অধ্যায়-১০: বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা

Question Type-01: মৌলিক সূত্র সংক্রান্ত

কোনো ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $= \frac{\text{ঘটনাটির অনুকূল উপাদান সংখ্যা}}{\text{সম্ভাব্য মোট উপাদান সংখ্যা}}$

সম্ভাবনার স্বতঃসিদ্ধ সংজ্ঞা

কোনো নমুনাক্ষেত্র S এর অন্তর্গত যে কোনো একটি ঘটনা A এর সম্ভাবনা P(A) যা নিম্নলিখিত স্বতঃসিদ্ধ মেনে চলে:

(i) P(A) একটি বাস্তব সমস্যা হতে হবে।

(ii) $P(A) \geq 0$.

(iii) যদি A নিশ্চিত ঘটনা অর্থাৎ $A = S$ হয়, তবে $P(A) = P(S) = 1$ হবে।

(iv) যদি $A_1, A_2, A_3, \ldots\ldots\ldots$, সসীম বা অসীম সংখ্যক বর্জনশীল ঘটনা হয়,

তবে $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots\ldots) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \ldots\ldots\ldots$

নমুনাবিন্দুর সংখ্যা বের করার সহজ পদ্ধতি:

সসীম নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা গণনা করে বের করা যায়। নমুনাক্ষেত্র খুব বড় হলে তা লিখতে বেশি জায়গা লাগে, সময় বেশি লাগে এবং লিখা বেশ কষ্টসাধ্য। তাই বিন্যাস কিংবা সমাবেশ প্রক্রিয়ায় নমুনাবিন্দুর সংখ্যা নির্ণয় করতে হয়। নিম্নে কয়েকটি নমুনাক্ষেত্র উল্লেখ করা হলো:

(i) সম আকারের N তল বিশিষ্ট একটি বস্তুর তলগুলি স্বতন্ত্র বিন্দু বুঝালে বস্তুটি r বার নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = N^r$। যেমন – একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপে নমুনাবিন্দুর সংখ্যা $n(S) = 6^1$. এরূপ তিনটি ছক্কা একত্রে একবার বা একটি ছক্কা তিনবার নিক্ষেপে নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 6^3$।

(ii) দুইটি বস্তুর প্রত্যেকটির তলসমূহ সর্বসম হলে N_1 সংখ্যক তলবিশিষ্ট r_1 সংখ্যক এবং N_2 তলবিশিষ্ট r_2 সংখ্যক বস্তু একত্রে নিক্ষেপে প্রাপ্ত নুমনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = N_1^{r_1} \times N_2^{r_2}$। যেমন- তিনটি মুদ্রা ও দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 2^3 \times 6^2 = 288$.

(iii) একটি পাত্রের N সংখ্যক বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তু একবারে বা পুনঃস্থাপন ব্যতিরেকে পরপর উত্তোলন করলে সৃষ্ট নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা $n(S) = {}^{N}C_r$ এবং পুনঃস্থাপন সহকারে উত্তোলন করলে সৃষ্ট নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = N^r$। যেমন – একটি পাত্রে 10টি বল আছে। তা হতে পুনঃস্থাপন ব্যতিরেকে 4টি বল উত্তোলন করলে সৃষ্ট নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = {}^{10}C_4$ এবং পুনঃস্থাপন সহকারে উত্তোলন করলে নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 10^4$।

- **পরস্পর বর্জনশীল ও অবর্জনশীল ঘটনার জন্য সম্ভাবনার যোগসূত্র (Addition law of Probabilities) ও তার প্রয়োগ**

বর্জনশীল বা অধীন বা বিচ্ছিন্ন ঘটনার ক্ষেত্রে : দুইটি বর্জনশীল বা অধীন ঘটনার যে কোন একটি ঘটার সম্ভাবনা তাদের প্রত্যেকটির পৃথক পৃথকভাবে ঘটার সম্ভাবনার যোগফলের সমান।

মনে করি, A এবং B দুইটি বর্জনশীল ঘটনা। তাহলে P(A অথবা B) = P(A) + P(B)

এখানে P(A) এবং P(B) দ্বারা যথাক্রমে A ও B ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা বোঝানো হয়েছে।

প্রয়োগ

(i) 52 খানা তাসের মধ্যে 13 খানা ইস্কাবন আছে – সুতরাং 52 খানা তাস হতে একটানে একখানা ইস্কাবন আসার সম্ভাবনা $= \frac{13}{52}$

আবার ইস্কাবনের টেক্কা ব্যতীত অন্য যে কোন টেক্কা টানার সম্ভাবনা $\frac{3}{52}$, কারণ একটি টেক্কা বাদ দিলে 3 টি টেক্কা থাকে।

সুতরাং একখানা ইস্কাবন বা ইস্কাবনের টেক্কা ব্যতীত অন্য টেক্কা টানার সম্ভাবনা $= \frac{13}{52} + \frac{3}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

(ii) ইংরেজী বর্ণমালা হতে একটি y টানার সম্ভাবনা $= \frac{1}{26}$ এবং যে কোন একটি স্বরবর্ণ টানার সম্ভাবনা $= \frac{5}{26}$;
সুতরাং y বা স্বরবর্ণ টানার সম্ভাবনা $= \frac{1}{26} + \frac{5}{26} = \frac{6}{26}$
আবার স্বরবর্ণ টানার সম্ভাবনা$= \frac{5}{26}$ এবং ব্যঞ্জনবর্ণ টানার সম্ভাবনা $\frac{21}{26}$
তাই স্বরবর্ণ বা ব্যঞ্জনবর্ণ টানার সম্ভাবনা (একটি নিশ্চয়তা) $= \frac{5}{26} + \frac{21}{26} = 1$

(iii) ঢাকা – আরিচা সড়কে বাৎসরিক দুর্ঘটনার সম্ভাবনা 50 এর ভিতর 10; দৌলতদিয়া-যশোর সড়কে তা 150 এর ভিতর 1 এবং যশোর-খুলনা সড়কে তা 1200 এর ভিতর 1 হলে, ঐ তিনটি এলাকার যে কোন একটিতে বাৎসরিক দুর্ঘটনার সম্ভাবনা $= \frac{10}{50} + \frac{1}{150} + \frac{1}{1200} = \frac{249}{1200} = \frac{83}{400}$

- অবর্জনশীল বা স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে:
দুইটি অবর্জনশীল বা স্বাধীন ঘটনার যে কোন একটি ঘটার সম্ভাবনা তাদের পৃথকভাবে ঘটার সম্ভাবনার সমষ্টি হতে তাদের একত্রে ঘটার সম্ভাবনার বিয়োগফলের সমান।
A এবং B দুইটি অবর্জনশীল ঘটনা হলে এবং A ও B ঘটার সম্ভাবনা যথাক্রমে P(A) ও P(B) এবং তাদের উভয়ের একই সাথে ও তাদের যে কোন একটি ঘটার সম্ভাবনা যথাক্রমে $P(A \cap B)$ ও $P(A \cup B)$ হলে,
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- শর্তাধীন সম্ভাবনা
সংজ্ঞা: দুইটি ঘটনার মধ্যে একটি ঘটনা A আগেই ঘটেছে এরূপ শর্তসাপেক্ষে অপর ঘটনা B ঘটার সম্ভাবনাকে শর্তাধীন সম্ভাবনা বলা হয় এবং $P\left(\frac{B}{A}\right)$ প্রতীক দ্বারা সূচিত করা হয়।

তত্ত্ব: কোন নমুনাজগতে A এবং B দুইটি ঘটনা যাদের মধ্যে A স্বাধীন ও B অধীন এবং $P(A) > 0$ হলে, A ঘটনাটি আগেই ঘটার শর্তাধীনে B ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

- অধীন ঘটনার গুণন সূত্র:
দুইটি বর্জনশীল বা অধীন ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাবনা তাদের যে কোন একটি ঘটার সম্ভাবনা এবং তা ঘটেছে এই শর্তাধীনে অপর ঘটনা ঘটার সম্ভাবনার গুণফলের সমান।
A ও B দুইটি অধীন ঘটনা হলে, তাদের একত্রে ঘটার সম্ভাবনা।
$P(A \cap B) = P(A)\ P(B|A) = P(B)\ P(A|B)$

Example-01: মনে করি, A ও B স্বাধীন ঘটনা যেখানে $P(A) = \frac{1}{4}$, এবং $P(A \cup B) = 2P(B) - P(A)$। এই তথ্যের ভিত্তিতে
(i) P(B) (ii) P(A|B) (iii) P(B'|A) নির্ণয় কর।
আমরা জানি, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - p(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$. কারণ A, B স্বাধীন
$\therefore \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{4}.P(B) = 2P(B) - \frac{1}{4}$ বা, $\frac{5}{4}P(B) = \frac{1}{2}$ বা, $P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
আবার যেহেতু A ও B স্বাধীন, সুতরাং $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{4}$
$P(B' \cap A) + P(B \cap A) = P(A) = \frac{1}{4}$ বা, $P(B' \cap A) = \frac{1}{4} - P(B \cap A)$
আবার যেহেতু A ও B স্বাধীন, সুতরাং $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{4}$
$P(B' \cap A) + P(B \cap A) = P(A) = \frac{1}{4}$ বা, $P(B' \cap A) = \frac{1}{4} - P(B \cap A)$

$$\therefore P(B'|A) = \frac{P(B' \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4} - P(B \cap A)}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4} - P(A)P(B)}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4} - \left(\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Example-02: যদি A ও B সম্পূর্ণ ঘটনা এবং $P(A) = 0.6$ ও $P(B) = 0.8$ হয় তবে $P(A \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর এবং A ও B অনির্ভরশীল কিনা পরীক্ষা কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = 0.6, P(B) = 0.8$ এবং A ও B ঘটনাদ্বয় সম্পূর্ণ।

$\therefore A \cup B = S \Rightarrow P(A \cup B) = P(S) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1$

$\Rightarrow 0.6 + 0.8 - P(A \cap B) = 1 \Rightarrow 1.4 - P(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.4$

আমরা জানি, A ও B ঘটনাদ্বয় অনির্ভরশীল হলে $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ হবে।

এখন, $P(A \cap B) = 0.4 \ldots\ldots\ldots (i)$ এবং $P(A)P(B) = 0.6 \times 0.8 = 0.48 \ldots\ldots (ii)$

সমীকরণ নং (i) ও (ii) হতে পাই, $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$, সুতরাং A ও B ঘটনাদ্বয় নির্ভরশীল।

Example-03: যদি $P(A) = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{4}{10}$ এবং $P(AB) = \frac{2}{10}$ হয়, তবে

(i) A ও B ঘটনাদ্বয় কি পরস্পর অনির্ভরশীল ? (ii) A ও B ঘটনাদ্বয় কি পরস্পর বর্জনশীল?

(iii) $P(A|B)$, $P(A|\overline{B})$, $P(\overline{B}|A)$, $p(\overline{B}|\overline{A})$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{4}{10}, P(AB) = \frac{2}{10}$

(i) আমরা জানি, A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর অনির্ভরশীল হলে, $P(AB) = P(A)P(B)$ হবে।

এখন, $P(AB) = \frac{2}{10} = 0.2 \ldots\ldots\ldots (i)$ এবং $P(A)P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{12}{100} = 0.12 \ldots (ii)$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $P(AB) \neq P(A)P(B)$ $\therefore$ A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর অনির্ভরশীল নয়।

(ii) আমরা জানি, A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর বর্জনশীল হলে, $P(AB = 0$ হয়।)

যেহেতু $P(AB) = \frac{2}{10} = 0.2 \neq 0$, সুতরাং A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর বর্জনশীল নয়।

(iii) $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{4}{10}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$

$P(A|\overline{B}) = \frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(AB)}{1 - P(B)} = \frac{\frac{3}{10} - \frac{2}{10}}{1 - \frac{4}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{6}{10}} = \frac{1}{6}$; $P(\overline{B}|A) = \frac{P(A\overline{B})}{P(A)} = \frac{P(A) - P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10} - \frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{3}$

$P(\overline{B}|\overline{A}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{A})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{P(\overline{A})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - \frac{3}{10} - \frac{4}{10} + \frac{2}{10}}{1 - \frac{3}{10}} = \frac{12 - 7}{7} = \frac{5}{7}$

Related Questions:

01. যদি $P(B|A) = 0.25$ এবং $P(A \cap B) = 0.20$ হয়, তাহলে $P(A)$ এর মান কত? **[JU'20-21]**

(a) 0.05 (b) 0.80 (c) 0.90 (d) 0.75

সমাধান: (b); $P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B/A)} = \frac{0.20}{0.25} = \frac{4}{5} = 0.8$

02. একজন ব্যাটসম্যান 26 রান করায় তার ব্যাটিং গড় 15 থেকে বেড়ে 16 হল। কত রান করলে তার ব্যাটিং গড় 20 হতো?

(a) 46 (b) 50 (c) 70 (d) 90 **[KU'18-19]**

সমাধান: **(c)**; $15 = \frac{x}{n} \Rightarrow x = 15n$

$16 = \frac{x + 26}{n + 1} \Rightarrow 16n + 16 = 15n + 26 \therefore n = 10 \therefore x = 15 \times 10 = 150$

$\therefore 20 = \frac{150 + P}{11}$; $P = 70$

03. $P(A) = 0.02, P(B) = 0.4$ এবং A ও B ঘটনাদ্বয় স্বাধীন হলে $P(B - A)$ এর মান কত? **[KU'17-18]**

(a) 0.08 (b) 0.2 (c) 0.4 (d) 0.8

সমাধান: **(c)**; ঘটনাদ্বয় স্বাধীন হলে তারা অবর্জনশীল হবে।

$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.4 \times 0.02 = 0.392$

Question Type-02: মুদ্রা ও ছক্কা সংক্রান্ত

01. তিনটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে তিনটিতেই একই সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [JU'18-19,DU'20-21]

(a) $\frac{1}{18}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{216}$ (d) $\frac{1}{36}$

সমাধান: (d); ছক্কায় 1 থেকে 6 পর্যন্ত সংখ্যা আছে।

$\therefore$ মোট সম্ভাব্য ফলাফল $= (6 \times 6 \times 6)$ টি

$\therefore$ কাঙ্ক্ষিত ফলাফল $= 6$ টি $(111, 222, 333, 444, 555, 666)$

$\therefore P = \frac{6}{6\times6\times6} = \frac{1}{36}$

02. একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে ছক্কায় মৌলিক সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত? [JU'19-20]

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

সমাধানঃ (c); মৌলিক সংখ্যা $= 2,3,5 = 3$ টি $\therefore$ সম্ভাবনা $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

03. 3 টি অনপেক্ষ মুদ্রাকে একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। প্রত্যেক মুদ্রাতেই Tail (T) হবার সম্ভাবনা কত? [Ans: a][JU'17-18]

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

04. দুইটি ছক্কা একই সঙ্গে নিক্ষেপ করা হলে ছক্কা দুইটিতে ভিন্ন সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [JnU'17-18]

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{1}{36}$ (d) $\frac{5}{36}$

সমাধানঃ (b); $P = \frac{^6P_2}{6^2} = \frac{6\times5}{6\times6} = \frac{5}{6}$

05. একটি সুষম মুদ্রা তিন বার নিক্ষেপ করা হলো, কমপক্ষে দুইটি হেড পাবার সম্ভাবনা কত? [RU'15-16]

(a) 3/8 (b) 7/8 (c) 1/2 (d) 3/4

সমাধান: (c); কমপক্ষে দুটি হেড পাওয়ার অর্থ হচ্ছে, দুটি হেড পেতেই হবে, তিনটি হেড পেলেও সমস্যা নেই। সেক্ষেত্রে, মোট নমুনা বিন্দু 8 টি (HHH, HTH, HHT, THH, HTT, THT, TTH, TTT) এবং তন্মধ্যে অনুকূল নমুনা বিন্দু 4 টি (HHH, HTH, HHT, THH) সুতরাং, নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$।

06. একটি সুষম মুদ্রা তিন বার নিক্ষেপ করা হলো। কমপক্ষে দুইটি টেল পাবার সম্ভাবনা কত? [RU'15-16]

(a) 3/8 (b) 7/8 (c) 1/2 (d) 3/4

সমাধান: (c); কমপক্ষে দুইটি টেল পাওয়া মানে, দুইটি টেইল পেতেই হবে, তিনটি পেলেও চলবে।

$\therefore$ কমপক্ষে দুইটি টেইল পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{^3C_2 + {^3C_3}}{2^3} = \frac{1}{2}$

Question Type-03: তাস বিষয়ক অঙ্ক

প্রথমেই তাসের কথা বলা যাক –

প্যাকেটে মোট তাস = 52 টি। মোট গোলাম বা রানী বা রাজা বা টেক্কা তাস = 4 টি। মোট লাল গোলাম বা রানী বা রাজা বা টেক্কা তাস 2 টি এবং মোট কালো গোলাম বা রানী বা রাজা বা টেক্কা তাস = 2 টি।

এগুলোকে দুইটি প্রধান অংশে ভাগ করা যায় –

প্রথম অংশ: লাল তাস (Red cards) = 26 টি

(i) রুইতন (**Diamonds**) = 13 টি
[যার মধ্যে 2 – 10 নম্বর যুক্ত তাস, 1 টি গোলাম (Jack), 1টি রানী (Queen), 1 টি রাজা (king), 1 টি টেক্কা (Ace)]

(ii) হরতন (**Hearts**) = 13 টি
[যার মধ্যে 2 – 10 নম্বর যুক্ত তাস, 1 টি গোলাম (Jack), 1টি রানী (Queen), 1 টি রাজা (king), 1 টি টেক্কা (Ace)]

দ্বিতীয় অংশ: কালো তাস (Black cards) = 26 টি

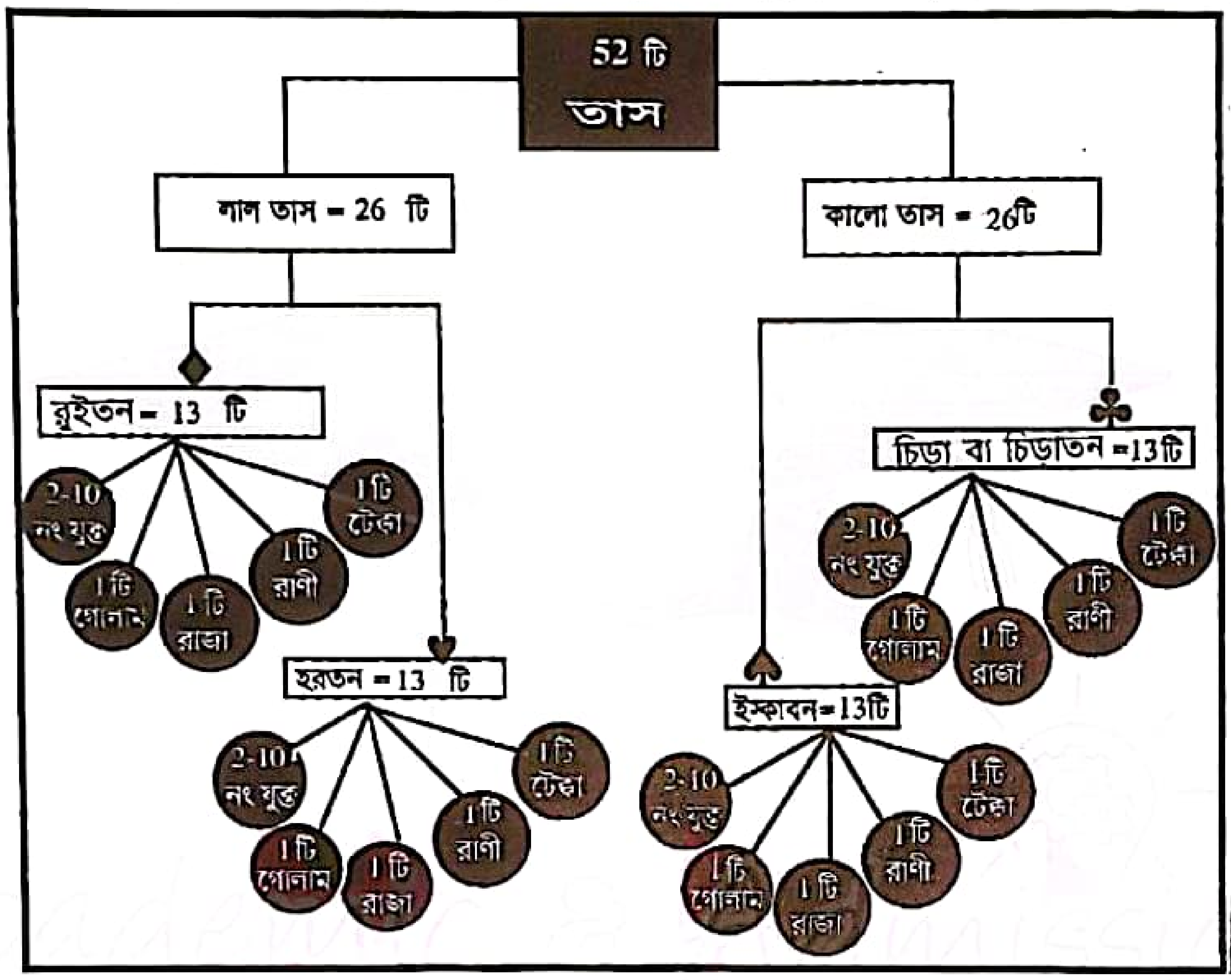
(i) ইস্কাবন (Spades) = 13 টি

[যার মধ্যে 2 – 10 নম্বর যুক্ত তাস, 1 টি গোলাম (Jack), 1টি রানী (Queen), 1 টি রাজা (king), 1 টি টেক্কা (Ace)]

(ii) চিড়া বা চিড়াতন (Clubs) =13 টি

[যার মধ্যে 2 – 10 নম্বর যুক্ত তাস, 1টি গোলাম (Jack), 1 টি রানী (Queen), 1 টি রাজা (king), 1 টি টেক্কা (Ace)]

আরো সুন্দরভাবে তাসের বিন্যাসকে উপস্থাপন করা হলো ঃ



তাসের বিন্যাসের মাধ্যমে অংক সমাধান করার জন্য প্রয়োজনীয় টিপস্:

নিয়ম:-01: ঘটনাদ্বয় পরস্পর বর্জনশীল হবে যদি ঘটনাদ্বয়ের তাস আলাদা আলাদা ভাগে অবস্থান করে এবং ঘটনাদ্বয়ের মধ্যে সাধারণ বিন্দু অর্থাৎ কমন তাসের চেয়ে বেশি তাস উঠানো হয়।

যেমন : এক প্যাকেট তাস হতে উত্তোলিত (i) তাসদ্বয় লাল বা কালো হওয়ার সম্ভাবনা

= P(লাল বা কালো) = P (লাল) + P (কালো) [কারণ লাল ও কালো তাস আলাদা আলাদা ভাগে বিদ্যমান]

(ii) তাস দুইটি হরতন বা রাজা হওয়ার সম্ভাবনা = P(তাসদ্বয় হরতন বা রাজা)

= P(তাসদ্বয় হরতন) + P(তাসদ্বয় রাজা)

[কারণ 13 টি হরতন তাসের মধ্যে কেবলমাত্র একটি রাজা তাস কমন আছে]

নিয়ম-02: ঘটনাদ্বয় পরস্পর অবর্জনশীল হবে যদি ঘটনাদ্বয়ের তাস একইভাগে অবস্থান করে এবং ঘটনাদ্বয়ের মধ্যে সাধারণ বিন্দু অর্থাৎ কমন (common) তাসের সমান বা কম উঠানো হয়।

যেমন: এক প্যাকেট তাস হতে উত্তোলিত (i) তাসদ্বয় লালা বা রাজা হওয়ার সম্ভাবনা

P (তাসদ্বয় লাল বা রাজা) = P (তাসদ্বয় লাল) + P(তাসদ্বয় রাজা) – P (তাসটি লাল রঙের রাজা)

[কারণ লাল তাসের ভাগে দুইটি রাজা তাস কমন আছে]

(ii) তাসটি হরতন বা রাজা হওয়ার সম্ভাবনা

= P(উত্তোলিত তাসটি হরতন বা রাজা) =P (তাসটি তরতন) +P (তাসটি রাজা) – P (হরতনের রাজা)

[কারণ 13 টি হরতনের মধ্যে একটি রাজা তাস কমন আছে]

Related Questions:

01. 52 টি তাসের প্যাকেট থেকে 1 টি তাস দৈবচয়িকভাবে উঠানো হয়। তাসটি লাল অথবা টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা কোনটি?

(a) $\frac{7}{52}$ (b) $\frac{15}{26}$ (c) $\frac{11}{13}$ (d) $\frac{7}{13}$ [JU'16-17]

সমাধান: (d); $P = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$

02. 52 খানা তাসের প্যাকেটে 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোন একখানা তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{12}{13}$ (c) $\frac{1}{12}$ (d) $\frac{1}{52}$ [JU'14-15]

সমাধান: (b); $P = 1 - \frac{4}{52} = \frac{12}{13}$

Question Type-04: মার্বেল বা বলসংক্রান্ত

সমাবেশ (^nC_r) এর মাধ্যমে সম্ভাবনা নির্ণয়ের কাঠামো :

সম্ভাবনা $= \frac{\text{নির্ণীত বলের সংখ্যা } C_{\text{উত্তোলিত বলের সংখ্যা}}}{\text{মোট বলের সংখ্যা } C_{\text{উত্তোলিত বলের সংখ্যা}}}$

ধরা যাক, একটি বাক্সে $\boxed{4R\ 6B\ 3Y}$ বল আছে।

এখানে, মোট বলের সংখ্যা $= 4 + 6 + 3 = 13$

(i) যদি দুইটি বল উত্তোলন করা হয়

(a) দৈবভাবে, তবে P (বলদ্বয় লাল) $= \frac{^4C_2}{^{13}C_2}$

(b) পুনঃস্থাপন না করে, তবে P (বলদ্বয় লাল) = P (প্রথম বলটি লাল ও দ্বিতীয় বলটি লাল)$= \frac{^4C_1 \times {^3C_1}}{^{13}C_1 \times {^{12}C_1}}$

(c) পুনঃস্থাপন করে, তবে P (বলদ্বয় লাল) = P (প্রথম বলটি লাল ও দ্বিতীয় বলটি লাল) $= \frac{^4C_1 \times {^4C_1}}{^{13}C_1 \times {^{13}C_1}}$

(ii) যদি 3 টি বল দৈবভাবে উঠানো হয়, তবে P (বলত্রয় লাল) $= \frac{^4C_3}{^{13}C_3}$ একইভাবে অন্যান্য।

Example-01: একটি ব্যাগে 4 টি সাদা এবং 5 টি কালো বল আছে। একজন লোক নিরপেক্ষভাবে তিনটি বল উঠালেন। তিনটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান: ব্যাগে মোট বলের সংখ্যা $(4 + 5) = 9$ টি

এই 9 টি বল হতে 3 টিকে $^9C_3 = 84$ উপায়ে এবং 5 টি কালো বল হতে 3 টিকে $^5C_3 = 10$ উপায়ে উঠানো যায়।

∴ তিনটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \frac{\text{অনুকূল ঘটনার সংখ্যা}}{\text{মোট ঘটনার সংখ্যা}} = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$

Example-02: একটি থলিতে 3 টি সাদা এবং 2 টি কালো বল আছে। অপর একটি থলিতে 2 টি সাদা এবং 5 টি কালো বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক থলি হতে একটি করে বল তোলা হল। দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [চ. বো. 02 ; কু. বো. 09]

সমাধান: প্রথম থলিতে মোট বলের সংখ্যা $(3 + 2) = 5$ টি যার 2 টি কালো এবং

দ্বিতীয় থলিতে মোট বলের সংখ্যা $(2+5) = 7$ টি যার 5 টি কালো।

∴ প্রথম থলি হতে একটি কালো বল উঠার সম্ভাব্যতা $= \frac{2}{5}$ ও দ্বিতীয় থলি হতে একটি কালো বল উঠার সম্ভাব্যতা $= \frac{5}{7}$

∴ উভয় থলি হতে একটি করে দুইটি কালো বল উঠার সম্ভাব্যতা $= \frac{2}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$

∴ দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা $= 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

Example-03: তিনটি একই রকম বাক্সের প্রথমটিতে 4 টি সাদা ও 3 টি লাল, দ্বিতীয়টিতে 3 টি সাদা ও 7 টি লাল বল এবং তৃতীয়টিতে 6 টি সাদা, 7 টি লাল এবং 9 টি কালো বল আছে।

(a) বাক্স তিনটি হতে একটি করে তিনটি বল তুলে নেয়া হল। বল তিনটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(b) তৃতীয় বাক্স থেকে এলোমেলোভাবে 3টি বল তুলে নেয়া হল। বলগুলি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(c) সমসম্ভব উপায়ে প্রথম ও দ্বিতীয় বাক্স থেকে একটি বাক্স নির্বাচন করা হল। ঐ বাক্স হতে নিরপেক্ষভাবে একটি বল টানা হলে, বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

(a) সমাধান: প্রথম বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(4+3)=7$ টি যার 3 টি লাল, দ্বিতীয় বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(3+7)=10$ টি যার 7 টি লাল এবং তৃতীয় বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(6+7+9)=22$ টি যার 7 টি লাল।

প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বাক্সের বল লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা যথাক্রমে $\frac{3}{7}, \frac{7}{10}$ ও $\frac{7}{22}$

$\therefore$ বল তিনটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা $=\frac{3}{7}\times\frac{7}{10}\times\frac{7}{22}=\frac{21}{220}$

(b) সমাধান: বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(6+7+9)=22$ টি।

ধরি, বল 3 টি যেকোনো রঙের, লাল ও সাদা হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S, R ও W।

তাহলে, $n(S)={}^{22}C_3=1540, n(R)={}^{7}C_3=35$ এবং $n(W)={}^{6}C_3=20$

$\therefore$ বল 3 টি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা $P(R\cup W)=P(R)+P(W)$, [$\because$ R ও W বর্জনশীল ঘটনা।]

$=\frac{n(R)}{n(S)}+\frac{n(W)}{n(S)}=\frac{35}{1540}+\frac{20}{1540}=\frac{55}{1540}=\frac{1}{28}$

(c) সমাধান: প্রথম বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(4+3)=7$ টি যার 4 টি সাদা এবং দ্বিতীয় থলিতে মোট বলের সংখ্যা $(3+7)=10$ টি যার 3 টি সাদা। দুইটি বাক্সের একটি নির্বাচন করার সম্ভাব্যতা $=\frac{1}{2}$

$\therefore$ প্রথম বাক্সটি নির্বাচন করে একটি সাদা বল টানার সম্ভাব্যতা $=\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}=\frac{2}{7}$ এবং

দ্বিতীয় বাক্সটি নির্বাচন করে একটি সাদা বল টানার সম্ভাব্যতা $=\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{20}$

$\therefore$ একটি সাদা বল টানার মোট সম্ভাব্যতা $=\frac{2}{7}+\frac{3}{20}=\frac{61}{140}$

Related Questions:

01. একটি বাক্সে 5টি লাল ও 10টি সাদা বল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টানলে প্রতি বারে দুইটি একই রঙের বল পাবার সম্ভাব্যতা কত? **[RU'20-21]**

(a) $\frac{10}{2}$ (b) $\frac{11}{21}$ (c) $\frac{21}{11}$ (d) $\frac{11}{31}$

সমাধান: (b); $\frac{{}^5C_2}{{}^{15}C_2}+\frac{{}^{10}C_2}{{}^{15}C_2}=\frac{10+45}{105}=\frac{55}{105}=\frac{11}{21}$; $\frac{15\times14}{1\times2}=15\times7; \frac{5\times4}{1\times2}=10; \frac{10\times9}{1\times2}=45$

02. 1100110 দ্বিমিক সংখ্যাটির দশ ভিত্তিক রূপান্তরিত সংখ্যা কোনটি? **[CU'20-21]**

(a) 102 (b) 69 (c) 108 (d) 78

সমাধান: (a); $\begin{pmatrix} \overset{6}{1}\overset{5}{1}\overset{4}{0}\overset{3}{0}\overset{2}{1}\overset{1}{1}\overset{0}{0} \end{pmatrix}_2=(2^6+2^5+2^2+2^1)_{10}=64+32+4+2=102$

03. একটি বাক্সে 3 টি লাল, 5 টি কালো এবং 7 টি সাদা বল আছে। এলোমেলোভাবে একসাথে দুটি বল তুলে নেয়া হলো। বল দুটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? **[JU'19-20]**

(a) $\frac{3}{7}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{7}$ (d) $\frac{7}{105}$

সমাধানঃ **(b)**; $\frac{{}^7C_2}{{}^{15}C_2}=\frac{1}{5}$

04. একটি বাক্সে 7 টি লাল, 9 টি কালো এবং 6 টি সাদা বল আছে। এলোমেলোভাবে একটি বল তুলে নেয়া হল। বলটি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? **[CU'18-19]**

(a) $\frac{13}{36}$　(b) $\frac{13}{22}$　(c) $\frac{12}{25}$　(d) $\frac{18}{19}$

সমাধানঃ (b); $P(RUW) = \frac{7}{22} + \frac{6}{22} = \frac{13}{22}$

05. একটি বাক্সে 15 টি সাদা ও 10 টি কালো রঙের মার্বেল আছে। ঐ বাক্সটি থেকে দুটি মার্বেল পরপর উঠালে প্রতিবার দুটি ভিন্ন রঙের মার্বেল হবার সম্ভাবনা কত? **[RU'17-18]**

(a) $\frac{1}{2}$　(b) $\frac{3}{4}$　(c) $\frac{3}{5}$　(d) $\frac{2}{5}$

সমাধানঃ (a); P (দুটি একই রঙের মার্বেল) $= \frac{^{15}C_2}{^{25}C_2} + \frac{^{10}C_2}{^{25}C_2} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ P (দুটি ভিন্ন রঙের মার্বেল) $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

06. একটি পাত্রে 8 টি লাল, 4 টি কালো এবং 3 টি সাদা বল আছে। 3 টি বল দৈবভাবে নেয়া হলে এর মধ্যে কমপক্ষে 2 টি লাল বল হবার সম্ভাব্যতা কত? **[CU'17-18]**

(a) $\frac{1}{15}$　(b) $\frac{36}{65}$　(c) $\frac{1}{2}$　(d) $\frac{8}{15}$

সমাধানঃ (b); P (2 টি লাল ও অন্যটি সাদা বা কালো) $= \frac{^8C_2 \times {^7C_1}}{^{15}C_3}$

P (3 টি লাল) $= \frac{^8C_3}{^{15}C_3}$ $\therefore$ মোট সম্ভাব্যতা $= \frac{36}{65}$

07. একটি বাক্সে 3 টি লাল, 3 টি সবুজ ও 2 টি নীল বল আছে। দৈবভাবে 3 টি বল তোলা হলে 2 টি বল সবুজ হবার সম্ভাবনা কত?

(a) $\frac{15}{56}$　(b) $\frac{3}{7}$　(c) $\frac{28}{65}$　(d) $\frac{13}{22}$　**[DU'16-17]**

সমাধান: (a); এটি 2 ভাবে ঘটতে পারে। 2 টি সবুজ ও 1 টি লাল অথবা 2 টি সবুজ ও 1 টি নীল। $\therefore P = \frac{^3C_2 \times {^5C_1}}{^8C_3} = \frac{15}{56}$

08. একটা থলেতে 10 টি লাল বল, 5 টি নীল বল ও 7 টি সবুজ বল রয়েছে। যথাক্রমে একটি নীল অথবা লাল বল এবং একটি সবুজ বল বেছে নেয়ার সম্ভাবনা কত? **[Ans: a][CU'16-17]**

(a) $\frac{15}{22}, \frac{7}{22}$　(b) $\frac{13}{22}, \frac{9}{22}$　(c) $\frac{15}{22}, \frac{8}{22}$　(d) $\frac{14}{22}, \frac{7}{22}$

09. একটি ব্যাগে 5 টি সাদা, 7 টি লাল এবং 8 টি কালো বল আছে। যদি বিনিময় না করে একটি একটি করে পর পর চারটি বল তুলে নেওয়া হয়, তবে সবগুলো বল সাদা হবার সম্ভাবনা কত? **[JU'15-16]**

(a) $\frac{4}{20}$　(b) $\frac{1}{969}$　(c) $\frac{4}{5}$　(d) $\frac{4}{4045}$

সমাধান: (b); বিনিময় না করে একটি একটি করে পরপর 4 টি বল তুললে 4 টিই সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{5}{20} \times \frac{4}{19} \times \frac{3}{18} \times \frac{2}{17} = \frac{1}{969}$

10. (b) একটি পাত্রে 6 টি সাদা ও 4 টি লাল বল আছে। দৈবায়িতভাবে 2 টি বল নেওয়া হল। বল 2 টি (i) একই রঙের (ii) ভিন্ন ভিন্ন রঙের হবার সম্ভাবনা কত? **[RU'15-16]**

সমাধান: (i) বল দুইটি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{^6C_2}{^{10}C_2} + \frac{^4C_2}{^{10}C_2} = \frac{7}{15}$ (Ans.)

(ii) বল দুইটি ভিন্ন রঙের হবার সম্ভাবনা $= \frac{^6C_1 \times {^4C_1}}{^{10}C_2} = \frac{8}{15}$ (Ans.)

11. একটি বক্সে 6টি লাল কাগজ, 4 টি সাদা কাগজ এবং 5 টি নীল কাগজ আছে। ফেরত না দিয়ে ক্রমাগত ভাবে 3 টি কাগজ বক্স থেকে তোলা হলে, লাল → সাদা → নীল অথবা নীল → সাদা → লাল কাগজ পাবার সম্ভাবনা কত? **[RU'15-16]**

(a) 1/91　(b) 3/91　(c) 5/91　(d) 8/91

সমাধান: (d) ; নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \left(\frac{6}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{5}{13}\right) + \left(\frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{6}{13}\right) = \frac{8}{91}$

12. একটি বাক্সে 20 টি লাল ও 10 টি সাদা রং এর বল আছে। বাক্স থেকে নিরপেক্ষভাবে 2 টি বল উঠিয়ে নিলে প্রতিবার দুইটি ভিন্ন রং এর বল পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [RU'14-15]

(a) 40/87 (b) 20/87 (c) 10/87 (d) 5/87

সমাধান: (a); $\boxed{\begin{matrix}20R\\10W\end{matrix}}$ $p = \frac{20_{c_1} \times 10_{c_1}}{30_{c_2}} = \frac{40}{87}$

13. একটি বাক্সে 10 টি সাদা ও 5 টি কালো রং এর মার্বেল আছে। বাক্স থেকে নিরপেক্ষ ভাবে 2 টি মার্বেল উঠিয়ে নিলে প্রতিবারে দুইটি ভিন্ন রং এর মার্বেল পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [RU'14-15]

(a) 1/2 (b) 10/21 (c) 5/21 (d) 1/4

সমাধান: (b); $\boxed{\begin{matrix}10W\\5B\end{matrix}}$ $P = \frac{{}^{10}C_1 \times {}^{5}C_1}{{}^{15}C_2} = \frac{10}{21}$

14. একটি বাক্সে 5 টি সাদা এবং 8 টি লাল গোলক আছে। দৈবভাবে একটি গোলক উঠানো হলে গোলকটি সাদা হবার সম্ভাবনা কত?

(a) 5/18 (b) 5/13 (c) 8/5 (d) 6/5 [CU'13-14]

সমাধান: **(b)**; সম্ভাবনা $= \frac{\text{সাদা বলের সংখ্যা}}{\text{মোট বলের সংখ্যা}} = 5/13$

Question Type-05: সংখ্যা সংক্রান্ত

01. 0, 1, 2, 4, 5, 10 সংখ্যাগুলো হতে দৈবভাবে একটি নিলে তার মৌলিক ও জোড় হওয়ার সম্ভাবনা কত? **[Ans: b][JU'19-20]**

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{5}{6}$

02. 4 থেকে 15 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যমে নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [DU'18-19]

(a) 6/7 (b) 5/12 (c) 2/3 (d) 7/12

সমাধান: (c); মৌলিক 5, 7, 11, 13; 3 এর গুণিতক 6, 9, 12, 15 $\therefore P = \frac{4}{12} + \frac{4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

03. 2 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোন একটি পূর্ণসংখ্যা দৈবচয়ন করলে সংখ্যাটি মৌলিক হবার সম্ভাবনা কত? [JU'18-19]

(a) $\frac{12}{39}$ (b) $\frac{4}{13}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{11}{38}$

সমাধান: (a); মৌলিক 12 টি (2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37) $\therefore$ সম্ভাবনা $= \frac{12}{39}$

04. 1 হতে 99 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হলে সেটি বর্গ হওয়ার সম্ভাবনা হবে- [DU'17-18]

(a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{2}{9}$ (c) $\frac{1}{11}$ (d) $\frac{2}{11}$

সমাধান: (c); $\sqrt{99} = 9.9$; বর্গ সংখ্যা 9 টি $\therefore P$ (বর্গ সংখ্যা) $= \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$

05. 40 থেকে 50 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্য থেকে দৈবচয়ন করে একটি সংখ্যা নিলে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [JnU'16-17]

(a) $\frac{5}{11}$ (b) $\frac{7}{11}$ (c) $\frac{6}{11}$ (d) $\frac{6}{121}$

সমাধান: (a) ; 40 থেকে 50 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 11

40 থেকে 50 পর্যন্ত মোট মৌলিক সংখ্যা = 3 ; (41, 43, 47)

40 থেকে 50 পর্যন্ত মোট 7 এর গুণিতক = 2 ; (42, 49)

$\therefore$ Probability $= \frac{5}{11}$

06. পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 সংখ্যাগুলি ব্যবহার করে দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যা লিখলে তা জোড় হবার সম্ভাবনা কত?
(a) 0.5　(b) 0.25　(c) 0.75　(d) 0.6　**[RU'15-16]**

সমাধান: (a) ; পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 সংখ্যাগুলি ব্যবহার করে দুই অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা গঠন করা যায় $^6P_2$ সংখ্যক এবং 2 অঙ্ক বিশিষ্ট জোড় সংখ্যা গঠন করা যায় $5\times3 = 15$ সংখ্যক।

$\therefore$ জোড় হবার সম্ভাবনা $= \frac{15}{^6P_2} = 0.5$.

07. $n(A) = 17, n(B) = 28$ এবং $n(A \cap B) = 14$ হলে, $n(A \cup B) = ?$　**[RU'15-16]**
(a) 21　(b) 25　(c) 31　(d) 42

সমাধান: (c); $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 17 + 28 - 14 = 31$

08. 1 থেকে 21 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যমে নিলে সেই সংখ্যাটি 3 বা 7 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা কত?　**[DU'14-15]**
(a) $\frac{8}{21}$　(b) $\frac{3}{7}$　(c) $\frac{10}{21}$　(d) $\frac{11}{21}$

সমাধান: (b); 1–21 পর্যন্ত 3 এর গুণিতক 7 টি $\left(\frac{21}{3} = 7\right)$; 7 এর গুণিতক 3 টি $\left(\frac{21}{7} = 3\right)$

3 ও 7 উভয়ের গুণিতক 1 টি $\left(\frac{21}{3\times7} = 1\right)$ $\therefore p = \frac{7}{21} + \frac{3}{21} - \frac{1}{21} = \frac{3}{7}$

09. 1 হতে 50 এর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করলে তা মৌলিক সংখ্যা হবার সম্ভাবনা কত?　**[JU'14-15]**
(a) $\frac{14}{50}$　(b) $\frac{15}{50}$　(c) $\frac{13}{50}$　(d) $\frac{16}{50}$

সমাধান: (b); 1 হতে 50 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাগুলো: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47 $\therefore$ সম্ভাবনা $= \frac{15}{50}$

10. 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোন একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যা মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?　**[JU'14-15]**
(a) $\frac{11}{21}$　(b) $\frac{1}{21}$　(c) $\frac{5}{21}$　(d) $\frac{1}{11}$

সমাধান: (a); 10 থেকে 30 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা = 11, 13, 17, 19, 23, 29 = 6 টি

5 এর গুণিতক = 10, 15, 20, 25, 30 = 5 টি ; $\frac{5+6}{21} = \frac{11}{21}$

11. 26 থেকে 50 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্য থেকে দৈবচয়ন করে (randomly) একটি সংখ্যা নিলে মৌলিক (prime number) না হওয়ার সম্ভাবনা (probability) কত?　**[JnU'14-15]**
(a) $\frac{6}{25}$　(b) $\frac{19}{25}$　(c) $\frac{18}{25}$　(d) $\frac{4}{5}$

সমাধান: (b); $26 - 50$ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা 29, 31, 37, 41, 43, 47

মোট মৌলিক সংখ্যা 6 টি $\therefore P = \frac{25-6}{25} = \frac{19}{25}$

12. 1, 0, 2 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলো হতে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হলে সংখ্যাটি 10 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা　**[DU'13-14]**
(a) $\frac{1}{2}$　(b) $\frac{1}{3}$　(c) $\frac{2}{9}$　(d) $\frac{1}{6}$

সমাধান: (a); মোট সংখ্যা $3!=6$; এর মধ্যে 2 টি সংখ্যার প্রথমে 0 থাকায় তা তিন অংক বিশিষ্ট নয়।

শূন্য দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 2 টি (120,210) $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

13. $X = \{1, 2, 3, 4)$ এবং $Y = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$। সেট দুটির প্রত্যেকটি হতে একটি করে সংখ্যা দৈবায়িত উপায়ে নির্বাচন করা হলো। সংখ্যা দুটির যোগফল 10 হবার সম্ভাবনা কত?　**[KU'13-14]**
(a) 0.125　(b) 0.225　(c) 0.325　(d) 0.375

সমাধান: (a); (2,8), (3,7) ও (4, 6) –pair ব্যতীত অন্য কোন pair -এ যোগফল 10 আসলো

$\therefore$ মোট pair আছে, 4×6 $\therefore$ সম্ভাবনা$= \frac{3}{24} = 0.125$

Written

01. 1 থেকে 20 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলি হতে একটি সংখ্যা দৈব উপায়ে নেয়া হলে সংখ্যাটি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা (probability) নির্ণয় কর। [JnU'18-19]

সমাধান: 3 এর গুণিতক 3, 6, 9, 12, 15, 18 বা 6 টি

5 এর গুণিতক 5, 10, 15, 20 বা 4 টি

3 ও 5 এর গুণিতক 15 বা 1 টি

$\therefore$ 3 অথবা 5 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা $= \frac{6+4-1}{20} = \frac{9}{20}$ (Ans.)

Question Type-06: বিবিধ

01. দুটি সংখ্যার গাণিতিক গড় 26 এবং গড় ব্যবধান 5 হলে সংখ্যা দু'টি কী? [GST'20-21]

(a) 16, 36 (b) 12, 40 (c) 20, 32 √(d) 21, 31

সমাধান: (d); Option check.

02. 10, 8, 11, 9, 12, 29, 27 সংখ্যাগুলোর ভেদাঙ্ক কত? [Agri. Guccho'20-21]

(a) 10 (b) 2 (c) $\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{10}$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $\sum x^2 = 2080$; $\sum x = 106$

$\therefore \sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = \frac{2080}{7} - \left(\frac{106}{7}\right)^2 = 67.84$

03. $-3.5, -2, -0.5, 1, 2.5, 4$ এই উপাত্তের পরিসর- [JU'20-21]

(a) 10.5 (b) 8.5 (c) 7.0 (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (d); সর্বোচ্চ মান, $L = 4$; সর্বনিম্ন মান, $S = -3.5$

$\therefore$ পরিসর $L - S = 4 - (-3.5) = 7.5$

04. 3, 4 ও 5 এই তিনটি সংখ্যার গড় ব্যবধান কোনটি? [JU'19-20]

(a) 4 (b) 1 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{4}{9}$

সমাধান: **(c)**; $\bar{x} = 4$ $\therefore$গড় ব্যবধান $= \frac{|3-4|+|4-4|+|5-4|}{3} = \frac{2}{3}$

05. 2, 3, 3, 4 তথ্য সারির গড় ব্যবধান কোনটি? [JU'19-20]

(a) 2 (b) 0.5 (c) 0.6 (d) 1

সমাধান: **(b)**; $\bar{x} = \frac{2+3+3+4}{4} = 3$ $\therefore$ গড় ব্যবধান $= \frac{|3-2|+|3-3|+|3-3|+|3-4|}{4} = \frac{2}{4} = 0.5$

06. দুটি অসম রাশির গাণিতিক গড় এবং ভেদাংক যথাক্রমে 12 এবং 36 হলে রাশি দুটির মান কত? [KU'19-20]

(a) 14, 10 (b) 15, 9 (c) 16, 8 (d) 18, 6

সমাধান: **(d)**; ধরি, সংখ্যা দুটি x_1, x_2 $\therefore$ গড় $= \frac{x_1+x_2}{2}$; ভেদাঙ্ক $= \frac{(x_1-12)^2+(x_2-12)^2}{2}$

এখন, $\frac{x_1+x_2}{2} = 12 \therefore x_1 + x_2 = 24 \therefore x_1 = 24 - x_2$ ……………(i)

$\therefore \frac{(x_1-12)^2+(x_2-12)^2}{2} = 36 \Rightarrow (x_1-12)^2 + (x_2-12)^2 = 72$

$\Rightarrow (24 - x_2 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 = 72 \Rightarrow 2 \times (x_2 - 12)^2 = 72$

$\therefore (x_2 - 12)^2 = 36 \therefore x_2 = 12 + 6 = 18 \therefore x_1 = (24 - 18)$ or, 6

07. তোমার 15 জন বন্ধুর বয়সের গড় ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে 10 ও 2 হলে বয়সের বিভেদাঙ্ক কত? [KU'19-20]

(a) 5% (b) 10% (c) 15% (d) 20%

সমাধান: (d); বিভেদাঙ্ক $= \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান } (\sigma)}{\text{গড় } (\bar{x})} \times 100\% = \frac{2}{10} \times 100\% = 20\%$

08. 120 জন ছাত্রের মধ্যে 75 জন ক্রিকেট খেলে এবং 65 জন ফুটবল খেলে। কতজন উভয় খেলাই খেলে? [DU'18-19]

(a) 10 (b) 20 (c) 30 (d) 45

সমাধান: (b); $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 120 = 75 + 65 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 20$

09. প্রথম 13 টি স্বাভাবিক সংখ্যার বিভেদাংক (CV) কত? [JU'18-19]

(a) 53.45% (b) 53% (c) 52.5% (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (a); পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{13^2-1}{12}} = \sqrt{14}$

গড়, $\bar{x} = \frac{n(n+1)}{2\times n} = \frac{13\times14}{2\times13} = 7 \therefore CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = 53.45\%$

সমাধান: (c); 2 থেকে 40 পর্যন্ত পূর্ণসংখ্যা 39 টি, মৌলিক সংখ্যা 13 টি।

$\therefore$ সম্ভাবনা $= \frac{13}{39} = \frac{1}{3}$

10. 25 এবং 29 সংখ্যা দুইটির বিভেদাংক (CV) কত? [JU'18-19]

(a) 6% (b) 6.9% (c) 7% (d) 7.4%

সমাধান: (d); পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \frac{29-25}{2} = 2$

গড়, $\bar{x} = \frac{25+29}{2} = 27$

$\therefore$ বিভেদাংক, (CV) $= \frac{2}{27} \times 100\% = 7.4\%$

11. 4, 2, 5, 7 সংখ্যাসমূহের জ্যামিতিক গড় কত? [Ans: d][CU'18-19]

(a) 9 (b) 12 (c) 8 (d) $\sqrt[4]{280}$

12. A ও B পরস্পর অবর্জনশীল ও স্বাধীন ঘটনা। যদি $P(A) = 1/3$ এবং $P(B) = 3/4$ হয়, তবে $P(A \cup B)$ এর মান কত?

(a) 7/12 (b) 5/12 (c) 1/6 (d) 5/6 [KU'18-19]

সমাধান: (d); $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$

13. সমীক্ষায় অন্বেষিত হয়েছে যে, একটি আর্ট গ্যালারিতে 25% চিত্রকর্ম আসল নয়। একজন সংগ্রাহক 15% ক্ষেত্রেই চিত্রকর্মটি আসল না নকল তা চিহ্নিত করতে ভুল করে। যদি একজন সংগ্রাহক একটি চিত্রকর্ম ক্রয় করে, তাহলে চিত্রকর্মটি নকল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(a) 0.056 (b) 0.0625 (c) 0.0781 (d) 0.25 [KU'18-19]

সমাধান: (a); $P\left(\frac{F}{B}\right) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{0.25\times0.15}{0.75\times0.85+0.25\times0.15} = 0.056$

14. 2, 7, 10, 5 সংখ্যাগুলোর মধ্যমা কোনটি? [Ans: c][JU'17-18]

(a) 5 (b) 2 (c) 6 (d) 4

15. 32 টি সংখ্যার পরিমিত বিচ্যুতি 5। যদি সংখ্যাগুলোর সমষ্টি 80 হয়, তবে তাদের বর্গের সমষ্টি কত? [RU'17-18]

(a) 1000 (b) 500 (c) 100 (d) 10,000

সমাধান: (a); $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 \Rightarrow 5^2 = \frac{\sum x_i^2}{32} - \left(\frac{80}{32}\right)^2 \therefore \sum x_i^2 = 1000$

16. একটি তথ্যসারির ব্যবধানাঙ্ক 80% এবং পরিমিত ব্যবধান 8 হলে, তাদের গাণিতিক গড় কত হবে? [KU'17-18]

(a) 1 (b) 10 (c) 64 (d) 640

সমাধানঃ (b); গাণিতিক গড় $= \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\text{ব্যবধানাঙ্ক}} = \frac{8}{0.8} = 10$

17. একটি শ্রেণীতে 30 জন ছাত্র ও 20 জন ছাত্রী আছে। বার্ষিক পরীক্ষায় একজন ছাত্রের প্রথম ও একজন ছাত্রীর দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাবনা কত? [RU'16-17]

(a) $\frac{12}{49}$ (b) $\frac{1}{25}$ (c) $\frac{6}{25}$ (d) $\frac{24}{49}$

সমাধানঃ (a); নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{30}{50} \times \frac{20}{49} = \frac{12}{49}$

18. 19, 18, 20, 22, 21 সংখ্যাগুলোর পরিমিত ব্যবধান কত? [JU'15-16]

(a) $\sqrt{10}$ (b) 2 (c) $\sqrt{2}$ (d) 10

সমাধান: (c); সংখ্যাগুলোর গড়, $\bar{x} = \frac{19+18+20+22+21}{5} = 20$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}} = \left(\frac{(19-20)^2+(18-20)^2+(20-20)^2+(22-20)^2+(21-20)^2}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

17. ঢাকা-আরিচা সড়কে সাপ্তাহিক দূর্ঘটনার সম্ভাব্যতা 5 এর ভিতর 2 ; যশোর-খুলনা সড়কে তা 15 এর ভিতর 1 হলে, ঐ দুইটি এলাকার যে কোন একটিতে সাপ্তাহিক দূর্ঘটনার সম্ভাব্যতা কত? [JU'14-15]

(a) $\frac{7}{5}$ (b) $\frac{7}{20}$ (c) $\frac{1}{15}$ (d) $\frac{7}{15}$

সমাধান: (d); $P = \frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{7}{15}$ [বর্জনশীল ঘটনা]

20. 15 জন বালক ও 12 জন বালিকা একটি দৌড় প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করলে বালকের প্রথম হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(a) $\frac{12}{27}$ (b) $\frac{15}{27}$ (c) $\frac{1}{27}$ (d) 0 [Ans: b][JU'14-15]

Written

01. $1, 3, 5, \cdots\cdots\cdots\cdots 2n+1$ তথ্য সেটটির ভেদাঙ্ক (Variance) নির্ণয় কর। [JnU'19-20]

সমাধানঃ ধারার প্রথম পদ $= 1$

$\therefore 1 + (x-1) \times 2 = 2n+1 \Rightarrow 2x - 1 = 2n + 1 \Rightarrow 2x = 2n + 2 \therefore x = (n+1)$

ধরি, x_i চলকের মানসমূহের সেট $\{1, 3, 5, \cdots\cdots\cdots\cdots 2n+1\}$

$\therefore$ প্রথম $(n+1)$ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাঙ্ক বের করতে হবে।

ধরি, $u_i = \frac{x_i+1}{2}$; যেখানে x_i হল প্রদত্ত ধারার পদ।

$\therefore$ u_i চলকের মানসমূহের সেট $= \{1, 2, 3, \cdots\cdots\cdots\cdots, n+1\}$

$\therefore$ u_i হচ্ছে প্রথম $(n+1)$ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সেট যার ভেদাঙ্ক $= \frac{(n+1)^2-1}{12}$

আমরা জানি, ভেদাঙ্ক মূল হতে স্বাধীন, কিন্তু মাপনীর উপর নির্ভরশীল।

$\therefore$ নির্ণেয় ভেদাঙ্ক $= 2^2 \times \frac{(n+1)^2-1}{12} = \frac{(n+1)^2-1}{3}$