



অধ্যায়-০৪: বৃত্ত

Question Type-01: বৃত্তের সমীকরণ হওয়ার শর্ত সংক্রান্ত

আমরা জানি, বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

এখানে, বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f)$ এবং ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

সমীকরণটির বৈশিষ্ট্য ও সিদ্ধান্তঃ

- (i) সমীকরণটি x এবং y এর দ্বিঘাত হবে।
- (ii) x^2 ও y^2 এর সহগদ্বয় সমান ও 1
- (iii) xy সম্বলিত কোন পদ থাকবে না
- (iv) $g^2 + f^2 - c \geq 0$ হবে। $g^2 + f^2 - c = 0$ হলে বৃত্তটিকে বিন্দু বৃত্ত বলে।

কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ এর সতর্কতাঃ

বৃত্তের সমীকরণে x^2 ও y^2 এর সহগদ্বয়কে 1 বানিয়ে সাধারণ সমীকরণের সাথে তুলনা করে g, f, c নির্ণয় করে দেখতে হবে $g^2 + f^2 - c \geq 0$ হয় কিনা। অতঃপর কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ বের করতে হবে।

Related Questions:

01. k এর কোন মানের জন্য $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত হবে? [Agri. Gucho'20-21]
- (a) 1 (b) -1 (c) -2 (d) 2
- সমাধান: (d); $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 9 - 2xy + 6x - 6y + kxy - kx + 2y - 2 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + (6 - k)x - 4y + (k - 2)xy + 7 = 0$
 বৃত্তের জন্য, xy এর সহগ = 0 $\therefore k - 2 = 0 \therefore k = 2$
02. $2x^2 + 2y^2 + 6x + 10y - 1 = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [JU'19-20]
- (a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 5
- সমাধান: (b); $x^2 + y^2 + 3x + 5y - \frac{1}{2} = 0 \therefore r = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$
03. $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কোনটি? [CU'18-19]
- (a) 7 (b) 5 (c) 13 (d) 12
- সমাধান: (c); কেন্দ্র $\equiv \left(\frac{-24}{-2}, \frac{10}{-2}\right) = (12, -5) \therefore$ ব্যাসার্ধ $= \sqrt{144 + 25} = 13$
04. একটি রিকসার সামনের চাকার সমীকরণ $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ হলে, রিকসাটির চাকার একটি স্পর্শকের সমীকরণ কী হবে? [KU'18-19]
- (a) $x - y - 1 = 0$ (b) $-x - y + 1 = 0$ (c) $x + y + 1 = 0$ (d) $x + y - 1 = 0$
- সমাধান: (c); $C \equiv (1, 0); r = \sqrt{1^2 + 1} = \sqrt{2}$
- (c) option এর জন্য কেন্দ্র থেকে স্পর্শকের দূরত্ব $= \left| \frac{1+0+1}{\sqrt{1^2+1^2}} \right| = \sqrt{2} = r$
05. $4x^2 + 4y^2 = 3$ সমীকরণটি কিসের? [Ans: b][RU'11-12]
- (a) পরাবৃত্ত (b) বৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) সরলরেখা
06. বিন্দু বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [Ans: a][RU'08-09,12-13]
- (a) $x^2 + y^2 = 0$ (b) $x^2 + y^2 = 1$ (c) $x^2 - y^2 = 0$ (d) $x^2 - y^2 = 1$



Question Type-02: বৃত্তের বিভিন্ন প্যারামিটার নির্ণয় সংক্রান্ত

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

- (i) বৃত্তটির কেন্দ্র $(-g, -f)$, ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$
- (ii) কোনো বৃত্ত x অক্ষকে স্পর্শ করলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= |\text{কেন্দ্রের কোটি}| = |-f| = f$
- (iii) কোনো বৃত্ত y অক্ষকে স্পর্শ করলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= |\text{কেন্দ্রের ভূজ}| = |-g| = g$
- (iv) কোন বৃত্ত কোন নির্দিষ্ট সরলরেখাকে স্পর্শ করলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $=$ বৃত্তের কেন্দ্র হতে সরলরেখাটির লম্বদূরত্ব
- (v) (x_1, y_1) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্বদূরত্ব $= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
- (vi) বৃত্তটি দ্বারা x অক্ষ হতে খন্ডিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{g^2 - c}$
- (vii) $g^2 = c$ হলে বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে।
- (viii) $g^2 > c$ হলে বৃত্তটি x অক্ষকে দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে।
- (ix) $g^2 < c$ হলে, বৃত্তটি x অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ কোনটিই করে না।
- (x) বৃত্তটি দ্বারা y অক্ষ হতে খন্ডিত জ্যা-এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{f^2 - c}$
- (xi) $f^2 = c$ হলে বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করে।
- (xii) $f^2 > c$ হলে বৃত্তটি y অক্ষকে দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে।
- (xiii) $f^2 < c$ হলে বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ বা ছেদ কোনটিই করে না।
- (xiv) বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = f^2 = c$ ।
- (xv) বহিঃস্থ $p(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $C : x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$
বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{C_p}$
 $C_p = (x_1, y_1)$ বিন্দুটি বৃত্তের সমীকরণে বসালে প্রাপ্ত মান।

Related Questions:

01. $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র কত? [JU'20-21]
 (a) $(\frac{3}{4}, -1)$ (b) $(\frac{3}{4}, 1)$ (c) $(-\frac{3}{4}, 1)$ (d) $(-\frac{3}{4}, -1)$
 সমাধান: (a); $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + 2y = 0$
 $2g = \frac{-3}{2} \Rightarrow g = \frac{-3}{4}$; $2f = 2 \Rightarrow f = 1 \therefore$ কেন্দ্র $= (-g, -f) = (\frac{3}{4}, -1)$
02. $x^2 + y^2 + 8x + 2ky + c = 0$ বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে k এবং c এর মান কত? [RU'20-21]
 (a) $k = 8, c = 4$ (b) $k = 8, c = 16$ (c) $k = \pm 4, c = 16$ (d) $k = \pm 4, c = 4$
 সমাধান: (c); $g = 4, f = k \therefore 2\sqrt{4^2 - c} = 0 \therefore c = 16$; $2\sqrt{k^2 - 16} = 0 \therefore k = \pm 4$
03. $3x + 4y = k$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে 'k' এর মান কোনটি? [CU'20-21]
 (a) 40, -10 (b) 40, 10 (c) -40, 11 (d) 25, -6
 সমাধান: (a); $x^2 + y^2 - 10x = 0 \therefore$ কেন্দ্র $(5, 0)$; ব্যাসার্ধ $= 5$
 প্রশ্নমতে, $|\frac{3.5 + 4.0 - k}{\sqrt{3^2 + 4^2}}| = 5 \Rightarrow |15 - k| = 25 \Rightarrow 15 - k = \pm 25 \Rightarrow k = 15 \pm 25 \therefore k = -10, 40$





04. $2x^2 + 2y^2 - 6x - 7 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [JU'19-20]

- (a) $(0, \frac{3}{2})$ (b) $(\frac{3}{2}, 0)$ (c) $(\frac{1}{3}, 0)$ (d) $(\frac{1}{2}, 0)$

সমাধান: (b); $2x^2 + 2y^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 3x - \frac{7}{2} = 0 \therefore$ কেন্দ্র $(\frac{3}{2}, 0)$

05. বৃত্তের কেন্দ্র (1, 2) মূলবিন্দু থেকে বৃত্তটির উপর অঙ্কিত একটি স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 2 একক হলে নিচের কোনটি সত্য? [JU'19-20]

- (a) বৃত্ত y-অক্ষকে স্পর্শ করে (b) ব্যাসার্ধ = 1.5 (c) ব্যাসার্ধ = 2 (d) বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে

সমাধান: (a); মূলবিন্দু হতে বৃত্তটির উপর অঙ্কিত স্পর্শক এর দৈর্ঘ্য, $d = \sqrt{x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c}$

$\Rightarrow 2 = \sqrt{0 + 0 + 0 + 0 + c} \therefore c = 4; f = -2 \therefore f^2 - c = 4 - 4 = 0 \therefore$ y-অক্ষকে স্পর্শ করে।

06. যদি $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করে তবে- [Agri. Gucho'19-20]

- (a) $g^2 = c$ (b) $f^2 = c$ (c) $g^2 - f^2 = c$ (d) $g^2 + f^2 = c$

সমাধান: (b); $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করলে $c = g^2$

বৃত্তটি Y অক্ষকে স্পর্শ করলে $c = f^2$

বৃত্তটি উভয়ই অক্ষকে স্পর্শ করলে $c = g^2 = f^2$.

07. $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ কত? [CU'17-18, JU'18-19]

- (a) $(-3, 2), 5$ (b) $(-6, 4), 4$ (c) $(3, -2), 5$ (d) $(-3, -2), 5$

সমাধান: (a); $C(-3, 2); r = \sqrt{9 + 4 + 12} = 5$

08. একটি বৃত্তের কেন্দ্র (0, 2) বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে যায়, বৃত্তটির সমীকরণ কী? [JU'17-18]

- (a) $x^2 + y^2 - 2y = 4$ (b) $x^2 + y^2 - 2y = 0$ (c) $x^2 + y^2 + 2y = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $(x - 0)^2 + (y - 2)^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4y = 0$

09. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 7 = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [JnU'17-18]

- (a) 3 (b) ± 3 (c) 9 (d) -7

সমাধান: (a); $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 7} = 3$

10. কোন একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (3, 5) এবং এর একটি ব্যাসের এক প্রান্তের স্থানাঙ্ক (7, 3) হলে, উক্ত ব্যাসের অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক কত? [RU'17-18]

- (a) (3, 2) (b) (4, 1) (c) (-1, 7) (d) (2, -5)

সমাধান: (c); $\frac{x+7}{2} = 3 \therefore x = -1; \frac{y+3}{2} = 5 \therefore y = 7 \therefore (x, y) = (-1, 7)$

11. (7, 2) বিন্দু হতে $2x^2 + 2y^2 + 5x + y - 15 = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [RU'17-18]

- (a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 2

সমাধান: (c); $x^2 + y^2 + 2. \frac{5}{4}x + 2. \frac{1}{4}y - \frac{15}{2} = 0 \therefore \sqrt{7^2 + 2^2 + 2. \frac{5}{4}. 7 + 2. \frac{1}{4}. 2 - \frac{15}{2}} = 8$





12. $3x + ky - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে, k -এর মান কত? [RU'17-18]
 (a) $2, \frac{1}{6}$ (b) $-2, \frac{1}{6}$ (c) $2, -\frac{1}{6}$ (d) $-2, -\frac{1}{6}$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); কেন্দ্র = $(-4, 1)$; ব্যাসার্ধ = $\sqrt{4^2 + 1^2 - 4} = \sqrt{13}$

প্রশ্নমতে, $\left| \frac{-12+k-1}{\sqrt{3^2+k^2}} \right| = \sqrt{13} \Rightarrow (k-13)^2 = 13(k^2+9) \Rightarrow k^2 - 26k + 169 = 13k^2 + 117$

$\Rightarrow 12k^2 + 26k - 52 = 0 \Rightarrow 6k^2 + 13k - 26 = 0 \therefore k = \frac{-13 \pm \sqrt{793}}{12}$

13. $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 75 = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [JU'16-17]
 (a) 100 (b) $\sqrt{-50}$ (c) 10 (d) 20

সমাধান: (c); $r = \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 + \left(\frac{-8}{2}\right)^2 + 75} = 10$

14. $(1, 3)$ বিন্দু থেকে $x^2 + y^2 = 3$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [JU'16-17]
 (a) 7 একক (b) $\sqrt{13}$ একক (c) $\sqrt{7}$ একক (d) 13 একক

সমাধান: (c); $L = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - 3} = \sqrt{1 + 9 - 3} = \sqrt{7}$

15. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ হলে নীচের কোন বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত? [KU'16-17]
 (a) $(1, 1)$ (b) $(-2, 2)$ (c) $(3, 3)$ (d) $(7, -5)$

সমাধান: (b); $P(x, y) = x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12$; $P(-2, 2) > 0$

16. নিম্নের কোন বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে? [DU'14-15]
 (a) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 4 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$
 (c) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ (d) $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + 3 = 0$

সমাধান: (c); $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$; x -অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = c$; $g^2 = 1 \therefore g = \pm 1$

17. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, ($g^2 > c, f^2 > c$) বৃত্তটি দ্বারা x -অক্ষের কর্তিত অংশ কত? [Ans: b][CU'14-15]
 (a) $2\sqrt{f^2 - c}$ (b) $2\sqrt{g^2 - c}$ (c) $\sqrt{g^2 - c}$ (d) $\sqrt{f^2 - c}$

18. $(1, -1)$ বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$ বৃত্তে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য হবে- [KU'14-15]
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) 2

সমাধান: (b); $x^2 + y^2 - \frac{x}{2} + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0$; $(1, -1)$ বিন্দু থেকে, $l = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2}(-1) + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

19. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 12$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [Ans: b][JnU'13-14]
 (a) $(2, 1)$ (b) $(2, -1)$ (c) $(1, 2)$ (d) $(2, 1)$

Question Type-03: বিভিন্ন শর্ত সাপেক্ষে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

(i) বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ দেওয়া থাকবে।

নিয়ম: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$ এখানে, কেন্দ্র (h, k) , ব্যাসার্ধ = a

(ii) বৃত্তের কেন্দ্র দেওয়া থাকবে এবং একটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হবে।

নিয়ম: Option থেকে-

Step-01: Option থেকে বৃত্ত-এর সমীকরণ বের করে কেন্দ্র নির্ণয় করতে হবে।

Step-02: প্রদত্ত বিন্দুটি উক্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করাতে হবে।

(iii) বৃত্তের কেন্দ্র দেওয়া থাকবে এবং বৃত্তটি প্রদত্ত একটি বৃত্তের কেন্দ্রগামী হবে।

নিয়ম: প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করে 3.2 এর নিয়ম অনুসারে solve করতে হবে।





(iv) বৃত্তের কেন্দ্র দেওয়া থাকবে ও x অক্ষকে স্পর্শ করবে।

নিয়মঃ Option test

Step-01: Option-এ প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করতে হবে।

Step-02: $g^2 = c$ হয় কিনা দেখতে হবে।

(v) বৃত্তের কেন্দ্র দেওয়া থাকবে ও y অক্ষকে স্পর্শ করবে।

Step-01: Option-এ প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করতে হবে।

Step-02: $f^2 = c$ হতে হবে।

(vi) বৃত্তের কেন্দ্র থাকবে ও একটি সরলরেখাকে স্পর্শ করবে।

Step-01: same as above এবং ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

Step-02: কেন্দ্র হতে সরলরেখাটির লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয় কিনা।

(vii) একটি বৃত্ত উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে বা x অক্ষকে $(a, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, a)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্তঃ

বৃত্তটির কেন্দ্র হবে (a, a) এবং ব্যাসার্ধ হবে a । সমীকরণ $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$

(viii) কেন্দ্র x বা y অক্ষের উপর থাকবে এবং অপর একটি শর্ত থাকবে।

কেন্দ্র x অক্ষের আকলে, কেন্দ্রের কোটি $-f$ বা $f = 0$ হবে অর্থাৎ y এর একঘাত পদ থাকবে না।

অতঃপর অপর শর্ত পূরণ করতে হবে।

(ix) কেন্দ্র একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অবস্থিত এবং দুটি বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ।

প্রদত্ত বিন্দুদুটির যেকোন একটি বিন্দু দ্বারা যে Option গুলো সিদ্ধ হবে সেই Option গুলোর যেটির কেন্দ্র প্রদত্ত সরলরেখাকে সিদ্ধ করে সাধারণত সেটিই সঠিক উত্তর।

(x) তিনটি বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণঃ

যে Option টি বৃত্ত সেটি প্রদত্ত তিনটি বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হলে সেটিই সঠিক Ans.

(xi) বৃত্ত ও সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণঃ বৃত্ত + k (সরলরেখা) = 0

দুটি বৃত্তের ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণঃ ১ম বৃত্ত + k (২য় বৃত্ত) = 0

Special Case:

(i) (x_1, y_1) এবং বৃত্ত (c) ও সরলরেখা (L) -এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ $\frac{c}{c_{(x_1, y_1)}} = \frac{L}{L_{(x_1, y_1)}}$

(ii) (x_1, y_1) এবং দুটি বৃত্তের $(c_1 = 0, c_2 = 0)$ ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ $\frac{c_1}{c_2} = \frac{c_1(x_1, y_1)}{c_2(x_2, y_2)}$



**Related Questions:**

01. $2x + ky - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে, k এর মান কত? [Ans: d] [RU'20-21]
 (a) $\frac{6}{5}$ (b) $-\frac{6}{5}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $-\frac{5}{6}$

সমাধান: (d); কেন্দ্র (2,1), ব্যাসার্ধ = $\sqrt{4+1-4} = 1$ একক।

$$\frac{|4+k-1|}{\sqrt{4+k^2}} = 1 \Rightarrow (3+k)^2 = 4+k^2 \Rightarrow 9+k^2+6k = 4+k^2 \therefore k = -\frac{5}{6}$$

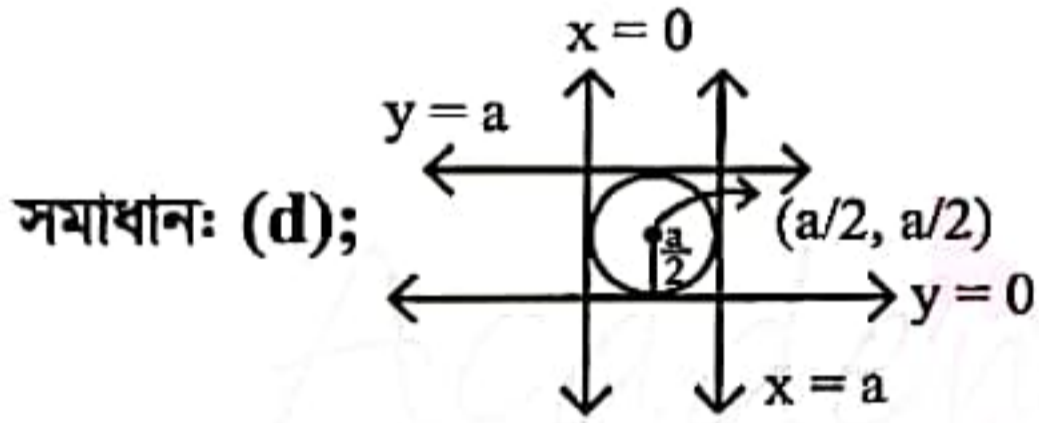
02. (4, 3) কেন্দ্র বিশিষ্ট এবং $5x - 12y + 3 = 0$ সরলরেখাকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [DU'19-20]
 (a) $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 24 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 = 0$
 (c) $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 24 = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 24 = 0$

সমাধান: (b); $r = \frac{|5(4)-12(3)+3|}{\sqrt{5^2+12^2}} = \frac{|-13|}{13} = 1 \therefore (x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 = 0$

03. (3, 1) এবং (-4, 1) বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ বৃত্তের কেন্দ্র y -অক্ষের উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ কোনটি? [JU'19-20]
 (a) $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 8y - 6 = 0$
 (c) $x^2 + y^2 + 8y - 6 = 0$ (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: (d); $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ সমীকরণের $g = 0 \therefore x$ সম্বলিত পদটি থাকবে না।

04. একটি বৃত্ত $x = 0, y = 0, x = a$ এবং $y = a$ সমীকরণগুলিকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ- [RU'19-20]
 (a) $x^2 + y^2 - ax - ay = 0$ (b) $x^2 + y^2 = a^2$
 (c) $4(x^2 + y^2) = a^2$ (d) $4(x^2 + y^2) - 4a(x + y) + a^2 = 0$



$$\therefore \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - ax - ay + \frac{a^2}{4} = 0$$

$$\therefore 4(x^2 + y^2) - 4a(x + y) + a^2 = 0$$

05. $x^2 + y^2 = 1$ বৃত্তে $x + y - 1 = 0$ সরলরেখা দ্বারা খণ্ডিত জ্যা-কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ হবে- [RU'19-20]
 (a) $x^2 + y^2 + x - y = 0$ (b) $x^2 + y^2 - x - y = 0$
 (c) $x^2 + y^2 - x + y = 0$ (d) $x^2 + y^2 + x + y = 0$

সমাধান: (b); A B

$$x^2 + y^2 = 1 \dots \dots \dots (i)$$

$$x + y - 1 = 0$$

$$y = 1 - x \dots \dots \dots (ii)$$

(ii), (i)

$$(x)^2 + (1 - x)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + x^2 - 2x + 1 = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 2x(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

$$\therefore x = 0 \text{ হলে, } y = 1 \therefore x = 1 \text{ হলে, } y = 0 \therefore A \equiv (0,1); B \equiv (1,0)$$

$$\text{বৃত্তের সমীকরণ, } (x - 0)(x - 1) + (y - 1)(y - 0) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x + y^2 - y = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - x - y = 0$$



06. একটি বৃত্ত $x = 0, y = 0, x = a$ এবং $y = a$ সমীকরণগুলিকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ-

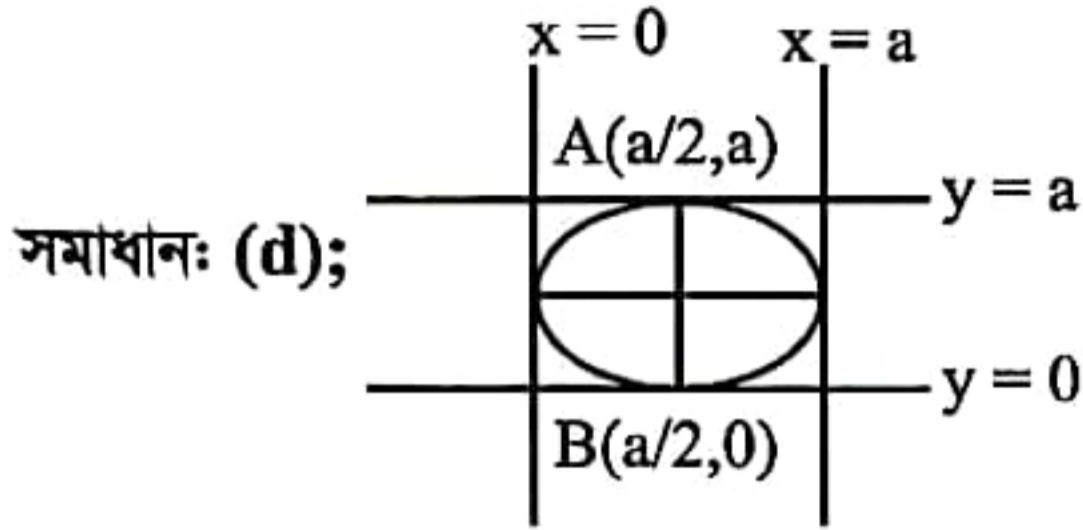
[RU'19-20]

(a) $x^2 + y^2 - ax - ay = 0$

(b) $x^2 + y^2 = a^2$

(c) $4(x^2 + y^2) = a^2$

(d) $4(x^2 + y^2) - 4a(x + y) + a^2 = 0$



$$\left(x - \frac{a}{2}\right)\left(x - \frac{a}{2}\right) + (y - a)(y - 0) = 0 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot x + \frac{a^2}{4} + y^2 - ay = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - ax + y^2 - ay + \frac{a^2}{4} = 0 \Rightarrow 4(x^2 + y^2) - 4a(x + y) + a^2 = 0$$

07. (3,5) কেন্দ্রবিশিষ্ট ও y -অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?

[JU'18-19]

(a) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0$

(b) $x^2 + y^2 - 6x - 10y - 25 = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$

(d) $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 9 = 0$

সমাধান: (a); $g = -3, f = -5$ এবং $c = f^2 = 25 \therefore$ সমীকরণ: $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0$

08. মূলবিন্দুগামী একটি বৃত্ত ধনাত্মক x -অক্ষ হতে 4 একক এবং ধনাত্মক y -অক্ষ হতে 2 একক অংশ কর্তন করলে, এর সমীকরণ হবে-

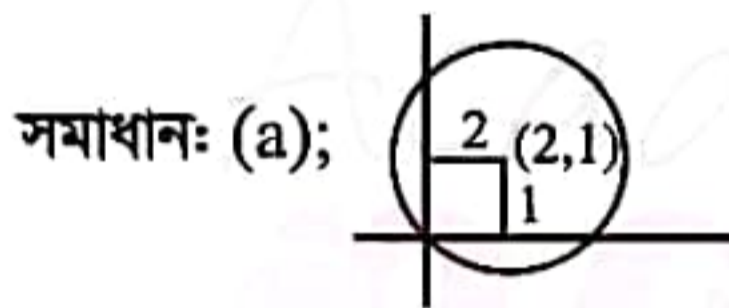
(a) $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

(b) $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 0$

[DU'17-18]

(c) $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$

(d) $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$



মূল বিন্দুগামী হলে $c = 0$; কেন্দ্র (2,1) | $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy = 0$

$$\therefore \text{সমীকরণ } x^2 + y^2 - 2 \cdot 2x - 2 \cdot 1y + 0 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

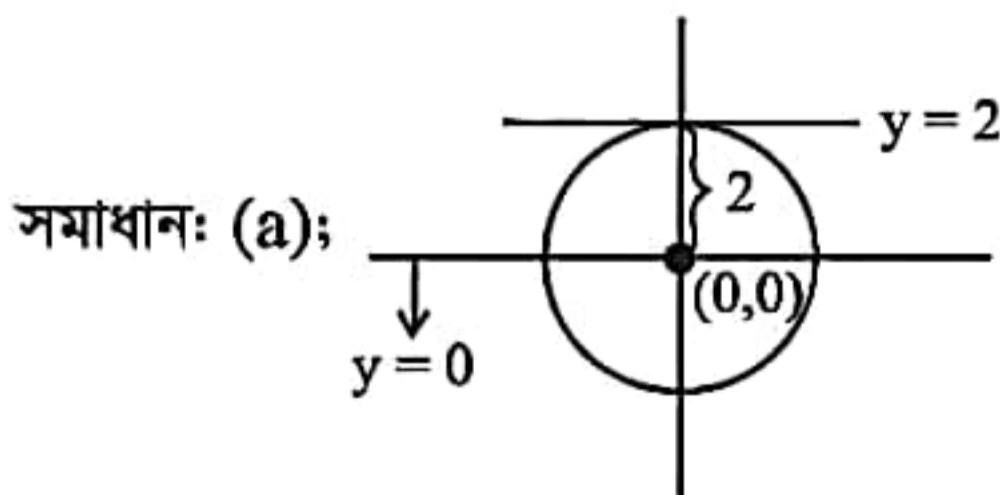
09. সমীকরণ $y = 0$ বৃত্তের একটি ব্যাস এবং কেন্দ্র থেকে $y - 2 = 0$ স্পর্শকের দূরত্ব 2 হলে বৃত্তটির সমীকরণ কী? [JU'17-18]

(a) $x^2 + y^2 - 4 = 0$

(b) $x^2 + y^2 + 4 = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 1 = 0$

(d) $x^2 + y^2 - 2 = 0$



কেন্দ্র (0,0) ব্যাসার্ধ 2 একক। বৃত্তের সমীকরণ: $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4 = 0$

10. k -এর কোন মানের জন্য $x^2 + y^2 - 6x - 4y + k = 0$ বৃত্তটি y -অক্ষকে স্পর্শ করে?

[RU'17-18]

(a) 2

(b) 4

(c) 6

(d) 8

সমাধান: (b); $f^2 = c \therefore k = 4$





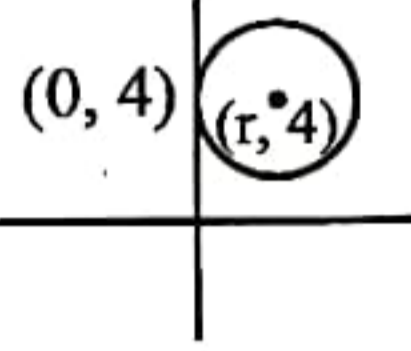
11. $x^2 + y^2 - 4x - 8y + P = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে। P এর মান কত? [RU'17-18, JU'17-18]

- (a) 4 (b) 5 (c) 7 (d) 11

সমাধান: (a); $g^2 = c \Rightarrow c = 4 \therefore c = 4$

12. y -অক্ষকে $(0,4)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং কেন্দ্র $5x - 7y - 2 = 0$ রেখার উপর অবস্থিত বৃত্তের সমীকরণ হবে- [DU'16-17]

- (a) $x^2 + y^2 + 12x - 8y + 16 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 8 = 0$
 (c) $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 16 = 0$ (d) $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 40 = 0$



সমাধান: (c); ব্যাসার্ধ r হলে, কেন্দ্র $(r, 4)$ [চিত্র হতে]

$$\therefore 5r - 7 \cdot 4 - 2 = 0 \Rightarrow r = 6$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (6,4) \text{ ও ব্যাসার্ধ } 6; (x-6)^2 + (y-4)^2 = 6^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 12x - 8y + 16 = 0$$

13. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কয়টি সাধারণ স্পর্শক বিদ্যমান? [Ans: c][RU'16-17]

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

14. $(3, -1)$ বিন্দুগামী এবং $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ কোনটি। [DU'13-14]

- (a) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 16 = 0$
 (c) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$

সমাধান: (c); কেন্দ্র $(3, -4) \therefore$ ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(3-3)^2 + (-1+4)^2} = 3$

$$\text{So, } (x-3)^2 + (y+4)^2 = 9; \quad x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

15. $(3, 0)$ এবং $(-4, 1)$ বিন্দুদ্বয় দিয়া অতিক্রমকারী বৃত্তের কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত হলে বৃত্তটির সমীকরণ -।

- (a) $x^2 + y^2 - 8y - 1 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 6y - 1 = 0$ [CU'08-09,10-11,13-14]
 (c) $x^2 + y^2 - 5y - 7 = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$

সমাধান: (d); যেহেতু বৃত্তটির কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত তাই বৃত্তের সমীকরণে x বিশিষ্ট পদটি অনুপস্থিত।

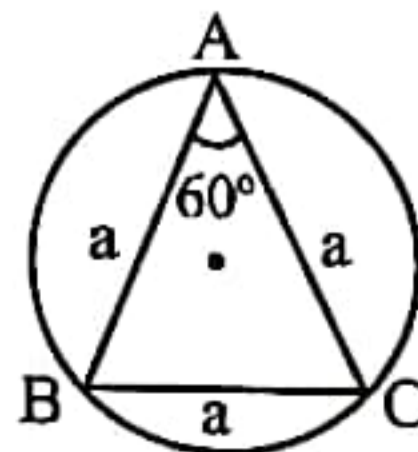
$(3, 0)$ এবং $(-4, 1)$ বিন্দু দুইটি দিয়ে সিদ্ধ হয়।

Question Type-4: ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

(i) বৃত্তের ব্যাসার্ধ a হলে ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$

(ii) ABC সমবাহু ত্রিভুজ হলে এবং ইহার প্রতিটি বাহু a হলে, $\frac{a}{\sin 60^\circ} = 2R$ [R পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$$\text{বা, } a = 2R \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}R \therefore a = \sqrt{3}R \therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3R^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

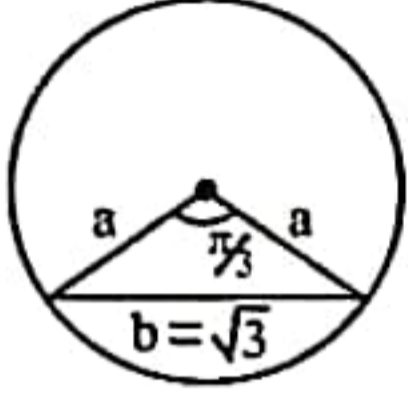


**Related Questions:**

01. $\sqrt{3}$ একক দৈর্ঘ্যের একটি জ্যা বৃত্তের কেন্দ্রে $\frac{\pi}{3}$ কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [GST'20-21]

(a) π (b) 3π (c) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ (d) $\sqrt{3}\pi$

সমাধান: (b); চিত্র থেকে, a ও a এর মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{3}$ ও এর বিপরীত বাহু b । তাই cosine সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।



$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{a^2 + a^2 - b^2}{2a^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2a^2 - (\sqrt{3})^2}{2a^2} \Rightarrow a^2 = 2a^2 - 3 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \pi a^2 = \pi (\sqrt{3})^2 = 3\pi$$

02. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [Ans: b][JU'14-15]

(a) $2\pi a^2$ (b) πa^2 (c) $2\pi a$ (d) $\frac{\pi a^2}{2}$

03. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$ সমীকরণ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [JnU'14-15]

(a) 9.43 sq unit

(b) 9π sq unit

(c) 1620 sq unit

(d) 4π sq unit

সমাধান: (b); $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$

Here, $g = -4$, $f = 3$, $c = 16$

$$\therefore r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{16 + 9 - 16} = 3$$

$$\therefore \Delta = \pi r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ sq unit}$$

Question Type-05: বহিঃস্থ বিন্দু থেকে বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

- ◆ বহিঃস্থ $P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $C = 0$ [x^2 ও y^2 এর সহগদ্বয় 1 হতে হবে] বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{C_p}$
এখানে, $C_p = P(x_1, y_1)$ বিন্দুটি $C = 0$ এর বামপক্ষে বসালে যে মান পাওয়া যায়।

Related Questions:

01. $(1, -1)$ বিন্দু হতে $2x^2 + 2y^2 - x - 3y + 1 = 0$ বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [RU'09-10,13-14]

(a) 1

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 2

(d) $\sqrt{\frac{7}{2}}$

$$\text{সমাধান: (d); স্পর্শকের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{7}{2}}$$





Question Type-06: ব্যাসের প্রান্তবিন্দু থেকে বৃত্তের সমীকরণ

ব্যাসের প্রান্তবিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) হলে বৃত্তের সমীকরণ: $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$

Related Questions:

01. $(-4, 3)$ এবং $(12, -1)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ- [DU'15-16]

(a) $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 51 = 0$

(b) $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 51 = 0$

(c) $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 51 = 0$

(d) $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$

সমাধান: (d); $(x + 4)(x - 12) + (y - 3)(y + 1) = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 12x - 48 + y^2 + y - 3y - 3 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$

02. $P(4, 7)$ ও $B(-8, 3)$ বিন্দুদ্বয় একটি বৃত্তের ব্যাসের প্রান্তবিন্দু, বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [JU'15-16]

(a) $(0, 0)$

(b) $(2, -5)$

(c) $(-2, 5)$

(d) $(-2, -5)$

সমাধান: (c); কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\equiv \left(\frac{-8+4}{2}, \frac{7+3}{2}\right) \equiv (-2, 5)$

Question Type-07: জ্যা এর সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয়

$C_1 = 0$ এবং $C_2 = 0$ বৃত্তদুটির সমীকরণে x^2 ও y^2 এর সহগদ্বয় 1 বানিয়ে বিয়োগ করলে সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ পাওয়া যায়।

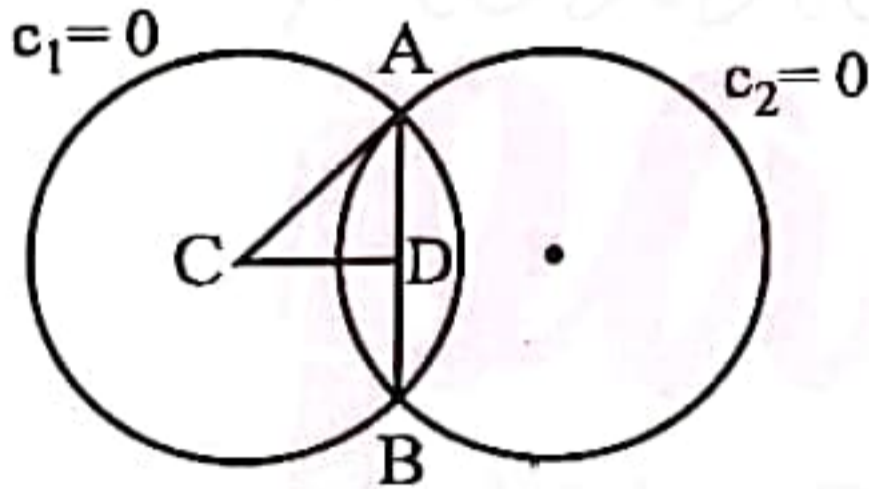
সাধারণ জ্যা-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ঃ

Step-01: C_1 -এর কেন্দ্র C এবং ব্যাসার্ধ- CA বের করতে হবে।

Step-02: $C_1 - C_2 = 0$ করে AB এর সমীকরণ পাওয়া যাবে।

Step-03: C হতে AB এর লম্বদূরত্ব CD বের হবে।

Step-04: $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2}$ বের হবে এবং $AB = 2AD$ হতে জ্যা-এর দৈর্ঘ্য বের হবে।



Related Questions:

01. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত একক? [CU'14-15]
- (a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (b); $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0 \dots \dots (i)$

$x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0 \dots \dots (ii)$

(i) - (ii) $\rightarrow x - 2y + 7 = 0$

Now, $x = 2y - 7$ (i) হতে পাই, $(2y - 7)^2 + y^2 - 4(2y - 7) + 6y - 36 = 0$

$\Rightarrow 4y^2 - 28y + 49 + y^2 - 8y + 28 + 6y - 36 = 0$

$5y^2 - 30y + 41 = 0 \therefore y = \frac{30 \pm \sqrt{(30)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 41}}{10}$

$\therefore y = \frac{15 + 2\sqrt{5}}{5}$ হলে, $x = \frac{30 + 4\sqrt{5}}{5} - 7 = \frac{4\sqrt{5} - 5}{5}$





আবার, $y = \frac{15-2\sqrt{5}}{5}$ হলে, $x = \frac{30-4\sqrt{5}}{5} - 7 = \frac{-5-4\sqrt{5}}{5}$

\therefore জ্যা-এর প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হলঃ $\left(\frac{-5+4\sqrt{5}}{5}, \frac{15+2\sqrt{5}}{5}\right), \left(\frac{-5-4\sqrt{5}}{5}, \frac{15-2\sqrt{5}}{5}\right)$ \therefore দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2} = 4$

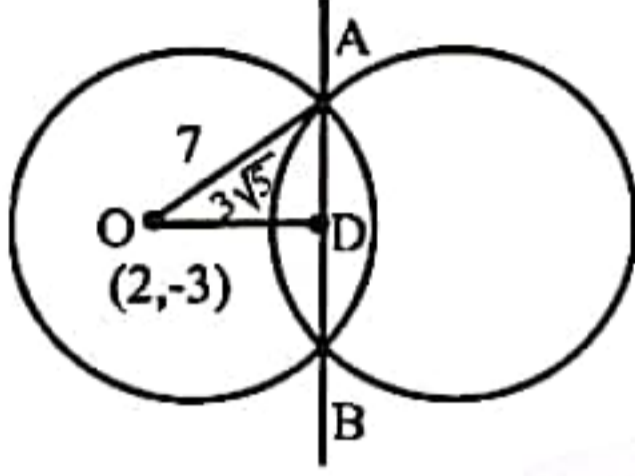
Alternative Solution: সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ, $(x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36) - (x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43) = 0$

$\Rightarrow x - 2y + 7 = 0$

প্রথম বৃত্ত, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এর কেন্দ্র $(2, -3)$

ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{2^2 + 3^2 + 36} = 7$

$(2, -3)$ থেকে সাধারণ জ্যা এর দূরত্ব $\frac{|2-2(-3)+7|}{\sqrt{1^2+2^2}} = 3\sqrt{5}$



এখন, $OD \perp AB$ $\therefore AD^2 = 7^2 - (3\sqrt{5})^2 = 4 \Rightarrow AD = 2 \therefore AB = 2AD = 4$

02. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0$ এর সাধারণ জ্যা- [JU'09-10, RU'07-08, 13-14]

(a) $x - 2y + 14 = 0$ (b) $x - 2y + 7 = 0$ (c) $x + 2y + 7 = 0$ (d) $x - 2y - 7 = 0$

সমাধান: (b); বৃত্তের সাধারণ জ্যা, $f_1 - f_2 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 - x^2 - y^2 + 5x - 8y + 43 = 0$

$\Rightarrow x - 2y + 7 = 0$

Question Type-08: বৃত্তের উপরস্থ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয়

♦ বৃত্তের উপরস্থিত (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করতে নিম্নোক্ত প্রতিস্থাপন গুলো করতে হবে।

x^2 -এর স্থলে xx_1 বসাতে হবে।

y^2 -এর স্থলে yy_1 বসাতে হবে।

x -এর স্থলে $\frac{x+x_1}{2}$ বসাতে হবে।

y -এর স্থলে $\frac{y+y_1}{2}$ বসাতে হবে।

এই প্রতিস্থাপনগুলো করলে যে রাশিটি পাওয়া যায় তাকে 'T' দ্বারা প্রকাশ করলে,

(i) $x^2 + y^2 - a^2 = 0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে, $T = xx_1 + yy_1 - a^2$

(ii) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এর ক্ষেত্রে, $T = xx_1 + yy_1 + 2g \cdot \frac{x+x_1}{2} + 2f \cdot \frac{y+y_1}{2} + c$

Related Questions:

01. $x^2 + y^2 - 3x + 10y - 15 = 0$ বৃত্তের $(4, -11)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ হবে—

[CU'11-12]

(a) $3x = 4y - 22 = 0$

(b) $5x - 12y - 152 = 0$

(c) $-5x - 12y + 152 = 0$

(d) $-2x + 2y + 55 = 0$

সমাধান: (b); $g = \frac{-3}{2}$; $f = \frac{10}{2} = 5$; $(x_1, y_1) = (4, -11)$

\therefore স্পর্শকের সমীকরণ $\Rightarrow 4(x) + (-11)(y) - \frac{3}{2}(x+4) + 5(y-11) - 15 = 0 \therefore 5x - 12y - 152 = 0$



**Question Type-09:**

বৃত্ত, পরাবৃত্ত, উপবৃত্ত, অধিবৃত্তের যেকোন একটি জ্যা-এর মধ্যবিন্দু (x_1, y_1) হলে উক্ত জ্যা এর সমীকরণঃ
 $T = S$

যখন $T = x^2 \rightarrow xx_1$

$y^2 \rightarrow yy_1$; $x \rightarrow \frac{x+x_1}{2}$ বসাতে হবে; $y \rightarrow \frac{y+y_1}{2}$; $xy \rightarrow \frac{xy_1+x_1y}{2}$

$S = (x_1, y_1)$ প্রদত্ত সমীকরণ বসালে প্রাপ্ত মান।

Example-01: $x^2 + y^2 = 81$ বৃত্তের জ্যা-এর মধ্যবিন্দু $(-2, 3)$ হলে উক্ত জ্যা-এর সমীকরণ -

$T = S$ বা, $x \cdot (-2) + y \cdot (3) - 81 = (-2)^2 + 3^2 - 81$ [সমীকরণটিকে প্রথমত $x^2 + y^2 - 81 = 0$ লিখে]

বা, $-2x + 3y = 13$ এণ্ডে হবে $\therefore 2x - 3y + 13 = 0$ Ans.

Example-02: $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের জ্যা-এর মধ্যবিন্দু $(2, 3)$ উক্ত জ্যা-এর সমীকরণ -

$T = S$ | $y^2 - 16x = 0$

বা, $y \cdot 3 - 16 \cdot \frac{x+2}{2} = 3^2 - 16 \times 2$ বা, $3y - 8x - 16 = 9 - 32$ বা, $8x - 3y - 7 = 0$ Ans.

Related Questions:

01. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5, কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(5, 3)$; এর যে জ্যা $(3, 2)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয় তার দৈর্ঘ্য কত? [KU'10-11]

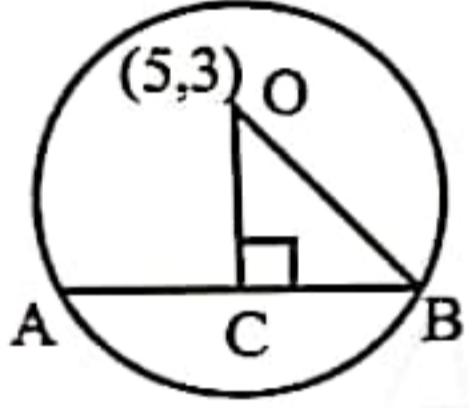
(a) $4\sqrt{3}$

(b) $4\sqrt{5}$

(c) $4\sqrt{7}$

(d) $4\sqrt{8}$

সমাধান: (b);



$OB = 5$ একক $C(3, 2)$; $AB = 2BC = 2\sqrt{OB^2 - OC^2} = 2\sqrt{5^2 - (5-3)^2 - (3-2)^2} = 4\sqrt{5}$

Question Type-10: বহিঃস্থ বিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ

Step-01: প্রদত্ত বিন্দুটি দ্বারা Option সিদ্ধ করাতে হবে।

Step-02: বৃত্তের কেন্দ্র হতে সিদ্ধকৃত Option এর লম্বদূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হতে হবে।

Question Type-11: দুইটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ এবং ছেদ করার শর্ত

দুটি বৃত্তের কেন্দ্র c_1 ও c_2 এবং ব্যাসার্ধ r_1 ও r_2 হলে:

Case-01: বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে,

(a) $c_1c_2 = r_1 + r_2$ হবে

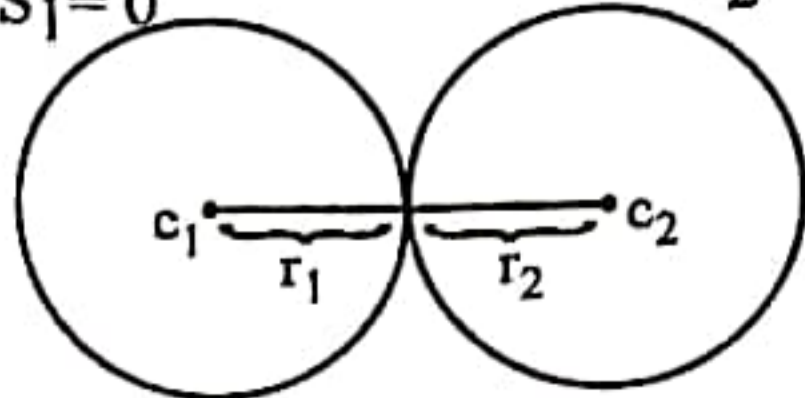
(b) $c_1 - c_2 = 0$ করলে স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ পাওয়া যায়।

(c) সাধারণ স্পর্শকের সংখ্যা 3 টি

(d) c_1c_2 কে $r_1:r_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক পাওয়া যায়।

$S_1 = 0$

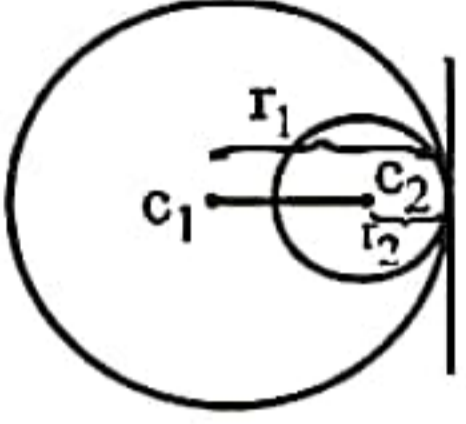
$S_2 = 0$





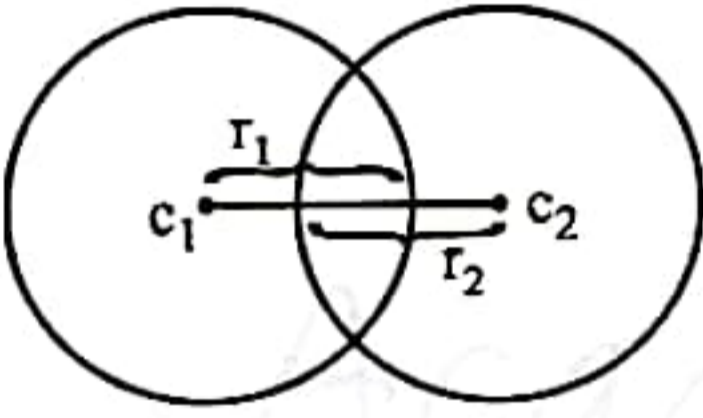
Case-02: অন্তঃস্থভাবে অবস্থান করলে

- (a) $c_1 c_2 = c_1 \sim r_2$
 (b) সাধারণ স্পর্শক হবে 1 টি
 (c) $c_1 - c_2 = 0$ স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্দেশ করে।
 (d) $c_1 c_2$ কে $r_1 : r_2$ অনুপাতে বহিঃবিভক্ত করলে স্পর্শবিন্দু পাওয়া যায়।



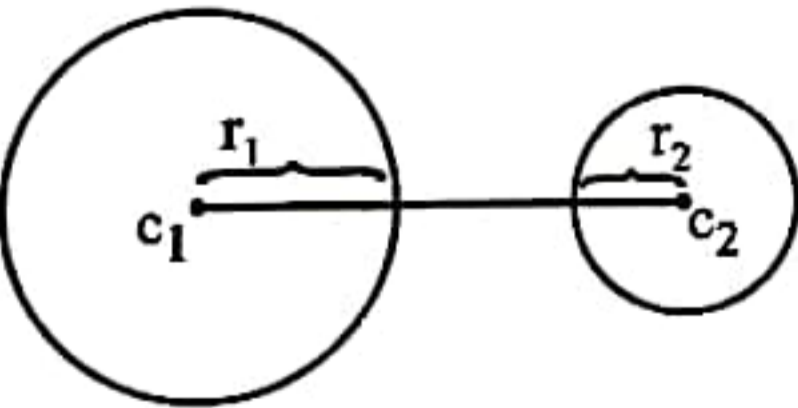
Case-03: বৃত্তদুটি পরস্পরকে ছেদ করলেঃ

- (a) $c_1 c_2 < r_1 + r_2$
 (b) সাধারণ স্পর্শক হবে 2 টি
 (c) $s_1 - s_2 = 0$ সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ নির্দেশ করে।
 (d) $c_1 c_2$ কে $r_1 : r_2$ অনুপাতে বহিঃবিভক্ত করলে সরল সাধারণ স্পর্শকদ্বয়ের ছেদবিন্দু পাওয়া যায়।



Case-04: ছেদও করবে না, স্পর্শও করবে না।

- (a) $c_1 c_2 > r_1 + r_2$
 (b) সাধারণ স্পর্শক হবে 4 টি
 (c) $s_1 - s_2 = 0$ মৌলিক অক্ষ নির্দেশ করে।
 (d) $c_1 c_2$ কে $r_1 : r_2$ অনুপাতে অন্তঃবিভক্ত করলে তীর্যক সাধারণ স্পর্শকদ্বয়ের ছেদবিন্দু পাওয়া যায়।



Case-05: একটি বৃত্ত আর একটি বৃত্তের অভ্যন্তরে থাকলে,

- (a) $c_1 c_2 < r_1 \sim r_2$
 (b) সাধারণ স্পর্শক নেই।
 (c) $s_1 - s_2 = 0$ মৌলিক অক্ষ

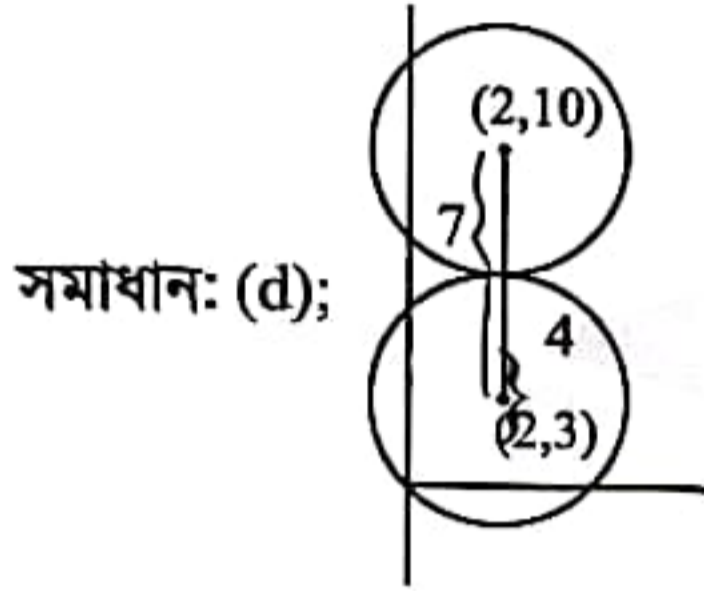
**Related Questions:**

01. $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$ বৃত্তটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে a এর মান কত? [SUST'19-20]
 (a) $\sqrt{2}$ (b) 1 (c) $-\sqrt{2}$ (d) $1 + \sqrt{2}$ (e) $1 - \sqrt{2}$

সমাধান: (d); ১ম বৃত্তের কেন্দ্র $(-1,1)$, ব্যাসার্ধ = 1

$$c_1 c_2 = r_2 - r_1 \Rightarrow \sqrt{1^2 + 1^2} = a - 1 \therefore a = 1 + \sqrt{2}$$

02. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ এবং $(x-2)^2 + (y-10)^2 = 9$ বৃত্তদ্বয়ের স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক- [DU'15-16]
 (a) (2,3) (b) (16,9) (c) (2,10) (d) (2,7)



$$\therefore \text{স্পর্শবিন্দু } (2, 3 + 4) \equiv (2, 7)$$

03. $x^2 + y^2 - 6x = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 8y = 0$ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [JnU'16-17]
 (a) 1 (b) 5 (c) 7 (d) 10

সমাধান: (b); $x^2 + y^2 - 6x = 0$ এর কেন্দ্র $(3, 0)$; $x^2 + y^2 - 8y = 0$ এর কেন্দ্র $(0, 4)$ \therefore দূরত্ব = $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Question Type-12: কোন সরলরেখা বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত

- (a) $y = mx + c$, $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে, $c = \pm a\sqrt{1 + m^2}$
 (b) বৃত্তের কেন্দ্র হতে সরলরেখাটির লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হবে।

Related Questions:

01. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ বৃত্তের একটি স্পর্শক- [DU'18-19]
 (a) $x = 0$ (b) $x = 2$ (c) $y = 2$ (d) $y = 4$

সমাধান: (a); $C \equiv (-1, 2)$, $r = \sqrt{1^2 + 2^2 - 4} = 1$

স্পর্শক হবার শর্ত: কেন্দ্র থেকে দূরত্ব = ব্যাসার্ধ; a option এর জন্য কেন্দ্র থেকে দূরত্ব = $\left| \frac{1}{\sqrt{1}} \right| = 1 = r$

02. $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটির কেন্দ্র- [DU'18-19]
 (a) $(1, 2/3)$ (b) $(5/6, 1)$ (c) $(5/3, 1)$ (d) $(2/3, -1)$

সমাধান: (b); $x^2 + y^2 - \frac{5}{3}x - 2y + \frac{4}{3} = 0 \therefore C = \left(\frac{5}{6}, 1 \right)$





03. $y - 3x = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10$ বৃত্তকে-

[RU'15-16]

- (a) ছেদ করে (b) বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায় (c) স্পর্শ করে (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (a,b) ; (a) এবং (b) দুটি Option ই Correct। কারণ, $y - 3x = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10$ বৃত্তকে (1,3) এবং (-1,-3) বিন্দু দুটিতে ছেদ করে। আবার, $y - 3x = 0$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী রেখা অর্থাৎ, $x^2 + y^2 = 10$ বৃত্তের কেন্দ্র (0,0) দিয়ে যায়।

04. $3x + by - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে b এর মান নির্ণয় কর।

[RU'08-09,09-10,JU'10-11,11-12,KU'15-16]

- (a) 2 (b) 1 (c) 5 (d) 10

সমাধান: $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র $\equiv (4, 1)$ এবং ব্যাসার্ধ $= \sqrt{13}$ একক

এখন, $3x + by - 1 = 0$ রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করায়, বৃত্তের কেন্দ্র হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব = বৃত্তটির ব্যাসার্ধ হবে।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{|3 \times 4 + b \times 1 - 1|}{\sqrt{3^2 + b^2}} = \sqrt{13} \Rightarrow (b + 11)^2 = 13(9 + b^2) \Rightarrow b^2 + 22b + 121 = 117 + 13b^2$$

$$\Rightarrow 12b^2 - 22b - 4 = 0 \Rightarrow (b - 2) \left(b + \frac{1}{6}\right) = 0 \therefore b = (2) \text{ অথবা } b = \left(-\frac{1}{6}\right) \text{ (Ans.)}$$

05. $y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তটিকে স্পর্শ করার শর্ত কী?

[Ans: d][CU'06-07,05-06,JU'14-15,RU'14-15]

- (a) $c = a\sqrt{1 + m^2}$ (b) $c = -a\sqrt{1 + m^2}$ (c) $c = \pm a\sqrt{1 + m^2}$ (d) সবকয়টি

Question Type-13: বৃত্তের সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান

প্রদত্ত বিন্দু $p(x_1, y_1)$ এর জন্য প্রযুক্ত বৃত্ত $c = 0$ হলে,

- (a) $c_p = 0$ হলে p বিন্দুটি বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থান করে।
 (b) $c_p < 0$ হলে p বিন্দুটি বৃত্তের ভেতরে অবস্থান করে।
 (c) $c_p > 0$ হলে p বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থান করে।

Related Questions:

01. $x^2 + y^2 = 37$ বক্ররেখাটি কোন বিন্দু দিয়ে যায়?

[JU'14-15]

- (a) (-5,3) (b) (6,2) (c) (5,2√3) (d) (-5,2√3)

$$\text{সমাধান: (c, d); } 5^2 + (2\sqrt{3})^2 = (-5)^2 + (2\sqrt{3})^2 = 25 + 4 \cdot 3 = 25 + 12 = 37$$

$\therefore (5, 2\sqrt{3})$ ও $(-5, 2\sqrt{3})$ উভয় বিন্দু দিয়ে বক্ররেখাটি যাবে।

Question Type-14: বৃত্তের পোলার সমীকরণ

বৃত্তের সমীকরণে, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ বসালেই পোলার সমীকরণ পাওয়া যায়।

বৃত্তের মৌলিক অক্ষ:

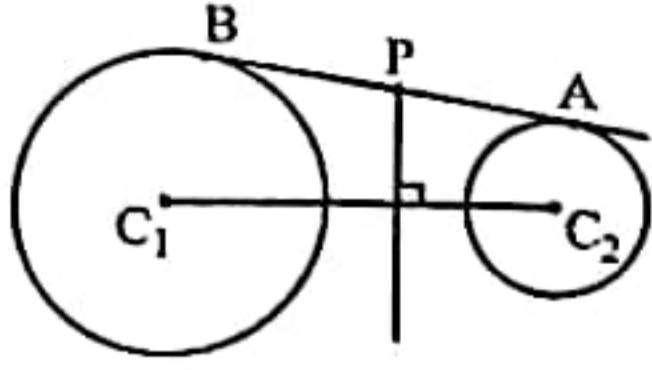
দুটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখার উপর লম্ব যে সরলরেখার উপরিস্থিত যেকোন বিন্দু হতে বৃত্তদ্বয়ের উপর অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সর্বদা সমান সেই সরলরেখাকে মৌলিক অক্ষ (Principle axis) বলে।





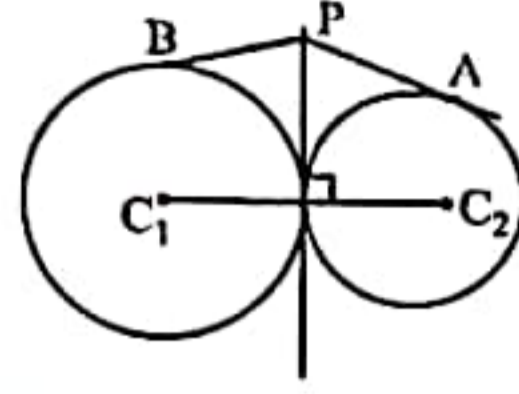
মৌলিক অক্ষের সমীকরণ নির্ণয়ঃ

দুটি বৃত্তের সমীকরণে x^2 ও y^2 এর সহগদ্বয় 1 বানিয়ে সমীকরণদুটি বিয়োগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। প্রাপ্ত সরলরেখাই মৌলিক অক্ষ নির্দেশ করে।



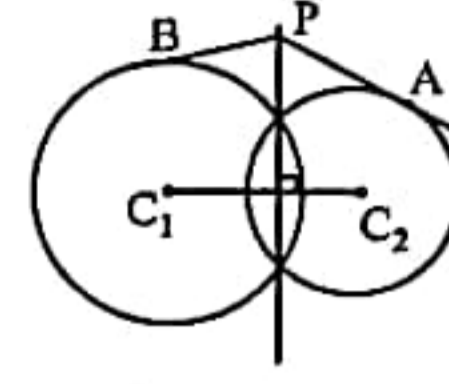
মৌলিক অক্ষ

শর্ত: $PA = PB$



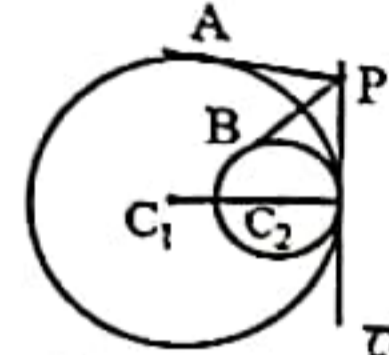
মৌলিক অক্ষ বা স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শক

শর্ত: $PA = PB$

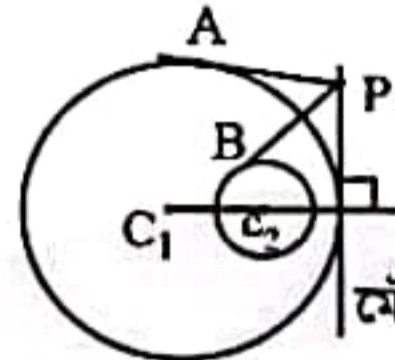


মৌলিক অক্ষ বা সাধারণ

জ্যা শর্ত: $PA = PB$



মৌলিক অক্ষ বা
শর্ত: $PA = PB$ স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শক



শর্ত: $PA = PB$

Related Questions:

01. পোলার স্থানাঙ্কে $r^2 - 2r \sin \theta = 3$ একটি বৃত্তের সমীকরণ। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ হবে-

[DU'20-21]

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 6

সমাধান: (a); $r^2 - 2r \sin \theta = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \therefore g = 0, f = -1, c = -3$

$\therefore r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{0 + 1 - (-3)} = 2$

02. $x^2 + y^2 - by = 0$ বৃত্ত (circle) এর সমীকরণ পোলার স্থানাঙ্ক (polar coordinate) এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে সমীকরণটি হবে-

[JnU'15-16]

(a) $r = b \sin \theta$

(b) $r = b \cos \theta$

(c) $x = y \sin \theta$

(d) $r = b$

সমাধান: (a); Substituting, $x = r \cos \theta$; $y = r \sin \theta$

$r^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - b.r \sin \theta = 0 \Rightarrow r = b \sin \theta$

Question Type-15: বিবিধ

01. 3 টি বৃত্তের (Circle) কেন্দ্র (0, 0)। ১ম বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\sqrt{2}$, ২য় বৃত্তের ব্যাস 16 এবং ৩য় বৃত্তের ব্যাস 36। নিচের কোনটি সঠিক?

[Ans: a,b,c][CU'16-17]

(a) 1st circle \subset 2nd circle

(b) 2nd circle \subset 3rd circle

(c) 1st circle \cup 2nd circle \cup 3rd circle = 3rd circle

(d) 1st circle \cap 2nd circle \cap 3rd circle = $\{(0,0)\}$

(e) 1st circle \cap 2nd circle \cap 3rd circle = \emptyset

