অধ্যায়-০৫: বিন্যাস ও সমাবেশ

Question Type-01: বিন্যাসের সাধারণ আলোচনা

- কতগুলো জিনিস হতে কয়েকটি বা সবকয়টি একবারে নিয়ে যত প্রকারে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায়, তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।
- সাধারণত প্রশ্নের মধ্যে সাজানো বা বিন্যাস্ত করা বা সংখ্যা গঠন বা শব্দ গঠন বা মন্ত্রীসভা গঠন উল্লেখ থাকলে বিন্যাস হয়।
- n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস বিবেচনা করলে-

  তাদের বিন্যাস সংখ্যা $^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}[n, r \in z^+;\ n \geq r]$
- $^nP_1 = n,\ ^nP_2 = n(n-1),\ ^nP_3 = n(n-1)(n-3)$.......... and so on.

Related Questions:

01. $n_{C_2} = 10$ হলে, n এর মান কত? [JU'20-21]

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7

সমাধান: (b); $^nC_2 = 10 \Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 10 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2\times(n-2)!} = 10$

$\Rightarrow n^2 - n = 20 \Rightarrow n^2 - n - 20 = 0 \Rightarrow n^2 - 5n + 4n - 20 = 0$

$\Rightarrow n(n-5) + 4(n-5) = 0 \Rightarrow (n-5)(n+4) = 0$

$\therefore n = 5$ [$n = -4$ গ্রহণযোগ্য নয়]

02. যদি $^nP_5 = 60\ ^{n-1}P_3$ হয়, তাহলে n এর মান কত? [RU'20-21]

(a) 10 (b) 6 (c) 12 (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (a); $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 60(n-1)(n-2)(n-3)$

$\Rightarrow n^2 - 4n = 60 \Rightarrow n^2 - 4n - 60 = 0 \Rightarrow n^2 - 10n + 6n - 60 = 0$

$\Rightarrow n(n-10) + 6(n-10) = 0 \therefore n = 10$

03. যদি $^nP_r = 336$ এবং $^nC_r = 56$ হয় তবে 'n' =? [CU'20-21]

(a) 3 (b) 6 (c) 8 (d) 10

সমাধান: (c); $^nP_r = {}^nC_r \times r! \Rightarrow 336 = 56 \times r! \Rightarrow r! = 6 \therefore r = 3$; $^nC_3 = 56 \therefore n = 8$

04. $^nP_4 = {}^nP_3$ হলে 'n' এর মান কত? [CU'20-21]

(a) 7 (b) 4 (c) 2 (d) 5

সমাধান: (b); $^nP_4 = {}^nP_3 \Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = n(n-1)(n-2) \Rightarrow n-3 = 1 \therefore n = 4$

05. $^nP_4 = 6\,^nP_3$ হলে n এর মান কত? [Agri. Guccho'19-20]

(a) 9 (b) 10 (c) 8 (d) 6

সমাধান: (a); $^nP_4 = 6 \times {}^nP_3 \Rightarrow \frac{\lfloor n}{\lfloor n-4} = 6 \times \frac{\lfloor n}{\lfloor n-3} \Rightarrow \frac{1}{(n-4)!} = \frac{6}{(n-3)(n-4)!} \Rightarrow n-3 = 6 \therefore n = 9$

06. 10 বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা কয়টি? [Agri. Guccho'19-20]

(a) 45 (b) 90 (c) 25 (d) 35

সমাধান: (d); n বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা $= {}^{n}C_2 - n$

10 বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা $= {}^{10}C_2 - 10 = \frac{10\times9}{1\times2} - 10 = 35$

07. $n(n-1)(n-2)\ldots(n-8)$ কে বিন্যাস সূত্রে প্রকাশ করলে কী হবে? [Ans: c][CU'16-17]

(a) ${}^{n}C_8$ (b) ${}^{n}P_8$ (c) ${}^{n}P_9$ (d) ${}^{n}C_9$

08. ${}^{6}P_4$ এর মান কত? [Ans: b][CU'15-16]

(a) 15 (b) 360 (c) 25 (d) 160

09. হিমেলের ড্রইং রুমে 4টি ছবি ঝুলানো আছে। সে সেখান থেকে 2 টি করে ছবি নিয়ে 1 টি ডাইনিং রুমে ও 1 টি বেড রুমে ঝুলাতে চায়। কতভাবে সে কাজটি করতে পারবে? [RU'14-15]

(a) 6 (b) 12 (c) 24 (d) 2

সমাধানঃ (b); ${}^{4}P_2 = 4 \times 3 = 12$

10. যদি ${}^{n}P_4 = 14\,{}^{n-2}P_3$ হয় তাহলে n এর মান কত- [JU'09-10,RU'12-13,CU'14-15,JU'14-15]

(a) 5 বা 6 (b) 7 বা 8 (c) 9 বা 10 (d) 11 বা 12

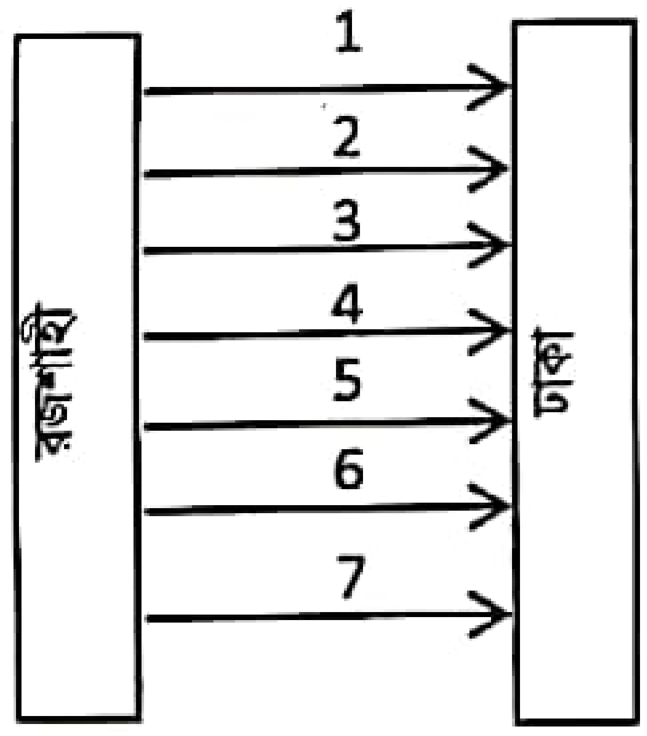
সমাধানঃ (b); ${}^{n}p_4 = 14\,{}^{n-2}P_3 \Rightarrow \frac{n!}{(n-4)!} = 14\frac{(n-2)!}{(n-2-3)!} \Rightarrow \frac{n(n-1)}{(n-4)} = 14 \Rightarrow n^2 - n = 14n - 56$

$\Rightarrow n^2 - 15n + 56 = 0 \Rightarrow n = 7, 8$

Question Type-02: বিন্যাসের মূলনীতি

- তিনটি স্থানের মধ্যে প্রথম স্থান হতে দ্বিতীয় স্থানে যাওয়ার উপায় m এবং দ্বিতীয় স্থান হতে তৃতীয় স্থানে যাওয়ার উপায় n হলে, একজন লোকের পক্ষে দ্বিতীয় স্থানটি মাঝখানে রেখে ১ম স্থান হতে তৃতীয় স্থানে যাওয়ার সম্ভাব্য মোট উপায় $= m\times n$

- দুটি স্থানের মধ্যে যাওয়া-আসার উপায়ঃ
দুটি স্থানের মধ্যে n সংখ্যক পরিবহনের বাস চলাচল বা যাতায়াত বা যাওয়া-আসা করলে প্রথম স্থান হতে দ্বিতীয় স্থানে একটি পরিবহনের বাসে গিয়ে অপর যে কোন পরিবহনের বাসে করে প্রথম স্থানে ফিরে আসার সম্ভাব্য মোট উপায় $= n(n-1)$
Example: রাজশাহী হতে ঢাকা প্রতিদিন 7 টি ট্রেন যাতায়াত করে। নক্ষত্র কতভাবে এক ট্রেনে রাজশাহী হতে ঢাকা গিয়ে অপর ট্রেনে ফিরে আসতে পারবে?
সমাধানঃ



নক্ষত্র রাজশাহী হতে ঢাকা গিয়ে অপর ট্রেনে ফিরে আসার উপায় $= (7 \times 6) = 42$ (Ans.)

Question Type-03: n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস নিয়ে বিন্যাস

- কিছু অক্ষর/বর্ণ বা কিছু অঙ্ক নিয়ে বিন্যাস করতে বললে শব্দটিতে মোট বর্ণ বা অঙ্কের সংখ্যা হিসাব করে ^nP_r এর সূত্র বসিয়ে দিলেই নির্ণেয় বিন্যাস পাওয়া যাবে; যেখানে n মোট বর্ণ বা অঙ্কের সংখ্যা এবং r হলো যতটি বর্ণ বা অঙ্ক নিয়ে বিন্যাস করতে হবে।

Example: Cautlons শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 4 টি নিয়ে কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ তৈরী করা সম্ভব?

সমাধানঃ Cautlons শব্দটিতে 8 টি বিভিন্ন অক্ষর আছে। 8 টি থেকে প্রতিবার 4 টি করে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা হবে $= {}^8P_4 = 1680$

Related Questions:

01. 'PROFESSOR' শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবার চারটি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়? **[JU'18-19]**

(a) 738 (b) 512 (c) 1024 (d) 653

সমাধানঃ **(a);** PFE $\boxed{OO}$ $\boxed{SS}$ $\boxed{RR}$

4 টিই ভিন্ন $^6C_4 \times 4! = 360$

2 টি ভিন্ন, 2 টি একই $^3C_1 \times {}^5C_2 \times \frac{4!}{2!} = 360$

2 টি একই, 2 টি একই $^3C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 18 \therefore 360 + 360 + 18 = 738$

Question Type-04: সবগুলি বস্তু বিভিন্ন নহে এরূপ ক্ষেত্রে বিন্যাস

- যদি n সংখ্যক বস্তুর মধ্যে p সংখ্যক বস্তু এক প্রকার, q সংখ্যক দ্বিতীয় প্রকার, r সংখ্যক তৃতীয় প্রকার এবং অবশিষ্ট সবগুলি বস্তু ভিন্ন ভিন্ন হয়, তাহলে n সংখ্যক বস্তুর সবগুলি এক সঙ্গে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{n!}{p!\, q!\, r!}$

Example: Mississippi শব্দটির সবগুলি অক্ষর একসঙ্গে নিয়ে মোট কতগুলি বিন্যাস পাওয়া যাবে?

সমাধানঃ Mississippi শব্দটিতে মোট 11 টি অক্ষর আছেঃ যার মধ্যে 4 টি s, 4 টি i, 2 টি p আছে এবং অবশিষ্ট 1 টি স্বতন্ত্র।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{4!\,4!\,2!} = 34650$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. RAJSHAHI শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়? **[JU'17-18]**

(a) 10080 (b) 10040 (c) 10060 (d) 10050

সমাধানঃ (a); RAJSHAHI 8 টি বর্ণ ; A ও H দুইবার করে। বিন্যাস $= \frac{8!}{2!2!} = 10080$

02. 'HATHAZARI' শব্দটির অক্ষরগুলি নিয়ে কত প্রকার বিন্যাস হবে? **[CU'11-12,RU'17-18]**

(a) $9!$ (b) $\frac{9!\times3!}{2!}$ (c) $\frac{9!}{2!\times3!}$ (d) $4!$ (e) $\frac{9!}{4!}$

সমাধান: **(c);** মোট বর্ণ 9টি, H 2টি, A 3টি, $\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{9!}{2!\times3!}$

03. 'ADMISSION' শব্দটির সবগুলো বর্ণকে একবারে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়? **[Ans: a][KU'14-15]**

(a) $\frac{9!}{2!2!}$ (b) 9! (c) $^9P_4$ (d) কোনটিই নয়

সমাধান: **(a);** মোট বর্ণ 9টি I 2টি, S 2টি ; $\therefore$ মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{9!}{2!\times2!}$

Question Type-5: কিছু সংখ্যক বস্তু বা বর্ণ একত্রে রেখে বা একত্রে না রেখে বিন্যাস

- যদি প্রশ্নে উল্লেখ থাকে যে কতগুলো বর্ণ বা বস্তু একত্রে থাকবে। তবে তাদেরকে একটি মাত্র বর্ণ বা বস্তু বিবেচনা করে মোট বর্ণের বিন্যাস সংখ্যার সঙ্গে যে বর্ণ বা বস্তুগুলো একত্রে থাকবে তাদের নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা গুণ করতে হবে।

Example: Triangle শব্দটির বর্ণগুলিকে কতভাবে সাজানো যায়, যেখানে স্বরবর্ণগুলি সর্বদা একত্রে থাকবে?

সমাধান: Triangle শব্দটিতে মোট = 8 টি (সবই ভিন্ন) এবং স্বরবর্ণ = 3 টি।

যেহেতু স্বরবর্ণ তিনটি একত্রে থাকবে, সেহেতু স্বরবর্ণ তিনটিকে একটি মাত্র বর্ণ ধরে মোট বর্ণ সংখ্যা 6 টি।

এই 6 টি বর্ণকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় = 6! উপায়ে আবার, স্বরবর্ণ তিনটিকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় 3! উপায়ে।

$\therefore$ সর্বমোট বিন্যাস সংখ্যা $= 6! \times 3! = 4320$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. 'Geometry' শব্দটির বর্ণগুলির সবগুলি একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় যেন প্রথম ও শেষ অক্ষর 'e' থাকে? **[DU'19-20]**

(a) 360 (b) 20160 (c) 720 (d) 30

সমাধান: (c); Total 8 letter, where no of 'e' = 2

$\therefore$ No. of arrangements keeping 'e' as first and last letter $= 6! = 720$

02. ENGINEERING শব্দটির বর্ণগুলোকে যত প্রকারে সাজানো যায় তার কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে? **[RU'14-15]**

(a) $\frac{7!5!}{3!2!}$ (b) $\frac{7!5!}{3!3!2!2!}$ (c) $\frac{8!3!}{3!2!}$ (d) $\frac{6!5!}{3!3!2!2!}$

সমাধান: (b); E, E, E; N, N, N; G, G; I, I; R : $\frac{7!}{3! \times 2!} \times \frac{5!}{3!.2!}$

03. 'DIGITAL' শব্দটির বর্ণগুলিকে মোট কত প্রকারে সাজানো যাবে যেখানে স্বরবর্ণগুলি (Vowels) সর্বদা একত্রে থাকবে?

(a) 60 (b) 100 (c) 120 (d) 40 **[JnU'14-15]**

সমাধান: (none);DIGI TAL শব্দে স্বরবর্ণ: I, I, A (3 টি) $\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা: $|\underline{5} \times \frac{|\underline{3}}{|\underline{2}} = 360$

Question Type-06: কিছু সংখ্যকে বস্তু বা বর্ণ বিশেষ অবস্থানে রেখে বিন্যাস

কতগুলি বর্ণ বা বস্তু বিশেষ স্থানে অবস্থিত এরূপ ক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা বের করতে হলে যেসব বর্ণ বিশেষ স্থানে বসবে তাদেরকে প্রথমে বিশেষ স্থানে বিন্যাস করে অবশিষ্ট বর্ণগুলো বাকী স্থানে বিন্যাস করে দু'টির বিন্যাস সংখ্যা গুণ করতে হয়।

Example: ব্যঞ্জনবর্ণগুলো কেবল বিজোড় স্থানে রেখে Equation শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায়?

সমাধান: Equation শব্দটিতে মোট বর্ণ = 8 টি, ব্যাঞ্জন বর্ণ = 3 টি, স্বরবর্ণ = 5 টি।

1	2	3	4	5	6	7	8
○		○		○		○	

4 টি অবস্থান বিজোড় (প্রথম, তৃতীয়, পঞ্চম, সপ্তম)। সুতরাং 3 টি ব্যঞ্জনবর্ণকে 4 টি বিজোড় স্থানে সাজানোর উপায় $= {}^4P_3$। এবং বাকী 5 টি স্থানে 5 টি স্বরবর্ণ সাজানো যায় = 5! ভাবে।

$\therefore$ মোট বিন্যাস সংখ্যা $= {}^4P_3 \times 5! = 2880$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. INSTITUTE শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলো বিজোড় স্থানে থাকবে? **[JU'19-20]**

(a) 3000 (b) 240 (c) 1200 (d) 4000

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); মোট অক্ষর 9 টি, ব্যঞ্জনবর্ণ 5 টি (NSTTT), বিজোড় স্থান 5 টি (1, 3, 5, 7, 9)

সাজানোর উপায় $= \frac{5!}{3!} \times \frac{4!}{2!} = 240$

02. ADMISSION শব্দটির A ও D কে দুই প্রান্তে রেখে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে? [KU'19-20]

(a) 2020 (b) 2025 (c) 2520 (d) 2525

সমাধানঃ (c); A M $\boxed{I}$ $\boxed{SS}$ $\boxed{I}$ O N D ; এখানে 'A' ও 'D' দুপ্রান্তে থাকলে মোট 7 টি বর্ণকে (যেখানে 'S' দুইবার ও 'I' দুইবার আছে) সাজানো যায় $= \frac{7!}{2!\times 2!}$ প্রকারে বা 1260 প্রকারে। A ও D এর অবস্থান বিনিময় করা যায় 2! প্রকারে।

∴ সাজানো যায় $(1260 \times 2!)$ প্রকারে $= 2520$ প্রকারে।

03. EXAMINATION শব্দটির বর্ণগুলি হতে প্রত্যেকবার 4 টি করে বর্ণ নিয়ে শব্দ গঠন করা হলে, এদের কতগুলিতে এক প্রান্তে N ও অন্য প্রান্তে A থাকবে? [KU'18-19]

(a) 55 (b) 57 (c) 59 (d) 114

সমাধানঃ (d); $\square\ \underbrace{\square\ \square}_{\substack{\text{EXM NTAO} \\ 11}}\ \square$ মোট উপায় $= ({}^{1}C_{1} + {}^{8}C_{2} \times 2!) \times 2! = 114$

04. প্রতিবার প্রথমে ও শেষে C রেখে CALCULUS শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়? [BAU'18-19]

(a) 90 (b) 180 (c) 280 (d) 360

সমাধানঃ (b); $\frac{6!}{2!2!} = 180$

05. 'MATHEMATICS' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত রকমে সাজানো যাবে যেখানে প্রথম ও শেষ স্থানে 'T' থাকবে? [DU'16-17]

(a) 10080 (b) 9680 (c) 50720 (d) 90720

সমাধানঃ (d); শব্দ সংখ্যা $= \frac{9!}{2!2!} = 90720$

06. 'BANGLADESH' শব্দটিকে DESH এর অবস্থান পরিবর্তন না করে কতভাবে সাজানো যাবে? [JnU'16-17]

(a) 720 (b) 360 (c) 2520 (d) 60480

সমাধানঃ (b) ; $\frac{6!}{2!} = 360$

07. 'CALCULUS' শব্দটিকে কত উপায়ে সাজালে 'U' বর্ণটি সবসময় শুরুতে এবং শেষে উভয় জায়গায় থাকবে?

[DU'00-01,05-06,11-12 ,RU'08-09,JnU'15-16]

(a) 90 (b) 280 (c) 180 (d) 360

সমাধানঃ (c); শুরুতে এবং শেষে U রেখে বাকী 6 টি বর্ণকে (2 টি C, 2 টি L) সাজানো যাবে $\frac{6!}{2!2!}$ উপায়ে বা 180 উপায়ে সাজানো যাবে।

08. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?

(a) 720 (b) 2880 (c) 180 (d) 5040 [RU'09-10,DU'14-15]

সমাধানঃ (b); COURAGE শব্দটিতে স্বরবর্ণ 4 টি। ∴বিন্যাস সংখ্যা $= 4 \times 6! = 4 \times 720 = 2880$

Question Type-07: কতগুলি বর্ণ বা বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে এরূপ ক্ষেত্রে বিন্যাস

যে বর্ণগুলো সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে, প্রথমেই তাদেরকে প্রাপ্য স্থানগুলিতে সাজাতে হয়। তারপর অন্য স্থান গুলিতে বাকী বর্ণগুলিকে সাজাতে হয়। এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা ${}^{r}P_{m} \times {}^{n-m}P_{r-m}$; যেখানে n হচ্ছে মোট জিনিসের সংখ্যা, r হচ্ছে যতগুলো জিনিস নিয়ে বিন্যাস করতে হবে এবং m হচ্ছে বিশেষ বস্তুর সংখ্যা।

Example: Chemistry শব্দটি হতে পাঁচটি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়; যদি m, y অবশ্যই অন্তর্ভুক্ত থাকে?

সমাধানঃ Chemistry শব্দেটিতে মোট বর্ণ = 9 টি। যেহেতু m এবং y সব বিন্যাসেই অন্তর্ভুক্ত থাকবে। অতএব, এই দুইটি বর্ণের জন্য পাঁচটি অবস্থানের দুটি অবস্থান নেয়া যায় $= {}^{5}P_{2}$ ভাবে।

আবার, বাকী তিনটি ফাঁকা স্থানে অবশিষ্ট 7 টি বর্ণকে বিন্যস্ত করা যায় $= {}^{7}P_{3}$ ভাবে।

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা ${}^{5}P_{2} \times {}^{7}P_{3} = 4200$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. $^nC_4 = 15, ^{n+1}C_5 = 21$ হলে, $^np_5$ এর মান কত? **[Agri. Guccho'20-21]**

(a) 6! (b) 5 (c) 5! (d) $\frac{6}{5!}$

সমাধান: (a); $^nC_5 + {}^nC_4 = {}^{n+1}C_5 \Rightarrow {}^nC_5 = 21 - 15 = 6$

$^nP_5 = {}^nC_5 \times 5! = 6 \times 5! = 6!$

02. 9 সংখ্যক উপাদান থেকে একবারে কতগুলো উপাদান নিলে তাদের বিন্যাস ও সমাবেশ সমান হবে? **[SUST'19-20]**

(a) 1 এবং 8 (b) 1 এবং 9 (c) 0 এবং 9 (d) 0 এবং 1 (e) 0 এবং 8

সমাধানঃ (d); $^9P_r = {}^9C_r \Rightarrow \frac{9!}{(9-r)!} = \frac{9!}{(9-r)!\times r!}$ $\therefore r! = 1$ $\therefore r = 0,1$

03. JAGANNATH শব্দটির বর্ণগুলোকে 'দুটি N পূর্বের জায়গায় সর্বদা থাকবে'- এই শর্তে কতভাবে বিন্যাস্ত করা যায়?**[JnU'17-18]**

(a) 7! (b) $\frac{7!}{3!}$ (c) $\frac{7!}{2!}$ (d) $\frac{9!}{2!3!}$

সমাধানঃ **(b);** এক্ষেত্রে উভয় পাশের 7 টি gap পূরণ করতে হবে যার 3 টি একই বর্ণ, কাজেই $\frac{7!}{3!}$ টি উপায়ে।

Question Type-08: কতগুলি বর্ণ বা বস্তু কখনও অন্তর্ভুক্ত থাকবে না এরূপ ক্ষেত্রে বিন্যাস

এক্ষেত্রে যে বর্ণ বা বস্তু কখনও অন্তর্ভুক্ত থাকবে না তারা মোট সংখ্যার মধ্যে নাই ধরতে হবে। এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{n-m}P_r$; যেখানে n হচ্ছে মোট জিনিসের সংখ্যা, r হচেছ যতগুলো জিনিস নিয়ে বিন্যাস করতে হবে এবং m হচ্ছে বিশেষ বস্তুর সংখ্যা।

Example: 26 টি বর্ণমালা হতে 5 টি বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দের সংখ্যা নির্ণয় কর, যাদের কোনটিতেই R ও T বর্ণ দুটি থাকবে না।

সমাধানঃ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{24}P_5 = 5100480$ **(Ans.)**

Question Type-09: কিছু সংখ্যক বস্তু বা বর্ণ স্থান স্থির থাকবে

প্রশ্নের মধ্যে কতগুলো বর্ণ বা বস্তু স্থির থাকবে অথবা অপরিবর্তিত থাকবে অথবা স্থান পরিবর্তন করবে না অথবা বাদ থাকবে উল্লেখ থাকলে তাদেরকে একেবারেই বিরক্ত না করে তাদের নিজ নিজ অবস্থানে স্থির রেখে অবশিষ্টগুলো নিয়ে বিন্যাস নির্ণয় করতে হবে।

Example: কোন স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে Director শব্দটির বর্ণগুলিকে কতভাবে সাজানো যায়?

সমাধানঃ Director শব্দটিতে তিনটি স্বরবর্ণ I, E, O কে নিজ নিজ স্থানে রেখে বাকী 5 টি বর্ণকে সাজানো যায় $= \frac{5!}{2!} = 60$ ভাবে।

2! দিয়ে ভাগ করা হয়েছে। কারণ 2 টি R আছে। **(Ans.)**

Related Questions:

01. Permutation শব্দটির বর্ণগুলির মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলিকে যত রকমে পুনরায় সাজানো যেতে পারে তার সংখ্যা- **[RU'19-20]**

(a) 360 (b) 359 (c) 361 (d) 349

সমাধানঃ **(b);** স্বরবর্ণগুলিকে নিজ স্থানে স্থির রেখে বাকি 6 টি বর্ণকে 6 টি স্থানে সাজানো যায় $\frac{6!}{2!}$ প্রকারে $= 360$ প্রকারে।

$\therefore$ পুনর্বিন্যাস $= (360 - 1) = 359$ প্রকার।

02. "Permutation" শব্দটির বর্ণগুলোর মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলোকে কত রকমে পুনরায় সাজানো যাবে?

(a) 360 (b) 460 (c) 459 (d) 359 **[DU'18-19]**

সমাধানঃ (d); স্বরবর্ণগুলোকে পেরেক মেরে আটকে দিয়ে বাকী p, r, m, t, t, n কে সাজাই $= \frac{6!}{2!} = 360$ উপায়ে।

খেয়াল কর: "পুনরায়", তাই 359।

Question Type-10: কিছু সংখ্যক বস্তু বা বর্ণ একই ক্রমে রেখে বিন্যাস

কতগুলো বর্ণ বা বস্তু একই ক্রমে রেখে বিন্যাস করতে হলে যে বর্ণ বা বস্তুগুলো একই ক্রমে থাকবে তাদেরকে নিজেদের মধ্যে যতভাবে সাজানো যায় সেই সংখ্যা দিয়ে মোট বিন্যাস সংখ্যাকে ভাগ করতে হবে।

Example: Violent শব্দের বর্ণগুলিকে কতভাবে পূণর্বিন্যাস করা যায়, যদি স্বরবর্ণগুলি ক্রম পরিবর্তন না করে?

সমাধান: I, E, O স্বরবর্ণগুলি ক্রম পরিবর্তন করবে না বলে, এদের এক জাতীয় বর্ণ বিবেচনা করে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{3!} = 840$

$\therefore$ পূণর্বিন্যাস সংখ্যা $= (840 - 1) = 839$ **(Ans.)**

Question Type-11: আপেক্ষিক অবস্থান অপরিবর্তিত রেখে বিন্যাস

স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান অপরিবর্তিত রেখে বিন্যাস করতে হলে স্বরবর্ণগুলোকে স্বরবর্ণের স্থানে এবং ব্যঞ্জনবর্ণগুলোকে ব্যঞ্জনবর্ণের স্থানে সাজিয়ে দুটির সাজানোর সংখ্যা গুণ করতে হয়।

Example: স্বরবর্ণ এবং ব্যঞ্জনবর্ণের। আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে Director শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?

সমাধান: Director শব্দটিতে স্বরবর্ণ = 3 টি এবং ব্যঞ্জনবর্ণ = 5 টি (তার মধ্যে 2 টি R)

স্বরবর্ণ 3 টিকে নিজ স্থানে সাজানো যায় = 3! ভাবে। আবার, ব্যঞ্জনবর্ণ 5 টিকে নিজ স্থানে সাজানো যায় $= \frac{5!}{2!}$ ভাবে।

$\therefore$ সর্বমোট বিন্যাস সংখ্যা $= 3! \times \frac{5!}{2!} = 360$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. 'Public' শব্দটির বর্ণগুলোর মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলোকে কত রকমে পুনরায় সাজানো যেতে পারে?

(a) 24 (b) 23 (c) 25 (d) 720 **[JU'11-12]**

সমাধান: (b); পুনরায় সাজানো যায় $= {}^4p_4 - 1 = 23$ উপায়ে।

Question Type-12: দুটি গ্রুপ বস্তু নিয়ে বিন্যাস

M সংখ্যক স্বতন্ত্র বস্তু হতে R সংখ্যক এবং N সংখ্যক বস্তু হতে S সংখ্যক স্বতন্ত্র বস্তু নিয়ে যতগুলো বিন্যাস সৃষ্টি করা যায় তার সংখ্যা $= {}^NC_R \times {}^nC_S \times (R+S)!$

Example: 7 টি ব্যঞ্জনবর্ণ এবং 3 টি স্বরবর্ণ হলে কয়টি শব্দ গঠন করা যাবে যেখানে 3 টি ব্যঞ্জনবর্ণ এবং 2 টি স্বরবর্ণ থাকে?

সমাধান: ${}^7C_3 \times {}^3C_2 \times 5! \quad = 3^5 \times 3 \times 120 \quad = 12600$ **(Ans.)**

Question Type-13: অনধিক r সংখ্যক বস্তুকে নিয়ে নিয়ে বিন্যাস

যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে n সংখ্যক স্বতন্ত্র বস্তুর অনধিক r সংখ্যক বস্তুকে নিয়ে বিন্যাস $= \frac{n(n^r - 1)}{n-1}$

Example: 1, 2, 3 অংকগুলো দ্বারা 4 অংকের বেশি নয় এমন কতগুলো সংখ্যা তৈরী করা যাবে, যেখানে একটি অংক যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহৃত হয়?

সমাধান: এখানে, $n = 3$, $r = 4$ $\quad \therefore$ বিন্যাস $= \frac{3(3^4 - 1)}{3-1} = \frac{3 \times 80}{2} = 120$ **(Ans.)**

Question Type-14: সারিতে বিন্যাস

n সংখ্যক ব্যক্তি বা বস্তুকে একটি সারিতে সাজানোর উপায় = $n!$

Example: 7 জন ছেলে একটি লাইনে দাঁড়িয়ে কতগুলো ছবি তুলতে পারবে?

সমাধানঃ নির্ণেয় উপায় = $7! = 5040$ **(Ans.)**

Question Type-15: সারিতে পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস

m সংখ্যক বিশেষ বস্তুকে পাশাপাশি না রেখে n সংখ্যক বস্তুর সাথে একটি সারিতে সাজানোর উপায় = $n! \times {}^{n+1}P_m$

যেখানে $m \leq n+1$

Example: দুইজন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে পাশাপাশি না বসিয়ে 14 জন কলা এবং 10 জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে একটি লাইনে কত রকমে সাজানো যায়?

সমাধানঃ এখানে, $m = 10$ এবং $n = 14$

$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর উপায় = $14! \times {}^{14+1}P_{10} = 14! \times {}^{15}P_{10}$ **(Ans.)**

চক্রাকার বিন্যাস

Question Type-16: n সংখ্যক ব্যক্তিকে চক্রাকারে সাজালে বিন্যাস

n সংখ্যক ব্যক্তিকে চক্রাকারে সাজালে বিন্যাস সংখ্যা = $(n-1)!$

Example: 7 জন লোক একটি গোল টেবিলের চারপাশে কতভাবে বসতে পারবে?

সমাধানঃ নির্ণেয় বসার উপায় = $(7-1)! = 720$ **(Ans.)**

Question Type-17: ব্যান্ড, মালা, কণ্ঠহারের ক্ষেত্রে বিন্যাস

এক্ষেত্রে n সংখ্যক বস্তুকে বিন্যাস করার উপায় = $\left(\frac{n-1}{2}\right)!$ [জড় বস্তুর বিন্যাসকে উল্টানো যায় বলে 2 দ্বারা ভাগ হয়]

Example: 10 টি ভিন্ন বর্ণের পুঁথি সমন্বয়ে একটি মালা কতভাবে গঠন করা যায়?

সমাধানঃ $\frac{(10-1)!}{2} = 181440$ **(Ans.)**

Question Type-18: চক্রে বিশেষ ব্যক্তির অবস্থান নির্দিষ্ট রেখে বিন্যাস

চক্রে বিশেষ ব্যক্তির অবস্থান নির্দিষ্ট রেখে n সংখ্যক ব্যক্তিকে চক্রাকারে সাজানোর উপায় = $n!$

Example: একটি প্রতিষ্ঠানের 10 জন Directors মিটিং এর সময় তাদের চেয়ারম্যানের আসনটি নির্দিষ্ট রেখে একটি গোল টেবিলের চারপাশে কতভাবে বসতে পারবেন?

সমাধানঃ নির্ণেয় বসার উপায় = $10! = 3628800$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. দুই জন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলা বিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি গোল টেবিলের পাশে আসন নিতে পারে? **[RU'15-16]**

(a) 1480 (b) 2880 (c) 3880 (d) 2480

সমাধানঃ (b); গোল টেবিলে বসানোর ফলে, কোন কলা বিভাগের ছাত্র পাশাপাশি না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রের মাঝে ফাঁকা জায়গা পাওয়া যাবে 5 টি। $\therefore$ নির্ণেয় আসন নেওয়ার মোট উপায় = ${}^5P_5 \times (5-1)! = 2880$

Question Type-19: একই গ্রুপের সদস্যদের পাশাপাশি না রেখে চক্রাকারে বিন্যাস

দুটি সমান গ্রুপের সদস্য সংখ্যা m হলে একই গ্রুপের সদস্যদের পাশাপাশি না রেখে তাদেরকে চক্রাকারে বা গোল টেবিল বৈঠক করা যাবে $(m-1)!\ m!$

Example: টিপাইমুখ বাঁধ সমস্যা সমাধানে 5 জন বাংলাদেশী ; 5 জন ভারতীয় পানি বিশেষজ্ঞ কত উপায়ে গোল টেবিল বৈঠক করতে পারবে যেখানে একই দেশের মানুষ পাশাপাশি বসাব না?

সমাধানঃ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= (5-1)!\ 5! = 2880$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. $1, 2, 3, 4, 5, 6$ অঙ্কগুলি হতে 4 টি করে নিয়ে কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে? **[RU'08-09,JU'14-15]**

(a) 320 (b) 720 (c) 360 (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (c); $6P_4 = 360$

02. 1, 2, 3, 4, 5, 6 ও 7 থেকে পুনরাবৃত্তি ছাড়া তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা হলে কয়টি সংখ্যার মান 100 থেকে 500 এর মধ্যে?

(a) 240 (b) 60 (c) 120 (d) 480 **[DU'13-14]**

সমাধানঃ (c); মোট অংক 7 টি। 100 থেকে 500 বলায় প্রথম ঘরে বসতে পারবে (1, 2, 3, 4) মোট সংখ্যা $4\times6\times5=120$

03. কোন অংকের পুনরাবৃত্তি না করে 0, 3, 5, 6, 8 অংকগুলো দ্বারা 4000 এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

(a) 168 (b) 186 (c) 268 (d) 286 **[KU'13-14]**

সমাধানঃ **(a)**; 4000 এর বড় চার অঙ্কের সংখ্যা হলঃ

3	4	3	2

(5,6,8)

মোট সংখ্যা $= 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$

পাঁচ অঙ্কের সংখ্যা হলঃ

4	4	3	2	1

মোট সংখ্যা $= 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$

4000 এর বড় সর্বমোট সংখ্যা $= 72 + 96 = 168$

পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস

Question Type-20: পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস বিন্যাস

n সংখ্যক বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তুকে যতবার ইচ্ছা অর্থাৎ পুনরাবৃত্তিমূলকভাবে (এক বা একাধিকবার) নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= n^r$

Note: n^r সূত্রের ক্ষেত্রে (i) r হচ্ছে Compulsory element (ii) $r > n$ হতে পারে, কিন্তু ^nP_r সূত্রের ক্ষেত্রে কখনই $r > n$ হতে পারে না।

Example: দুটি অংক দ্বারা 3 টি শূন্যস্থান কতভাবে পূরণ করা যাবে?

সমাধানঃ শূন্যস্থান পূরণ করার উপায় $= 2^3 = 8$ **(Ans.)**

Related Questions:

01. 1,2,0 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলির মধ্যে কয়টি সংখ্যা 2 দ্বারা বিভাজ্য? [DU'16-17]

(a) 6 (b) 18 (c) 4 (d) 12

সমাধানঃ (d); 2 দ্বারা বিভাজ্য হলে শেষ অঙ্ক 0 বা 2, ২য় অঙ্ক 1 বা 2 বা 0 এবং ১ম অঙ্ক 1 বা 2

∴ মোট সংখ্যা $= 2 \times 3 \times 2 = 12$

02. $0, 1, 2, 3, 4, 5$, সংখ্যাগুলো দ্বারা ছয় অংক বিশিষ্ট কতটি অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায়? [RU'16-17]

(a) 610 টি (b) 720 টি (c) 560 টি (d) 600 টি

সমাধানঃ (d); কোন সংখ্যা একবার মাত্রই ব্যবহৃত হবে এমন বলা নেই।

সেহেতু অর্থপূর্ণ সংখ্যা $= 5 \times 6^5 = 38880$। কিন্তু যদি প্রত্যেক অঙ্ক একবার করে ব্যবহার করা হয় তাহলে সঠিক উত্তর হবে

(d) অর্থপূর্ণ সংখ্যা $= 6! - 5! = 600$

03. রাজশাহী শহরের টেলিফোনগুলি ছয় ডিজিট বিশিষ্ট হলে, রাজশাহীতে কত সংখ্যক টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে?

(a) 900000 (b) 90000 (c) 100000 (d) 1000000 [RU'15-16]

সমাধানঃ (d) ; কিছু বলা নেই, তাই ধরে নেওয়া হল, প্রথম ডিজিটটিও শূন্য হতে পারে।

সুতরাং, মোট টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে $= 10^6$ টি।

Written

01. OXFORD শব্দটির বর্ণগুলির যেকোনটিকে যেকোন সংখ্যকবার ব্যবহার করে চার বর্ণের যতগুলো শব্দ গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ যেহেতু যেকোনো বর্ণ যেকোনো সংখ্যক পর ব্যবহার করা যাবে। মোট ভিন্ন বর্ণ 5টি (O, X, F, R, D)

তাই চার বর্ণের শব্দ গঠন করা যাবে $5^4 = 625$ টি। [JnU'18-19]

সমাবেশ

Question Type-01: ^nC_r সম্পর্কিত বিভিন্ন সূত্র

(i) $^nC_r = {^nC_{n-r}}$; এরূপ সমাবেশকে পরিপূরক সমাবেশ (Complementary combination) বলে।

(ii) $^nC_x = {^nC_y}$ হলে $x + y = n$ অথবা, $x = y$.

(iii) $^nC_r + {^nC_{r-1}} = {^{n+1}C_r}$.

Related Questions:

01. $^{16}C_{13} = ?$ [JU'18-19]

(a) 560 (b) 650 (c) 570 (d) 500

সমাধানঃ (a); $^{16}C_{13} = {^{16}C_3} = \frac{16!}{3!13!} = 560$

02. $^nC_r + {^nC_{r-1}} = ?$ [Ans: d][JnU'17-18]

(a) $^{2n}C_r$ (b) $^nC_{2r}$ (c) $^{2n}C_{r-1}$ (d) $^{n+1}C_r$

03. $C_r^{n+1} + C_{r-1}^{n+1}$ এর মান কোনটি? [Ans: c][JU'16-17]

(a) C_{r-1}^{n+2} (b) C_{2r-1}^{2n+2} (c) C_r^{n+2} (d) কোনটিই নয়

04. ${}^5C_5 + {}^5C_4 + {}^5C_3$ এর মান কোনটি? [Ans: c][JU'16-17]

(a) 55 (b) 50 (c) 16 (d) 3

05. ${}^nC_6 = {}^nC_8$ হলে n এর মান– [JnU'12-13,16-17]

(a) 2 (b) 14 (c) 8 (d) 6

সমাধানঃ **(b);** ${}^nC_6 = {}^nC_8 \Rightarrow {}^nC_6 = {}^nC_{n-8}$ $\therefore n-8=6$ $\therefore n = 14$

06. নিচের কোনটি সত্য নয়? [যখন $n \geq r$] [Ans: d][RU'16-17]

(a) ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$ (b) ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ (c) ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (d) ${}^nC_r + {}^nP_r = {}^nP_n$

07. ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = ?$ [Ans: d][CU'16-17]

(a) ${}^{2n}C_r$ (b) ${}^nC_{2r}$ (c) ${}^{2n}C_{r-1}$ (d) ${}^{n+1}C_r$ (e) ${}^{2n}C_{2r-1}$

08. ${}^nC_{12} = {}^nC_8$ হলে ${}^{22}C_n$ এর মান কোনটি? [KU'16-17]

(a) 211 (b) 221 (c) 231 (d) 241

সমাধানঃ (c); ${}^nC_{12} = {}^nC_8 \Rightarrow n = 12 + 8 = 20$ $\therefore {}^{22}C_2 = {}^{22}C_{20} = 231$

09. 6 জন বালক এবং 5 জন বালিকার একটি দল থেকে কত উপায়ে 3 জন বালক এবং 2 জন বালিকার একটি দল গঠন করা যেতে পারে? [DU'15-16]

(a) 10 (b) 20 (c) 50 (d) 200

সমাধানঃ (d); $\therefore$ নির্ণেয় উপায় সংখ্যা $= {}^6C_3 \times {}^5C_2 = \frac{6\times5\times4}{3\times2} \times \frac{5\times4}{2} = 200$

10. ${}^nC_4 + {}^nC_3 = 70$ হলে, n এর মান কত? [JU'15-16]

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 4

সমাধানঃ (c); ${}^nC_4 + {}^nC_3 = {}^{n+1}C_4 = 70 \Rightarrow \frac{(n+1)!}{(n+1-4)!4!} = 70$

$\Rightarrow (n+1)n.(n-1)(n^2-2) = 70.4! \Rightarrow (n^2-n-2)(n^2-n) = 70\times24$

$\Rightarrow (n^2-n-1-1)(n^2-n-1+1) = 70\times24 \Rightarrow (n^2-n-1)^2 - 1 = 70\times24$

$\Rightarrow (n^2-n-1)^2 = 1681 \Rightarrow n^2-n-1 = \pm41 \Rightarrow n^2-n-1 \pm 41 = 0$

$\Rightarrow n = 7$ or $n = -6$ or, $n = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{159}}{2}i.$ or, $n = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{159}}{2}P$ $\therefore n = 7$

Alternative Solution: Option check: ${}^{n+1}C_4 = 70 \Rightarrow {}^8C_4 = 70$ $\therefore n = 7$

Question Type-02: কতগুলো জিনিস থেকে এক বা একাধিক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা

(i) n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে প্রত্যেক বার এক বা একাধিক সংখ্যক জিনিস নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা = 2^n-1, যেখানে n সংখ্যক জিনিসের প্রত্যেকটি বাছাই করার উপায় 2 টি।

(ii) n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে প্রত্যেক বার এক বা একাধিক সংখ্যক জিনিস নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা =3^n-1, যেখানে n সংখ্যক জিনিসের প্রত্যেকটি বাছাই করার উপায় 3টি।

(iii) p সংখ্যক বস্তু একরকম, q সংখ্যক বস্তু দ্বিতীয়রকম, r সংখ্যক বস্তু তৃতীয়রকম; এখান থেকে যে কোন সংখ্যক বস্তুকে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = (p+1) (q+1) (r+1)-1.

(iv) যদি কতগুলো বস্তুর মধ্যে P সংখ্যক একজাতীয়, Q সংখ্যক আর একজাতীয় এবং R সংখ্যক ভিন্ন একজাতীয় এবং বাকী S সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন হয়, তবে তাদের মধ্যে থেকে যে কোন সংখ্যক নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা/ বাছাই সংখ্যা/ নির্বাচন সংখ্যা = $(P+1)(Q+1)(2+1)\times 2^5-1$

Related Questions:

01. 10 টি বইয়ের মধ্যে 4 টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 2 টি বই সর্বদা থাকে? **[JU'19-20]**

(a) 220 (b) 28 (c) 70 (d) 45

সমাধানঃ **(b)**; বাছাইসংখ্যা = ${}^{10-2}C_{4-2}\times 1=28$

02. একজন মানুষের 6 জন বন্ধু আছে। কত প্রকারে সে তার এক অথবা একাধিক বন্ধুকে দাওয়াত দিতে পারে? **[Ans: c]**

(a) 6^2-1 (b) 5^2-1 (c) 2^6-1 (d) 2^5-1 **[CU'02-03,RU'13-14,KU'14-15]**

সমাধানঃ (c); একজন বন্ধু নিমন্ত্রিত হতে পারে আবার নাও বা পারে

একজন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করার উপায় = 2

6 জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করার উপায় = 2^6

একটি ক্ষেত্রে কোন বন্ধুই নিমন্ত্রিত হয় না।

∴ মোট (2^6-1) প্রকারে নিমন্ত্রণ করা যেতে পারে।

Question Type-03: সরাসরি সূত্র প্রয়োগ সমাবেশ

একটি নির্দিষ্ট সংখ্যক ভিন্নভিন্ন বস্তু হতে সবকয়টি বা কিছু সংখ্যক ভিন্নভিন্ন জিনিস নিয়ে সমাবেশ বা বাছাই করতে বললে: ${}^nC_r$ use করলেই হবে। যেখানে n প্রদত্ত নির্দিষ্ট সংখ্যক ভিন্নভিন্ন বস্তু এবং r হলো যতটি ভিন্নভিন্ন বস্তু নিয়ে সমাবেশ করতে হবে তার সংখ্যা।

Example: কোন একজন পরীক্ষার্থীকে 10 টি প্রশ্নের মধ্যে 7 টি প্রশ্ন উত্তর দিতে হবে। কত প্রকারে সে প্রশ্নগুলি উত্তর করতে পারবে?

সমাধানঃ নির্ণেয় উত্তর করতে পারার সংখ্যা = ${}^{10}C_7=120$ Ans.

- **কতগুলি বর্ণ বা বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে এরূপ ক্ষেত্রে সমাবেশ:**

  n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত যে সমস্ত সমাবেশে p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই থাকবে, তার সংখ্যা = ${}^{n-p}C_{r-p}$ $[p+r\leq n]$

  Example: 16 জন লোকের একটি দল হতে 7 জনকে কতভাবে নির্বাচন করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 4 জন লোক সর্বদাই থাকবে?

  সমাধানঃ নির্বাচন করার মোট উপায় = ${}^{16-4}C_{7-4}=220$ Ans.

- **কতগুলি বর্ণ বা বস্তু কখনোই অন্তর্ভুক্ত থাকবে না এরূপ ক্ষেত্রে সমাবেশ:**

  n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত যে সমস্ত সমাবেশে P সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু কখনই থাকবে না, তার সংখ্যা = ${}^{n-p}C_r$ $[p+r\leq n]$

Question Type-04: ভিন্ন রকমের কতগুলো জিনিস থেকে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা

01. 6 জন বালক এবং 5 জন বালিকা থেকে কত উপায়ে 3 জন বালক এবং 2 জন বালিকার একটি দল গঠন করা যাবে?

(a) 100 (b) 150 (c) 200 (d) 50 [RU'20-21]

সমাধান: (c); $^6C_3 \times {}^5C_2 = \frac{6\times5\times4}{1\times2\times3} \times \frac{5\times4}{1\times2} = 20 \times 10 = 200$

02. একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন থেকে 7 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম 6 টি থেকে ঠিক 4 টি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলি বাছাই করতে পারবে? [RU'18-19]

(a) 75 (b) 300 (c) 45 (d) 95

সমাধান: (b); বাছাই $= {}^6C_4 \times {}^6C_3 = 300$

03. LOGARITHMS শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3 টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2 টি স্বরবর্ণ নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

(a) 32 (b) 35 (c) 38 (d) 105 [KU'17-18]

সমাধান: (d); মোট 7 টি ব্যঞ্জন ও 3 টি স্বরবর্ণ আছে। ∴ গঠিত শব্দ $= {}^7C_3 \times {}^3C_2 = 105$

04. একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন হতে 10 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রশ্নগুলির মধ্যে প্রথম 5 টি থেকে ঠিক 4 টি প্রশ্নই বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে 10 টি প্রশ্ন বাছাই করতে পারবে? [KU'14-15]

(a) 35 (b) 50 (c) 70 (d) 105

সমাধান: (a); $5_{C_4} \times 7_{C_6} = 35$

05. 6 জন ছাত্র এবং 5 জন ছাত্রী থেকে 5 জনের একটি কমিটি করতে হবে যাতে অন্তঃত একজন ছাত্র ও একজন ছাত্রী অন্তর্ভুক্ত থাকে। কত প্রকারে এ কমিটি করা যেতে পারে? [DU'05-06, 09-10,11-12,13-14]

(a) 160 (b) 360 (c) 410 (d) 455

সমাধান: (d);

ছাত্র (6)	ছাত্রী (5)	সমাবেশ সংখ্যা
4	1	$^6C_4 \times {}^5C_1 = 75$
3	2	$^6C_3 \times {}^5C_2 = 200$
2	3	$^6C_2 \times {}^5C_3 = 150$
1	4	$^6C_1 \times {}^5C_4 = 30$
		455

Or, কোন ছাত্র নেই এরূপ কমিটির সংখ্যা $^5C_5$

কোন ছাত্রী নেই এরূপ কমিটির সংখ্যা $^6C_5$

কোন ছাত্র বা ছাত্রী নেই এরূপ কমিটির সংখ্যা = 0

মোট কমিটির সংখ্যা = $^{11}C_5$ ∴ কমপক্ষে 1 জন ছাত্র ও 1 জন ছাত্রী আছে এরূপ কমিটির সংখ্যা = $^{11}C_5 - {}^5C_5 - {}^6C_5 + 0 = 455$

06. 4 জন মহিলাসহ 10 ব্যক্তির মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে যাতে অন্তত একজন মহিলা অন্তর্ভুক্ত থাকবে। কত বিভিন্ন প্রকারে এ কমিটি গঠন করা যেতে পারে? [DU'13-14]

(a) 1440 (b) 246 (c) 120 (d) 60

সমাধানঃ (b);

মহিলা (4)	ব্যক্তি (6)	কমিটি সংখ্যা	
1	4	${}^4C_1 \times {}^6C_4$	
2	3	${}^4C_2 \times {}^6C_3$	মোট = 246 টি
3	2	${}^4C_3 \times {}^6C_2$	
4	1	${}^4C_4 \times {}^6C_1$	

Or, 10 জনের মধ্যে 4 জন মহিলা ও 6 জন পুরুষ।

$\therefore$ কোন মহিলা নেই এরূপ কমিটি গঠন করা যায় ${}^6C_5$ ভাবে।

10 জন থেকে 5 জনের কমিটি গঠন করা যায় ${}^{10}C_5$ ভাবে।

$\therefore$ কমপক্ষে একজন নারী রেখে কমিটি গঠন করা যায়, ${}^{10}C_5 - {}^6C_5 = 246$ ভাবে।

Written

01. 6 জন ছাত্র ও 4 জন ছাত্রীর মধ্য হতে 5 সদস্যবিশিষ্ট কমিটি গঠন করতে হবে যাতে ছাত্রের চেয়ে ছাত্রী সদস্য বেশি হয়। এরূপ কমিটি কতভাবে নির্বাচন করা যাবে? [RU'19-20]

সমাধানঃ ছাত্র (6)	ছাত্রী (4)
1	$4 \rightarrow {}^6C_1 \times {}^4C_4 = 6$
2	$3 \rightarrow {}^6C_2 \times {}^4C_3 = 60$

$\therefore$ মোট: 66 উপায়ে

Question Type-05: বহুভুজের কর্ণ সংখ্যা ও সমতলে অবস্থিত বিন্দুগলো যোগ করে সরলরেখা ও ত্রিভুজ সংখ্যা নির্ণয়

(i) n সংখ্যক বাহু দ্বারা আবদ্ধ বহুভূজ হতে প্রাপ্ত ত্রিভুজ সংখ্যা = ${}^nC_3$ এবং কর্ণ সংখ্যা = ${}^nC_2$-n

[N বহুভুজে বাহুর সংখ্যা এবং শীর্ষবিন্দুর সংখ্যা পরস্পর সমান]

Example: 12 টি বাহুবিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগলোর সংযোগ রেখা দ্বারা যতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়, তার সংখ্যা নির্ণয় কর। এর কতগুলো কর্ণ আছে?

সমাধানঃ ত্রিভুজের সংখ্যা = ${}^{12}C_3$=220 Ans. এবং কর্ণের সংখ্যা = ${}^{12}C_2$-12=54 Ans.

(ii) কোন সমতলে অবস্থিত n সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে p সংখ্যক বিন্দু সমরেখ হলে প্রাপ্ত ত্রিভুজের সংখ্যা = ${}^nC_3$ - ${}^pC_3$ এবং সরলরেখার সংখ্যা = ${}^nC_2$ - ${}^pC_2$+1

◆ একটি সমতলে 15 টি বিন্দু আছে; এদের 5 টি বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত; অপর যে কোন তিনটি বিন্দু সমরেখ নয়।

(i) বিন্দুগুলোকে যোগ করে যতগুলো সরলরেখা পাওয়া যায় তা নির্ণয় কর।

(ii) বিন্দুগুলোকে শীর্ষরুপে ব্যবহার করে কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়, তাও নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

(i) সরলরেখার সংখ্যা = ${}^{15}C_2$ - ${}^5C_2$+1=96 Ans.

(ii) ত্রিভুজের সংখ্যা = ${}^{15}C_3$ - ${}^5C_3$=445 Ans.

(iii) n সংখ্যক বিন্দু বা বাহু দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের সংখ্যা = $^nC_4$

[Note: চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে যে কোন তিন বাহুর সমষ্টি চতুর্থ বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

♦ 1,2,3,4,5,6, ও 7cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ সংখ্যা-

সমাধানঃ চতুর্ভুজ সংখ্যা = $^7C_4 = 35$; কিন্তু প্রদত্ত বাহুগুলোর মধ্যে চতুর্ভুজের চারটি বাহু {1,2,3,6}, {1,2,3,7} এবং {1,2,4,7} হলে চতুর্ভুজ পাওয়া যায় না। ∴ নির্ণেয় চতুর্ভুজ সংখ্যা = (35-3)=32 Ans.

(iv) n সংখ্যক মানুষ একটি বিয়ের অনুষ্ঠানে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলে বা শুভেচ্ছা বিনিময় করার উপায় বা করমর্দনের সংখ্যা = $^nC_2$

♦ 15 জন মানুষ একটি বিয়ের অনুষ্ঠানে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে সম্ভাব্য কত উপায়ে শুভেচ্ছা বিনিময় করতে পারবে?

সমাধানঃ শুভেচ্ছা বিনিময়ের উপায় = $^{15}C_2$=105 Ans.

(v) n সংখ্যক প্রশ্নের প্রতিটি একটি করে বিকল্প প্রশ্ন থাকলে এক বা একাধিক প্রশ্ন বাছাই করার উপায় = $3^n - 1$

♦ একজন প্রতিযোগীর কোন এক প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় প্রতিটির বিকল্পসহ এরূপ 8 টি প্রশ্ন থেকে এক বা একাধিক প্রশ্ন বাছাই করতে পারার উপায় কত?

সমাধানঃ প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারার উপায় = $3^8 - 1$ Ans.

<u>Related Questions:</u>

01. একটি সভা শেষে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলেন। করমর্দনের সংখ্যা 66 হলে কতজন লোক সভায় উপস্থিত ছিলেন?

(a) 11 (b) 12 (c) 24 (d) 33 **[JU'19-20]**

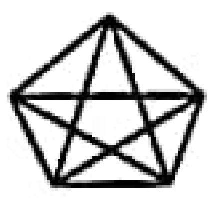
সমাধানঃ (b); ধরি, সভায় n জন উপস্থিত ছিল।

∴ করমর্দন সংখ্যা $^nC_2 = 66 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 66$

$\Rightarrow n^2 - n - 132 = 0 \therefore n = 12, -11 \therefore n = 12$

02. একটি পঞ্চভুজের মধ্যে কর্ণ এঁকে সর্বমোট কয়টি বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজ তৈরী করা যাবে যেখানে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু পঞ্চভুজের শীর্ষবিন্দু হবে? **[JU'19-20]**

(a) 12 (b) 10 (c) 8 (d) 9

সমাধানঃ(b);  ∴ ত্রিভুজ $^5C_3$ বা 10 টি।

03. 6, 9, 15, 18 দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট সরলরেখা দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যাবে? **[KU'19-20]**

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

সমাধানঃ (b); মোট ত্রিভুজ হত = $^4C_3 = 4$ টি।

কিন্তু (6, 9, 15) এবং (6, 9, 18) কোন ত্রিভুজ গঠন করবে না। ∴ ত্রিভুজ 2 টি।

04. একটি দশভূজের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখার সাহায্যে কতগুলো কর্ণ টানা যেতে পারে? [RU'09-10,KU'18-19]

(a) 20 (b) 25 (c) 35 (d) 45

সমাধানঃ (c); $^{10}C_2 - 10 = 35$

05. দু'টি সমান্তরাল রেখার প্রত্যেকটির উপর 5 টি করে বিন্দু আছে। এই বিন্দুগুলো সংযোগ করে মোট কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যাবে?

(a) 50 (b) 100 (c) 150 (d) 200 [BAU'18-19]

সমাধানঃ (b); $^5C_1 \times {}^5C_1 \times 2 = 100$

06. 16 টি বাহুবিশিষ্ট একটি সমতলিক ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ রেখা দ্বারা কতগুলি ত্রিভুজ গঠন করা যায়?

(a) 560 (b) 460 (c) 660 (d) 760 [JU'17-18]

সমাধান: (a); $^{16}C_3 = 560$

07. একটি পঞ্চভুজের কৌণিক বিন্দুগুলো যোগ করে সর্বোচ্চ কয়টি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়? [JU'17-18]

(a) 10 (b) 6 (c) 12 (d) 15

সমাধান: (a): $^5C_3 = 10$

08. 12 টি বাহুবিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা যতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়, তার সংখ্যা কত?

(a) 110 (b) 220 (c) 230 (d) 240 [RU'16-17]

সমাধান: (b); $^{12}C_3 = 220$

09. সাতটি সরলরেখার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1,2,3,4,5,6,ও 7 সে.মি.। একটি চতুর্ভুজ গঠন করার জন্য চারটি সরলরেখা যত প্রকারে বাছাই করা যায় তার সংখ্যা — [CU'14-15]

(a) 64 (b) 35 (c) 16 (d) 32

সমাধান: চতুর্ভুজের তিন বাহুর সমষ্টি > চতুর্থ বাহু হলেই বাহু চারটি দিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন করা সম্ভব।

এখন, $1+2+3=6$; $1+2+3<7$; $1+2+4=7$

এই 3 টি বাহুর কনফিগারেশন ছাড়া যে কোন 4 টি বাহু নিয়েই 1 টি চতুর্ভুজ গঠন করা সম্ভব।

$\therefore$ চতুর্ভুজ গঠন করা যায়ঃ $^7C_4 - 3 = 32$ ভাবে।

10. 17 বাহুবিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলো সংযোগ করে কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়? [RU'08-09,JU'14-15]

(a) 685 (b) 780 (c) 680 (d) 670

সমাধান: (c); $^{17}C_3 = 680$

Question Type-06: Mixed problem

01. RAJSHAHI শব্দটির অক্ষরগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যা BARISAL শব্দটির অক্ষরগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যার k গুণ হলে k এর মান- [DU'17-18]

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

সমাধানঃ (c); $\frac{P_{RAJSAHI}}{P_{BARISAL}} = \frac{\frac{8!}{2!2!}}{\frac{7!}{2!}} = \frac{8!}{7!2!} = \frac{8\times7!}{7!\times2} = 4$

02. 15 টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 5 টি স্বরবর্ণ থেকে 3 টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2 টি স্বরবর্ণ নিয়ে কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়? [JU'17-18]

(a) 546000 (b) 456000 (c) 564000 (d) 646000

সমাধানঃ (a); প্রত্যেকটি বর্ণ আলাদা ধরে, মোট উপায় $= {}^{15}C_3 \times {}^5C_2 \times 5! = 546000$

03. IITJU অক্ষরগুলোকে বিন্যস্ত করে যতগুলি শব্দ গঠন করা যায় তাদের মধ্যে কয়টিতে I গুলো শেষে থাকবে? [JU'17-18]

(a) 12 (b) 6 (c) 24 (d) 4

সমাধান: (b); শেষে I রেখে গঠিত শব্দ সংখ্যা $4! = 24$

04. 17 টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 5 টি স্বরবর্ণ থেকে 3 টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2 টি স্বরবর্ণ নিয়ে মোট কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে? [RU'17-18]

(a) 816000 (b) 6800 (c) 16000 (d) 6000

সমাধানঃ (a); $^{17}C_3 \times {}^5C_2 \times 5! = 816000$

05. THESIS শব্দের অক্ষরগুলি থেকে প্রতিবারে 4 টি অক্ষর নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা নির্ণয় কর। [JU'09-10,KU'15-16]

সমাধানঃ "THESIS" শব্দটি থেকে 4 টি অক্ষর নিম্নরূপে বাছাই করা যায়ঃ

(i) 2 টি S এবং (T, H, E, I) হতে বাকী দুটি অক্ষর $= 2 \times {}^4C_2 = 6$ উপায়

(ii) (T, H, E, I, S) হতে সব ভিন্ন ভিন্ন 4 টি অক্ষর $= {}^5C_4 = 5$ উপায়

$\therefore$ মোট সমাবেশ সংখ্যা $= (6 + 5) = 11$ (Ans.)

06. 'JAGANNATH' শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবার 4 টি করে বর্ণ নিলে মোট কতভাবে বাছাই করা যাবে? [JnU'13-14]

(a) 42 (b) 48 (c) 36 (d) 40

সমাধানঃ সঠিক উত্তর নেই। মোট বাছাই সংখ্যা = সবগুলো অক্ষর আলাদা + দুটি অক্ষর একই বাকি দুটি আলাদা + দুটি অক্ষর একজাতের বাকি দুটি অন্য জাতের + তিনটি অক্ষর একই $= {}^6C_4 + 2\times{}^5C_2 + 1 + {}^5C_1 = 41$

Question Type-07: Miscellaneous

01. ঢাকা হতে জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ে যাতায়াত করার 6 টি ভিন্ন ভিন্ন বাস আছে। যদি যাবার ও আসার বাস আলাদা হয় তবে তুমি কত সংখ্যক উপায়ে ঢাকা হতে জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ে পৌঁছে আবার ঢাকায় ফিরে আসতে পারবে? [JU'18-19]

(a) 30 (b) 36 (c) 31 (d) 12

সমাধান: **(a)**; $N = 6 \times {}^5C_1 = 30$

02. $^nP_r = 120$ এবং $^nC_r = 20$ হলে, r এর মান কত? [JU'18-19]

(a) 6 (b) 5 (c) 3 (d) 2

সমাধান: **(c)**; $^nP_r = r! \times {}^nC_r \Rightarrow r! = \frac{120}{20} = 6 \Rightarrow r = 3$

03. একজন শিক্ষক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন করতে চান। একই প্রশ্ন সবার জন্য আলাদা আলাদা ক্রমানুযায়ী সাজানো থাকবে। শ্রেণীতে ছাত্রসংখ্যা 30 জন হলে, শিক্ষককে কমপক্ষে কতগুলো প্রশ্ন করতে হবে? [JU'12-13]

(a) 5 (b) 50 (c) 25 (d) 15

সমাধান: **(a)**; প্রশ্নমতে, $n! \geq 30, 4! = 24, 5! = 120 \therefore n \geq 5$

04. একটি সমতলে n সংখ্যক রেখা টানলে, যদি কোন দুইটি সরলরেখা সমান্তরাল না হয়, এবং কোন তিনটিও সমবিন্দু না হয়, তবে সেখানে কতগুলো ছেদবিন্দু থাকবে? [JU'12-13]

(a) $\left(\frac{1}{2}\right) n(n-1)$ (b) $n(n-1)$ (c) $\left(\frac{1}{2}\right)(n-1)$ (d) $\left(\frac{1}{2}\right) n(n+1)$

সমাধান: **(a)**; ছেদবিন্দুর সংখ্যা $= {}^nC_2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{1}{2} n(n-1)$