix} a+3 & 6 \\ 4 & a-2 \end{bmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স এবং $f(x) = (x+1)^2$ ও $a > 0$ হলে, $f(a)$ এর মান কত?

(a) 25 (b) 36 (c) 16 (d) 9 **[RU'18-19]**

সমাধান: **(b)**; $(a+3)(a-2) = 4 \times 6 \Rightarrow a^2 + a - 30 = 0 \Rightarrow a = 5, -6$

$f(a) = f(5) = (5+1)^2 = 36 \quad [a > 0]$

04. কোন ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই? **[JnU'12-13]**

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

সমাধান: **(b)**; $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ এর মান $= 2\times2 - 4\times1 = 0$ তাই এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই।

05. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$; α এর মান কত হলে ম্যাট্রিক্সটি singular হবে? **[Ans: c][CU'10-11]**

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Question Type-05: বিপরীত ম্যাট্রিক্স (Inverse Matrix)

- A এবং B বর্গ ম্যাট্রিক্সদ্বয়ের ক্রম $n\times n$ এবং $AB=BA=I_n=I$ হলে B কে A এর বা A কে B এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স বলা হয়। একে $B=A^{-1}$ বা $A=B^{-1}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **কোন একটি ম্যাট্রিক্স-এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স বের করার নিয়মঃ** কোন একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স-এর অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্সকে ঐ ম্যাট্রিক্স-এর নির্ণায়ক মান দ্বারা ভাগ করলেই পাওয়া যায় ঐ প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স-এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$ এবং $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$ যথাক্রমে

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ এর সহগুণক হলে, $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix}$

Special case: A একটি 2×2 মাত্রার Non-singular matrix (ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স) হলে

$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} & - \\ - & \end{bmatrix}$

অর্থাৎ, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ হলে, $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Example: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ হলে, $A^{-1} = ?$

সমাধান: $|A| = 2 \times 7 - 3 \times 4 = 2 \therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ Ans.

Related Questions:

01. যদি $A = \begin{bmatrix} 2x & 0 \\ x & x \end{bmatrix}$ এবং $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তাহলে x এর মান কত? [RU'20-21]

(a) 2 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$

সমাধান: (c); $A^{-1} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ -x & 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

02. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ হলে $\det(2A^{-1})$ এর মান হলো- [DU'19-20]

(a) $\frac{1}{4}$ (b) -4 (c) 4 (d) $-\frac{1}{4}$

সমাধান: (b); $|A| = -9 + 8 = -1 \therefore A^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

$\therefore 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ 4 & -6 \end{bmatrix} \therefore |2A^{-1}|$ or, $\det(2A^{-1}) = -36 + 32 = -4$

03. ম্যাট্রিক্স $M = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স কোনটি? [Ans: b][JU'17-18]

(a) $\begin{bmatrix} \frac{4}{14} & \frac{-2}{14} \\ \frac{1}{14} & \frac{3}{14} \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{-2}{14} \\ \frac{1}{14} & \frac{4}{14} \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} \frac{-3}{14} & \frac{2}{14} \\ \frac{1}{14} & \frac{-4}{14} \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{2}{14} \\ \frac{-1}{14} & \frac{4}{14} \end{bmatrix}$

04. কোনটি বিপরীত ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য নয়? [RU'17-18]

(a) $(A^{-1})^{-1} = A$ (b) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ (c) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ (d) $(BA)A^{-1} = B$

সমাধান: (b); $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

05. p এর কোন মানের জন্য $M = \begin{bmatrix} p & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ এর M^{-1} থাকবে না? [CU'16-17]

(a) 0 (b) -1 (c) 2 (d) 3 (e) 1

সমাধান: (e); M^{-1} থাকবে না যদি $|M| = 0$; $|M| = 0$ হবে যদি $P = 1$

06. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ হলে A^{-1} কত হবে? [CU'15,CU'17-18,JU'15-16,16-17]

(a) $\frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\frac{1}{-3}\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ (d) $\frac{1}{-3}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

সমাধান: (a); $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স হচ্ছে $\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$\therefore A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স হচ্ছে $A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

07. যদি $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 3/2 & -1/2\end{pmatrix}$ হয়, তবে A^{-1} সমান- [DU'10-11,JU'14-15]

(a) $\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}3 & 4\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$

সমাধান: (d); $\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\times\begin{pmatrix}d & -b\\ -c & a\end{pmatrix}$

08. $\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স- [DU'13-14]

(a) $\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & -\cos\theta\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$

সমাধান: (c); $A^{-1}=\frac{adjA}{|A|}=\frac{1}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}\times\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$

Question Type-06 : ম্যাট্রিক্সের স্কেলার গুণন

$A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ হলে $mA=\begin{bmatrix}ma & mb\\ mc & md\end{bmatrix}$

$A=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$ হলে $mA=\begin{vmatrix}am & bm\\ c & d\end{vmatrix}$ [যে কোন একটি সারি বা কলামের প্রতিটি উপাদানকে ঐ সংখ্যা দ্বারা গন্য।]

or, $mA=\begin{vmatrix}am & b\\ cm & d\end{vmatrix}$ or, $mA=\begin{vmatrix}a & b\\ cm & dm\end{vmatrix}$ or, $mA=\begin{vmatrix}a & bm\\ c & dm\end{vmatrix}$

Question Type-07: ম্যাট্রিক্সের যোগ-বিয়োগ সংক্রান্ত

- **Technique:** দুই বা ততোধিক ম্যাট্রিক্সের যোগ বা বিয়োগ করা তখনই সম্ভব যদি তাদের মাত্রা অভিন্ন হয়। ম্যাট্রিক্সের যোগ বা বিয়োগ বলতে প্রত্যেকটি অবস্থানের ভুক্তিগুলোর যোগ বা বিয়োগ বুঝায়। ফলাফলে প্রাপ্ত ম্যাট্রিক্সের মাত্রা আদি ম্যাট্রিক্সের মাত্রার সমান হবে।

Example-01: ম্যাট্রিক্স $A=\begin{bmatrix}4 & -5\\ 8 & 6\end{bmatrix}$ এবং $B=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}$ হলে, $A+B=?$

সমাধান: $A+B=\begin{bmatrix}4+1 & -5+3\\ 8+2 & 6+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & -2\\ 10 & 10\end{bmatrix}$ Ans.

Example-02: যদি $A=\begin{bmatrix}2 & -5 & 1\\ 3 & 0 & -4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & -5 & -3\\ 0 & -1 & 5\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}0 & 0 & -2\\ 1 & -1 & -1\end{bmatrix}$ হয় তবে 3A + 4B - 2C নির্ণয় কর।

সমাধান: $3A+4B-2C=\begin{bmatrix}6+4-0 & -15-20-0 & 3-12+4\\ 9+0-2 & 0-4+2 & -12+20+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10 & -35 & -5\\ 7 & -2 & 10\end{bmatrix}$

Related Questions:

01. $\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\4 & 4 & 4\\3 & 1 & 3\end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস (Trace) কোনটি? **[JU'19-20]**

(a) 5　(b) 12　(c) 8　(d) 7

সমাধানঃ (c); Trace $= 1 + 4 + 3 = 8$

02. $\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\4 & 4 & 4\\3 & 1 & a\end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস (Trace) এর মান 8 হলে, a এর মান কোনটি? **[JU'19-20]**

(a) 5　(b) 3　(c) 2　(d) 4

সমাধানঃ (b); $1 + 4 + a = 8 \therefore a = 3$

03. $A = \begin{bmatrix}5 & 0 & 0\\0 & 5 & 0\\0 & 0 & 5\end{bmatrix}$ হলে, A এর মান কোনটি? **[Ans: c][JU'19-20]**

(a) 5　(b) 5^2　(c) 5^3　(d) 0

04. $A = \begin{bmatrix}1 & 2\\4 & -3\end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix}3 & 4\\6 & 7\end{bmatrix}$ হলে $A - B =$ **[Ans: c][CU'02-03,09-10,11-12,16-17]**

(a) $\begin{bmatrix}2 & 2\\2 & 10\end{bmatrix}$　(b) $\begin{bmatrix}-2 & 2\\1 & 10\end{bmatrix}$　(c) $\begin{bmatrix}-2 & -2\\-2 & -10\end{bmatrix}$　(d) $\begin{bmatrix}2 & -2\\-1 & 10\end{bmatrix}$

Written

01. যদি $A = \begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\\sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}$ হয়, তাহলে α এর মান কত হলে $A + A^T = I$ হবে? **[RU'19-20]**

সমাধানঃ $A + A' = I \Rightarrow \begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\\sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\-\sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix}2\cos\alpha & 0\\0 & 2\cos\alpha\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix} \therefore 2\cos\alpha = 1 \therefore \cos\alpha = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \therefore \alpha = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ $[n \in \mathbb{Z}]$

Question Type-08: ম্যাট্রিক্সের সমতা বিষয়ক সমস্যা

- দুটি ম্যাট্রিক্স তখনই সমান হবে যখন ম্যাট্রিক্সদ্বয়ের অনুরূপ ভুক্তিগুলো সমান হবে। যেমন-

$\begin{bmatrix}a & b\\c & d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & 8\\5 & 1\end{bmatrix}$ হলে, $a = 2, b = 8, c = 5, d = 1$ হবে।

Example-01: $= \begin{bmatrix}x - y & 1\\7 & x + y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8 & 1\\7 & 2\end{bmatrix}$ হয়, (x, y)=?

সমাধান: ম্যাট্রিক্সদ্বয় সমান হওয়াতে, $x - y = 8$ এবং $x + y = 2 \therefore 2x = 10 \Rightarrow x = 5$

x এর মান $x - y = 8$ এ বসিয়ে পাই, $5 - y = 8 \Rightarrow y = -3 \therefore (x, y) = (5, -3)$ Ans.

Example-02: $\begin{bmatrix} x+2y & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & x+y \\ a & -b \end{bmatrix}$ হলে $x + 2y - a + b$ এর মান কত?

সমাধান: $x+2y = 8$ ....(i) ; $x + y = 5$ .... (ii)

(i) - (ii) করে পাই, $y = 3$, $a = 2$

$\therefore x = 5 - 3, b = 3$ বা, $x = 2$

$\therefore x + 2y - a + b = 2 + 2.3 - 2 + 3 = 9$ Ans.

বিকল্প সমাধান: $x + 2y = 8 ; a = 2 ; b = 3 \therefore x + 2y - a + b = 8 - 2 + 3 = 9$ (Ans.)

Related Questions:

01. যদি $\begin{vmatrix} \beta - 2 & 1 \\ -5 & \beta + 4 \end{vmatrix} = 0$ হয়, β এর মান কোনটি? **[JU'19-20]**

(a) 5 or 0 (b) 6 or 2 (c) 5 or -3 (d) 1 or -3

সমাধান: **(d)**; $(\beta - 2)(\beta + 4) + 5 = 0 \Rightarrow \beta^2 + 2\beta - 3 = 0 \therefore \beta = 1, -3$

02. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ এবং $A^2 + 2A - 11x = 0$ হলে x এর মান কত? **[KU'19-20]**

(a) $\begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 13 & 0 \\ 0 & 13 \end{pmatrix}$

সমাধান: **(b)**; $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \therefore 2A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$

$\therefore 2A + A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$

$\therefore \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix} - 11x = 0 \Rightarrow 11x = 11\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \therefore x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

03. $5x - 3y = 32$ এবং $2x + 5y = 19$ হলে x এবং y এর মান কত? **[JU'18-19]**

(a) $x = -2, y = 3$ (b) $x = 3, y = -2$ (c) $x = 7, y = 1$ (d) $x = 2, y = -3$

সমাধান: **(c)**; $(i) \times 5 \Rightarrow 25x - 15y = 160$

$(ii) \times 3 \Rightarrow \underline{6x + 15y = 57}$

$31x = 217$

$x = 7 ;\ y = 1 ; (x, y) \equiv (7, 1)$

04. যদি $\begin{bmatrix} 7 & x \\ 3x + y & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ হয় তবে y এর মান কত? **[JU'15-16]**

(a) 0 (b) 7 (c) 9 (d) 18

সমাধান: (a); দুটি ম্যাট্রিক্স তুলনা করে, $x = 3$ এবং $3x + y = 9 \therefore y = 9 - (3 \times 3) = 0$

Question Type-09: নির্ণায়কের মৌলিক গুণাবলী

(i) কোন নির্ণায়কের সারিগুলি তাদের অনুরূপ কলাম সমূহে পরিবর্তিত হলে এবং কলামগুলি তাদের অনুরূপ সারিসমূহে পরিবর্তিত হলে, নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না। যেমন, $D=\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\a_2 & b_2 & c_2\\a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$ and $D'=\begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\b_1 & b_2 & b_3\\c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix}$ $\therefore D=D'$

(ii) কোন নির্ণায়কের যে কোন দুইটি সারি বা কলাম পরস্পর স্থান বিনিময় করলে, নির্ণায়কটির চিহ্ন বদলে যায় কিন্তু নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না। যেমন, $D=\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\a_2 & b_2 & c_2\\a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}b_1 & a_1 & c_1\\b_2 & a_2 & c_2\\b_3 & a_3 & c_3\end{vmatrix}$

$$D=\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\a_2 & b_2 & c_2\\a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}a_2 & b_2 & c_2\\a_1 & b_1 & c_1\\a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$$

(iii) কোন নির্ণায়কের একটি সারি বা কলামের সবগুলি ভুক্তি শূন্য হলে, নির্ণায়কটির মান শূন্য হয়। যেমন, $D=\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & 0\\a_2 & b_2 & 0\\a_3 & b_3 & 0\end{vmatrix}=0$

(iv) কোন নির্ণায়কের দুইটি সারি বা কলামের অনুরূপ ভুক্তিগুলি অভিন্ন হলে, তার শূন্য হয়।

যেমন, $D=\begin{vmatrix}a_1 & 1 & 1\\a_2 & 1 & 1\\a_3 & 1 & 1\end{vmatrix}=0,\ D=\begin{vmatrix}a_1 & a_1 & c_1\\a_2 & a_2 & c_2\\a_3 & a_3 & c_3\end{vmatrix}=0$

(v) যদি একটি নির্ণায়কের কোন সারি বা কলাম এর ভুক্তিগুলিকে অপর একটি সারি বা কলামের অনুরূপ ভুক্তির সহগুণক দ্বারা গুণ করা হয়, তবে গুণফলের সমষ্টি শূন্য হয়। যেমনঃ $a_2A_1+b_2B_1+c_2C_1=0$

(vi) কোন নির্ণায়কের যে কোন সারি বা কলামের প্রত্যেক ভুক্তিকে একই রাশি দ্বারা গুণ করলে নির্ণায়কটির মানকেও ঐ রাশি দ্বারা গুণ করতে হয়।

যেমন, $D=k\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\a_2 & b_2 & c_2\\a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}ka_1 & kb_1 & kc_1\\a_2 & b_2 & c_2\\a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}ka_1 & b_1 & c_1\\ka_2 & b_2 & c_2\\ka_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$

(vii) কোন নির্ণায়কের কোন সারি বা কলামের প্রতিটি ভুক্তি দুইটি রাশির সমষ্টি হিসাবে প্রকাশিত হলে, নির্ণায়কটিকে একই ক্রমের দুইটি পৃথক নির্ণায়কের যোগফল হিসাবে প্রকাশ করা যায়। যেমন, $D=\begin{vmatrix}a_1+1 & b_1 & c_1\\a_2+1 & b_2 & c_2\\a_3+1 & b_3 & c_3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\a_2 & b_2 & c_2\\a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & b_1 & c_1\\1 & b_2 & c_2\\1 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$

Related Questions:

01. $i^2 = -1$ হলে $\begin{vmatrix} i & i^3 & i+i^3 \\ i^3 & i^5 & i^3+i^5 \\ i^5 & i^7 & i^5+i^7 \end{vmatrix} = ?$ [GST'20-21]

(a) -1 √(b) 0 (c) 1 (d) i

সমাধান: (b); $i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = i, i^5 = i, i^7 = -i$

$$\begin{vmatrix} i & i^3 & i+i^3 \\ i^3 & i^5 & i^3+i^5 \\ i^5 & i^7 & i^5+i^7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & -i & 0 \\ -i & i & 0 \\ i & -i & 0 \end{vmatrix} = 0$$

02. নির্ণায়ক $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$ এর মান কোনটি? [JU'18-19]

(a) $a+b+c$ (b) $(a+b+c)^2$ (c) 0 (d) $1+a+b+c$

সমাধানঃ (c); $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & a+b+c \\ 1 & b & a+b+c \\ 1 & c & a+b+c \end{vmatrix} = (a+b+c) \times 0 = 0$

03. $\begin{vmatrix} 1 & -\omega & \omega^2 \\ -\omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & -\omega \end{vmatrix}$ = কত? [Ans: a][RU'18-19]

(a) -4 (b) 4 (c) 8 (d) ω

Question Type-10: অনুরাশি ও সহগুণক নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা

- **অনুরাশি (Minor):** নির্ণায়কের প্রতিটি ভুক্তির একটি করে অনুরাশি আছে। কোন ভুক্তির অনুরাশি বের করতে হলে ঐ উপাদানটি যে কলাম এবং যে সারিতে অবস্থিত তা বাদ দিয়ে যে ভুক্তিগুলো অবশিষ্ট থাকে, তাদের নিয়ে গঠিত নির্ণায়ককে ঐ ভুক্তির অনুরাশি বলে।

Example: $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ এ '5' উপাদানের অনুরাশি $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = (9-21) = -12.$

- **সহগুণক (Co-factor):** নির্ণায়কের প্রতিটি ভুক্তির একটি করে সহগুণক আছে। কোন ভুক্তির সহগুণক বের করতে হলে ঐ ভুক্তির অনুরাশির আগে ঐ ভুক্তির অবস্থানের যথাযথ চিহ্ন বসালেই সহগুণক পাওয়া যায়।

কোন উপাদান a_{rc} এর সহগুণক এর চিহ্ন হবে $(-1)^{r+c}$.

Example: $A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ এ '-6' উপাদানের সহগুণক $= (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -7 & 8 \end{vmatrix} = -(8-14) = 6$

অথবা, $-\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$ or, $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ or, $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -7 & -8 \end{vmatrix}$ or, $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$ or, $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 7 & -8 \end{vmatrix}$ or, 6.

Example: $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ এ A_{12} এর সহগুণক $= -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -3$ (Ans.)

Related Questions:

01. k এর কোন মানের জন্য $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\1 & k & k^2\\1 & k^2 & k^4\end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান শূন্য হবে না? [DU'17-18]

(a) $k=1$ (b) $k=-1$ (c) $k=3$ (d) $k=0$

সমাধানঃ (c); $\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\1-k & k(1-k) & k^2\\1-k^2 & k^2(1-k^2) & k^4\end{vmatrix} = k(1-k)^2\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\1 & 1 & k^2\\1+k & k(1+k) & k^4\end{vmatrix}$

$= k(1-k)^2(1+k)(k-1)$ $\therefore k = 0, 1, -1$ এর জন্য নির্ণায়কের মান 0 ।

02. যদি $A = \begin{bmatrix}9 & 4\\6 & 3\end{bmatrix}$ হয় তবে A. (AdjA) =?, যেখানে AdjA হলো A এর সহগুণক ম্যাট্রিক্স। [JnU'17-18]

(a) $\begin{bmatrix}3 & -4\\-6 & 9\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}3 & 0\\0 & 3\end{bmatrix}$ (c) $\frac{1}{3}\begin{bmatrix}3 & -4\\-6 & 9\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

সমাধানঃ **(b);** $A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|} \Rightarrow AA^{-1}\,|A| = A\,Adj(A)$

$\therefore A.\,Adj\,(A) = I\,|A| = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} \times (9\times3 - 4\times6) = \begin{pmatrix}3 & 0\\0 & 3\end{pmatrix}$

03. $\begin{vmatrix}3 & x\\2 & 1\end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান (-1) হলে x এর মান কত? [KU'16-17]

(a) −2 (b) 0 (c) 2 (d) 4

সমাধান: (c); $3-2x=-1 \Rightarrow 4=2x$ $\therefore x=2$

04. $\begin{vmatrix}\alpha & \alpha & x\\\beta & \beta & \beta\\\theta & x & \theta\end{vmatrix} = 0, x = ?$ [DU'14-15]

(a) α, β, θ (b) α, θ (c) β, θ (d) α, β

সমাধান: **(b);** $\begin{vmatrix}\alpha & \alpha & x\\\beta & \beta & \beta\\\theta & x & \theta\end{vmatrix} = \beta\begin{vmatrix}\alpha & \alpha & x\\1 & 1 & 1\\\theta & x & \theta\end{vmatrix} = \beta\begin{vmatrix}0 & \alpha & x-\alpha\\0 & 1 & 0\\\theta-x & x & \theta-x\end{vmatrix}$

$= -\beta\,(\theta-x)\,(x-\alpha) = \beta\,(x-\alpha)(x-\theta) = 0$ $\therefore x=\alpha$ or, $x=\theta$

[বি.দ্র. MCQ এর জন্য Option এর মান গুলো বসিয়ে Chek করলেই হবে।]

$x=\alpha$ হলে, $\begin{vmatrix}\alpha & \alpha & \alpha\\\beta & \beta & \beta\\\theta & \alpha & \theta\end{vmatrix} = \alpha\beta\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\\theta & \alpha & \theta\end{vmatrix} = 0$; $x=\theta$ হলে, $\begin{vmatrix}\alpha & \alpha & \theta\\\beta & \beta & \beta\\\theta & \theta & \theta\end{vmatrix} = \beta\theta\begin{vmatrix}\alpha & \alpha & \theta\\1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{vmatrix} = 0$

$x=\beta$ হলে, $\begin{vmatrix}\alpha & \alpha & \beta\\\beta & \beta & \beta\\\theta & \beta & \theta\end{vmatrix} = \beta(\beta-\alpha)(\beta-\theta) \neq 0$ $\therefore$ Ans; $x=\alpha$ or, $x=\theta$

05. $\begin{vmatrix}0 & 3 & 2x+7\\2 & 7x & 9+5x\\0 & 0 & 2x+5\end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান কত? [DU'13-14]

(a) $-\frac{9}{5}$ (b) $-\frac{7}{2}$ (c) $-\frac{5}{2}$ (d) 0

সমাধান: (c); তৃতীয় Row -তে দুইটি 0 থাকায় এই বরাবর বিস্তার করে, $2x+5\begin{vmatrix}0 & 3\\2 & 7x\end{vmatrix} \Rightarrow 6(2x+5)=0$; $x=-\frac{5}{2}$

06. $\begin{vmatrix}10 & 13 & 16\\11 & 14 & 17\\12 & 15 & 18\end{vmatrix}$ নির্ণায়কের মান- [DU'02-03,JU'11-12,10-11,JnU'10-11,09-10,RU'10-11,11-12,06-07]

(a) 0 (b) 1 (c) 10 (d) 5 [Ans: a]

সমাধান: $\begin{vmatrix}10 & 13 & 16\\11 & 14 & 17\\12 & 15 & 18\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}10 & 13 & 16\\1 & 1 & 1\\2 & 2 & 2\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}10 & 13 & 16\\1 & 1 & 1\\0 & 0 & 0\end{vmatrix} = 0$