



অধ্যায়-০৬, ০৭: ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ও সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

**Question Type-01: X-clusive Formula**

- (i)  $\sin n\pi = 0$   
(ii)  $\cos n\pi = (-1)^n$   
(iii)  $\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cos\theta, & \text{if } n \text{ is odd.} \\ (-1)^{\frac{n}{2}} \sin\theta, & \text{if } n \text{ is even.} \end{cases}$  or,  $\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \begin{cases} \text{sign of } i^n \times \cos\theta, & \text{if } n \text{ is odd.} \\ \text{sign of } i^n \times \sin\theta, & \text{if } n \text{ is even.} \end{cases}$   
(iv)  $\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \sin\theta, & \text{if } n \text{ is odd.} \\ (-1)^{\frac{n}{2}} \cos\theta, & \text{if } n \text{ is even.} \end{cases}$  or,  $\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \begin{cases} \text{sign of } i^{n+1} \times \sin\theta, & \text{if } n \text{ is odd.} \\ \text{sign of } i^{n+1} \times \cos\theta, & \text{if } n \text{ is even.} \end{cases}$   
(v)  $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \begin{cases} (-1)^n \cot\theta, & \text{if } n \text{ is odd.} \\ (-1)^n \tan\theta, & \text{if } n \text{ is even.} \end{cases}$

**Related Questions:**

01.  $\tan 15^\circ = ?$  [JU'19-20]  
(a)  $2 - \sqrt{3}$  (b)  $2 + \sqrt{3}$  (c)  $\sqrt{3}$  (d)  $\sqrt{2}$   
সমাধান: (a);  $\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$   
 $= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{3 + 1 - 2\sqrt{3}}{3 - 1} = 2 - \sqrt{3}$
02.  $\sin\theta = 0$  হলে  $\theta$  কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? [JU'18-19]  
(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) অসীম  
সমাধান: (c);  $\sin\theta = 0$ ;  $\theta$  কোণের বিপরীত বাহু হল লম্ব।  $\sin\theta = 0$  বলে লম্ব = 0
03.  $\operatorname{cosec} 60^\circ = ?$  [Ans: c][JU'18-19]  
(a)  $\frac{5}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  (c)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{3}{\sqrt{3}}$
04.  $\sin 240^\circ$  এর মান কত? [JU'17-18]  
(a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b) 1 (c) 0 (d)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$   
সমাধান: (d);  $\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
05.  $y = 2\sin 90^\circ$  হলে  $y$  এর মান কত? [Ans: b][JU'17-18]  
(a) 1 (b) 2 (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d) 0
06.  $\sin\theta$  অনুপাতের নিয়মিত ব্যবধান কোনটি? [Ans: d][JU'17-18]  
(a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\pi$  (c) 0 (d)  $2\pi$
07. মনে করি, মূলবিন্দু থেকে  $p$  (ভূজ, কোটি) বিন্দুগামী একটি রেখা  $OP$  (যেখানে  $OP = r$ )  $x$ -অক্ষের সাথে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করে। তাহলে  $\sec\theta = ?$  [Ans: b][RU'17-18]  
(a)  $\frac{\text{কোটি}}{r}$  (b)  $\frac{r}{\text{ভূজ}}$  (c)  $\frac{\text{কোটি}}{\text{ভূজ}}$  (d)  $\frac{\text{ভূজ}}{r}$





08.  $\sin 150^\circ$  এর মান কত?

[JU'14-15,16-17]

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $-\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

সমাধান: (a);  $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

09.  $\sec(-405^\circ) = ?$

[Ans: c][CU'16-17]

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$  (c)  $\sqrt{2}$  (d)  $-\sqrt{2}$  (e) 2

সমাধান: (c);  $\sec(-405^\circ) = \sec(405^\circ) = \sec(360^\circ + 45^\circ) = \sqrt{2}$

10.  $\sin 2040^\circ$  এর মান কত?

[KU'07-08, JU'14-15]

- (a)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (c)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{-2}{\sqrt{3}}$

সমাধান: (a);  $\sin 2040^\circ = \sin(11 \times 180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

11.  $\cot(-1395^\circ)$  এর মান কত?

[KU'11-12]

- (a) 1 (b)  $1/2$  (c) 0 (d) 2

সমাধান: (a);  $\cot(-1345^\circ) = -\cot 1395^\circ = -\cot(4 \times 360 - 45^\circ) = \cot 45^\circ = 1$

12.  $\cot 765^\circ$  এর মান কত?

[RU'07-08]

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d) 1

সমাধান: (d);  $\cot 765^\circ = \cot(2 \times 360^\circ + 45^\circ) = 1$

### Question Type-02: ত্রিকোণমিত্তির কোণ পরিমাপের বিভিন্ন একক

ত্রিকোণমিত্তিতে কোণ পরিমাপের তিনটি একক আছে।

- (i) ষাটমূলক এককঃ আমরা জানি একটি সরলরেখা আর একটি সরলরেখার উপর দন্ডায়মান হলে উৎপন্ন সন্নিহিত কোণ দুইটি যদি সমান হয় তাদের প্রত্যেকটি কোণকে সমকোণ বলে। এক সমকোণকে সমান 90 ভাগে ভাগ করে এক এক ভাগকে ডিগ্রী বলে। এক ডিগ্রীকে সমান 60 ভাগে ভাগ করে এক এক ভাগকে মিনিট বলে। এক মিনিটকে সমান 60 ভাগে ভাগ করে এক এক ভাগকে সেকেন্ড বলে।

অর্থাৎ 1 সমকোণ =  $90^\circ$  (ডিগ্রী)  $1^\circ = 60'$  (মিনিট)  $1' = 60''$  (সেকেন্ড)

যেহেতু ক্ষুদ্রতর ভাগগুলো ষাট সেহেতু ষাটমূলক একক নামকরণ করা হয়েছে।

- (ii) বৃত্তীয় এককঃ কোন বৃত্তে এর ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট চাপ কেন্দ্রে যে কোণ ধারণ করে তাকে এক রেডিয়ান বলে এবং এক  $1^\circ$  চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়। রেডিয়ানের পরিমাণ বৃত্তের উপর নির্ভর করে না। এটি একটি ধ্রুবক এবং কোণ পরিমাপের একক হিসেবে ব্যবহার করা হয়। এই একককে বৃত্তীয় একক বলা হয়।

- (iii) শতমূলক এককঃ এই পদ্ধতিতে এক সমকোণকে সমান একশত অংশে বিভক্ত করলে প্রতি অংশকে বলা হয় এক গ্রেড। এক গ্রেডকে সমান একশ অংশে বিভক্ত করলে প্রতি অংশকে বলা হয় এক শতমূলক মিনিট। আবার এক শতমূলক মিনিটকে সমান একশত অংশে বিভক্ত করলে প্রতি অংশকে বলা হয় এক শতমূলক সেকেন্ড। এই পদ্ধতিকে ফরাসী পদ্ধতিও বলা হয়।

ষাটমূলক ও শতমূলক এককের মধ্যে সম্পর্কঃ

ষাটমূলক পদ্ধতিতে আমরা জানি, 1 সমকোণ =  $90^\circ$

শতমূলক পদ্ধতিতে আমরা জানি, 1 সমকোণ =  $100^\circ$

$\therefore 90^\circ = 100^\circ$  বা,  $1^\circ = \left(\frac{10}{9}\right)^\circ$  এবং  $1^\circ = \left(\frac{9}{10}\right)^\circ$





ষাটমূলক, শতমূলক এবং বৃত্তীয় এককের মধ্যে সম্পর্ক : বৃত্তীয় পদ্ধতিতে আমরা জানি,  $\frac{2}{\pi}$  সমকোণ = 1 রেডিয়ান

বা, 2 সমকোণ =  $\pi$  রেডিয়ান =  $\pi^c$

ষাটমূলক পদ্ধতিতে আমরা জানি, 1 সমকোণ =  $90^\circ$   $\therefore$  2 সমকোণ =  $180^\circ$

শতমূলক পদ্ধতিতে আমরা জানি, 2 সমকোণ =  $200^s$

ধরি, একটি নির্দিষ্ট কোণের পরিমাপকে ষাটমূলক, শতমূলক এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে D ডিগ্রী, G গ্রেড এবং  $\theta$  রেডিয়ানে নির্দেশ করা হলো। তাহলে,

$$\text{যেহেতু, } 180^\circ = \pi^c \quad \therefore D^\circ = \frac{\pi}{180} \times D \text{ রেডিয়ান;}$$

$$\text{আবার, যেহেতু, } 200^s = \pi^c \quad \therefore G^s = \frac{\pi}{200} \times G \text{ রেডিয়ান;}$$

$$\therefore \frac{\pi D}{180} = \frac{\pi G}{200} = \theta \text{ বা, } \frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{\theta}{\pi}$$

### Related Questions:

01.  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$  ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ যথাক্রমে- [CU'20-21]  
 (a)  $[-2, 2], [0, 2]$  (b)  $[-2, 2], (0, 2)$  (c)  $(-2, 2), [0, 2]$  (d)  $(-2, 2), (0, 2)$   
 সমাধান: (a);  $4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \therefore \text{domain} = [-2, 2]$  and range =  $[0, 2]$
02.  $\theta$  কোণ  $90^\circ$  থেকে বেড়ে  $180^\circ$  হলে- [Ans: a][RU'19-20]  
 (i)  $\cos\theta$  এর মান 0 থেকে কমে  $-1$  হবে (ii)  $\sin\theta$  এর মান 1 থেকে কমে 0 হবে (iii)  $\cot\theta$  এর মান 0 থেকে বাড়তে থাকবে  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
03. 5 cm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি চাপ কেন্দ্রে  $40^\circ$  কোণ উৎপন্ন করলে ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত cm? [KU'19-20]  
 (a) 3.491 (b) 3.520 (c) 3.641 (d) 4.00  
 সমাধান: (a);  $r = 5\text{cm}, \theta = 40^\circ = \left(40 \times \frac{\pi}{180}\right) = \frac{2\pi}{9} \therefore s = r\theta = 5 \times \frac{2\pi}{9} = \frac{10\pi}{9} = 1.11\pi = 3.49\text{cm}$
04.  $\frac{7\pi}{15}$  রেডিয়ানকে ষাটমূলক পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কোনটি হবে? [JU'14-15,18-19]  
 (a)  $84^\circ$  (b)  $85^\circ$  (c)  $86^\circ$  (d)  $87^\circ$   
 সমাধান: (a);  $\frac{7\pi}{15} = \frac{7 \times 180^\circ}{15} = 84^\circ$
05. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ যথাক্রমে  $72^\circ 53' 51''$  এবং  $37^\circ 6' 9''$  হলে তৃতীয় কোণটির মান রেডিয়ানে কত? [JU'18-19]  
 (a)  $\frac{\pi}{18}$  (b)  $\frac{5\pi}{18}$  (c)  $\frac{7\pi}{18}$  (d)  $\frac{11\pi}{18}$   
 সমাধান: (c);  $x = 180 - 72^\circ 53' 51'' - 37^\circ 6' 9'' = 70^\circ = \frac{70\pi}{180} = \frac{7\pi}{18}$
06. যদি 6 একক ব্যাসার্ধ ও O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের দুটি ব্যাস AB ও CD হয় এবং  $\angle AOD = 160^\circ$  হয়, তবে AOC ও BOD বৃত্তাংশদ্বয়ের মোট ক্ষেত্রফল কত একক হবে? [RU'17-18]  
 (a)  $4\pi$  (b)  $6\pi$  (c)  $7.5\pi$  (d)  $3\pi$   
 সমাধান: (a);  $2 \times \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 = 2 \times \frac{180^\circ + 60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 6^2 = 4\pi$  বর্গ একক।





07. একটি বস্তুকণা 35 সে.মি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি বরাবর 10 সেকেন্ডে ব্যাসের একপ্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে পৌঁছালে, তার গড়বেগ কত সে.মি? [KU'17-18]

(a) 3.5 (b) 7 (c) 11 (d) 109

সমাধান: (b);  $v = \frac{s}{t} = \frac{\pi r}{t} = \frac{2 \times 35}{10} = 7 \text{ cm/s}$

### Question Type-03: cos ও sin ফাংশনের বর্গের সমষ্টি নির্ণয় সংক্রান্ত

**Example-01:**  $\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ = ?$

সমাধান:  $T_r = r$  তম পদ। পদের সংখ্যা =  $n$  হলে,  $80 = 10 + (n - 1) \cdot 10 \Rightarrow 8 = 1 + n - 1 \Rightarrow n = 8$ .

$$T_1 + T_8 = \cos^2 10^\circ + \cos^2 80^\circ = \cos^2 10^\circ + \cos^2(90^\circ - 10^\circ) = \cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ = 1.$$

$$T_2 + T_7 = \cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ = \cos^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ = 1$$

$$\therefore T_1 + T_2 + \dots + T_8 = (T_1 + T_8) + (T_2 + T_7) + (T_3 + T_6) + (T_4 + T_5) = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

**Example-02:**  $\sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 25^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ = ?$

সমাধান:  $T_r = r$  তম পদ। পদের সংখ্যা =  $n$  হলে,  $80 = 10 + (n - 1) \cdot 5 \Rightarrow 70 = (n - 1) \cdot 5 \Rightarrow 14 = n - 1 \Rightarrow n = 15$

$$\text{মধ্যপদ} = \sin^2 \frac{80^\circ + 10^\circ}{2} = \sin^2 45^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$T_{15} = \sin^2 \{10^\circ + 14 \times 5^\circ\} = \sin^2 80^\circ$$

$$T_1 + T_{15} = \sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = \sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ = 1$$

$$T_2 + T_{14} = \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ = \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ = 1 \dots \dots \dots$$

$$T_7 + T_9 = 1 \therefore T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_{15} = (T_1 + T_{15}) + (T_2 + T_{14}) + \dots + (T_7 + T_9) + T_8 = 7 + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}.$$

### Related Questions:

03.  $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ =$  কত? [CU'20-21]

(a)  $\frac{1}{5}$  (b)  $\frac{1}{4}$  (c)  $\frac{1}{12}$  (d)  $\frac{1}{16}$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: (d); } \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ &= \frac{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ \times \frac{1}{2}}{2 \sin 20^\circ} \\ &= \frac{2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{8 \sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ \cos 80^\circ}{16 \sin 20^\circ} = \frac{\sin 160^\circ}{16 \sin 20^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 20^\circ)}{16 \sin 20^\circ} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

### Question Type-04: ঘড়ির কাঁটা সম্পর্কিত

01. 5:10 মিনিটের সময় ঘন্টার ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ ষাঠমূলক এককে কত হবে? [JU'17-18]

(a)  $99^\circ 30'$  (b)  $97^\circ 15'$  (c)  $97^\circ 30'$  (d)  $99^\circ 15'$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); ঘড়ির 2 ও 5 নম্বর ঘরের মধ্যে মোট ক্ষুদ্র ঘর 15 টি।

10 মিনিটে ঘন্টার কাঁটা  $\left(\frac{5}{60} \times 10\right)$  ঘর অতিক্রম করে।

$$\therefore \text{মোট অতিক্রান্ত ক্ষুদ্রঘর} \left(15 + \frac{5}{6}\right) \therefore \text{মোট কোণ} \left(15 + \frac{5}{6}\right) \times 6^\circ = 95^\circ$$





### Question Type-05: বিভিন্ন ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় সংক্রান্ত

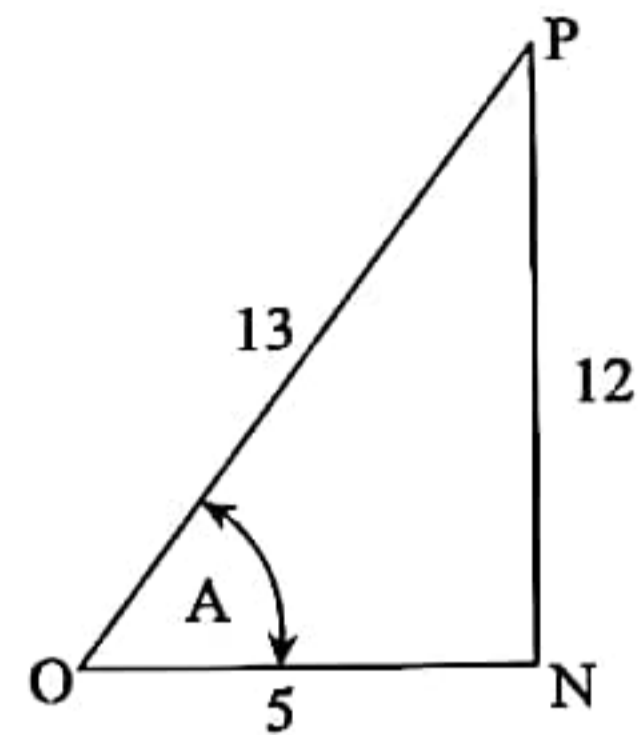
**Example:** যদি  $A$  সূক্ষ্মকোণ এবং  $\sin A = \frac{12}{13}$  হয়, তবে  $\cot A$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত শর্তানুসারে  $OPN$  সমকোণী ত্রিভুজটি অঙ্কন করি।

তাহলে,  $y = 12$  এবং  $r = 13$ .

যেহেতু,  $\sin A = \frac{y}{r}$ , সুতরাং,  $\angle PON = \angle A$ .

$$\therefore x = \sqrt{r^2 - y^2} = \sqrt{169 - 144} = 5. \text{ সুতরাং, } \cot A = \frac{x}{y} = \frac{5}{12}$$



**Example:** যদি  $\tan \theta + \sec \theta = x$  হয়, তবে দেখাও যে,  $\sin \theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ .

সমাধান: এখানে,  $\tan \theta + \sec \theta = x$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = x \Rightarrow \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = x \Rightarrow \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta} = x^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} = x^2 \quad \therefore \sin \theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

**Example:** যদি  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  এবং  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  হয়, তবে  $\tan \alpha$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: যেহেতু  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ । সুতরাং কোণ উৎপাদনকারী রেখার অবস্থান হবে দ্বিতীয় চতুর্ভাগে।

কাজেই,  $\cos \alpha$  ঋণাত্মক হবে।

$$\text{এখন, } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\sqrt{\frac{25 - 16}{25}} = -\frac{3}{5} \quad \therefore \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$$

**Example:** যদি  $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha$ .

সমাধান:  $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$

অথবা,  $\sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha - \cos \alpha$  অথবা,  $\sin \alpha = (\sqrt{2} - 1) \cos \alpha$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{2} - 1} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{(\sqrt{2} + 1) \sin \alpha}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} \Rightarrow \cos \alpha = (\sqrt{2} + 1) \sin \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha + \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha \quad (\text{প্রমাণিত})$$

**Example:**  $\sin \theta$  অনুপাতকে  $\cot \theta$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান: আমরা জানি,  $\sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}$  এবং  $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$

$$\therefore \sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \frac{1}{\pm \sqrt{\operatorname{cosec}^2 \theta}} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}$$

**Example:**  $\cos A = \frac{12}{13}$  হলে  $\tan A$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:  $\cos A = \frac{12}{13} \therefore \sec A = \frac{13}{12} \Rightarrow \sec^2 A = \frac{169}{144}$

$$\Rightarrow \tan^2 A = \sec^2 A - 1 = \frac{169}{144} - 1 = \frac{25}{144} \therefore \tan A = \pm \frac{5}{12} \quad (\text{Ans.})$$



**Related Questions:**

01. যদি  $\cos \theta + \sec \theta = 2$  হয়, তবে  $\cos^3 \theta + \sec^3 \theta$  এর মান কত? [GST'20-21]  
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 8

সমাধান: (b);  $\cos^3 \theta + \sec^3 \theta = (\cos \theta + \sec \theta)^3 - 3 \cos \theta \cdot \sec \theta (\cos \theta + \sec \theta) = 2^3 - 3 \cdot 1 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$

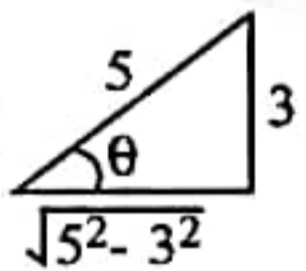
02.  $\sin x + \operatorname{cosec} x = 2$  হলে,  $\sin^n x + \operatorname{cosec}^n x$  এর মান কত? [Agri. Gucho'20-21]  
 (a) -2 (b) -1 (c) 1 (d) 2

সমাধান: (d);  $\sin x + \operatorname{cosec} x = 2 \Rightarrow \sin x + \frac{1}{\sin x} = 2 \Rightarrow \sin^2 x + 1 = 2 \sin x$

$$\Rightarrow \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore \sin x = 1 \therefore \operatorname{cosec} x = 1 \therefore \sin^n x + \operatorname{cosec}^n x = 1^n + 1^n = 2$$

03.  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  হলে  $\tan \theta$  এর মান কত? [JU'20-21]  
 (a)  $\frac{5}{4}$  (b)  $\frac{4}{3}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d)  $\frac{3}{4}$

সমাধান: (d);   $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ;  $\tan \theta = \frac{3}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{25 - 9}} = \frac{3}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$

04.  $\sin 5^\circ = p$  হলে  $\sin 10^\circ$  এর মান কোনটি? [Ans: c] [RU'20-21]  
 (a)  $2p$  (b)  $p^2 - 1$  (c)  $2p\sqrt{p^2 - 1}$  (d)  $p\sqrt{1 - p^2}$

সমাধান: (c);  $\sin 10^\circ = 2 \sin 5^\circ \sqrt{1 - \sin^2 5^\circ} = 2p\sqrt{1 - p^2}$

05.  $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$  হলে  $\theta$  এর মান কত? [CU'20-21]  
 (a)  $\frac{\pi}{3}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$  (c)  $\frac{\pi}{12}$  (d)  $\frac{\pi}{16}$

সমাধান: (c);  $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4} \Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4} \times 2 \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{6} \therefore \theta = \frac{\pi}{12}$

06.  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  হলে  $\sin 2\theta$  এর মান কত? [JU'19-20]  
 (a)  $\frac{5}{4}$  (b)  $\frac{4}{5}$  (c)  $\frac{1}{5}$  (d)  $\frac{2}{5}$

সমাধান: (b);  $\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$

07.  $\sec \theta = \frac{5}{2}$  হলে  $\tan \theta$  এর মান কত? [Ans: a] [JU'19-20]  
 (a)  $\frac{\sqrt{21}}{2}$  (b)  $\frac{2}{\sqrt{21}}$  (c)  $\frac{5}{7}$  (d)  $\frac{5}{2}$

08.  $\cot 2A + \tan A = ?$  [JU'19-20]  
 (a)  $\operatorname{cosec} A$  (b)  $\sec A$  (c)  $\tan A$  (d)  $\cot A$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই);  $\frac{1}{\tan 2A} + \tan A = \frac{1 - \tan^2 A}{2 \tan A} + \tan A$

$$= \frac{1 - \tan^2 A + 2 \tan^2 A}{2 \tan A} = \frac{1 + \tan^2 A}{2 \tan A} = \frac{1}{\sin 2A} = \operatorname{cosec} 2A$$



09.  $\frac{\tan^2(\alpha + \frac{\pi}{4}) - 1}{\tan^2(\alpha + \frac{\pi}{4}) + 1} = ?$

[JU'19-20]

- (a)  $\sin 2\alpha$  (b)  $\sin \alpha$  (c)  $\tan \frac{\pi}{4}$  (d) 1

সমাধান: (a);  $-\frac{1 - \tan^2(\alpha + \frac{\pi}{4})}{1 + \tan^2(\alpha + \frac{\pi}{4})} = -\cos(\frac{\pi}{2} + 2\alpha) = \sin 2\alpha$

10.  $\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$  এর সর্বোচ্চ মান কত?

[RU'19-20]

- (a)  $\sqrt{3} + 1$  (b) 2 (c)  $\sqrt{3}$  (d)  $\sqrt{3} - 1$

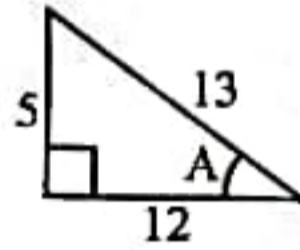
সমাধান: (b);  $F(x) = \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta + \frac{1}{2}\cos\theta \right\}$   
 $= 2\{\sin\theta \cos\alpha + \cos\theta \sin\alpha\} \therefore$  সর্বোচ্চ মান = 2।

11.  $\cos A = \frac{12}{13}$  হলে  $\tan A$  এর মান কত?

[RU'07-08,10-11,DU'09-10,JU'09-10,14-15,JU'18-19]

- (a)  $\pm \frac{5}{12}$  (b)  $\pm \frac{12}{13}$  (c)  $\pm \frac{1}{12}$  (d)  $\pm \frac{3}{5}$

সমাধান: (a);  $\cos A = \frac{12}{13} \therefore \tan A = \pm \frac{5}{12}$



12.  $\tan\theta = \frac{1}{7}$  হলে,  $\cos 2\theta$  এর মান কত?

[JU'18-19]

- (a)  $\frac{24}{25}$  (b)  $\frac{23}{25}$  (c)  $\frac{21}{25}$  (d)  $\frac{19}{25}$

সমাধান: (a);  $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{1 - \frac{1}{49}}{1 + \frac{1}{49}} = \frac{24}{25}$

13.  $\tan\theta = \frac{3}{7}$  হলে  $\sin\theta$  এর মান কোনটি?

[JU'17-18]

- (a)  $\frac{5}{\sqrt{61}}$  (b)  $\frac{3}{\sqrt{61}}$  (c)  $\frac{7}{\sqrt{61}}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{61}}$

সমাধান: (Blank);  $\sec\theta = \sqrt{1 + \tan^2\theta} = \sqrt{1 + \frac{9}{49}} = \frac{\sqrt{58}}{7} \therefore \sin\theta = \frac{\tan\theta}{\sec\theta} = \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{\sqrt{58}} = \frac{3}{\sqrt{58}}$

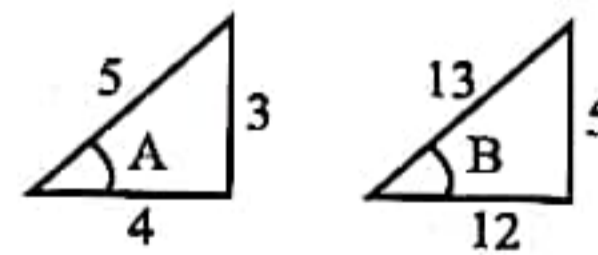
14. A ও B ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ এবং  $\sin A = \frac{3}{5}$ ,  $\cos B = \frac{12}{13}$  হলে  $\cos(A + B)$  এর মান কত?

[RU'17-18]

- (a)  $\frac{15}{65}$  (b)  $\frac{33}{65}$  (c)  $\frac{18}{65}$  (d)  $\frac{5}{65}$

সমাধান: (b);  $\cos A = \frac{4}{5}$  ও  $\sin B = \frac{5}{13}$ ,  $\cos(A + B)$

$= \cos A \cos B - \sin A \sin B = \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{33}{65}$



15.  $\tan\theta = \frac{3}{4}$  হলে  $\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta}$  এর মান কোনটি?

[RU'17-18]

- (a) 7 (b)  $\frac{1}{7}$  (c)  $-\frac{1}{7}$  (d) -7

সমাধান: (c);  $\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta} = \frac{\tan\theta - 1}{\tan\theta + 1} = \frac{\frac{3}{4} - 1}{\frac{3}{4} + 1} = -\frac{1}{7}$





16. যদি  $\cos A = \frac{13}{14}$  হয়, তবে  $\tan A$  এর মান কত?

[CU'17-18]

- (a)  $\frac{3\sqrt{3}}{14}$  (b)  $-\frac{3\sqrt{3}}{14}$  (c)  $\pm \frac{3\sqrt{3}}{14}$  (d)  $\pm \frac{3\sqrt{3}}{13}$

সমাধান: (d);  $\cos A = \frac{13}{14}$ , যা এইরূপ:  $\frac{14}{13} \begin{matrix} \triangle \\ 3\sqrt{3} \end{matrix}$ ;  $\cos A = \text{positive}$  হলে  $\tan A = (+)$  যদি ১ম চতুর্ভাগে থাকে

$\cos A = \text{positive}$  হলে  $\tan A = (-)$  যদি ৪র্থ চতুর্ভাগে থাকে  $\therefore \tan A = \pm \frac{3\sqrt{3}}{13}$

17.  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  হলে  $\frac{1-\tan^2 \theta}{1+\tan^2 \theta}$  এর মান কত?

[RU'09-10, JU'14-15, KU'17-18]

- (a)  $\frac{7}{15}$  (b)  $\frac{7}{25}$  (c)  $\frac{17}{25}$  (d)  $\frac{17}{35}$

সমাধান: (b);  $\cos \theta = \frac{4}{5}$ ;  $\frac{1-\tan^2 \theta}{1+\tan^2 \theta} = \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 2 \left(\frac{16}{25}\right) - 1 = \frac{7}{25}$

18.  $\sin A = \frac{5}{13}$  এবং  $\frac{\pi}{2} < A < \pi$  হলে  $\sec A$  এর মান কোনটি?

[JU'16-17]

- (a)  $\frac{13}{12}$  (b)  $-\frac{13}{12}$  (c)  $-\frac{5}{12}$  (d)  $\frac{5}{12}$

সমাধান: (b);  $\sec A = -\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 A}} \left(\frac{\pi}{2} < A < \pi\right) = -\frac{13}{12}$

19.  $\cos \theta = \frac{12}{13}$  হলে  $\tan 2\theta$  সমান কত?

[JnU'16-17]

- (a)  $\pm \frac{120}{119}$  (b)  $\pm \frac{5}{12}$  (c)  $\pm \frac{144}{169}$  (d)  $\pm \frac{25}{144}$

সমাধান: (a);  $\cos \theta = \frac{12}{13}$   $\sin \theta = \pm \frac{5}{13}$   $\therefore \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1-\tan^2 \theta} = \frac{2 \cdot \frac{5}{12}}{1-\left(\frac{5}{12}\right)^2} = \pm \frac{120}{119}$

20.  $\cos A = \frac{4}{5}$  হলে,  $\sin A$  এর মান কত?

[JU'15-16]

- (a)  $\frac{3}{5}$  (b)  $\frac{5}{3}$  (c)  $\frac{5}{4}$  (d)  $\frac{2}{5}$

সমাধান: (a);  $\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$

21. যদি  $\cos 4\theta = \frac{7}{18}$  এবং  $270^\circ \leq 4\theta \leq 360^\circ$  হয়, তবে  $\cos 2\theta$  এর মান কত?

[JU'15-16]

- (a)  $-\frac{5}{6}$  (b)  $\frac{5}{6}$  (c)  $\pm \frac{5}{6}$  (d)  $\frac{\sqrt{11}}{6}$

সমাধান: (a);  $270^\circ \leq 4\theta \leq 360^\circ \therefore 135^\circ \leq 2\theta \leq 180^\circ$

এখন,  $\cos 4\theta = \frac{7}{18} \Rightarrow 2 \cos^2 2\theta - 1 = \frac{7}{18} \Rightarrow \cos^2 2\theta = \frac{25}{36} \therefore \cos 2\theta = \pm \frac{5}{6}$

কিন্তু,  $135^\circ \leq 2\theta \leq 180^\circ$  হওয়ায়,  $\cos 2\theta$  এর মান অবশ্যই ঋণাত্মক হবে।

সুতরাং,  $\cos 2\theta$  এর ঋণাত্মক মানটি গ্রহণযোগ্য হবে না।  $\therefore$  উত্তর হবে শুধু  $\left(-\frac{5}{6}\right)$

22.  $\sin A = \frac{1}{2}$  এবং  $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$  হলে,  $\tan A \cdot \tan B$  এর মান কত?

[JU'15-16]

- (a)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{2}{3}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{3}{2}$

সমাধান: (a);  $\tan A \tan B = \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$







23.  $\cot A = \frac{12}{5}$  হলে  $\sin A + \cos A$  এর মান কত?

[JnU'15-16]

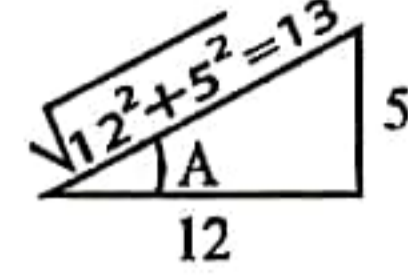
(a)  $\frac{13}{17}$

(b)  $-\frac{7}{13}$

(c)  $\frac{17}{13}$

(d)  $-\frac{13}{17}$

সমাধান: (c);  $\cot A = \frac{12}{5} \therefore \sin A = \frac{5}{13}$ ;  $\cos A = \frac{12}{13} \therefore \sin A + \cos A = \frac{17}{13}$



24.  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{3}$ , ( $0 < \theta < 2\pi$ ) হলে,  $\theta$  এর মান-

[DU'14-15]

(a)  $\frac{\pi}{6}$

(b)  $\frac{\pi}{4}$

(c)  $\frac{\pi}{3}$

(d)  $\frac{2\pi}{3}$

সমাধান: (c);  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1+\cos \theta}{\sin \theta} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = n\pi + \frac{\pi}{6}$

$$\therefore \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{3} [n = 0]$$

25.  $\sec \theta = \frac{5}{2}$  হলে,  $\operatorname{cosec} \theta$  কোনটি?

[JU'14-15]

(a)  $\frac{5}{\sqrt{29}}$

(b)  $\frac{29}{\sqrt{5}}$

(c)  $\frac{-\sqrt{21}}{5}$

(d)  $\frac{5}{\sqrt{21}}$

সমাধান: (d);  $\sec \theta = \frac{5}{2} \therefore \cos \theta = \frac{2}{5} \therefore \sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{21}}{5} \therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{\sqrt{21}}$

26.  $n$  পূর্ণ সংখ্যা হলে  $\sin \left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4} \right\}$  এর মান হবে-

[Ans: c][KU'14-15, JU'14-15]

(a)  $\frac{1}{2}$

(b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(d) 1

27.  $\sin \theta = \frac{12}{13}$  এবং  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  হলে  $\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)$  এর মান কত?

[JnU'14-15]

(a)  $\frac{2}{3}$

(b)  $\frac{5}{3}$

(c)  $-\frac{3}{2}$

(d)  $\frac{10}{3}$

সমাধান: (c);  $\sin \theta = \frac{12}{13} \operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec} \theta = -\frac{13}{12} \cot \theta = -\frac{5}{12}$

$$\therefore \cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta) = -\frac{5}{12} - \frac{13}{12} = -\frac{18}{12} = -\frac{3}{2}$$

28.  $a, b, c$  বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $\Delta$  হলে এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ  $R$  এর মান —

[CU'14-15]

(a)  $abc$

(b)  $\frac{abc}{2\Delta}$

(c)  $\frac{abc}{4\Delta}$

(d)  $\frac{4\Delta}{abc}$

সমাধান: (c);  $\Delta = \frac{abc}{4R} \therefore R = \frac{abc}{4\Delta}$

### Written

01. যদি  $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2}$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\cos^n \alpha + \sec^n \alpha = 2^n + 2^{-n}$ ।

[JnU'18-19]

সমাধান:  $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2 \cos^2 \alpha - 5 \cos \alpha + 2 = 0$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha - \cos \alpha + 2 = 0 \Rightarrow 2 \cos \alpha (\cos \alpha - 2) - 1 (\cos \alpha - 2) = 0$$

$$\cos \alpha = 2 \text{ যা অসম্ভব, } \cos \alpha = \frac{1}{2}; \sec \alpha = 2$$

$$\therefore \cos^n \alpha + \sec^n \alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2^n = 2^{-n} + 2^n = 2^n + 2^{-n} \text{ [proved]}$$





### Question Type-6: ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের পর্যায়কাল

$f(\theta)$  ফাংশনকে পর্যায়ী বলা হয় যদি  $f(\theta + T) = f(\theta)$  হয় এবং  $T$  এর সর্বনিম্ন যে মানের জন্য সম্পর্কটি সত্য হয় তাকে ফাংশনটির পর্যায়কাল বলে।

$\cos \theta$  ও  $\sin \theta$  ফাংশনদ্বয় পর্যায়ী এবং এদের পর্যায়কাল  $2\pi$ ,

কেননা  $\sin \theta = \sin(2\pi + \theta) = \sin(4\pi + \theta) = \sin(6\pi + \theta) = \dots$

এবং  $\cos \theta = \cos(2\pi + \theta) = \cos(4\pi + \theta) = \cos(6\pi + \theta) = \dots$

অনুরূপভাবে,  $\sec \theta$  ও  $\operatorname{cosec} \theta$  ফাংশনদ্বয় পর্যায়ী এবং এদের পর্যায়কাল  $2\pi$ .  $\tan \theta$  ও  $\cot \theta$  ফাংশনদ্বয় পর্যায়ী

এবং তাদের পর্যায়কাল  $\pi$ .

কেননা,  $\tan \theta = \tan(\pi + \theta) = \tan(2\pi + \theta) = \tan(3\pi + \theta) = \dots$

$\cot \theta = \cot(\pi + \theta) = \cot(2\pi + \theta) = \cot(3\pi + \theta) = \dots$

কোনো পর্যায় ফাংশনের পর্যায়কে  $\theta$  এর সহগ দ্বারা ভাগ করলে পর্যায় পাওয়া যায়।

যেমন  $y = A \sin(B\theta + C)$  এর পর্যায়  $\frac{2\pi}{B}$  [ $\because$  sine এর পর্যায়  $2\pi$ ]

### Related Questions:

01. কোট্যানজেন্ট ফাংশনের মৌলিক পর্যায় কত?

[Ans: b][CU'14-15]

(a)  $2\pi$

(b)  $\pi$

(c)  $\frac{\pi}{2}$

(d)  $\frac{3\pi}{2}$

### Question Type-7: ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ

ফাংশন	ডোমেন	রেঞ্জ
$\sin \theta$	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$
$\cos \theta$	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$
$\tan \theta$	$\mathbb{R} - \left\{ \pm(2n-1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{N} \right\}$ অথবা $\mathbb{R} - \left\{ (2n+1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z} \right\}$	$\mathbb{R}$
$\cot \theta$	$\mathbb{R} - \{ \pm(n-1)\pi, n \in \mathbb{N} \}$ অথবা $\mathbb{R} - \{ n\pi; n \in \mathbb{Z} \}$	$\mathbb{R}$
$\sec \theta$	$\mathbb{R} - \left\{ \pm(2n-1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{N} \right\}$ অথবা $\mathbb{R} - \left\{ (2n+1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z} \right\}$	$\mathbb{R} - (-1, 1)$
$\operatorname{cosec} \theta$	$\mathbb{R} - \{ \pm(n-1)\pi, n \in \mathbb{N} \}$ অথবা $\mathbb{R} - \{ n\pi; n \in \mathbb{Z} \}$	$\mathbb{R} - (-1, 1)$

### Related Questions:

01. নিচের কোনটি সঠিক নয়?

[RU'15-16]

(a)  $\sin \theta$  ও  $\cos \theta$  এর রেঞ্জ  $[-1, 1]$

(b)  $\sec \theta$  ও  $\operatorname{cosec} \theta$  এর রেঞ্জ  $\mathbb{R} - (-1, 1)$

(c)  $\tan \theta$  ও  $\cot \theta$  এর ডোমেন  $\mathbb{R} - \{ (2n+1)\pi/2, n \in \mathbb{Z} \}$

(d)  $\operatorname{cosec} \theta$  এর ডোমেন  $\mathbb{R} - \{ n\pi, n \in \mathbb{Z} \}$

সমাধান: (c);  $\cot \theta$  এর ডোমেন  $= \mathbb{R} - \{ n\pi, n \in \mathbb{Z} \}$





### Question Type-8: মান নির্ণয়

**Example:** প্রমাণ কর যে,  $\frac{\cos 8^\circ + \sin 8^\circ}{\cos 8^\circ - \sin 8^\circ} = \tan 53^\circ$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: L. H. S.} &= \frac{\cos 8^\circ + \sin 8^\circ}{\cos 8^\circ - \sin 8^\circ} = \frac{\cos 8^\circ \left(1 + \frac{\sin 8^\circ}{\cos 8^\circ}\right)}{\cos 8^\circ \left(1 - \frac{\sin 8^\circ}{\cos 8^\circ}\right)} = \frac{1 + \tan 8^\circ}{1 - \tan 8^\circ} = \frac{\tan 45^\circ + \tan 8^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 8^\circ} \\ &= \tan (45^\circ + 8^\circ) = \tan 53^\circ = \text{R. H. S. (Proved)} \end{aligned}$$

**Example:** দেখাও যে,  $\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ = 1$

$$\text{সমাধান: } \tan 45^\circ = \tan(25^\circ + 20^\circ) \Rightarrow 1 = \frac{\tan 25^\circ + \tan 20^\circ}{1 - \tan 25^\circ \tan 20^\circ} \Rightarrow \tan 25^\circ + \tan 20^\circ = 1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ$$

$$\therefore \tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ = 1 \text{ (Proved)}$$

**Example:** প্রমাণ কর যে, (Prove that),  $\tan 36^\circ + \tan 9^\circ + \tan 36^\circ \tan 9^\circ = 1$

$$\text{সমাধান: আমরা জানি, } \tan(36^\circ + 9^\circ) = \frac{\tan 36^\circ + \tan 9^\circ}{1 - \tan 36^\circ \tan 9^\circ} \text{ বা, } \tan 45^\circ = \frac{\tan 36^\circ + \tan 9^\circ}{1 - \tan 36^\circ \tan 9^\circ} \text{ বা, } 1 = \frac{\tan 36^\circ + \tan 9^\circ}{1 - \tan 36^\circ \tan 9^\circ}$$

$$\text{বা, } \tan 36^\circ + \tan 9^\circ = 1 - \tan 36^\circ \tan 9^\circ \text{ বা, } \tan 36^\circ + \tan 9^\circ + \tan 36^\circ \tan 9^\circ = 1$$

### Related Questions:

01.  $\log_x 1728 = 6$  হলে 'x' এর মান কত?

[CU'20-21]

(a)  $2\sqrt{3}$  (b)  $3\sqrt{2}$  (c)  $4\sqrt{3}$  (d)  $3\sqrt{3}$

সমাধান: (a);  $\log_x 1728 = 6 \Rightarrow x^6 = 1728$  [Option check] করতে হবে।  $x = 2\sqrt{3}$

$$(2\sqrt{3})^6 = 2^6 \times 3^3 = 64 \times 27 = 1728$$

02.  $\frac{\cos 27^\circ - \cos 63^\circ}{\cos 27^\circ + \cos 63^\circ} = ?$

[RU'14-15, JU'10-11, 18-19]

(a)  $\cot 18^\circ$  (b)  $\sin 18^\circ$  (c)  $\cos 18^\circ$  (d)  $\tan 18^\circ$

সমাধান: (d);  $\frac{\cos(27^\circ) - \cos(63^\circ)}{\cos(27^\circ) + \cos(63^\circ)} = \frac{2 \times \sin(45^\circ) \times \sin(18^\circ)}{2 \times \cos(45^\circ) \times \cos(18^\circ)} = \tan(18^\circ)$

03.  $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}$  এর মান-

[DU'04-05, 11-12, JnU'10-11, RU'15-16]

(a)  $\sqrt{5}$  (b)  $\sqrt{3}$  (c)  $-\sqrt{3}$  (d)  $-\sqrt{5}$

সমাধান: (b);  $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = \sqrt{3}$  (Using Calculator)

04.  $\frac{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ} = ?$

[RU'14-15]

(a) 1 (b)  $\sqrt{3}$  (c)  $1/\sqrt{3}$  (d) 0

সমাধান: (b);  $\frac{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ} = \frac{1 + \tan 15^\circ}{1 - \tan 15^\circ} = \frac{\tan 45^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 15^\circ} = \tan(45^\circ + 15^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$





**Question Type-9: sin ও cos ফাংশনের ৪টি পদের বর্গের সমষ্টি**

Example: মান নির্ণয় কর:  $\sin^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{5\pi}{14} + \sin^2 \frac{8\pi}{7} + \sin^2 \frac{9\pi}{14}$

সমাধান:  $\sin^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{5\pi}{14} + \sin^2 \frac{8\pi}{7} + \sin^2 \frac{9\pi}{14} = \sin^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) + \sin^2 \left(\pi + \frac{\pi}{7}\right) + \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7}\right)$   
 $= \sin^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{\pi}{7} = 2 \left(\sin^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{\pi}{7}\right) = 2$  (Ans.)

**Related Questions:**

01.  $\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - A\right) + \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + A\right)$  এর মান কোনটি? [Agri. Gucho'19-20]  
 (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d)  $\frac{1}{2}$

সমাধান: (b);  $\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - A\right) + \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + A\right) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - A\right) + \left\{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + A\right)\right)\right\}^2 = \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - A\right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - A\right) = 1$

02.  $\cos^2(60^\circ + A) + \cos^2(60^\circ - A)$  এর মান- [DU'18-19]  
 (a)  $1 - \frac{1}{2} \cos 2A$  (b)  $1 + \sin 2A$  (c)  $1 + 3 \cos 2A$  (d)  $1 + \frac{1}{2} \cos 2A$

সমাধান: (a);  $\cos^2(60^\circ + A) + \cos^2(60^\circ - A) = \frac{1}{2}(1 + \cos(120^\circ + 2A)) + \frac{1}{2}(1 + \cos(120^\circ - 2A))$   
 $= \frac{1}{2}(2 + 0 \cdot \cos 120^\circ \cos 2A) = 1 - \frac{1}{2} \cos 2A$

03.  $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 200^\circ = ?$  [Ans: b][KU'10-11]  
 (a) 5 (b) 10 (c) 20 (d) 11

সমাধান: (No Solution);  $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 200^\circ$   
 $= (\sin^2 10^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ) + \sin^2 90^\circ + (\sin^2 110^\circ + \dots + \sin^2 170^\circ) + \sin^2 180^\circ + \sin^2 190^\circ + \sin^2 200^\circ$   
 $= (\sin^2 10^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ) + 1 + (\sin^2 80^\circ + \sin^2 70^\circ + \dots + \sin^2 10^\circ) + 0 + \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ$   
 $= 4 + 1 + 4 + \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ = 9.147731468 \dots$

**Question Type-10: প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী**

(i) sin rule :  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  [R = পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ]

(ii) cos rule :  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ ;  $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$ ;  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

(iii)  $a = b \cos C + c \cos B$ ;  $b = c \cos A + a \cos C$ ;  $c = a \cos B + b \cos A$

(iv)  $a + b + c = 2s$

(v)  $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(vi)  $\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$

(vii)  $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$

(viii)  $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$

(ix)  $\cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$

(x)  $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} = \frac{(s-b)(s-c)}{\Delta}$  ..... (xi)  $\tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}} = \frac{(s-c)(s-a)}{\Delta}$





$$(xii) \Delta = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B. \quad (xiii) \text{ পরিব্যাসার্ধ } R = \frac{abc}{4\Delta} \dots\dots\dots (xiv) \Delta = Sr$$

$$(xv) \text{ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{বাহু})^2 \quad (xvi) \text{ অন্তঃব্যাসার্ধ } r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

$$(xvii) \text{ অন্তঃকেন্দ্র থেকে কৌণিক দূরত্ব } IA = r \operatorname{cosec} \frac{A}{2}, IB = r \operatorname{cosec} \frac{B}{2}, IC = r \operatorname{cosec} \frac{C}{2}$$

$$(xviii) \text{ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \quad (b = \text{ভূমি}, a = \text{সমান বাহুদ্বয়})$$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

(i) ত্রিভুজের তিনটি বাহু  $a, b, c$  হলে  $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ; যেখানে  $s$  ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা

(ii) ত্রিভুজের দুইটি বাহু  $a, b$  এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ  $C$  হলে  $\Delta = \frac{1}{2} ab \sin C$

(iii) ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহু  $a, b, c$  এবং পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ  $R$  হলে  $\Delta = \frac{abc}{4R}$

(iv) ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা  $s$  এবং অন্তঃব্যাসার্ধ  $r$  হলে  $\Delta = rs$

$$\therefore \Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{abc}{4R} = rs$$

### Related Questions:

01. যদি  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$  হয়, তবে  $A + B =$  কত? [RU'17-18]

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $-\frac{\pi}{2}$  (c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\pi$

সমাধান: (a);  $\sin A - \sin B = \cos B - \cos A$

$$\Rightarrow \cos \frac{1}{2}(A+B) \sin \frac{1}{2}(A-B) = \sin \frac{1}{2}(A+B) \sin \frac{1}{2}(A-B)$$

$$\Rightarrow \sin \frac{1}{2}(A-B) \left\{ \cos \frac{1}{2}(A+B) - \sin \frac{1}{2}(A+B) \right\} = 0 \quad \text{সুতরাং } A = B \text{ অথবা } A + B = \frac{\pi}{2}$$

02. ABC ত্রিভুজে  $a = \sqrt{3}$  একক,  $b = \sqrt{2}$  একক,  $\angle A = 60^\circ$  এবং  $\angle B = 45^\circ$  হলে  $c =$ ? [RU'17-18]

- (a) 11 (b) 8 (c)  $(\sqrt{3} + 1)/\sqrt{2}$  (d) 6

$$\text{সমাধান: (c); } \angle C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ; \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} \times \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

03. ABC ত্রিভুজে  $a:b:c = 3:7:5$  হলে  $\angle B =$ ? [DU'15-16]

- (a)  $60^\circ$  (b)  $30^\circ$  (c)  $90^\circ$  (d)  $120^\circ$

সমাধান: (d); Let,  $\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = \frac{c}{5} = k$

$$\therefore \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{(5k)^2 + (3k)^2 - (7k)^2}{2 \cdot 3k \cdot 5k} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2} \Rightarrow B = 120^\circ$$

04. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলে  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C =$ ? [DU'15-16]

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 1 (c) 0 (d) -1

সমাধান: (b); A সমকোণ হলে  $A = \frac{\pi}{2}$  এবং  $B + C = \frac{\pi}{2}$ ।

$$\text{তাহলে } \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \cos^2 \frac{\pi}{2} + \cos^2 B + \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - B \right) = \cos^2 B + \sin^2 B = 1$$





05.  $\Delta ABC$  এ  $a = \sqrt{3} + 1, b = \sqrt{3} - 1$  এবং  $C = 60^\circ$  হলে,  $B$  এর মান কত? [RU'15-16]  
 (a)  $105^\circ$  (b)  $90^\circ$  (c)  $30^\circ$  (d)  $15^\circ$

সমাধান: (d);  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$$\Rightarrow c^2 = (\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2 - 2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)\cos 60^\circ \therefore c = \sqrt{6} \text{ একক।}$$

$$\text{এখন, } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{b\sin C}{c} = \sin B \Rightarrow \sin B = \frac{(\sqrt{3}-1)\sin 60^\circ}{\sqrt{6}} \therefore B = 15^\circ$$

06.  $ABC$  ত্রিভুজের  $\cos A + \cos C = \sin B$  হলে  $\angle C$  এর মান- [DU'14-15]  
 (a)  $\frac{\pi}{4}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$  (c)  $\frac{\pi}{2}$  (d)  $\frac{\pi}{6}$

$$\text{সমাধান: (c); } \cos A + \cos C = \sin B \Rightarrow 2 \cos \frac{A+C}{2} \cos \frac{C-A}{2} = 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{B}{2}\right) \cos \frac{C-A}{2} = 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \Rightarrow \cos \frac{C-A}{2} = \cos \frac{B}{2} \therefore C - A = B \therefore C = A + B$$

$$\therefore A + B + C = \pi \therefore 2C = \pi \therefore C = \frac{\pi}{2} \text{ [similarly } A = \frac{\pi}{2} \text{ হতে পারে]}$$

07. যদি  $\tan \alpha + \tan \beta = b, \cot \alpha + \cot \beta = a$  এবং  $\alpha + \beta = \theta$  হয়, তবে  $\tan \theta = ?$  [RU'14-15]  
 (a)  $\frac{ab}{1-ab}$  (b)  $\frac{b}{1-ab}$  (c)  $\frac{ab}{a-b}$  (d)  $\frac{a}{1+ab}$

সমাধান: (c);  $\tan \alpha + \tan \beta = b \dots \dots \dots (i)$

$$\cot \alpha + \cot \beta = a \Rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} = a \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{a} = \tan \alpha \cdot \tan \beta$$

$$\Rightarrow \tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{b}{a}, \text{ [from (i)] } \dots (ii) \therefore \tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{b}{1 - \frac{b}{a}} = \frac{ab}{a-b}$$

08. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3,5,6 হলে এর বৃহত্তম কোণ কত? [KU'14-15]  
 (a)  $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{30}\right)$  (b)  $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{15}\right)$  (c)  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{15}\right)$  (d)  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{30}\right)$

$$\text{সমাধান: (b); } x = \cos^{-1} \frac{3^2+5^2-6^2}{2 \times 3 \times 5} = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{15}\right)$$

09. একক ব্যাসার্ধের বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য- [DU'13-14]  
 (a)  $\frac{3}{2}$  units (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  units (c)  $\sqrt{3}$  units (d) 1 unit

$$\text{সমাধান: (c); ত্রিভুজ Sine সূত্র মতে } \frac{a}{\sin A} = 2R$$

সমবাহু বলে  $A = 60^\circ$  এবং একক ব্যাসার্ধে  $R = 1$

$$\therefore \frac{a}{\sin 60^\circ} = 2 \Rightarrow a = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}$$

**Question Type-11:  $\tan(A + B)$  ও  $\tan(A - B)$  এর সূত্র**

$$(i) \tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$(ii) \tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$



**Related Questions:**

01.  $A + B = \frac{\pi}{4}$  হলে,  $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$  এর মান কত? [Agri. Gucho'20-21]  
 (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

সমাধান: (d);  $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 1 + \tan B + \tan A + \tan A \tan B$   
 $= 1 + \tan(A + B) (1 - \tan A \tan B) + \tan A \tan B$   
 $= 1 + \tan \frac{\pi}{4} (1 - \tan A \tan B) + \tan A \tan B$   
 $= 1 + 1 - \tan A \tan B + \tan A \tan B = 2$

02. ABC ত্রিভুজের  $\cos A + \cos C = \sin B$  হলে, কোণ  $\angle A$  এর মান কত? [JU'19-20]  
 (a)  $\frac{\pi}{4}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$  (c)  $\frac{\pi}{2}$  (d)  $\frac{\pi}{8}$

সমাধান: (c);  $2 \cos \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \Rightarrow \cos \frac{A-C}{2} = \cos \frac{B}{2} [A + B + C = \pi]$   
 $\therefore A - C = B \therefore A = B + C$ । এখন,  $A + B + C = \pi \therefore 2A = \pi \therefore A = \frac{\pi}{2}$

03. কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগামী বৃত্তের কেন্দ্রে ঐ ত্রিভুজের \_\_\_\_\_ বলে। [Ans: a][JU'19-20]  
 (a) পরিকেন্দ্র (b) উপকেন্দ্র (c) পরাকেন্দ্র (d) অধিকেন্দ্র

04. ABC ত্রিভুজে যদি  $\angle A = 75^\circ$  এবং  $\angle B = 45^\circ$  হয়, তবে  $c : b = ?$  [RU'19-20]  
 If  $\angle A = 75^\circ$  and  $\angle B = 45^\circ$  in triangle ABC then  $c : b = ?$   
 (a)  $\sqrt{2} : \sqrt{3}$  (b)  $\sqrt{5} : \sqrt{7}$  (c)  $\sqrt{3} : \sqrt{2}$  (d)  $\sqrt{7} : \sqrt{5}$

সমাধান: (c);  $\frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(180^\circ - 120^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

05.  $\Delta ABC$  এ  $\cos A + \cos B = \sin C$  হলে ত্রিভুজটির নাম কি? [KU'19-20]  
 (a) সূক্ষকোণী (b) স্থূলকোণী (c) সমকোণী (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (c);  $\cos A + \cos B = \sin C \Rightarrow 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} = 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}$   
 $\Rightarrow \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) \cos \frac{A-B}{2} = \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A-B}{2} = \cos \frac{C}{2} \therefore A = B + C$   
 $A + B + C = \pi \therefore 2A = \frac{\pi}{2} \times 2 \therefore A = \frac{\pi}{2} \therefore \Delta ABC$  সমকোণী ত্রিভুজ।

06.  $\frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B} = ?$  [Ans: b][JU'18-19]  
 (a)  $\cot(A - B)$  (b)  $\cot(A + B)$  (c)  $\sec(A - B)$  (d)  $\tan(A - B)$

07.  $\tan A (1 + \sec 2A) = ?$  [JU'18-19]  
 (a)  $\sin A$  (b)  $\sin 2A$  (c)  $\tan A$  (d)  $\tan 2A$

সমাধান: (d);  $\tan A \left( 1 + \frac{1}{\cos 2A} \right) = \tan A \left( 1 + \frac{1 + \tan^2 A}{1 - \tan^2 A} \right) = \tan A \left( \frac{1 - \tan^2 A + 1 + \tan^2 A}{1 - \tan^2 A} \right) = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} = \tan 2A$

08.  $\cos A + \cos C = \sin B$  হলে  $\sin(B + C)$  এর মান কত? [BAU'18-19]  
 (a) 0 (b) 1 (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

সমাধান: (b);  $\cos A + \cos C = \sin B \Rightarrow 2 \cos \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = \sin B$   
 $\Rightarrow 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \Rightarrow \frac{A-C}{2} = \frac{B}{2} \Rightarrow A = B + C$   
 $\Rightarrow A = 180^\circ - A \Rightarrow A = 90^\circ \therefore \sin(B + C) = \sin 90^\circ = 1$





09.  $2(\cos x + \sec x) = 5$  সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [JU'16-17]

- (a)  $n\pi \pm \pi/3$  (b)  $2n\pi \pm \pi/3$  (c)  $2n\pi \pm \pi/6$  (d)  $n\pi \pm \pi/6$

সমাধান: (b);  $\cos x + \sec x = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos^2 x - \frac{5}{2}\cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = 2, \frac{1}{2}$

এখানে,  $\cos x \neq 2 \therefore \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

10.  $\tan x \tan 3x = 1$  এর সাধারণ সমাধান কত? [CU'16-17]

- (a)  $x = \frac{n\pi}{4}$  (b)  $x = \frac{(n-1)\pi}{4}$  (c)  $x = \frac{(2n-1)\pi}{8}$  (d)  $x = \frac{(2n+1)\pi}{8}$  (e)  $x = \frac{\pi}{8}$

সমাধান: (d);  $\frac{\sin x \sin 3x}{\cos x \cos 3x} = 1$  বা,  $\cos x \cos 3x - \sin x \sin 3x = 0$  বা,  $\cos 4x = 0 \therefore x = (2n + 1)\frac{\pi}{8}$

09.  $\tan 75^\circ - \tan 30^\circ - \tan 75^\circ \tan 30^\circ$  সমান কত? [JnU'16-17]

- (a) -1 (b) 1 (c)  $\sqrt{3}$  (d) 0

সমাধান: (b);  $\tan(75^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 75^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 75^\circ \tan 30^\circ} \Rightarrow 1 + \tan 75^\circ \tan 30^\circ = \tan 75^\circ - \tan 30^\circ$

$\Rightarrow \tan 75^\circ - \tan 30^\circ - \tan 75^\circ \tan 30^\circ = 1$

10.  $\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ$  এর মান কত? [Ans: a][CU'04-05,05-06,RU'15-16]

- (a) 1 (b) 0 (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d) -1 (e)  $\frac{1}{2}$

সমাধান: (a);  $\tan 45^\circ = \tan (25^\circ + 20^\circ) = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \times \tan 25^\circ} = 1 \Rightarrow \tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ = 1$

### Question Type-12: মান নির্ণয় সংক্রান্ত

মান নির্ণয় কর:

(i)  $\cos 675^\circ$  (ii)  $\operatorname{cosec}(-660^\circ)$  (iii)  $\sin(-1395^\circ)$

(iv)  $\cot 840^\circ$  (v)  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$

সমাধান: (i)  $\cos 675^\circ = \cos(7 \times 90^\circ + 45^\circ) = \sin 45^\circ = 1/\sqrt{2}$

(ii)  $\operatorname{cosec}(-660^\circ) = -\operatorname{cosec} 660^\circ = -\operatorname{cosec}(7 \times 90^\circ + 30^\circ) = -\{-\sec 30^\circ\} = \sec 30^\circ = 2/\sqrt{3}$

(iii)  $\sin(-1395^\circ) = -\sin 1395^\circ = -\{\sin(16 \times 90^\circ - 45^\circ)\} = -(-\sin 45^\circ) = \sin 45^\circ = 1/\sqrt{2}$

(iv)  $\cot 840^\circ = \cot(10 \times 90^\circ - 60^\circ) = -\cot 60^\circ = -1/\sqrt{3}$

(v)  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = -\cot \frac{\pi}{3} = -1/\sqrt{3}$

### Related Questions:

01.  $\tan 15^\circ$  এর মান কত? [Ans: a][JU'18-19]

- (a)  $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$  (b)  $\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$  (c)  $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

02.  $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = ?$  [CU'18-19]

- (a)  $\cos A$  (b)  $\sec A + \tan A$  (c)  $\tan A - \sec A$  (d)  $\sec A - \tan A$

সমাধান: (d);  $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sqrt{\frac{(1-\sin A)^2}{\cos^2 A}} = \frac{1-\sin A}{\cos A} = \sec A - \tan A$







03.  $A + B = \frac{\pi}{2}$  হলে  $\cos^2 A - \cos^2 B$  এর মান-

[DU'17-18]

- (a)  $\sin(A - B)$  (b)  $\sin(B - A)$  (c)  $\cos(B - A)$  (d)  $-\cos(A - B)$

সমাধান: (b);  $\cos^2 A - \cos^2 B = \sin^2 B - \sin^2 A = \sin(A + B) \sin(B - A)$   
 $= \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin(B - A) = \sin(B - A)$

04.  $\tan 17^\circ + \tan 28^\circ + \tan 17^\circ \tan 28^\circ$  এর মান-

[JnU'17-18]

- (a) 1 (b) -1 (c)  $\sqrt{3}$  (d)  $1/\sqrt{3}$

সমাধান: (a);  $1 = \tan 45^\circ = \tan(28^\circ + 17^\circ) = \frac{\tan 17^\circ + \tan 28^\circ}{1 - \tan 17^\circ \tan 28^\circ} \therefore \tan 17^\circ + \tan 28^\circ + \tan 17^\circ \tan 28^\circ = 1$

05. একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 1:2:3 হলে বাহুগুলোর অনুপাত হচ্ছে-

[RU'17-18]

- (a)  $2:\sqrt{3}:1$  (b)  $2:3:1$  (c)  $\sqrt{3}:2:1$  (d)  $1:\sqrt{3}:2$

সমাধান: (d); কোণগুলো হল :  $30^\circ, 60^\circ$  ও  $90^\circ$

$\therefore$  বাহুগুলোর অনুপাত  $\sin 30^\circ : \sin 60^\circ : \sin 90^\circ = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : 1 = 1 : \sqrt{3} : 2$

06.  $\frac{\sin A}{1 + \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$  এর মান হচ্ছে-

[CU'17-18]

- (a)  $2 \operatorname{cosec} A$  (b)  $2 \tan \frac{A}{2}$  (c)  $2 \cot A$  (d)  $2 \sec A$

সমাধান: (b);  $\frac{\sin A}{1 + \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = \frac{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{2 \cos^2 \frac{A}{2}} + \frac{2 \sin^2 \frac{A}{2}}{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} = \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{A}{2} = 2 \tan \frac{A}{2}$

07. The value of  $\sin(A - 30^\circ) + \sin(150^\circ + A)$  is-

[DU'16-17]

- (a)  $-\frac{1}{2} \cos A$  (b) 0 (c)  $\cos A$  (d)  $\sin A$

সমাধান: (b);  $\sin(A - 30^\circ) + \sin(150^\circ + A) = 2 \sin(60 + A) \cos(-90^\circ) = 0$

08.  $\tan 75^\circ$  এর মান কত?

[JU'14-15]

- (a)  $\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$  (b)  $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$  (c)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$  (d)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

সমাধান: (b);  $\tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

09. কোনটি সম্ভব?

[Ans: a][JU'14-15]

- (a)  $\tan \theta = \frac{1}{7}$  (b)  $\sec \frac{3\pi}{2}$  (c)  $\operatorname{cosec} 2\pi$  (d)  $\sec\left(\pm \frac{3\pi}{2}\right)$

10.  $2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \sqrt{3}$  হলে  $\theta$  এর মান কত?

[JnU'09-10, JU'14-15]

- (a)  $\pi + \frac{\pi}{12}$  (b)  $n\pi \pm \frac{\pi}{12}$  (c)  $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (d)  $n\pi + \frac{\pi}{12}$

সমাধান: (b);  $2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \cos 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 2\theta = 2n \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{12}$

11.  $\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta} =$  কত?

[JU'14-15]

- (a)  $\tan 2\theta$  (b)  $\tan \theta$  (c)  $\tan \frac{\theta}{2}$  (d)  $-\tan 2\theta$

সমাধান: (b);  $\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta} = \frac{2 \sin^2 \theta + \sin 2\theta}{2 \cos^2 \theta + \sin 2\theta} = \frac{2 \sin \theta (\sin \theta + \cos \theta)}{2 \cos \theta (\cos \theta + \sin \theta)} = \tan \theta$

12.  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$  ও  $A = \frac{\pi}{9}$  হলে  $B = ?$

[RU'14-15]

- (a)  $\frac{7\pi}{18}$  (b)  $\frac{7\pi}{9}$  (c)  $\frac{5\pi}{9}$  (d)  $\frac{5\pi}{18}$

সমাধান: (a);  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B \Rightarrow \sin A + \cos A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - B\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - B\right)$

$\Rightarrow A = \frac{\pi}{2} - B \Rightarrow A = \frac{\pi}{2} - B \Rightarrow B = \frac{7\pi}{18}$





13.  $\frac{\sin A}{1 + \cos A} = ?$

[Ans: c][RU'06-07, CU'11-12, JU'14-15]

- (a)  $\sin A/2$  (b)  $\cos A/2$  (c)  $\tan A/2$  (d)  $\cot A/2$

14.  $A + B = \frac{\pi}{4}$  হলে  $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$  এর মান কত?

[RU'13-14]

- (a) 1 (b) 2 (c)  $\sqrt{3}$  (d)  $3\sqrt{3}$

সমাধান: (b);  $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = 1$

$\Rightarrow \tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1 \Rightarrow (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$

**Question Type-13: ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের রাশির মান ও রাশির মধ্যে সম্পর্ক হতে কোণ নির্ণয়**

01.  $\cos 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 160^\circ$ -এর মান কত?

[Ans: d] [RU'20-21]

- (a) -1 (b) 1 (c)  $\frac{1}{2}$  (d) 0

সমাধান: (d);  $\cos 40 + \cos 80 + \cos 160 = \cos 40 + 2 \cos \frac{80+160}{2} \cos \frac{160-80}{2}$

$\Rightarrow \cos 40 + 2 \cos 120 \cos 40 = \cos 40 + 2 \left(-\frac{1}{2}\right) \cos 40 = \cos 40 - \cos 40 = 0$

02. যদি  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$  হয় তবে,  $A + B = ?$

[JU'18-19]

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\pi$  (c)  $2\pi$  (d)  $\frac{\pi}{3}$

সমাধান: (a);  $\sin A - \sin B = \cos B - \cos A \Rightarrow 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} = 2 \sin \frac{B+A}{2} \sin \frac{A-B}{2}$

$\Rightarrow \tan \frac{A+B}{2} = 1; A + B = \frac{\pi}{2}$

03.  $\cos 70^\circ - \cos 10^\circ + \sin 40^\circ$  এর মান কত?

[JU'18-19]

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 10

সমাধান: (a);  $\cos 70^\circ - \cos 10^\circ + \sin 40^\circ = -2 \sin 40^\circ \sin 30^\circ + \sin 40^\circ = -\sin 40^\circ + \sin 40^\circ = 0$

04.  $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ$  এর মান কত?

[KU'11-12, 18-19, RU'17-18]

- (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $-\sqrt{3}$  (c)  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  (d)  $-\sqrt{\frac{1}{3}}$

সমাধান: (a);  $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ = \tan 20^\circ \tan(60^\circ - 20^\circ) \tan(60^\circ + 20^\circ)$

$= \tan 20^\circ \cdot \frac{\sqrt{3} - \tan 20^\circ}{1 + \sqrt{3} \tan 20^\circ} \cdot \frac{\sqrt{3} + \tan 20^\circ}{1 - \sqrt{3} \tan 20^\circ} = \tan 20^\circ \frac{3 - \tan^2 20^\circ}{1 - 3 \tan^2 20^\circ} = \frac{3 \tan 20^\circ - \tan^3 20^\circ}{1 - 3 \tan^2 20^\circ} = \tan(3 \cdot 20^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

05. If  $9\theta = \pi$ , then the value of  $\cos \theta \cos 2\theta \cos 4\theta$  is—

[DU'16-17]

- (a)  $\frac{1}{9}$  (b)  $\frac{1}{8}$  (c) 8 (d) 9

সমাধান: (b);  $\cos \theta \cos 2\theta \cos 4\theta = \frac{2 \sin \theta \cos \theta \cos 2\theta \cos 4\theta}{\sin \theta} = \frac{1 \sin 2\theta \cos 2\theta \cos 4\theta}{\sin \theta} = \frac{1 \sin 4\theta \cos 4\theta}{4 \sin \theta} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin \frac{8\theta}{2}}{\sin \frac{\pi}{9}} = \frac{1}{8}$

06.  $m = \tan \theta + \sin \theta$  এবং  $n = \tan \theta - \sin \theta$  হলে,  $m^2 - n^2 = ?$

[RU'16-17]

- (a)  $mn$  (b)  $2\sqrt{mn}$  (c)  $4\sqrt{mn}$  (d)  $8\sqrt{mn}$

সমাধান: (c);  $\theta$  এর একটি মান ধরে নিয়ে  $m, n$  এর মান বের করে  $m^2 - n^2$  এর মান নির্ণয় কর।



07.  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ ,  $A + B = ?$

(a)  $\pi$

(b)  $2\pi$

(c)  $\frac{\pi}{2}$

(d)  $\frac{\pi}{4}$

[RU'11-12, RU'12-13, DU'15-16]

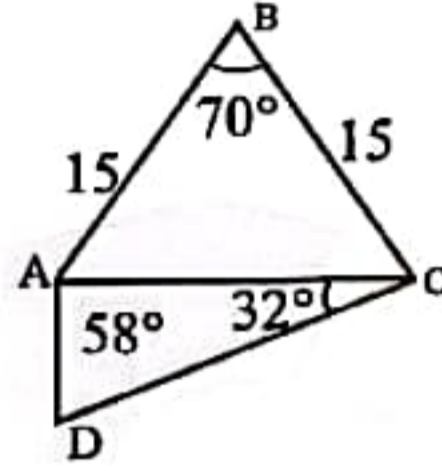
সমাধান: (c);  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B \Rightarrow \sin A - \sin B = \cos B - \cos A$

$$\Rightarrow 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} = 2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad (A - B \neq 0)$$

$$\text{So, } \tan \frac{A+B}{2} = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \quad \text{So, } \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{4} \quad \text{So, } (A+B) = \frac{\pi}{2}$$

08. নীচের চিত্রে AD বাহুর দৈর্ঘ্য বের কর।

[KU'15-16]



সমাধান: চিত্র হতে,  $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot (AB) \cdot (BC)}$  [ $\Delta ABC$  এ]  $\Rightarrow \cos 70^\circ = \frac{15^2 + 15^2 - AC^2}{2 \times 15 \times 15} \therefore AC = 17.2073$  একক

এবার, সমকোণী ত্রিভুজ  $\Delta ADC$  এ,  $\tan C = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \tan 32^\circ = \frac{AD}{17.2073} \therefore AD = 10.7523$  একক (প্রায়) (Ans.)

09.  $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ$  এর মান-

[DU'14-15]

(a)  $2\cos 20^\circ$

(b)  $\sqrt{2} \cos 20^\circ$

(c)  $\sqrt{2} \sin 20^\circ$

(d)  $2\sin 20^\circ$

সমাধান: (b);  $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ = \cos 65^\circ + \cos 25^\circ = 2\cos 45^\circ \cos 20^\circ = \sqrt{2} \cos 20^\circ$

10. কোনটি সঠিক?

[Ans: a][JU'14-15]

(a)  $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

(b)  $\cos 2A = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$

(c)  $\cos 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$

(d) কোনটিই নয়

11.  $\tan \theta = \frac{a}{b}$  হলে  $\cos \theta$  এর মান কত?

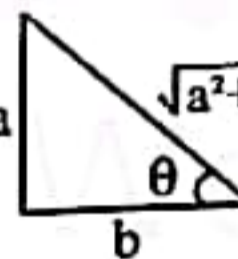
[JU'14-15]

(a)  $\frac{a}{a^2 - b^2}$

(b)  $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

(c)  $\frac{b}{a^2 + b^2}$

(d)  $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

সমাধান: (d);   $\therefore \cos \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

12.  $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$  হলে,  $\cos \alpha - \sin \alpha =$  কত?

[RU'13-14]

(a)  $\sqrt{2} \sin \alpha$

(b)  $\sqrt{3} \cos \alpha$

(c)  $\sqrt{5} \sin \alpha$

(d)  $\sqrt{2} \sin \alpha$

সমাধান: (d);  $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$  Or,  $\sin \alpha = \cos \alpha (\sqrt{2} - 1)$

$$\text{Or, } \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{2} - 1} \quad \text{Or, } \cos \alpha = (\sqrt{2} + 1) \sin \alpha \quad \text{Or, } \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha$$

### Question Type-14: মূলবিন্দুগামী লেখ সম্পর্কিত

01. কোন লেখচিত্রটি মূলবিন্দু দিয়ে যায় না?

[Ans: b][RU'15-16]

(a)  $y = \sin x$

(b)  $y = \sin(x + 45^\circ)$

(c)  $y = \tan x$

(d) সবকয়টিই



**অধ্যায়-০৭: বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ**

**Question Type-01: সূত্র প্রয়োগ**

$$(i) \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \sin^{-1} x + \sec^{-1} \frac{1}{x} = \operatorname{cosec}^{-1} \frac{1}{x} + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

$$(ii) \tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = \cot^{-1} \frac{1}{x} + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

$$(iii) \sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

**Related Questions:**

01.  $\cot\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) = ?$  [DU'19-20]

(a)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                       (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (c)  $\sqrt{3}$                       (d)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

সমাধান: (c);  $\cot \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$

02.  $\sin[2(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)] = a$  হলে,  $a$  এর মান কত? [JU'19-20]

(a) 0                      (b) 1                      (c) -1                      (d) 2

সমাধান: (a);  $\sin\left(2 \times \frac{\pi}{2}\right) = a \therefore a = 0$

03.  $2 \sin^{-1} x = \sin^{-1} y$  সমীকরণে  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  হলে  $y$  এর মান কত? [KU'19-20]

(a)  $\frac{1}{2}$                       (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (d) 1

সমাধান: (c);  $2 \sin^{-1} x = \sin^{-1} y \Rightarrow 2 \times \frac{\pi}{3} = \sin^{-1} y \left[ \because \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} = x \therefore \sin^{-1} x = \frac{\pi}{3} \right]$

$\Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3} \therefore y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

04.  $\cos \theta = 1$  হলে,  $\theta =$  কত? [Ans: b][JU'18-19]

(a)  $(2n + 1)\pi$                       (b)  $2n\pi$                       (c)  $\frac{n\pi}{2}$                       (d)  $n\pi \pm \alpha$

05.  $\sin^{-1} x + \tan^{-1} x + \cot^{-1} x + \cos^{-1} x$  এর মান কত? [Ans: c][CU'16-17]

(a)  $\pm \frac{\pi}{2}$                       (b)  $\pm \pi$                       (c)  $\pi$                       (d)  $-\pi$                       (e) 0

06.  $\sin \theta = x$  হলে  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$  কত? [JU'14-15]

(a)  $\frac{\pi}{4}$                       (b)  $\frac{\pi}{3}$                       (c)  $\frac{\pi}{2}$                       (d)  $\frac{\pi}{6}$

সমাধান: (c);  $\Rightarrow \sin \theta = x \Rightarrow \theta = \sin^{-1} x$  Now,  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \theta + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\pi}{2}$

07.  $(\operatorname{cosec}^{-1} x + \sec^{-1} x) =$  কত? [Ans: a][RU'08-09,10-11,JU'10-11,14-15,]

(a)  $\frac{\pi}{2}$                       (b)  $\frac{\pi}{4}$                       (c)  $\frac{3\pi}{2}$                       (d)  $\frac{\pi}{6}$





## Written

01. যদি  $A + B + C = \pi$ ,  $\tan^{-1} 2 = A$  এবং  $\tan^{-1} 3 = B$  হয়, তাহলে দেখাও যে,  $C = \frac{\pi}{4}$ . [JnU'19-20]

সমাধান:  $A + B + C = \pi$ ;  $\tan^{-1} 2 = A$ ;  $\tan^{-1} 3 = B$   $\therefore A + B = \pi - C$  এবং  $\tan A = 2$  এবং  $\tan B = 3$

$$\therefore \tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \Rightarrow \tan(\pi - C) = \frac{2+3}{1-2 \times 3}$$

$$\Rightarrow -\tan C = -1 \Rightarrow \tan C = \tan \frac{\pi}{4} \therefore C = \frac{\pi}{4} \text{ [Proved]}$$

02. প্রমাণ কর  $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{3}{5}$ . [RU'19-20]

$$\text{সমাধান: } \tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{9}}{1 - \frac{1}{4} \times \frac{2}{9}} \right) = \tan^{-1} \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \tan^{-1} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1 - (\frac{1}{2})^2}{1 + (\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{3}{5} \text{ [Proved]}$$

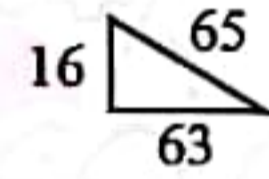
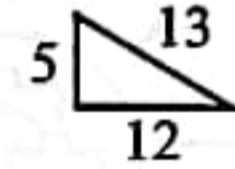
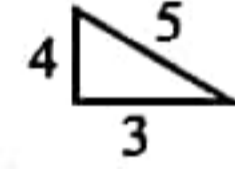
03. মান নির্ণয় কর:  $\sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{65}$ . [RU'19-20]

$$\text{সমাধান: } \sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{65} = \tan^{-1} \frac{4}{3} + \tan^{-1} \frac{5}{12} + \sin^{-1} \frac{16}{65}$$

$$= \tan^{-1} \frac{\frac{4}{3} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{4}{3} \times \frac{5}{12}} + \sin^{-1} \frac{16}{65} = \tan^{-1} \frac{\frac{16+5}{12}}{\frac{16-5}{36}} + \sin^{-1} \frac{16}{65}$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{21}{12} \times \frac{36}{16} \right) + \sin^{-1} \frac{16}{65}$$

$$= \tan^{-1} \frac{63}{16} + \sin^{-1} \frac{16}{65} = \tan^{-1} \frac{63}{16} + \cot^{-1} \frac{63}{16} = \frac{\pi}{2}$$



## Question Type-02: বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের সূত্র

$$(i) \sin^{-1} x \pm \sin^{-1} y = \sin^{-1} \left\{ x\sqrt{1-y^2} \pm y\sqrt{1-x^2} \right\}$$

$$(ii) \cos^{-1} x \pm \cos^{-1} y = \cos^{-1} \left\{ xy \mp \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)} \right\}$$

$$(iii) \tan^{-1} x \pm \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x \pm y}{1 \mp xy}$$

Note: উপরিউক্ত সূত্রে মূখ্যমান ব্যবহার করে সঠিক ফলাফল পাওয়া যাবে যদি  $xy \leq 1$  হয়।

$$(iv) \tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \tan^{-1} \frac{x + y + z - xyz}{1 - yz - zx - xy}$$

Note: উপরিউক্ত সূত্রে মূখ্যমান ব্যবহার করে সঠিক ফলাফল পাওয়া যাবে যদি  $yz + zx + xy \leq 1$  হয়।

$$(v) 2 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$$





- (vi)  $2\cos^{-1}x = \cos^{-1}(2x^2-1)$   
 (vii)  $2\sin^{-1}x = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$   
 (viii)  $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3-3x)$   
 (ix)  $3\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{3x-x^3}{1-3x^2}$   
 (x)  $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x-4x^3)$

**Example:**

- (i)
- $\tan \sin^{-1}\frac{1}{2}$
- এর মান-

সমাধান:  $\tan \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$  (Ans.)

- (ii)
- $\tan^{-1}\frac{5}{6} - \tan^{-1}\frac{1}{11}$
- এর মান কত?

সমাধান:  $\tan^{-1}\frac{5}{6} - \tan^{-1}\frac{1}{11} = \tan^{-1}\frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{11}}{1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{11}} = \tan^{-1}\left(\frac{49}{66} \times \frac{66}{71}\right) = \tan^{-1}\frac{49}{71}$  (Ans.)

- (iii)
- $\tan^{-1}\frac{7}{11} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{13}$
- এর মান কত?

সমাধান:  $\tan^{-1}\frac{7}{11} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{13} = \tan^{-1}\frac{\frac{7}{11} + \frac{1}{7}}{1 - \frac{7}{11} \cdot \frac{1}{7}} + \tan^{-1}\frac{1}{13}$   
 $= \tan^{-1}\left(\frac{49+11}{22} \times \frac{22}{77-7}\right) + \tan^{-1}\frac{1}{13} = \tan^{-1}\frac{60}{70} + \tan^{-1}\frac{1}{13}$   
 $= \tan^{-1}\frac{\frac{6}{7} + \frac{1}{13}}{1 - \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{13}} = \tan^{-1}\left(\frac{78+7}{91} \times \frac{91}{91-6}\right) = \tan^{-1}\frac{85}{85} = \tan^{-1}1 = \frac{\pi}{4}$  (Ans.)

- (iv)
- $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \cos^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta})$
- এর মান কত?

সমাধান:  $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \cos^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) = \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \sin^{-1}\left(\sqrt{1 - (\sqrt{\cos 2\theta})^2}\right)$   
 $= \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \sin^{-1}(\sqrt{1 - \cos 2\theta}) = \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \sin^{-1}(\sqrt{2\sin^2\theta})$   
 $= \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) = 0$  (Ans.)





**Related Questions:**

01. যদি  $\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 + \tan^{-1} 4 = \theta$  হয়, তবে  $\tan \theta = ?$  [Agri. Guccho'20-21]  
 (a) 9 (b)  $\frac{7}{2}$  (c)  $\frac{3}{5}$  (d)  $\frac{4}{5}$

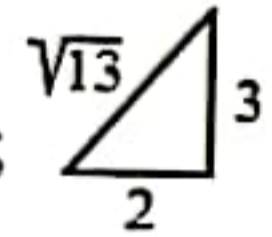
সমাধান: (c);  $\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 + \tan^{-1} 4 = \theta$   
 $\Rightarrow \tan^{-1} \frac{2+3+4-2 \times 3 \times 4}{1-2 \times 3-3 \times 4-4 \times 2} = \theta \Rightarrow \tan^{-1} \frac{3}{5} = \theta \therefore \tan \theta = \frac{3}{5}$

02.  $\sin \left( \tan^{-1} \frac{1}{2} + \cot^{-1} 3 \right)$  এর মান হবে কোনটি? [Ans: c][JU'19-20]  
 (a)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{1}{4}$  (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{3}{4}$

03. যদি  $x = \sin \cos^{-1} y$  হয়, তবে  $(x^2 + y^2)$  এর মান কোনটি? [JU'19-20]  
 (a) 2 (b) 1 (c) -1 (d) 0

সমাধান: (b);  $x = \sin \cos^{-1} y \Rightarrow x = \sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2 = 1-y^2 \therefore x^2 + y^2 = 1$

04.  $\tan^{-1} \frac{2}{3} + \cos^{-1} \frac{2}{\sqrt{13}} = ?$  [DU'18-19]  
 (a)  $\tan^{-1}(5/9)$  (b)  $\tan^{-1}(3/7)$  (c)  $\pi/2$  (d)  $\pi/4$

সমাধান: (c);   $\therefore \tan^{-1} \frac{2}{3} + \tan^{-1} \frac{3}{2} = \tan^{-1} \frac{2}{3} + \cot^{-1} \frac{2}{3} = \frac{\pi}{2}$

05.  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$  সূত্রটি কোন শর্তে বৈধ? [Ans: a][BAU'18-19]  
 (a)  $xy < 1$  (b)  $xy > 1$  (c)  $xy < 2$  (d)  $xy > 2$

06.  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2}$  হলে কোনটি সঠিক? [KU'17-18, DU'17-18]  
 (a)  $x^2 + y^2 = 1$  (b)  $x^2 - y^2 = 1$  (c)  $x + y = 1$  (d)  $x - y = 1$

সমাধান: (a);  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin^{-1} x + \cos^{-1} \sqrt{1-y^2} = \frac{\pi}{2}$

$\therefore x = \sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2 = 1-y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$

07.  $\sin(\sin^{-1} x + 2 \cos^{-1} x)$  এর মান কত? [CU'17-18]  
 (a)  $x$  (b)  $2x$  (c)  $3x$  (d)  $4x$

সমাধান: (a);  $\sin(\sin^{-1} x + 2 \cos^{-1} x) = \sin \left( \frac{\pi}{2} + \cos^{-1} x \right) \left( \because \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2} \right)$

$= \cos(\cos^{-1} x) = x \left[ \because \sin \left( \frac{\pi}{2} + \theta \right) = \cos \theta \right]$

08.  $\tan^{-1} 1/7 + \tan^{-1} 1/8 + \tan^{-1} 1/8 = ?$  [JU'16-17]  
 (a)  $\sin^{-1} 3$  (b)  $\cos^{-1} 3$  (c)  $\tan^{-1} \frac{1}{3}$  (d)  $\cot^{-1} \frac{1}{3}$

সমাধান: (No correct answer);  $\tan^{-1} \frac{7}{17}$

09.  $\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} + \tan^{-1} \sqrt{3} = ?$  [Ans: d][CU'16-17]  
 (a)  $0^\circ$  (b)  $\frac{\pi}{6}$  (c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$  (e)  $\frac{\pi}{3}$





10.  $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{8}$  এর মান কত? [KU'16-17]  
 (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$  (c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{6}$

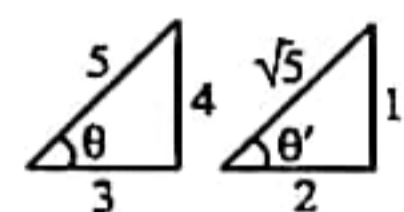
সমাধান: (c);  $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{8} = \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2 \times 5 \times 8}}{1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{40} - \frac{1}{16}} = \frac{\pi}{4}$

11.  $\cot^{-1} 3 + \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5} =$  কত? [JU'15-16]  
 (a)  $\frac{\pi}{4}$  (b)  $\frac{\pi}{2}$  (c)  $\pi$  (d)  $2\pi$

সমাধান: (a);  $\cot^{-1} 3 + \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\frac{1}{2} = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

12.  $\sin^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$  সমান- [DU'14-15]  
 (a)  $\tan^{-1}\frac{2}{11}$  (b)  $\sin^{-1}\frac{11}{2}$  (c)  $\tan^{-1}\frac{11}{2}$  (d)  $\cos^{-1}\frac{11}{2}$

সমাধান: (c);  $\sin^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} = \tan^{-1}\frac{4}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2}$

  $= \tan^{-1}\frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \tan^{-1}\frac{\frac{11}{6}}{\frac{1}{3}} = \tan^{-1}\frac{11}{2}$

13.  $\tan^{-1}\frac{4}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2} = ?$  [JU'14-15]  
 (a)  $\tan^{-1}\frac{1}{2}$  (b)  $\tan^{-1}\frac{1}{11}$  (c)  $\tan^{-1}\frac{2}{3}$  (d)  $\tan^{-1}\frac{11}{2}$

সমাধান: (d);  $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{11}{2}\right)$

14. কোনটি সঠিক নয়? [Ans: a][RU'14-15]  
 (a)  $\sin^{-1} x$  একটি সংখ্যা (b)  $\sin(\sin^{-1} x)$  এর মান একটি সংখ্যা  
 (c)  $\sin^{-1} x$  এবং  $(\sin x)^{-1}$  এর মান এক নয় (d)  $\sin^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x$

15. যদি  $\sin^{-1} x = \theta$  হয়, তবে  $\cos \theta$  এর মান কত? [JnU'13-14]  
 (a)  $1 - x^2$  (b)  $\sqrt{1 - x^2}$  (c)  $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$  (d)  $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$

সমাধান: (b);  $\sin^{-1} x = \theta \Rightarrow x = \sin \theta \therefore \cos \theta = \sqrt{1 - x^2}$

16.  $A + B + C = \pi$ ,  $\tan^{-1} 2 = A$  এবং  $\tan^{-1} 3 = B$  হয়, তবে  $C$  এর মান কত? [Ans: d][RU'11-12, CU'06-07, KU'13-14]  
 (a) 1 (b) 2 (c)  $\frac{\pi}{2}$  (d)  $\frac{5\pi}{4}$

17.  $2 \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{4} =$  কত? [CU'13-14]  
 (a)  $\tan^{-1}\frac{12}{13}$  (b)  $45^\circ$  (c)  $\tan^{-1}\frac{32}{43}$  (d)  $60^\circ$  (e)  $\tan^{-1}\frac{72}{45}$

সমাধান: (c); Using calculator.

### Written

01. দেখাও যে,  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$ .

সমাধান: ধরি,  $\tan A = x \therefore A = \tan^{-1} x$  এবং  $\tan B = y \therefore B = \tan^{-1} y$

$\therefore \tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{x+y}{1-xy}$ ;  $A + B = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$

$\therefore \tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$  [দেখানো হল]







### Question Type-03: ত্রিকোণমিতিক ও বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের সংযোজিত ফাংশন

বিপরীত বৃত্তীয় ত্রিকোণমিতিক ফাংশনবিশিষ্ট সংযোজিত রাশির মান বের করতে হলে যদি দেখা যায় যে কোন problem-এ প্রথমে ও শেষে যথাক্রমে  $\sin$  ও  $\cos^{-1}$  অথবা  $\cos$  ও  $\sin^{-1}$  থাকে, এবং তারপর ভিতরে যথাক্রমে  $\cot^{-1}$  ও  $\tan$  অথবা,  $\tan^{-1}$  ও  $\cot$  থাকে, তাহলে শেষে যে রাশিটি থাকবে, তাই উত্তর হবে।

অনুরূপভাবে, যদি কোন problem-এ প্রথমে এবং শেষে যথাক্রমে  $\tan$  ও  $\cot^{-1}$  অথবা  $\cot$  ও  $\tan^{-1}$  থাকে, এবং তারপর ভিতরে যথাক্রমে  $\sin^{-1}$  ও  $\cos$  অথবা  $\cos$  ও  $\sin$  থাকে, তাহলে শেষে যে রাশিটি থাকবে, তাই উত্তর হবে।

◆ (i)  $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x$  এর মান- Ans:  $x$

(ii)  $\cos \tan^{-1} \cot \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$  এর মান- Ans:  $\sqrt{1-x^2}$

(iii)  $\tan \sin^{-1} \cos \cot^{-1} \frac{3}{4}$  এর মান- Ans:  $\frac{3}{4}$

(iv)  $\cot \cos^{-1} \sin \tan^{-1} \frac{5}{3}$  এর মান- Ans:  $\frac{5}{3}$

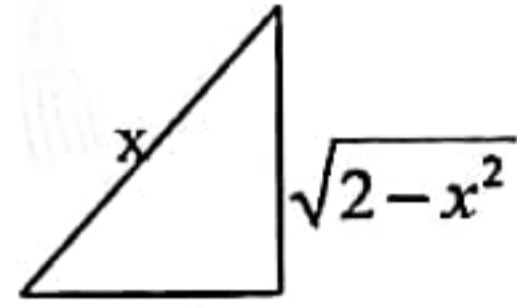
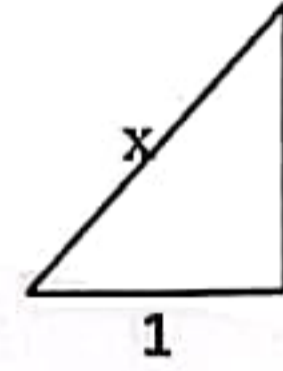
(v)  $\sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} x = ?$

সমাধান: পার্শ্বের ত্রিভুজ হতে পাই,  $\sec^{-1} x = \tan^{-1} \sqrt{x^2 - 1}$

$$\therefore \sin \cos^{-1} \tan \tan^{-1} \sqrt{x^2 - 1} = \sin \cos^{-1} \sqrt{x^2 - 1}$$

আবার, পার্শ্বের ত্রিভুজ হতে পাই,  $\cos^{-1} \sqrt{x^2 - 1} = \sin^{-1} \sqrt{2-x^2}$

$$\therefore \sin \sin^{-1} \sqrt{2-x^2} \text{ (Ans.)}$$



#### Related Questions:

01.  $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3$  এর মান কোনটি?

[JU'19-20]

(a) 0 (b)  $\frac{\pi}{2}$  (c)  $\pi$  (d)  $-\pi$

সমাধান: (c);  $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \tan^{-1} \frac{1+2}{1-2} + \tan^{-1} 3 = \tan^{-1}(-3) + \tan^{-1} 3$   
 $= \tan^{-1} \frac{-3+3}{1-(-3) \times 3} = \tan^{-1} 0 = \pi$  [এক্ষেত্রে কোণগুলো ধনাত্মক বলে এদের যোগফল 0 বা  $\pi$  হবে না]

02. যদি  $x = \sqrt{2}$  হয়, তবে  $\cos \sin^{-1} \tan \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$  এর মান কত?

[SUST'19-20]

(a) 0 (b) 1 (c)  $\sqrt{2}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (e)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

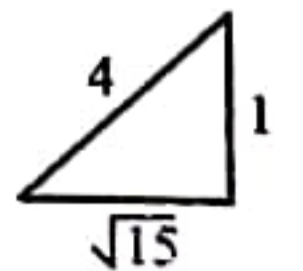
সমাধান: (e);  $\cos \sin^{-1} \tan \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \cos \sin^{-1} \tan \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  [By calculator]

03.  $\cos \left( \sin^{-1} \frac{1}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{4} \right)$  এর মান কত?

[RU'17-18]

(a) -1 (b) 1 (c) 1/2 (d) 0

সমাধান: (d);  $\cos \left( \cos^{-1} \frac{\sqrt{15}}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{4} \right) = \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{1}{4} - \sqrt{1 - \frac{15}{16}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{16} - \frac{\sqrt{15}}{16} = 0$





04.  $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x$  এর মান কত? [CU'05-06, JnU'14-15, JU'14-15, RU'08-09, 10-11, 12-13, 15-16]

- (a) 0 (b) x (c)  $\frac{1}{x}$  (d) 1

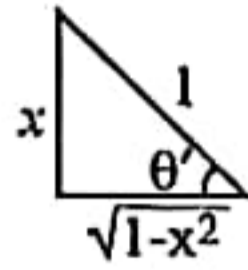
সমাধান: (b);  $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x = \sin \cot^{-1} \tan \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \sin \cot^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

আবার, ধরি,  $\cot^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \theta'$

$\Rightarrow \sin \theta' = \frac{x}{1} \Rightarrow \theta' = \sin^{-1} x$

$\therefore$  আমরা পাই,

$\sin \sin^{-1} x = x$

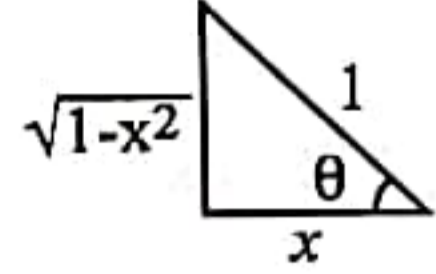


ধরি,

$\cos^{-1} x = \theta \Rightarrow \cos \theta = x$

$\Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$



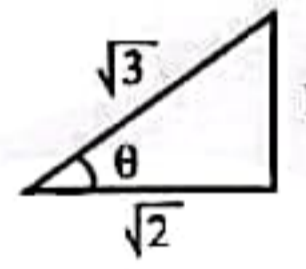
05.  $\arcsin \left\{ \sin \left( \arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \right\}$  সমান-

[DU'13-14]

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$  (c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{6}$

সমাধান: (d); Sol<sup>n</sup>:  $\arcsin \left\{ \sin \left( \arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \right\}$

$= \arcsin \left\{ \sin \left( \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right\} = \arcsin \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6}$

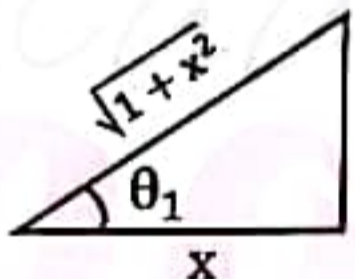


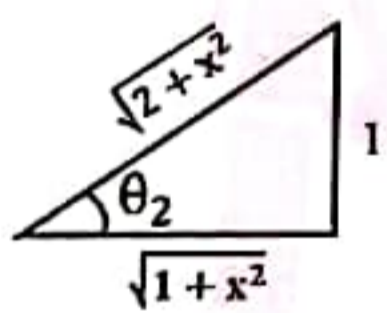
$\theta = \arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$

06.  $\cos \tan^{-1} \sin \cot^{-1} x = ?$

[KU'13-14]

- (a)  $\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$  (b)  $\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$  (c)  $\sqrt{\frac{1-x^2}{2+x^2}}$  (d)  $\sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$

সমাধান: (b);   $\theta_1 = \cos^{-1} x = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \therefore \sin \cot^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

  $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \cos^{-1} \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}} \therefore \cos \tan^{-1} x = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$

$\therefore \cos \tan^{-1} \sin \cot^{-1} x = \cos \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$

**Question type-04: বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের সমীকরণ সমাধান**

(i)  $\tan(\cos^{-1} x) = \sin(\cot^{-1} \frac{1}{2})$  সমীকরণের সমাধান কত?

সমাধান:  $\tan(\cos^{-1} x) = \sin(\cot^{-1} \frac{1}{2}) \Rightarrow \tan \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \right) \right\} = \sin \left( \sin^{-1} \frac{2}{\sqrt{5}} \right)$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1-x^2}{x^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow 4x^2 = 5-5x^2 \Rightarrow 9x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{3}$  (Ans.)



(ii) সমাধান কর:  $\sin^{-1} \frac{2p}{1+p^2} - \cos^{-1} \frac{1-q^2}{1+q^2} = 2 \tan^{-1} x$

সমাধান:  $\sin^{-1} \frac{2p}{1+p^2} - \cos^{-1} \frac{1-q^2}{1+q^2} = 2 \tan^{-1} x$

$\Rightarrow 2(\tan^{-1} p - \tan^{-1} q) = 2 \tan^{-1} x \Rightarrow \tan^{-1} \frac{p-q}{1+pq} = \tan^{-1} x \quad \therefore x = \frac{p-q}{1+pq}$  (Ans.)

(iii) সমাধান কর:  $\tan^{-1} \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$

সমাধান:  $\tan^{-1} \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x \Rightarrow 2 \tan^{-1} \frac{1-x}{1+x} = \tan^{-1} x \Rightarrow \tan^{-1} \frac{2 \frac{1-x}{1+x}}{1 - \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2} = \tan^{-1} x$

$\Rightarrow \frac{2(1-x)(1+x)}{(1+x)^2 - (1-x)^2} = x \Rightarrow \frac{2(1-x^2)}{4x} = x \Rightarrow 2x^2 = 1-x^2 \Rightarrow 3x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$  (Ans.)

### Related Questions:

01. যদি  $\sec^{-1} 3 = \tan^{-1} x$  হয়, তবে  $x$  এর মান কত?

[GST'20-21]

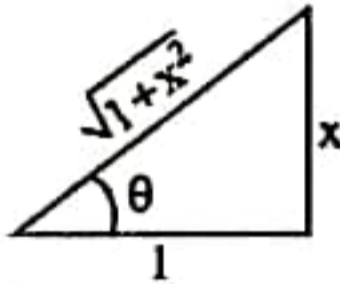
(a) 3

(b)  $\sqrt{3}$

(c)  $\sqrt{2}$

(d)  $2\sqrt{2}$

সমাধান: (d);



$\tan^{-1} x = \sec^{-1} \sqrt{1+x^2} = \sec^{-1} 3 \Rightarrow \sqrt{1+x^2} = 3 \Rightarrow 1+x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

বিকল্প সমাধান:  $\frac{3}{1} \Rightarrow \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2} \therefore \sec^{-1} 3 = \tan^{-1} x \Rightarrow \tan^{-1} x = \tan^{-1} \left(\frac{2\sqrt{2}}{1}\right) \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

02.  $\tan \left( \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{2} \right)$  এর মান কত?

[JU'18-19]

(a)  $\frac{\pi}{4}$

(b) 1

(c)  $\frac{5}{6}$

(d)  $-\frac{5}{6}$

সমাধান: (b);  $\tan \tan^{-1} \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1$

03.  $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3$  এর মান কত?

[JU'18-19]

(a) 0

(b)  $\frac{\pi}{2}$

(c)  $\pi$

(d)  $2\pi$

সমাধান: (c);  $\tan^{-1}(1) + \tan^{-1}(2) + \tan^{-1}(3) = \tan^{-1}(1) + \tan^{-1} \left( \frac{2+3}{1-2 \times 3} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$

04. If  $\tan^{-1} \left( x + \frac{1}{3} \right) + \tan^{-1} \left( x - \frac{1}{3} \right) = \tan^{-1} 2$ , then the value of  $x$  is—

[DU'16-17]

(a)  $-\frac{5}{6}$

(b)  $-\frac{1}{3}$

(c)  $\frac{1}{3}$

(d)  $\frac{2}{3}$

সমাধান: (d);  $\tan^{-1} \left( x + \frac{1}{3} \right) + \tan^{-1} \left( x - \frac{1}{3} \right) = \tan^{-1} \frac{x + \frac{1}{3} + x - \frac{1}{3}}{1 - \left( x + \frac{1}{3} \right) \left( x - \frac{1}{3} \right)} = \tan^{-1} \frac{2x}{\frac{10}{9} - x^2} = \tan^{-1} 2$

$\Rightarrow 2x = \frac{20}{9} - 2x^2 \Rightarrow 9x^2 + 9x - 10 = 0 \therefore x = \frac{2}{3}, -\frac{5}{3}$





05.  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$  হলে  $x = ?$

[KU'14-15]

(a)  $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

(b)  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

(c)  $\frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

(d)  $-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

সমাধান: (b); Using calculator.

### Question type-05: সংযোজিত ফাংশনের বর্গের সমষ্টি

(i)  $\sec^2(\cot^{-1} 3) + \operatorname{cosec}^2(\tan^{-1} 2)$  এর মান কত?

সমাধান:  $\sec^2\left(\sec^{-1} \frac{\sqrt{10}}{3}\right) + \operatorname{cosec}^2\left(\operatorname{cosec}^{-1} \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{10}{9} + \frac{5}{4} = 2\frac{13}{36}$

(ii)  $\sec^2(\tan^{-1} 4) + \tan^2(\sec^{-1} 3)$  এর মান-

সমাধান:  $1 + \{\tan(\tan^{-1} 4)\}^2 + \{\sec(\sec^{-1} 3)\}^2 - 1 = 25$  (Ans.)

(iii)  $\sin [2(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)] = a$  হলে,  $a$  এর মান-

সমাধান:  $a = \sin\left[2 \cdot \frac{\pi}{2}\right] = \sin \pi \therefore a = 0$  (Ans.)

### Related Questions:

01.  $\sin A = \frac{1}{2}$  এবং  $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$  হলে  $\tan A \tan B$  এর মান কত?

[JU'19-20]

(a)  $\frac{2}{3}$

(b)  $\frac{1}{5}$

(c)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

সমাধান: (c);  $\tan A \tan B = \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{3}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

02.  $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$  হলে  $\sec \theta$  এর মান কত?

[JU'19-20]

(a)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(d)  $\frac{2}{3}$

সমাধান: (a);  $7(1 - \cos^2 \theta) + 3 \cos^2 \theta = 4 \Rightarrow 7 - 7 \cos^2 \theta + 3 \cos^2 \theta - 4 = 0$

$= 3 - 4 \cos^2 \theta = 0 \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \sec^2 \theta = \frac{4}{3} \therefore \sec \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

03.  $2 \cos^2 \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta = 3$  হলে,  $\theta = ?$

[JU'19-20]

(a)  $30^\circ$

(b)  $20^\circ$

(c)  $45^\circ$

(d)  $10^\circ$

সমাধান: (c);  $2 \cos^2 \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta - 3 = 0 \Rightarrow 2(1 - \sin^2 \theta) + 2\sqrt{2} \sin \theta - 3 = 0$

$\Rightarrow -2 \sin^2 \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta - 1 = 0 \Rightarrow (\sqrt{2} \sin \theta)^2 - 2 \times \sqrt{2} \sin \theta \times 1 + (1)^2 = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{2} \sin \theta - 1)^2 = 0 \therefore \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore \theta = 45^\circ$





04.  $\cos\theta = 0$  হলে  $\theta$  এর সাধারণ মান হবে-

[Ans: c][RU'19-20]

- (a)  $2n\pi$  (b)  $n\pi$  (c)  $n\pi + \frac{\pi}{2}$  (d)  $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

06.  $\sec^2(\cot^{-1} 3) + \operatorname{cosec}^2(\tan^{-1} 2) = ?$

[DU'15-16]

- (a)  $\frac{85}{36}$  (b)  $\frac{36}{85}$  (c)  $\frac{10}{9}$  (d)  $\frac{9}{10}$

সমাধান: (a);  $\sec^2(\cot^{-1} 3) + \operatorname{cosec}^2(\tan^{-1} 2) = \sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + \operatorname{cosec}^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right)$

$$= 1 + \tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + 1 + \cot^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right) = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{9} + 1 + \frac{1}{4} = \frac{72+4+9}{36} = \frac{85}{36}$$

বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জের ছক

ফাংশন	ডোমেন	রেঞ্জ
$\sin^{-1} x$	$[-1, 1]$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
$\cos^{-1} x$	$[-1, 1]$	$[0, \pi]$
$\tan^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$ বা $\mathbb{R}$	$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
$\cot^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$ বা $\mathbb{R}$	$(0, \pi)$
$\sec^{-1} x$	$(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ বা $\mathbb{R} - (-1, 1)$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$
$\operatorname{cosec}^{-1} x$	$(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ বা $\mathbb{R} - (-1, 1)$	$\left(0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$

$\sec^{-1} x$  ও  $\operatorname{cosec}^{-1} x$  এর রেঞ্জ নিয়ে দ্বিমত আছে। কোনো কোনো গণিতবিদ মনে করেন  $\sec^{-1} x$  এর রেঞ্জ  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  এবং  $\operatorname{cosec}^{-1} x$  এর রেঞ্জ  $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$

### Written

01. সমাধান কর:  $\sin\theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta = 1 + \cos\theta + \cos 2\theta$

[DU'19-20]

সমাধান:  $\sin\theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta = 1 + \cos\theta + \cos 2\theta$

$$\Rightarrow 2 \sin 2\theta \cos\theta + \sin 2\theta = 2 \cos^2 \theta + \cos\theta \quad \Rightarrow \sin 2\theta(2\cos\theta + 1) = \cos\theta(2\cos\theta + 1)$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta(2\cos\theta + 1) - \cos\theta(2\cos\theta + 1) = 0 \Rightarrow (2\cos\theta + 1)(\sin 2\theta - \cos\theta) = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos\theta + 1 = 0 \Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta = \cos\frac{2\pi}{3} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{or, } \sin 2\theta - \cos\theta = 0 \Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta(2\sin\theta - 1) = 0 \therefore \cos\theta = 0 \therefore \theta = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$$

$$\text{or, } 2\sin\theta - 1 = 0 \Rightarrow 2\sin\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\theta = \sin\frac{\pi}{6} \therefore \theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \text{Required solution is, } \theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} \text{ or, } \theta = (2n + 1)\frac{\pi}{2} \text{ or, } \theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \text{ where } n \in \mathbb{Z}$$

02. সমাধান কর:  $\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0$

[RU'19-20]

সমাধান:  $\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0 \Rightarrow 2\sin 4x \cos 2x - \sin 4x = 0 \Rightarrow \sin 4x(2\cos 2x - 1) = 0$

$$\therefore \sin 4x = 0 \therefore 4x = n\pi \therefore x = n\frac{\pi}{4} \text{ or, } 2\cos 2x - 1 = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore 2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \therefore x = n\pi \pm \frac{\pi}{6} \therefore x = n\frac{\pi}{4}, n\pi \pm \frac{\pi}{6} [n \in \mathbb{Z}]$$





### Question type-06: সূত্রের সাহায্যে ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের সাধারণ সমাধান

প্রয়োজনীয় নিয়মাবলি:

নিয়ম (1): ত্রিকোণমিতিক কোণ ( $\theta / x$ ) এর মান ( $n$  শূন্য অথবা পূর্ণসংখ্যা) নির্ণয়ের ক্ষেত্রে,

(i)  $\sin \theta = 0$  হলে,  $\theta = n\pi$

(ii)  $\tan \theta = 0$  হলে,  $\theta = n\pi$

(iii)  $\cos \theta = 0 = \cos \frac{\pi}{2}$  হলে,  $\theta = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$

(iv)  $\sin \theta = \sin \alpha$  হলে,  $\theta = n\pi + (-1)^n \alpha$

(v)  $\tan \theta = \tan \alpha$  হলে,  $\theta = n\pi + \alpha$

(vi)  $\cos \theta = \cos \alpha$  হলে,  $\theta = 2n\pi \pm \alpha$

(vii)  $\sin \theta = 1 = \sin \frac{\pi}{2}$  হলে,  $\theta = (4n + 1) \frac{\pi}{2}$

(viii)  $\sin \theta = -1$  হলে,  $\theta = (4n - 1) \frac{\pi}{2}$

(ix)  $\cos \theta = 1$  হলে,  $\theta = 2n\pi$

(x)  $\cos \theta = -1$  হলে,  $\theta = (2n + 1) \pi$

বি. দ্র : ত্রিকোণমিতিক কোণের যে সমস্ত মানের জন্য  $\pi -$  তে রূপান্তর করা যায় না, সেক্ষেত্রে  $\alpha$  ধরে নিয়ে উপরের নিয়ম 1 (iv) অনুসারে ( $\theta / x$ ) এর মান বের করতে হয়। যেমন :  $\tan \theta = \frac{1}{2} = \tan \alpha$  (ধরি),  $\theta = n\pi + \alpha$

নিয়ম (2): সমীকরণ বর্গ করে সমাধান করলে প্রাপ্ত মূলগুলোর মধ্যে অপ্রাসঙ্গিক মূল পাওয়া যেতে পারে। তাই প্রদত্ত সমীকরণকে  $a \cos \theta + b \sin \theta = c$  আকারের সমীকরণ তৈরি করে সমাধান করতে হয়। যেমন:

(a)  $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$  থাকলে,  $\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  [উভয় পক্ষকে  $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}$  অর্থাৎ 2 দ্বারা ভাগ করে পাই]

(b)  $\sin \theta + \cos \theta = 1$  থাকলে,  $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  [উভয় পক্ষকে  $\sqrt{1^2 + 1^2}$  অর্থাৎ  $\sqrt{2}$  দ্বারা ভাগ করে পাই]

#### Related Questions:

01.  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{3}$  ( $0 < \theta < \pi$ ) হলে  $\theta$  এর মান হবে-

[DU'20-21]

(a)  $\frac{\pi}{2}$

(b)  $\frac{\pi}{3}$

(c)  $\frac{\pi}{4}$

(d)  $\frac{\pi}{6}$

সমাধান: (b);  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{3}$  ( $0 < \theta < \pi$ )

(a)  $1 + 0 = 1$ ; (b)  $\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ ; (c)  $\sqrt{2} + 1$ ; (d)  $2 + \sqrt{3}$

02.  $\tan x + \tan 3x = 0$  এর সমাধান কী হবে?

[RU'20-21]

(a)  $\frac{n\pi}{4}$

(b)  $n\pi + \frac{\pi}{4}$

(c)  $n\pi - \frac{\pi}{4}$

(d)  $\frac{n\pi}{2}$

সমাধান: (a);  $\tan x + \tan 3x = \tan 4x (1 - \tan x \tan 3x) = 0 \therefore \tan 4x = 0 = \tan(n\pi) \therefore x = \frac{n\pi}{4}$

03.  $\cot \theta \cot 3\theta = 1$  সমীকরণের সাধারণ সমাধান-

[DU'18-19]

(a)  $(2n + 1)\pi/4$

(b)  $(2n + 1)\pi/8$

(c)  $n\pi/4$

(d)  $(2n - 1)\pi/2$

সমাধান: (b);  $\frac{\cos \theta \cos 3\theta}{\sin \theta \sin 3\theta} = 1 \Rightarrow \cos \theta \cos 3\theta - \sin \theta \sin 3\theta = 0$

$\Rightarrow \cos(\theta + 3\theta) = 0 \Rightarrow \cos 4\theta = 0 \Rightarrow 4\theta = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \therefore \theta = (2n + 1) \frac{\pi}{8}$

04.  $\cot^2 \theta - (\sqrt{3} + 1)\cot \theta + \sqrt{3} = 0$ ,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta =$  কত?

[JU'18-19]

(a)  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$

(b)  $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$

(c)  $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{5}$

(d)  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$

সমাধান: (d);  $\cot^2 \theta - \sqrt{3} \cot \theta - \cot \theta + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \cot \theta (\cot \theta - \sqrt{3}) - 1(\cot \theta - \sqrt{3}) = 0$

$\Rightarrow (\cot \theta - \sqrt{3})(\cot \theta - 1) = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$





05.  $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$  হলে,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  ব্যবধিতে  $\theta$  এর মান কত? [JU'18-19]  
 (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$  (c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{3}$

সমাধান: (c);  $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta = 1$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{4}\sin\theta + \sin\frac{\pi}{4}\cos\theta = 1 \Rightarrow \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$  হবে [ $\sin\frac{\pi}{2} = 1$ ]

06.  $\tan\theta + \tan 2\theta + \sqrt{3}\tan\theta \tan 2\theta = \sqrt{3}$  হলে  $\theta$  এর মান কত? (যখন  $n$  এর মান শূন্য বা পূর্ণসংখ্যা) [KU'18-19]  
 (a)  $\frac{n}{3} + \frac{\pi}{7}$  (b)  $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{7}$  (c)  $\frac{n}{3} + \frac{\pi}{9}$  (d)  $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$

সমাধান: (d);  $\tan\theta + \tan 2\theta = \sqrt{3}(1 - \tan\theta \tan 2\theta) \Rightarrow \frac{\tan\theta + \tan 2\theta}{1 - \tan\theta \tan 2\theta} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \tan 3\theta = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow 3\theta = n\pi + \frac{\pi}{3} \therefore \theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$

07.  $0 \leq x \leq 90^\circ$  হলে  $\sin 3x = \cos x$  সমীকরণের সমাধান হবে- [DU'17-18]  
 (a)  $0^\circ, 45^\circ$  (b)  $0^\circ, 22.5^\circ$  (c)  $45^\circ, 45^\circ$  (d)  $22.5^\circ, 45^\circ$

সমাধান: (d);  $\sin 3x = \cos x \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \cos x \Rightarrow x = 2n\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$

$\therefore x = 2n\pi + \left(\frac{\pi}{2} - 3x\right); x = 2n\pi + \frac{\pi}{2} - 3x$  Or,  $x = 2n\pi - \frac{\pi}{2} + 3x \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} - 2n\pi$

$\Rightarrow 4x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}; n = 0$  হলে  $x = 22.5^\circ$   $\Rightarrow n = 0$  হলে  $x = 45^\circ$

08.  $\tan\theta + \cot\theta = 2$  হলে  $\theta = ?$  [JU'17-18]  
 (a)  $\theta = (4n - 1)\frac{\pi}{4}$  (b)  $\theta = (2n + 1)\frac{\pi}{4}$  (c)  $\theta = (2n - 1)\frac{\pi}{4}$  (d)  $\theta = (4n + 1)\frac{\pi}{4}$

সমাধান: (d);  $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = 2 \Rightarrow \tan^2\theta - 2\tan\theta + 1 = 0 \Rightarrow \tan\theta = 1$

$\therefore \theta = n\pi + \frac{\pi}{4} = (4n + 1)\frac{\pi}{4}$

09.  $n$  একটি পূর্ণ সংখ্যা হলে  $\cos\theta = 0$  সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [JnU'17-18]  
 (a)  $\theta = n\pi$  (b)  $\theta = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$  (c)  $\theta = n\pi + (-1)^n\alpha$  (d)  $\theta = 2n\pi$

সমাধান: (b);  $\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots, (2n + 1)\frac{\pi}{2}$

10. সমাধান কর:  $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}, 0 < \theta < \pi$  [DU'16-17]  
 (a)  $-\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$  (b)  $-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$  (c)  $\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$  (d)  $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

সমাধান: (d); অপর অপশনগুলোতে  $0 < \theta < \pi$  এই সম্পর্ক খাটে না।

11. If  $\cot^2\theta - (\sqrt{3} + 1)\cot\theta + \sqrt{3} = 0, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , then  $\theta = ?$  [DU'15-16]  
 (a)  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$  (b)  $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$  (c)  $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{5}$  (d)  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$

সমাধান: (d);  $\cot^2\theta - (\sqrt{3} + 1)\cot\theta + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \cot^2\theta - \sqrt{3}\cot\theta - \cot\theta + \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \cot\theta(\cot\theta - \sqrt{3}) - 1(\cot\theta - \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow (\cot\theta - \sqrt{3})(\cot\theta - 1) = 0$

$\therefore \cot\theta = \sqrt{3}, \cot\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$

12.  $\sin\theta - \cos\theta = 0$  হলে  $\theta$  এর ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান কোনটি? [JnU'15-16]  
 (a)  $\frac{\pi}{4}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$  (c)  $\frac{\pi}{6}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$

সমাধান: (a);  $\sin\theta - \cos\theta = 0 \Rightarrow \sin\theta = \cos\theta \Rightarrow \tan\theta = 1 \therefore \theta = n\pi + \frac{\pi}{4}$

ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মানের জন্য  $n = 0 \therefore \theta$  এর নির্ণেয় মান  $= \frac{\pi}{4}$





13.  $2(\sec x + \cos x) = 5$  সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [JnU'15-16]

- (a)  $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (b)  $2n\pi + \frac{\pi}{3}$  (c)  $n\pi + \frac{\pi}{3}$  (d)  $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

সমাধান: (a);  $2(\sec x + \cos x) = 5 \Rightarrow \frac{2(1+\cos^2 x)}{\cos x} = 5 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$

$\Rightarrow (2 \cos x - 1)(\cos x - 2) = 0 \therefore \cos x = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

যেহেতু  $\cos x \neq 2 \therefore x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

14. নিম্নের কোনটি সঠিক নয়? [RU'15-16]

- (a)  $\sin \theta$  ও  $\cos \theta$  এর রেঞ্জ  $[-1, 1]$  (b)  $\sec \theta$  ও  $\operatorname{cosec} \theta$  এর রেঞ্জ  $\mathbb{R} - (-1, 1)$

- (c)  $\tan \theta$  ও  $\cot \theta$  এর ডোমেন  $\mathbb{R} - \{(2n+1)\pi/2, n \in \mathbb{Z}\}$  (d)  $\operatorname{cosec} \theta$  এর ডোমেন  $\mathbb{R} - \{n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

সমাধান: (c);  $\cot \theta$  এর সঠিক ডোমেন হচ্ছে  $= \mathbb{R} - \{r\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

15.  $\sin x = \cos x$  হলে,  $x$  এর মান কোনটি? [JU'14-15]

- (a)  $\frac{\pi}{3}$  (b)  $\frac{5\pi}{4}$  (c)  $\frac{5\pi}{6}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$

সমাধান: (b);  $\sin x = \cos x \Rightarrow \sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \sin(x) - \sin\left(\frac{x}{2} - x\right) = 0$

$\Rightarrow 2 \times \sin\left(\frac{x - \frac{\pi}{2} + x}{2}\right) \times \cos\left(\frac{x + \frac{\pi}{2} - x}{2}\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = 0, 180^\circ, \dots \therefore x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \dots$

16.  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$  এবং  $A = \frac{2\pi}{9}$  হলে  $B = ?$  [RU'14-15]

- (a)  $\frac{3\pi}{9}$  (b)  $\frac{5\pi}{9}$  (c)  $\frac{7\pi}{18}$  (d)  $\frac{5\pi}{18}$

সমাধান: (d);  $\sin A + \cos A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - A\right) = \cos B + \cos B$ ; Comparing,  $B = \frac{\pi}{2} - A$ ;  $B = \frac{5\pi}{18}$

17. If  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$  then  $A + B = ?$  [DU'13-14]

- (a)  $\pi$  (b)  $\pi/2$  (c)  $2\pi$  (d)  $\pi/4$

সমাধান: (b);  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B \Rightarrow \sin A - \sin B = \cos B - \cos A$

$\Rightarrow 2 \sin \frac{A-B}{2} \cos \frac{A+B}{2} = 2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \Rightarrow \tan \frac{A+B}{2} = 1 \therefore A+B = \frac{\pi}{2}$

18.  $\cot \theta + \sqrt{3} = 2 \operatorname{cosec} \theta$  সমীকরণের সমাধান- [DU'13-14]

- (a)  $\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{3}$  (b)  $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$  (c)  $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$  (d)  $\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{6}$

সমাধান: (b);  $\cot \theta + \sqrt{3} = 2 \operatorname{cosec} \theta \Rightarrow \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \sqrt{3} = \frac{2}{\sin \theta} \Rightarrow \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta = 1$

$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \theta + \cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \theta = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \theta\right) = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{6} + \theta = \frac{(4n+1)\pi}{2}; [n \in \mathbb{Z}]$

$\Rightarrow \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$

19. কোট্যানজেন্ট ফাংশনের মৌলিক পর্যায় কত? [Ans: b][CU'14-15]

- (a)  $2\pi$  (b)  $\pi$  (c)  $\frac{\pi}{2}$  (d)  $\frac{3\pi}{2}$

20.  $\sin \theta - \cos 2\theta = 2$  এর সাধারণ সমাধান কোনটি? [CU'14-15]

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $(4n+1)\frac{\pi}{2}$  (c)  $(2n+1)\frac{\pi}{2}$  (d)  $(2n+1)\frac{\pi}{3}$

সমাধান: (b);  $\sin \theta - (1 - 2 \sin^2 \theta) = 2 \Rightarrow \sin \theta - 1 + 2 \sin^2 \theta = 2 \Rightarrow 2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 3 = 0$

$\Rightarrow \sin \theta = 1, -\frac{3}{2}$  কিন্তু,  $\sin \theta = -\frac{3}{2}$  গ্রহণযোগ্য নয়  $\therefore \sin \theta = 1 \therefore \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$

21.  $\cot x - \tan x = 2$  সমীকরণটির সাধারণ সমাধান- [DU'05-06]

- (a)  $\frac{n\pi}{4}$  (b)  $\frac{n\pi}{2}$  (c)  $\frac{(4n+1)\pi}{8}$  (d)  $\frac{(4n+1)\pi}{2}$

সমাধান: (c);  $\frac{1}{\tan x} - \tan x = 2 \Rightarrow 1 - \tan^2 x - 2 \tan x \Rightarrow \tan^2 x + 2 \tan x - 1 = 0$

$\Rightarrow \tan x = -1 + \sqrt{2}; -1 - \sqrt{2}; \tan x = -1 + \sqrt{2}$  হলে  $x = \frac{(4n+1)\pi}{8}$

