



অধ্যায়-০৩: সরলরেখা

Question Type -01: কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক

মনে করি, কোনো সমতলে $X'OX$ ও YOY' সরলরেখা দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করে। মনে করি, P বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) যখন O মেরু (মূলবিন্দু) এবং OX মেরু অক্ষ (x -অক্ষে ধনাত্মক দিক)। O, P যোগ করি এবং OX এর উপর লম্ব PN টানি। তাহলে, $ON = x, PN = y, OP = r$ এবং $\angle PON = \theta$ ।

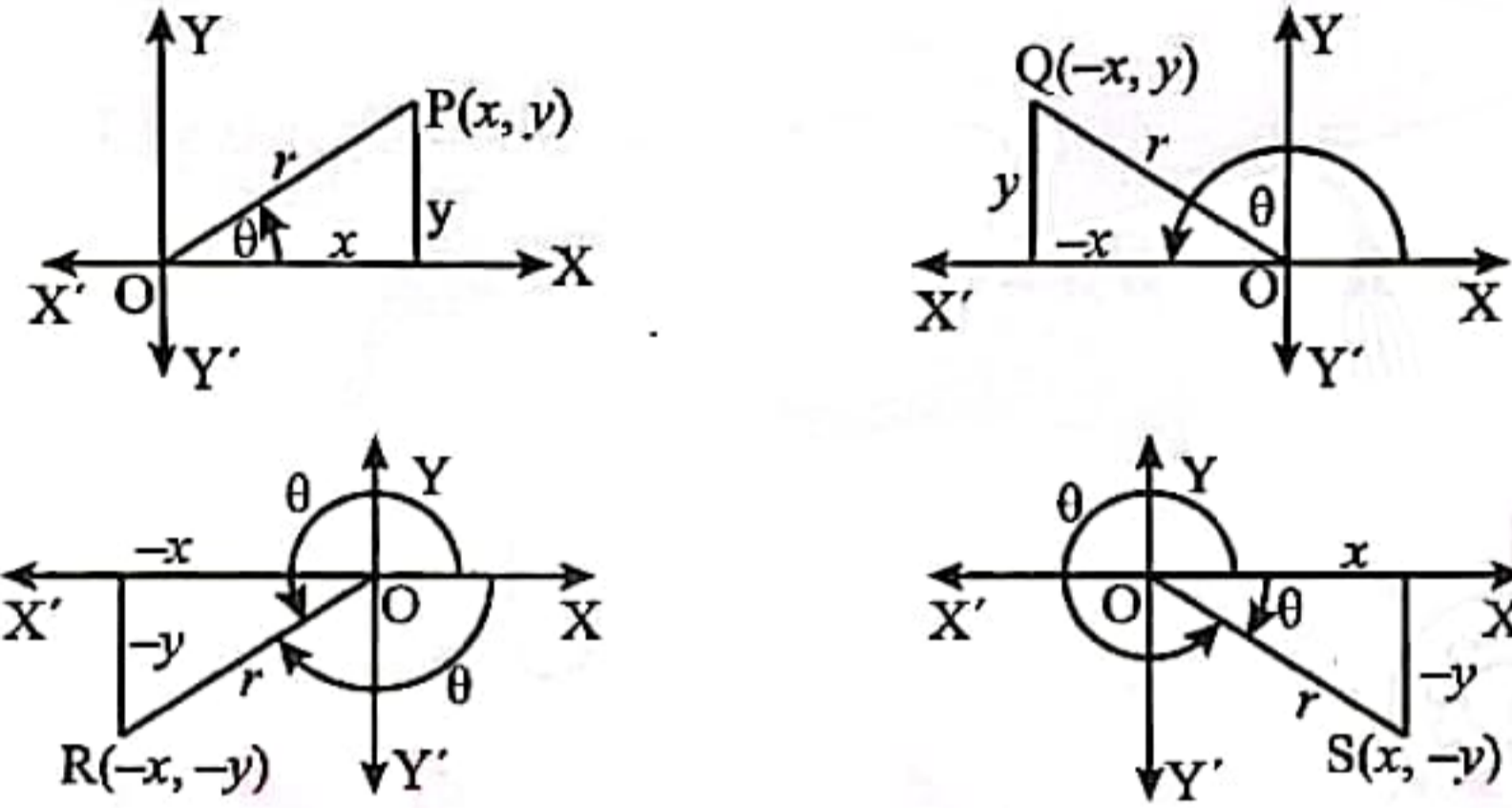
$$\therefore \sin \theta = \frac{PN}{OP} = \frac{y}{r} \therefore y = r \sin \theta \dots\dots\dots(1)$$

$$\cos \theta = \frac{ON}{OP} = \frac{x}{r} \therefore x = r \cos \theta \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{এখন, (1) ও (2) হতে } y^2 + x^2 = r^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = r^2 \cdot 1 = r^2 \therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{এবং } \frac{y}{x} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \dots\dots\dots(4)$$

$x > 0$ এবং $y > 0$ হলে $P(x, y), Q(-x, y), R(-x, -y)$ এবং $S(x, -y)$ বিন্দু চারটি যথাক্রমে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় এবং চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।



\therefore প্রথম চতুর্ভাগের বিন্দু $P(x, y)$ এর জন্য, $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$; $0 \leq \theta < 2\pi$ অথবা, $-\pi < \theta \leq \pi$

দ্বিতীয় চতুর্ভাগের বিন্দু $Q(-x, y)$ এর জন্য, $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{-x} = \pi - \tan^{-1} \frac{y}{x}$; $0 \leq \theta < 2\pi$ অথবা, $-\pi < \theta \leq \pi$

তৃতীয় চতুর্ভাগের বিন্দু $R(-x, -y)$ এর জন্য, $\theta = \tan^{-1} \frac{-y}{-x} = \pi + \tan^{-1} \frac{y}{x}$

যখন $0 \leq \theta < 2\pi = -\pi + \tan^{-1} \frac{y}{x}$; যখন $-\pi < \theta \leq \pi$

চতুর্থ চতুর্ভাগের বিন্দু $S(x, -y)$ এর জন্য, $\theta = \tan^{-1} \frac{-y}{x} = 2\pi - \tan^{-1} \frac{y}{x}$

যখন $0 \leq \theta < 2\pi = -\tan^{-1} \frac{y}{x}$; যখন $-\pi < \theta \leq \pi$

Special case:

(i) $(k, 0)$ এর পোলার স্থানাঙ্ক $(|k|, 0)$ যখন, $k > 0$; $(|k|, \pi)$ যখন, $k < 0$

(ii) $(0, k)$ এর পোলার স্থানাঙ্ক $(|k|, \frac{\pi}{2})$ যখন, $k > 0$; $(|k|, \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow (|k|, -\frac{\pi}{2})$ যখন $k < 0$

Example: $(-1, -\sqrt{3})$ কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে পোলার স্থানাঙ্কে, এবং $(4, \frac{\pi}{4})$ পোলার স্থানাঙ্কে কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, $(-1, -\sqrt{3})$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(r, \theta \pm 2n\pi)$ অথবা $(-r, \theta \pm (2n+1)\pi), n \in \mathbb{Z}$;

$$\text{যেখানে, } r = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2 \text{ এবং } \theta = \tan^{-1} \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \pi + \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক } (2, \frac{4\pi}{3} \pm 2n\pi) \text{ অথবা } (-2, \frac{4\pi}{3} \pm (2n+1)\pi), n \in \mathbb{Z}$$

এখন, মনে করি, $(4, \frac{\pi}{4})$ বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) ।

$$\therefore x = 4 \cos \frac{\pi}{4} = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ এবং } y = 4 \sin \frac{\pi}{4} = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \therefore \text{প্রদত্ত বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক } (2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$$



Example: $r(1 + \cos \theta) = 2$ পোলার সমীকরণকে কার্তেসীয় সমীকরণে প্রকাশ কর।

সমাধান: $r(1 + \cos \theta) = 2 \Rightarrow r + r \cos \theta = 2 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + x = 2$ [$\because r = \sqrt{x^2 + y^2}, r \cos \theta = x$]
 $\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 2 - x \Rightarrow x^2 + y^2 = 4 - 4x + x^2 \therefore$ নির্ণেয় কার্তেসীয় সমীকরণ, $y^2 = 4 - 4x$ [বর্গ করে]

Example: $x^3 = y^2(2a - x)$ সমীকরণটিকে পোলার স্থানাঙ্কে রূপান্তরিত কর এবং প্রাপ্ত পোলার সমীকরণকে আবার কার্তেসীয় সমীকরণে রূপান্তর কর।

সমাধান: $x^3 = y^2(2a - x)$ সমীকরণকে $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ বসিয়ে, $r^3 \cos^3 \theta = r^2 \sin^2 \theta (2a - r \cos \theta)$

বা, $r \cos^3 \theta = 2a \sin^2 \theta - r \cos \theta (1 - \cos^2 \theta)$

বা, $r \cos \theta = 2a \sin^2 \theta \dots\dots\dots (i)$

আবার, $\cos \theta = \frac{x}{r}$ এবং $\sin \theta = \frac{y}{r}$ বসিয়ে (i) হতে, $r \cdot \frac{x}{r} = 2a \cdot \frac{y^2}{r^2}$ বা, $x = \frac{2ay^2}{x^2 + y^2}$ বা, $x^3 = y^2(2a - x)$.

Example: $r = 6 \cos \theta - 2 \sin \theta$ কে কার্তেসীয় সমীকরণে প্রকাশ কর।

সমাধান: $r = 6 \cos \theta - 2 \sin \theta \Rightarrow r^2 = 6r \cos \theta - 2r \sin \theta$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 6x - 2y$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$

যা একটি বৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ নির্দেশ করে।

যেহেতু $x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$ এবং

$x^2 + y^2 = r^2$

Example: $y^2 = 1 - 2x$ কে পোলার সমীকরণে প্রকাশ কর।

সমাধান: $y^2 = 1 - 2x \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 - 2x + x^2 \Rightarrow r^2 = (1 - x)^2$ [$\because r^2 = x^2 + y^2$]

$\Rightarrow r = 1 - x \Rightarrow r + x = 1 \Rightarrow r + r \cos \theta = 1 \Rightarrow r(1 + \cos \theta) = 1$

Related Questions:

01. $(x + 5, 2y + 1) = (2y + 4, 3y)$ হলে, x এর মান কত? [Agri. Guccho'20-21]
 (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

সমাধান: (c); সমতানুযায়ী, $2y + 1 = 3y \therefore y = 1$

আবার, $x + 5 = 2y + 4 \Rightarrow x = 2y - 1 = 2 \times 1 - 1 = 1$

02. $r \cos^2 \theta + \cos \theta - r = 0$ সমীকরণ দ্বারা সূচিত বক্ররেখা একটি- [Agri. Guccho'19-20]
 (a) বৃত্ত (b) উপবৃত্ত (c) অর্ধবৃত্ত (d) পরাবৃত্ত

সমাধান: (d); $r \cos^2 \theta + \cos \theta - r = 0 \Rightarrow r \cdot \frac{x^2}{r^2} + \frac{x}{r} - r = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{r} + \frac{x}{r} = r \Rightarrow \frac{x^2 + x}{r} = r$

$\Rightarrow x^2 + x = r^2 \Rightarrow x^2 + x = x^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot x$ [যা একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ]

03. $2r \sin^2(\theta/2) = 1$ এর কার্তেসীয় সমীকরণ- [DU'18-19]
 (a) $y^2 = 1 + 2x$ (b) $y^2 = 4(1 - x)$ (c) $y^2 = 4(1 + x)$ (d) $x^2 = 4(1 + y)$

সমাধান: (a); $r(1 - \cos \theta) = 1 \Rightarrow r - r \cos \theta = 1 \Rightarrow \cos 4\theta = 1 \Rightarrow r^2 = (1 + r \cos \theta)^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = (1 + x)^2 \Rightarrow y^2 = 1 + 2x$

04. কোনো বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(0, -2)$ হলে বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কত? [Ans: d][BAU'18-19, JU'18-19]
 (a) $(2, 70^\circ)$ (b) $(2, 170^\circ)$ (c) $(1, 270^\circ)$ (d) $(2, 270^\circ)$

05. $r \cos(\theta - \alpha) = k$, সমীকরণটির কার্তেসীয় সমীকরণ কোনটি? [RU'17-18]

(a) $x \cos \theta + y \sin \theta = k$

(b) $x \cos \alpha + y \sin \alpha = k$

(c) $x \cos \alpha - y \sin \alpha = k$

(d) $x \cos \alpha - y \sin \alpha - k = 0$

সমাধান: (b); $r \cos \theta \cos \alpha + r \sin \theta \sin \alpha = k \therefore x \cos \alpha + y \sin \alpha = k$

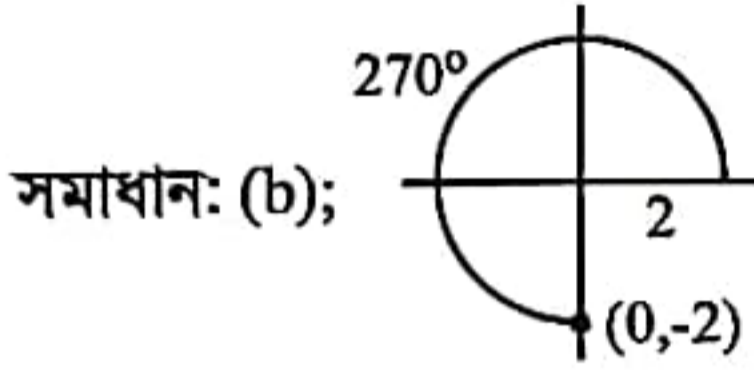


06. কোন লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী? [Ans: b][JU'17-18]
 (a) $y = \sin(x + 30^\circ)$ (b) $y = \tan x$ (c) $y = \sec x$ (d) $y = \cos x$

07. কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাংক $(-4, \frac{2\pi}{3})$ হলে ঐ বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাংক কোনটি? [JU'16-17]
 (a) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ (b) $(-2\sqrt{3}, 2)$ (c) $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ (d) $(2, -2\sqrt{3})$

সমাধান: (d); $x = r \cos \theta = -4 \times \cos \frac{2\pi}{3} = 2$ এবং $y = r \sin \theta = -2\sqrt{3}$

08. $(2, 270^\circ)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাংক কত? [KU'16-17]
 (a) $(-2, 0)$ (b) $(0, -2)$ (c) $(2, -2)$ (d) $(0, 0)$



09. কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাংক $(3, 150^\circ)$ হলে ঐ বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাংক- [DU'15-16, JU'14-15]
 (a) $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ (b) $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$ (c) $(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ (d) $(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$

সমাধান: (c); $x = r \cos \theta = 3 \cos 150^\circ = 3(-\sin 60^\circ) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$y = r \sin \theta = 3 \sin 150^\circ = 3 \cos 60^\circ = \frac{3}{2}$

10. পোলার স্থানাঙ্ক পদ্ধতিতে পোল এর স্থানাংক কত? [Ans: a][RU'15-16]
 (a) $(0, 0)$ (b) $(0, \pi)$ (c) $(0, -\pi)$ (d) $(0, 2\pi)$

11. $6r^3 \sin \theta = 4 - \cos \theta$ এর কার্তেসীয় সমীকরণ কি? [RU'15-16]

- (a) $6y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 4\sqrt{x^2 + y^2} - x$ (b) $3y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 2x$
 (c) $4y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 6\sqrt{x^2 + y^2} - x$ (d) $2y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 3\sqrt{x^2 + y^2}$

সমাধান: (a); $6r^3 \sin \theta = 4 - \cos \theta \Rightarrow 6r^4 \sin \theta = 4r - r \cos \theta \Rightarrow 6y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 4\sqrt{x^2 + y^2} - x$

12. পোলার সমীকরণ $r^2 \sin 2\theta = 2a^2$ এর কার্তেসীয় সমীকরণ কত? [JU'14-15]

- (a) $2xy = a^2$ (b) $xy = a^2$ (c) $xy = 2a^2$ (d) $xy = a$

সমাধান: (b); $r^2 \sin 2\theta = 2a^2 \Rightarrow 2(r \sin \theta)(r \cos \theta) = 2a^2 \Rightarrow y \cdot x = a^2 \Rightarrow xy = a^2$

13. কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(6, \frac{\pi}{3})$ হলে, বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাংক- [JU'09-10, RU'14-15]

- (a) $(3\sqrt{3}, 3)$ (b) $(3, \sqrt{3})$ (c) $(3, 3\sqrt{3})$ (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (c); $x = r \cos \theta = 6 \cos \frac{\pi}{3} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$; $y = r \sin \theta = 6 \sin \frac{\pi}{3} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

14. $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ সমীকরণটির পোলার সমীকরণ হবে — [CU'14-15]

- (a) $r = 2a \cos \theta$ (b) $r^2 = 2a \cos \theta$ (c) $r = 2a \sin \theta$ (d) $r^2 = 2a \sin \theta$

সমাধান: (a); $x^2 + y^2 = 2ax \Rightarrow r^2 = 2ar \cos \theta$





Question Type-02: দূরত্ব এবং স্থানাঙ্ক বিষয়ক

◆ দুইটি বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{(\text{ভুজদ্বয়ের বিয়োগফল})^2 + (\text{কোটিদ্বয়ের বিয়োগফল})^2}$

অনুসিদ্ধান্ত: (x_1, y_1) এবং মূলবিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\sqrt{(x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

$P(x_1, \beta)$ ও $Q(x_2, \beta)$ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 - (\beta - \beta)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = |x_1 - x_2|$

$P(\alpha, y_1)$ ও $Q(\alpha, y_2)$ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব = $|y_1 - y_2|$

যেমন, $(12, 3)$ ও $(-2, 3)$ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব = $|12 - (-2)| = |12 + 2| = 14$

$(0, 8)$ ও $(0, 1)$ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব = $|8 - 1| = 7$

Example: কোন বিন্দুর কোটি 6 এবং $(5, 6)$ হতে বিন্দুটির দূরত্ব 4 একক হলে, বিন্দুটির ভুজ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুটির ভুজ, a । তাহলে, স্থানাঙ্ক $(a, 6)$

মনে করি, $A(a, 6)$ ও $B(5, 6)$ দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু।

প্রশ্নানুসারে, $\sqrt{(a - 5)^2 + (6 - 6)^2} = 4 \Rightarrow \sqrt{a^2 - 10a + 25} = 4 \Rightarrow a^2 - 10a + 25 = 16$

$\Rightarrow a^2 - 10a + 9 = 0 \Rightarrow a^2 - 9a - a + 9 = 0$

$\Rightarrow a(a - 9) - 1(a - 9) = 0 \Rightarrow (a - 9)(a - 1) = 0 \therefore a = 9$ বা 1

Example: P ও Q দুইটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 5)$ এবং $(7, 10)$ । \overline{PQ} নির্ণয় কর এবং P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান: $\overline{PQ} = (7 - 3)\hat{i} + (10 - 5)\hat{j} = 4\hat{i} + 5\hat{j}$

$|\overline{PQ}| = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$ একক।

Example: P বিন্দুর ভুজ 4। x -অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব y -অক্ষ হতে এর দূরত্বের দ্বিগুণ হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, k)$

x -অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব = $|k|$ এবং y -অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব = $|4| = 4$

প্রশ্নমতে, $|k| = 2 \times 4 \Rightarrow k = \pm 8 \therefore P$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, 8)$ অথবা, $(4, -8)$

Related Questions:

01. $(5, 6)$ বিন্দু হতে 4 একক দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর কোটি 6 হলে ভুজ কত? [CU'20-21]

(a) 9 অথবা 1 (b) 1 অথবা 2 (c) 9 অথবা 2 (d) 7 অথবা 1

সমাধান: (a); মনে করি বিন্দুটির ভুজ x ।

প্রশ্নমতে, $\sqrt{(5 - x)^2 + (6 - 6)^2} = 4 \Rightarrow (5 - x)^2 = 16 \Rightarrow 5 - x = \pm 4 \Rightarrow x = 5 \pm 4 \therefore x = 9$ or 1

02. $3x - 4y - 12 = 0$ এবং $3x - 4y - 3 = 0$ সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [JU'19-20]

(a) $\frac{5}{9}$ (b) $\frac{9}{5}$ (c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{1}{5}$

সমাধান: (b); $d = \frac{|12 - 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{9}{5}$

03. $(-2, 3)$ বিন্দু হতে $x - y = 5$ রেখার লম্ব দূরত্ব কত? [JU'19-20]

(a) $2\sqrt{5}$ (b) $5\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{5}$

সমাধান: (b); $d = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$





04. $y = mx + c$ সরলরেখাটির ক্ষেত্রে-

[KU'19-20]

(i) রেখাটি মূল বিন্দুগামী (ii) m হলো রেখার ঢাল (iii) c হলো y -অক্ষের খন্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য
নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

সমাধান: (b); মূল বিন্দুগামী রেখায় $c = 0$ হয়।

05. দুটি বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, 90^\circ)$ এবং $(2\sqrt{5}, 180^\circ)$ হলে, বিন্দু দুটির দূরত্ব কত?

[SUST'19-20]

(a) $4\sqrt{3}$ (b) $4\sqrt{2}$ (c) $4\sqrt{5}$ (d) $2\sqrt{3}$ (e) 0

সমাধান: (b); কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে বিন্দুদ্বয় $(0, 2\sqrt{3})$ ও $(-2\sqrt{5}, 0) \therefore d = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 4\sqrt{2}$

06. x -অক্ষ এবং $(-5, -7)$ বিন্দু থেকে $(4, a)$ বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, a -এর মান কত? [JU'11-12, RU'17-18, JU'18-19]

(a) $\frac{7}{65}$ (b) $\frac{65}{7}$ (c) $-\frac{7}{65}$ (d) $-\frac{65}{7}$

সমাধান: (d); $a^2 = (4 + 5)^2 + (a + 7)^2 \Rightarrow a^2 = 81 + a^2 + 14a + 49 \therefore a = -\frac{65}{7}$

07. $y = mx + c$ রেখাটির যে কোন বিন্দু থেকে $(0, 3)$ এবং $(0, -4)$ বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে রেখাটির জন্য নিচের কোনটি সত্য?

(a) y অক্ষের সমান্তরাল (b) $m = 1$ (c) $c = 1$ (d) x অক্ষের সমান্তরাল [JU'17-18]

সমাধান: (d); ধরি, রেখাটির উপর একটি বিন্দু $P(x, y)$

শর্তমতে, $\sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y+4)^2} \Rightarrow y^2 - 6y + 9 = y^2 + 8y + 16$

$\therefore y = \frac{-1}{2}$; যা x অক্ষের সমান্তরাল

08. $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ এবং $C(0,0)$ হলে মূলবিন্দু থেকে B বিন্দুর দূরত্ব কত?

[JU'17-18]

(a) 5 (b) 2 (c) 1 (d) 0

সমাধান: (a); $BC = \sqrt{(0+3)^2 + (0+4)^2} = 5$

09. একটি বিন্দুর ভূজ 2 এবং বিন্দুটি $(-6,1)$ হতে 10 একক দূরে আছে, বিন্দুটির কোটি কত?

[CU'16-17]

(a) -7 or 5 (b) 5 (c) -7 (d) 7 or -5

সমাধান: (d); ধরি, কোটি α ; $\sqrt{(2+6)^2 + (\alpha-1)^2} = 10 \therefore \alpha = 7, -5$

10. একটি বর্গক্ষেত্রের একটি কর্ণের সমীকরণ $8x - 15y + 22 = 0$ । উক্ত কর্ণের উপর একটি শীর্ষবিন্দু $A(1,2)$ । A বিন্দুগামী বর্গক্ষেত্রের বাহু দুইটির সমীকরণ কত? [RU'16-17]

(a) $7x - 23y = 0, 7x + 23y = 0$ (b) $2x - 7y = 0, 2x + 7y = 0$
(c) $5x + 3y = 0, 5x - 3y = 0$ (d) $23x - 7y - 9 = 0, 7x + 23y - 53 = 0$

সমাধান: A বিন্দুগামী বর্গের বাহুদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব হবে। \therefore রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল -1 হবে, যা শুধুমাত্র (D) এর জন্য প্রযোজ্য।

11. একটি সমবাহু ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2,1)$ এবং $(2,5)$ হলে তৃতীয় শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [RU'15-16]

(a) $(2 + 2\sqrt{3}, 3)$ (b) $(2 + \sqrt{3}, 3)$ (c) $(3 + 2\sqrt{3}, 3)$ (d) $(3 + \sqrt{3}, 3)$

সমাধান: (a); $(2, 1)$ এবং $(2, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 4 একক একমাত্র অপশন (a) এর $(2 + 2\sqrt{3}, 3)$ বিন্দুটি থেকেই $(2, 1)$ এবং $(2, 5)$ উভয় বিন্দুর দূরত্ব 4 একক হয়। তাই, চারটি option এর মধ্যে option(a) ই সঠিক।





12. y -অক্ষ ও $(7, 2)$ বিন্দু থেকে $(a, 5)$ বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে a -এর মান কত? [RU'07-08, CU'10-11, 14-15]
- (a) $\frac{19}{7}$ (b) $\frac{29}{7}$ (c) $\frac{19}{9}$ (d) $\frac{29}{9}$

সমাধান: (b); $a = \sqrt{(7-a)^2 + (2-5)^2} \Rightarrow a^2 = 7^2 - 14a + a^2 + 9 \Rightarrow 14a = 49 + 9 = 58 \therefore a = \frac{29}{7}$

13. x -অক্ষ এবং $(3, 2)$ বিন্দু হতে $(4, a)$ বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে a এর মান হবে - [CU'02-03, 09-10, 12-13, 13-14]
- (a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) $\frac{4}{5}$

সমাধান: (a); $a^2 = 1 + (a-2)^2$; $a^2 = 1 + a - 4a + 4$; $4a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{4}$

Question Type-03: অন্তর্বিভক্তকরণ ও বহির্বিভক্তকরণ সূত্র

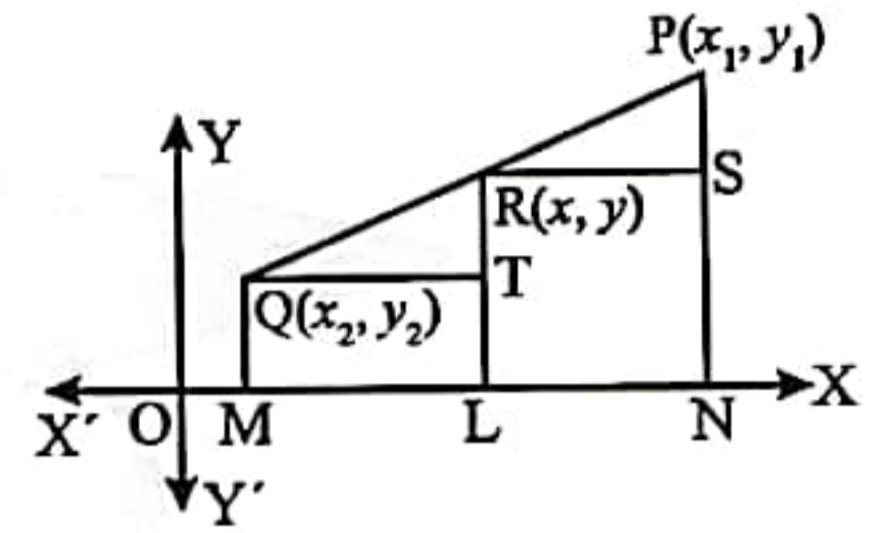
- ♦ অন্তর্বিভক্তকরণ সূত্র: $\therefore R$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right)$

অনুসিদ্ধান্ত-01: যদি PQ এর সমদ্বিখণ্ডক বিন্দু R হয় i.e.

PQ এর মধ্যবিন্দু R হয় তাহলে, $m_1 = m_2$

$$\therefore x = \frac{m_2x_2 + m_2x_1}{m_2 + m_2} = \frac{m_2(x_1 + x_2)}{2m_2} = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ এবং } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

সুতরাং, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$



অনুসিদ্ধান্ত-02: যদি R বিন্দুটি PQ কে $k : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে অর্থাৎ $PR : RQ = k : 1$ হয় তাহলে,

$$x = \frac{kx_2 + 1x_1}{k+1} = \frac{kx_2 + x_1}{k+1} \text{ এবং } y = \frac{ky_2 + y_1}{k+1}$$

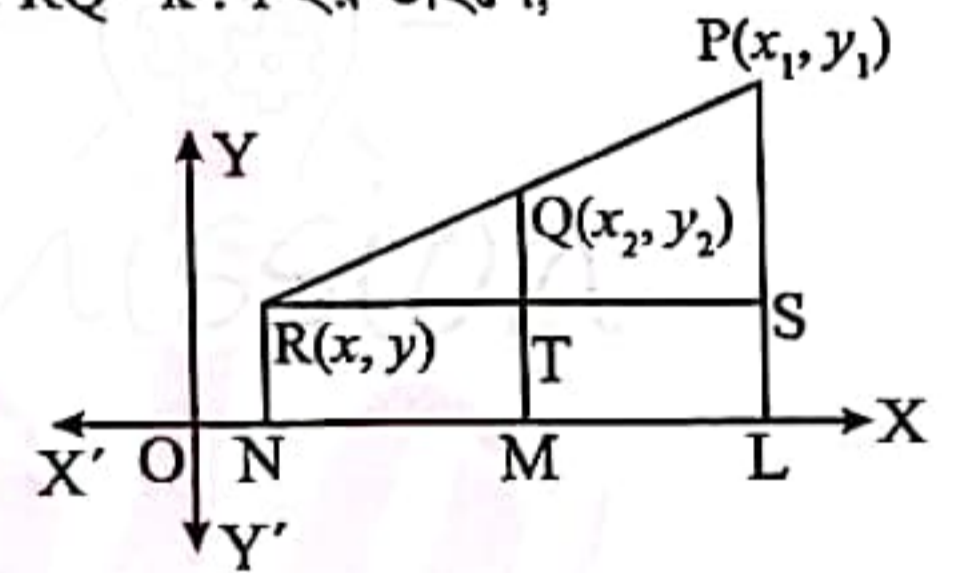
- ♦ বহির্বিভক্তকরণ সূত্র:

$$\therefore R \text{ এর স্থানাঙ্ক } = \left(\frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2} \right) = \left(\frac{m_2x_1 - m_1x_2}{m_2 - m_1}, \frac{m_2y_1 - m_1y_2}{m_2 - m_1} \right)$$

যেমন, $(-2, 3)$ এবং $(1, 4)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি $1 : 2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক,

$$\text{অন্তর্বিভাজন : } \left(\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot (-2)}{1+2}, \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 3}{1+2} \right) = \left(-1, \frac{10}{3} \right) \text{ এবং বহির্বিভাজন : } \left(\frac{1 \cdot 1 - 2 \cdot (-2)}{1-2}, \frac{1 \cdot 4 - 2 \cdot 3}{1-2} \right)$$

$$= (-5, 2) \mid (-2, 3) \text{ এবং } (1, 4) \text{ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{-2+1}{2}, \frac{3+4}{2} \right) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2} \right)$$



অনুসিদ্ধান্ত: যদি R , PQ কে $k : 1$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তাহলে, $x = \frac{kx_2 - x_1}{k-1}$ এবং $y = \frac{ky_2 - y_1}{k-1}$

Example: $P(1, -1)$ এবং $Q(8, 6)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি $3 : 4$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, নির্ণেয় বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $R(x, y)$.

$$\therefore x = \frac{3 \cdot 8 + 4 \cdot 1}{3+4} = \frac{28}{7} = 4 \text{ এবং } y = \frac{3 \cdot 6 + 4 \cdot (-1)}{3+4} = \frac{14}{7} = 2 \therefore \text{নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (4, 2)$$





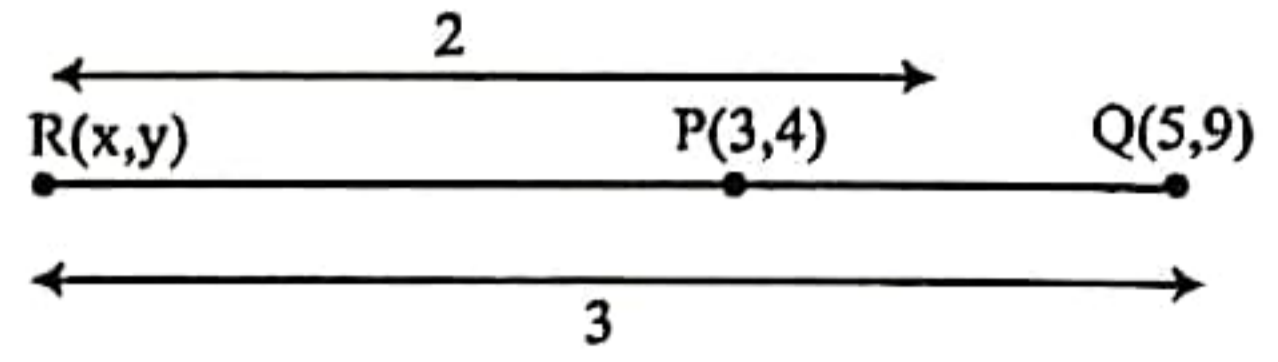
Example: P(3, 4) এবং Q(5, 9) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 2 : 3 অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, নির্ণেয় বিন্দুটির স্থানাঙ্ক R(x, y)।

$$\text{তাহলে, } x = \frac{2 \times 5 - 3 \times 3}{2 - 3} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\text{এবং } y = \frac{2 \times 9 - 3 \times 4}{2 - 3} = \frac{6}{-1} = -6$$

∴ নির্ণেয় বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (-1, -6)



Example: (7, 7) ও (-5, -10) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর। অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর ভূজ কত?

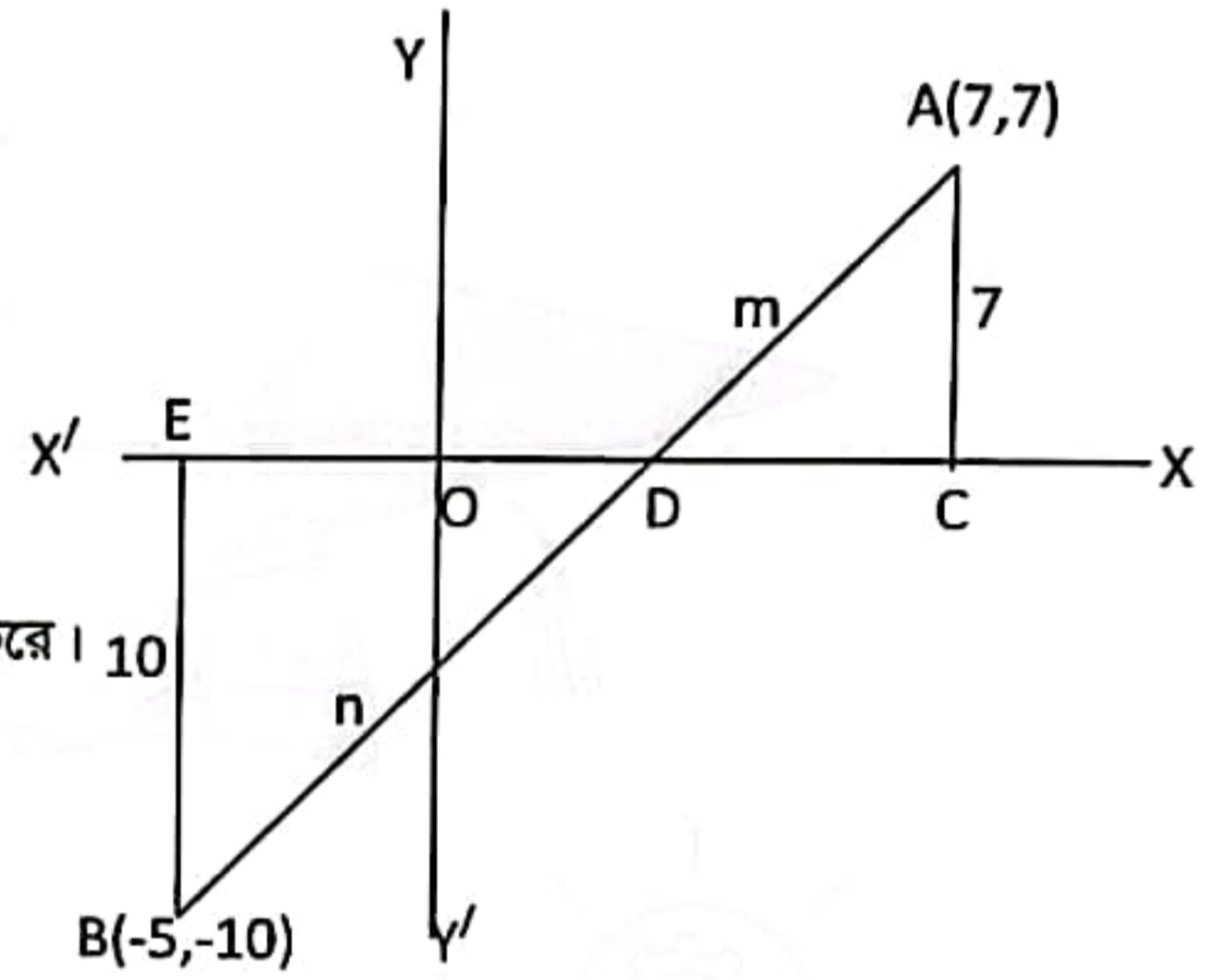
সমাধান: সনাতন পদ্ধতিঃ ধরি, উপর x - অক্ষের উপরিস্থিত P(x, 0) বিন্দুটি (7, 7) ও (-5, -10) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে k : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore x = \frac{-5k + 7}{k + 1} \dots\dots\dots(i)$$

$$0 = \frac{-10k + 7}{k + 1} \Rightarrow -10k + 7 = 0 \Rightarrow k = \frac{7}{10}$$

$$\therefore k : 1 = 7 : 10 \therefore (7, 7) \text{ ও } (-5, -10)$$

বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x অক্ষরেখা 7:10 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।



ডিজিটাল পদ্ধতিঃ ACD ও BDE সদৃশ ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\frac{m}{n} = \frac{AC}{BE} = \frac{7}{10} \therefore m : n = 7 : 10 \text{ (Ans.)}$$

NB: যেকোন লিখিত পরীক্ষায় নিয়মটি ব্যবহার করা যাবে।

X-Clusive for MCQ:

(i) দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে x অক্ষরেখা K:1 অনুপাতে বিভক্ত করলে, K = - কোটিদ্বয়ের অনুপাত

(ii) দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে y অক্ষরেখা K:1 অনুপাতে বিভক্ত করলে, K = - ভূজদ্বয়ের অনুপাত

K- এর মান +ve আসলে বুঝবে অন্তর্বিভক্তি আর -ve হলে বহির্বিভক্তি বুঝবে।

Example: (3, 2) এবং (0, -1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে $2x - 5y + 1 = 0$ রেখাটি যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।

সমাধান: ডিজিটাল পদ্ধতি (লিখিত ও MCQ পরীক্ষার জন্য):

$$\text{এখানে, } AC = \frac{6 - 10 + 1}{\sqrt{4 + 25}} = \frac{-3}{\sqrt{29}} \quad \& \quad BE = \frac{0 + 5 + 1}{\sqrt{4 + 25}} = \frac{6}{\sqrt{29}}$$

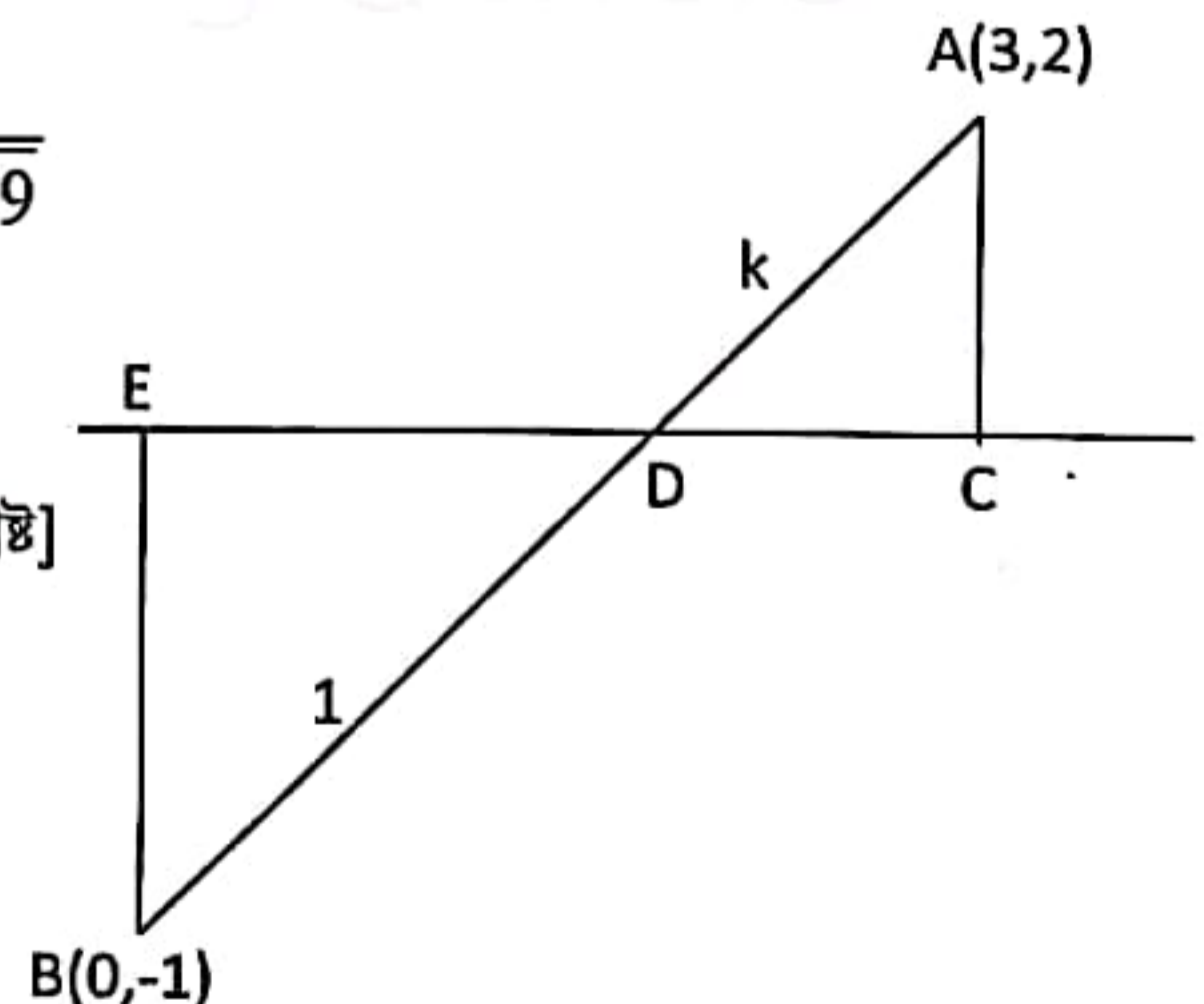
$$\therefore \text{সদৃশ ত্রিভুজ হতে পাই, } \frac{k}{1} = \frac{AC}{BE} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2} \therefore k : 1 = 1 : 2$$

[অন্তর্বিভক্ত কারণ AC ও BE বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট]

$$\text{Alternate solution for MCQ: } k = \frac{L_1}{L_2} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

যেখানে, $L_1 = 1$ ম বিন্দুটি প্রদত্ত সরলরেখায় বসিয়ে প্রাপ্ত মান।

$L_2 = 2$ য় বিন্দুটি প্রদত্ত সরলরেখায় বসিয়ে প্রাপ্ত মান।



**Related Questions:**

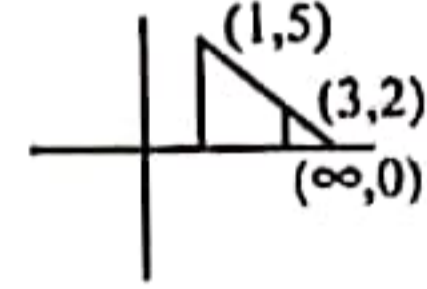
01. (4, 7), (0, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x -অক্ষ কোন অনুপাতে বিভক্ত করে? [JU'19-20]
 (a) 4 : 3 (b) 1 : 3 (c) 1 : 0 (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: (d); অন্তর্বিভক্ত করে না; 7:3 অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে।

02. (1,5) এবং (3, 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x অক্ষকে কোন অনুপাতে বিভক্ত করে? [JnU'17-18]
 (a) 5:2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত (b) 5:2 অনুপাতে বহির্বিভক্ত
 (c) 2:5 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত (d) 2:5 অনুপাতে বহির্বিভক্ত

সমাধান: (b); x অক্ষকে $(\alpha, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করলে, $\frac{\alpha-1}{-5} = \frac{3-\alpha}{2-5} \Rightarrow \alpha = \frac{13}{3}$

\therefore বহির্বিভক্ত করে $\frac{13}{3} - 1 : \frac{13}{3} - 3 = 5:2$ অনুপাতে।



03. (1, -1) এবং (8, 6) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 3:4 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এর স্থানাঙ্ক কত? [JU'14-15,15-16]
 (a) (4, -2) (b) (-4, -2) (c) (-4, 2) (d) (4, 2)

সমাধান: (d); ধরি, 3:4 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

তাহলে, $x = \frac{3 \times 8 + 4 \times 1}{3+4} = 4$ এবং $y = \frac{3 \times 6 + 4 \times (-1)}{3+4} = 2$; সুতরাং, নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\equiv (4, 2)$

04. (3, -1) এবং (5, 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখাকে 3:4 অনুপাতে বহিঃস্থভাবে বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক- [JU'09-10,18-19,DU'13-14]

- (a) $(\frac{17}{3}, 3)$ (b) $(\frac{27}{7}, \frac{2}{7})$ (c) $(\frac{27}{4}, \frac{4}{3})$ (d) None

সমাধান: (d); বহিঃস্থভাবে বিভক্ত করায় $x = \frac{3 \times 5 - 4 \times 3}{3-4} = -3$; $y = \frac{3 \times 2 - 4 \times (-1)}{3-4} = -10$

05. (3, 2) এবং (6, 8) বিন্দু দুটির সংযোগ রেখার সমদ্বিখন্ডন বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [KU'13-14]
 (a) (9/2, 6) (b) (9/2, 5) (c) (6, 5/2) (d) (5, 5/2)

সমাধান: (b); $x = \frac{3+6}{2} = \frac{9}{2}$; $y = \frac{2+8}{2} = 5$

Question Type-04: কম কম, বেশি বেশি Theory

যদি প্রশ্ন করি, (2,4) এবং (8, 14) বিন্দু দুটির মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক কী হবে?

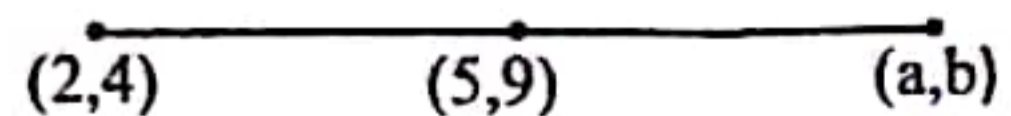
উত্তর খুব সহজে $(\frac{2+8}{2}, \frac{4+14}{2}) = (5, 9)$

এবার যদি বলা হয়, দুটি বিন্দুর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক (5,9) এবং বিন্দু দুটির একটির স্থানাঙ্ক (2,4) হলে অপর বিন্দুর স্থানাঙ্ক কী হবে? তোমরা খুব সহজেই এই অংকটা করতে পারবা। মনে মনে ভাববা ভাইয়া আমাদের সাথে এগুলো নিয়ে মশকরা করছে। কিন্তু না-----

তোমরা অংকটি করবে নিম্নোক্তভাবে:

ধরি, অপর বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (a, b)

$$\therefore 5 = \frac{2+a}{2} \Rightarrow a = 8, \quad 9 = \frac{4+b}{2} \Rightarrow b = 14$$

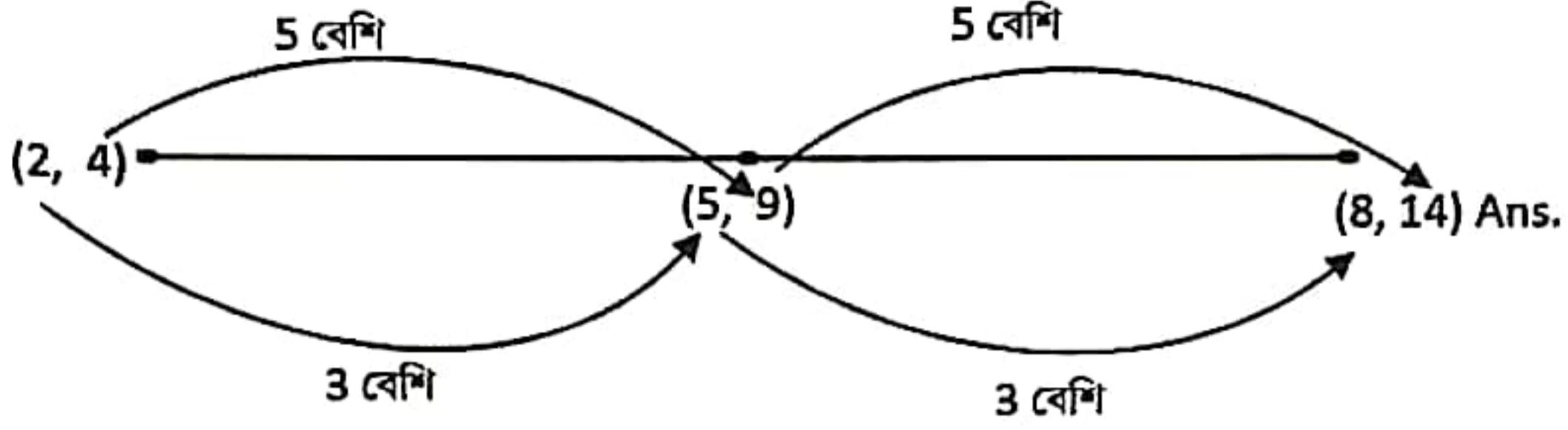


\therefore অপর বিন্দুটির স্থানাঙ্ক হবে (8,14)





এবার চলো আমরা কম কম, বেশি বেশি Theory দিয়ে সমস্যাটিকে আপন করে ফেলি।

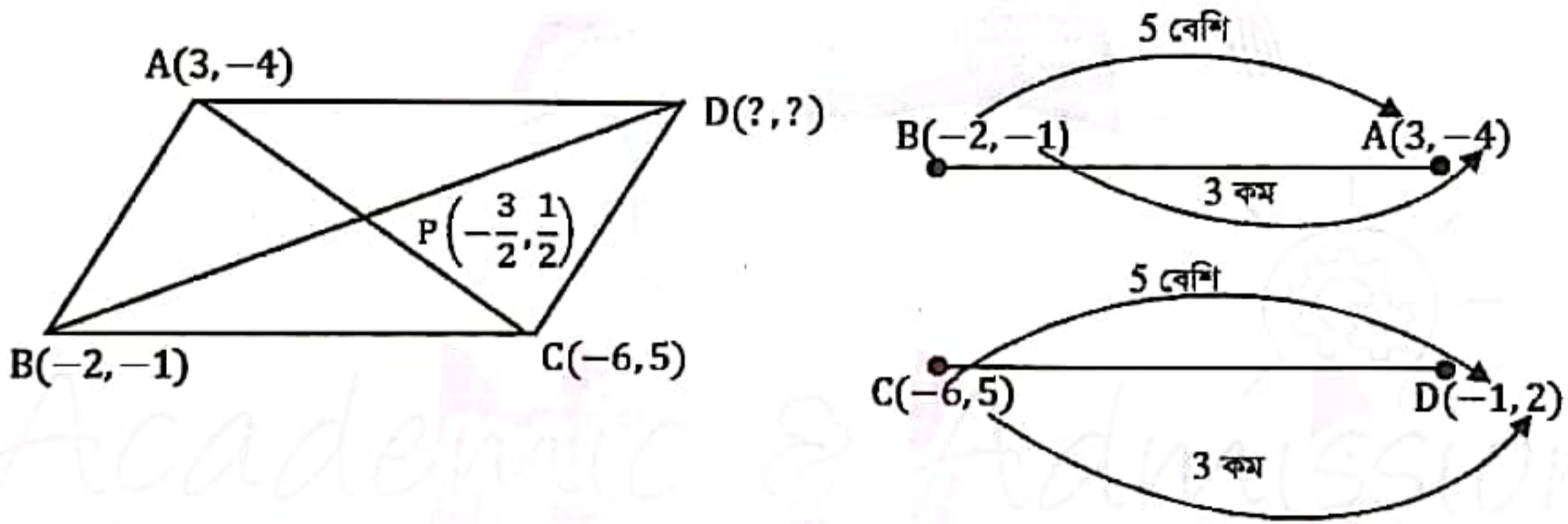


এত সহজ!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

হ্যাঁ, এবার এই মজার জিনিসটি দিয়েই আয়তক্ষেত্র, সামান্তরিক, রম্বস ও বর্গক্ষেত্রের তিনটি শীর্ষবিন্দু দেওয়া থাকলে চতুর্থ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক বের করে ফেলবো নিমিষেই।

সমাধান: কোন সামান্তরিকের একটি কর্ণের প্রান্তবিন্দুদ্বয় (3, -4) এবং (-6, 5)। তৃতীয় শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক (-2, -1) হলে চতুর্থ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

আরও অনেক কাহিনী আছে!!!



Related Questions:

01. যদি (0, 0), (a, -4), (4, b) এবং (5, 0) একটি রম্বসের শীর্ষবিন্দু হয়, তাহলে রম্বসের কর্ণ দুটির ছেদবিন্দু কত? [JU'19-20]

(a) (1, -1) (b) (-2, 1) (c) (-2, 2) (d) (2, -2)

সমাধান: (d); কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু : $\left(\frac{0+4}{2}, \frac{0+b}{2}\right) \equiv \left(\frac{a+5}{2}, -\frac{4}{2}\right) \therefore 4 = a + 5 \therefore a = -1$

$\frac{b}{2} = -2 \therefore b = -4 \therefore$ কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু (2, -2)

02. A(2,5), B(5,9) এবং D(6,8) বিন্দুগুলো ABCD রম্বসের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, C এর স্থানাঙ্ক কত? [KU'14-15, DU'17-18]

(a) (12,9) (b) (9,12) (c) (12,7) (d) (9,7)

সমাধান: (b);

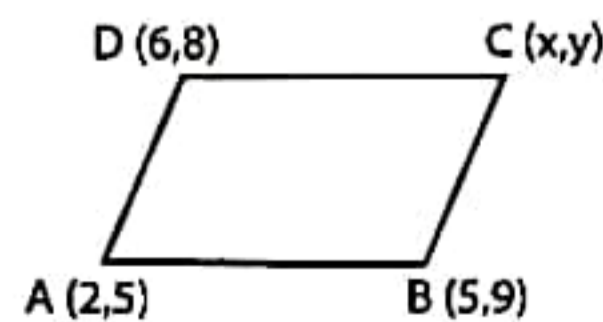
$$2 + x = 5 + 6$$

$$5 + y = 9 + 8$$

$$\Rightarrow x = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$y = 17 - 5 = 12$$

$$\therefore (x, y) = (9, 12)$$



03. ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে কী বলা হয়?

[Ans: b][KU'16-17]

(a) অন্তকেন্দ্র

(b) পরিকেন্দ্র

(c) ভরকেন্দ্র

(d) লম্বকেন্দ্র





Question Type-05: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & 0 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 & 0 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{(x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (y_1 - y_2)(x_2 - x_3)\}$$

- (i) নির্ণায়কের সাহায্যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সময় শীর্ষবিন্দুগুলি ঘড়ির কাঁটা ঘূর্ণনের বিপরীতক্রমে নিলে ক্ষেত্রফলের চিহ্ন ধনাত্মক হয় এবং শীর্ষবিন্দুগুলি ঘড়ির কাঁটা ঘূর্ণনের দিকে নিলে ক্ষেত্রফলের চিহ্ন ঋণাত্মক হয়, কিন্তু তাদের সংখ্যাসূচক মান সমান হয়। যদি শীর্ষবিন্দুগুলির ঘূর্ণন বুঝতে না পারা যায় তাহলে, পরমমান চিহ্ন ব্যবহার করতে হয়।

$$\delta_{ABC} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ এবং } \Delta ABC = \frac{1}{2} |\delta_{ABC}| \text{ বর্গ একক বিবেচনা করে যেকোনো ধরনের বিভ্রান্তি এড়ানো সম্ভব।}$$

$$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} |\delta_{ABC}| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - y_1 x_2 - y_2 x_3 - y_3 x_1|$$

$$= \frac{1}{2} |(x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (y_1 - y_2)(x_2 - x_3)|$$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ শীর্ষ দ্বারা গঠিত বহুভুজের ক্ষেত্রফল,

$$= \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n & y_1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_n y_1 - y_1 x_2 - y_2 x_3 - \dots - y_n x_1|$$

- (ii) $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হবে যদি ও কেবল যদি এ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হয়। অর্থাৎ, $\delta_{ABC} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} = 0$



(a) C এবং D বিন্দু দুইটি AB রেখার একই পার্শ্বে হলে, $\delta_{ABC} \times \delta_{ABD} > 0$

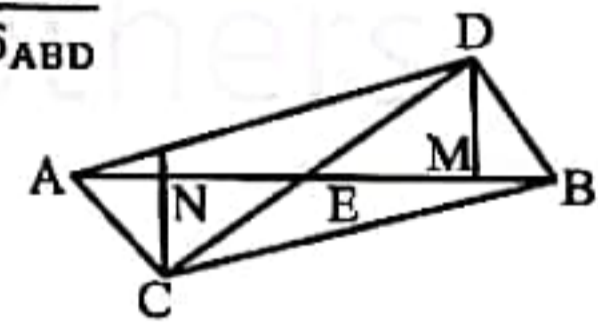
(b) C এবং D বিন্দু দুইটি AB রেখার বিপরীত পার্শ্বে হলে, $\delta_{ABC} \times \delta_{ABD} < 0$

- (iv) AB রেখাটি CD রেখাংশকে E বিন্দুতে $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করলে $\frac{CE}{DE} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\delta_{ABC}}{\delta_{ABD}}$

প্রমাণ: AB এর উপর CN ও DM লম্ব হলে, ΔCNE ও ΔDME সদৃশ।

$$\therefore \frac{CN}{DM} = \frac{CE}{DE} = \frac{m_1}{m_2} \therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta ABD} = \frac{\frac{1}{2} \delta_{ABC}}{\frac{1}{2} \delta_{ABD}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times CN}{\frac{1}{2} AB \times DM} = m_1/m_2$$

$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\delta_{ABC}}{\delta_{ABD}}$, অনুপাত যথাক্রমে (-) ও (+) এর জন্য AB রেখাটি CD রেখাংশকে E বিন্দুতে যথাক্রমে অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত করবে।



Example: যে ত্রিভুজক্ষেত্রের শীর্ষ বিন্দু $(-2, 6), (1, -7)$ এবং $(-3, -9)$ তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: নির্ণয় ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} [-2(-7+9) - 6(1+3) + 1(-9-21)] = \frac{1}{2} (-4 - 24 - 30) = -29$

সুতরাং, ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 29$ বর্গ একক।



Example: একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর যার শীর্ষ বিন্দুগুলি $(6, 5)$, $(-9, -4)$ এবং $(-5, 0)$.

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দু $(6, 5)$, $(-9, -4)$ এবং $(-5, 0)$ কে A, B, ও C দ্বারা সূচিত করি।

$$\begin{aligned} \therefore \Delta ABC &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & 5 & 1 \\ -9 & -4 & 1 \\ -5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{6(-4-0) - 5(-9+5) + 1(0-20)\} \\ &= \frac{1}{2} (-24 + 20 - 20) = \frac{1}{2} (-24) = -12 \text{ বর্গ একক।} \end{aligned}$$

কিন্তু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হয় না বলেই $\Delta ABC = 12$ বর্গ একক।

Example: $(1, -2)$, $(3, 3)$ ও $(-3, 2)$ বিন্দুগুলিকে শীর্ষবিন্দু ধরে যে ত্রিভুজ গঠিত হয় তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} | \{1(3-2) + 3(2+2) - 3(-2-3)\} | = \frac{1}{2} \times 28 = 14$ বর্গ একক। (Ans.)

◆ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে টিসমিস পদ্ধতিঃ

Example: একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 3)$, $(5, 1)$ ও $(7, 8)$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Working Procedure: (a) যেকোন একটি বিন্দুকে টিসমিস করে $(0, 0)$ বানাতে হবে।

(b) যে বিন্দুকে $(0, 0)$ বানাবে, অপর বিন্দুদ্বয় হতে সেটি বিয়োগ করতে নতুন দুটি বিন্দু পাওয়া যাবে।

অর্থাৎঃ

$$\begin{array}{ccc} (1, 3) & (5, 1) & (7, 8) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (0, 0) & (4, -2) & (6, 5) \end{array}$$

$(0, 0)$ বিন্দুবাদে প্রাপ্ত বিন্দুদ্বয়ঃ $(4, -2)$ $(6, 5)$

$$\begin{array}{cccc} \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} & = & \frac{1}{2} (\text{ভুল করে} & - \text{করোনা ভুল}) \\ & & \downarrow & \downarrow \\ & & \text{ভূজ}_1 & \text{কোটি}_2 & \text{কোটি}_1 & \text{ভূজ}_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} (4, -2) & & (6, 5) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (4 \times 5 - (-2) \times 6) = \frac{1}{2} (20 + 12) = 16 \text{ বর্গ একক।}$$

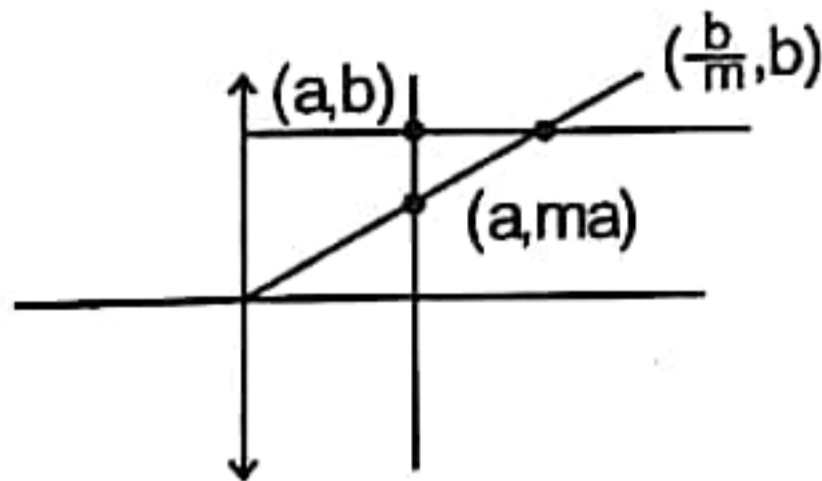
Related Questions:

01. $x = a, y = b, y = mx$ রেখা তিনটি যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল কোনটি?

[CU'20-21]

(a) $\frac{1}{2} (b - ma)^2$ (b) $\frac{1}{2m} (b - ma)^2$ (c) $\frac{1}{2m} (ma - b)^2$ (d) $\frac{1}{2m} (b - ma)$

সমাধান: (b, c);



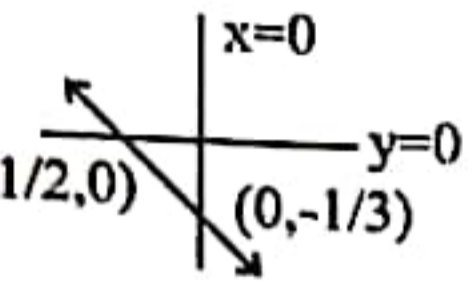
$$\begin{aligned} \text{ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & a & \frac{b}{m} & a \\ b & ma & b & b \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ (ma^2 + ab + \frac{b^2}{m}) - (ab + ab + ab) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{m^2 a^2 + b^2 - 2abm}{m} \right\} = \frac{1}{2m} \{ (ma)^2 - 2 \cdot ma \cdot b + (b)^2 \} \\ &= \frac{1}{2m} (b - ma)^2 = \frac{1}{2m} (ma - b)^2 ; \text{ প্রকৃতপক্ষে (b) ও (c) দুটোই সঠিক।} \end{aligned}$$



02. $2x + 3y + 1 = 0, x = 0, y = 0$ রেখা তিনটি দ্বারা আবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল কত?

[JU'19-20]

- (a) $\frac{1}{12}$ (b) 12 (c) $\frac{1}{6}$ (d) 6

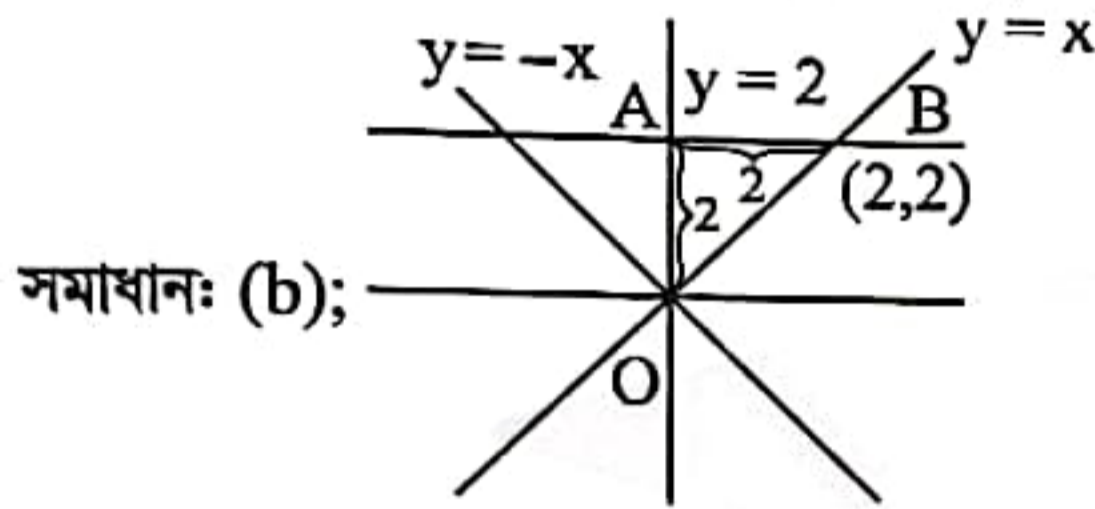
সমাধান: (a);  $2x + 3y - 1 \Rightarrow \frac{x}{-\frac{1}{2}} + \frac{y}{-\frac{1}{3}} = 1$

$$\Delta = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \text{ sq. unit} = \frac{1}{12} \text{ sq. unit}$$

03. $y = 2$ এবং $y = |x|$ রেখাগুলো দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-

[DU'18-19]

- (a) 2 sq. units (b) 4 sq. units (c) 6 sq. units (d) 8 sq. units



$$\therefore \text{Area} = 2 \times \Delta OAB = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\right) = 4 \text{ sq. unit}$$

04. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ এবং $(0, 0)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

[JU'18-19]

- (a) $\frac{1}{2}(x_1y_1 - x_2y_2)$ (b) $\frac{1}{2}(x_2y_1 + x_1y_2)$ (c) $\frac{1}{2}(x_1x_2 + y_1y_2)$ (d) $\frac{1}{2}(x_1y_2 - x_2y_1)$

সমাধান: (d); $\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & 0 \\ y_1 & y_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(x_1y_2 - x_2y_1)$

05. $(0, 0), (3, 3), (3, -5)$ বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি?

[JU'18-19]

- (a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13

সমাধান: (c); $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \end{vmatrix} = |-12| = 12$

06. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে $\frac{50}{\sqrt{3}}$ বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ গঠন করে এবং মূলবিন্দু হতে রেখাটির উপর অঙ্কিত

লম্ব x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। রেখাটির সমীকরণ কোনটি?

[RU'18-19]

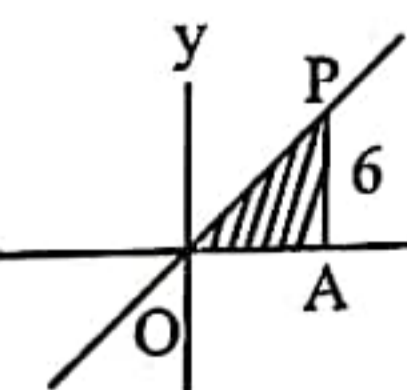
- (a) $\sqrt{3}x + y = 10$ (b) $x + \sqrt{3}y = 10$ (c) $10x + y = \sqrt{3}$ (d) $x + 10y = \sqrt{3}$

সমাধান: (a); ধরি, রেখাটি হবে, $x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = p$; আবার, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \therefore a = \frac{2p}{\sqrt{3}}, b = 2p$

আবার, $\frac{1}{2}ab = \frac{50}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{4p^2}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} \Rightarrow p = 5 \therefore$ সমীকরণ: $\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y = 5 \Rightarrow \sqrt{3}x + y = 10$

07. $3y = 9x$ রেখাটির P বিন্দু থেকে x অক্ষের উপর A বিন্দুতে লম্বের দৈর্ঘ্য 6 হলে ΔAOP এর ক্ষেত্রফল কত?

- (a) 2 (b) 9 (c) 12 (d) 6 [JU'17-18]

সমাধান: (d);  $9x - 3y = 0$; $P(x, y)$ বিন্দুতে, $y = 6 \therefore x = \frac{3 \times 6}{9} = 2 \therefore OA = 2$

$$\Delta OPA = \frac{1}{2} \times OA \times PA = 6 \text{ বর্গ একক।}$$





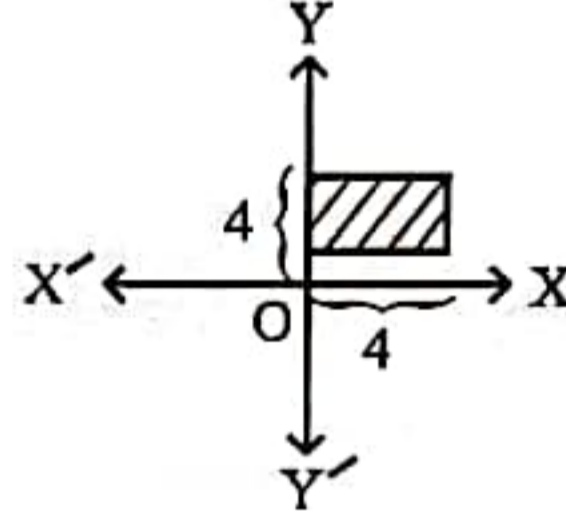
08. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত হবে? [JU'17-18]
 (a) 56 (b) 84 (c) 64 (d) 80

সমাধান: (b); $2s = 13 + 14 + 15 \therefore s = 21$

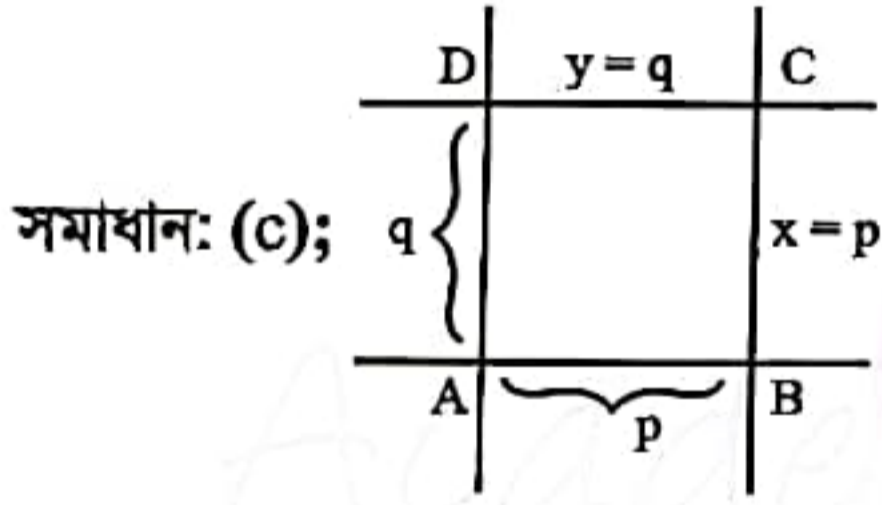
$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$$

09. তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $P(a_1, b_1, c_1)$, $Q(a_2, b_2, c_2)$ এবং $R(a_3, b_3, c_3)$ দেয়া আছে। PQR-এর ক্ষেত্রফল শূন্য হলে বিন্দু তিনটি কোথায় অবস্থিত? [Ans: d][RU'17-18]
 (a) ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর উপর (b) বৃত্তের উপর (c) উপবৃত্তের উপর (d) সরলরেখার উপর
10. $x = 0, x = 4, y = 1$ ও $y = 5$ রেখাগুলো দ্বারা আবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক হবে? [JnU'16-17]
 (a) 20 (b) 24 (c) 15 (d) 16

সমাধান: (d); $\Delta = \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = 4 \times 4 = 16$ বর্গ একক



11. x -অক্ষ, y - অক্ষ, $x = p$ ও $y = q$ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [RU'13-14]
 (a) $\frac{1}{2}pq$ (b) p^2q^2 (c) pq (d) $2pq$



ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = pq

12. যদি $(-5, 1)$, $(4, 5)$ এবং $(7, -4)$ একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হয় তাহলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [DU'01-02,03-04,14-15, RU'06-07, CU'12-13, JU'17-18]
 (a) $48\frac{1}{2}$ (b) $46\frac{1}{2}$ (c) 50 (d) $71\frac{1}{2}$

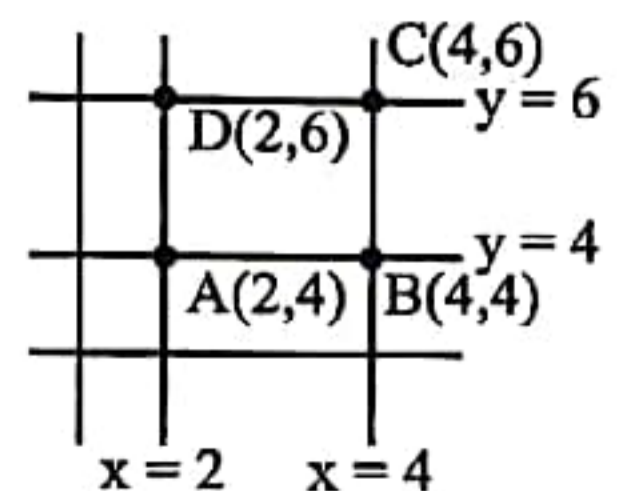
সমাধান: (b); $\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -5 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \\ 7 & -4 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [-5(5+4) - 1(4-7) + (-16-35)] = \frac{1}{2} (-93) = 46\frac{1}{2}$ বর্গ একক।

Written

01. $x = 2, x = 4, y = 4$ এবং $y = 6$ রেখা দ্বারা গঠিত বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের সমীকরণ বের কর। [DU'19-20]

সমাধান: AC রেখার সমীকরণ: $\frac{y-6}{6-4} = \frac{x-4}{4-2} \Rightarrow y - 6 = x - 4 \Rightarrow \boxed{x - y + 2 = 0}$

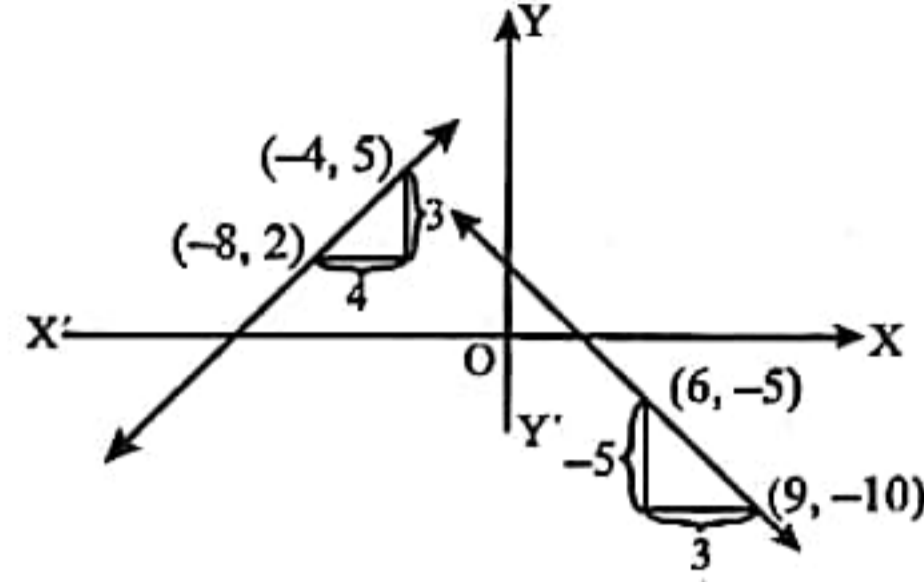
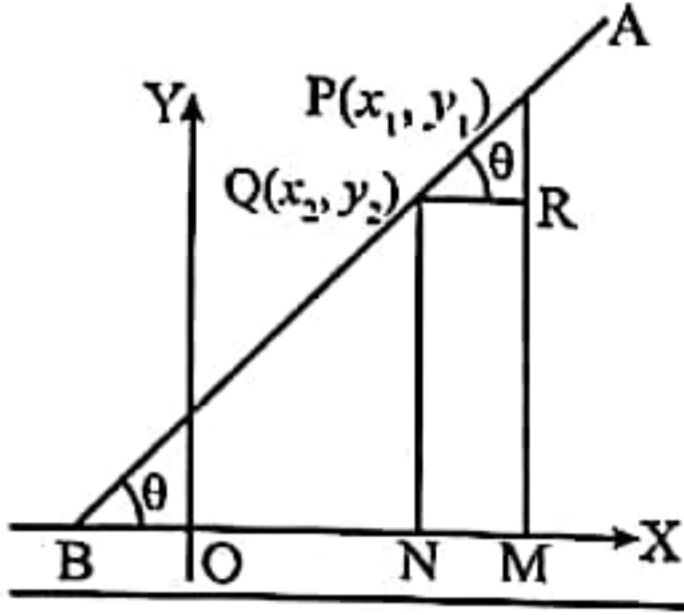
BD রেখার সমীকরণ: $\frac{y-6}{6-4} = \frac{x-2}{2-4} \Rightarrow y - 6 = 2 - x \Rightarrow \boxed{x + y - 8 = 0}$





Question Type-06: দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখার ঢাল

AB রেখার ঢাল, $m = \tan \theta = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$, ($x_1 \neq x_2$) = $\frac{\text{বিন্দুদ্বয়ের কোটির অন্তর}}{\text{বিন্দুদ্বয়ের ভূজের অন্তর}} = \frac{\text{বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে লম্বিক দূরত্ব}}{\text{বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে আনুভূমিক দূরত্ব}}$



লক্ষ করি: চিত্রে $(-4, 5)$ ও $(-8, 2)$ বিন্দুদ্বয় যে রেখায় অবস্থিত তার ঢাল = $\frac{2-5}{-8-(-4)} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$, যা ধনাত্মক।
আবার, $(9, -10)$ ও $(6, -5)$ বিন্দুদ্বয় যে রেখায় অবস্থিত তার ঢাল = $\frac{-5-(-10)}{6-9} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$, যা ঋণাত্মক।

পর্যবেক্ষণ:

- ধনাত্মক ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষকোণ সৃষ্টি করে ফলে রেখাটি x অক্ষের সাথে উপরের অংশে আনত থাকে।
- ঋণাত্মক ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্তূলকোণ সৃষ্টি করে ফলে রেখাটি x অক্ষের সাথে নিচের অংশে আনত থাকে।
- একই সরলরেখায় যে-কোনো দুই জোড়া বিন্দুর জন্য ঢাল সমান।
- x অক্ষ বা x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার ঢাল শূন্য।
- y অক্ষ বা y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার ঢাল অসংজ্ঞায়িত।

Related Questions:

- মূল বিন্দুগামী কোন সরলরেখার উপরস্থ একটি বিন্দু $(10, 5)$ হলে, রেখাটির ঢাল কত? [KU'16-17]
(a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1
সমাধান: (c); $m = \frac{5}{10}$
- $\sqrt{3}y + x = 7$ সরলরেখাটি X অক্ষের যোগবোধক দিকের সাথে যে কোণটি উৎপন্ন করে তার মান এবং y অক্ষ হতে খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য কত? [CU'16-17]
(a) $120^\circ, 7$ (b) $30^\circ, \frac{7}{3}$ (c) $150^\circ, \frac{7}{\sqrt{3}}$ (d) $150^\circ, \frac{7}{3}$
সমাধান: (c); $\sqrt{3}y + x = 7$ বা, $y = \frac{-1}{\sqrt{3}}x + \frac{7}{\sqrt{3}}$ কে $y = mx + c$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $c = \frac{7}{\sqrt{3}} = y$ অক্ষের খণ্ডাংশ; $m = \frac{-1}{\sqrt{3}} = \tan \theta \therefore \theta = 150^\circ$
- $P(2, 7)$ ও $Q(6, -3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল কত? [JU'15-16]
(a) 0.4 (b) -2.5 (c) 2.5 (d) -0.4
সমাধান: (b); নির্ণেয় ঢাল = $\frac{-3-7}{6-2} = \left(-\frac{10}{4}\right) = (-2.5)$
- $y = -5x + 9$ রেখার সাথে লম্ব রেখার নতি- [DU'14-15]
(a) 5 (b) -5 (c) $\frac{1}{5}$ (d) $-\frac{1}{5}$
সমাধান: (c); $y = -5x + 9$; $m_1 = -5$; $m_1 m_2 = -1 \therefore m_2 = \frac{1}{5}$
- $3x - 4y - 12 = 0$ রেখার ঢালের পরিমাণ কত? [JU'14-15, JnU'16-17]
(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{3}{22}$ (d) $\frac{1}{3}$
সমাধান: (a); $3x - 4y - 12 = 0 \therefore m = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$





Question Type-07: সমরেখ হবার শর্ত

A, B, C বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে-

(i) $AB+BC = AC$, or $AC+BC = AB$, or $AB+AC = BC$

(ii) $\Delta ABC = 0$

কিন্তু আমি বলি, AB এর ঢাল = BC এর ঢাল হবে অথবা, AC এর ঢাল = BC এর ঢাল হবে।

এবার লক্ষ্য করঃ A(5,3), B(7,5), C(11,13) বিন্দু তিনটির জন্য- $m_{AB} = \frac{3-5}{5-7} = 1$ & $m_{BC} = \frac{5-11}{7-13} = 1$

সুতরাং বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অর্থাৎ আমরা সিদ্ধান্ত নিতে পারি যে, (5,3) এবং (13,11) বিন্দু দুটির সংযোগ রেখাকে (7,5) বিন্দুটি কোন না কোন অনুপাতে বিভক্ত করবেই।

কিন্তু, A(5,3), B(6,8), C(11,13) বিন্দু তিনটির জন্য লক্ষ্য করো-

$$m_{AB} = \frac{3-8}{5-6} = 5 \text{ \& } m_{BC} = \frac{8-13}{6-11} = 1$$

সুতরাং এই বিন্দু তিনটি সমরেখ নয়।

Related Questions:

01. $(x + y, -1)$ এবং $(3, x - y)$ ক্রমজোড় দুটি সমান হলে (x, y) এর মান হবে-

[CU'20-21]

- (a) (2, 1) (b) (0, 3) (c) (3, -1) (d) (1, 2)

সমাধান: (d); প্রশ্নমতে, $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \\ 2x = 2 \end{cases} \therefore x = 1 \text{ and } y = 2 \therefore (x, y) = (1, 2)$

02. $(a, 0), (0, b), (1, 1)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হবার শর্ত কোনটি?

[RU'10-11,15-16, JU'17-18]

- (a) $a + b = ab$ (b) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$ (c) $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 1$ (d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{ab}$

সমাধান: (a); $(a, 0), (0, b), (1, 1)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হবার শর্ত হচ্ছে, $\frac{a-0}{0-b} = \frac{0-1}{b-1} \Rightarrow ab - a = b \therefore a + b = ab$

03. $(2, -1), (a + 1, a - 3)$ ও $(a + 2, a)$ বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে a এর মান-

[DU'11-12, JU'14-15]

- (a) 4 (b) 2 (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

সমাধান: (d); $(2, -1), (a + 1, a - 3)$ ও $(a + 2, a)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ।

$$\therefore \frac{(a+1)-2}{(a-3)-(-1)} = \frac{(a+2)-(a+1)}{a-(a-3)} \Rightarrow \frac{a-1}{a-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a-3 = a-2 \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

Alternative Solution: $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ a+1 & a-3 & 1 \\ a+2 & a & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & a-3 & 1 \\ 2 & a & 1 \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & a-2 & 1 \\ -1 & a+1 & 1 \end{vmatrix} = a+1 + a-2 = 0 \Rightarrow 2a-1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$





Question Type-08: সঞ্চারণপথ

◆ বিন্দুর সঞ্চারণপথঃ

Working Procedure:

- (a) প্রদত্ত বিন্দুটিকে (x, y) এর সাথে তুলনা করে x ও y এর মান নির্ণয় করতে হবে।
 (b) প্রদত্ত বিন্দুটিতে যে রাশিটি পরিবর্তনশীল বলা থাকবে সেটিকে Vanish করতে হবে।

◆ Example: t পরিবর্তনশীল হলে নিম্নোক্ত বিন্দুগুলোদ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

- (i) $(2t + 1, 3t - 1)$
 (ii) $(at^2, 2at)$
 (iii) $(2at, at^2)$
 (iv) $(2\cos t + 1, 2\sin t - 3)$
 (v) $(2\cos t - 3, 5\sin t - 1)$
 (vi) $(a \sec t, b \tan t)$
 (vii) $(t + \frac{1}{t}, t - \frac{1}{t})$

সমাধান:

- (i) $x = 2t + 1 \dots \dots (i)$; $y = 3t - 1 \dots \dots (ii)$
 $(i) \times 3 - (ii) \times 2 \Rightarrow 3x - 2y = 5 \therefore \boxed{3x - 2y - 5 = 0}$ ইহা সরলরেখার সমীকরণ।
 (ii) $x = at^2, y = 2at \therefore y^2 = 4a^2t^2 \therefore \frac{y^2}{x} = 4a \Rightarrow \boxed{y^2 = 4ax}$ ইহা পরাবৃত্তের সমীকরণ।
 (iii) $x = 2at \Rightarrow x^2 = 4a^2t^2 \dots \dots (i)$; $y = at^2 \dots \dots (ii)$
 $\therefore \frac{x^2}{y} = 4a \Rightarrow \boxed{x^2 = 4ay}$ ইহা পরাবৃত্তের সমীকরণ।
 (iv) $x = 2\cos t + 1 \Rightarrow x - 1 = 2\cos t \dots \dots (i)$
 $y = 2\sin t - 3 \Rightarrow y + 3 = 2\sin t \dots \dots (ii)$
 $\therefore (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$ যা বৃত্তের সমীকরণ।
 (v) $x = 2\cos t - 3 \Rightarrow x + 3 = 2\cos t \Rightarrow \frac{x+3}{2} = \cos t \dots \dots (i)$
 $y = 5\sin t - 1 \Rightarrow \frac{y+1}{5} = \sin t \dots \dots (ii)$
 $\therefore \frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$ যা উপবৃত্তের সমীকরণ।
 (vi) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
 (vii) $x = t + \frac{1}{t}$; $y = t - \frac{1}{t}$; $x^2 - y^2 = 4 \cdot t \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow x^2 - y^2 = 4$

Related Questions:

01. $(0, -1)$ বিন্দু এবং $y = 1$ সরলরেখা থেকে সমান দূরত্বের বিন্দুর সঞ্চারণপথ কোনটি? [GST'20-21]
 (a) $y^2 + 4x = 0$ (b) $y^2 - 4x = 0$ (c) $x^2 + 4y = 0$ (d) $x^2 - 4y = 0$

সমাধান: (c); সঞ্চারণপথের বিন্দু (x, y) ।

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y+1)^2} = |y-1| \Rightarrow x^2 + y^2 + 2y + 1 = y^2 - 2y + 1 \Rightarrow x^2 + 4y = 0$$

02. (x, y) বিন্দুটি $(a, 0)$ বিন্দু ও $x + a = 0$ রেখা হতে সমদূরবর্তী; বিন্দুটির সঞ্চারণপথ- [JU'10-11]
 (a) একটি পরাবৃত্ত (b) একটি উপবৃত্ত (c) একটি বৃত্ত (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (a); কোন বিন্দু (x, y) থেকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু ও রেখার দূরত্ব সমান হলে, এর সঞ্চারণপথ একটি পরাবৃত্ত।

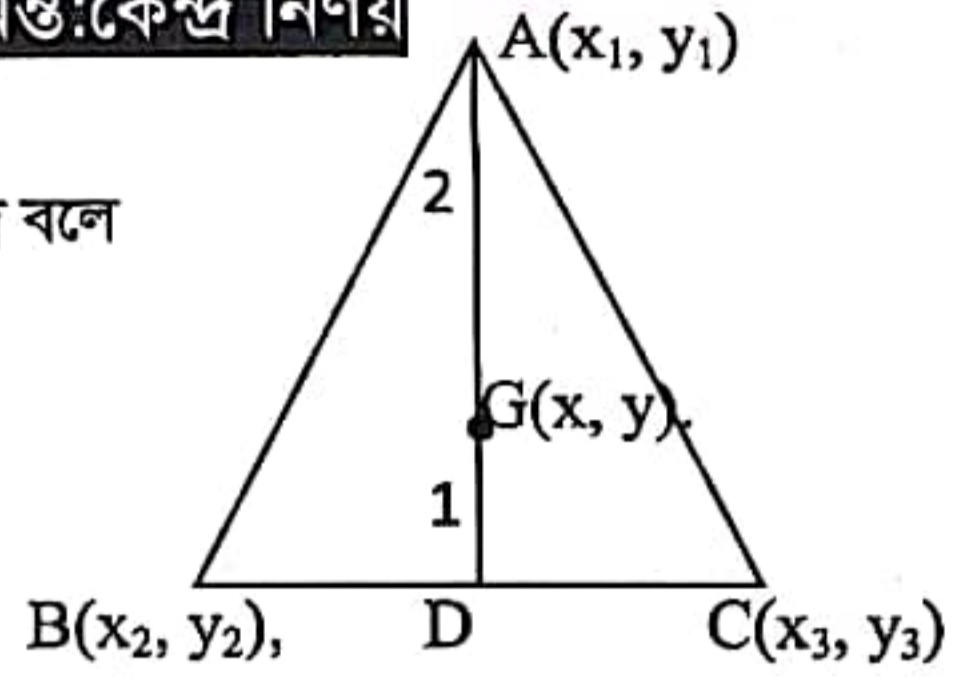


Question Type-09: ভরকেন্দ্র, পরিকেন্দ্র, লম্বকেন্দ্র ও অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয়

ভরকেন্দ্র নির্ণয়ঃ যা জানা দরকারঃ

- (i) ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ঐ ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলে
- (ii) ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

ভরকেন্দ্র $G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$



পরিকেন্দ্র নির্ণয়ঃ যা জানা দরকার-

- (i) ত্রিভুজের বাহুগুলোর লম্বদ্বিখন্ডকগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ঐ ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলে।
অথবা, ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুকে যে বৃত্ত স্পর্শ করে সেই বৃত্তের কেন্দ্রকে ঐ ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলে।
- (ii) পরিকেন্দ্র হতে ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব সর্বদা সমান হবে।

মনেকরি, ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে

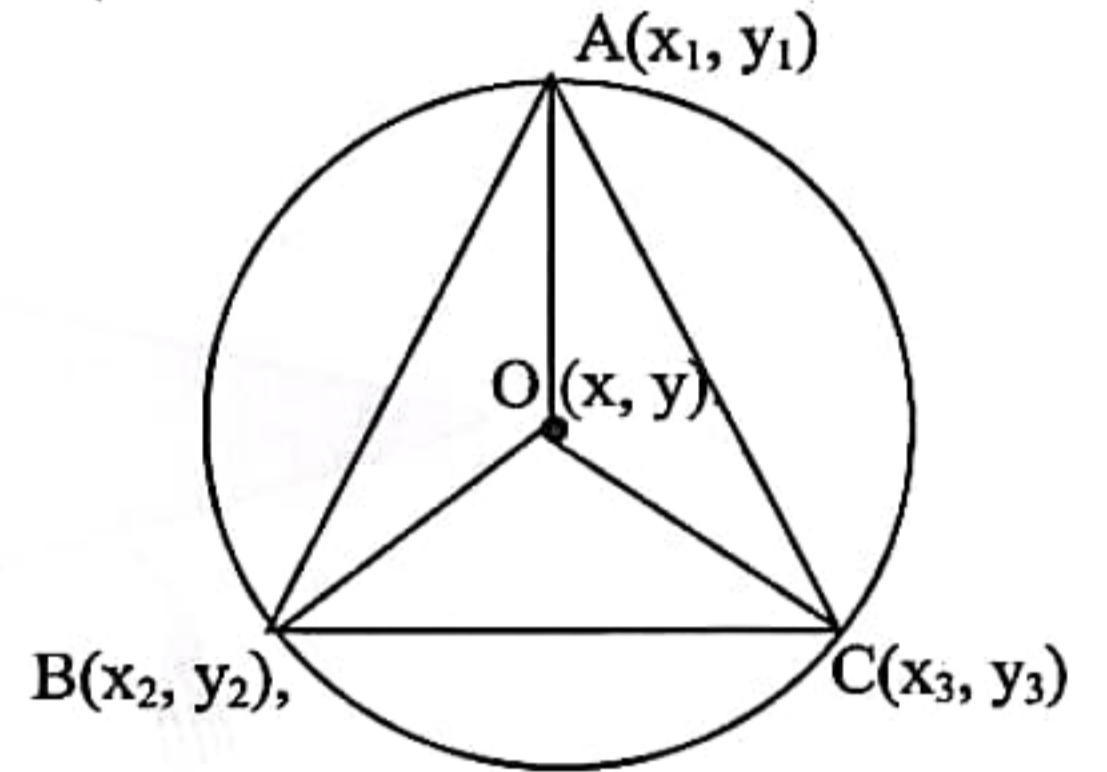
$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ এবং পরিকেন্দ্র $O(x, y)$.

$\therefore OA^2 = OB^2 = OC^2$

বা, $(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 = (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 = (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2$

প্রথম ও দ্বিতীয় অংশ হতে x ও y এর একঘাত বিশিষ্ট একটি এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় অংশ হতে x ও y এর একঘাত বিশিষ্ট আর একটি সমীকরণ পাওয়া যাবে।

প্রাপ্ত সমীকরণ দুটি সমাধান করলেই পরিকেন্দ্র পাওয়া যাবে।



লম্বকেন্দ্র নির্ণয়ঃ যা জানা দরকার-

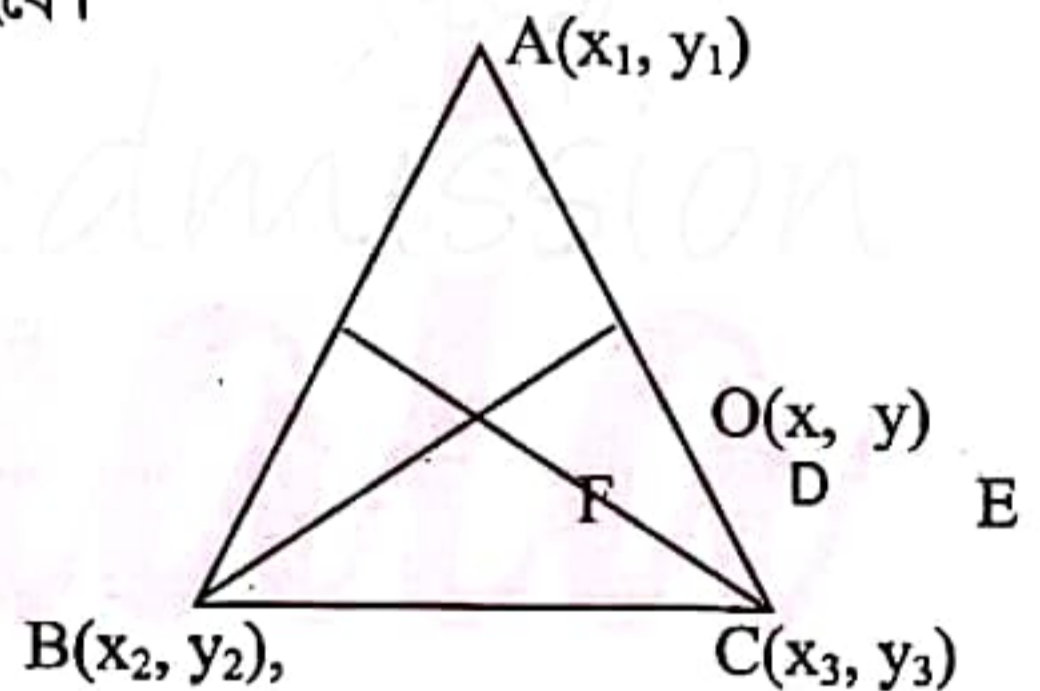
- (i) ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো হতে বিপরীত বাহুগুলোর অংকিত লম্বগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ঐ ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বলে।
- (ii) দুটি সরলরেখা পরস্পরের উপর লম্ব হলে তাদের ঢালদ্বয়ের গুণফল -1 হবে।

মনেকরি ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ এবং লম্বকেন্দ্র $O(x, y)$.

$AD \perp BC$ সুতরাং $\frac{y-y_1}{x-x_1} \times \frac{y_2-y_3}{x_2-x_3} = -1 \dots\dots\dots (i)$

$BE \perp AC$ সুতরাং $\frac{y-y_2}{x-x_2} \times \frac{y_1-y_3}{x_1-x_3} = -1 \dots\dots\dots (ii)$



সমীকরণ (i) ও (ii) হতে x ও y এর একঘাত বিশিষ্ট দুটি সমীকরণ পাওয়া যাবে। প্রাপ্ত সমীকরণ দুটি সমাধান করলেই লম্বকেন্দ্র পাওয়া যাবে।

Example: $A(3,-1), B(-2,3)$ বিন্দু দুটি একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু এবং তার লম্ব বিন্দুটি মূলবিন্দুতে অবস্থিত। অবশিষ্ট শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: $m_{AD} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow -\frac{1}{3} \times \frac{y_1-3}{x_1-2} = -1$
 $\Rightarrow 3x_1 - y_1 + 9 = 0 \dots\dots\dots (i)$

অথবা, $m_{AB} \times m_{CF} = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{-36}{7} \Rightarrow \frac{4}{-5} \times \frac{y_1}{x_1} = -1$
 $\Rightarrow 5x_1 - 4y_1 = 0 \dots\dots\dots (ii)$

$3x_1 - y_1 + 9 = 0$
 $\Rightarrow 5x_1 - 4y_1 = 0$
 $\Rightarrow \frac{x_1}{36} = \frac{y_1}{45} = \frac{1}{-12+5}$
 $y_1 = \frac{-45}{7} \quad C\left(\frac{-36}{7}, \frac{-45}{7}\right)$



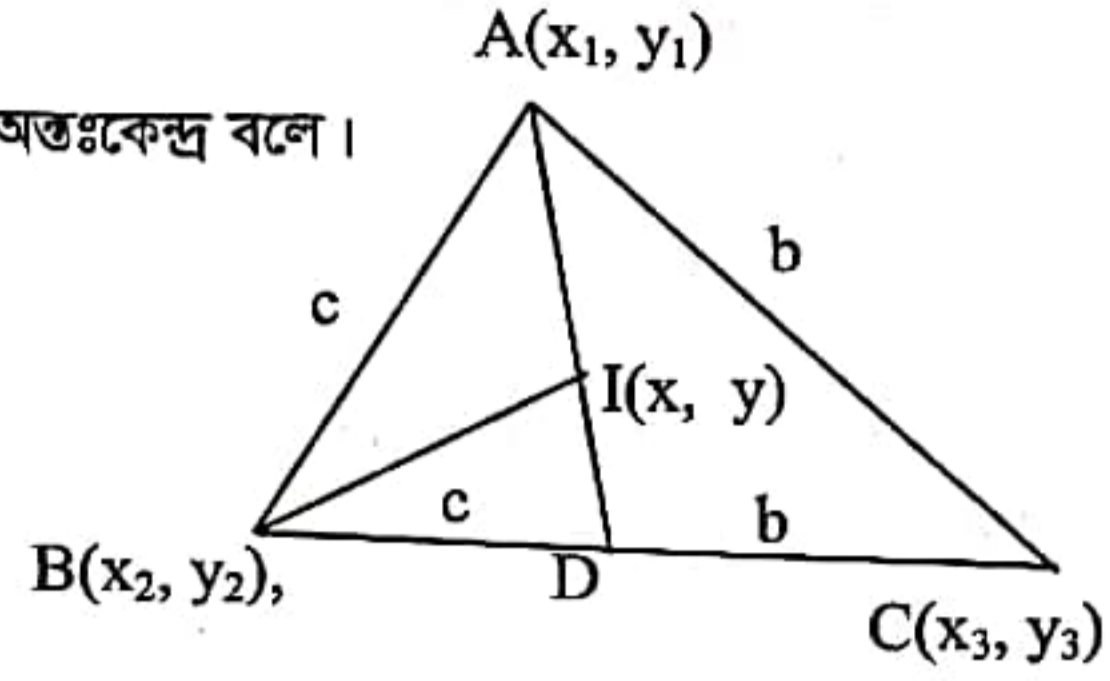


অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয়ঃ যা জানা দরকারঃ

(i) ত্রিভুজের অন্তর্দ্বিখন্ডগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ঐ ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলে।

(ii) A কোণের সমদ্বিখন্ডক AD হলে $BD:CD = AB:AC$

$$\therefore \text{বিন্দুর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$



♦ সমকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু

♦ সমকোণী ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র যে বিন্দুতে সমকোণ উৎপন্ন হয় সেটি।

♦ সমবাহু ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র, অন্তঃকেন্দ্র, লম্বকেন্দ্র, পরিকেন্দ্র অভিন্ন। অর্থাৎ ভরকেন্দ্র বের করলেই অপর তিনটি কেন্দ্র পাওয়া যায়।

Related Questions:

01. ABC ত্রিভুজের একটি বিন্দু A(8,2) এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D(5,2) হলে ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি?

- (a) (9,3) (b) (3,9) (c) (2,6) (d) (6,2) [RU'19-20]

সমাধান: (d); $\frac{A(8,2) \quad G(x,y) \quad D(5,2)}{2:1}$

$$x = \frac{8 \times 1 + 5 \times 2}{2+1} = 6; \quad y = \frac{2 \times 1 + 2 \times 2}{2+1} = 2 \therefore G(x,y) = (6,2)$$

02. ABC ত্রিভুজের একটি বিন্দু A(8,2) এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D(5,2) হলে ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [RU'19-20]

- (a) (9,3) (b) (3,9) (c) (2,6) (d) (6,2)

সমাধান: (d); ভরকেন্দ্র A ও D বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore \text{ভরকেন্দ্র} \left(\frac{8 \times 1 + 5 \times 2}{1+2}, \frac{2 \times 1 + 2 \times 2}{1+2} \right) \equiv (6,2)$$

03. ABC ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2,2), (3,4) ও (5,6) হলে উক্ত ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র- [RU'07-08, JU'14-15]

- (a) $\left(\frac{10}{3}, 4 \right)$ (b) (1, 2) (c) (6, 7) (d) (6, 5)

সমাধান: (a); ভরকেন্দ্র $\left(\frac{2+3+5}{3}, \frac{2+4+6}{3} \right) \equiv \left(\frac{10}{3}, 4 \right)$

Question Type-10: মূলবিন্দুগামী রেখা; অক্ষদ্বয়ের সমান্তরাল রেখা

তোমরা সবাই জানো, সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ, $ax+by+c=0$.

এই সমীকরণ মধ্যে কিছু ছোটখাটো concept লুকিয়ে আছে। যেমনঃ

(i) x এর সহগ অর্থাৎ $a=0$ হলে সরলরেখাটি x অক্ষের সমান্তরাল হবে।

(ii) y এর সহগ অর্থাৎ $b=0$ হলে সরলরেখাটি y অক্ষের সমান্তরাল হবে।

(iii) $c=0$ হলে সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী হবে।

তোমরা যারা ভালো ছাত্র হয়তো সবাই মনে করছো এগুলোতো সবই তোমাদের জানা। কিন্তু এগুলো দিয়েই অনেক সমস্যা খুব সহজেই সমাধান করা যায়।





তাহলে কয়েকটি কথা মনোযোগ দিয়ে শোনো-

- (i) x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যায় তোমাদের টার্গেট থাকবে x এর সহগ কিভাবে শূন্য করা যায়?
(ii) y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যায় তোমাদের টার্গেট থাকবে y এর সহগ কিভাবে শূন্য করা যায়?
(iii) মূলবিন্দুগামী সরলরেখার ক্ষেত্রে ধ্রুবক পদকে Vanish করতে হবে।

কয়েকটি সমস্যা সমাধান করি-

সমস্যাঃ এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $2x+3y-1=0$ এবং $x-2y+7=0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দুগামী এবং

- (i) x অক্ষের সমান্তরাল। (ii) y অক্ষের সমান্তরাল। (iii) মূলবিন্দুগামী।

সমাধান: (i) $(2x+3y-1) - 2(x-2y+7) = 0$ [কারণ x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখায় x সম্বলিত পদ থাকবে না।]

(ii) $-2(2x+3y-1) - 3(x-2y+7) = 0$ [কারণ y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখায় y সম্বলিত পদ থাকবে না।]

(iii) $7(2x+3y-1) - (-1)(x-2y+7) = 0$ [কারণ মূলবিন্দুগামী সরলরেখায় ধ্রুবক পদ থাকবে না।]

◆ দুইটি সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী এবং একটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী যেকোন সরলরেখার সমীকরণ-

$$\frac{1\text{ম সরলরেখা}}{2\text{য় সরলরেখা}} = \frac{\text{প্রদত্ত বিন্দুটি 1ম সরলরেখায় বসাতো}}{\text{প্রদত্ত বিন্দুটি 2য় সরলরেখায় বসাতো}}$$

Example: $2x+3y-5=0$ এবং $x+2y+1=0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দুগামী এবং $(2,3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ- $\frac{2x+3y-5}{x+2y+1} = \frac{4+9-5}{2+6+1} = \frac{8}{9} \Rightarrow 10x+11y-53=0$ (Ans.)

Related Questions:

01. y -অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 7y + 11 = 0$ ও $x + 3y = 8$ রেখাঘরের ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী সরলরেখার সমীকরণ-

(a) $13x - 23 = 0$ (b) $3x - 7 = 0$ (c) $7x - 3 = 0$ (d) $23x - 13 = 0$ [DU'17-18]

সমাধান: (a);

$$2x - 7y + 11 = 0$$

$$x + 3y = 8 \Rightarrow x = 8 - 3y \therefore x = 8 - \frac{81}{13} = \frac{23}{13}$$

$$\therefore \text{সমীকরণ } x = \frac{23}{13} \Rightarrow 13x - 23 = 0$$

$$2(8 - 3y) - 7y + 11 = 0$$

$$\Rightarrow 16 - 6y - 7y + 11 = 0 \Rightarrow y = \frac{27}{13}$$

02. একটি রেখা দ্বারা উভয় অক্ষ থেকে কতিপ অংশের পরিমাণ সমান এবং রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দু দিয়ে যায়, রেখাটির সমীকরণ কী?

(a) $x = -2y$ (b) $x + y = 0$ (c) $x + y = 1$ (d) $x + y = -1$ [JU'17-18]

সমাধান: (d); $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x + y = a$, রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দুগামী হলে, $a = -1$;

অতএব, রেখাটির সমীকরণ $\rightarrow x + y = -1$

03. $x + y = 3$ এবং $y - x = 1$ সরলরেখাঘরের ছেদবিন্দুগামী x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ - [DU'13-14]

(a) $y = 2$ (b) $2y = 3$ (c) $x = 1$ (d) $x + 3 = 0$

সমাধান: (a); $x + y = 3 \dots \dots (1)$; $y - x = 1$ (1), (2) Solve করে $x = 1, y = 2$

x অক্ষের সমান্তরাল বলায় রেখার সমীকরণ $y = 2$

04. মূলবিন্দুগামী এবং x -অক্ষের সাথে 135° কোণ উৎপন্নকারী সরলরেখার সমীকরণ- [CU'14-15]

(a) $x - \sqrt{3}y = 0$ (b) $x = 0$ (c) $y = 0$ (d) $x + y = 0$

সমাধান: (d); $m = \tan(135^\circ) = -1 \therefore$ রেখাটি: $y = mx \Rightarrow y = -x \Rightarrow x + y = 0$





05. $(4, -5)$ বিন্দু গামী x - অক্ষের উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ- [JU'11-12]
 (a) $y+5=0$ (b) $x-4=0$ (c) $y-5=0$ (d) $x+4=0$
 সমাধান: (b); $x=a$; $(4, -5)$ বিন্দু দিয়ে যায় বলে, $x=4 \therefore x-4=0$
06. y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ কি? [Ans: c][JU'11-12]
 (a) $x=0$ (b) $y=a$ (c) $x=a$ (d) $y=0$

Question Type-11: $y = mx + c$ সমীকরণে c এর তাৎপর্য এবং সরলরেখার ঢাল নির্ণয়

যে সরলরেখা y -অক্ষকে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে ছেদ করে এবং x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে একটি নির্দিষ্ট কোণ উৎপন্ন করে, তার সমীকরণ $y = mx + c$ একে ঢাল আকৃতি (Slope form) সমীকরণ বলে।

এখানে m এবং c ধ্রুবকদ্বয় জানা থাকলে সরলরেখাটির অবস্থান সম্পর্কে নিশ্চিত হওয়া যায়।

লক্ষ করি: (i) নং সমীকরণে $c = 0$ হলে $y = mx$, যা মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার সমীকরণ নির্দেশ করে। আবার এর মান ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হলে সরলরেখাটি y -অক্ষকে যথাক্রমে মূলবিন্দুর c একক উপরে ও c একক নিচে ছেদ করে।

◆ সরলরেখার ঢাল নিম্নোক্ত তিনটি পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়:

(i) x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কোণ θ হলে, ঢাল $m = \tan\theta$

(ii) কোন সরলরেখার দুইটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ হলে ঢাল, $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

(iii) $ax+by+c=0$ আকারের সমীকরণের ক্ষেত্রে ঢাল $m = -\frac{a}{b}$

Related Questions:

01. $(4, -1)$ বিন্দুগামী এবং $2x + y = 4$ সরলরেখার উপর লম্ব রেখাটির সমীকরণ হচ্ছে- [CU'17-18]
 (a) $x - 2y - 6 = 0$ (b) $x + 2y - 6 = 0$ (c) $x + 2y + 6 = 0$ (d) $x - 2y + 6 = 0$
 সমাধান: (a); $2x + y - 4 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ $2y - x + k = 0$
 $(4, -1)$ বিন্দুগামী হলে, $\Rightarrow -2 - 4 + k = 0 \Rightarrow k = 6 \therefore$ সমীকরণ $x - 2y - 6 = 0$

Question Type-12: সমান্তরাল ও লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় করার পদ্ধতি

সমান্তরাল রেখা: যেহেতু দুইটি সরলরেখা সমান্তরাল হলে, প্রথম রেখার ঢাল = দ্বিতীয় রেখার ঢাল।

সূত্রাং প্রদত্ত $+by + c = 0$ (i) এর সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখার সমীকরণ-

$ax + by + k = 0$ (ii), যেখানে k একটি অনির্ধারিত ধ্রুবক।

কারণ (i) নং রেখার ঢাল $= -\frac{a}{b} =$ (ii) রেখার ঢাল।

লম্ব রেখা: আবার যেহেতু দুইটি রেখা পরস্পর লম্ব হলে, রেখাদ্বয়ের ঢালের গুণফল $= -1$

সূত্রাং $ax + by + c = 0$ (i) সরলরেখার উপর লম্ব যেকোনো সরলরেখার সমীকরণ-

$bx - ay + k = 0$ (iii), যেখানে k একটি অনির্ধারিত ধ্রুবক।

কেননা (i) এবং (iii) রেখাদ্বয়ের ঢালের গুণফল $= \left(-\frac{a}{b}\right) \left(\frac{b}{a}\right)$

[Note: কোনো সরলরেখার সমীকরণের x ও y সংবলিত পদ দুইটি অপরিবর্তিত রেখে কেবল ধ্রুবক পদটি পরিবর্তন করলেই এ রেখার সমান্তরাল যেকোনো রেখার সমীকরণ পাওয়া যায়। আবার প্রদত্ত সমীকরণে x ও y এর সহগ দুইটি পরস্পর বিনিময় করে এদের যেকোনো একটির চিহ্ন পরিবর্তন করলে ঐ রেখার উপর লম্ব যেকোনো রেখার সমীকরণ পাওয়া যায়। অবশ্যই উভয়ক্ষেত্রে একটি অনির্ধারিত ধ্রুবক নিতে হবে।]



**Related Questions:**

01. $2x - y + 7 = 0$ এবং $3x - ay - 5 = 0$ রেখা দুইটি লম্ব হলে 'a' এর মান কোনটি? [CU'20-21]
 (a) $-\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) -6 (d) 6
 সমাধান: (c); $2x - y + 7 = 0 \Rightarrow y = 2x + 7; m_1 = 2$
 $3x - ay - 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{a}x - \frac{5}{a}; m_2 = \frac{3}{a}$; লম্ব হলে, $m_1 m_2 = -1 \Rightarrow \frac{6}{a} = -1 \therefore a = -6$
02. $3x - 2y + 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল এবং মূলবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কোনটি? [JU'18-19]
 (a) $3x - 2y = 0$ (b) $2x - 3y = 0$ (c) $2x - 3y - 1 = 0$ (d) $2x + 3y = 0$
 সমাধান: (a); $3x - 2y = 3(0) - 2(0) = 0$
03. $(1, 2)$ বিন্দুগামী এবং $3x - 4y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ- [JnU'17-18]
 (a) $3x - 4y + 5 = 0$ (b) $3x - 4y + 7 = 0$ (c) $3x - 4y - 5 = 0$ (d) $3x - 4y - 7 = 0$
 সমাধান: (a); $3x - 4y = 3 \times 1 - 4 \times 2 = -5$
04. $2x - 5y + 9 = 0$ ও $5ax + 8by = 15$ একই সরলরেখা নির্দেশ করলে a ও b এর মান কত? [JU'17-18]
 (a) $a = -\frac{2}{3}, b = \frac{25}{24}$ (b) $a = \frac{2}{3}, b = \frac{25}{24}$
 (c) $a = \frac{3}{2}, b = -\frac{25}{24}$ (d) $a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{25}{24}$
 সমাধান: (a); $\frac{2}{5a} = \frac{-5}{8b} = \frac{9}{-15} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}, b = \frac{25}{24}$

Question Type-12.1:

- ◆ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:
 $b(x - x_1) - a(y - y_1) = 0$ অথবা, $bx - ay = bx_1 - ay_1$
- ◆ **Example:** $3x + 4y + 1 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব $(1, 2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:
 $4x - 3y = 4 \times 1 - 3 \times 2$ বা, $4x - 3y + 2 = 0$ (Ans)

Related Questions:

01. $y = 2$ রেখার উপর লম্ব এবং (h, k) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [SUST'19-20]
 (a) $x - h = 0$ (b) $x - h = 2$ (c) $y - k = 2$ (d) $y - k = 0$ (e) $x - h = y - k$
 সমাধান: (a); $y = 2$ রেখার উপর লম্ব $x = h$ [(h, k) বিন্দুগামী]
02. $5x - 7y - 15 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং $(2, -3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ হবে- [DU'10-11,16-17,CU'15-16, JnU'16-17]
 (a) $7x - 5y - 29 = 0$ (b) $5x - 7y - 31 = 0$ (c) $5x + 7y + 11 = 0$ (d) $7x + 5y + 1 = 0$
 সমাধান: (d); $7x + 5y + k = 0$, $(2, -3)$ বিন্দুগামী বলে, $7 \cdot 2 + 5(-3) + k = 0 \Rightarrow k = 1 \therefore 7x + 5y + 1 = 0$
03. $x - y = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কি? [JU'14-15]
 (a) $(x + y) = -1$ (b) $(x + y) = 1$ (c) $(x + y) = 0$ (d) $(x + y) = \sqrt{5}$
 সমাধান: (c); $x - y = 0$ এর লম্ব যা মূল বিন্দু দিয়ে যায়। $x + y = 0 + 0 = 0 \therefore x + y = 0$





04. $5x + 4y - 3 = 0$ এবং $7y - 6x - 5 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এবং $x + y - 3 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ-
- (a) $59x - 59y + 42 = 0$ (b) $58x - 61y + 42 = 0$ [KU'14-15]
 (c) $59x + 59y + 42 = 0$ (d) $58x + 61y + 42 = 0$

সমাধান: (a); $5x + 4y = 3$; $-6x + 7y = 5$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $A = \left(\frac{1}{59}, \frac{43}{59}\right)$

$x + y - 3 = 0$ রেখার সাথে লম্ব ও A বিন্দুগামী রেখা: $x - y = \frac{1}{59} - \frac{43}{59} = \frac{-42}{59} \Rightarrow \boxed{59x - 59y + 42 = 0}$

05. $2x - 3y + 6 = 0$ রেখার উপর লম্ব এবং $(1, -1)$ বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ-

[DU'02-03, 03-04, 07-08, 09-10, 11-12, RU'08-09]

- (a) $3x + 2y = 1$ (b) $3x - 2y = 5$ (c) $3x + 2y = 5$ (d) $2x + 3y = 1$

সমাধান: (a); রেখাটি: $3x + 2y = K \Rightarrow 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = K \Rightarrow K = 1$

\therefore রেখাটি: $3x + 2y = 1$

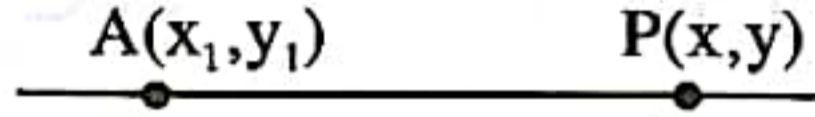
Question Type-12.2: কোন নির্দিষ্ট বিন্দুগামী ও অন্য একটি রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ

- ◆ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0$
 অথবা, $ax + by = ax_1 + by_1$

Concept Review:

$$m_{PA} = m_L$$

$$\Rightarrow \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{-b}{a} \rightarrow \text{এটাও ব্যবহার করা যাবে।}$$



$$L: ax + by + c = 0$$

$$m_L = -\frac{b}{a}$$

- ◆ **Example:** $3x + 4y + 7 = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল $(2, 3)$ বিন্দুগামী সরলরেখা সমীকরণ: $3x + 4y = 3 \times 2 + 4 \times 3$
 $\Rightarrow \boxed{3x + 4y - 18 = 0}$ (Ans)

Related Questions:

01. কোন সরলরেখার সমীকরণ $(3, -4)$ বিন্দু দিয়ে যাবে এবং $4x - 5y + 7 = 0$ এর সমান্তরাল হবে?

[KU'06-07, CU'02-03, 05-06, 13-14]

- (a) $5x - 4y + 7 = 0$ (b) $4x - 5y + 32 = 0$ (c) $4x - 5y - 32 = 0$ (d) কোনটিই না

সমাধান: (b); $4x - 5y = 4(3) - 5(-4) \therefore 4x - 5y = 32 = 0$

Question Type-12.3: লম্ব বা সমান্তরাল বিষয়ক

m_1 ও m_2 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, $m_1 m_2 = -1$ এবং সমান্তরাল হলে, $m_1 = m_2$

Example: k এর মান কত হলে $5x + 4y - 1 = 0$ এবং $2x + ky - 7 = 0$ রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে?

সমাধান: ১ম রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{5}{4}$, ২য় রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{2}{k}$

প্রশ্নমতে, $m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{2}{k} \therefore k = \frac{8}{5}$ (Ans.)



**Related Questions:**

01. $2x + 3y + 6 = 0$ রেখার উপর লম্বরেখার ঢাল কোনটি? [Agri. Gucho'19-20]
 (a) $\frac{2}{3}$ (b) $-\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{3}{2}$
 সমাধান: (c); $2x + 3y + 6 = 0$ রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{2}{3}$;
 ধরি, $2x + 3y + 6 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার ঢাল, m_2
 আমরা জানি, দুটি রেখা পরস্পর লম্ব হলে রেখাঘরের ঢালঘরের গুণফল = -1
 $\therefore m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow -\frac{2}{3} \times m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = \frac{3}{2}$
02. দুইটি সরলরেখা $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ পরস্পর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত কী? [Ans: b] [JU'14-15]
 (a) $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ (b) $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ (c) $a_1b_2 + a_2b_1 = 0$ (d) $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$
03. k -এর মান কত হলে $2x - y + 3 = 0$ ও $3x + ky - 2 = 0$ রেখাঘর পরস্পর লম্ব হবে? [JU'16-17]
 (a) -1 (b) -6 (c) 1 (d) 6
 সমাধান: (d); $2x - y + 3 = 0$ এর ঢাল = 2 ; $3x + ky - 2 = 0$ এর ঢাল = $-\frac{3}{k}$ $\therefore -\frac{3}{k} \times 2 = -1 \Rightarrow k = 6$
04. α এর কোন মানের জন্য $(\alpha - 1)x + (\alpha + 1)y - 7 = 0$ রেখাটি $3x + 5y + 7 = 0$ রেখার সমান্তরাল হবে? [RU'16-17]
 (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6
 সমাধান: $-\frac{\alpha-1}{\alpha+1} = -\frac{3}{5} \therefore \alpha = 4$

Question Type-12.4: দুইটি সরলরেখা সমান্তরাল ও লম্ব হওয়ার শর্ত

01. দুইটি সরলরেখা $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ পরস্পর লম্ব হওয়ার শর্ত কোনটি?
 (a) $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ (b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ (c) $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$ (d) $a_1a_2 = b_1b_2$
 সমাধান: (a); প্রথম সরলরেখার ঢাল = $-\frac{a_1}{b_1}$ এবং দ্বিতীয় সরলরেখার ঢাল = $-\frac{a_2}{b_2}$ [RU'09-10, JnU'12-13, 14-15]
 প্রশ্নমতে, রেখাঘর পরস্পর লম্ব $\therefore \left(-\frac{a_1}{b_1}\right)\left(-\frac{a_2}{b_2}\right) = -1 \therefore a_1a_2 = -b_1b_2 \therefore a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
02. $2x + 3y + 5 = 0$ এবং $3x + ky + 6 = 0$ রেখাঘর লম্ব হলে k এর মান কত? [RU'08-09, 09-10, 11-12, JnU'14-15]
 (a) 2 (b) 3 (c) -2 (d) -3
 সমাধান: (c); $\frac{2}{3} \left(\frac{3}{k}\right) = -1 \therefore k = -2$

Question Type-13: দুইটি সমীকরণ অভিন্ন সরলরেখা নির্দেশ করার শর্ত

মনে করি, রেখাঘরের সমীকরণ $ax + by + c = 0$ (i) এবং $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ (ii)
 যেখানে a, b, c ও a_1, b_1, c_1 কোনো সংখ্যাই শূন্য নয় এবং $a \neq a_1, b \neq b_1, c \neq c_1$; $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$ যা নির্ণেয় শর্ত।
 দুটি সমীকরণ একই সরলরেখা নির্দেশ করলে তাদের x এর সহগ, y এর সহগ ও ধ্রুবকের মানের অনুপাত সমান হবে।

Example: $2x + 3y = 7$ এবং $3ax - 5by + 15 = 0$ সমীকরণ দুটি একই সরলরেখা নির্দেশ করলে a ও b ধ্রুবকের মান কত হবে?

সমাধান: $\frac{2}{3a} = \frac{3}{-5b} = \frac{7}{-15} \therefore a = -\frac{10}{7}$ এবং $b = \frac{9}{7}$



**Related Questions:**

01. $2x + 3y - 4 = 0$ এবং $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ একই সরলরেখা নির্দেশ করলে p এর মান- [DU'16-17]
 (a) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (d) $\frac{4}{\sqrt{13}}$

সমাধান: (d); একই সরলরেখা। $\therefore \frac{\cos \alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{3} = \frac{p}{4}$, $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \therefore \frac{p^2}{4} + \frac{9p^2}{16} = 1 \Rightarrow p = \frac{4}{\sqrt{13}}$

02. $3x + 7y = 21$ এবং $2ax - 3by + 6 = 0$ সমীকরণদ্বয় একই সরলরেখা সূচিত করলে a এবং b এর মান হবে যথাক্রমে- [KU'12-13, CU'14-15]
 (a) 3,5 (b) $\frac{3}{7}, \frac{2}{4}$ (c) $\frac{3}{7}, -\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{3}{7}, \frac{2}{3}$

সমাধান: (d); $3x + 7y = 21$ $2ax - 3by = -6$ now, $\frac{2a}{3} = \frac{-3b}{7} = \frac{-6}{21} = -\frac{2}{7}$
 $\Rightarrow \frac{2a}{3} = -\frac{2}{7} \Rightarrow a = -\frac{2}{7} \times \frac{3}{2} \therefore a = -\frac{3}{7}$; $\frac{-3b}{7} = -\frac{2}{7} \Rightarrow 3b = 2 \therefore b = \frac{2}{3}$

Written

01. $3x + \sqrt{3}y + 2 = 0$ এবং $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ একই সরলরেখা হলে α এবং p এর মান নির্ণয় কর। [RU'19-20]

সমাধান: $3x + \sqrt{3}y + 2 = 0 \Rightarrow \frac{x}{-\frac{2}{3}} + \frac{y}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 1 \dots \dots (i)$; $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p \Rightarrow \frac{x}{\frac{p}{\cos \alpha}} + \frac{y}{\frac{p}{\sin \alpha}} = 1 \dots \dots (ii)$

$\frac{p}{\cos \alpha} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3p}{2} \dots \dots \dots (iii)$; $\frac{p}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}p}{2} \dots \dots \dots (iv)$

$(iii)^2 + (iv)^2 \Rightarrow 1 = p^2 \left(\frac{9}{4} + \frac{3}{4} \right) \Rightarrow 1 = p^2 \left(\frac{12}{4} \right) \Rightarrow 1 = p^2 \times 3 \therefore p = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (Ans.)

(iv) \div (iii) করে পাই, $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}p}{2} \times \frac{2}{-3p} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \alpha = \tan 30^\circ$

$\Rightarrow \tan \alpha = \tan(180^\circ + 30^\circ) \therefore \alpha = 210^\circ \therefore \sin \alpha$ ও $\cot \alpha$ উভয়ই (-ve) তাই α ৩য় চতুর্ভাগে

Question Type-14: দুই বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

(x_1, y_1) (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$

একে নিম্নাকারেও লিখা যায়, $y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} (x - x_1)$

লক্ষ করি: মূলবিন্দু ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ: $y = \frac{y_1}{x_1} x$

Related Questions:

01. যদি $(x, y), (2, 3)$ এবং $(5, -1)$ একই সরলরেখায় অবস্থিত হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক? [JnU'15-16]
 (a) $3x + 4y + 17 = 0$ (b) $4x + 3y - 17 = 0$ (c) $4x - 3y - 17 = 0$ (d) $3x + 4y - 17 = 0$

সমাধান: (b); $\frac{y+1}{-1-3} = \frac{x-5}{5-2} \Rightarrow 3y + 3 = -4x + 20 \Rightarrow 4x + 3y - 17 = 0$

02. $(-1, 3)$ এবং $(4, -2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণটি কী হবে? [JU'14-15]
 (a) $x + y = 1$ (b) $x - y = 2$ (c) $x + y = 2$ (d) $x + y = 2$

সমাধান: (d); $(-1, 3), (4, -2)$

$\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2} \Rightarrow \frac{y-3}{3+2} = \frac{x+1}{-1-4} \Rightarrow \frac{y-3}{5} = \frac{x+1}{-5} \Rightarrow \frac{y-3}{1} = \frac{x+1}{-1} \Rightarrow -y + 3 = x + 1 \Rightarrow \boxed{x + y = 2}$

03. $(-1, 3)$ এবং $(4, -2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য হবে- [KU'14-15]
 (a) 2 (b) $\sqrt{2}$ (c) $2\sqrt{2}$ (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (c); ধরি, $A = (-1, 3), B = (4, -2)$

এখন, $\Rightarrow \frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2} \Rightarrow \frac{x+1}{-1-4} = \frac{y-3}{3+2} \Rightarrow \frac{x+1}{-5} = \frac{y-3}{5} \Rightarrow \frac{x+1}{-1} = y-3 \Rightarrow x+1 = -y+3 \Rightarrow x+y=2$

$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \therefore a = 2, b = 2 \therefore$ খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2 \times 2^2} = 2\sqrt{2}$





Question Type-15: y অক্ষের ছেদাংশ ও x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ দেয়া থাকলে সরলরেখার

সমীকরণ

01. সরলরেখার সমীকরণ কোনটি যে y অক্ষকে -8 ছেদ করে এবং x -অক্ষের সাথে 45° হেলানো অবস্থায় আছে?

- (a) $x + y + 8 = 0$ (b) $3x = 8y = 1$ (c) $x - y = 8$ (d) $y = 8$ (e) $x = 8$ [CU'11-12]

সমাধান: (c); $m = \tan 45^\circ = 1$; $c = -8 \therefore y = x - 8 \therefore x - y = 8$

Question Type-16: ঢাল, অক্ষদ্বয়ের ছেদাংশ ও লম্বের দৈর্ঘ্য থেকে সরলরেখার সমীকরণ

(i) (x_1, y_1) বিন্দুগামী ও m ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1)$

(ii) x অক্ষ ও y অক্ষ হতে যথাক্রমে a ও b অংশ ছেদকারী রেখার সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

(iii) মূলবিন্দু হতে কোন সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য P এবং লম্বটি X অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে, তার সমীকরণ হবে, $x \cos \theta + y \sin \theta = P$.

Related Questions:

01. x -অক্ষ এবং y -অক্ষ হতে কোন সরলরেখা দ্বারা খণ্ডিত অংশদ্বয়ের যোগফল ৪ হলে রেখাটির সমীকরণ নিচের কোনটি?

- (a) $5x + 3y = 15$ (b) $x + y = 8$ (c) $5x + 3y = 1$ (d) $5x + 3y = 8$ [JU'20-21]

সমাধান: (a); $5x + 3y = 15 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$; $3 + 5 = 8$

02. $3x - 2y + 6 = 0$ সরলরেখা দ্বারা x -অক্ষের খণ্ডিতাংশ কত একক? [JU'19-20]

- (a) -5 (b) -2 (c) 4 (d) 3

সমাধান: (b); $3x - 2y = -6 \Rightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1 \therefore x = -2$

03. AB সরলরেখাটি $P(5, 0)$ এবং $Q(0, -5)$ বিন্দু দুইটি দ্বারা সমত্রিখণ্ডিত হয়। রেখাটি x -অক্ষের সাথে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করেছে? [JU'19-20]

- (a) 45° (b) 135° (c) 60° (d) 150°

সমাধান: (a); P, Q বিন্দুদ্বয় AB রেখার উপর অবস্থিত।

$\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} = 1 \Rightarrow x - y = 5 \therefore y = x - 5 \therefore$ ঢাল, $\tan \theta = 1 \therefore \theta = 45^\circ$

04. $x - y + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটির বৈশিষ্ট্য নিচের কোনটি? [JU'19-20]

- (a) x -অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে (b) উভয় অক্ষের খণ্ডিত অংশ সমান

- (c) y -অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে (d) কোনোটিই নয়

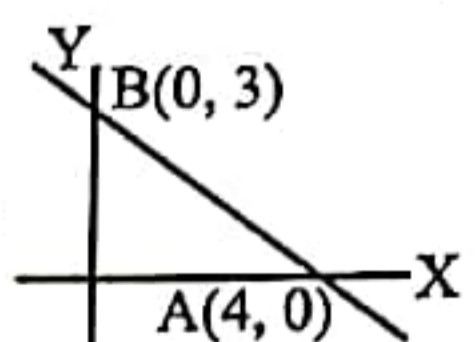
সমাধান: (b); $x + \sqrt{3} = y \Rightarrow x - y = -\sqrt{3} \Rightarrow \frac{x}{-\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{3}} = 1 \therefore$ খণ্ডিত অংশ $\sqrt{3}$ একক।

ঢাল $= \tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$

$\therefore x$ অক্ষের সাথে 45° এবং y অক্ষের সাথে $(90^\circ - 45^\circ)$ বা 45° কোণ উৎপন্ন করে।

05. $3x + 4y = 12$ রেখাটি x অক্ষকে A এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। AB এর দৈর্ঘ্য কোনটি? [Agri. Gucho'19-20]

- (a) 5 (b) 4 (c) 6 (d) 8

সমাধান: (a);  $3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

$\therefore AB$ রেখাংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = 5$



06. যে সরলরেখা (3,2) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যে $OA - OB = 2$ হয়, যখন O মূলবিন্দু - তার সমীকরণ কি? [RU'15-16]

- (a) $2x + 3y = 12$ (b) $3x + 2y = 12$ (c) $x + y = 12$ (d) $2x + 5y = 2$

সমাধান: (a); ধরি, সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x}{OA} + \frac{y}{OB} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2+OB} + \frac{y}{OB} = 1$
 $\Rightarrow \frac{3}{2+OB} + \frac{2}{OB} = 1 \Rightarrow 3OB + 4 + 2OB = OB^2 + 2OB \Rightarrow OB^2 - 3OB - 4 = 0$

$\therefore OB = 4$ অথবা, $OB = (-1) \therefore OA = 6$ অথবা, $OA = 1$

সুতরাং, নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, $2x + 3y = 12$ অথবা $x - y = 1$

07. কোন সরলরেখা (3,5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং অক্ষ দুটি থেকে বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। সরলরেখাটির সমীকরণ হবে- [RU'09-10, JU'14-15]

- (a) $x + y + 2 = 0$ (b) $x - y + 1 = 0$ (c) $x - y = 2$ (d) $x - y + 2 = 0$

সমাধান: (d); $x - y = a \Rightarrow 3 - 5 = a = -2 \Rightarrow$ সরলরেখা $x - y = -2 \Rightarrow \boxed{x - y + 2 = 0}$

08. $ax + y = a$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যে, মূলবিন্দু O হলে, $4OA = 3OB$ হয়। AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [RU'14-15]

- (a) $3/4$ (b) $3/8$ (c) $2/3$ (d) $8/3$

সমাধান: (c); $ax + y = a \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{a} = 1$; $A \equiv (1, 0), B \equiv (0, a)$

Now, $4 \times 1 = 3 \times a \Rightarrow a = \frac{4}{3} \therefore \Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{4}{3} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left(-\frac{4}{3} \right) = \frac{2}{3}$

Question Type-17: তৃতীয় কোন বিন্দু থেকে অপর দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশের ওপর লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ

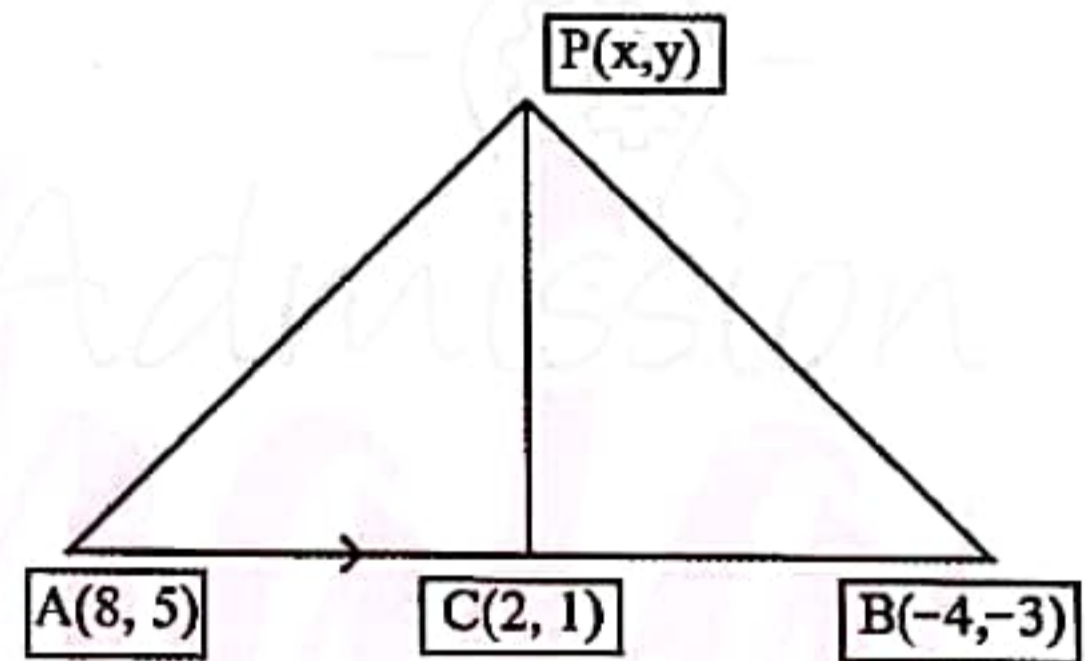
সমস্যাঃ (8,5) এবং (-4,-3) বিন্দুদুটির সংযোজক সরলরেখার লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: পদ্ধতি-১: চিত্র হতে, $PA^2 = PB^2$

বা, $(x-8)^2 + (y-5)^2 = (x+4)^2 + (y+3)^2$

↓ Proceed

পদ্ধতি-২: $m_{PC} \times m_{AB} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{x-2} \times \frac{5+3}{8+4} = -1$

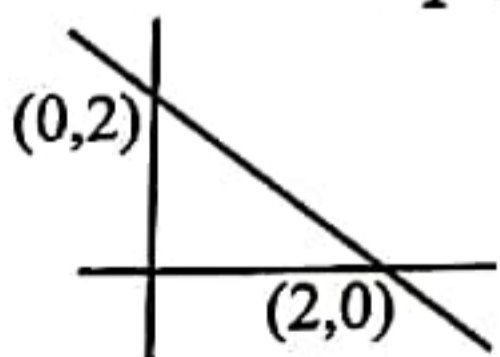


Related Questions:

01. যে সরলরেখা (-1,3) ও (4,-2) বিন্দু দিয়ে যায়, তার সমীকরণ নির্ণয় করে অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য বের করলে তা কোনটি হবে? [JU'18-19]

- (a) $x + y = 2; 2\sqrt{2}$ (b) $x + y = 1; \sqrt{2}$ (c) $x - y = 1; 2\sqrt{2}$ (d) $x + y = 1; -2\sqrt{2}$

সমাধান: (a); $\frac{x+1}{-1-4} = \frac{y-3}{3+2} \Rightarrow -x - 1 = y - 3 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$



$\therefore d = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

02. (6,9) ও (4, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [JU'16-17]

- (a) $3x + y - 9 = 0$ (b) $3x - y - 27 = 0$ (c) $3x - y - 9 = 0$ (d) $3x + y - 27 = 0$

সমাধান: (c); $\frac{x-6}{6-4} = \frac{y-9}{9-3} \Rightarrow 3x - y - 9 = 0$





Question Type-18: স্থূলকোণের ও সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক সম্পর্কিত

Case-01: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্গত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকদ্বয়ের

সমীকরণ, $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

◆ $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$ হলে স্থূলকোণ ও সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে-

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \text{ ও } \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

◆ $a_1a_2 + b_1b_2 < 0$ হলে স্থূলকোণ ও সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে-

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \text{ ও } \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Example: $2x + y + 3 = 0$ ও $3x - 4y + 7 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: $a_1a_2 + b_1b_2 = 2 \times 3 + (1 \times -4) = 2 > 0$

∴ রেখা দুইটির অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ, $\frac{2x + y + 3}{\sqrt{2^2 + 1}} = -\frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$

$$\Rightarrow (2\sqrt{5} + 3)x + (\sqrt{5} - 4)y + 3\sqrt{5} + 7 = 0 \text{ (Ans.)}$$

Related Questions:

01. $y = 2x + 1$ ও $2y - x = 4$ রেখা দুইটির অন্তর্বর্তী কোণের সমদ্বিখন্ডক y অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এর দৈর্ঘ্য কত?

(a) 4 (b) 2 (c) 4/3 (d) 2/3 [KU'13-14]

সমাধান: (c); $y = 2x + 1$ ও $2y - x = 4$ রেখা দুইটির সমদ্বিখন্ডকদ্বয় হচ্ছে, $\frac{y - 2x - 1}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \pm \frac{2y - x - 4}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$

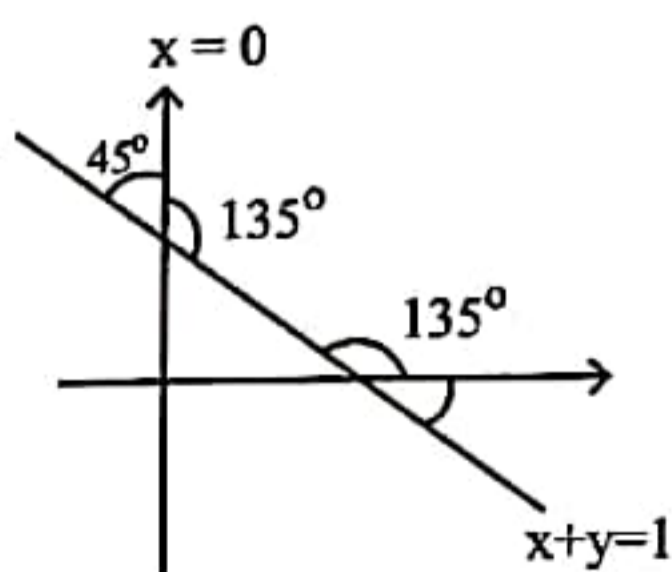
∴ $y + x - 3 = 0$ বা, $3y - 3x - 5 = 0$; y - অক্ষের ছেদ বিন্দুদ্বয় হচ্ছে, $(0, 3)$ ও $(0, \frac{5}{3})$; $PQ = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

Written

01. $x + y = 1$ এবং $x = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত হবে?

[RU'19-20]

সমাধান: $y = -x + 1$; $m = -1 \Rightarrow \tan\theta = -1 \therefore \theta = 135^\circ$



∴ উৎপন্ন কোণ 135° অথবা 45° ।

∴ Produced angle 135° and 45° .





Question Type-19: কোন সরলরেখা থেকে নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ

- ◆ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল এবং d একক দূরবর্তী সরলরেখাসমূহের সমীকরণ:

$$ax + by + c \pm d\sqrt{a^2 + b^2} = 0$$

- ◆ **Example:** $3x + 4y + 1 = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল 2 একক দূরবর্তী সরলরেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: $3x + 4y + 1 \pm 2\sqrt{3^2 + 4^2} = 0 \Rightarrow 3x + 4y + 1 \pm 10 = 0$
 $\Rightarrow 3x + 4y + 11 = 0$ অথবা, $3x + 4y - 9 = 0$

- ◆ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল এবং (x_1, y_1) বিন্দু হতে d একক দূরবর্তী সমান্তরাল সরলরেখাসমূহের সমীকরণ:

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) \pm d\sqrt{a^2 + b^2} = 0$$

- ◆ **Example:** $3x + 4y + 1 = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল এবং $(1, 2)$ বিন্দু হতে 2 একক দূরবর্তী সরলরেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: $3(x - 1) + 4(y - 2) \pm 2\sqrt{3^2 + 4^2} = 0 \Rightarrow 3x - 3 + 4y - 8 \pm 10 = 0$
 $\Rightarrow 3x + 4y - 11 \pm 10 = 0 \Rightarrow \boxed{3x + 4y - 1 = 0}$ বা, $\boxed{3x + 4y - 21 = 0}$

Related Questions:

01. $12x - 5y - 7 = 0$ রেখার 2 একক দূরবর্তী সমান্তরাল একটি রেখার সমীকরণ কি?

[JU'14-15]

(a) $12x - 5y + 19 = 0$ (b) $12x - 5y + 33 = 0$ (c) $12x - 5y + 11 = 0$ (d) $12x - 5y + 1 = 0$

সমাধান: (a); $12x - 5y - 7 = 0$ এর সমান্তরাল রেখা: $12x - 5y + c = 0$

Now, $\frac{|c - (-7)|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{|c + 7|}{13} = 2 \Rightarrow c = 26 - 7, -26 - 7 = 19, -33$

\therefore রেখাটি: $12x - 5y + 19 = 0; 12x - 5y - 33 = 0$

Question Type-20: দুটি সমান্তরাল সরলরেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব বিষয়ক

Case-01: $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল সরলরেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

- ◆ প্রথমে সরলরেখাঘরের x ও y এর সহগ একই নিয়ে আসতে হবে। তারপর Solve করতে হবে।

Example: $3x - 2y = 1$ এবং $6x - 4y + 9 = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

$$6x - 4y + 9 = 0$$

সমাধান: \downarrow এখন, $c_1 = -1; c_2 = \frac{9}{2} \therefore$ দূরত্ব $= \frac{|-1 - \frac{9}{2}|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{11}{2\sqrt{13}}$

$$3x - 2y + \frac{9}{2} = 0$$

- ◆ সমান্তরাল সরলরেখার অন্তরালে:

(i) দুটি সরলরেখা সমান্তরাল হলে সরলরেখাঘরের ঢালদ্বয় সমান হবে।

(ii) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখাঘর সমান্তরাল হলে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হলে সরলরেখাঘর অভিন্ন হবে।





(iii) $ax + by + c = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $ax + by + k = 0$

(iv) $ax + by + c_1 = 0 \dots \dots \dots (i)$; $ax + by + c_2 = 0 \dots \dots \dots (ii)$

সমান্তরাল সরলরেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব।

= | মূলবিন্দু (0,0) হতে (i) এর লম্ব দূরত্ব - মূলবিন্দু (0,0) হতে (ii) এর লম্বদূরত্ব |

$$= \left| \frac{c_1}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{c_2}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$$

এই Concept টাই "মনের খাতায় স্মৃতির পাতায়" লিখে রেখো।

◆ **Example-01:** $3x + 4y - 15 = 0$ এবং $6x + 8y - 5 = 0$ সরলরেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান: মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{-15}{\sqrt{3^2+4^2}} - \frac{-5}{\sqrt{6^2+8^2}} \right| = \left| -3 + \frac{5}{10} \right| = \left| -3 + \frac{1}{2} \right| = \frac{5}{2}$ একক

◆ **Example-02:** $3x + 4y - 5 = 0$ এবং $x \cos \alpha + y \sin \alpha = 3$ সরলরেখা দুটি সমান্তরাল সরলরেখা নির্দেশ করলে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান: দূরত্ব = $\left| \frac{-5}{\sqrt{3^2+4^2}} - \frac{-3}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}} \right| = \left| -\frac{5}{5} + 3 \right| = |-1 + 3| = 2$ একক

◆ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0$
অথবা, $ax + by = ax_1 + by_1$

Concept Review:

$$m_{PA} = m_L$$

$$\Rightarrow \frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{-b}{a} \rightarrow \text{এটাও ব্যবহার করা যাবে।}$$



$$L: ax + by + c = 0$$

$$m_L = -\frac{b}{a}$$

◆ **Example-03:** $3x + 4y + 7 = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল $(2,3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:

$$3x + 4y = 3 \times 2 + 4 \times 3 \Rightarrow \boxed{3x + 4y - 18 = 0} \text{ (Ans)}$$

Related Questions:

01. $y = x + 4$ এবং $y = x$ রেখাঘরের লম্বদূরত্ব-

[DU'18-19]

- (a) 4 একক (b) $2\sqrt{2}$ একক (c) 2 একক (d) $4\sqrt{2}$ একক

সমাধান: (b); $d = \left| \frac{4}{\sqrt{2}} \right| = 2\sqrt{2}$

02. $5x + 12y = 2$ এবং $5x + 12y + 29 = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব —

[JU'09-10, RU'13-14]

- (a) $\frac{31}{13}$ একক (b) $\frac{27}{13}$ একক (c) $\frac{31}{15}$ একক (d) $\frac{27}{14}$ একক

সমাধান: (a); রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{29 - (-2)}{\sqrt{5^2 + 12^2}} \right| \left| \frac{31}{13} \right| = \frac{31}{13}$



Question Type-21: লম্ব দূরত্ব বিষয়ক

Case-01: $P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব দূরত্ব $= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Case-02: বিন্দুটি মূলবিন্দু হলে $P(0, 0)$ লম্ব দূরত্ব $= \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Related Questions:

01. $y = x + 4$ হতে $y = x$ রেখার লম্ব দূরত্ব কত? [Agri. Gucho'20-21]
 (a) $\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{2}$ (c) $3\sqrt{2}$ (d) $4\sqrt{2}$
 সমাধান: (b); $\left| \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| = \left| \frac{4 - 0}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right| = 2\sqrt{2}$
02. যে সরলরেখা $(3, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং মূলবিন্দু থেকে যার দূরত্ব 6 একক তার সমীকরণ কোনটি হবে? [JU'18-19]
 (a) $4x + 3y - 30 = 0$ (b) $4x - 3y - 30 = 0$
 (c) $4x - 3y + 30 = 0$ (d) $-4x + 3y - 30 = 0$
 সমাধান: (a); $y - 6 = m(x - 3) \Rightarrow mx - y + 6 - 3m = 0$; $\frac{6 - 3m}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 6$
 $\frac{2 - m}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 2 \Rightarrow \frac{4 + m^2 - 4m}{m^2 + 1} = 4 \Rightarrow 4 + m^2 - 4m = 4m^2 + 4 \Rightarrow 3m^2 + 4m = 0 \Rightarrow m = 0, \frac{-4}{3}$
 $y - 6 = -\frac{4}{3}(x - 3) \Rightarrow 3y - 18 = -4x + 12 \therefore 4x + 3y - 30 = 0$
03. $(0, 0)$ বিন্দু থেকে $x + y = 1$ রেখার সর্বনিম্ন দূরত্ব কত? [JU'17-18]
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) 1
 সমাধান: (c); সর্বনিম্ন দূরত্ব = লম্ব দূরত্ব $= \left| \frac{0 + 0 - 1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$
04. মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরবর্তী এবং -1 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [RU'17-18]
 (a) $y + x \pm 4\sqrt{2} = 0$ (b) $y - x \pm 4\sqrt{2} = 0$
 (c) $y + 4\sqrt{2}x = 0$ (d) $4\sqrt{2}x - y = 0$
 সমাধান: (a); $y = mx + c \therefore m = -1 \therefore x + y + c = 0$
 $(0, 0)$ বিন্দু হতে, $\left| \frac{c}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right| = 4 \therefore c = \pm 4\sqrt{2} \therefore x + y \pm 4\sqrt{2} = 0$
05. $3x + 6y + 3 = 0$ এবং $3x + 6y + 6 = 0$ সমান্তরাল সরলরেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হবে? [KU'17-18]
 (a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\sqrt{5}$
 সমাধান: (a); $\frac{6 - 3}{\sqrt{3^2 + 6^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$
06. মূলবিন্দু থেকে $x\sqrt{3} + y = 12$ সরলরেখাটির লম্বদূরত্ব কত? [JnU'16-17]
 (a) 5 (b) 6 (c) -5 (d) 12
 সমাধান: (b); $|d| = \frac{12}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}} = 6$





Question Type-22: সমবিন্দু সম্পর্কিত

Case-01: তিনটি সরলরেখা সমবিন্দুগামী হলে, x , y ও ধ্রুবকের সহগ দ্বারা গঠিত নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

Case-02: প্রথম দুইটি সরলরেখা সমাধান করে প্রাপ্ত x ও y এর মান তদনং সরলরেখার সমীকরণে বসালে ধ্রুবকের মান পাওয়া যাবে।

Related Questions:

01. $3x + 5y = 2$, $2x + 3y = 0$, $ax + by + 1 = 0$ সমবিন্দুগামী হলে a এবং b এর সম্পর্ক- [DU'14-15]

(a) $4a - 6b = 1$ (b) $4a - 6b = 2$ (c) $6a - 4b = 1$ (d) $6a - 4b = 2$

সমাধান: (c); ছেদ বিন্দুটি হল $(-6, 4) \therefore -6a + 4b + 1 = 0 \Rightarrow 6a - 4b = 1$

Question Type-23: বিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব, রেখার সাপেক্ষে বিন্দুর, অক্ষের সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্বের অবস্থান

প্রতিবিম্ব সমস্যাঃ

- x অক্ষের সাপেক্ষে (x, y) বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(x, -y)$
- y অক্ষের সাপেক্ষে (x, y) বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(-x, y)$
- মূলবিন্দুর সাপেক্ষে (x, y) বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(-x, -y)$

অর্থাৎ, x অক্ষের সাপেক্ষে (x, y) সম্বলিত যে কোন সম্পর্কের প্রতিবিম্ব সম্পর্ক নির্ণয় করতে y এর স্থলে $(-y)$ বসাতে হবে।

◆ **Example:** x অক্ষের সাপেক্ষে -

(a) $(5, 7)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(5, -7)$

(b) $2x + 3y + 1 = 0$ সরলরেখার প্রতিবিম্ব $2x - 3y + 1 = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ বৃত্তের প্রতিবিম্ব, $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

(d) $x^2 = 4ay$ এর প্রতিবিম্ব $x^2 = -4ay$

আবার, y অক্ষের সাপেক্ষে (x, y) সম্বলিত যে কোন সম্পর্কের প্রতিবিম্ব সম্পর্ক নির্ণয় করতে, x এর স্থলে $(-x)$ বসাতে হবে।

◆ **Example:** y অক্ষের সাপেক্ষে-

(a) $(5, 7)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(-5, 7)$

(b) $2x + 3y + 1 = 0$ সরলরেখার প্রতিবিম্ব $-2x + 3y + 1 = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ বৃত্তের প্রতিবিম্ব $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$

(d) $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের প্রতিবিম্ব $y^2 = -4ax$

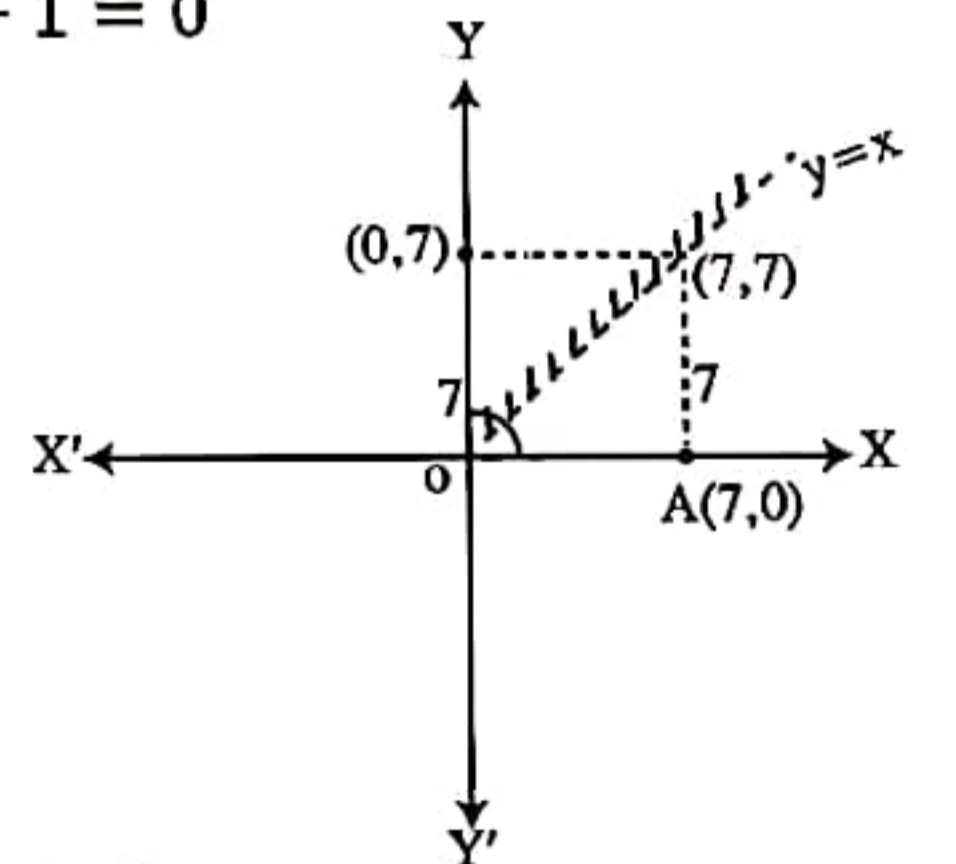
◆ $y = x$ সরলরেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্বঃ

লক্ষ্য করো, $y = x$ সরলরেখার সাপেক্ষে $(7, 0)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(0, 7)$ ।

একই ভাবে $y = x$ সরলরেখার সাপেক্ষে (x, y) এর প্রতিবিম্ব (y, x)

সুতরাং $y = x$ সরলরেখার সাপেক্ষে (x, y)

সম্বলিত যেকোন সম্পর্কের প্রতিবিম্ব নির্ণয় করতে x এর স্থলে y এবং y এর স্থলে x বসাতে হবে।





◆ **Example:**

(i) $y = x$ সরলরেখার সাপেক্ষে $(5,7)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(7,5)$

(ii) $y = x$ সরলরেখার সাপেক্ষে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার প্রতিবিম্বের সমীকরণ, $bx + ay + c = 0$

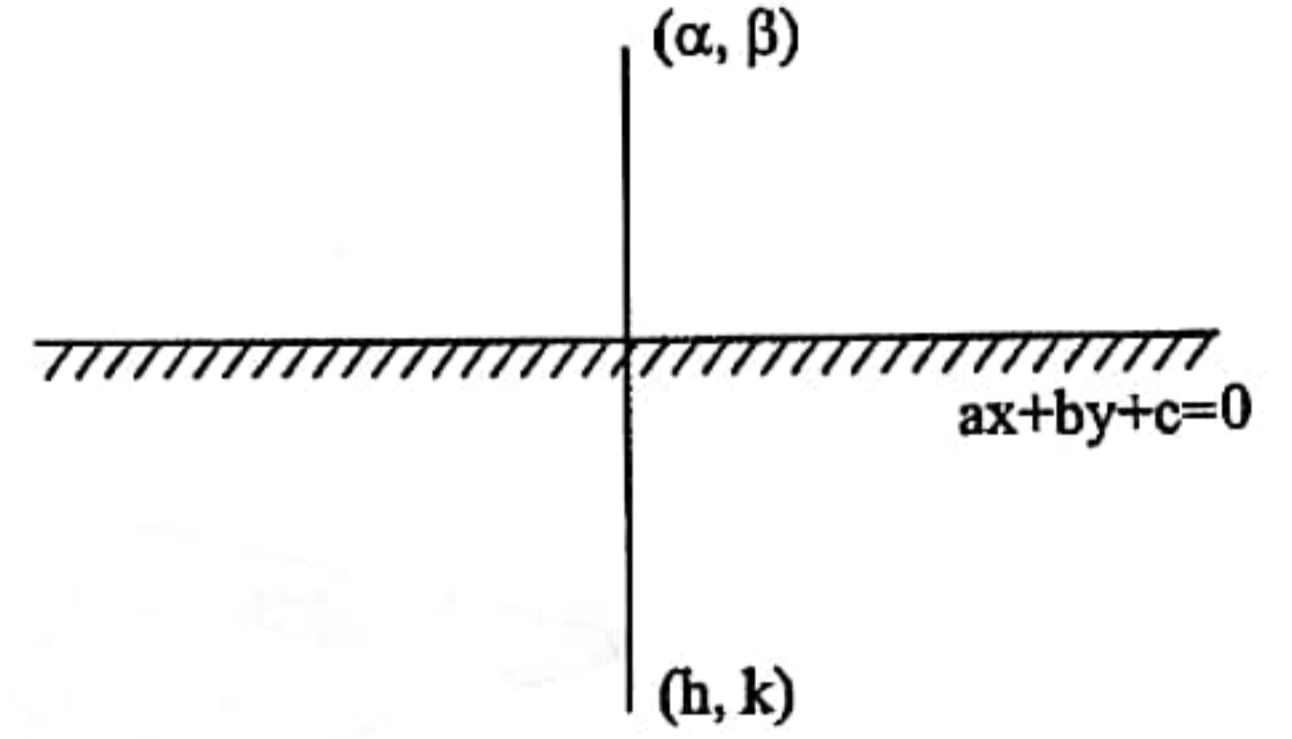
(iii) $y = x$ সরলরেখার সাপেক্ষে $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$

বৃত্তের প্রতিবিম্বের সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$

(iv) $ax+by+c = 0$ রেখার সাপেক্ষে (α, β) বিন্দুর প্রতিবিম্ব (h, k)

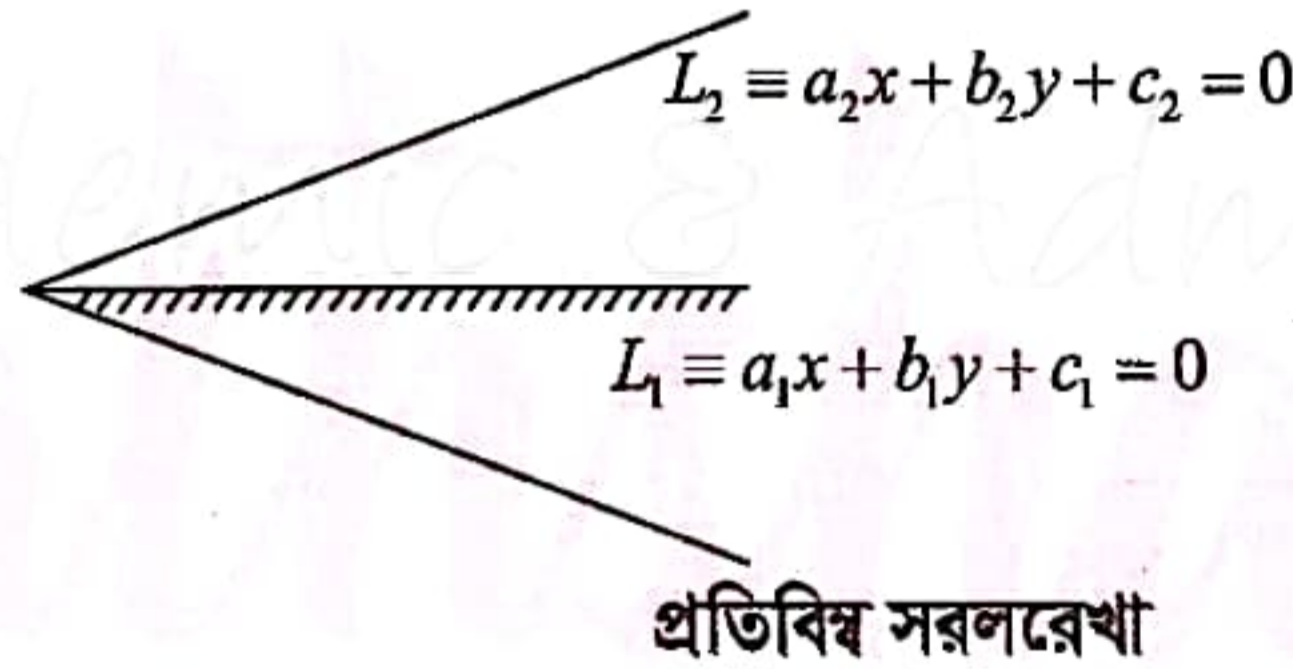
হলে,

$$\frac{h - \alpha}{a} = \frac{k - \beta}{b} = -\frac{2(a\alpha + b\beta + c)}{a^2 + b^2}$$



(v) $L_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার সাপেক্ষে $L_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখার প্রতিবিম্বের সমীকরণ,

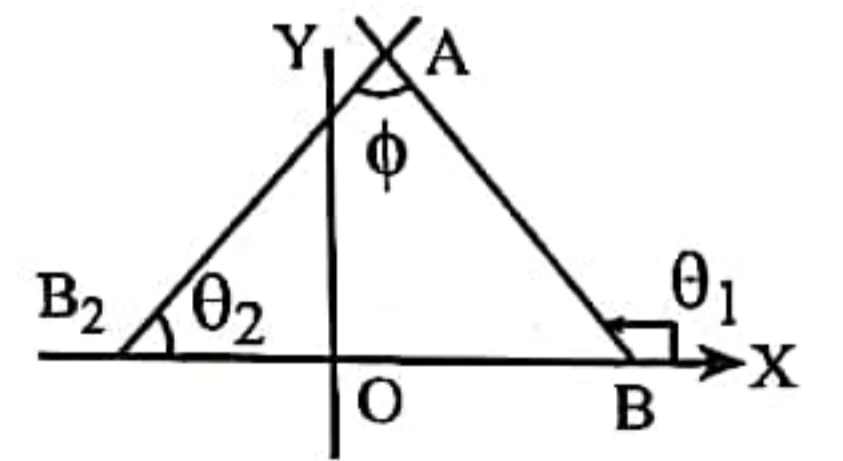
$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{a_1^2 + b_1^2}{2(a_1a_2 + b_1b_2)}$$



Question Type-24: দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ বিষয়ক

দুটি রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণ : $\phi = \pm \tan^{-1} \frac{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}{1 + \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2}$

$$= \pm \tan^{-1} \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \tan^{-1} \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1 b_2 + b_1 b_2}$$



m_1 ও m_2 ঢাল বিশিষ্ট দুটি সরলরেখার মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\theta = \pm \tan^{-1} \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$

[+ নিলে সূক্ষ্মকোণ, ' - ' নিলে স্থূলকোণ]



**Related Questions:**

01. $y = 2$ এবং $2x - 2y + 3 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [Agri. Gucho'20-21]
 (a) 30° (b) 0° (c) 60° (d) 45°

সমাধান: (d); $y = 2, m_1 = 0$; $2x - 2y + 3 = 0, m_2 = \frac{-2}{-2} = 1 \therefore \tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \frac{0 - 1}{1 + 0 \times 1}$

$$\therefore \theta = 135^\circ, 45^\circ$$

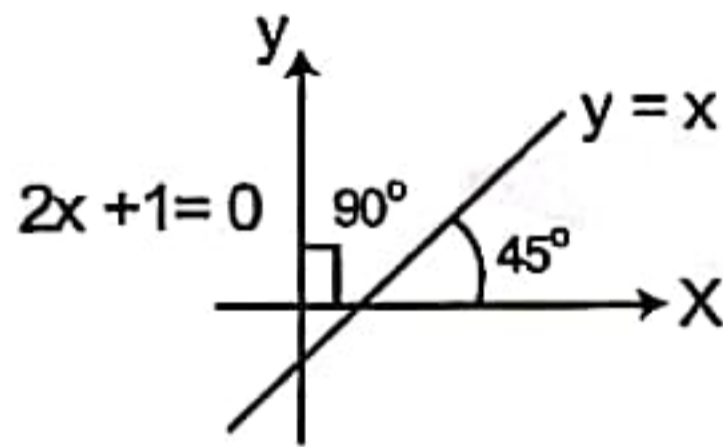
\therefore অন্তর্গত কোণ, 45° [স্থূলকোণ Option নেই]

02. $y = x$ এবং $2x + 1 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত কোণ কোনটি? [Agri. Gucho'19-20]
 (a) 0° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

সমাধান: (b); $y = x$ রেখার ঢাল, $\tan \theta_1 = 1$

\therefore রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\theta_1 = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

$2x + 1 = 0$ রেখার ঢাল $\tan \theta_2 = \infty$



\therefore রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\theta_2 = \tan^{-1}(\infty) = 90^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

\therefore রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত কোণ = 45°

03. $y = b$ এবং $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের মান- [DU'18-19]
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

সমাধান: (c); $y = b, x$ অক্ষের সমান্তরাল তাই $\tan \theta = \text{ঢাল} = \sqrt{3}$; $\theta = 60^\circ$

04. $2x + 3y - 1 = 0$ এবং $x - 2y + 3 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ কত? [JU'18-19]
 (a) $\tan^{-1}\left(\pm \frac{7}{4}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\pm \frac{3}{4}\right)$ (c) $\tan^{-1}\left(\pm \frac{3}{2}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\pm \frac{2}{3}\right)$

সমাধান: (a); $\theta = \tan^{-1}\left(\pm \frac{\frac{-2}{3} - \frac{1}{2}}{1 + \left(\frac{-2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}\right) = \tan^{-1}\left(\pm \frac{7}{4}\right)$; প্রশ্নে বলা সূক্ষ্মকোণ, যা আসলে $\tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$ । যদি বলা

থাকতো, অন্তর্ভুক্ত কোণ কত, তাহলে উত্তর হতো $\tan^{-1}\left(\pm \frac{7}{4}\right)$ ।

05. মূলবিন্দু থেকে $x \sin \alpha + y \cos \alpha = p$ রেখার উপর লম্ব অংকিত হলো। এ লম্ব রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার মান কত? [Ans: c][BAU'18-19]

- (a) α (b) $\frac{\pi}{2} - \alpha$ (c) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ (d) $\pi + \alpha$

06. $y = 3x + 7$ এবং $3y - x = 8$ সরলরেখাঘরের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের মান কত? [DU'08-09, JnU'15-16]
 (a) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (c) $\tan^{-1}(1)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

সমাধান: (a); $y = 3x + 7$; $y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3} \therefore \theta = \tan^{-1}\frac{3 - \frac{1}{3}}{1 + 3 \cdot \frac{1}{3}} = \tan^{-1}\frac{4}{3}$

07. $px + qy + 12 = 0$ এবং $px + qy + 20 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [RU'10-11]
 (a) $\pi/3$ (b) $\pi/2$ (c) π (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (c); সরলরেখাঘরে x ও y এর সহগ সমান বলে রেখাঘর পরস্পর সমান্তরাল।

তাই এদের মধ্যবর্তী কোণ 0° অথবা 180°



Question Type-25: বিবিধ

01. $x = a$ এবং $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণের মান- [DU'16-17]
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 75°
 সমাধান: (a); $\sqrt{3}x - y + 1 = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 1$
 \therefore রেখাটি x -অক্ষের সাথে 60° কোণ এবং y অক্ষ বা y -অক্ষের সমান্তরাল যেকোন
 রেখা $x = a$ এর সাথে $(90^\circ - 60^\circ) = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।
02. $y = kx - 1$ সরলরেখাটি $y = x^2 + 3$ বক্ররেখার স্পর্শক হলে k এর একটি মান- [DU'15-16]
 (a) 1 (b) $2\sqrt{2}$ (c) 3 (d) 4
 সমাধান: (d); $x^2 + 3 = kx - 1 \Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0$; $k^2 - 4 \times 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 16 \Rightarrow k = 4$
03. $4x - 2y - 15 = 0$ সরল রেখার ঢাল কত? [Ans: b] [CU'15-16]
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) 2 (c) $\frac{3}{4}$ (d) 1 (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
04. ΔABC -এর ভারকেন্দ্র G এবং A, B, C বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ হলে G বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কত? [Ans: a]
 (a) $\frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$ (b) $\frac{\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}}{3}$ (c) $\frac{\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}}{3}$ (d) কোনটিই নয় [CU'14-15]
05. $(P, P - 2), (P + 3, P)$ এবং $(P + 2, P + 2)$ বিন্দুগুলি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি? [KU'13-14]
 (a) 4 বর্গ একক (b) $4P$ বর্গ একক (c) $4P^2$ বর্গ একক (d) সবগুলো

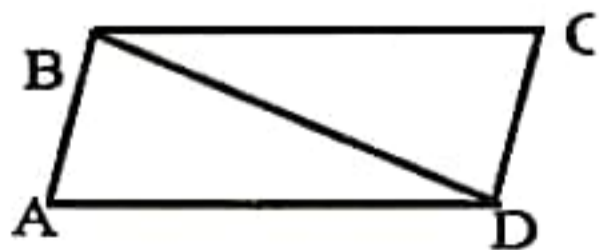
সমাধান: (a); $\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} P & P-2 \\ P+3 & P \\ P+2 & P+2 \\ P & P-2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2} (p^2 + p^2 + 5p + 6 + p^2 - 4 - p^2 - p + 6 - p^2 - 2p - p^2 - 2p) = \frac{1}{2} \times (8) = 4$ বর্গ একক

06. একটি বিমান অবতরণকালে কোন এক সময়ে $(400, 800)$ বিন্দুতে অবস্থান করে এবং কিছুক্ষণের মধ্যে বিমানটি $(400, 0)$ বিন্দুতে অবস্থান করে। তাহলে বিমানটি কি হবে? [Ans: b] [RU'08-09]
 (a) বিধ্বস্ত হবে না (b) বিধ্বস্ত হবে (c) আরও উর্ধ্বমুখী হবে (d) কোনটি হবে না
07. আয়তক্ষেত্রের বাহুগুলিকে 20% বর্ধিত করলে এর ক্ষেত্রফল কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে? [KU'18-19]
 (a) 40% (b) 42% (c) 44% (d) 46%

সমাধান: (c); $\Delta A = \frac{1.2 \times 1.2 - 1 \times 1}{1} \times 100\% = 44\%$

08. ABCD একটি সামান্তরিক। BD এর দৈর্ঘ্য 2। BCD ত্রিভুজের সকল কোণ সমান। সামান্তরিকটির পরিসীমা কত? [KU'18-19]



- (a) $3\sqrt{3}$ (b) 8 (c) $9\sqrt{3}$ (d) 12

সমাধান: (b); বর্ণনা অনুযায়ী BCD একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং ABC একটি রম্বস যার প্রতিবাহু 2 একক, তাই পরিসীমা 8 একক।

