১ম পত্র

অধ্যায়-০২

# ভেক্টর

# VECTOR

## TOPIC 01 স্কেলার রাশি, ভেক্টর রাশির ধারণা এবং বৈশিষ্ট্যসমূহ

MAT

**01. নিচের কোনটি স্কেলার রাশি** [MAT: 09-10]

A. তড়িৎ বিভব B. তড়িৎ প্রবাল্য C. বেগ D. ভরবেগ

**SAinfo স্কেলার রাশি ভেক্টর রাশি:**

| স্কেলার রাশি | ভেক্টর রাশি |
|---|---|
| দৈর্ঘ্য, ভর, সময়, জনসংখ্যা, তাপমাত্রা, তাপ, বৈদ্যুতিক বিভব, দ্রুতি, কাজ, আয়তন, ঘনত্ব, দূরত্ব, শক্তি ইত্যাদি। | সরণ, বেগ, ত্বরণ, মন্দন, বল, ওজন, ভরবেগ, কৌণিক ভরবেগ, টর্ক, তড়িৎক্ষেত্র ইত্যাদি। |

**02. স্কেলার রাশির বেলায় কোনটি সঠিক নয়?** [MAT: 03-04, 08-09, 13-14]

A. স্কেলার রাশির যোগ, বিয়োগ, গুণ, সাধারণ গাণিতিক নিয়মে করা যায়

B. মানের পরিবর্তন হলে স্কেলার রাশির পরিবর্তন হয়

C. দুটি স্কেলার রাশির কোনটির মান শুন্য না হলেও এদের গুনফল শুন্য হতে পারে

D. দুটি স্কেলার রাশির গুণফল একটি স্কেলার রাশি

**SCinfo** স্কেলার গুণফলের মান হয় রাশি দুটির মানের এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতর কোণের cosine-এর গুণফলের সমান।

DAT

**01. নিম্নের কোনটি ভেক্টর রাশির জন্য সঠিক নয়?** [DAT: 06-07]

A. একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করা যায়

B. সরণ, ওজন, বেগ, ভর, ত্বরণ, বল, তড়িৎ প্রাবল্য ইত্যাদিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয়

C. যে সকল ভৌত রাশিকে শুধু মান দ্বারা সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা হয়, দিক নির্দেশের প্রয়োজন হয় না তাদেরকে স্কেলার রাশি বলে

D. সংযোগ সূত্র = ভেক্টর বীজগণিতের কতিপয় সূত্রের একটি উদাহরণ **Ans B**

**02. নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি?** [DAT: 02-03]

A. সরণ B. ত্বরণ C.বল D.কাজ

**SCinfo** বল, সরণ, ওজন, বেগ, ত্বরণ, তড়িৎ প্রাবল্য ইত্যাদি ভেক্টর রাশি।

AFMC

**01. নিচের কোনটি ভেক্টর (Vector) রাশি?** [AFMC: 2021-22]

A. কাজ B. ইলেকট্রিক কারেন্ট

C. শক্তি D. ইলেক্ট্রিক ফিল্ড

**SDWhy ভেক্টর রাশি:** সরণ, বেগ, ত্বরণ, মন্দন, বল, ওজন, ভরবেগ, কৌণিক ভরবেগ, টর্ক, তড়িৎক্ষেত্র বা ইলেক্ট্রিক ফিল্ড ইত্যাদি।

**স্কেলার রাশি:** দৈর্ঘ্য, ভর, সময়, জনসংখ্যা, তাপমাত্রা, তাপ, বৈদ্যুতিক বিভব, দ্রুতি, কাজ, আয়তন, ঘনত্ব, দূরত্ব, ইলেকট্রিক কারেন্ট বা তড়িৎ প্রবাহ, শক্তি ইত্যাদি।

## TOPIC 02 ভেক্টরের প্রকারভেদ

MAT

**01. নিচের কোনটি ভেক্টরের প্রকারভেদ নয়?** [MAT: 06-07]

A. ঋণ ভেক্টর B. সমান ভেক্টর C. সমতলীয় ভেক্টর D. ধন ভেক্টর

**SDinfo** ঋণ ভেক্টর থাকলেও ধন ভেক্টর নাই।

## TOPIC 03 গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ

MAT

**01. নিচের কোন ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট নয়?** [MAT: 17-18]

A. বিপ্রতীপ ভেক্টর B. শূন্য ভেক্টর

C. সমান ভেক্টর D. বিপরীত ভেক্টর

**SBinfo বিপ্রতীপ ভেক্টর:** দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

**বিপরীত ভেক্টর:** নির্দিষ্ট দিক বরাবর কোনো ভেক্টরকে ধনাত্মক ধরলে তার বিপরীত দিকে সমমানের সমজাতীয় ভেক্টরকে বিপরীত ভেক্টর বলে।

**সমান ভেক্টর:** সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের মান যদি সমান হয় আর তাদের দিক যদি একই দিকে হয় তবে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।

DAT

**01. কোন ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু ও পাদবিন্দু একই হলে ভেক্টরটি হবে নিচের কোনটি?** [DAT: 17-18]

A. ব্যাসার্ধ ভেক্টর B. সদৃশ ভেক্টর

C. নাল ভেক্টর D. সমরেখ ভেক্টর

**SCinfo শূন্য ভেক্টর বা নাল ভেক্টর:** যে ভেক্টর রাশির মান শূন্য এবং যার কোন নির্দিষ্ট দিক থাকে না তাকে নাল বা শূন্য ভেক্টর বলে। শূন্য ভেক্টরের পাদবিন্দু এবং শীর্ষবিন্দু একই। একে $\vec{0}$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

**ব্যাসার্ধ ভেক্টর:** মূলবিন্দু হতে কোনো বিন্দুর অবস্থানের দূরত্বকে ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে। অবস্থান ভেক্টরকে অনেক সময় ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

**সমরেখ ভেক্টর:** দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি এমন হয় যে তারা একই রেখায় বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বলে।

**সদৃশ ভেক্টর:** সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তাকে সদৃশ ভেক্টর বলে।

## TOPIC 04 ভেক্টর রাশির গুণন

MAT

**01. Scalar quantity এবং magnitude of gradient এর মধ্যে সম্পর্কটি হল–** [MAT: 2020-21]

A. Disproportional B. Proportional

C. Equal D. Opposite

**SCWhy** একটি স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট একটি ভেক্টর রাশি। ভেক্টর রাশির magnitude স্কেলার রাশির পরিবর্তনের সর্বোচ্চ হারের সমান।

- গ্রেডিয়েন্ট: উক্ত ভেক্টর রাশির মান ওই স্কেলার রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হারের সমান।
- ডাইভারজেন্স: মান ধনাত্মক হলে, তরল পদার্থের আয়তন বৃদ্ধি পায়, ঘনত্বের হ্রাস ঘটে। অর্থাৎ $\nabla.\vec{V}$ = '+' Ve
- ডাইভারজেন্স: মান ঋণাত্মক হলে আয়তনের সংকোচন ঘটে, ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ $\nabla.\vec{V}$ = '–' Ve
- ডাইভারজেন্স: মান শূন্য হলে,আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয়। অর্থাৎ $\nabla.\vec{V} = 0$
- কার্ল-এর মাধ্যমে প্রাপ্ত ভেক্টরটির মান ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক বেগের দ্বিগুণ হয়।

  অর্থাৎ, $\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ হলে, $\nabla \times \vec{V} = 2\vec{\omega}$ এখানে $\vec{\omega}$ একটি ধ্রুব ভেক্টর।
- কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল এর নতিমাত্রা (gradient) শূন্য। অর্থাৎ $\nabla.(\nabla \times \vec{V}) = 0$

**02. নিচের কোনটি ভেক্টরের বিনিময় সূত্র-** **[MAT: 18-19]**

A. $\vec{P}(\vec{Q}+\vec{R}) = \vec{P}.\vec{Q} + \vec{P}.\vec{R})$ B. $\vec{P}+\vec{Q} = \vec{Q}+\vec{P}$

C. $(\vec{P}+\vec{Q})+\vec{R} = \vec{P}(\vec{Q}+\vec{R})$ D. $\vec{P}+\vec{Q} = \vec{Q}.\vec{P}$

**SBinfo** ভেক্টর বীজগণিতের কতিপয় সূত্র:

1. বিনিময় সূত্র→ $\vec{P}+\vec{Q} = \vec{Q}+\vec{P}$
2. সংযোগ সূত্র→ $(\vec{P}+\vec{Q})+\vec{R} = \vec{P}(\vec{Q}+\vec{R})$
3. বণ্টন সূত্র→ $m(\vec{A}+\vec{B})\ m\vec{A}+m\vec{B}$
   $(\vec{P}\times(\vec{Q})+\vec{R}) = \vec{P}\times\vec{Q}+\vec{P}\times\vec{Q}$

**03. নিম্নের কোনটি ভেক্টর রাশির বিয়োজনের সূত্র নয়?** **[MAT: 2004-05]**

A. সাধারন B. সমান্তরাল

C. সামন্তরিক D. উপাংশ

**SBinfo** **ভেক্টর রাশির যোজন:** সাধারন সূত্র, ত্রিভুজ সূত্র, বহুভুজ সূত্র, সামান্তরিক সূত্র, উপাংশ সূত্র।

**ভেক্টর রাশির বিয়োজন সূত্র:** সাধারণ সূত্র, সামান্তরিক সূত্র ও উপাংশসূত্র।

## TOPIC 05 গাণিতিক প্রয়োগ

MAT

**01. সূর্যোদয়ের দিকে 12 মিটার যাওয়ার পরে, এক ব্যক্তি উত্তর দিকে 5 মিটার চলে গেল। তার স্থানচ্যুতি কি হবে?** **[MAT: 2020-21]**

A. 17 m B. 16.67 m

C. 17.67 m D. 13 m

**SDWhy** স্থানচ্যুতি $= \sqrt{12^2+5^2} = 13$ m

- দুটি সমান ও বিপরীত মুখি বল একটি সরলরেখা দুই প্রান্তে ক্রিয়াশীল হলে লব্ধি শূন্য হয়, তাই দুইজনের অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হবে না।
- দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হবে যখন এদের মধ্যবর্তী কোণ $0°$ হয়।
- দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হয় যখন তাদের মধ্যবর্তী কোণ $90°$ হয়।
- দুই বা ততোধিক সমজাতীয় ভেক্টরকে যোগ করা যায়, ভিন্ন প্রকৃতির ভেক্টরকে যোগ করা যায় না।

**02. দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মান যথাক্রমে 5 ও 6 একক। এরা কোন বিন্দুতে $60°$ কোণে ক্রিয়াশীল। $\vec{A}\times\vec{B}$ মান কত?** **[MAT: 13-14, HSC B.2018]**

A. $15\sqrt{2}$ B. $13\sqrt{3}$

C. $15\sqrt{3}$ D. $15\sqrt{5}$

**SCinfo** $\vec{A}\times\vec{B} = 5\times6\sin60 = 15\sqrt{3}$

**03. একটি নদীতে স্রোতের বেগ $5Kmh^{-1}$ একটি নৌকার বেগ $10Kmh^{-1}$ স্রোতের সাথে কত ডিগ্রী কোন করে নৌকা চালালে নৌকাটি অপর পারে ঠিক সোজাসোজি পৌছাবে?** **[MAT: 2005-06]**

A. $120°$ B. $150°$

C. $130°$ D. $100°$

**SAinfo** স্রোতের বেগ $= 5Kmh^{-1}$ এবং নৌকার বেগ $=10Kmh^{-1}$

যাহারা পরস্পর দ্বিগুন। $\therefore$ কোণ $\alpha = 120°$

DAT

**01. স্কেলার ফাংশনকে ভেক্টর রাশিতে রূপান্তরিত করে কোনটি?** **[DAT: 2021-22]**

A. সলিনয়ডাল B. গ্র্যাডিয়েন্ট

C. ক্রস গুণন D. ডাইভারজেন্স

**SBWhy** স্কেলার রাশির গ্র্যাডিয়েন্ট একটি ভেক্টর রাশি।

| রাশি | রাশির প্রকৃতি | বৈশিষ্ট্য ও তাৎপর্য |
|---|---|---|
| গ্রেডিয়েন্ট | ভেক্টর রাশি | • গ্রেডিয়েন্ট হলো বিভিন্ন অক্ষের সাপেক্ষে কোনো স্কেলার ফাংশনের ঢাল।<br>• স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট এর মান ওই স্কেলার রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হারের সমান। |

**অন্যান্য তথ্য:**

| রাশি | রাশির প্রকৃতি | বৈশিষ্ট্য ও তাৎপর্য |
|---|---|---|
| ডাইভারজেন্স | স্কেলার রাশি | • ডাইভারজেন্সের মাধ্যমে একটি ভেক্টর ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়।<br>• মান ধনাত্মক হলে, তরল পদার্থের আয়তন বৃদ্ধি পায়, ঘনত্বের হ্রাস ঘটে। আর, মান ঋণাত্মক হলে আয়তনের সংকোচন ঘটে, ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়।<br>• মান শূন্য হলে, আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয়। অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$. তখন ওই ভেক্টর ক্ষেত্রকে সলিনয়ডাল (Solenoidal) বলে। |
| ক্রস গুণন | ভেক্টর রাশি | • ভেক্টর গুণফল বিনিময় সূত্র মানে না।<br>• ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল হলে ভেক্টর গুণন শূন্য হয়।<br>• উদাহরণ:<br>• সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফলের মানের সমান।<br>• টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} = \hat{\eta}\,rF\sin\theta$, যেখানে অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এবং প্রযুক্ত বল $\vec{F}$<br>• কৌণিক বেগ $(\vec{\omega})$ এর ভেক্টর গাণিতিক প্রকাশ হলো $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$<br>• কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{P}$ |

**02. এক ব্যক্তি $3\ ms^{-1}$ বেগে দৌড়াচ্ছে। বৃষ্টি লম্বালম্বিভাবে $3ms^{-1}$ বেগে পড়ছে। বৃষ্টি থেকে বাঁচতে হলে ঐ ব্যক্তিকে নিম্নের কত ডিগ্রী (°) কোণে ছাতা ধরতে হবে।** **[DAT: 08-09]**

A. 60 B. 30

C. 40 D. 45

**SDinfo** এখানে, ব্যক্তির বেগ $Q = 3\ ms^{-1}$ বৃষ্টির বেগ $P = 3\ ms^{-1}$

বৃষ্টি ও ব্যক্তির মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = 90°$, কোণ $\theta = ?$

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha} = \frac{3\sin90°}{3+3\cos90°} = 1 = \tan45°$$

**03. 20 N এবং 60 N মানের দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যকার কোণ $30°$। রাশি দু'টির লব্ধির মান কত N হবে?** **[DAT: 05-06]**

A. 69.77 B. 96.77

C. 77.96 D. 77.69

**SCinfo** $R = \sqrt{10^2+60^2+2\times20\times60\times\cos30°} = 77.96$