অধ্যায়-০৪: বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ

Question Type-01: বহুপদী সমীকরণ সংক্রান্ত

$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_n$

- n ধণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং ক্রমবর্ধমান বা ক্রমহ্রাসমান হলে একে বলা হয় n ঘাতী বহুপদী ফাংশন। $[a_0 \neq 0$
  $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots\ldots + a_1x + a_o = 0$
  সমীকরণটি n ঘাত বিশিষ্ট বহুপদী সমীকরণ হবে যদি $a_n \neq 0$ হয়।
- একটি বহুপদী ফাংশনে বিশেষভাবে লক্ষ্য রাখতে হবে যেন x এর ঘাত কখনও ঋণাত্মক না হয়।
  যেমন— $3x^2 + 2x^{-1} + 5x - 7$ কোন বহুপদী ফাংশন নয় নয়, কারণ এখানে দ্বিতীয় পদে x এর ঘাত ঋণাত্মক।
- একটি সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ মোট ঘাত হল ঐ বহুপদীর ঘাত। যেমন– $x^2y^3 + 5x^4y^4 + 7xy^4 - 8 = 0$
  সমীকরণের দ্বিতীয় পদে মোট ঘাত সর্বোচ্চ $(4 + 2 = 6)$ ∴ বহুপদীর ঘাত 6 ।
- n ঘাত বিশিষ্ট বহুপদীর সর্বোচ্চ n সংখ্যক মূল থাকে।

Related Questions:

01. $f(x) = 1 + x^3$ বক্ররেখাটির সাথে x- অক্ষের ছেদবিন্দুর সংখ্যা- **[DU'18-19]**

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

সমাধানঃ (b); x- অক্ষে $y = f(x) = 0 \ \therefore 0 = 1 + x^3 \Rightarrow x^3 = -1 = (-1)^3$
$\Rightarrow x = -1, -\omega, -\omega^2$ ∴ 1 টি বাস্তব মান তাই ছেদবিন্দুও 1 টি।

02. অসমতা $x^2 - 3x + 2 \leq 0$ এর সমাধান হচ্ছে- **[CU'17-18]**

(a) $(-\infty, 1)$ (b) $(1, 2)$ (c) $[1, 2]$ (d) $[2, \infty)$

সমাধানঃ (c); $x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - x + 2 \leq 0 \ \Rightarrow (x-2)(x-1) \leq 0$

$\Rightarrow \begin{matrix} x-2 \leq 0 \\ x \leq 2 \end{matrix} \Big| \begin{matrix} x-1 \geq 0 \\ x \geq 1 \end{matrix} \ \Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \ \Rightarrow [1,2]$

03. $x^2 - bx + c = 0$ এবং $x^2 - cx + b = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকার শর্ত কোনটি? **[CU'16-17]**

(a) $b + c + 1 = 0$ (b) $b + c = 1$ (c) $b + c = 0$ (d) $b - c + 1 = 0$ (e) $b^2 + c^2 = 0$

সমাধান: (a); $\alpha^2 - b \propto + c = 0 \ldots.(i) \quad \alpha^2 - c\alpha + b = 0 \ldots.(ii)$

$\frac{\alpha^2}{-b^2+c^2} = \frac{\alpha}{c-b} = \frac{1}{-c+b} \ \therefore \alpha = c + b = -1 \ \therefore b + c + 1 = 0$

Question Type-02: নিশ্চায়ক সংক্রান্ত সমস্যা

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক, $D = b^2 - 4ac$.

- $D = 0$ হলে মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও সমান হয়।
- $D > 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হয়।
- D পূর্ণ বর্গ হলে মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হয়।
- $D < 0$ হলে মূলদ্বয় অবাস্তব, অসমান ও পরস্পরের অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।
- $D \geq 0$ হলে মূলদ্বয় হবে শুধু বাস্তব।

Example-01: k এর কোন মানের জন্য সমীকরণ $(k+1)x^2+4(k-2)x+2k=0$ এর মূল দুটি সমান হবে?

সমাধান: $\{4(k-2)\}^2-4(k+1)\cdot 2k=0 \Rightarrow 16k^2-64k+64-8k^2-8k=0 \Rightarrow k^2-9k+8=0$;
$k=8$ বা 1

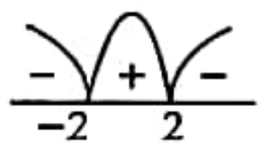
Example-02: k এর মান কত হলে $(k+1)x^2+2(k+3)x+2k+3$ রাশিটি একটি পূর্ণ বর্গ হবে?

সমাধান: $\{2(k+3)\}^2-4(k+1)(2k+3)=0$

$\Rightarrow 4k^2+24k+36-8k^2-12k-8k-12=0 \Rightarrow -4k^2+4k+24=0 \therefore k=3,\ -2$

Example-03: $x^2+bx+1=0$ এর মূলগুলি বাস্তব হওয়ার শর্ত কী?

সমাধান: $b^2-4\geq 0 \Rightarrow b^2\geq 4$ Or, $(b+2)(b-2)\geq 0$; $b\geq 2$ বা $b\leq -2$



Related Questions:

01. কোন শর্তে ax^2+bx+c রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ হবে? **[Agri. Guccho'19-20]**

(a) $4ac=b^2$ (b) $4ac>b^2$ (c) $4ac<b^2$ (d) $ac=b$

সমাধান: (a); একটি রাশি পূর্ণবর্গ হওয়ার শর্ত নিশ্চায়ক শূন্য হবে।

$\therefore b^2-4ac=0 \Rightarrow b^2=4ac$

02. k এর মান কত হলে $(3k+1)x^2+(11+k)x+9=0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় জটিল সংখ্যা হবে? **[JU'16-17,18-19]**

(a) $k>1$ (b) $k<85$ (c) $k\geq 85$ (d) $1<k<85$

সমাধান: **(d);** $(11+k)^2<4\times 9\times 3k+1 \Rightarrow k^2-86k+85<0 \Rightarrow (k-85)(k-1)<0 \therefore 1<k<85$

03. K এর মান কত হলে $(4-k)x^2+(2k+4)x+(8k+1)=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে? **[JU'11-12,CU'16-17]**

(a) 4 (b) 0 (c) -2 (d) $0,3$

সমাধান: (d); মূলদ্বয় সমান হলে নিশ্চায়ক, $D=0$ বা, $(2k+4)^2-4(4-k)(8k+1)=0$

বা, $k^2+4k+4+8k^2-31k-4=0$ বা, $9k^2-27k=0 \therefore k=0,3$

04. c এর মান কত হলে $x^2-3x+c=0$ এর মূল দুইটি ক্রমিক সংখ্যা হবে? **[CU'16-17]**

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) -2

সমাধান: (b); ধরি, মূলদ্বয় α, $\alpha+1 \therefore \alpha+(\alpha+1)=3 \therefore \alpha=1$; $c=\alpha(\alpha+1)=2$

05. m এর কোন মানের জন্য $(x-1)^{m-1}$ এর 3 টি বাস্তব এবং অভিন্ন মূল বিদ্যামান? **[Ans: c][CU'16-17]**

(a) $m=3$ (b) $m=-3$ (c) $m=4$ (d) $m=-4$

06. $x^2+kx+1=0$ সমীকরণে k এর মান কত হলে মূলদ্বয় জটিল হবে? **[JU'14-15]**

(a) $-4<k$ (b) $-1<k<1$ (c) $-2<k<2$ (d) $0<k<1$

সমাধান: (c); $x^2+kx+1=0$; $k^2-4<0 \Rightarrow K^2<4 \Rightarrow |k|<2 \Rightarrow -2<k<2$

07. $5x^2-3x-1=0$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কিরূপ? **[JU'14-15]**

(a) বাস্তব (b) বাস্তব ও অমূলদ (c) বাস্তব (d) বাস্তব ও মূলদ

সমাধান: (b); $5x^2-3x-1=0$; $B^2-4ac=(-3)^2-4.5\,(-1)=9+20=29>0 \therefore$ মূলদ্বয় বাস্তব ও অমূলদ

08. নিম্নের কোন শর্তের জন্য $px^2+3x+4=0$ সমীকরণের মূলগুলি বাস্তব ও অসমান হবে? **[RU'08-09,14-15]**

(a) $p<\frac{16}{9}$ (b) $p=\frac{9}{16}$ (c) $\frac{1}{p}>\frac{16}{9}$ (d) $p>\frac{9}{16}$

সমাধান: (c); $px^2+3x+4=0$; $B^2-4AC>0 \Rightarrow 3^2-4.p.4>0 \Rightarrow 9-16p>0$

$\Rightarrow 9>16p \Rightarrow p<\frac{9}{16} \Rightarrow \frac{1}{p}>\frac{16}{9}$

Question Type-03: মূল নির্ণয় সংক্রান্ত

♦ $ax^2 + bx + c = 0$; $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ আবার, দুটি মূল α ও β হলে, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$; $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

♦ $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ সমীকরণে তিনটি মূল α, β, γ হলে, $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$; $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$; $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

Example-01: $x^2 - 10x + 34 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো কী কী?

সমাধান: $x = \frac{10 \pm \sqrt{100-4\times34}}{2} = 5 \pm 3i$; Another Method: Use Calculator

Example-02: $3x^2 + 5x - 3 = 0$ এর একটি মূল যদি a হয় তবে অপর মূলটি কত?

(a) $-\frac{1}{a}$ (b) $\frac{1}{a}$ (c) $-a$ (d) a

সমাধান: অপর মূল β হলে, $\alpha \times \beta = -\frac{3}{3} = -1 \ \therefore \beta = -\frac{1}{a}$

Example-03: $9x^2 - 12x + 4 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে মূলদ্বয়ের অনুপাত কত?

সমাধান: $x = \frac{12 \pm \sqrt{144-4\times9\times4}}{2\times9} = \frac{2}{3} \ \therefore \alpha = \frac{2}{3}, \beta = \frac{2}{3} \ \therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{1} \Rightarrow \alpha : \beta = 1:1$

Related Questions:

01. দুইটি মূলের যোগফল শূন্য হলে, $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$ সমীকরণটির মূলগুলি কত? **[Ans: a] [RU'20-21]**

(a) $4, -4, 5$ (b) $3, -3, -5$ (c) $2, -2, -5$ (d) $5, 6, -6$

সমাধান: (a); মূলত্রয় $\alpha, -\alpha, \beta$

$\alpha + (-\alpha) + \beta = -(-5) \Rightarrow \beta = 5$

$-\alpha^2\beta = -80 \Rightarrow \alpha^2 = 16 \Rightarrow \alpha = 4, -4$

02. $x^3 - 5x + 17x - 3 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল $2 + 3i$ হলে, অপর মূল দুটি- **[RU'20-21]**

(a) 4,5 (b) $2, 2 - 3i$ (c) $2, 3 - 3i$ (d) $1, 2 - 3i$

সমাধান: (d); $2 + 3i + 2 - 3i + x = 5 \therefore x = 1$

03. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে c এর মান কোনটি? **[Agri. Guccho'19-20]**

(a) 1 (b) -4 (c) 4 (d) 1

সমাধান: (c); $x^2 - 5x + c = 0$ এর একটি মূল 4

$\therefore 4^2 - 5 \times 4 + c = 0 \Rightarrow c = 4$

04. $x^2 + 5x + a = 0$ সমীকরণের একটি মূল -2 হলে অপর মূলটি- **[RU'19-20]**

(a) 7 (b) -7 (c) -3 (d) 3

সমাধান: (c); ধরি, অপর মূলটি $\alpha \ \therefore \alpha - 2 = -5 \Rightarrow \alpha = -3$

05. $5x^2 - kx + 9 = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির পাঁচগুণ হলে k এর মান কোনটি? **[JU'17-18]**

(a) 12 (b) 16 (c) 18 (d) 9

সমাধান: (c); $\alpha + 5\alpha = \frac{k}{5} \Rightarrow 6\alpha = \frac{k}{5}, 5\alpha.\alpha = \frac{9}{5} \Rightarrow 5\left(\frac{k}{30}\right)^2 = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{k}{30} = \frac{3}{5} \ \therefore k = 18$

06. $2x^2 - 9x + 4$ ফাংশনের একটি উৎপাদক $(x - 4)$ হলে $2x^2 - 9x + 4 = 0$ সমীকরণটিতে x এর মান কত?

(a) $(1, 4)$ (b) $\left(4, \frac{1}{2}\right)$ (c) $(1, -4)$ (d) $(2, 4)$ **[Ans: b][JU'17-18]**

07. $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$ হলে $x = ?$ **[RU'17-18]**

(a) 1 (b) -2 (c) -4 (d) 4

সমাধান: (c); $3^x.3^5 - 3^x.3^3 = \frac{8}{3} \Rightarrow 3^{x+3}(3^2-1) = \frac{8}{3}$ $\therefore x+3 = -1$ $\therefore x = -4$

08. $x^2 + ax + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান এবং $x^2 + ax + 8 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল 4 হলে b এর মান কত?

(a) 4 (b) 8 (c) 9 (d) 12 **[JU'16-17]**

সমাধান: (c); $x^2 + ax + 8 = 0$ এর একটি মূল 4, মূলদ্বয়ের গুণফল $= 8$

$\therefore$ অপর মূল $= \frac{8}{4} = 2$, মূলদ্বয়ের সমষ্টি $= -a = 6$ $\therefore a = -6$ এখন, $\sqrt{a^2-4b} = 0 \Rightarrow b = 9$

09. $2x^2 - 7x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β; $x^2 - 4x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় β এবং γ হলে $(\gamma+\alpha):(\gamma-\alpha) = ?$

(a) 6:5 (b) 5:6 (c) 11:1 (d) 1:6 **[RU'09-10,DU'15-16]**

সমাধান: (c); $2x^2 - 7x + 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 5x + 5 = 0$

$\Rightarrow 2x(x-1) - 5(x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(2x-5) = 0$

$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1) = 0$ $\therefore \alpha = \frac{5}{2}, \beta = 1, \gamma = 3$ $\therefore \frac{\gamma+\alpha}{\gamma-\alpha} = \frac{3+\frac{5}{2}}{3-\frac{5}{2}} = \frac{6+5}{6-5} = 11:1$

10. $9x^2 - 12x + 4 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে মূলদ্বয়ের অনুপাত $(\alpha:\beta)$ কত? **[JnU'14-15]**

(a) 4:9 (b) 3:2 (c) 1:1 (d) 4:3

সমাধান: (c); $9x^2 - 12x + 4 = 0$

Here, $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = \frac{2}{3}$ $\therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 1:1$

11. $x^2 - 10x + 34 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো হলো – **[JU'14-15]**

(a) $3 \pm i$ (b) $5 \pm i$ (c) $5 \pm 2i$ (d) $5 \pm 3i$

সমাধান: (d); $x^2 - 10x + 34 = 0$; $\alpha = \frac{10+\sqrt{(10)^2-4.1.34}}{2} = 5 + 3i$

$\beta = \frac{10-\sqrt{(-10)^2-4.34}}{2} = 5 - 3i$

Written

09. $x^3 - 3x^2 + 7x - 5 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $(1 + 2i)$ হলে অন্য মূলগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান: $x^3 - 3x^2 + 7x - 5 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $1 + 2i$ হলে অপর একটি মূল $1 - 2i$।

অপর মূলটি α হলে, $\alpha + (1 + 2i) + (1 - 2i) = 3 \Rightarrow \alpha + 2 = 3 \therefore \alpha = 1 \therefore$ অন্য মূল দুইটি $1 - 2i$ ও 1।

Question Type-04: মূলদ্বয়ের যোগফল ও গুণফল সংক্রান্ত

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের দুটি মূল α ও β হলে, $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

Example: $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে অপরটি কত?

সমাধান: $\alpha + \beta = -\frac{-5}{1} = 5 \therefore \beta = 5 - \alpha = 5 - 4 = 1$ সুতরাং অপর মূলটি 1।

Related Questions:

01. $x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ত্রিঘাত এর সমষ্টি হলো- **[DU'20-21]**

(a) -3 (b) 3 (c) -2 (d) 2

সমাধান: (d); $x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1,1 \therefore \alpha^3 + \beta^3 = 1^3 + 1^3 = 2$

02. কোন শর্তে $x^3 - mx^2 + nx + r = 0$ সমীকরণের দুইটি মূলের সমষ্টি শূন্য হবে? **[GST'20-21]**

(a) $mn - r = 0$ √(b) $mn + r = 0$ (c) $mr + n = 0$ (d) $mr - n = 0$

সমাধান: (b); ধরি, মূলত্রয় a, b এবং c। a ও b এর যোগফল 0।

$a + b + c = -\frac{-m}{1} = m \Rightarrow 0 + c = m \Rightarrow c = m$

$ab + bc + ca = n \Rightarrow ab + c(b + a) = n \Rightarrow ab = n$

$abc = -r \Rightarrow n.m = -r \Rightarrow mn + r = 0$

03. $x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে, $\alpha^3 + \beta^3$ এর মান কত? **[Agri. Guccho'20-21]**

(a) 24 (b) 32 (c) 16 (d) 8

সমাধান: (c); $x^2 - 4x + 4 = 0 ; \alpha + \beta = 4 ; \alpha\beta = 4$

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 16$

04. $3x^2 + 7x - 2 = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটির যোগফল ও গুণফল এর সমষ্টি কত? **[JU'20-21,14-15]**

(a) $-5/3$ (b) -3 (c) 5 (d) $4/3$

সমাধান: (b); মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \beta = -\frac{7}{3}, \ \alpha\beta = \frac{-2}{3}$

$\therefore (\alpha + \beta) + \alpha\beta = \frac{-7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{-7-2}{3} = \frac{-9}{3} = -3$

05. $(a^2 - 3)x^2 + 3ax + (3a + 1) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি পরস্পর উল্টা হলে 'a' এর মান কত? **[CU'20-21]**

(a) $1, -4$ (b) $-1, -4$ (c) $-1,4$ (d) $1,4$

সমাধান: (c); একটি মূল α হলে অপর মূল $\frac{1}{\alpha}$

$\therefore \alpha.\frac{1}{\alpha} = \frac{3a+1}{a^2-3} \Rightarrow a^2 - 3 - 3a - 1 = 0 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0$

$\Rightarrow a^2 - 4a + a - 4 = 0 \Rightarrow a(a - 4) + 1(a - 4) = 0 \Rightarrow (a + 1)(a - 4) = 0 \therefore a = -1,4$

06. $x^3 + px + q = 0$ সমীকরণের মূল a, b, c হলে $(a^2 + b^2 + c^2)$ এর মান কত?

(a) $2q$ (b) $-2q$ (c) $2p$ (d) $-2p$

সমাধান: (d); $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 0 - 2(+p) = -2p$

07. $3x^3 + x^2 - 12x - 4 = 0$ সমীকরণটিতে x এর দুইটি মান $(2, -2)$ হলে অপরটি কত? **[JU'17-18]**

(a) 1 (b) -1 (c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

সমাধান: (d); $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{1}{3} \Rightarrow 2 - 2 + \gamma = -\frac{1}{3} \Rightarrow \gamma = -\frac{1}{3}$

08. $4x^2 + 8x - 5 = 0$ সমীকরণটিতে x এর একটি মান 1/2 হলে অপরটি কত? **[JU'17-18]**

(a) 5/3 (b) 5/2 (c) -5/2 (d) -1/3

সমাধান: (c); $\alpha\beta = -\frac{5}{4} \left[\alpha = \frac{1}{2}\right] \Rightarrow \frac{1}{2} . \beta = -\frac{5}{4} \Rightarrow \beta = -\frac{5}{2}$

09. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে, অপর মূলটি কত? **[DU'08-09,JnU'11-12,JU'14-15]**

(a) 4 (b) 1 (c) -4 (d) -1

সমাধান: (b); $x^2 - 5x + c = 0$ [ধরি, মূলদ্বয় α, β] ; $\alpha + \beta = 5; \ \alpha = 4 \ \therefore \beta = 1$

10. $3x^2 + 5x - 3 = 0$ এর একটি মূল (Root) যদি a হয় তবে অপর মূলটি কত? **[JnU'13-14]**

(a) $-\frac{1}{a}$ (b) $\frac{1}{a}$ (c) $-a$ (d) a

সমাধান: (a); ∵ মূলদ্বয়ের গুণফল $= -\frac{3}{3} = -1 \ \therefore$ একটি মূল a হলে অরপটি $-\frac{1}{a}$ হবে।

Question Type-05: অনুবন্ধী মূল সংক্রান্ত

বাস্তব সহগবিশিষ্ট বহুপদী সমীকরণে জটিল ও অমূলদ মূল জোড়ায় জোড়ায় থাকে। অর্থাৎ $2+3i$ যদি কোন বহুপদী সমীকরণের একটি মূল হয় তবে $2-3i$ অবশ্যই আরেকটি মূল হবে।

একইভাবে $2+\sqrt{55}$ যদি একটি বহুপদীর মূল হয় তাহলে $2-\sqrt{55}$ অবশ্যই আরেকটি মূল হবে।

Example: পূর্ণসংখ্যক সহগসহ দ্বিমাত্রিক সমীকরণ কোনটি যার একটি মূল $\sqrt{-5}-1$?

সমাধান: $\sqrt{-5}-1=-1+\sqrt{5}i$ জটিল আকারে বলে অপরমূল $-1-\sqrt{5}i$

$\therefore$ সমীকরণ, $x^2-\{(-1+\sqrt{5}i)+(-1-\sqrt{5}i)\}x+(-1+\sqrt{5}i)(-1-\sqrt{5}i)=0 \Rightarrow x^2+2x+6=0$

Another Methode: $x=-1+\sqrt{5}i \Rightarrow (x+1)^2=(\sqrt{5}i)^2 \Rightarrow x^2+2x+1=-5 \Rightarrow x^2+2x+6=0$

Related Questions:

01. $x^2-px+p+3=0$ সমীকরণের বাস্তব ও অসমান বীজ থাকলে p এর মান বের কর: **[CU'18-19]**

(a) $p<6$ and $p>-2$ (b) $p>6$ or $p<-2$ (c) $p=0$ (d) $p>6$

সমাধান: **(b)**; $D>0 \Rightarrow p^2-4(p+3)>0 \Rightarrow p^2-4p-12>0 \Rightarrow p^2-6p+2p-12p>0$

$\Rightarrow p(p-6)+2(p_6)>0 \Rightarrow (p+2)(p-6)>0 \therefore p<-2$ or $p>6$

02. $x^3-7x^2+8x+10=0$ সমীকরণের একটি মূল $1+\sqrt{3}$ হলে, তৃতীয় মূলটি কত? **[KU'18-19]**

(a) $1-\sqrt{3}$ (b) $1-i\sqrt{3}$ (c) 5 (d) $-1+i\sqrt{3}$

সমাধান: (c); একটি মূল $1+\sqrt{3}$ হলে অপর মূল $1-\sqrt{3}$, তৃতীয় মূল p

$\therefore (1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})p=-10 \Rightarrow (1-3)p=-10 \Rightarrow p=5$

03. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{3-i\sqrt{2}}$ হলে অপর মূল কোনটি? **[Ans: a][JU'17-18]**

(a) $\frac{3}{11}-i\frac{\sqrt{2}}{11}$ (b) $\frac{3}{11}+i\frac{\sqrt{2}}{11}$ (c) $\frac{3i}{11}-\frac{\sqrt{2}}{11}$ (d) $\frac{3i}{11}+\frac{\sqrt{2}}{11}$

04. দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $3-2i$ হলে সমীকরণটি হবে- **[CU'15-16]**

(a) $x^2+6x+13=0$ (b) $x^2-6x+15=0$ (c) $x^2-6x+17=0$

(d) $x^2-6x+13=0$ (e) $x^2+7x+13=0$

সমাধান: (d); প্রশ্নের সমীকরণটির একটি মূল $(3-2i)$ এবং অপর মূল $(3+2i)$

$\therefore$ সমীকরণটি হবে $x^2-6x+(3-2i)(3+2i)=0 \therefore x^2-6x+13=0$

05. $4+i\sqrt{2}$ এবং $4-i\sqrt{2}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হবে- **[CU'14-15]**

(a) $x^2-8x-18=0$ (b) $x^2-8x+18=0$ (c) $x^2-8x+16=0$ (d) $x^2-8x-16=0$

সমাধান: (b); $\alpha=4+i\sqrt{2}$, $\beta=4-i\sqrt{2} \therefore \alpha+\beta=8$; $\alpha\beta=4^2+2=18 \therefore$ সমীকরণ: $x^2-8x+18=0$

06. পূর্ণসংখ্যক সহগসহ দ্বিমাত্রিক সমীকরণ কোনটি যার একটি মূল $\sqrt{-5}-1$? **[DU'13-14]**

(a) $x^2+2x+6=0$ (b) $x^2+x+3=0$ (c) $x^2+2x-6=0$ (d) $x^2+x-3=0$

সমাধান: (a); একটি মূল $\sqrt{-5}-1=-1+i\sqrt{5}$ জটিল আকারে বলে অপরমূল $-1-i\sqrt{5}$

সমীকরণ, $x^2-\{(-1+i\sqrt{5})+(-1-i\sqrt{5})\}+\{(-1+i\sqrt{5})\times(-1-i\sqrt{5})\}=0 \Rightarrow x^2+2x+6=0$

07. বাস্তব সহগবিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করতে হবে যার একটি মূল $-1+\sqrt{-5}$ হবে- **[RU'13-14]**

(a) $x^2+x+6=0$ (b) $x^2+6=0$ (c) $x^2+2x+6=0$ (d) $x^2-2x+6=0$

সমাধান: (c); একটি মূল $-1+\sqrt{-5}$ হলে অন্য মূল $-1-\sqrt{-5}$

$\therefore$ সমীকরণ, $(x+1-\sqrt{-5})(x+1+\sqrt{-5})=0$; $(x+1)^2+5=0$; $x^2+2x+6=0$

Question Type-06: সমীকরণ গঠন বিষয়ক

দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি মূল α ও β হলে, সমীকরণটি, $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

অর্থাৎ, x^2 –(মূলদ্বয়ের যোগফল)x +মূলদ্বয়ের গুণফল= 0

ত্রিঘাত সমীকরণের তিনটি মূল α,β,γ হলে সমীকরণটি, $x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma=0$

চতুর্ঘাতের ক্ষেত্রে চারটি মূল $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ হলে সমীকরণটি, $x^4-\sum\alpha\cdot x^3+\sum\alpha\beta\cdot x^2-\sum\alpha\beta\gamma\cdot x+\alpha\beta\gamma\delta=0$

Example-01: $x^2-5x-3=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α,β হলে $\frac{1}{\alpha},\frac{1}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি কোনটি হবে?

সমাধান: $x^2-5x-3=0\ \therefore \alpha+\beta=5\ ;\ \alpha\beta=-3\ \therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{5}{3}$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=-\frac{1}{3}\ \therefore x^2+\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}=0\Rightarrow 3x^2+5x-1=0$

Another Methode: $x=\frac{1}{\alpha}\Rightarrow\alpha=\frac{1}{x}\ \therefore\left(\frac{1}{x}\right)^2-5\frac{1}{x}-3=0\Rightarrow 1-5x-3x^2=0\Rightarrow 3x^2+5x-1=0$

Example-02: যদি $2x^2-4x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হয় তবে α^2 এবং β^2 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি হবে?

সমাধান: $x=\alpha^2\Rightarrow\alpha=\sqrt{x}$

$\therefore 2\left(\sqrt{x}\right)^2-4\sqrt{x}+1=0\Rightarrow 2x+1=4\sqrt{x}\Rightarrow 4x^2+4x+1=16x\Rightarrow 4x^2-12x+1=0$

Related Questions:

01. কোন দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{1+i}$ হলে, সমীকরণটি- **[RU'20-21]**

(a) $x^2-x+1=0$ (b) $2x^2-2x+1=0$ (c) $x^2+x+1=0$ (d) $2x^2+2x+1=0$

সমাধান: (b); $x=\frac{1}{1+i}=\frac{1-i}{2}\ \therefore$ সমীকরণ, $x^2-\left(\frac{1}{2}-\frac{i}{2}+\frac{1}{2}+\frac{i}{2}\right)x+\frac{1}{2}(1-i)\frac{1}{2}(1+i)=0$

$\Rightarrow x^2-x+\frac{1^2}{4}=0\Rightarrow 2x^2-2x+1=0$

02. $x^3+bx^2-ax+1=0$ সমীকরণের একটি মূল -1 এবং অন্য মূলগুলো সমান হলে a এর মান কোনটি? **[SUST'19-20]**

(a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) 2 (e) 3

সমাধান: (c); $x^3+bx^2-ax+1=0$ এর একটি মূল -1 ও অপরগুলো α।

$\therefore -1+b+a+1=0\ \therefore a+b=0$

$-1+\alpha+\alpha=-b=a\Rightarrow 2\alpha-1=a$

$-\alpha-\alpha+\alpha^2=-a=-(2\alpha-1)=1-2\alpha$

$\therefore \alpha^2=1\ \therefore \alpha=\pm1\ \therefore \alpha=1$ হলে, $a=1$

03. $x^2-7x+2=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় হতে 2 কম মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি- **[DU'18-19]**

(a) $x^2-4x+6=0$ (b) $x^2-3x-8=0$ (c) $x^2-11x+8=0$ (d) $x^2-3x+8=0$

সমাধান: (b); $\alpha-2=x\ ;\ \alpha=x+2\ \therefore (x+2)^2-7(x+2)+2=0$

$\Rightarrow x^2+4x+4-7x-14+2=0\Rightarrow x^2-3x-8=0$

04. $3+2i$ কোন দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল হলে সমীকরণটি হচ্ছে- **[CU'17-18]**

(a) $x^2+6x-13=0$ (b) $x^2+6x+9=0$ (c) $x^2+6x+13=0$ (d) $x^2-6x+13=0$

সমাধান: (d); $3+2i$ একটি মূল হলে অপর মূল $3-2i$

$\therefore$ সমীকরণ: $x^2-(3+2i+3-2i)x+(3+2i)(3-2i)=0$

$=x^2-6x+9+4\ \therefore x^2-6x+13=0$

Question Type-07: বহুপদীর মূল মান নির্ণয় সংক্রান্ত

- $ax^2 + bx + c = 0$ দুটি মূল α ও β হলে, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

- $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ সমীকরণের 3 টি মূল α, β, γ হলে, $\left.\begin{aligned} \sum\alpha = \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} \\ \sum\alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} \\ \sum\alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a} \end{aligned}\right\}$

Related Questions:

01. $x^2 + 6x - 1 = 0$ সমীকরণটি সমাধান করলে x এর একটি মান p এবং অপর মানটি q পাওয়া যায়। তাহলে, $p + q = ?$

(a) -1 (b) 6 (c) 2 (d) -6 **[JU'19-20]**

সমাধান: **(d)**; $x^2 + 6x - 1 = 0$। মূলদ্বয়ের যোগফল $= -6 \therefore p + q = -6$

02. $x^3 - 5x^2 + 6 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a, b, c হলে, $\frac{1}{abc}$ এর মান কোন্‌টি? **[Ans: b][JU'18-19]**

(a) -6 (b) $\frac{-1}{6}$ (c) 0 (d) $\frac{1}{5}$

03. $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে $\sum\alpha^2\beta$ এর মান কত? **[RU'17-18]**

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) কোনটিই না

সমাধান: (c); $\sum\alpha^2\beta = (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)(\alpha + \beta + \gamma) - 3\alpha\beta\gamma = 0.\frac{2}{3} + 3.\frac{1}{3} = 1$

04. $3x^3 - 1 = 0$ এর মূলগুলি α, β, γ হলে $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ এর মান– **[DU'16-17]**

(a) -1 (b) 0 (c) $\frac{1}{3}$ (d) 1

সমাধান: (d); $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{0}{3} = 0,\ \alpha\beta\gamma = \frac{1}{3},\ \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma + 3\alpha\beta\gamma$

$= (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha) + 3\alpha\beta\gamma = 0 + 3 \times \frac{1}{3} = 1$

বিকল্প সমাধান: $3x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}},\ \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\omega,\ \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\omega^2 \therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\omega^3 + \frac{1}{3}\omega^6 = 1$

05. $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে, $\sum\alpha^2\beta$ এর মান কত? **[JU'15-16]**

(a) $\frac{2}{3}$ (b) 0 (c) $-\frac{1}{3}$ (d) 1

সমাধান: (d); প্রদত্ত সমীকরণের ক্ষেত্রে, $\alpha + \beta + \gamma = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0 \Rightarrow \alpha\beta\gamma = -\frac{1}{3}$

$\therefore \sum\alpha^2\beta = \sum\alpha.\sum\alpha\beta - 3\sum\alpha\beta\gamma = \frac{2}{3} \times 0 - (3 \times -\frac{1}{3}) = 1$

06. $x^3 + 7x^2 + cx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 0 হলে c এর মান কত? **[CU'13-14]**

(a) 0 (b) 2 (c) –1 (d) 3

সমাধান: **(a);** ধরি, তিনটি মূল হচ্ছে $\alpha, \beta, \gamma \therefore \alpha\beta\gamma = -\frac{c}{1}$ [একটি মূল 0] Or, $c = 0$

[কোন সমীকরণের একটি মূল 0 হলে কোনো ধ্রুবক থাকবে না]

Question Type-8: শর্ত সাপেক্ষে প্রমাণ

Example-01: কি শর্তে $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের দুটি মূলের সমষ্টি শূন্য হবে?

সমাধান: মূল তিনটি $\alpha, -\alpha$ ও β হলে, $\alpha - \alpha + \beta = p \Rightarrow \beta = p$

$-\alpha^2 - \alpha\beta + \alpha\beta = q \Rightarrow -\alpha^2 = q\ ;\ -\alpha^2\beta = r \Rightarrow q \times p = r \ \therefore pq = r$

Example-02: $x^2 - bx + c = 0$ এবং $x^2 - cx + b = 0$ সমীকরণের মূলগুলির মধ্যে কেবল একটি ধ্রুবকের পার্থক্য থাকলে কোনটি সঠিক?

(a) $b + c = 4$ (b) $b + c = 1$ (c) $b + c = -1$ (d) $b + c = -4$

সমাধান: $x^2 - bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β

$x^2 - cx + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\alpha + p,\ \beta + p$

$\therefore \alpha + \beta = b \qquad \alpha + \beta + 2p = c$

$\alpha\beta = c \qquad \Rightarrow p = \frac{c-b}{2}$

$(\alpha + p)(\beta + p) = b \Rightarrow \alpha\beta + (\alpha + \beta)p + p^2 = b \Rightarrow c + bp + p^2 = b$

$\Rightarrow c + b \times \frac{c-p}{2} + \frac{(c-b)^2}{4} = b \Rightarrow 4c + 2bc - 2b^2 + c^2 - 2bc + b^2 = 4b \Rightarrow c^2 - b^2 = 4(b - c) \Rightarrow b + c = -4$

Another Method:

$x^2 - bx + c = 0 \rightarrow \alpha,\ \beta$

$x^2 - cx + b = 0 \rightarrow \alpha + 1,\ \beta + 1$

$\therefore \alpha + \beta = b \qquad \alpha + \beta + 2 = c$

$\alpha\beta = c \qquad \Rightarrow b + 2 = c$

$(\alpha + 1)(\beta + 1) = b$

$\Rightarrow \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = b$

$c + b + 1 = b \qquad \therefore c = -1 \qquad \therefore b = -3 \ \therefore b + c = -4$

Related Questions:

01. α এর মান কত হলে $x^3 + x^2 + x + \alpha$ রাশিটি $x + 2$ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? **[JU'19-20]**

(a) 4 (b) 6 (c) -6 (d) 9

সমাধান: **(b)**; $(-2)^3 + (-2)^2 - 2 + \alpha = 0 \ \therefore \alpha = 6$

02. $(k + 3)x^2 + (6 - 2k)x + (k - 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় একটি অপরটির সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হলে, $k = ?$

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 **[KU'19-20]**

সমাধান: **(c);** যেহেতু মূলদ্বয় সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট, সেহেতু ধরি, মূলদ্বয় α ও $-\alpha$ ।

এখন, মূলদ্বয়ের যোগফল $= -\frac{6-2k}{k+3}; -\frac{6-2k}{k+3} = 0 \Rightarrow -6 + 2k = 0 \therefore k = 3$

03. k এর মান কত হলে $(k^2 - 3)x^2 + 3kx + (3k + 1) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি পরস্পর বিপরীত হবে? **[Ans: a]**

(a) 4, –1 (b) –4, 1 (c) 4, 2 (d) 1, 4 **[RU'08-09,17-18]**

সমাধান: **(a);** $3k + 1 = k^2 - 3 \Rightarrow k^2 - 3k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4 \text{ or } k = -1$

04. যদি $x^2 - bx + c = 0$ এবং $x^2 - cx + b = 0$ [RU'15-16]

সমীকরণের মূলগুলোর মধ্যে কেবল একটি ধ্রুবকের পার্থক্য থাকে, তাহলে কোনটি সঠিক?

(a) $b + c = 4$ (b) $b + c = 1$ (c) $b + c = -1$ (d) $b + c = -4$

সমাধান: (d) ; ধরি, $x^2 - bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β

তাহলে, p কোন ধ্রুবক হলে, $x^2 - cx + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\alpha + p, \beta + p$

এখন, $\alpha + \beta = b$ এবং $\alpha\beta = c$ আবার, $\alpha + \beta + 2p = c \therefore p = \frac{c-b}{2}$ এবং $(\alpha + p)(\beta + p) = b$

$\Rightarrow \alpha\beta + (\alpha + \beta)p + p^2 = b \Rightarrow c + bp + p^2 = b \Rightarrow c + b \times \frac{c-b}{2} + \frac{(c-b)^2}{4} = b$

$\Rightarrow 4c + 2bc - 2b^2 + c^2 - 2bc + b^2 = 4b \Rightarrow c^2 - b^2 = 4(b - c) \Rightarrow b + c = -4 \therefore b + c = -4$

[$\because b \neq c$ কারণ, $b = c$ হলে সমীকরণদ্বয় একই হতে যেত]

05. $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির পার্থক্য 1 হলে নিচের কোনটি সঠিক? [RU'15-16]

(a) $p^2 + q^2 = 1$ (b) $p^2 = 1 + 4q$ (c) $p^2 = 1 + q$ (d) $p^2 = 1 - q$

সমাধান: (b) ; ধরি, $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের একটি মূল α এবং অপর মূল $(\alpha+1)$।

$\therefore 2\alpha + 1 = -p \therefore \alpha = \frac{-(p+1)}{2}$ এবং $\alpha(\alpha + 1) = q$

$\Rightarrow \frac{-(p+1)}{2} \cdot \left(\frac{-p-1}{2} + 1\right) = q \Rightarrow p^2 - 1 = 4q \therefore p^2 = 1 + 4q$

06. $3x^2 - kx + 4 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল অপরটির 3 গুণ হলে k এর মান- [Ans: a][DU'14-15]

(a) 8 (b) –8 (c) $\sqrt{8}$ (d) ± 8

সমাধান: (d); ধরি, মূলদ্বয়, α ও 3α $\therefore 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{2}{3} \therefore 3\alpha = \pm 2$

$\therefore k = 3 \times (\alpha + 3\alpha) = \pm 3 \times \left(2 + \frac{2}{3}\right) = \pm(6 + 2) = \pm 8$

07. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির উল্টা হওয়ার শর্ত- [CU'14-15]

(a) $b = 0$ (b) $a = 0$ (c) $c = 0$ (d) $c = a$

সমাধান: (d); $ax^2 + bx + c = 0$; $\alpha\frac{1}{\alpha} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \therefore a = c$

Question Type-9: সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় সংক্রান্ত

- কোন ফাংশনকে "k + পূর্ণবর্গ" আকারে প্রকাশ করা যায় তবে সর্বনিম্ন মান বের করা যায়। $f(x) = k +$ পূর্ণবর্গ $\rightarrow$ সর্বনিম্ন মান k
- কোন ফাংশনকে "k–পূর্ণবর্গ আকারে প্রকাশ করা যায় তবে ফাংশনটির সর্বোচ্চ মান পাওয়া যায়। $f(x) = k -$পূর্ণবর্গ $\rightarrow$ সর্বোচ্চ মান k.

Example-01: x এর কোন মানের জন্য $-x^2 + 2bx + c^2$ এর সর্বোচ্চ মান পাওয়া যায়?

সমাধান: $-x^2 + 2bx + c^2 = -(x^2 - 2bx + b^2) + b^2 + c^2 = (b^2 + c^2) - (x - b)^2$ $\therefore$ সর্বোচ্চ মানের জন্য, $x = b$

Example-02: a এর মান কিরূপ হলে $ax^2 + 2bx + \frac{b^2}{a}$ এর একটি সর্বোচ্চ মান থাকবে?

সমাধান: let, $y = ax^2 + 2bx + \frac{b^2}{a} \therefore \frac{dy}{dx} = 2ax + 2b \therefore \frac{d^2y}{dx^2} = 2a$; y এর সর্বোচ্চ মানের জন্য, $\frac{d^2y}{dx^2} = -ve \therefore a < 0$

Another Method: $ax^2 + 2bx + \frac{b^2}{a} = a\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}\right) = a\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = 0 + a\left(x + \frac{b}{a}\right)^2$

সর্বোচ্চ মানের জন্য, k-(পূর্ণবর্গ) হবে। $\therefore a < 0$

Question Type-10: সাধারণ মূল সংক্রান্ত

- $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$
- $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$

একটি সাধারণ মূল থাকলে এবং তা α হলে,

$a_1\alpha^2 + b_1\alpha + c_1 = 0$

$a_2\alpha^2 + b_2\alpha + c_2 = 0$

$\therefore \frac{\alpha^2}{b_1c_2-b_2c_1} = \frac{\alpha}{a_1c_2-a_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2-a_2b_1}$

$\therefore (a_1c_2 - a_2c_1)^2 = (a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1)$

$a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$

$a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$

উভয় মূল সাধারণ হলে নির্ণেয় শর্ত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

Related Questions:

01. $x^2 - px + q = 0$ এবং $x^2 - qx + p = 0$ সমীকরণ দুটির একটি মাত্র সাধারণ মূল থাকলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(a) $p - q - 1 = 0$ (b) $p + q + 1 = 0$ (c) $p + q - 1 = 0$ (d) $p - q + 1 = 0$ **[KU'14-15]**

সমাধান: (b); $x^2 - px + q = 0$; $x^2 - qx + p = 0$

ধরি, সাধারণ মূলটি α তাহলে, $\alpha^2 - P\alpha + q = 0$; $\alpha^2 - q\alpha + p = 0$

বজ্রগুণনের সূত্র প্রয়োগ করে, $\frac{\alpha^2}{-p^2+q^2} = \frac{\alpha}{q-p} = \frac{1}{-q+p} \Rightarrow \frac{\alpha^2}{q^2-p^2} = \frac{\alpha}{q-p} \Rightarrow \frac{\alpha}{q+p} = \frac{1}{1} \Rightarrow \alpha = q + p$

$\alpha = \frac{q-p}{-(q-p)} \Rightarrow p + q = -1 \Rightarrow p + q + 1 = 0$

02. $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের দুটি মূলই সাধারণ হওয়ার শর্ত কি?

[Ans: c][JU'10-11,12-13,RU'08-09,14-15]

(a) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$ (b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_2}{b_1}$ (c) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (d) $a_1a_2 = b_1b_2 = c_1c_2$

Question Type-11: বিবিধ সমস্যা

Example-01: $(2x^3 - 4x + 1)$ কে $(x^2 - x + 3)$ দ্বারা গুণ করলে প্রাপ্ত গুণফলে x^2 এর সহগ কত?

সমাধান: $(2x^3 - 4x + 1)(x^2 - x + 3) = 2x^5 - 2x^4 + 6x^3 - 4x^3 + 4x^2 - 12x + x^2 - x + 3$

$= 2x^5 - 2x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 13x + 3$ $\therefore x^2$ এর সহগ 5

Short Technic

কীভাবে গুণ দিলে x^2 পাব !!

$2x^2$	$-4x$	$+1$
	$-x$	x^2

$4x^2 + x^2 = 5x^2$ $\therefore x^2$ এর সহগ 5

Example-02: $2x^2 + x + 5 = 0$ এবং $2x^2 - kx + 2b = 0$ হলে কোনটি সঠিক?

(a) $b = 2$ (b) $b = \frac{5}{2}$ (c) $b = 7$ (d) $b = 5$

সমাধান: $2x^2 + x + 5 = 0$ ও $2x^2 - kx + 2b = 0$ একই সমীকরণ বলে, $k = -1$ ও $b = \frac{5}{2}$

Example-03: যদি $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হয়, তবে $\frac{q}{p-\alpha}$ এবং $\frac{q}{p-\beta}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ নিম্নের কোনটি?

(a) $x^2 - px - q = 0$ (b) $x^2 - px + q = 0$

(c) $px^2 - x + q = 0$ (d) $x^2 + px + q = 0$

সমাধান: $x^2 - px + q = 0$ এর মূলদ্বয় α, β

$\therefore \alpha + \beta = p\ ,\ \alpha\beta = q\ \therefore \frac{q}{p-\alpha} = \frac{\alpha\beta}{\beta} = \alpha$

$\frac{q}{p-\beta} = \frac{\alpha\beta}{\alpha} = \beta\ \therefore$ সমীকরণটি $x^2 - px + q = 0$

Example-04: $x^2 - bx + c = 0$ আকারের কোন দ্বিঘাত সমীকরণের ধ্রুবক পদটি 54 এর স্থলে ভুলক্রমে 56 হওয়ায় তার মূলদ্বয় 7 ও 8 হয়েছে। শুদ্ধ সমীকরণের মূল কোনটি?

সমাধান: $x^2 - bx + c = 0\ \therefore 7 + 8 = b\ \Rightarrow b = 15$

শুদ্ধ সমীকরণের মূল $\alpha,\ \beta$ হলে, $\alpha + \beta = 15,\ \alpha\beta = 54\ \therefore \alpha = 6\ ,\ \beta = 9$

Example-05: $(x-1)(x+2)(x-3) = 6$ সমীকরণের সমাধান সেট কী হবে?

সমাধান: $(x-1)(x+2)(x-3) = 6 \Rightarrow (x^2 + x - 2)(x-3) = 6$

$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 2x + 6 = 6 \Rightarrow x^3 - 2x^2 - 5x = 0$

$\therefore x = 0,\ (1+\sqrt{6}),(1-\sqrt{6})$

Ans. $\{0,\ 1+\sqrt{6},\ 1-\sqrt{6}\}$

Example-06: $x = 1 + \sqrt{5}$ হলে $x^8 - 112x^4 + 256$ এর মান কত?

সমাধান: $x = 1 + \sqrt{5}$

$x^2 - 2\sqrt{5}\,x + 5 = 1 \Rightarrow x^2 + 4 = 2\sqrt{5}\,x$

$\Rightarrow x^4 + 8x^2 + 16 = 20x^2\ \Rightarrow x^4 + 16 = 12x^2$

$\Rightarrow x^8 + 32x^4 + 256 = 144x^4\ \Rightarrow x^8 - 112x^4 + 256 = 0$

Example-07: $a + b = \sqrt{3}$ এবং $a - b = \sqrt{2}$ হলে $8ab(a^2 + b^2) = ?$

সমাধান: $8ab(a^2 + b^2)\ = 4ab \cdot 2(a^2 + b^2)$

$= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\}\{(a+b)^2 + (a-b)^2\} = 5$

Example-08: একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করে। সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি ও গুণফল যথাক্রমে $\frac{11}{2}$ ও -20 হলে পুকুরটির দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান: $\alpha + \beta = \frac{11}{2}$

$\alpha\beta = -20$

$\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \frac{21}{2}$

$\therefore \alpha = 8,\ \beta = -\frac{5}{2}\ \therefore$ দৈর্ঘ্য 8 unit.

$\beta - \alpha = \frac{21}{2}$

$\alpha = -\frac{5}{2}\ ,\ \beta = 8$