



## অধ্যায়-০৬: কণিক

### Question Type-01: সমীকরণ, শীর্ষ ও উপকেন্দ্র সমীকরণ হতে কণিকের পরিচয়

◆ কণিকের সাধারণ সমীকরণ:

$$ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$$

কণিকের এই সমীকরণের উপর ভিত্তি করে,

(i) বৃত্ত:  $a = b, h = 0$

(ii) পরাবৃত্ত:  $ab = h^2$

(iii) উপবৃত্ত:  $h^2 < ab$

(iv) অধিবৃত্ত:  $h^2 > ab$

মূলবিন্দুগামী বিভিন্ন আকৃতির কয়েকটি পরাবৃত্তের ছবি দেওয়া হলো

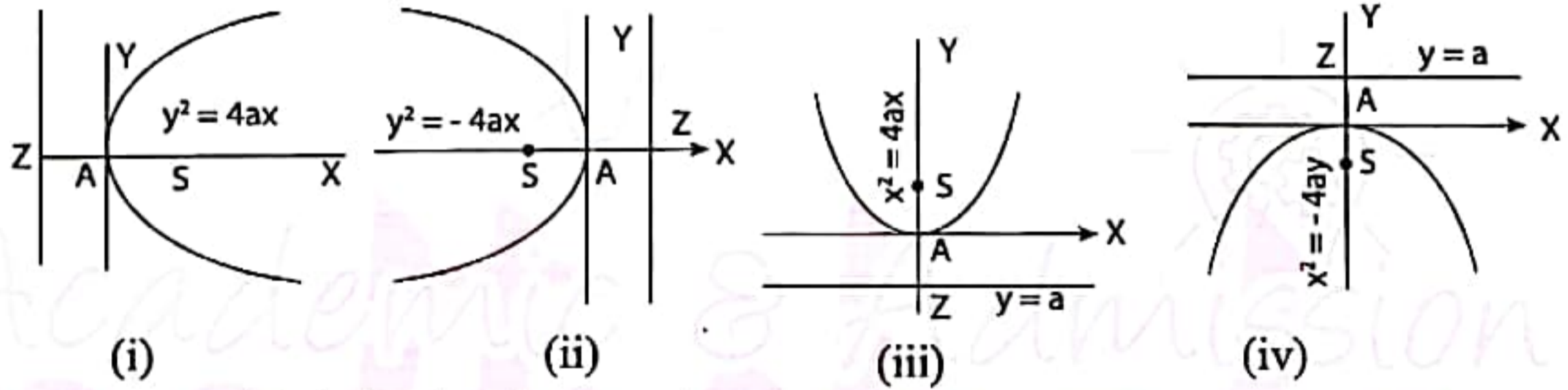
(i) পরাবৃত্ত  $y^2 = 4ax$  হলে, উপকেন্দ্র  $(a, 0)$ , নিয়ামকের সমীকরণ  $x = -a$  বা  $x + a = 0$

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ  $x = a$  বা  $x - a = 0$ .

(ii) পরাবৃত্ত  $y^2 = -4ax$  হলে, উপকেন্দ্র  $(-a, 0)$  নিয়ামকের সমীকরণ:  $x = a$ . অক্ষ  $y = 0$

(iii) পরাবৃত্ত  $x^2 = 4ay$  হলে, উপকেন্দ্র  $(0, a)$  নিয়ামকের সমীকরণ:  $y = -a$ . অক্ষ  $x = 0$  এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ  $y = a$

(iv) পরাবৃত্ত  $x^2 = -4ay$  হলে, উপকেন্দ্র  $(0, -a)$  নিয়ামকের সমীকরণ:  $y = a$ , অক্ষ  $x = 0$  এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ  $y = -a$



বিশেষ ধরনের পরাবৃত্তের সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র দেওয়া হলো :

পরাবৃত্তের সমীকরণ	পরাবৃত্তের চিত্র
(a) $x$ অক্ষকে পরাবৃত্তের অক্ষ এবং $y$ অক্ষকে তার নিয়ামক রেখা বিবেচনা করে পরাবৃত্তের সমীকরণ: $y^2 = 4a(x - a); a > 0$	
(b) মূলবিন্দুকে উপকেন্দ্র এবং $y$ অক্ষকে পরাবৃত্তের অক্ষ বিবেচনা করে পরাবৃত্তের সমীকরণ: $x^2 = 4a(y + a); \pm a > 0$	



<p>(c) <math>y</math> অক্ষকে পরাবৃত্তের অক্ষ এবং <math>x</math> অক্ষকে তার নিয়ামক বা দিকাক্ষ বিবেচনা করে পরাবৃত্তের সমীকরণ: <math>x^2 = a(y - a); a &gt; 0</math></p>	
<p>(d) অক্ষরেখা <math>x</math> অক্ষের সমান্তরাল এবং শীর্ষ বিন্দু <math>A(x_1, y_1)</math> এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ: <math>(y - y_1)^2 = 4a(x - x_1); a &gt; 0</math></p>	
<p>(e) অনুরূপভাবে, অক্ষরেখা <math>y</math> অক্ষের সমান্তরাল এবং শীর্ষ বিন্দু <math>A(x_1, y_1)</math> এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ : <math>(x - x_1)^2 = 4a(y - y_1); a &gt; 0</math></p>	

দ্রষ্টব্য-(i) :  $y^2 = -4a(x + a), y^2 = -4a(x - a), x^2 = -4a(y + a), x^2 = -4a(y - a);$

( $a < 0$ ) পরাবৃত্তের অক্ষ ও শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $a, b, c, d$  ও  $P$  এ গঠিত পরাবৃত্তের অক্ষ ও শীর্ষবিন্দু একই। কিন্তু চিত্রে পরাবৃত্তগুলির খোলা মুখ উল্টো দিকে হবে। অর্থাৎ  $a, b, c, d$  ও  $P$  এর উপকেন্দ্র ও নিয়ামকের অবস্থান যে পাশে আছে তার উল্টো পাশে, উল্লিখিত পরাবৃত্তগুলির উপকেন্দ্র ও নিয়ামক থাকবে।

দ্রষ্টব্য-(ii) :  $x$  অক্ষের সমান্তরাল অক্ষ বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ  $x = ay^2 + by + c, a \neq 0$

দ্রষ্টব্য-(iii) :  $y$  অক্ষের সমান্তরাল অক্ষ বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ  $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$

**Related Questions:**

01.  $x = a \cos \theta + b \sin \theta, y = a \sin \theta - b \cos \theta$  কোন কণিকের সমীকরণ? [DU'20-21]

- (a) ellipse                      (b) parabola                      (c) circle                      (d) hyperbola

সমাধান: (c);  $x = a \cos \theta + b \sin \theta ; y = a \sin \theta - b \cos \theta$

$$x^2 + y^2 = (a \cos \theta + b \sin \theta)^2 + (a \sin \theta - b \cos \theta)^2$$

$$= a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta + 2ab \sin \theta \cos \theta - 2ab \sin \theta \cos \theta$$

$$= a^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + b^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = a^2 + b^2 \rightarrow x^2 + y^2 = (\sqrt{a^2 + b^2})^2 \rightarrow \text{circle}$$

02.  $17x^2 - 2xy + 17y^2 - 104x - 140y + 446 = 0$  বক্র রেখাটির জ্যামিতিক পরিচয় কি? [CU'20-21]

- (a) বৃত্ত                      (b) পরাবৃত্ত                      (c) অধিবৃত্ত                      (d) উপবৃত্ত

সমাধান: (d);  $ax^2 + by^2 + 2gx + 2fy + 2hxy + c = 0$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $h = -1 ; a = b = 17$  সুতরাং,  $h^2 = 1$  এবং  $ab = 289 \therefore h^2 < ab$  অর্থাৎ কনিকটি উপবৃত্ত।





03.  $2x^2 - 4xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$  সমীকরণের জ্যামিতিক রূপ কোনটি? [SUST'19-20]  
 (a) পরাবৃত্ত (b) বৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত (e) জোড়া সরলরেখা

সমাধান: (c);  $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & -\frac{1}{2} \\ -2 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} = -\frac{9}{4} \neq 0$

$h^2 = 4, ab = 6, h^2 < ab \therefore$  উপবৃত্ত

04.  $y^2 - 4y - x^2 + 6x = 12$  সমীকরণটি কোন ধরনের কণিক? [DU'18-19]  
 (a) বৃত্ত (Circle) (b) উপবৃত্ত (Ellipse) (c) পরাবৃত্ত (Parabola) (d) অধিবৃত্ত (Hyperbola)

সমাধান: (d);  $x^2$  ও  $y^2$  এর চিহ্ন বিপরীত ও  $xy$  পদ নেই। তাই অধিবৃত্ত হতে বাধ্য।

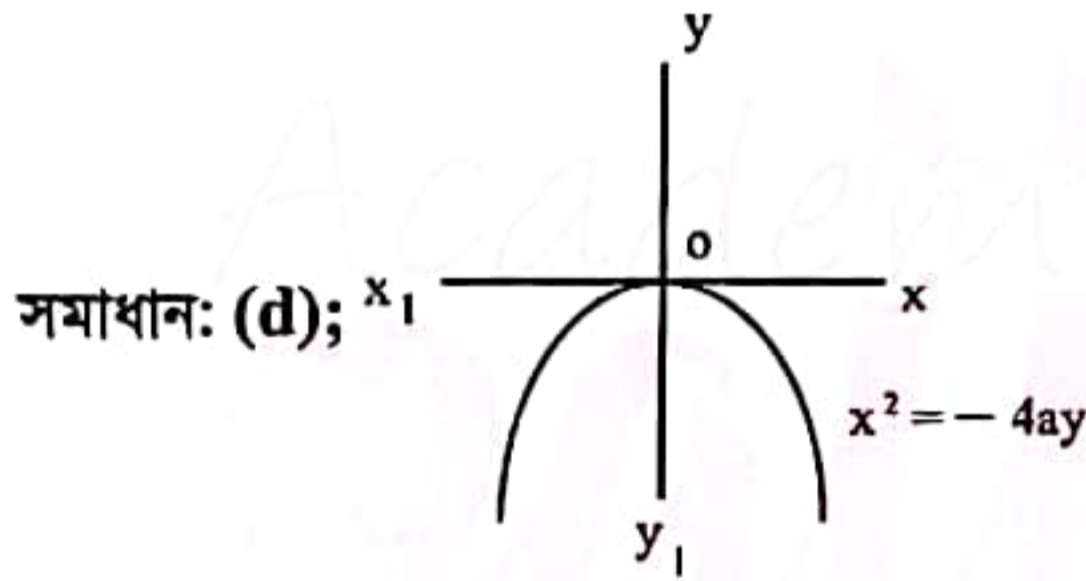
05. উপকেন্দ্র (2,0) এবং  $x + 2 = 0$  নিয়ামক বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [JU'18-19]  
 (a)  $y^2 = 4x$  (b)  $y^2 = 8x$  (c)  $x^2 = 4y$  (d)  $x^2 = 8y$

সমাধান: (b);  $(x - 2)^2 + y^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow y^2 = 8x$

06.  $11x^2 + 14y^2 - 4xy - 48x - 24y + 66 = 0$  সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? [RU'18-19]  
 (a) বৃত্ত (b) পরাবৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

সমাধান: (c);  $ab - h^2 = 11 \times 14 - (-2)^2 = 150 > 0 \therefore$  উপবৃত্ত।

07.  $x^2 = -4ay, a > 0$  অক্ষরেখার কোন দিকে অবস্থিত? [RU'13-14]  
 (a) x- অক্ষের উপরে (b) y- অক্ষের ডানদিকে (c) y- অক্ষের বামদিকে (d) x- অক্ষের নিচে



**Question Type-02 : পরাবৃত্তের সমীকরণ হতে তার পূর্ণ পরিচয়**

পরাবৃত্তের আকার:	$y^2 = 4ax$	$x^2 = 4ay$	$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$	$(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$
(i) শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক:	(0,0)	(0,0)	( $\alpha, \beta$ )	( $\alpha, \beta$ )
(ii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক:	(a,0)	(0,a)	( $a + \alpha, \beta$ )	( $\alpha, a + \beta$ )
(iii) নিয়ামকরেখার পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক:	(-a,0)	(0,-a)	( $-a + \alpha, \beta$ )	( $\alpha, -a + \beta$ )
(iv) অক্ষরেখার সমীকরণ:	$y = 0$	$x = 0$	$y - \beta = 0$	$x - \alpha = 0$
(v) নিয়ামকরেখার সমীকরণ:	$x + a = 0$	$y + a = 0$	$x - \alpha + a = 0$	$y - \beta + a = 0$
(vi) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ:	$x = a$	$y = a$	$x - \alpha = a$	$y - \beta = a$
(vii) শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ:	$x = 0$	$y = 0$	$x - \alpha = 0$	$y - \beta = 0$
(viii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য:	$4 a $	$4 a $	$4 a $	$4 a $
(ix) উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দু দুটির স্থানাঙ্ক:	(a, $\pm 2a$ )	( $\pm 2a, a$ )	( $a + \alpha, \pm 2a + \beta$ )	( $\pm 2a + \alpha, a + \beta$ )
(x) (x,y) বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব:	$x + a$	$y + a$	$x - \alpha + a$	$y - \beta + a$

**Related Questions:**

01.  $2x = y^2 + 8y + 22$  পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে- [DU'20-21]

(a) (3, -4) (b) (-3, 4) (c) (-3, -4) (d) (3, 4)

সমাধান: (a);  $2x = y^2 + 8y + 22 \Rightarrow y^2 + 8y + 16 = 2x - 6 \Rightarrow (y + 4)^2 = 2(x - 3) \therefore (3, -4)$

02.  $(y + \sqrt{3})^2 = 8(x + 3)$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক কোনটি? [GST'20-21]

(a)  $(2, -\frac{\pi}{3})$  (b)  $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3})$  (c)  $(2, \frac{4\pi}{3})$  (d)  $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$

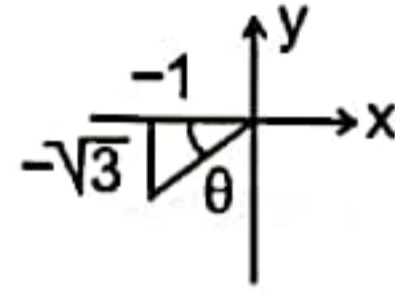
সমাধান: (c);  $(y + \sqrt{3})^2 = 4 \cdot 2(x + 3) \Rightarrow Y^2 = 4 \cdot aX$ ; উপকেন্দ্র (a, 0)

$X = a \Rightarrow x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1$

$Y = 0 \Rightarrow y + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = 2$

$\theta = \tan^{-1} \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$



$\therefore$  উপকেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক  $(2, \frac{4\pi}{3})$ ।

03.  $y^2 + 8x - 2y - 23 = 0$  পরাবৃত্ত (parabola) এর উপকেন্দ্র (focus) কোনটি? [JU'20-21]

(a) (1, 2) (b) (3, 1) (c) (5, 1) (d) (1, 1)

সমাধান: (d);  $y^2 + 8x - 2y - 23 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 1 + 8x - 23 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -8x + 24 \Rightarrow (y - 1)^2 = -4 \cdot 2(x - 3) \Rightarrow Y^2 = -4 \cdot a \cdot X$

$Y = 0 \Rightarrow y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$

ফোকাস  $(-a, 0)$ ;  $X = -a \Rightarrow x - 3 = -2 \therefore x = 1$ ;  $Y = 0 \Rightarrow y - 1 = 0 \therefore y = 1$

$\therefore$  ফোকাস (1, 1)

04.  $x^2 - 8x + 2y + 7 = 0$  পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হবে- [RU'20-21, JU'19-20]

(a) (0, 0) (b)  $(4, \frac{9}{2})$  (c)  $(-4, -\frac{9}{2})$  (d) (1, 2)

সমাধান: (b);  $x^2 - 2 \cdot 4x + 16 + 2y - 9 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 = -2(y - \frac{9}{2}) \therefore$  শীর্ষ  $(4, \frac{9}{2})$

05.  $5y^2 - 2x = 0$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র কোনটি? [Agri. Gucho'19-20]

(a)  $(0, \frac{1}{2})$  (b)  $(0, \frac{1}{5})$  (c)  $(\frac{1}{10}, 0)$  (d)  $(0, \frac{1}{10})$

সমাধান: (c);  $5y^2 - 2x = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{2}{5}x = 4 \cdot \frac{1}{10} \cdot x \therefore a = \frac{1}{10}$

$\therefore$  উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(x, y) = (a, 0) = (\frac{1}{10}, 0)$

06.  $y^2 - 3y - 2x + 8 = 0$  একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ হলে শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [JU'19-20]

(a)  $(\frac{23}{16}, \frac{3}{2})$  (b)  $(\frac{23}{4}, \frac{3}{2})$  (c)  $(\frac{23}{4}, \frac{3}{4})$  (d)  $(\frac{41}{16}, \frac{3}{4})$

সমাধান: (উত্তর নেই);  $y^2 - 2 \times y \times \frac{3}{2} + (\frac{3}{2})^2 = 2x - 8 + (\frac{3}{2})^2$

$\Rightarrow (y - \frac{3}{2})^2 = 2(x - \frac{23}{8}) \therefore$  শীর্ষবিন্দু  $(\frac{23}{8}, \frac{3}{2})$

07.  $x^2 + 4x + 4y = 0$  পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে- [RU'19-20]

(a) (-2, 1) (b) (2, -1) (c) (1, -2) (d) (-1, 2)

সমাধান: (a);  $x^2 + 4x + 4y = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -4y + 4 \Rightarrow (x + 2)^2 = -4(y - 1)$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দু  $\equiv (-2, 1) \therefore$  Vertex  $\equiv (-2, 1)$





08.  $y^2 = 4p(x - 2)$  পরাবৃত্তটি  $(3, -4)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে  $p$  এর মান কত? [KU'19-20]  
 (a) -4 (b) 1 (c) 2 (d) 4

সমাধান: (d);  $(-4)^2 = 4p(3 - 2) \Rightarrow 16 = 4p \therefore p = 4$

09.  $y^2 = 6x$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [Ans: b][JU'18-19]  
 (a) 8 (b) 6 (c) 4 (d) 5

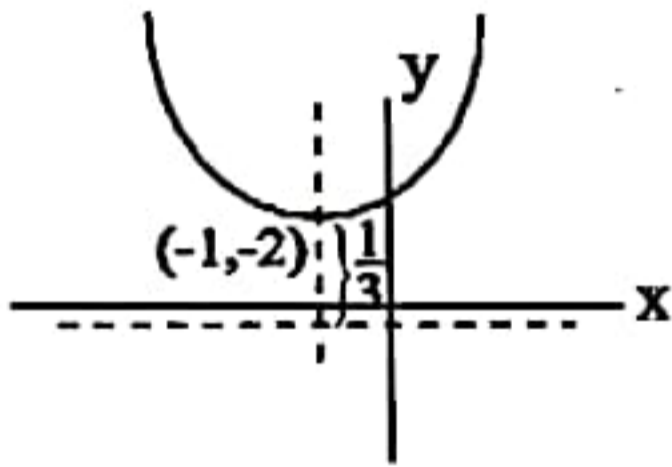
10.  $3y^2 = 5x$  পরাবৃত্তের শীর্ষের স্থানাঙ্ক কত? [Ans: প্রশ্ন ভুল][JU'18-19]  
 (a)  $5/12$  (b)  $5/3$  (c)  $3/5$  (d)  $1/3$

11.  $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [JU'18-19]  
 (a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 12

সমাধান: (d);  $(x - 2)^2 = -12\left(y - \frac{11}{3}\right)$ ; Here,  $|4a| = 12$

12.  $3x^2 - 4y + 6x - 5 = 0$  পরাবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ কোনটি? [CU'18-19]  
 (a)  $3y + 7 = 0$  (b)  $x = -7$  (c)  $x + y = 0$  (d)  $x = y - 3$

সমাধান: (a);  $3(x^2 + 2x + 1) = 4y + 5 + 3$ ;  $(x + 1)^2 = 4\left(\frac{1}{3}\right)(y + 2)$



$y = -2 - \frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{7}{3} \therefore 3y + 7 = 0$

13.  $y = 2x + b$  রেখাটি  $y^2 = 16x$  পরাবৃত্তের স্পর্শক হলে  $b$  এর মান কত? [BAU'18-19]  
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

সমাধান: (b);  $\frac{a}{m} = b = \frac{4}{2} = 2$

14.  $y^2 - 6x + 4y + 10 = 0$  পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ কোনটি? [JU'17-18]  
 (a)  $x = 1$  (b)  $x + 1 = 0$  (c)  $x = 0$  (d)  $x - 2 = 0$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই);  $y^2 - 6x + 4y + 10 = 0 \Rightarrow (y + 2)^2 = 6(x - 1)$

$\therefore$  পরাবৃত্তের অক্ষরেখার সমীকরণ  $y + 2 = 0$

15.  $y^2 - 10y + 5x = 0$  পরাবৃত্তের শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [JU'17-18]  
 (a)  $(0, 0)$  (b)  $(5, 0)$  (c)  $(-5, 5)$  (d)  $(5, 5)$

সমাধান: (d);  $y^2 - 10y + 5x = 0 \Rightarrow y^2 - 2 \cdot y \cdot 5 + 25 = -5x + 25$

$\Rightarrow (y - 5)^2 = -5(x - 5) \therefore$  শীর্ষ বিন্দু  $(5, 5)$

16.  $y^2 = 4y + 4x - 16$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [JU'15-16, CU'16-17, RU'17-18]  
 (a)  $(4, 2)$  (b)  $(3, 2)$  (c)  $(-3, -2)$  (d)  $(-4, -2)$  (e) কোনটিই নয়

সমাধান: (a);  $y^2 - 4y + 4 = 4x - 12$  বা,  $(y - 2)^2 = 4 \cdot 1(x - 3)$  বা,  $Y^2 = 4AX$

উপকেন্দ্রের ক্ষেত্রে,  $X = A$  বা,  $x - 3 = 1 \therefore x = 4$   $Y = 0$  বা,  $y - 2 = 0 \therefore y = 2$





17.  $y^2 + 4x + 2y - 8 = 0$  পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হবে- [DU'16-17]  
 (a)  $(\frac{9}{4}, -1)$  (b)  $(-\frac{9}{4}, 1)$  (c) (0,2) (d) (2,0)

সমাধান: (a);  $y^2 + 4x + 2y - 8 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = -4x + 9 \Rightarrow (y + 1)^2 = -4(x - \frac{9}{4})$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দু  $(\frac{9}{4}, -1)$

18.  $y^2 = 4x + 8y$  পরাবৃত্তটির শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [JU'16-17]  
 (a) (-4, 4) (b) (4, 4) (c) (-4, -4) (d) (4, -4)

সমাধান: (a);  $y^2 = 4x + 8y \Rightarrow (y - 4)^2 = 4(x + 4) \therefore$  শীর্ষ  $\rightarrow (-4, 4)$

19. The focal distance of any point on the parabola,  $y^2 = 16x$  is 6; what are the coordinates of the point? [RU'15-16]  
 (a)  $(2, \pm\sqrt{2})$  (b)  $(4\sqrt{2}, \pm 2)$  (c)  $(2, \pm 4\sqrt{2})$  (d)  $(2, 4\sqrt{2})$

সমাধান: (c); As (0,0) is the vertex of the parabola  $y^2 = 16x$ , focal distance =  $a + x$ .

$\therefore 4 + x = 6 \Rightarrow x = 2$

If  $x = 2$ , then  $y^2 = 32 \therefore y = \pm 4\sqrt{2}$

$\therefore$  The coordinates of the required point =  $(2, \pm 4\sqrt{2})$

20.  $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$  পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ- [DU'14-15]  
 (a)  $40x + 81 = 0$  (b)  $2x + 3 = 0$  (c)  $40y + 81 = 0$  (d)  $40y + 41 = 0$

সমাধান: (c);  $5(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x + \frac{9}{4}) = 10y + 4 + \frac{45}{4}$

$\Rightarrow (x + \frac{3}{2})^2 = \frac{10}{5}(y + \frac{61}{40}) \therefore X^2 = 2Y \therefore a = \frac{1}{2}$

$\therefore Y + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y + \frac{61}{40} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y + \frac{61+20}{40} = 0 \therefore 40y + 81 = 0$

21.  $3y^2 = 5x$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [RU'09-10, JU'14-15]  
 (a)  $(\frac{4}{12}, 0)$  (b)  $(\frac{1}{12}, 0)$  (c)  $(\frac{5}{12}, 0)$  (d)  $(0, \frac{5}{12})$

সমাধান: (c)  $3y^2 = 5x \Rightarrow y^2 = 4(\frac{5}{12})x$ ; উপকেন্দ্র =  $(\frac{5}{12}, 0)$

22.  $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [DU'13-14]  
 (a) 12 (b) 8 (c) 6 (d) 4

সমাধান: (a);  $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = -12y + 40 + 4$

$\Rightarrow (x - 2)^2 = -12(y - \frac{44}{12}) \Rightarrow (x - 2)^2 = -4 \times 3(y - \frac{44}{12})$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $4 \times 3 = 12$

এই ধরনের ক্ষেত্রে  $x$  বা  $y$  যার দ্বিঘাত থাকেনা তার সহগই উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য হয়।

### Question Type-03: পরাবৃত্তের parameter থেকে সমীকরণ নির্ণয়

উপকেন্দ্র ও দিকাক্ষ দেওয়া থাকলে  $SP = PM$  থেকে সমীকরণ নির্ণয় করব।

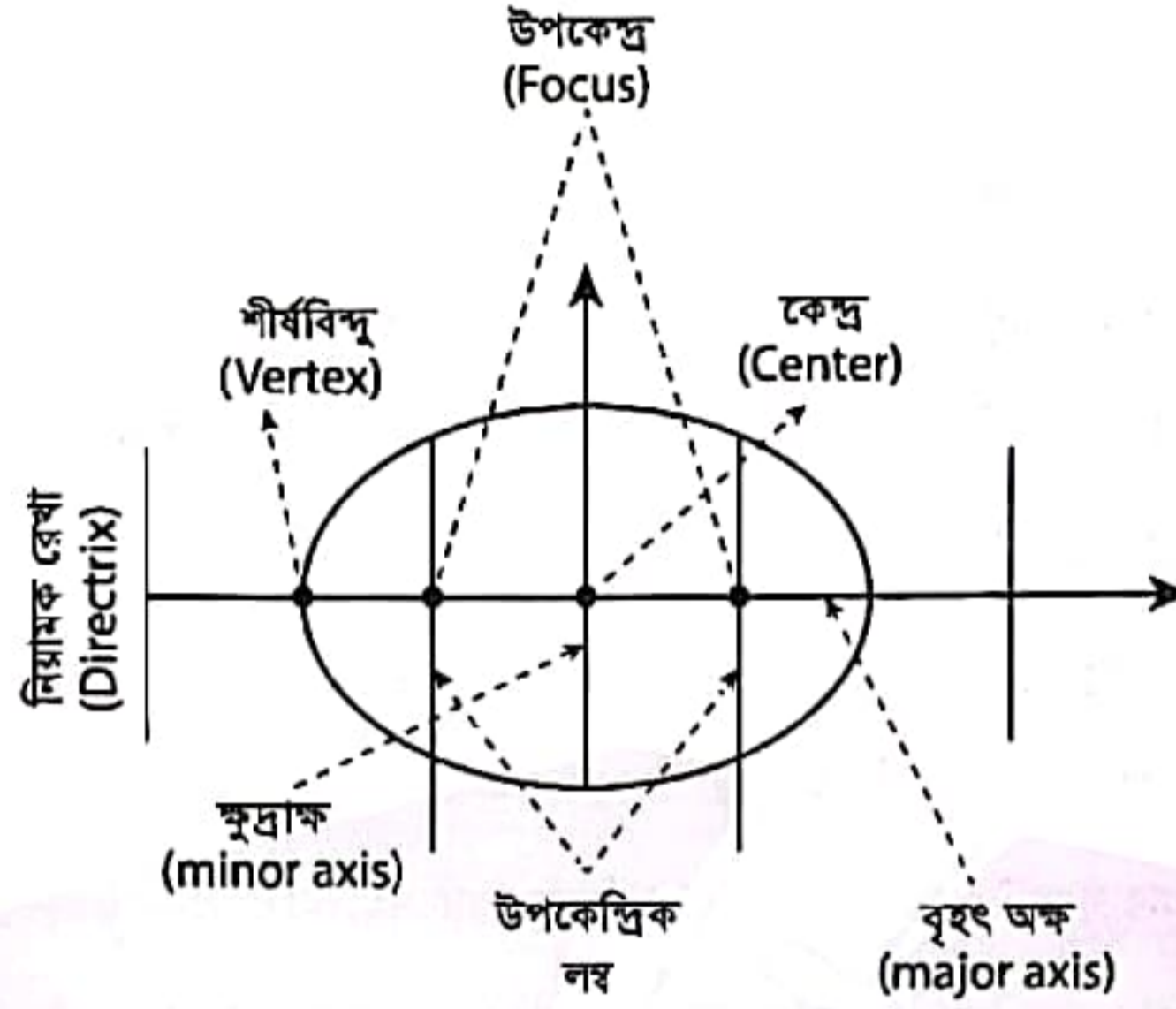
#### Related Questions:

01. অক্ষরেখাকে  $x$ -অক্ষ এবং দিকাক্ষকে  $y$ -অক্ষ ধরে পরাবৃত্তের সমীকরণ হবে — [Ans: c][CU'14-15]  
 (a)  $y^2 = 4a(x + a)$  (b)  $x^2 = 4a(y - a)$  (c)  $y^2 = 4a(x - a)$  (d)  $x^2 = 4a(y + a)$



**Question Type-04:**

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b$ ) উপবৃত্তের বিভিন্ন অংশের চিহ্নিতকরণ সহ চিত্র এবং প্রয়োজনীয় সূত্র-



উপবৃত্তের উপাদানের নাম	( $a > b$ ) হলে,	( $a < b$ ) হলে,
উপবৃত্তের সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক	(0,0)	(0,0)
বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	y = 0	x = 0
ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	x = 0	y = 0
উৎকেন্দ্রিকতা (বিকেন্দ্রিকতা)	$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$	$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}$
নিয়ামকের সমীকরণ	$x = \pm \frac{a}{e}$	$y = \pm \frac{b}{e}$
উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক	( $\pm ae, 0$ )	(0, $\pm be$ )
শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক	( $\pm a, 0$ )	(0, $\pm b$ )
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x = \pm ae$	$y = \pm be$
উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব	2ae	2be
নিয়ামকদ্বয়ের দূরত্ব	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$
একটি উপকেন্দ্র এবং অনুরূপ নিয়ামকের মধ্যে দূরত্ব	$\frac{a}{e} - ea$	$\frac{b}{e} - be$

**Related Questions:**

01.  $3x^2 + 2y^2 = 6$  উপবৃত্ত (Ellipse) টির উৎকেন্দ্রিকতা (Eccentricity) কত?

[JU'20-21]

(a)  $\frac{5}{\sqrt{3}}$

(b)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(d)  $\sqrt{3}$

সমাধান: (c);  $3x^2 + 2y^2 = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$

$\therefore$  উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$





02.  $9x^2 + 4y^2 = 36$  উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [JU'19-20]  
 (a)  $\frac{3}{8}$  (b)  $\frac{8}{3}$  (c)  $\frac{9}{2}$  (d) 9

সমাধান: (b);  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$

03.  $3x^2 + 4y^2 - 6x = 9$  সমীকরণটি কী বর্ণনা করে? [RU'19-20]  
 (a) এক জোড়া সরলরেখা (b) পরাবৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

সমাধান: (c);  $3x^2 + 4y^2 - 6x = 9 \Rightarrow 3(x^2 - 2x + 1) + 4y^2 = 9 + 3$

$\Rightarrow 3(x-1)^2 + 4y^2 = 12 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ , যা উপবৃত্তের সমীকরণ।

বিকল্প সমাধান:  $ax^2 + by^2 + 2rxy + 2gx + 2fy + c = 0$  এর সাথে তুলনা করে

$a = 3; b = 4; g = -3c = -9 \therefore ab = 12 \therefore r^2 = 0 \therefore ab > r^2 \therefore$  উপবৃত্ত

04. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র  $(1, -1)$  দিকাক্ষের সমীকরণ  $x - y + 2 = 0$  এবং উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ । [CU'18-19]  
 (a)  $x + 7 = y$  (b)  $3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x + 12y + 4 = 0$   
 (c)  $3x^2 + 2x = 7$  (d)  $3x^2 - 3y^2 - 2xy + 12x + 4 = 0$

সমাধান: (b);  $SP = ePM \Rightarrow sp^2 = e^2PM^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{2} \left| \frac{x-y+2}{\sqrt{2}} \right|^2$

$\Rightarrow 4(x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1) = x^2 + y^2 + 4 - 2xy - 4y + 4x$

$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x + 12y + 4 = 0$

05.  $4x^2 + y^2 = 2$  উপবৃত্তটির বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে— [DU'16-17]  
 (a) 4 and 2 (b) 2 and 4 (c)  $\sqrt{2}$  and  $2\sqrt{2}$  (d)  $2\sqrt{2}$  and  $\sqrt{2}$

সমাধান: (d);  $4x^2 + y^2 = 2 \Rightarrow \frac{x^2}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1 \Rightarrow$  অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে  $2\sqrt{2}$  ও  $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

06.  $px^2 + 4y^2 = 1$  উপবৃত্তটি  $(\pm 1, 0)$  বিন্দু দিয়ে যায়। উপবৃত্তটির অক্ষ দুইটির দৈর্ঘ্য কত? [Ans: b][RU'16-17]  
 (a) 4 ও 1 (b) 2 ও 1 (c) 8 ও 2 (d) 4 ও 2

07.  $9x^2 + 16y^2 = 144$  উপবৃত্তের x-অক্ষ এবং y-অক্ষের ঋণাত্মক দিকের ঋণিত অংশের দৈর্ঘ্য কত? [Ans: b][CU'16-17]  
 (a) -4, -3 (b) 4, 3 (c) 3, 4 (d) -4, 3 (e) 9, 16

বি.দ্র.: ঋণিত অংশের দৈর্ঘ্য সবসময় ধনাত্মক মান।

08. 'p' এর মান কত হলে  $4x^2 + Py^2 = 16$  উপবৃত্তটি  $(0 \pm 4)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? [Ans: c][CU'16-17]  
 (a) 16 (b) -16 (c) 1 (d) -1 (e) 0

09. For what value of p the ellipse  $px^2 + 4y^2 = 1$  will pass through the two points  $(\pm 1, 0)$ ? [CU'15-16]  
 (a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 0 (e)  $\pm 1$

সমাধান: (c); Satisfying the equation  $px^2 + 4y^2 = 1$  by the points  $(\pm 1, 0)$ , it is obtained that  $p = 1$ .

10.  $5x^2 + 6y^2 + 12y = 0$  সমীকরণটি নির্দেশ করে— [CU'13-14]  
 (a) একজোড়া সরলরেখা (b) বৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত (e) পরাবৃত্ত

সমাধান: (c);  $5x^2 + 6y^2 + 12y = 0$

Or,  $5x^2 + 6y^2 + 12y + 6 = 6$

Or,  $5x^2 + 6(y+1)^2 = 6$

Or,  $\frac{5x^2}{6} + (y+1)^2 = 1$  যা উপবৃত্তের সমীকরণ।







### Question Type-05: উৎকেন্দ্রিকতা

পরাবৃত্তের,  $e = 1$  ; বৃত্তের,  $e = 0$

উপবৃত্তের,  $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$  [ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;  $a > b$ ]  $0 < e < 1$ ;  $e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}$  [ $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ ]  $e > 1$   $\therefore e = \sqrt{1 - \frac{(\text{ছোট})^2}{(\text{বড়})^2}}$

অধিবৃত্তের,  $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$  [ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ] ;  $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$  [ $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ ]

**Example-01:**  $2x^2 - y^2 = 4$  অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত?

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1 ; e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{4}{2}} = \sqrt{3}$$

জেনে রাখ:

কনিক	সমীকরণ	উৎকেন্দ্রিকতা	বৃত্ত হলো উপবৃত্তের একটি সীমাহীন অবস্থা। যেহেতু বৃত্তের ক্ষেত্রে $e = 0$ অর্থাৎ $\frac{SP}{PM} = 0 \Rightarrow PM \rightarrow \infty$ , অর্থাৎ নিয়ামকটি অসীমে থাকে। অতএব বৃত্ত একটি কনিক, যার উৎকেন্দ্রিকতা শূন্য (0) এবং নিয়ামক রেখা অসীমে থাকে।
বৃত্ত	$x^2 + y^2 = a^2$	$e = 0$	
পরাবৃত্ত	$y^2 = 4ax$	$e = 1$	
উপবৃত্ত	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$0 < e < 1$	
অধিবৃত্ত	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$e > 1$	

### Related Questions:

01.  $25x^2 + 16y^2 = 400$  উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত?

[DU'17-18,19-20]

- (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{4}{5}$  (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{3}{5}$

সমাধান: (d);  $25x^2 + 16y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

02.  $x^2 + 4y^2 = 1$  উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কত?

[JU'19-20]

- (a) 3 (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

সমাধান: (b);  $e = \sqrt{1 - \frac{4}{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

03.  $\frac{(x+4)^2}{100} + \frac{(y-2)^2}{64} = 1$  উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত?

[JU'18-19]

- (a) 1 (b)  $\frac{3}{5}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d)  $\frac{4}{5}$

সমাধান: (b);  $e = \sqrt{1 - \frac{64}{100}} = \frac{3}{5}$

04.  $(4, 3/2)$  এবং  $(3, 2)$  বিন্দুগামী একটি উপবৃত্তের অক্ষদ্বয়, স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় বরাবর হলে উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কত?

- (a)  $2\sqrt{3}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (d)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  [KU'18-19]

সমাধান: (b); Let,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;  $(3, 2)$  বিন্দুগামী হলে  $\frac{9}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{9} \left(1 - \frac{4}{b^2}\right)$   $(4, \frac{3}{2})$  বিন্দুগামী হলে,  $\frac{16}{a^2} + \frac{9}{4b^2} = 1$

$\frac{16}{a^2} = 1 - \frac{9}{4b^2} \Rightarrow \frac{16}{9} \left(1 - \frac{4}{b^2}\right) = 1 - \frac{9}{4b^2} \Rightarrow \frac{16}{9} - \frac{64}{9b^2} = 1 - \frac{9}{4b^2} \Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{175}{36b^2}$

$b^2 = \frac{25}{4} \therefore a^2 = 25 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{25/4}{25}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$





05. একটি উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব ক্ষুদ্র অক্ষের অর্ধেক। উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কত? [BAU'18-19]
- (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

সমাধান: (c);  $e = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

06. একটি উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব ক্ষুদ্র অক্ষের অর্ধেক;  $e$  এর মান কোনটি? [JU'17-18]
- (a)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

সমাধান: (c);  $\frac{2b^2}{a} = \frac{1}{2} \cdot 2b \Rightarrow 2b = a \therefore e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{4b^2 - b^2}{4b^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

07.  $3x^2 + 4y^2 = 12$  উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [JnU'17-18]
- (a)  $\frac{1}{4}$  (b)  $\frac{3}{4}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d)  $\frac{1}{2}$

সমাধান: (d);  $3x^2 + 4y^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$

08. বৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [Ans: a][RU'17-18]
- (a) 0 (b)  $\infty$  (c)  $45^\circ$  (d) 1

09.  $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{25} = 1$  উপবৃত্তটি (6, 4) বিন্দু দিয়ে যায়। উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কত? [JU'15-16]
- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b) 100 (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $5\sqrt{3}$

সমাধান: (a); যেহেতু প্রদত্ত উপবৃত্তটি (6, 4) বিন্দু দিয়ে যায়,  $\frac{6^2}{p} + \frac{4^2}{25} = 1 \Rightarrow p = 100$

$\therefore$  উপবৃত্তটির সমীকরণ দাঁড়ায়  $= \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1 \therefore e = \sqrt{\frac{100 - 25}{100}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

10. যদি  $0 < e < 1$  সত্য হয়, কোন উৎকেন্দ্রিকতা  $e$  এর জন্য তবে সঞ্চারণপথটি হবে- [Ans: e][CU'15-16]
- (a) অধিবৃত্ত (b) বৃত্ত (c) সরলরেখা (d) পরাবৃত্ত (e) উপবৃত্ত

11.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতার (e) মান কোনটি [CU'15-16]
- (a)  $\frac{3}{5}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (c)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (d) 1 (e)  $\frac{5}{3}$

সমাধান: (e);  $e = \sqrt{\frac{9+16}{9}} = \frac{5}{3}$

12.  $2x^2 - y^2 = 4$  অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [JU'14-15]
- (a)  $\sqrt{2}$  (b) 4 (c) 3 (d)  $\sqrt{3}$

সমাধান: (d);  $2x^2 - y^2 = 4 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$

Now,  $e = \sqrt{\frac{2+4}{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$

13. কোন উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা শূন্য হলে তা কি নির্দেশ করে? [Ans: d][CU'14-15]
- (a) এক জোড়া সরলরেখা (b) পরাবৃত্ত (c) অধিবৃত্ত (d) বৃত্ত

14.  $9x^2 + 25y^2 = 225$  উপবৃত্ত (ellipse)- এর উৎকেন্দ্রিকতা (Eccentricity) কত? [JnU'14-15, CU'11-12]
- (a)  $\frac{3}{5}$  (b)  $\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{4}{5}$  (d)  $\frac{3}{4}$

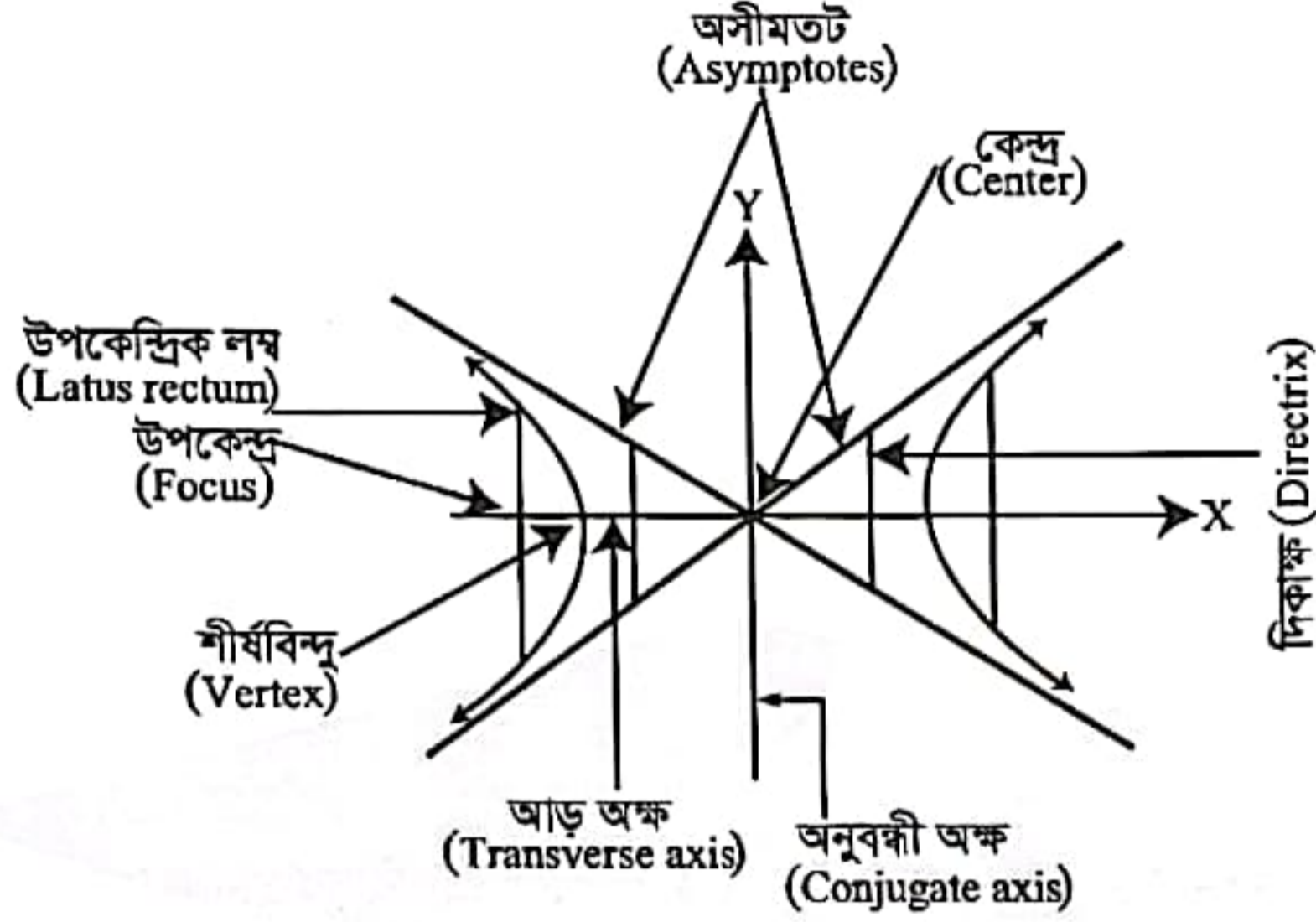
সমাধান: (c);  $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{225} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} = 1 \therefore e = \sqrt{\frac{25-9}{25}} = \frac{4}{5}$





## Question Type-06:

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের বিভিন্ন অংশের চিহ্নিতকরণসহ চিত্র এবং প্রয়োজনীয় সূত্র-



## 6.5.13 : অধিবৃত্তের প্রয়োজনীয় সূত্র - জেনে রাখ:

অধিবৃত্তের সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$
কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক	(0, 0)	(0, 0)
উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক	(±ae, 0)	(0, ±be)
শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক	(±a, 0)	(0, ±b)
নিয়ামকের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক	(± $\frac{a}{e}$ , 0)	(0, ± $\frac{b}{e}$ )
নিয়ামকের সমীকরণ	$x = \pm \frac{a}{e}$	$y = \pm \frac{b}{e}$
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও সমীকরণ	$\frac{2b^2}{a}$ ও $x = \pm ae$	$\frac{2a^2}{b}$ ও $y = \pm be$
উৎকেন্দ্রিকতা	$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$	$e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$
আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
আড় অক্ষের সমীকরণ	$y = 0$	$x = 0$
অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ	$x = 0$	$y = 0$
উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব	2ae	2be
অসীমতট রেখার সমীকরণ	$y = \pm \frac{b}{a} x$	$y = \pm \frac{a}{b} x$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের অনুবন্ধী অধিবৃত্তের সমীকরণ  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ । এক্ষেত্রে উভয় অধিবৃত্তের কেন্দ্র মূলবিন্দুতে অবস্থিত। প্রথমটির আড় অক্ষ ও নাভিদ্বয় X অক্ষের উপর কিন্তু দ্বিতীয়টির আড় অক্ষ ও নাভিদ্বয় Y অক্ষের ওপর অবস্থিত।





### 6.5.14: অধিবৃত্তের প্রমিত সমীকরণের বৈশিষ্ট্য

অধিবৃত্তের প্রমিত সমীকরণ  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর বৈশিষ্ট্যসমূহ নিম্নরূপ:

(a)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ  $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$

(b)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ  $\frac{a^2x}{x_1} + \frac{b^2y}{y_1} = a^2 + b^2$

(c)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের  $y = mx + c$  রেখা স্পর্শক হওয়ার শর্ত  $c = \pm\sqrt{(a^2m^2 - b^2)}$

(d)  $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$  সরলরেখা  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত  $p = \pm\sqrt{a^2\cos^2\alpha - b^2}$

(e)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের নির্দেশক বৃত্ত (Director Circle) এর সমীকরণ  $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$

(f)  $(x_1, y_1)$  বিন্দুটি  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের যথাক্রমে বাইরে অথবা উপরে অথবা ভিতরে অবস্থিত হবে যদি  $\frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} - 1 < 0$  অথবা  $0$  অথবা  $> 0$  হয়।

### Related Questions:

01.  $4x^2 - 9y^2 - 16x + 18y - 29 = 0$  অধিবৃত্তটির অসীমতটদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [RU'20-21]

(a) (1, 2) (b) (-2, 1) (c) (2, -1) (d) (2, 1)

সমাধান: (d);  $(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 4 + 16 = (3y)^2 - 2 \cdot 3y \cdot 3 + 9 + 36$

$\Rightarrow \frac{(2x-4)^2}{6^2} - \frac{(3y-3)^2}{6^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ । অসীমতট কেন্দ্রে ছেদ করবে।  $\therefore x = 2, y = 1$

02.  $4x^2 - 9y^2 - 8x + 18y - 41 = 0$  কণিকের অসীমতটদ্বয়ের ঢালের গুণফল কত? [SUST'19-20]

(a)  $-\frac{4}{9}$  (b) -1 (c)  $\frac{4}{9}$  (d)  $\frac{3}{2}$  (e)  $-\frac{2}{3}$

সমাধান: (a);  $4x^2 - 9y^2 - 8x + 18y = 41 \Rightarrow 4(x^2 - 2x + 1) - 9(y^2 - 2y + 1) = 41 - 5$

$\Rightarrow 4(x-1)^2 - 9(y-1)^2 = 36 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

অসীমতটদ্বয়,  $\left(\frac{x-1}{3}\right)^2 - \left(\frac{y-1}{2}\right)^2 = 0 \therefore \frac{x-1}{3} = \pm\left(\frac{y-1}{2}\right)$

+ নিয়ে,  $2x - 2 = 3y - 3 \therefore$  ঢাল =  $\frac{2}{3}$

- নিয়ে,  $2x - 2 = -3y + 3 \therefore$  ঢাল =  $-\frac{2}{3}$

$\therefore$  ঢালদ্বয়ের গুণফল =  $-\frac{4}{9}$

03.  $2x^2 - 8y^2 = 2$  অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতার মান- [DU'18-19]

(a)  $3/(2\sqrt{2})$  (b)  $3/2$  (c)  $\sqrt{5}/2$  (d)  $\sqrt{5/2}$

সমাধান: (c);  $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1; e = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

04.  $xy = 2$  সমীকরণটি হবে- [Ans: d][JU'18-19]

(a) বৃত্ত (b) পরাবৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

05. (4, 3) বিন্দুতে  $3x^2 - 4y^2 = 12$  অধিবৃত্তের স্পর্শকের ঢালের মান- [DU'17-18]

(a) -1 (b) 1 (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{4}{3}$

সমাধান: (b);  $3x^2 - 4y^2 = 12 \Rightarrow 6x - 8y \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{6x}{8y} = \frac{6 \times 4}{3 \times 8} = 1$





06.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ—

[Ans: c][RU'17-18]

(a)  $\pm \frac{a}{b}x$

(b)  $\frac{b}{a}x^2$

(c)  $\pm \frac{b}{a}x$

(d)  $-\frac{a}{b}x^2$

07.  $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{169} = 1$  উপবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটি—

[RU'14-15]

(a)  $(0, \pm 5)$

(b)  $(0, \pm 12)$

(c)  $(0, \pm 13)$

(d)  $(0, \pm 25)$

সমাধান: (a);  $\frac{x^2}{12^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1 \therefore e = \sqrt{\frac{13^2 - 12^2}{13^2}} = \frac{5}{13}$

উপকেন্দ্র  $(0, \pm be) \equiv (0, \pm 13 \cdot \frac{5}{13}) \equiv (0, \pm 5)$

08.  $9x^2 + 16y^2 = 144$  উপবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে— [JU'09-10, RU'13-14]

(a)  $(\pm\sqrt{7}, 0); \frac{9}{2}$

(b)  $(\pm 7, 0); \frac{9}{2}$

(c)  $(\pm\sqrt{5}, 0); \frac{7}{2}$

(d)  $(\pm 5, 0); \frac{7}{2}$

সমাধান: (a);  $9x^2 + 16y^2 = 144$  ;  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  ;  $a^2 = 16$  ,  $b^2 = 9$

উপকেন্দ্রিক লম্ব =  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 9}{4} = \frac{9}{2}$

$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{7}{16}$

উপকেন্দ্র =  $\pm ae = \pm 4 \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \pm\sqrt{7}$

$e = \frac{\sqrt{7}}{4}$

উপকেন্দ্র =  $(\pm\sqrt{7}, 0)$

### Question Type-07: ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

- পরাবৃত্ত ও অধিবৃত্তের ক্ষেত্রফল অসীম
- পরাবৃত্ত ও এর উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল

$A = \int_0^a y dx = \int_0^a \sqrt{4ax} dx = \frac{8}{3}a^2$  Or,  $A = \int_0^a x dy = \int_0^a \sqrt{4ay} dy = \frac{8}{3}a^2$

(ii) উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল  $A = 4 \int_0^a y dx = \pi ab$

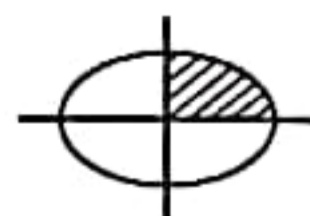
Example:  $y^2 = 8x$  পরাবৃত্ত ও উপকেন্দ্রিক লম্বের দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$A = 2 \int_0^2 y dx = 2 \int_0^2 \sqrt{8x} dx = 4\sqrt{2} \left[ \frac{3}{2} \right]_0^2 = \frac{32}{3}$

**Shortcut**  $A = \frac{8}{3} \cdot a^2 = \frac{8}{3} \cdot 2^2 = \frac{32}{3}$  Ans.

Example-01:  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ , যে অংশ ধনাত্মক বৃহৎ অক্ষ ও ক্ষুদ্র অক্ষ দ্বারা গঠিত অক্ষের ক্ষেত্রফল কত?

এক্ষেত্রে, ক্ষেত্রফল =  $\frac{\pi ab}{4} = \frac{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi\sqrt{6}}{4}$

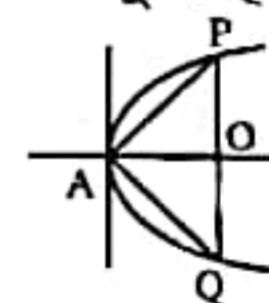


পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে বিভিন্ন ক্ষেত্রফল চাইতে পারে। এক্ষেত্রে Fuomerty/Integration এবং Concept কাজে লাগাতে হবে।

Example-02:  $y^2 = 16x$  পরাবৃত্তের শীর্ষ A, উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দু P, Q হলে  $\Delta APQ = ?$

এক্ষেত্রে,  $PQ = 4a = 16$ ,  $AO = a = \frac{16}{4} = 4$

$\therefore$  Area =  $\frac{1}{2} \times OA \times PQ = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 = 32$  unit.



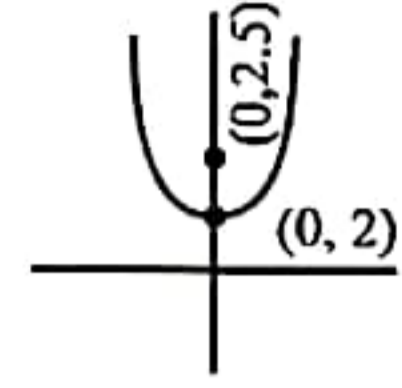
**Related Questions:**

01.  $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$  পরাবৃত্ত এবং এর উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [RU'18-19]

- (a)  $\frac{3}{2}$  (b)  $\frac{1}{3}$  (c)  $\frac{2}{3}$  (d)  $\frac{3}{4}$

সমাধান: (c);  $x^2 = 2(y - 2) \therefore$  শীর্ষ  $\equiv (0, 2) \therefore$  উপকেন্দ্র  $= (0, 2.5)$

$\therefore$  ডান অংশের ক্ষেত্রফল  $= \int_2^{2.5} \sqrt{2(y-2)} dy = \frac{1}{3} \therefore$  মোট ক্ষেত্রফল  $= \frac{2}{3}$  বর্গ একক



02. যে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$  উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয় ও মূলবিন্দু, সেই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

- (a)  $\frac{5}{4}$  (b) 20 (c)  $\frac{4}{5}$  (d) 0 [RU'17-18]

সমাধান: (d); ফোকাসদ্বয় ও মূলবিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত।

03. What is the area of the region included by the ellipse  $4x^2 + 9y^2 = 36$ ? [JnU'15-16]

- (a)  $8\pi$  sq. unit (b)  $2\pi$  sq. unit (c)  $6\pi$  sq. unit (d)  $12\pi$  sq. unit

সমাধান: (c);  $4x^2 + 9y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \therefore$  Area  $= \pi ab = \pi \cdot 3 \cdot 2 = 6\pi$

04.  $y^2 = 8x$  পরাবৃত্ত এবং এর উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [RU'14-15]

- (a)  $32/3$  (b)  $8/3$  (c)  $2/3$  (d)  $4\sqrt{2}/3$

সমাধান: (a);  $y^2 = 4 \cdot (2) \cdot x \therefore a = 2$

$$\Delta = 2 \int_0^2 y dx = 2 \int_0^2 \sqrt{8x} dx = 4\sqrt{2} \left[ \frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3} \times 2^{3/2} = \frac{32}{3}$$

05.  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$  উপবৃত্তীয় ক্ষেত্রের যে অংশ ধনাত্মক বৃহৎ অক্ষ ও ক্ষুদ্র অক্ষ দ্বারা বেষ্টিত তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [CU'14-15]

- (a)  $\frac{3\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$  (c)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$  (d)  $\frac{\pi\sqrt{6}}{4}$

সমাধান: (d);  $a = \sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{3} \Delta = \frac{\pi ab}{4} = \frac{\pi\sqrt{6}}{4}$

**Question Type-08 : পরামিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত**

কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কে  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $x = r \cos \theta$ ;  $y = r \sin \theta$  এগুলো দ্বারা replace করে সমীকরণ কীসের সেটা বুঝা যাবে। পরামিতিক হিসেবে অন্য কোন চলকের ফাংশন আকারে দেওয়া থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে চলকটি অপসারণ করে দিলেই সমীকরণ বলে আসে।

**Example:**  $x = pt^2$ ,  $y = 2pt$  দ্বারা সূচিত কণিক কী?

সমাধান: here,  $t = \frac{y}{2p} \therefore x = pt^2 = p \cdot \frac{y^2}{4p^2} = \frac{y^2}{4p} \therefore y^2 = 4px \rightarrow$  পরাবৃত্ত।

**Related Questions:**

01.  $x = pt^2$ ,  $y = 2pt$  পরামিতিক সমীকরণ দ্বারা সূচিত কণিক — [CU'14-15]

- (a) বৃত্ত (b) উপবৃত্ত (c) পরাবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

সমাধান: (c);  $x = pt^2$ ;  $y = 2pt$  Now,  $y^2 = 4p^2 t^2 = 4p(pt^2) = 4px \therefore y^2 = 4px$

**Question Type-09 : স্পর্শক সংক্রান্ত**

$$ax^2 + by^2 + fx + gy + hxy + c = 0$$

সমীকরণের যেকোন বিন্দুতে স্পর্শক টানা সম্ভব। এক্ষেত্রে নিম্নোক্ত replacement গুলো করতে হবে।

$$x^2 \rightarrow xx_1; y^2 \rightarrow yy_1; x \rightarrow \frac{x+x_1}{2}; y \rightarrow \frac{y+y_1}{2}$$





**Example-01:**  $y = kx - 1$ ,  $y = x^2 + 3$  এর স্পর্শক হলে  $k = ?$

$$y = kx - 1 \dots \dots \dots (i); y = x^2 + 3 \dots \dots \dots (ii) \therefore x^2 + 3 = kx - 1 \Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0$$

$$D = \sqrt{k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4} = 0 \text{ [দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে]} \therefore k = \pm 4$$

**Example-02:**  $y^2 = 9x$  পরাবৃত্তের (4, 6) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ-

$$6y = 9 \frac{x+y}{2} \Rightarrow 12y = 9x + 36 \Rightarrow 3x - 4y + 12 = 0$$

(a)  $3x - 4y + 12 = 0$       (b)  $4x - 3y - 12 = 0$       (c)  $7x + 3y - 5 = 0$       (d)  $7x - 3y + 6 = 0$

সমাধান: (a); (4, 6) বিন্দুটি শুধু মান (a) কে সিদ্ধ করে।

### Related Questions:

01.  $y = 3x + 1$  রেখাটি  $y^2 = ax$  পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে, স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [RU'20-21]

(a)  $(\frac{1}{3}, 2)$       (b)  $(\frac{1}{3}, 1)$       (c)  $(\frac{2}{3}, 3)$       (d) (3, 2)

সমাধান: (a);  $y^2 = \frac{4a}{4}x \Rightarrow 1 = \frac{a/4}{3} \therefore a = 12$

$$(3x + 1)^2 = 12x \Rightarrow 9x^2 + 6x + 1 = 12x \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 3x - 3x + 1 = 0 \Rightarrow (3x - 1)^2 = 0 \therefore x = \frac{1}{3} \therefore y = 3 \times \frac{1}{3} + 1 = 2$$

02.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  উপবৃত্তের স্পর্শক  $y = 2x + c$  হলে,  $c$  এর মান কত? [RU'20-21]

(a)  $\pm 12$       (b)  $\pm 13$       (c)  $\pm 14$       (d)  $\pm 15$

সমাধান: (b);  $c^2 = b^2 + a^2m^2 = 25 + 4 \times 36 = 169 \therefore c = \pm 13$

03.  $c$  এর মান কত হলে মূলবিন্দুতে  $y = cx(1 + x)$  বক্ররেখার স্পর্শক  $x$ -অক্ষের সাথে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করবে? [RU'19-20]

(a)  $\sqrt{3}$       (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       (c)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       (d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

সমাধান: (b);  $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(cx + cx^2) = c + 2cx \therefore$  মূলবিন্দুর জন্য  $\frac{d}{dx} = c + 2c \cdot 0 = c = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

04.  $y = kx$  সরলরেখাটি  $y = x^2 + 4$  বক্ররেখার স্পর্শক হলে  $k$  এর একটি মান- [DU'18-19]

(a) 1      (b)  $2\sqrt{2}$       (c) 3      (d) 4

সমাধান: (d); বক্ররেখার সমীকরণে  $y = kx$  বসিয়ে পাই,  $kx = x^2 + 4 \Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0$  স্পর্শক বলে  $D = 0$ ;  $k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$

05.  $y = 2x + c$  রেখাটি  $x^2/4 + y^2/3 = 1$  উপবৃত্তের স্পর্শক হলে  $C$  এর মান কত? [JU'16-17]

(a) 7      (b) 19      (c) 25      (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (d);  $2x - y + c = 0$  রেখা  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  এর স্পর্শক  $\therefore 4 \times 2^2 + 3 \times (-1)^2 = c^2 \therefore c = \pm\sqrt{19}$

06.  $a$  ও  $b$  এর মান কত হলে  $y = ax^2 + b$  পরাবৃত্তটি (0,2) বিন্দু দিয়ে যাবে ও (2,0) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল 4 হবে? [RU'16-17]

(a) 1,2      (b) -2,2      (c) 4,2      (d) কোনটিই নয়

সমাধান: (a);  $y = ax^2 + b$  পরাবৃত্তটি (0,2) বিন্দুগামী।  $\therefore 2 = 0 + b \therefore b = 2$ ;  $\frac{dy}{dx} = 2ax$ ;  $(\frac{dy}{dx})_{(2,0)} = 2 \cdot a \cdot 2 = 4a$

প্রশ্নমতে,  $4a = 4 \therefore a = 1$

07.  $x^2 + 4y^2 = 8$  বক্ররেখার দুইটি স্পর্শক (tangent)x অক্ষের উপর লম্ব হলে, স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ কত? [JnU'14-15]

(a)  $x = 2\sqrt{2}, y = 2\sqrt{2}$       (b)  $x \pm 2\sqrt{2} = 0$       (c)  $x + 2\sqrt{2} = 0, y + 2\sqrt{2} = 0$       (d)  $y \pm 2\sqrt{2} = 0$

সমাধান: (b);  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ ,  $x$  অক্ষের সাথে লম্ব রেখা:  $x = \pm a$  [only (B) option match করে।]

08.  $y = 3x + b$  রেখাটি  $y^2 = 8x$  পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে  $b$  - এর মান কত? [RU'14-15]

(a)  $3/2$       (b) -3      (c)  $-2/3$       (d)  $2/3$

সমাধান: (d);  $y = 3x + b, y^2 = 8x$ ; We know,  $c = \frac{a}{m} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$

