



অধ্যায়-০৫: দ্বিপদী বিস্তৃতি

Question Type-01: দ্বিপদী সূত্র সংক্রান্ত

$$(a+x)^n = a^n + {}^nC_1 a^{n-1}x + {}^nC_2 a^{n-2}x^2 + \dots + {}^nC_r a^{n-r}x^r + \dots$$

n এর মান ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে সসীম সংখ্যক পদ থাকবে। ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক হলে পদসংখ্যা অসীম হবে।

$(a-x)^{-n}$ এর বিস্তৃতি তখনই সম্ভব যখন $|x| < a$ হব। অর্থাৎ $(2-5x)^{-7}$ এর বিস্তৃতির জন্য $|5x| < 2$

$$\Rightarrow |x| < \frac{2}{5} \Rightarrow -\frac{2}{5} < x < \frac{2}{5} \text{ হবে।}$$

দ্বিপদী বিস্তৃতির শর্ত ও বিস্তার সংক্রান্তঃ $(1+x)^n = 1 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + {}^nC_3x^3 + \dots + x^n, n \in \mathbb{N}$

$$= 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots + x^n, n \in \mathbb{N}$$

$$(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^r + \dots \propto$$

যেখানে, $|x| < 1$ অর্থাৎ, $-1 < x < 1$

$$(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + \dots \propto$$

$$(1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - \dots \propto$$

$$(1-x)^{-3} = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \dots \propto$$

$$(1-x)^{-n} = \frac{1}{(n-1)!} (r+1)(r+2)(r+3) \dots (n+r-1)$$

$(a-x)^{-n}$ এর বিস্তৃতিতে x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে বিস্তৃত করা যাবে যদি,

$$|a| > |x| \text{ হয়} \Rightarrow \left| \frac{x}{a} \right| < 1 \text{ হয়} \Rightarrow |x| < a \text{ হয়।}$$

$$(1-x)^{-n} \text{ এ } x^r \text{ এর সহগ } {}^{n+r-1}C_r$$

Example-1: x এর কোন মানের জন্য $\left(1 - \frac{x}{8}\right)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতি সবসময় সম্ভব?

$$\text{সমাধান: } \left| \frac{x}{8} \right| < 1 \text{ অর্থাৎ } |x| < 8$$

Related Questions:

01. $x > 0$ এর জন্য $1 + 2\frac{x}{1+x} + 3\left(\frac{x}{1+x}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{1+x}\right)^3 + \dots = ?$ [GST'20-21]

(a) $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$

(b) $\frac{1}{1+x}$

(c) $\frac{1}{(1+x)^2}$

(d) $(1+x)^2$

সমাধান: (d); $(1-y)^{-2} = 1 + 2y + 3y^2 + 4y^3 + \dots$

প্রদত্ত ধারার সাথে তুলনা করে পাই, $y = \frac{x}{1+x} \therefore (1-y)^{-2} = \left(1 - \frac{x}{1+x}\right)^{-2} = \left(\frac{1+x-x}{1+x}\right)^{-2} = (1+x)^2$

02. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = ?$ [DU'18-19]

(a) $2^n + 1$

(b) 2^n

(c) 2^{n-1}

(d) $2^n - 1$

সমাধান: (d); $(1+x)^n = {}^nC_0 \cdot 1 + {}^nC_1 \cdot x + {}^nC_2 x^2 + \dots \dots \dots (x=1 \text{ বসিয়ে পাই,})$

$${}^nC_0 \cdot 1 + {}^nC_1 \cdot 1 + {}^nC_2 \cdot 1 + \dots \dots \dots {}^nC_n \cdot 1^n = (1+1)^n$$

$$\Rightarrow 1 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + \dots \dots \dots + {}^nC_n = 2^n \Rightarrow {}^nC_1 + {}^nC_2 + \dots \dots \dots + {}^nC_n = 2^n - 1$$

03. একটি গুণোত্তর ধারার দ্বিতীয় ও পঞ্চম পদ যথাক্রমে -48 ও $\frac{3}{4}$ হলে সাধারণ অনুপাত কত? [BAU'18-19]

(a) $-\frac{1}{4}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $\frac{1}{2}$

সমাধান: (a); $ar = -48 \dots (i); ar^4 = \frac{3}{4} \dots (ii) \therefore (ii) \div (i) \Rightarrow r^3 = -\frac{1}{64} \therefore r = -\frac{1}{4}$





04. প্যাসকেলের ত্রিভুজে চতুর্থ সারির উপাদান কয়টি? [RU'17-18]
 (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5
 সমাধান: (c); উপাদান সংখ্যা = সারির সংখ্যা
05. যদি $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots \infty$ হয়, নিচের কোনটি সত্য? [RU'15-16]
 (a) $x = y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots$ (b) $x = y - y^2 + y^3 - y^4 + \dots$
 (c) $x = 1 + y + y^2 + y^3 + \dots$ (d) $x = (1 + y)^{-1}$
 সমাধান: (a); $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots \infty \Rightarrow -y = -x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots \infty$
 $\Rightarrow 1 - y = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots \infty \Rightarrow 1 - y = (1 + x)^{-1} \Rightarrow 1 + x = (1 - y)^{-1}$
 $\Rightarrow 1 + x = 1 + y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots + \infty \therefore x = y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots \infty$
06. $|x| < 1$ শর্তে $\frac{1+2x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^9 এর সহগ- [DU'14-15]
 (a) 1 (b) 5 (c) 2 (d) 3
 সমাধান: (d); $(1 + 2x)(1 - x)^{-1} = (1 - x)^{-1} + 2x(1 - x)^{-1}$
 $= (1 + x + x^2 + \dots + x^9 + \dots \alpha) + 2x(1 + x + x^2 + \dots + x^8 + \dots \alpha); \therefore x^9$ এর সহগ = $1 \times 1 + 2 \times 1 = 3$
07. $(1 - x)^{-1}$ এর বিস্তৃতি x এর কোন মানের জন্য সত্য? [Ans: d][JU'14-15]
 (a) $-1 \leq x \leq 2$ (b) x এর সকল ধনাত্মক মান (c) $x > 1$ (d) $-1 < x < 1$

Question Type-02: $(r + 1)$ তম পদ নির্ণয় সংক্রান্ত

$(a + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদ $T_{r+1} = {}^n C_r a^{n-r} x^r$ এই সূত্র তখনই প্রযোজ্য যখন n এর মান ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। n এর মান ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ হলে, $T_{r+1} = \frac{n(n+1)\dots(n+r-1)}{r!} a^{n-r} x^r$

Example: $(1 + x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম পদ $T_{21} = T_{20+1} = {}^{44} C_{20} \cdot 1 \cdot x^{20}$

Related Questions:

01. $(x^4 - \frac{1}{x^3})^{11}$ -এর বিস্তৃতিতে সপ্তম রাশিটি কত? [RU'17-18]
 (a) $402x^6$ (b) $-462x^9$ (c) $462x^2$ (d) $-462x^2$
 সমাধান: (c); $T_{r+1} = {}^n C_r x^{n-r} y^r = {}^{11} C_6 x^{4(11-6)} (-1)^6 x^{-3 \cdot 6} = 462x^2$
02. $(1 + x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম এবং 22 তম পদদ্বয় সমান হলে x এর মান কত? [RU'17-18]
 (a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{6}{7}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{8}{9}$
 সমাধান: (a); ${}^{44} C_{20} x^{20} = {}^{44} C_{21} x^{21} \therefore x = \frac{7}{8}$
03. $(x + 1)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে r -তম পদের সহগ $(r + 4)$ তম পদের সহগের সমান হলে r এর মান কত? [KU'14-15]
 (a) 6 (b) 8 (c) 9 (d) 12
 সমাধান: (c); $(x + 1)^{20}$ বা $(1 + x)^{20}$ এর সাধারণ পদ $t_{r+1} = {}^{20} C_r \times x^r$
 $\Rightarrow r - 1 = 20 - (r + 3) \Rightarrow r - 1 = 20 - r - 3 \Rightarrow 2r = 20 - 3 + 1 \Rightarrow 2r = 18 \therefore r = 9$
04. $(\frac{1}{x^3} - x)^n$ এর বিস্তৃতিতে 13 তম পদ ধ্রুবক হলে n এর মান কত হবে? [KU'13-14]
 (a) 16 (b) 18 (c) 20 (d) কোনটিই নয়
 সমাধান: (a); $(\frac{1}{x^3} - x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ th পদ = ${}^n C_r (\frac{1}{x^3})^{n-r} (-x)^r = {}^n C_r (-1)^r x^{4r-3n}$
 ধ্রুবক পদের জন্য $4r - 3n = 0$; 13 তম পদের, $r = 12$; $n = 16$





Question Type-03: x^k এর সহগ নির্ণয় সংক্রান্ত

- ◆ $(ax^p + bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদে x^k থাকলে, $r = \frac{pn-k}{p-q}$
- ◆ $(1 - x)^{-n}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ $= \frac{(r+1)(r+2)\dots(r+n-1)}{(n-1)!}$
- ◆ $(a + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে, $T_{r+1} = {}^n C_r a^{n-r} x^r \therefore x^r$ এর সহগ ${}^n C_r a^{n-r}$
- ◆ $(2x + 3y + 5z)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে $x^5 \cdot y^4 \cdot z^6$ সম্বলিত পদ $= \frac{15!}{5! 4! 6!} (2x)^5 \cdot (3y)^4 \cdot (5z)^6$
- ◆ $\frac{1}{(1-ax)(1-bx)}$ এ x^r সহগ: $\frac{a^{r+1}-b^{r+1}}{a-b}$
- ◆ $\frac{x}{(1-ax)(1-bx)}$ এ x^r সহগ: $\frac{a^r-b^r}{a-b}$
- ◆ $\frac{x^r}{(1-ax)(1-bx)}$ এ x^r সহগ: $\frac{a^{r+1-n}-b^{r+1-n}}{a-b}$

Example: $(2x^2 - \frac{1}{4x})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত?

[DU'13-14]

$T_{r+1} = {}^{11}C_r (2x^2)^{11-r} (-\frac{1}{4x})^r = {}^{11}C_r 2^{11-r} (-\frac{1}{4})^r \cdot x^{22-3r} \therefore 22 - 3r = 7 \Rightarrow r = 5$
 $r = 5$ বসিয়ে সহগ বের করা সম্ভব। এক্ষেত্রে 6th পদটি x^7 বিশিষ্ট।

Short Method: $(ax^p + bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদ x^k বিশিষ্ট হলে, $r = \frac{pn-k}{p-q}$

উপরের উদাহরণে, $p = 2, q = -1, n = 11, k = 7 \therefore r = \frac{2 \times 11 - 7}{2 + 1} = 5$

Example-01: $|x| < 1$ শর্তে $\frac{1+2x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^9 এর সহগ কত?

সমাধান: $(1 + 2x)(1 - x)^{-1} = (1 + x + x^2 + \dots + x^9 + \dots) + 2x(1 + x + x^2 + \dots + x^8 + \dots)$
 x^9 এর সহগ $= 1 + 2 = 3$

Another Method:

1	2x
x^9	x^8

$\therefore x^9$ এর সহগ $= 1 + 2 = 3$

Example-02: $(1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{-14}$ এর বিস্তৃতি থেকে x^8 এর সহগ কত?

সমাধান: $(1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{-14} = \{(1 - x)^{-1}\}^{-14} = (1 - x)^{14}$
 $\therefore x^8$ এর সহগ $= {}^{14}C_8 (-1)^8 = 3003$

Example-03: $\frac{1}{(1-x)(3-x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ কি হবে?

সমাধান: $\frac{1}{(1-x)(3-x)} = \frac{\frac{1}{2}}{(1-x)} - \frac{\frac{1}{2}}{(3-x)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{3} \frac{1}{1-\frac{x}{3}} \right) = \frac{1}{2} \left[(1-x)^{-1} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{x}{3}\right)^{-1} \right]$
 $= \frac{1}{2} \left[(1 + x + \dots + x^{10} + \dots) - \frac{1}{3} \left(1 + \frac{x}{3} + \frac{x^2}{3^2} + \dots + \frac{x^{10}}{3^{10}} + \dots \right) \right]$
 $\therefore x^{10}$ এর সহগ $= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \right] = \frac{1}{2} (1 - 3^{-11})$





Example-04: x এর ক্রমবর্ধমান শক্তিতে $\log_e(1 - 3x + 2x^2)^{-1}$ এর বিস্তরণে x^n এর সহগ কত?

সমাধান: $\log_e(1 - 3x + 2x^2)^{-1} = \ln\{(1-x)(1-2x)\}^{-1} = -\ln(1-x) - \ln(1-2x)$
 $= \left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^n}{n}\right) + \left(2x + \frac{(2x)^2}{2} + \dots + \frac{(2x)^n}{n}\right) \therefore x^n$ এর সহগ $= \frac{1+2^n}{n}$

Example-05: $\frac{1+2x}{(1-2x)^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ কত?

সমাধান: $\frac{1+2x}{(1-2x)^2} = (1+2x)(1-2x)^{-2}$

$= (1+2x)(1 + 2 \cdot 2x + 3 \cdot (2x)^2 + 4 \cdot (2x)^3 + \dots + 10 \cdot (2x)^9 + 11 \cdot (2x)^{10} + \dots)$

$\therefore x^{10}$ এর সহগ $= 11 \times 2^{10} + 2 \times 10 \times 2^9 = 21504$

Another Method:

1	2x
$\frac{11}{1!}(2x)^{10}$	$\frac{10}{1!}(2x)^9$

$\therefore x^{10}$ এর সহগ $= 11 \times 2^{10} + 2 \times 10 \times 2^9 = 21504$

Related Questions:

01. $(1+x)^7(1-x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ হলো-

[DU'20-21]

- (a) 15 (b) 25 (c) 30 (d) 35

সমাধান: (d); $(1+x)^7(1-x)^8 = (1-x)(1-x^2)^7 = (1-x)(1 - 7C_1x^2 + 7C_2x^4 - 7C_3x^6 + \dots)$

$\therefore x^7$ এর সহগ $= 7C_3 = 35$

02. $\frac{(1+x)^n}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ কত?

[Agri. Gucho'20-21]

- (a) 2^{n-1} (b) 2^n (c) 2^{4n} (d) $2^n x^n$

সমাধান: (b); $\frac{(1+x)^n}{1-x} = (1+x)^n(1-x)^{-1} = (1 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + \dots + {}^nC_nx^n)(1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots)$

x^n এর সহগ $= 1 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + \dots + {}^nC_n = 2^n$

03. a এর কোন মানের জন্য $(a+2x)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^6 এর সহগদ্বয় পরস্পর সমান হবে?

[JU'20-21]

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

সমাধান: (c); $T_{r+1} = {}^{10}C_r a^{10-r} 2^r x^r$; x^5 এর সহগ $= x^6$ এর সহগ

$\Rightarrow {}^{10}C_5 a^5 \cdot 2^5 = {}^{10}C_6 a^4 \cdot 2^6 \Rightarrow a = 2 \times \frac{{}^{10}C_6}{{}^{10}C_5} = 2 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{3}$

04. $\left(x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ কত?

[JU'19-20]

- (a) 64 (b) 41 (c) -56 (d) -43

সমাধান: (c); $T_{r+1} = {}^8C_r \times (x^4)^{8-r} \times \left(-\frac{1}{x^3}\right)^r = {}^8C_r \times x^{32-7r} \times (-1)^r$

$\therefore 32 - 7r = 11 \Rightarrow 7r = 21 \therefore r = 3 \therefore T_{r+1} = T_4 = {}^8C_3 \times (-1)^3 = -56$

05. $(1+x)^{19}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ এবং $(2r-1)$ তম পদদ্বয়ের সহগের মান সমান হলে r এর মান কোনটি?

- (a) 2 (b) 5 (c) 7 (d) 19

[KU'19-20]

সমাধান: (c); $(r+1)$ তম পদ $= {}^{19}C_r \cdot (x)^r$; $(2r-1)$ তম পদ $= {}^{19}C_{2r-2} \cdot x^{2r-2}$

$\therefore {}^{19}C_r = {}^{19}C_{2r-2} \therefore r + 2r - 2 = 19 \therefore r = 7$





06. $(1 + ax)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ পরস্পর সমান হলে $a =$ কত? [JU'18-19]
 (a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{4}{5}$ (c) $\frac{16}{5}$ (d) $\frac{5}{16}$

সমাধান: (b); ${}^8C_3 a^3 = {}^8C_4 a^4 \Rightarrow a = \frac{4}{5}$

07. $-1 < x < 1$ এর জন্য $\log_e \left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ k হলে k এর মান কত? [JU'18-19]
 (a) $\frac{-2}{3}$ (b) $\frac{-1}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

সমাধান: (a); $\ln(1-x) - \ln(1+x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \dots = -2x - \frac{2x^3}{3} - \dots$

08. $\frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^9 এর সহগ কত? [Ans: d][JU'17-18]
 (a) 8 (b) 6 (c) 4 (d) 2

09. $(3 + kx)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ দুটি সমান হলে, k এর মান কত? [CU'17-18]
 (a) 3 (b) 2 (c) 7 (d) 5

সমাধান: (b); $(3 + 1)$ তম পদ $= {}^9C_3 \cdot 3^{9-3} \cdot k^3 x^3$

$(4 + 1)$ তম পদ $= {}^9C_4 \cdot 3^{9-4} \cdot k^4 x^4$

$\therefore {}^9C_3 \cdot 3^{9-3} \cdot k^3 = {}^9C_4 \cdot 3^{9-4} \cdot k^4 \therefore k = 2$

10. $(1 + x)^{17}$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদ এবং $(2r - 1)$ তম পদদ্বয়ের সহগের মান সমান হলে, r এর মান কত হবে? [KU'17-18]
 (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $T_{r+1} = {}^{17}C_r x^r$; $T_{2r-1} = {}^{17}C_{2r-2} x^{2r-2}$

এখন, $r + 2r - 2 = 17 \therefore r = \frac{19}{3}$ [r এর মান ভগ্নাংশ হলে এরূপ কোন পদ থাকবে না]

11. $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ- [DU'15-16]
 (a) 495 (b) 4223 (c) -1760 (d) 1760

সমাধান: (c); ${}^{12}C_r (2x)^r \left(-\frac{1}{4x^2}\right)^{12-r} = {}^{12}C_r (2)^r \cdot x^r (-1)^{12-r} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{24-2r} \cdot x^{-24+2r} = {}^{12}C_r (-1)^{12-r} \cdot 2^{r-24+2r} \cdot x^{3r-24}$

$\therefore 3r - 24 = 3 \Rightarrow 3r = 27 \Rightarrow r = 9 \therefore$ সহগ $= {}^{12}C_9 \cdot (-1)^{12-9} \cdot 2^{3 \times 9 - 24} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} (-1)^3 \cdot 2^3 = -1760$

[Trick: (-1) এর সূচক বিজোড় হওয়ায় উত্তর ঋণাত্মক হবে। এটা দেখেও উত্তর বলে দেয়া যায়।]

12. $(a + 2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে a এর মান কত? [JU'15-16]
 (a) 4 (b) ± 2 (c) 3 (d) ± 5

সমাধান: (b); $(a + 2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ হচ্ছে $= {}^5C_3 a^2 2^3 \therefore {}^5C_3 a^2 2^3 = 320 \Rightarrow a^2 = 4 \therefore a = \pm 2$

13. $|x| < 1$ হলে $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2$ এর বিস্তৃতিতে x^0 এর সহগ কত? [JnU'15-16]
 (a) -4 (b) 4 (c) 1 (d) 40

সমাধান: (c); $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2 = (1-x)^2 (1+x)^{-2} = (1-2x+x^2)(1-2x+3x^2 \dots) \therefore x^0$ অথবা 1 এর সহগ = 1

14. $\left(x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ হবে- [CU'15-16]
 (a) 48 (b) 54 (c) 56 (d) -56

সমাধান: (d); ধরি, বিস্তৃতির $(r + 1)$ তম পদে x^{11} বিদ্যমান। তাহলে, $(r + 1)$ তম পদটি হচ্ছে, ${}^8C_r (x^4)^{8-r} (-1)^r \frac{1}{x^{3r}}$

$\therefore 32 - 7r = 11 \therefore r = 3 \therefore x^{11}$ এর সহগ $= {}^8C_3 (-1)^3 = (-56)$





15. $(a+x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 40 হলে a এর মান কত? [JU'14-15]

- (a) 2 (b) ± 2 (c) -2 (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (b); $(a+x)^5$ এর বিস্তৃতিতে $T_{r+1} = {}^5C_r a^{5-r} x^r$; x^3 এর সহগ: ${}^5C_3 a^{5-3} = 40 \Rightarrow a^2 = \frac{40}{{}^5C_3} = 4 = a = \pm 2$

16. $(1+x^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^6 এর সহগ নির্ণয় কর। [JU'14-15]

- (a) 36 (b) 30 (c) 35 (d) 25

সমাধান: (c); $(1+x^2)^7$ এর $T_{r+1} = 7C_r \times (1)^{7-r} \times (x^2)^r$

Now, $2r = 6 \Rightarrow r = 3 \therefore x^6$ এর সহগ = ${}^7C_3 \times 1^4 = {}^7C_3 = 35$

17. $\frac{1-x}{1+x}$ এর বিস্তৃতিতে x^9 এর সহগ কোনটি? [CU'14-15]

- (a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) -2

সমাধান: (d); $\frac{1-x}{1+x} = (1-x)(1+x)^{-1} = (1-x)(1-x+x^2-x^3+\dots)$

$= 1-x+x^2-x^3+\dots -x+x^2-x^3+\dots \therefore x^9$ - এর সহগ -2

18. $\frac{1+x}{(1+x)^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ কোনটি? [KU'13-14]

- (a) $2r+1$ (b) $(r+1)^r$ (c) $r+2$ (d) r^{r-1}

সমাধান: সঠিক উত্তর নেই: $\frac{1+x}{(1+x)^2} = \frac{1}{1+x} = 1-x+x^2-x^3+\dots + (-1)^r x^r$; x^r এর সহগ = $(-1)^r$

Written

01. $(p+2x)^5$ -এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ (Coefficient) 320 হলে p এর মান নির্ণয় কর। [JnU'19-20]

সমাধান: x^3 যুক্ত পদ = ${}^5C_3 \cdot p^2 \cdot (2x)^3 = 10p^2 \times 8x^3 = 80p^2 x^3$

$\therefore x^3$ এর সহগ = $80p^2 \therefore 80p^2 = 320 \therefore p = \pm 2$

02. $(ax^2 + \frac{9}{x^3})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^{15} এর সহগদ্বয় (co-efficient) পরস্পর সমান হলে a এর মান নির্ণয় কর। [JnU'18-19]

সমাধান: $(ax^2 + \frac{9}{x^3})^{10}$

x^5 এর জন্য, $r = \frac{2 \times 10 - 5}{2+3} = 3$

x^{15} এর জন্য, $r = \frac{2 \times 10 - 15}{2+3} = 1$

শর্তমতে, ${}^{10}C_3 \cdot a^7 \cdot 9^3 = {}^{10}C_1 \cdot a^9 \cdot 9^1 \Rightarrow a^2 = 972 \therefore a = \pm 18\sqrt{3}$ (Ans.)

Question Type-04: x বর্জিত পদ সংক্রান্ত

x বর্জিত পদ অর্থ x এর Power 0.

x^k এর জন্য যেভাবে করা হয় একই নিয়মে।

Short Method: $(ax^p + bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ x বর্জিত হলে, $r = \frac{pn}{p-q}$

Example-01: $(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2})^6$ এর সম্প্রসারণে x বর্জিত পদটির মান কত?

সমাধান: $(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2})^6 = (x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})^6 = (x - \frac{1}{x})^{12}$

$\therefore T_{r+1} = {}^{12}C_r x^{12-r} (-\frac{1}{x})^r = {}^{12}C_r (-1)^r x^{12-2r} \therefore 12 - 2r = 0 \Rightarrow r = 6$

$\therefore r+1 = 7$ তম পদ x বর্জিত, $T_7 = {}^{12}C_6 (-1)^6 = 924$





Another Method: $(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2})^6 = (x - \frac{1}{x})^{12} \therefore x$ বর্জিত পদ = $\frac{12!}{6! 6!} x^6 \cdot (-\frac{1}{6})^6 = 924$

Example-02: $(2x^2 - \frac{1}{2x^3})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি কততম এবং এর মান কত?

সমাধান: $(2x^2 - \frac{1}{2}x^{-3})^{10}$

$\therefore T_{r+1} = {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} (-\frac{1}{2x^3})^r = {}^{10}C_r 2^{10-r} (-1)^r \frac{1}{2^r} x^{20-5r} \therefore 20 - 5r = 0 \Rightarrow r = 4$

$\therefore r + 1 = 5$ তম পদ x বর্জিত $\therefore T_{r+1} = {}^{10}C_4 2^{10-4} (-1)^4 \cdot \frac{1}{2^4} = 840$

Another Method: $(2x^2 - \frac{1}{2}x^{-3})^{10} x^0 \therefore k = 0$

$r = \frac{2 \times 10 - 0}{2 - (-3)} = \frac{20}{5} = 4 \therefore r + 1 = 5 \therefore T_5 = \frac{10!}{6! 4!} (2x^2)^6 (-\frac{1}{2x^3})^4 = 840$

Example-03: $(\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3x})^9$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কত?

$p = 2, q = -1, n = 9 \therefore r = \frac{2 \times 9}{2+1} = 6 \therefore x$ বর্জিত পদ = ${}^9C_6 (\frac{2}{3})^3 (-\frac{1}{3})^6$

Related Questions:

01. $(x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3})^2$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি কত?

[GST'20-21]

(a) -20

(b) -6

(c) 6

(d) 20

সমাধান: (a); $(x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3})^2 = (x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x + \frac{3}{x})^2$

$= \{x^3 - (\frac{1}{x})^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot x \cdot (\frac{1}{x})^2\}^2 = \{(x - \frac{1}{x})^3\}^2 = (x - \frac{1}{x})^6$

$T_{r+1} = {}^6C_r x^{6-r} (-1)^r x^{-r} = {}^6C_r (-1)^r x^{6-2r}$

এখন, $6 - 2r = 0 \Rightarrow 2r = 6 \Rightarrow r = 3$

$\therefore x$ বর্জিত পদ = $(-1)^3 {}^6C_3 = -20$

02. $(2x + \frac{1}{6x})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি কত তম?

[RU'20-21]

(a) 5

(b) 7

(c) 3

(d) 6

সমাধান: (d); ${}^{10}C_r (2x)^{10-r} (\frac{1}{6x})^r \rightarrow (r+1)$ তম পদ $\therefore 10 - r - r = 0 \therefore r = 5$

03. $(\frac{1}{x^2} - x)^9$ -এর বিস্তৃতিতে ধ্রুব পদটি বের কর-

[RU'20-21]

(a) 8-তম

(b) 9-তম

(c) 7-তম

(d) 5-তম

সমাধান: (c); $(\frac{1}{x^2})^{9-r} (-x)^r = -18 + 2r + r = 0 \Rightarrow 3r = 18 \Rightarrow r = 6 \therefore r + 1 = 7$

04. $(2x + \frac{1}{8x})^8$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান হলো-

[DU'19-20]

(a) $\frac{70}{81}$

(b) 520

(c) $\frac{35}{128}$

(d) $\frac{7}{512}$

সমাধান: (c); $T_{r+1} = {}^8C_r 2^{8-r} \cdot 8^{-r} x^{8-r-r} \therefore 8 - 2r = 0 \Rightarrow r = 4 \therefore T_5 = {}^8C_4 \times 2^4 \cdot 2^{-12} = \frac{35}{128}$





05. $x^2 \left(2x + \frac{1}{2x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x -বর্জিত পদ কোনটি?

[RU'19-20]

- (a) 252 (b) 105 (c) 210 (d) $\frac{105}{2}$

সমাধান: (d); $x^2 \left(2x + \frac{1}{2x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে T_{r+1} তম পদ।

$$T_{r+1} = x^2 \times {}^{10}C_r \times (2x)^{10-r} \times \left(\frac{1}{2x}\right)^r = x^2 \times {}^{10}C_r \times \frac{2^{10}}{4^r} \times x^{10-2r} = {}^{10}C_r \times \frac{2^{10}}{4^r} \times x^{12-2r}$$

$$\therefore 12 - 2r = 0 \therefore r = 6 \therefore T_7 = {}^{10}C_6 \times \frac{2^{10}}{4^6} \times x^0 = \frac{105}{2}$$

06. $\left(2x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{2}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে ধ্রুবক পদটি কত?

[SUST'19-20]

- (a) ${}^{24}C_{12}2^{12}$ (b) ${}^{24}C_{12}2^6$ (c) ${}^{12}C_62^6$ (d) 1 (e) 0

$$\text{সমাধান: (b); } \left(2x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{2}\right)^{12} = \left(\sqrt{2}x - \frac{1}{x}\right)^{24}$$

$$\therefore \text{ধ্রুবক পদ} = {}^{24}C_{12} \times (\sqrt{2}x)^{24-12} \times \left(\frac{1}{x}\right)^{12} = {}^{24}C_{12} \times 2^6$$

07. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x -মুক্ত পদ-

[DU'18-19, CU'18-19]

- (a) 204 (b) 240 (c) 402 (d) 420

$$\text{সমাধান: (b); } r = \frac{6 \times 2 - 0}{2+1} = 4 \therefore \text{পদ} = {}^6C_4 \times 2^4 = \frac{6!}{2!4!} \times 2^4 = 240$$

08. $\left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ -এর বিস্তৃতিতে x -বর্জিত পদটির মান কত?

[RU'17-18]

- (a) 736 (b) 924 (c) 544 (d) 944

$$\text{সমাধান: (b); } \left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^{12} \therefore x \text{ বর্জিত পদ} = {}^{12}C_6 = 924$$

09. $\left(2x^3 + \frac{1}{6x}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি?

[JnU'17-18]

- (a) 7 তম (b) 8 তম (c) 10 তম (d) 9 তম

$$\text{সমাধান: (c); } (r+1) \text{ তম পদের } (x^3)^{12-r} \cdot (x^{-1})^r = x^{36-4r}$$

$$\therefore x \text{ বর্জিত হলে } 36 - 4r = 0 \therefore (r+1) = 10 \text{ তম পদ।}$$

10. $\left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান-

[DU'16-17]

- (a) 540 (b) 640 (c) 740 (d) 840

$$\text{সমাধান: (d); } (r+1) \text{ তম পদ } x \text{ বর্জিত হলে, } 2(10-r) - 3r = 0 \Rightarrow r = 4 \therefore T_{r+1} = {}^{10}C_4 \times 2^6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = 840$$

11. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ এর সম্প্রসারণে x মুক্ত পদটি-

[JU'16-17]

- (a) 120 (b) 240 (c) 448 (d) 64

$$\text{সমাধান: (b); এখানে } \left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6 = x^{12} + x^{10} \cdot \frac{2}{x} \cdot 6C_1 + x^8 \cdot \frac{4}{x^2} \cdot 6C_2 + x^6 \cdot \frac{8}{x^3} \cdot 6C_3 + x^4 \cdot \frac{2^4}{x^4} \cdot 6C_4$$

$$\text{তাহলে } x \text{ বর্জিত পদ} = 2^4 \times 6C_4 = 16 \times 6C_2 = 16 \times \frac{6 \times 5}{2} = 240$$

12. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান কত?

[Ans: d][CU'16-17]

- (a) 210 (b) -210 (c) 252 (d) -252





13. $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি?

[CU'13-14,12-13]

- (a) 7 তম (b) 6 তম (c) 15 তম (d) 8 তম

সমাধান: (b); $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ $(r + 1)$ th $= {}^{15}C_r (3x)^{15-r} \left(\frac{2}{x^2}\right)^r = {}^{15}C_r 3^{15-r} (-2)^r x^{15-3r}$

x বর্জিত পদ, $15 - 3r = 0$ Or, $r = 5 \therefore x$ বর্জিত পদ, 6 তম পদ

Written

01. $\left(x^3 + \frac{1}{x^6}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি কত হবে?

[RU'19-20]

সমাধান: $T_{r+1} = {}^{15}C_r (x^3)^{15-r} \times \left(\frac{1}{x^6}\right)^r = {}^{15}C_r x^{45-3r} \frac{1}{x^{6r}} = {}^{15}C_r x^{45-9r}$

$\therefore 45 - 9r = 0 \Rightarrow r = 5 \therefore x$ বর্জিত পদ $= {}^{15}C_5 = 3003$

Question Type-05: মধ্যপদ সংক্রান্ত

$(ax^p + bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে,

- ◆ দ্বিপদীর Power জোড় হলে মধ্যপদ হবে 1 টি এবং মধ্যপদটি হবে $= \left(\frac{\text{Power}}{2} + 1\right)$ তম পদ
- ◆ দ্বিপদীর Power বিজোড় হলে মধ্যপদ হবে 2 টি এবং ১ম মধ্যপদ $= \left(\frac{\text{Power}+1}{2}\right)$ তম পদ

২য় মধ্যপদ $= \left(\frac{\text{Power}+1}{2} + 1\right)$ বা $(1\text{ম মধ্যপদ} + 1)$ তম পদ

Related Questions:

01. $\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে কত তম পদটি মধ্যপদ?

[CU'20-21]

- (a) 6 (b) 8 (c) 5 (d) 7

সমাধান: (a); $n = 10$; যা জোড়। $\therefore \frac{n}{2} + 1 \Rightarrow \frac{10}{2} + 1 \Rightarrow 6$ তম পদ মধ্যপদ।

02. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ হবে-

[RU'19-20]

- (a) ${}^{-12}C_6$ (b) ${}^{12}C_6$ (c) ${}^{12}C_6 x^2$ (d) ${}^{12}C_6 x^{-2}$

সমাধান: (b); বিস্তৃতিতে পদ আছে $(12 + 1)$ টি বা 13 টি।

\therefore মধ্যপদ হবে $\frac{13+1}{2}$ বা 7 তম পদ। \therefore মধ্যপদ ${}^{12}C_6 \cdot (x)^6 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^6 = {}^{12}C_6$

03. $\left(\frac{a}{x} - bx\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কত?

[KU'18-19]

- (a) ${}^{12}C_6 a^6 b^5$ (b) ${}^{12}C_6 a^6 b^6$ (c) ${}^{11}C_6 a^6 b^6$ (d) ${}^6C_5 a^6 b^6$

সমাধান: (b); মধ্যপদ $= {}^{12}C_6 \left(\frac{a}{x}\right)^6 (-bx)^6 = {}^{12}C_6 a^6 b^6$

04. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি হবে-

[DU'17-18]

- (a) 12780 (b) 12708 (c) 12870 (d) 12807

সমাধান: (c); ${}^{16}C_8 = \frac{16!}{8!8!} = \frac{16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 12870$



05. $(x + \frac{2}{x})^8$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কোনটি? [JU'17-18]
 (a) 1120 (b) 1020 (c) 1230 (d) 1150

সমাধান: (a); ${}^8C_4 x^4 (\frac{2}{x})^4 = 70 \times 16 = 1120$

06. $(\frac{a}{x} + \frac{x}{a})^9$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যম পদদ্বয় কত? [RU'16-17]
 (a) $\frac{126}{x}$ ও $\frac{126}{a}$ (b) $\frac{126}{x^2}$ ও $\frac{126}{a^2}$ (c) $\frac{126a}{x}$ ও $\frac{126x}{a}$ (d) $\frac{120a}{x}$ ও $\frac{120x}{a}$

সমাধান: (c); মধ্যম পদদ্বয় $(\frac{9-1}{2} + 1)$ ও $(\frac{9+1}{2} + 1)$ তম পদ অর্থাৎ $(4 + 1)$ ও $(5 + 1)$ তম পদ।

আবার, সাধারণ পদ, $t_{r+1} = {}^9C_r (\frac{a}{x})^{9-r} (\frac{x}{a})^r = {}^9C_r a^{9-2r} x^{2r-9}$

\therefore মধ্যপদদ্বয় = ${}^9C_4 a^{9-8} x^{8-9}$ এবং ${}^9C_5 a^{9-10} x^{10-9}$ অর্থাৎ $\frac{126a}{x}$ এবং $\frac{126x}{a}$

07. $(a - b)^2$ এর বিস্তৃতিতে 3 টি পদ, $(a + b)^3$ এর বিস্তৃতিতে 4 টি পদ, তেমনিভাবে $(a + b)^{n-1}$ এর বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ থাকবে? [Ans: c][CU'16-17]
 (a) $n + 1$ (b) $n - 1$ (c) n (d) অসংখ্য

(e) সসীম কিন্তু অনিদিষ্ট

08. $(\frac{a}{x} + \frac{x}{a})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্য পদ কোনটি? [CU'14-15]
 (a) ${}^{10}C_5$ (b) ${}^{10}C_5 (\frac{a}{x})^5$ (c) ${}^{10}C_5 (\frac{x}{a})^5$ (d) ${}^{10}C_5 (\frac{a}{x})$

সমাধান: (a); $(\frac{a}{x} + \frac{x}{a})^{10}$ এর মধ্যপদ: ${}^{10}C_5 \times (\frac{a}{x})^5 \times (\frac{x}{a})^5$

Question Type-06: সাধারণ পদ সংক্রান্ত

	সাধারণ পদ (T_{r+1})
$(a + x)^n$	${}^nC_r a^{n-r} x^r$
$(1 + x)^n$	${}^nC_r x^r$ বা $\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} x^r$
$(1 - x)^n$	${}^nC_r (-x)^r$ বা $\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} (-x)^r$
$(1 - x)^{-n}$	$\frac{(-n)(-n-1)(-n-2)\dots(-n-r+1)}{r!} (-x)^r$
$(1 - x)^{-1}$	x^r
$(1 + x)^{-1}$	$(-1)^r x^r$
$(1 - x)^{-2}$	$(r + 1)x^r$
$(1 + x)^{-2}$	$(-1)^r (r + 1) x^r$
$(1 - x)^{-3}$	$\frac{(r+1)(r+2)}{2} x^r$

Example-01: $\ln \frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তারের সাধারণ পদ কত? [$n \geq 1$]

সমাধান: $y = \ln(1 + x) - \ln(1 - x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots - (-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3})$
 $= 2(\frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots) \therefore y_n = 2 \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$



**Related Questions:**

01. যদি $y = x + x^2 + x^3 + \dots$ হয়, তবে $x =$ কত? [RU'20-21]

(a) $\frac{1}{1-y}$

(b) $\frac{1}{1+y}$

(c) $\frac{y}{1-y}$

(d) $\frac{y}{1+y}$

সমাধান: (d); $1 + y = (1 - x)^{-1} = \frac{1}{1-x} \Rightarrow 1 - x = \frac{1}{1+y} \Rightarrow x = 1 - \frac{1}{1+y} = \frac{1+y-1}{1+y} = \frac{y}{1+y}$

02. $n \in \mathbb{N}$ হলে $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম ও r তম পদের সহগের অনুপাত কত? [Ans: a][BAU'18-19]

(a) $\frac{n-r+1}{r}$

(b) $\frac{n-r}{r}$

(c) $\frac{n-r-1}{r}$

(d) $\frac{{}^nC_{r+1}}{{}^nC_r}$

03. $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ এর বিস্তারে সাধারণ পদ কোনটি? [JU'16-17]

(a) $\frac{2x^{2n-1}}{2n-1}$

(b) $\frac{2x^{2n+1}}{2n+1}$

(c) $\frac{x^{2n}}{2n+1}$

(d) $\frac{x^{2n}}{2n-1}$

সমাধান: (a); $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = \ln(1+x) - \ln(1-x)$

$$= \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots\right) - \left(-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots\right) = 2 \cdot \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots\right)$$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = 2 \cdot \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$$

Question Type-07: দ্বিপদীর বিস্তৃতিতে সহগসমূহের বীজগাণিতিক সমষ্টি সংক্রান্ত

$(a + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সহগসমূহের বীজগাণিতিক সমষ্টি, $A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_n = ?$

$$(a + x)^n = A_0 a^n + A_1 a^{n-1} x^1 + A_2 a^{n-2} x^2 + \dots + A_n x^n$$

$$a = 1 \text{ ও } x = 1 \text{ বসিয়ে, } 2^n = A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

Example-01: $(2x - 3y)^7$ এর বিস্তৃতিতে সহগসমূহের বীজগাণিতিক সমষ্টি কত?

সমাধান: $x = 1, y = 1$ বসিয়ে, $(2 - 3)^7 = -1$

Question Type-08: বৃহত্তম পদ ও এর মান নির্ণয় সংক্রান্ত

$$(a \pm x)^n \text{ এর বিস্তৃতিতে, } \frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n-r+1}{r} \cdot \frac{x}{a}$$

$$(a \pm x)^{-n} \text{ এর বিস্তৃতিতে, } \frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n+r-1}{r} \cdot \frac{x}{a}$$

তিনটি শর্তের মাধ্যমে বৃহত্তম পদ নির্ণয় করা যায়, $T_r = T_{r+1}, T_r > T_{r+1}, T_r < T_{r+1}$

Example-01: $x = \frac{1}{4}$ হলে $(1 + x)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে বৃহত্তম পদ ও এর মান কত?

$$\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{12-r+1}{r} \cdot \frac{x}{1} = \frac{13-r}{r} \cdot \frac{1}{4} = \frac{13-r}{4r}$$

$$T_{r+1} = T_r \Rightarrow 13 - r = 4r \therefore r = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

$$T_{r+1} > T_r \therefore r < 2\frac{3}{5} \therefore r = 2, 1, T_3 > T_2 > T_1$$

$$T_r > T_{r+1} \therefore r > 2\frac{3}{5}, r = 3, 4, 5, 6 \dots, T_3 > T_4 > T_5 > T_6$$

$$\therefore T_3 \text{ বৃহত্তম পদ} \therefore \text{এর মান} = {}^{12}C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{33}{8}$$





Written

01. $x = \frac{2}{3}$ হলে, $(1+x)^{\frac{21}{2}}$ রাশিটির বিস্তৃতিতে বৃহত্তম পদটির সাংখ্যিক মান (numerical value) নির্ণয় কর। [JnU'18-19]

সমাধান: এখানে, $\frac{\frac{21}{2}-r+1}{r} \times \frac{2}{3} = 1 \Rightarrow r = 4.6 \therefore$ পঞ্চম পদ সর্বোচ্চ

$$\therefore T_{4+1} = \frac{\frac{21}{2}(\frac{21}{2}-1)(\frac{21}{2}-2)(\frac{21}{2}-3)}{4!} \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{11305}{216} \text{ (Ans.)}$$

Question Type-09: ধারার সমষ্টি সংক্রান্ত

Example-01: $1 - \frac{3}{4} + \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 8} - \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 8 \cdot 12} + \dots$ এর সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান: $1 - \frac{3}{4} + \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 8} - \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 8 \cdot 12} + \dots = 1 + nx + \frac{n(n+1)}{2!}x^2 + \dots$

$$\therefore nx = -\frac{3}{4} \Rightarrow n^2x^2 = \frac{9}{16} \dots \dots \dots \text{(i)}; \frac{n(n+1)}{2}x^2 = \frac{15}{32} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(i)} \div \text{(ii)} \Rightarrow \frac{2n}{n+1} = \frac{6}{5} \therefore n = \frac{3}{2}; \frac{3}{2} \times x = -\frac{3}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{সমষ্টি} = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{2}} \text{ [(1-x)^{-n} সূত্রের সাহায্যে]}$$

Related Questions:

01. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$ সিরিজের ১ম n সংখ্যক পদের যোগফল কত হবে? [JU'18-19]

(a) $n^2(2n^2 - 1)$ (b) $n^2(2n^3 - 1)$ (c) $n(2n^2 - 1)$ (d) $n^2(2n + 1)$

সমাধান: (no ans.); $S_n = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

02. 3^{2x-1} , 9^x এবং 243 একটি জ্যামিতিক প্রগমনের তিনটি পর্যায়ক্রমিক সংখ্যা হলে x এর মান কত? [CU'18-19]

(a) $x = 3$ (b) $x = 9$ (c) $x = 2$ (d) $x = 7$

সমাধান: (c); 3^{2x-1} , 3^{2x} , $243 = 3^5$; $\frac{3^{2x-1}}{3^{2x}} = \frac{3^{2x}}{3^5}$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3^{2x}}{3^5} \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 3^x = 3^2 \therefore x = 2$$

03. $1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots$ অসীম পর্যন্ত এর মান- [DU'17-18]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

সমাধান: (b); ধারাটির মান $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{-1}$ সূত্রে সমর্থন করে $= \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

04. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots$ ধারাটির 42 তম পদ কত? [Ans: b] [JU'17-18]

(a) 85 (b) 83 (c) 84 (d) 43

05. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ n -তম পদ পর্যন্ত যোগফল হবে- [RU'17-18]

(a) $\frac{1}{2}[1 - (-1)^n]$ (b) $[1 + (-1)^n]$ (c) $[1 - (-1)^n]$ (d) $2[1 - (-1)^n]$

সমাধান: (a); n এর মান জোড় হলে, $S = 0$; n এর মান বিজোড় হলে, $S = 1$





06. $0.3 + 0.003 + 0.00003 + \dots$ ধারাটির যোগফল কত?

[JnU'16-17]

(a) $\frac{10}{33}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{33}$

(d) $\frac{33}{100}$

সমাধান: (a) ; $0.3 + 0.003 + 0.00003 + \dots = 0.3030303 \dots = 0.\dot{3}\dot{0} = \frac{30-0}{90} = \frac{30}{99} = \frac{10}{33}$

07. $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + (r+1)x^r + \dots \infty$ ধারাটির যোগফল কত?

[Ans: d][CU'16-17]

(a) $(1 + 2x)^1$

(b) $(1 - 2x)^{-1}$

(c) $(1 + x)^{-2}$

(d) $(1 - x)^{-2}$

08. $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \infty$ ধারাটির যোগফল কত?

[Ans: a][CU'16-17]

(a) $\log_e(1 + x)$

(b) $\log_e(1 - x)$

(c) $\log_e x$

(d) e^x

Written

01. $1 + \frac{3}{1!} + \frac{5}{2!} + \frac{7}{3!} + \dots$ ধারাটির যোগফল বের কর।

[DU'19-20]

সমাধান: ধরি, $s = 1 + \frac{3}{1!} + \frac{5}{2!} + \frac{7}{3!} + \dots$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n!} + e \quad [\because \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e]$$

$$= 2 \left(\frac{0}{0!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!} \right) + e = 2 \left(0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} \right) + e$$

$$= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} + e = 2e + e \therefore s = 3e \text{ (Ans.)}$$

Question Type-10: প্রমাণ সম্পর্কিত

Example-1: যদি $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots \infty$ হয়, নিচের কোনটি সত্য?

(a) $x = y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots$

(b) $x = y - y^2 + y^3 - y^4 + \dots$

(c) $x = 1 + y + y^2 + y^3 + \dots$

(d) $x = (1 + y)^{-1}$

সমাধান: $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots \infty \Rightarrow 1 - y = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 \dots \infty$

$$\Rightarrow 1 - y = (1 + x)^{-1} \Rightarrow 1 + x = (1 - y)^{-1} = 1 + y + y^2 + y^3 + \dots \therefore x = y + y^2 + y^3 + \dots$$

Question Type-11: শর্ত সাপেক্ষে মান নির্ণয়

◆ ${}^n C_x = {}^n C_y \therefore x + y = n$ অথবা $x = y$

◆ $(a + x)^n$ বিস্তৃতির জন্য, $\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n-r+1}{r} \times \frac{x}{a} = \frac{{}^n C_{r+1}}{{}^n C_r} = \frac{n-r}{r+1}$

Example: $(2x^2 + \frac{k}{x^3})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^{15} এর সহগদ্বয় সমান হলে k এর ধনাত্মক মান কত?

সমাধান: $T_{r+1} = {}^{10} C_r (2x^2)^{10-r} \left(\frac{k}{x^3}\right)^r = {}^{10} C_r 2^{10-r} x^{20-5r} k^r$

$$\therefore 20 - 5r = 5 \text{ হলে, } r = 3 \text{ এবং } 20 - 5r = 15 \text{ হলে, } r = 1$$

$$\therefore {}^{10} C_3 2^{10-3} k^3 = {}^{10} C_1 2^{10-1} k \therefore k = \frac{1}{\sqrt{3}}$$